Известно, что конечная абелева группа определяется своей полугруппой эндоморфизмов в классе всех групп [1]. В работе [2] показано, что периодические группы определяются своей полугруппой эндоморфизмов в классе периодических групп. В настоящей работе вопрос определяемости группы своей полугруппой эндоморфизмов рассматривается в классе факторно делимых абелевых групп.

Через $QD_{cd}(E^{\star})$ обозначим подкласс класса $QD_{cd}$ вполне разложимых факторно делимых абелевых групп, определяющихся своей полугруппой эндоморфизмов в классе $QD_{cd}$.

**Лемма 1.** Пусть $A \in QD_{cd}$. Если $B \in QD_{cd}$ и $E^{\star}(A) \cong E^{\star}(B)$, то $r(A) = r(B)$ и $t(A) \cong t(B)$.

Для факторно делимой группы A ранга 1 кохарактеристики $\chi(A) = (m_p)$ введем обозначения: $P_0(A) = \{p \in P | m_p = 0\}$, $P_{\infty}(A) = \{p \in P | m_p = \infty\}$

**Теорема 1.** Пусть $A \in QD_{cd}$, $r(A) = 1$. Тогда $A \in QD_{cd}(E^{\star})$ если, и только если, $P_0(A) = \emptyset$ или $P_{\infty}(A) = \emptyset$.

**Литература.** [1] Пуусемп П. *Об определяемости периодической абелевой группы своей полугруппой эндоморфизмов в классе всех групп*, Изв. АН Эстонской ССР. Физ. Матем. **29** (3), 241 – 245 (1980) [2] Пуусемп П. *Об определяемости периодической абелевой группы своей полугруппой эндоморфизмов в классе всех периодических абелевых групп*, Изв. АН Эстонской ССР. Физ. Матем. **29** (3), 246 – 253 (1980)

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

*e-mail: kadirovi4@gmail.com*

**Н. Н. Воробьев, А. Р. Филимонова** (Витебск, Беларусь)

## О модулярных решетках частично композиционных классов Фиттинга

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать терминологию из [1–4].

Напомним, что классом Фиттинга называется класс групп $\mathfrak{F}$, который замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных подгрупп из $\mathfrak{F}$.

В дальнейшем $\omega$ обозначает некоторое непустое множество простых чисел и $\omega' = \mathbb{P} \backslash \omega$. Через $\pi(G)$ обозначают множество всех различных простых делителей порядка группы $G$. Символом $\mathfrak{G}_{\omega}$ обозначают класс всех $\omega$-групп и полагают, что $1 \in \mathfrak{G}_{\omega}$.

Для произвольного класса групп $\mathfrak{F} \supseteq (1)$, где $(1)$ — класс всех единичных групп, символ $G^{\mathfrak{F}}$ обозначает пересечение всех таких нормальных подгрупп $N$, что $G/N \in \mathfrak{F}$, а символ $G_{\mathfrak{F}}$ — произведение всех нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп группы $G$. В дальнейшем будем полагать, что $O^{\omega}(G) = G^{\mathfrak{G}_{\omega}}$, $C_p(G) = G^{\mathfrak{G}_{cp}}$, где $\mathfrak{G}_{cp}$ — класс всех таких групп, все главные $p$-факторы которых центральны.

Пусть $f$ — произвольная функция вида

$$f : \omega \cup \{\omega'\} \to \{\text{классы Фиттинга}\}. \qquad (1)$$

Функции $f$ сопоставляют класс групп

$$CR_{\omega}(f) = (G \mid O^{\omega}(G) \in f(\omega') \text{ и } C_p(G) \in f(p) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(\mathrm{Com}(G))),$$

где $\mathrm{Com}(G)$ — класс всех абелевых простых групп $A$ таких, что $A \cong H/K$ для некоторого композиционного фактора $H/K$ группы $G$.

Если класс Фиттинга таков, что $\mathfrak{F} = CR_{\omega}(f)$ для некоторой функции $f$ вида (1), то $\mathfrak{F}$ называют $\omega$-композиционным классом Фиттинга с $\omega$-композиционной $H$-функцией $f$ (см. [4]).

Относительно включения $\subseteq$ множество всех $\omega$-композиционных классов Фиттинга $c_{\omega}$ является полной решеткой.

Пусть $\{f_i \mid i \in I\}$ — набор всех $\omega$-композиционных $H$-функций класса Фиттинга $\mathfrak{F}$. Тогда $f = \bigcap_{i \in I} f_i$ является $\omega$-композиционной $H$-функцией класса Фиттинга $\mathfrak{F}$, называемой *минимальной* [4].

