Основной результат представляет следующая

Теорема. Пусть $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{F}$ — классы Фиттинга с минимальными ω-композиционными H-функциями x, y, f соответственно. Если ω-композиционные H-функции таковы, что $x \leq f$ и $x(a) \vee y(a) = \mathrm{S}_n\{G \mid G = G_{x(a)}G_{y(a)}\}$ для всех $a \in \mathrm{Supp}(x) \cap \mathrm{Supp}(y)$, то $(\mathfrak{X} \vee^{\omega_c} \mathfrak{H}) \cap \mathfrak{F} = \mathfrak{X} \vee^{\omega_c} (\mathfrak{H} \cap \mathfrak{F})$.

Литература. [1] А. Н. Скиба. Алгебра формаций. Ми.: Беларуская навука, 1997. [2] Н. Н. Воробьев. Алгебра классов конечных групп. Витебск: ВГУ имени П.М. Машерова, 2012. [3] А. Н. Скиба, Л. А. Шеметков, Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп. Математические труды, 2 (2) (1999), 114–147. [4] В. А. Ведерников, М. М. Сорокина, Ω-расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп. Дискретная математика, 13 (3) (2001), 125–144.

Витебский государственный университет имени П.М.Машерова

e-mail: vornic2001@mail.ru, anyafilim@gmail.com

Н. Т. Воробьев, Т. Б. Василевич (Витебск, Беларусь)

О главных факторах, покрываемых инъекторами частично π-разрешимой группы

Все рассматриваемые группы в настоящей работе конечны. В определениях и обозначениях следуем [1, 2]. Пусть $\mathbb{P}$ — множество всех простых чисел, $\pi \subseteq \mathbb{P}$ и $\pi' = \mathbb{P} \backslash \pi$. Напомним, что *секцией* группы G называется факторгруппа ее некоторой подгруппы. Подгруппа V *покрывает* (*изолирует*) секцию H/K, если $H \subseteq VK$ (соответственно $V \cap H \subseteq K$) [3, с. 249].

В теории классов Фиттинга известен результат Хартли [4, лемма 1(4)] о том, что $\mathfrak{F}$-инъектор V разрешимой группы G либо покрывает, либо изолирует каждый главный фактор группы G. Напомним, что класс групп $\mathfrak{F}$ называют *классом Фиттинга*, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Из определения класса Фиттинга следует, что для каждого непустого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ любая группа G имеет единственную максимальную нормальную $\mathfrak{F}$-подгруппу, которую называют *$\mathfrak{F}$-радикалом* G и обозначают $G_{\mathfrak{F}}$.

Если $\mathfrak{F}$ — непустой класс Фиттинга, то подгруппа V группы G называется:

(1) *$\mathfrak{F}$-максимальной*, если $V \in \mathfrak{F}$ и $U = V$ при условии, что $V \leqslant U \leqslant G$ и $U \in \mathfrak{F}$;

(2) *$\mathfrak{F}$-инъектором*, если $V \cap K$ является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой K для всякой субнормальной подгруппы K группы G.

Заметим, что если $\mathfrak{F} = \mathfrak{N}_p$ — класс Фиттинга всех p-групп, то $\mathfrak{F}$-инъекторы группы G — это, в точности, силовские p-подгруппы G; если $\mathfrak{F} = \mathfrak{E}_\pi$, где $\mathfrak{E}_\pi$ — класс всех π-групп, при этом G имеет холлову π-подгруппу, то $\mathfrak{F}$-инъекторы G — холловы π-подгруппы G (см. [5, с. 68, пример 1]).

Хартли в [4], была сформулирована проблема описания главных факторов разрешимой группы, покрываемых ее $\mathfrak{F}$-инъекторами. Ее решение было получено для локальных классов Фиттинга вида $\bigcap_p h(p)\mathfrak{S}_{p'}\mathfrak{S}_p$, где h — некоторое отображение множества всех простых чисел во множество классов Фиттинга.

Непустое множество $\mathcal{F}$ подгрупп группы G называют *множеством Фиттинга группы* G, если $\mathcal{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп, их произведений и сопряжений подгрупп. Понятие $\mathcal{F}$*-инъектора* группы для ее множества Фиттинга $\mathcal{F}$ определяется аналогично, как и понятие $\mathfrak{F}$-инъектора для класса Фиттинга $\mathfrak{F}$.

Произведением множества Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G и класса Фиттинга $\mathfrak{X}$ [6] называют множество подгрупп $\{H \leq G : H/H_{\mathcal{F}} \in \mathfrak{X}\}$, которое обозначают $\mathcal{F} \circ \mathfrak{X}$. В работе [6] установлено, что $\mathcal{F} \circ \mathfrak{X}$ является множеством Фиттинга. Множество Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G называют π*-насыщенным*, если $\mathcal{F} = \mathcal{F} \circ \mathfrak{E}_{\pi'}$, где $\mathfrak{E}_{\pi'}$ — класс всех π'-групп.

