

(ознакомительный фрагмент)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ “БЕЛОРУССКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА”

УДК 512.542

**БЛИЗНЕЦ Ирина Михайловна**

**ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСОТЫ  $\leq 3$  РЕШЕТКИ  
 $\omega$ -НАСЫЩЕННЫХ ФОРМАЦИЙ**

01.01.06 – математическая логика, алгебра  
и теория чисел

**Автореферат диссертации**  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Гомель — 2004

Работа выполнена в Учреждении образования “Белорусский государственный университет транспорта”

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор

**Скиба Александр Николаевич**

Учреждение образования “Томельский государственный университет имени Франциска Скорины”, кафедра алгебры и геометрии

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор

**Усенко Виталий Михайлович**

Луганский национальный педагогический университет имени Т. Шевченко, кафедра алгебры и дискретной математики

кандидат физико-математических наук, доцент

**Сафонов Василий Григорьевич**

Учреждение образования “Томельский государственный университет

Автореферат разослан “16” января 2004 года

Ученый секретарь

совета по защите диссертаций,

кандидат физико-математических наук,

доцент



А.Ф.Васильев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы диссертации.** Формации — это классы конечных групп, замкнутые относительно взятия гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений. Понятие формации, как известно, возникло на пути изучения некоторых структурных вопросов теории конечных разрешимых групп. В дальнейшем формации стали рассматриваться и как самостоятельные объекты изучения, что нашло отражение в ряде монографических изданий (см., например, [2, 4, 52, 54]).

Характерной особенностью теории формаций, существенно отличающей ее от других аналогичных теорий — теории многообразий групп, теории классов Фиттинга, теории классов Шунка и др., является ее тесная связь с теорией fratтиниевых расширений групп. По мере развития теории формаций выделились и начали изучаться три типа формаций: насыщенные, разрешимо насыщенные и  $\omega$ -насыщенные формации.

Напомним, что формация  $\mathfrak{F}$  называется (разрешимо) насыщенной, если ей принадлежит всякая группа  $G$ , обладающая такой (разрешимой) нормальной подгруппой  $N$ , что  $G/\Phi(N) \in \mathfrak{F}$ . Понятие насыщенной формации было введено В.Гашуцом в работе [3]. Там же было показано, как формации такого типа могут быть использованы при исследовании внутреннего строения конечных разрешимых групп. Класс разрешимо насыщенных формаций значительно более широк. Однако, как показано в книге Л.А.Шеметкова [52] и этот класс формаций весьма полезен в прикладном аспекте теории формаций.

Еще одним естественным расширением понятия насыщенной формации является следующее понятие. Формация  $\mathfrak{F}$  называется  $\omega$ -насыщенной (Л.А.Шеметков [53]) ( $\emptyset \neq \omega \subseteq \mathbb{P}$ ), если ей принадлежит всякая группа  $G$  с  $G/L \in \mathfrak{F}$ , где  $L \subseteq O_\omega(G) \cap \Phi(G)$ . Если  $\omega = \{p\}$ , то  $\omega$ -насыщенные формации называют  $p$ -насыщенными. Важность изучения  $\omega$ -насыщенных формаций обусловлена многими причинами. Во-первых, как это было замечено в работе Л.А.Шеметкова [53], если  $\mathfrak{F} = \mathfrak{M}\mathfrak{H}$  — насыщенная формация, то формация  $\mathfrak{H}$  является  $p$ -насыщенной для всех  $p \in \mathbb{P} \setminus \pi(\mathfrak{M})$  (здесь  $\pi(\mathfrak{M})$  — множество всех простых делителей порядков всех групп из  $\mathfrak{M}$ ). Таким образом, изучение факторизаций насыщенных формаций с неизбежностью приводит к необходимости исследования  $p$ -насыщенных формаций для определенных простых  $p$ . Во-вторых, как установлено в работе А.Н.Скибы и Л.А.Шеметкова [48] изучение любых насыщенных формаций во многих важных случаях сводится к исследованию некоторой системы частично насыщенных формаций. Следует отметить, что

как показывают результаты ряда авторов, полученные в последние годы (см., например, [1, 4-41, 43, 44]),  $\omega$ -насыщенные формации полезны и при изучении подгруппового строения непростых конечных групп. Таким образом, задача изучения и классификации  $\omega$ -насыщенных и, в частности,  $p$ -насыщенных формаций вполне актуальна и перспективна.