Символ $c_{\omega}\mathrm{fit}(\mathfrak{X})$ обозначает наименьший $\omega$-композиционный класс Фиттинга, содержащий $\mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X}$ — произвольная совокупность групп. В частности, $\mathrm{fit}(\mathfrak{X})$ — наименьший класс Фиттинга, содержащий совокупность групп $\mathfrak{X}$.

Символом $\vee(f_i \mid i \in I)$ обозначают такую $\omega$-композиционную $H$-функцию $f$, что

$$f(a) = \mathrm{fit}\left(\bigcup_{i \in I}\Big(f_i(a)\Big)\right) \text{ для всех } a \in \omega \cup \{\omega'\}.$$

Для произвольной совокупности $\omega$-композиционных классов Фиттинга $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ полагают

$$\vee^{\omega_c}(\mathfrak{F}_i \mid i \in I) = c_{\omega}\mathrm{fit}\left(\bigcup_{i \in I} \mathfrak{F}_i\right).$$

Символом $\mathrm{Supp}(f)$ обозначается носитель композиционной $H$-функции $f$ и $\mathrm{Supp}(f) = \{a \in \omega \cup \{\omega'\} \mid f(a) \neq \varnothing\}$.

Основной результат представляет следующая

**Теорема.** Пусть $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{F}$ — классы Фиттинга с минимальными $\omega$-композиционными $H$-функциями $x$, $y$, $f$ соответственно. Если $\omega$-композиционные $H$-функции таковы, что $x \leq f$ и $x(a) \vee y(a) = \mathrm{s}_n\{G \mid G = G_{x(a)}G_{y(a)}\}$ для всех $a \in \mathrm{Supp}(x) \cap \mathrm{Supp}(y)$, то $(\mathfrak{X} \vee^{\omega_c} \mathfrak{H}) \cap \mathfrak{F} = \mathfrak{X} \vee^{\omega_c} (\mathfrak{H} \cap \mathfrak{F})$.

**Литература.** [1] А. Н. Скиба. Алгебра формаций. Ми.: Беларуская навука, 1997. [2] Н. Н. Воробьев. Алгебра классов конечных групп. Витебск: ВГУ имени П.М. Машерова, 2012. [3] А. Н. Скиба, Л. А. Шеметков, Кратно $\omega$-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп. Математические труды, 2 (2) (1999), 114–147. [4] В. А. Ведерников, М. М. Сорокина, $\Omega$-расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп. Дискретная математика, 13 (3) (2001), 125–144.

Витебский государственный университет имени П.М.Машерова

*e-mail: vornic2001@mail.ru, anyafilim@gmail.com*

**Н. Т. Воробьев, Т. Б. Василевич** (Витебск, Беларусь)

## О главных факторах, покрываемых инъекторами частично $\pi$-разрешимой группы

Все рассматриваемые группы в настоящей работе конечны. В определениях и обозначениях следуем [1, 2]. Пусть $\mathbb{P}$ — множество всех простых чисел, $\pi \subseteq \mathbb{P}$ и $\pi^{'} = \mathbb{P} \backslash \pi$. Напомним, что *секцией* группы $G$ называется факторгруппа ее некоторой подгруппы. Подгруппа $V$ *покрывает* (*изолирует*) секцию $H/K$, если $H \subseteq VK$ (соответственно $V \cap H \subseteq K$) [3, с. 249].

В теории классов Фиттинга известен результат Хартли [4, лемма 1(4)] о том, что $\mathfrak{F}$-инъектор $V$ разрешимой группы $G$ либо покрывает, либо изолирует каждый главный фактор группы $G$. Напомним, что класс групп $\mathfrak{F}$ называют *классом Фиттинга*, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Из определения класса Фиттинга следует, что для каждого непустого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ любая группа $G$ имеет единственную максимальную нормальную $\mathfrak{F}$-подгруппу, которую называют *$\mathfrak{F}$-радикалом* $G$ и обозначают $G_{\mathfrak{F}}$.

Если $\mathfrak{F}$ — непустой класс Фиттинга, то подгруппа $V$ группы $G$ называется:

(1) *$\mathfrak{F}$-максимальной*, если $V \in \mathfrak{F}$ и $U = V$ при условии, что $V \leqslant U \leqslant G$ и $U \in \mathfrak{F}$;

(2) *$\mathfrak{F}$-инъектором*, если $V \cap K$ является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой $K$ для всякой субнормальной подгруппы $K$ группы $G$.