где как обычно $[x]$ и $\{x\}$ обозначают, соответственно, целую и дробную части вещественного числа x.

Предложение 5. Пусть G — конечная абелева группа и $\mathbb{F}_q$ — конечное поле порядка $q \leq |G| - 1$, такое, что $\mathrm{char}\mathbb{F} \nmid |G|$. Тогда

$$l(\mathbb{F}_q G) \leq (m-1)[\log_m |G|] + [m^{\{\log_m |G|\}}] - 1,$$

для произвольного $m \geq \max\{\deg \mu_a(t) | a \in \mathbb{F}_q G\}$, где $\mu_a(t)$ — минимальный многочлен элемента $a \in \mathbb{F}_q G$.

Доказательства основаны на исследовании систем порождающих прямых сумм полей — простых алгебраических расширений фиксированного поля, и применении общих фактов о длине коммутативных алгебр из [3].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РНФ, грант 17-11-01124.

Литература. [1] A.E. Guterman, O.V. Markova, M.A. Khrystik, On the lengths of group algebras of finite Abelian groups in the semi-simple case, Preprint, 2018. [2] C. J. Pappacena, An upper bound for the length of a finite-dimensional algebra, J. Algebra, 197 (1997), 535–545. [3] О. В. Маркова, Верхняя оценка длины коммутативных алгебр, Матем. сб., 200:12 (2009), 41–62.

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

e-mail: ov_markova@mail.ru

А. П. Мехович (Витебск, Республика Беларусь)

О решетке кратно композиционных формаций

Все рассматриваемые группы конечны. Используется стандартная терминология [1–3].

Напомним, что *формацией* называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

В дальнейшем символ ω обозначает некоторое непустое множество простых чисел, $\omega' = \mathbb{P} \setminus \{\omega\}$. Через $C^p(G)$ обозначено пересечение централизаторов всех тех главных факторов G, чьи композиционные факторы имеют простой порядок p [3], а через $R_\omega(G)$ обозначена наибольшая нормальная разрешимая ω-подгруппа группы G.

Пусть f — произвольная функция вида

$$f : \omega \cup \{\omega'\} \to \{\text{формации групп}\}. \tag{1}$$

Следуя [1], сопоставим функции f вида (1) класс групп

$$CF_\omega(f) = (G \mid G/R_\omega(G) \in f(\omega') \text{ и } G/C^p(G) \in f(p) \text{ для всех таких}$$

$$p \in \omega, \text{ что в } G \text{ имеется композиционный фактор порядка } p).$$

Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = CF_\omega(f)$ для некоторой функции f вида (1), то $\mathfrak{F}$ называется *ω-композиционной формацией* с *ω-композиционным спутником* f [1]. В случае, когда $\omega = \mathbb{P}$, то ω-композиционную формацию называют *композиционной формацией.*

Всякая формация считается 0-*кратно ω-композиционной*, а при $n \geqslant 1$ формация $\mathfrak{F}$ называется *n-кратно ω-композиционной* [1], если $\mathfrak{F} = CF_\omega(f)$, где все непустые значения ω-композиционного спутника f являются $(n-1)$-кратно ω-композиционными формациями.

Пусть $\mathfrak{X}$ — произвольная непустая совокупность групп. Пересечение всех формаций, содержащих $\mathfrak{X}$, обозначают через $\mathrm{form}\mathfrak{X}$ и называют *формацией, порожденной* $\mathfrak{X}$ [2]. Подформация $\mathfrak{M}$ формации $\mathfrak{F}$ называется *дополняемой* в $\mathfrak{F}$ [4], если $\mathfrak{M}$ дополняема в решетке всех подформаций формации $\mathfrak{F}$, т. е. если в $\mathfrak{F}$ имеется такая подформация $\mathfrak{H}$ (*дополнение* к $\mathfrak{M}$ в $\mathfrak{F}$), что

$$\mathfrak{F} = \mathrm{form}(\mathfrak{M} \cup \mathfrak{H}), \quad \mathfrak{M} \cap \mathfrak{H} = (1).$$

Для произвольной n-кратно композиционной формации $\mathfrak{F}$ через $L_{c_n}(\mathfrak{F})$ обозначают решетку всех n-кратно композиционных подформаций формации $\mathfrak{F}$.

Теорема. *Пусть $\mathfrak{F}$ — n-кратно композиционная формация. Тогда если формация $\mathfrak{N}_p$ дополняема в решетке $L_{c_n}(\mathfrak{F})$ для каждого $p \in \pi(Com(\mathfrak{F}))$, то $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.*

Литература. [1] А. Н. Скиба, Л. А. Шеметков. Кратно $\mathfrak{L}$-композиционные формации конечных групп. Украинский матем. жури., 52:6 (2000), 783–797. [2] А. Н. Скиба. Алгебра формаций. Минск: Веларуская навука, 1997. [3] K. Doerk, T. Hawkes. Finite soluble groups. De Gruyter Expositions in Mathematics 4. Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. [4] А. Н. Скиба. О формациях с заданными системами подформаций. Подгрупповое строение конечных групп: Труды Гомельского семинара. Ин-т математики АН БССР, (1981), 155–180.

Витебский государственный университет имени П. М. Машерова

e-mail: amekhovich@yandex.ru