При изучении того или иного нового объекта всегда полезно иметь набор конкретных, хорошо изученных объектов родственного типа. В связи с этим рядом авторов (см., в частности, [18, 34, 49, 55]) описывались  $\omega$ -насыщенные формации, являющиеся элементами высоты  $\leq 3$  решетки  $\omega$ -насыщенных формаций для подходящих  $\omega$ . Напомним, что формация  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты  $n$  решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций, когда  $n$  — точная верхняя грань длин цепей

$$\emptyset = \mathfrak{F}_0 \subset (1) = \mathfrak{F}_1 \subset \dots \subset \mathfrak{F}_{n-1} \subset \mathfrak{F}_n = \mathfrak{F},$$

в которой  $\mathfrak{F}_i$  —  $\tau$ -замкнутая  $\omega$ -насыщенная формация при  $i = 0, \dots, n$ . Естественным развитием результатов работ [18, 34, 49, 55] было бы их распространение на классы наследственных, нормально наследственных и других формаций. Однако в монографии А.Н.Скибы [49] была предложена следующая конструкция, позволяющая устранить возникающий на этом пути параллелизм.

Сопоставим каждой группе  $G$  некоторую систему ее подгрупп  $\tau(G)$ . Будем говорить, что  $\tau$  — подгрупповой функтор (в смысле Скибы [49]), если выполняются следующие условия:

- 1)  $G \in \tau(G)$  для любой группы  $G$ ;
- 2) для любого эпиморфизма  $\varphi : A \rightarrow B$  и для любых групп  $H \in \tau(A)$  и  $T \in \tau(B)$  имеет место

$$H^\varphi \in \tau(B) \text{ и } T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A).$$

Формация  $\mathfrak{F}$  называется  $\tau$ -замкнутой, если  $\tau(G) \subseteq \mathfrak{F}$  для любой группы  $G \in \mathfrak{F}$ .

Основной целью данной диссертации является описание элементов высоты  $\leq 3$  решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций для произвольного подгруппового функтора  $\tau$ . Такая цель достигается в разделах 3.2, 3.3 основной главы 3. Кроме того, используя это описание, в разделе 3.5 установлено, что если формация  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций, то решетка ее  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных подформаций является дистрибутивной.

Отметим, что следствиями основной теоремы 3.3.1 являются соответствующие результаты работ М.И.Эйдинова [55], В.А.Ведерникова [18], Дж.Джехада [34] и А.Н.Скибы [49], а также ряд новых утверждений, отвечающих конкретным подгрупповым функторам  $\tau$ .

**Связь работы с крупными научными программами, темами.** Диссертация выполнена в рамках следующих госбюджетных тем:

“Структурная теория формаций и других классов алгебр” Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины. Тема входила в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утверждённый решением Президиума НАН Беларуси № 88 от 23 ноября 1995 г. (номер госрегистрации в БелИСА — 19963987), тема выполнялась в 1996–2000 гг.;

“Структурная теория классов групп и других алгебр” Белорусского государственного университета транспорта. Тема входит в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утверждённый решением Президиума НАН Беларуси № 94 от 5 июля 2001 г. — Государственная программа фундаментальных исследований “Математические структуры” (номер госрегистрации в БелИСА — 20011140), выполнение темы запланировано на 2001–2005 гг.

**Цель и задачи исследования.** Целью данной диссертации является описание элементов высоты  $\leq 3$  решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций для произвольного подгруппового функтора  $\tau$ . Для достижения этой цели в диссертации решены следующие задачи:

- описаны элементы высоты 2 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций [58, 65];
- описаны элементы высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций [58, 65];
- описаны  $\tau$ -замкнутые  $\omega$ -насыщенные формации высоты  $\leq 3$  для всех наиболее известных конкретных подгрупповых функторов  $\tau$  [66];
- доказано, что для произвольного подгруппового функтора  $\tau$  решетка всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных подформаций формации  $\mathfrak{F}$  в случае, когда  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций, является дистрибутивной [59, 63].