Отображение f: $\mathbb{P} \to \{$*множества Фиттинга группы* $G\}$ называют *функцией Хартли* (или кратко H*-функцией*) группы G.

Пусть $\varnothing \neq \pi \subseteq \mathbb{P}$. Множество Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G называется π*-локальным* [6, определение 1.3], если $\mathcal{F} = \bigcap_{p\in\pi} f(p) \circ \mathfrak{E}_{p'}$ для некоторой H-функции f группы G такой, что $f(p) \circ \mathfrak{N}_p = f(p)$ для всех $p \in \pi$.

При этом, H-функция f множества $\mathcal{F}$ группы G называется:

1) *приведенной*, если $f(p) \subseteq \mathcal{F}$ для всех $p \in \pi$;

2) *полной*, $f(p) = f(p) \circ \mathfrak{N}_p$ для каждого $p \in \pi$;

3) *полной приведенной*, если f является одновременно полной и приведенной;

4) *постоянной*, если $f(p) = f(q)$ для всех различных $p, q \in \pi$.

Обозначим через $\mathfrak{S}^\pi$ — класс всех π-разрешимых групп.

Теорема. Пусть $\mathcal{F}$ — π-насыщенное множество Фиттинга группы G, определяемое постоянной H-функцией f. Если $G \in \mathcal{F} \circ \mathfrak{S}^\pi$, то $\mathcal{F}$-инъектор G покрывает все такие p-главные факторы ($p \in \pi$), которые покрывает ее $f(p)$-радикал.

Работа первого автора выполнена в рамках государственной программы научных исследований "Конвергенция-2020" Республики

Беларусь. Работа второго автора выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант №Ф17М-064).

Литература. [1] K. Doerk, T. Hawkes. Finite soluble groups. Berlin – New York: Walter De Gruyter, 1992. [2] W. Guo, N. T. Vorob'ev, On the theory of $\mathfrak{F}$-centrality of chief factors and $\mathfrak{F}$-hupercentre for Fitting classes. J. Algebra. 344 (2011), 386–396. [3] Л. А. Шеметков. Формации конечных групп. М.: Наука, 1978. [4] B. Hartley, On Fisher's dualization of formation theory. Proc. London Math. Soc. 3(2) (1969), 193–207. [5] W. Guo. Theory of Classes of Groups. Beijing-New York-Dordrecht-Boston-London: Science Press-Kluwer Academic Publishers, 2000. [6] N. Yang, W Guo, N. T. Vorob'ev, On $\mathcal{F}$-injectors of Fitting set of a finite group. Comm. Algebra. 46 (1) (2018), 217–229.

Витебский государственный университет имени П.М.Машерова

e-mail: vorobyovnt@tut.by, tatyana.vasilevich.1992@mail.ru

К. А. Вяткина, А. Н. Панов (Самара)

Поля U-инвариантов и конструкция U-проектора.

Цель доклада — предложить метод построения специального оператора — U-проектора, который позволяет конструировать системы функций, порождающих поля U-инвариантов.

Пусть K – поле характеристики нуль, $\mathfrak{u}$ — нильпотентная алгебра Ли над K, а $U = \exp \mathfrak{u}$ соответствующая ей унипотентная группа. Обозначим $\mathcal{A}$ коммутативную ассоциативную конечно-порождённую алгебру над K без делителей нуля, а $\mathcal{F}$ — поле частных $\mathcal{A}$. Пусть D - гомоморфизм алгебры Ли $\mathfrak{u}$ в алгебру Ли локально нильпотентных дифференцирований алгебры $\mathcal{A}$. Тогда группа U действует в A по формуле $g(a) = \exp D_x(a)$, где $g = \exp(x)$.

Определение 1. *U-проектором* называется гомоморфизм алгебры $\mathcal{A}$ на поле инвариантов $\mathcal{F}^U$, тождественный на $\mathcal{A}^U$.

Априори U-проектор не является единственным. Приведём один из возможных методов построения U-проектора.

Зафиксируем цепочку идеалов $\mathfrak{u} = \mathfrak{u}_n \supset \mathfrak{u}_{n-1} \supset \cdots \supset \mathfrak{u}_1 \supset \mathfrak{u}_0 = 0$, где $\operatorname{codim}(\mathfrak{u}_i, \mathfrak{u}_{i+1}) = 1$ и с каждым $\mathfrak{u}_i$ свяжем подалгебру инвариантов $\mathcal{A}^{\mathfrak{u}_i} \subset \mathcal{A}$. Пусть i_1 — наименьший номер, такой что $\mathcal{A}^{\mathfrak{u}_{i_1}} \subsetneq \mathcal{A}$ и зафиксируем $x_1 \in \mathfrak{u}_{i_1} \setminus \mathfrak{u}_{i_1-1}$.

Существуют элементы $a_{1,1} \in \mathcal{A}, a_{1,0} \in \mathcal{A}^{\mathfrak{u}}$ такие, что

$$D_{x_1}(a_{1,1}) = a_{1,0}. \qquad (1)$$