**Объект и предмет исследования.** Объектом исследования являются  $\tau$ -замкнутые  $\omega$ -насыщенные формации конечных групп, а предмет

исследования — элементы высоты  $\leq 3$  решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций.

**Методология и методы проведенного исследования.** В диссертации используются методы абстрактной теории групп, общей теории решеток, а также методы теории классов групп, в частности, методы теории формаций конечных групп.

**Научная новизна и значимость полученных результатов.** Все полученные результаты в диссертации являются новыми. Впервые получено описание элементов высоты  $\leq 3$  решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций. Рассмотрен ряд приложений этого результата к нахождению элементов высоты  $\leq 3$  решеток  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций для всех наиболее известных конкретных подгрупповых функторов  $\tau$ . Доказана дистрибутивность решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных подформаций формации  $\mathfrak{F}$  в случае, когда  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций.

Значение данной диссертации заключено в том, что она предлагает новую, основанную на понятии подгруппового функтора, методику построения и классификацию формаций конечных групп с различными заданными свойствами.

**Практическая (экономическая, социальная) значимость полученных результатов.** Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы при исследованиях классов конечных групп, проводимых в Гомельском, Новополоцком, Витебском, Могилевском государственных университетах, Белорусском государственном университете, Белорусском государственном университете транспорта, Могилевском технологическом университете, а также при чтении спецкурсов и написании курсовых и дипломных проектов на математических факультетах высших учебных заведений.

**Основные положения диссертации, выносимые на защиту.**

**3.2.1. Теорема [58, 65].** *Тогда и только тогда формация  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты 2 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций, когда  $\mathfrak{F} = \tau^\omega \text{form } G$ , где  $G$  — либо неединичная  $p$ -группа для некоторого  $p \in \omega$ , либо некоторая простая  $\omega'$ -группа с условием  $\tau(G) \subseteq \subseteq \{1, G\}$ .*

**3.3.1. Теорема [58, 65].** *Пусть  $\mathfrak{F}$  —  $\tau$ -замкнутая  $\omega$ -насыщенная формация. Тогда в том и только в том случае  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций, когда*

$\mathfrak{F} = \tau^\omega \text{form}(G)$ , где либо  $G = A_1 \times A_2$ ,  $A_1$  и  $A_2$  — такие неизоморфные простые группы, что  $\tau(A_i) \subseteq \{1, A_i\}$  и при  $p$ , делящем  $|A_i|$ , где  $p \in \omega$ , имеет место  $|A_i| = p$ , либо  $G$  — такая монолитическая группа с цоколем  $R = G^\mathfrak{F}$ , что выполняется одно из следующих условий:

1)  $R = G^{\mathfrak{M}_p}$  — неабелева группа и все собственные  $\tau$ -подгруппы группы  $G$  являются  $p$ -группами, причем  $\pi(R) \cap \omega = \{p\}$  для некоторого  $p \in \omega$ ;

2)  $R \neq G$  —  $\omega'$ -группа,  $R = G^{\mathfrak{M}_p}$  для некоторого числа  $p \in \omega$  и все собственные  $\tau$ -подгруппы группы  $G$  являются  $p$ -группами;

3)  $G$  — циклическая примарная группа порядка  $p^2$ , где  $p \notin \omega$ ;

4)  $G$  — неабелева группа порядка  $p^3$  простой нечетной экспоненты  $p \notin \omega$ ;

5)  $R \not\subseteq \Phi(G)$ , причем  $R \neq G$ ,  $\pi(R) \cap \omega = \emptyset$ , и найдется такая простая группа  $A$  с условием  $\tau(A) \subseteq \{1, A\}$ , что факторгруппа  $G/R$ , а также всякая неединичная группа из  $\tau(G) \setminus \{G\}$  имеют вид

$$A_1 \times \dots \times A_t,$$

где  $t \geq 1$ ,  $A_1 \simeq \dots \simeq A_t \simeq A$  — простая группа с  $\tau(A) \subseteq \{1, A\}$ .

**3.5.1. Теорема [59, 63].** Пусть  $\mathfrak{F}$  —  $\omega$ -насыщенная формация, являющаяся элементом высоты 3 решетки  $L_\omega^T$ . Тогда решетка  $L_\omega^T(\mathfrak{F})$  дистрибутивна.

**Личный вклад соискателя.** Все основные результаты диссертации получены автором самостоятельно.

**Апробация результатов диссертации.** Основные результаты диссертации докладывались на семинарах кафедры алгебры и геометрии Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины; на V Республиканской научной конференции студентов и аспирантов: “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях” (Гомель, 18–20 марта 2002 г.); на V Международной конференции “Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения” (Тула, 19–24 мая 2003 г.); на IV Международной алгебраической конференции в Украине (Львов, 4–9 августа 2003 г.).

**Опубликованность результатов.** Основные результаты опубликованы в 4 статьях, в 4 препринтах и в 3 тезисах. Общее количество страниц опубликованных материалов — 86 с.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из перечня определений и условных обозначений, введения, общей характери-

стики работы, трех глав основной части, заключения и списка использованных источников в алфавитном порядке в количестве 73 наименований. Объем диссертации — 91 страница.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Рассматриваются только конечные группы. Вся терминология стандартна и заимствована из [2, 10, 49, 52, 54]

Ниже охарактеризовано содержание диссертации по главам.

Диссертация состоит из перечня определений и условных обозначений, введения, общей характеристики работы, трех глав основной части, заключения и списка цитируемой литературы.

Данная диссертация посвящена изучению элементов высоты  $\leq 3$  решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций.

Глава 1 содержит обзор основных результатов диссертации.

В главе 2 собраны некоторые известные результаты, используемые в основном тексте диссертации.

Глава 3 “Описание элементов высоты  $\leq 3$  решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций” включает в себя пять разделов.

Пусть  $\emptyset \neq \omega \subseteq \mathbb{P}$  обозначает некоторое множество простых чисел. Согласно [50] всякая функция вида

$$f : \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{\text{формации групп}\}$$

называется  $\omega$ -локальным спутником. Спутник  $f$  называется  $\tau$ -значным, если все значения  $f$  принадлежат  $\tau$ . Пусть  $G_{\omega d}$  означает наибольшую нормальную подгруппу  $N$  в  $G$  такую, что

$$\omega \cap \pi(H/K) \neq \emptyset$$

для каждого композиционного фактора  $H/K$  из  $N$  ( $G_{\omega d} = 1$ , если  $\omega \cap \pi(\text{Soc}(G)) = \emptyset$ ).

Для произвольного спутника  $f$  символ  $LF_{\omega}(f)$  обозначает [50] класс

$$\{G \mid G/G_{\omega d} \in f(\omega') \text{ и } G/F_p(G) \in f(p) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(G)\}.$$

Если формация  $\mathfrak{F}$  такова, что  $\mathfrak{F} = LF_{\omega}(f)$ , то говорят, что она  $\omega$ -насыщенна и  $f$  —  $\omega$ -локальный спутник этой формации. Если при этом все значения  $f$  содержатся в  $\mathfrak{F}$ , то  $f$  называется внутренним спутником формации  $\mathfrak{F}$ .



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации получены следующие результаты:

- описаны элементы высоты 2 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций [58, 65];
- описаны элементы высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций [58, 65];
- описаны  $\tau$ -замкнутые  $\omega$ -насыщенные формации высоты  $\leq 3$  для всех наиболее известных конкретных подгрупповых функторов  $\tau$  [66];
- доказано, что для произвольного подгруппового функтора  $\tau$  решетка всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных подформаций формации  $\mathfrak{F}$  в случае, когда  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций, является дистрибутивной [59, 63].

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ballester-Bolinchés A., Shemetkov L.A. On lattices  $p$ -local formations of finite groups // *Math. Nachr.* — 1997. — Vol. 186 — P. 57–65.
2. Doerk K., Hawkes T. *Finite soluble groups.* — Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. — 891 p.
3. Gaschütz W. Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen // *Math. Z.* — 1963. — Bd. 80, No 4. — S. 300–305.
4. Guo Wenbin. *The theory of classes groups.* — Science Press. — Kluwer Academic Press. — Beijing–New York–Dordrecht–Boston–London, 2000.
5. Shemetkov L.A. Frattini extension of Finite groups and formations // *Communications in Algebra.* — 1997. — Vol. 25, N 3. — P. 955–964.
6. Аль-Шаро Халед. О пересечении некоторого семейства максимальных подгрупп конечной группы // *Вопросы алгебры.* Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. — 1996. — Вып. 9. — С. 144–152.
7. Аль-Шаро Халед. Общие свойства  $\omega$ -локальных формаций. — Гомель, 1996. — 12 с.— (Препринт Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 51).
8. Аль-Шаро Халед. О  $p$ -насыщенных формациях конечных групп. — Гомель, 1997. — 9 с.— (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 55).
9. Шеметков Л.А., Аль-Шаро Халед. О подгруппах простого порядка в конечной группе // *Укр. мат. журнал,* 2002. — Т. 54. — № 6. — С. 745–752.
10. Биркгоф Г. *Теория решеток.* М.: Наука, 1984. — 568 с.
11. Ведерников В.А. *Элементы теории классов групп.* — Смоленск: Изд-во СГПИ им. К.Маркса, 1988. — 96 с.
12. Ведерников В.А. О локальных формациях конечных групп // *Мат. заметки.* — 1989. — Т. 46. — Вып. 6. — С. 32–37.

13. Ведерников В.А. Вполне факторизуемые формации конечных групп // Вопросы алгебры. — Минск: Университетское, 1990. — Вып. 5. — С. 28-34.
14. Ведерников В.А. Подпрямые произведения и формации конечных групп // Адагбра и логика. — 1990. — Т. 29. — №5. — С. 523-548.
15. Ведерников В.А., Коптюх Д.Г. Композиционные формации  $s$ -длины 3 // Дискретная математика. — 2001. — Т. 13. — Вып. 1. — С. 119-131.
16. Ведерников В.А., Сорокина М.М.  $Q$ -расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп // Дискретная математика. — 2001. — Т. 13. — Вып. 3. — С. 125-144.
17. Ведерников В.А., Сорокина М.М.  $\Omega$ -всерные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические заметки. — 2002. — Т. 71. — Вып. 1. — С. 43-60.
18. Ведерников В.А. Формации конечных групп с дополняемыми подформациями длины 3 // Вопросы алгебры, Минск: Университетское, 1992. — Вып. 6. — С. 16-21.
19. Воробьев Н.Н. О прямых разложениях  $\omega$ -локальных формаций и классов Фиттинга // Вестн. Витебск. ун-та. — 1997. — № 3. — С. 55-58.
20. Воробьев Н.Н. Об одном вопросе теории локальных классов конечных групп // Вопросы алгебры. — Гомель: Изд-во Гом. гос. ун-та им. Ф.Скорины, 1999. — Вып. 14. — С. 132-140.
21. Воробьев Н.Н., Скиба А.Н. О булевых решетках  $n$ -кратно локальных классов Фиттинга // Сиб. мат. журн. — 1999. — Т. 40, № 3. — С. 523-530.
22. Воробьев Н.Н., Скиба А.Н. Булевы решетки  $n$ -кратно  $\omega$ -локальных классов Фиттинга. — Гомель, 1997. — 10 с. — (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 71).
23. Воробьев Н.Н. Об индуктивных решетках формаций и классов Фиттинга. — Гомель, 1998. — 11 с. — (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 77).

24. Воробьев Н.Н., Скиба А.Н. Дистрибутивность решетки разрешимых тотально локальных классов Фиттинга. — Гомель, 1999. — 22 с. — (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 82).
25. Го Взньбинь, Скиба А.Н. Два замечания о тождествах решеток  $\omega$ -локальных и  $\omega$ -композиционных формаций конечных групп // Изв. вузов. Математика. — 2002. — V. 480. — № 5. — P. 14–22.
26. Джарадин Джахад. Неприводимые  $p$ -локальные формации длины  $\leq 3$  — Гомель, 1994. — 22 с. — (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 24).
27. Джарадин Джахад. О подформациях  $p$ -локальных формаций. — Гомель, 1994. — 8 с. — (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 38).
28. Джарадин Джахад. Минимальные  $p$ -насыщенные ненильпотентные формации // Вопросы алгебры. — Гомель: Изд-во Гом. гос. ун-та им. Ф.Скорины, 1999. — Вып. 8. — С. 59–64.
29. Джарадин Джахад. О формациях с системами (нормально) наследственных подформаций // Алгебра и кибернетика: Тез. докл. Междунар. матем. конф., посвященной 90-летию С.А.Чунихина, Гомель, 1995 г. / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины. — Гомель, 1995. — 4.1.—С. 63.
30. Джарадин Джахад. О  $p$ -насыщенных формациях с системами наследственных подформаций // Вестн. Белорус. гос. ун-та. Сер. физ.-мат. наук. — 1995. — № 3. — С. 52–55.
31. Джарадин Джахад. Частично локальные формации с системами наследственных подформаций // Весці АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 1996. — № 3. — С. 13–16.
32. Джарадин Джахад. Классификация  $p$ -локальных формаций длины  $\leq 3$ : Автореф. дис. "Классификация  $p$ -локальных формаций длины  $\leq 3$ " к-та физ.-мат. наук: Д 02.12.01 / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины. — Гомель, 1996. — 15 с.
33. Джарадин Джахад. О формациях с системами наследственных подформаций // Изв. вузов. Математика. — 1997. — Вып. 1. — С. 1–5.

34. Джарадин Джехад. Элемент высоты 3 решетки  $p$ -насыщенных формаций // Вопросы алгебры, Гомель: Издательство Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины, 1996. — Вып. 9. — С. 45–59.
35. Джарадин Джехад, Скиба А.Н. Частично локальные формации с системами наследственных подформаций // Весці Акадэміі навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 1996. — N 3. — С. 13–16.
36. Жевнова Н.Г., Скиба А. Н. О  $\pi$ -локальных формациях с дополняемыми  $\pi$ -локальными подформациями. — Гомель, 1995. — 19 с. — (Препринт / Гом. гос. ун-т им. Ф.Скорины; № 30).
37. Жевнова Н.Г. О  $\pi$ -локальных формациях с  $\mathfrak{N}_p$ -дополняемыми  $\pi$ -локальными подформациями // Вопросы алгебры. — Гомель: Изд-во Гом. гос. ун-та им. Ф.Скорины, 1996. — Вып. 10. — С. 55–70.
38. Жевнова Н.Г. Внешняя характеристика класса конечных  $p$ -разложимых групп // Вестник БГУ. Сер. физ.-мат.н. — 1997. — № 3. — С. 91–94.
39. Жевнова Н.Г.  $\omega$ -локальные формации с дополняемыми подформациями с булевой решеткой  $\omega$ -локальных подформаций // Докл. АН Беларуси. — 1997. — Т. 41. — № 5. — С. 15–19.
40. Жевнова Н.Г. Внешняя характеристика класса конечных  $p$ -разложимых групп // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. физ.-мат. наук. — 1997. — № 2. — С. 46–48.
41. Жевнова Н.Г.  $\omega$ -локальные формации с дополняемыми подформациями: Автореф. дис. “ $\omega$ -локальные формации с дополняемыми подформациями” к-та физ.-мат. наук: Д 02.12.01 / Гом. гос ун-т им. Ф.Скорины. — Гомель, 1997. — 17 с.
42. Подуфалова В.Д. О замкнутости локальных формаций относительно (нормальных) подгрупп // Сибирский математический журнал, 1978. — Т. 19. — № 1. — С. 230–231.
43. Селькин В.М. О минимальных  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -локальных ненильпотентных формациях // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины, 2000. — 3(16), Вопросы алгебры. — С. 48–51.

44. Селькин В.М. Об одной проблеме теории  $\omega$ -локальных формаций // Докл. НАН Беларуси. — 2001. — Т. 45. — №5. — С. 9–11.
45. Селькин В.М. Формации с единственной максимальной  $\tau$ -замкнутой  $\omega$ -локальной подформацией. — Гомель, 2001. — 10 с. — (Препринт/Гомельский госуниверситет; № 107).
46. Слепова Л.М. О замкнутых локальных формациях групп. 14-ая Всесоюзная алгебраическая конференция (Новосибирск, сентябрь 1977 г.), тезисы докладов, Ч. I, Новосибирск, 1977. — С. 62–63.
47. Скиба А.Н. О локальных формациях длины 5 // Арифметическое и подгрупповое строение конечных групп, Минск: Наука и техника, 1986. — С. 135–149.
48. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. О частично локальных формациях // ДАН Беларуси. — 1995. — Т. 39. — N 3. — С.17–19.
49. Скиба А.Н. Алгебра формаций. — Мн.: Беларуская навука, 1997. — 240 с.
50. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно  $\omega$ -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические труды, 1999. — Т. 2. — № 1. — С. 114–147.
51. Шабалина И.П. О решетке  $\tau$ -замкнутых  $n$ -кратно  $\omega$ -локальных формаций конечных групп // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. — 2003. — № 1. — С. 28–30.
52. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. М.: Наука, 1978. — 267 с.
53. Шеметков Л.А. О произведении формаций // Докл. АН БССР. — 1984. — Т. 28. — № 2. — С. 101–103.
54. Шеметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. — М.: Наука, 1989. — 253 с.
55. Эйдинов М.И. Элементы высоты два решетки формаций конечных групп // Изв. Вуз. Математика, 1990. — № 6. — С. 77–80.

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### *Статьи в журналах:*

56. Блинец И.М. О  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -локальных формациях // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины, 5(14), Вопросы алгебры — 18, 2002. — С. 53–58.
57. Блинец И.М. Описание элементов высоты 2 решетки  $\omega$ -локальных формаций // Вестн. Белорус. ун-та, Сер. 1. — 2003. — № 2. — С. 57–60.
58. Блинец И.М. Об элементах высоты 3 решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -локальных формаций // Доклады НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук, 2003. — Т. 47. — № 2. — С. 50–53.
59. Блинец И.М. Об одном классе дистрибутивных решеток  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук, 2003. — № 2. С. 43–45.

### *Тезисы докладов:*

60. Блинец И.М. О  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -локальных формациях // V Республиканская научная конференция студентов и аспирантов: “Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях”: Тез. докл. науч. конф., Гомель, 18–20 марта 2002 г. / Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины. — Гомель, 2002. — С. 187–188.
61. Блинец И.М. Об элементах высоты 3 решетки  $\omega$ -локальных формаций // V Международная конференция “Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения”: Тез. докл. науч. конф., Тула, 19–24 мая 2003 г. / Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н.Толстого. — Тула, 2003. — С. 48–49.
62. Bliznets I.M. On elements of height 3 of the lattice of  $\tau$ -closed  $\omega$ -saturated formations // IV Международная алгебраическая конференция в Украине: Тез. докл. науч. конф., Львов, 4–9 августа 2003 г. / Львовский национальный университет им. И.Франко. — Львов, 2003. — С. 44–45.

*Препринты:*

63. Близнац И.М. О дистрибутивных решетках  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций. — Гомель, 2002. — 12 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 14).
64. Близнац И.М. Описание элементов высоты 2 решетки  $\omega$ -локальных формаций. — Гомель, 2002. — 14 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 27).
65. Близнац И.М. Элементы высоты 3 решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -локальных формаций. — Гомель, 2003. — 18 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 52).
66. Близнац И.М. Элементы высоты 3 решетки  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций для некоторых конкретных подгрупповых функторов  $\tau$ . — Гомель, 2003. — 16 с. — (Препринт / Гомельский госуниверситет; № 53).



## Р Э З Ю М Э

Блізнец Ірына Міхайлаўна

Элементы вышыні  $\leq 3$  краты  
 $\omega$ -насычаных фармацый

Ключавыя словы: канечная група, фармацыя,  $\omega$ -насычаная фармацыя,  $\tau$ -замкнёная  $\omega$ -насычаная фармацыя,  $\omega$ -лакальны спутнік, вышыня фармацыі, краты фармацый.

У дысртацыі апісаны элементы вышыні 2 краты ўсіх  $\tau$ -замкнёных  $\omega$ -насычаных фармацый; апісаны элементы вышыні 3 краты ўсіх  $\tau$ -замкнёных  $\omega$ -насычаных фармацый; апісаны  $\tau$ -замкнёныя  $\omega$ -насычаныя фармацыі вышыні 3 для ўсіх найбольш вядомых канкрэтных падгрупавых функтараў  $\tau$ ; даказана дыстрыбутыўнасць краты ўсіх  $\tau$ -замкнёных  $\omega$ -насычаных падфармацый фармацыі  $\mathfrak{F}$  у выпадку, калі  $\mathfrak{F}$  з'яўляецца элементам вышыні 3 краты ўсіх  $\tau$ -замкнёных  $\omega$ -насычаных фармацый.

Усе асноўныя вынікі працы з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны пры вывучэнні  $\tau$ -замкнёных  $\omega$ -насычаных фармацый, а таксама пры выкладанні спецкурсаў у дзяржуніверсітэтах і педінстытутах.

## РЕЗЮМЕ

Близнец Ирина Михайловна

Элементы высоты  $\leq 3$  решетки  
 $\omega$ -насыщенных формаций

Ключевые слова: конечная группа, формация,  $\omega$ -насыщенная формация,  $\tau$ -замкнутая  $\omega$ -насыщенная формация,  $\omega$ -локальный спутник, высота формации, решётка формаций.

В диссертации описаны элементы высоты 2 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций; описаны элементы высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций; описаны  $\tau$ -замкнутые  $\omega$ -насыщенные формации высоты 3 для всех наиболее известных конкретных подгрупповых функторов  $\tau$ ; доказана дистрибутивность решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных подформаций формации  $\mathfrak{F}$  в случае, когда  $\mathfrak{F}$  является элементом высоты 3 решетки всех  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций.

Все полученные результаты работы являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы при изучении  $\tau$ -замкнутых  $\omega$ -насыщенных формаций, а также при чтении спецкурсов, преподаваемых в госуниверситетах и пединститутах.

S U M M A R Y  
Bliznets Irina Mikhailovna

**Elements of the height  $\leq 3$  of the lattice  
of  $\omega$ -saturated formations**

Key words: finite group, formation,  $\omega$ -saturated formation,  $\tau$ -closed  $\omega$ -saturated formation,  $\omega$ -local satellite, height of the formation, lattice of formations.

In the thesis elements of the height 2 of the lattice of all  $\tau$ -closed  $\omega$ -saturated formations are described; elements of the height 3 of the lattice of all  $\tau$ -closed  $\omega$ -saturated formations are described;  $\tau$ -closed  $\omega$ -saturated formations of the height 3 for all the most famous concrete of subgroups functors are described; it is proved the distributive of the lattice of all  $\tau$ -closed  $\omega$ -saturated subformations of the formation  $\mathfrak{F}$  in the case, when  $\mathfrak{F}$  is the element of the height 3 of the lattice of all  $\tau$ -closed  $\omega$ -saturated formations.

All the main results of this thesis are new. They are of a theoretic character and may be used studying  $\tau$ -closed  $\omega$ -saturated formations and while teaching special courses in universities and pedagogical institutes.

