

(ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ФРАГМЕНТ)

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 517.544

АЛЕХНО

АЛЕКСАНДР ГРИГОРЬЕВИЧ

**КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ С БЕСКОНЕЧНЫМ ИНДЕКСОМ
И НЕКОТОРЫЕ ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**

01.01.01 – математический анализ

**Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук**

Минск, 2005

Работа выполнена в Белорусском государственном университете

Научный консультант – доктор физико-математических наук,
профессор Зверович Эдмунд Иванович,
Белорусский государственный университет,
кафедра теории функций.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Антоневиц Анатолий Борисович,
Белорусский государственный университет,
кафедра функционального анализа;

доктор физико-математических наук,
профессор Солдатов Александр Павлович,
Белгородский государственный университет,
кафедра математического анализа;

доктор физико-математических наук,
доцент Старовойтов Александр Павлович,
Гомельский государственный университет,
кафедра математического анализа.

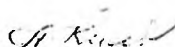
Оппонирующая организация: - Казанский государственный университет.

Защита состоится 22 апреля 2005 года в 10 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном университете по адресу: 220050, г.Минск, пр. Ф.Скорины, 4, главный корпус, ауд. 334, тел. ученого секретаря: 209-55-58.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан «21» марта 2005 года.

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций
доктор физико-математических наук,
профессор



А.А. Килбас

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. В предисловии к третьему изданию монографии "Краевые задачи" академик Ф.Д. Гахов указал, что теория краевых задач с бесконечным индексом является "новой, принципиально важной и имеющей перспективу дальнейшего развития дисциплиной". Основополагающие результаты Н.В. Говорова относятся к краевой задаче Римана

$$\Phi'(t) = G(t)\Phi^{-}(t) + g(t), \quad t \in L, \quad (1)$$

когда L есть луч $[1, \infty)$ действительной оси, а заданные функции $G(t)$, $g(t)$ подчинены при $\rho_j(t) = \rho$ условиям:

$$\arg G(t) = 2\pi\varphi_j(t)|t|^{\rho_j(\varphi_j)}, \quad 0 < \rho_j < \infty, \quad \varphi_j(t) \in H(\mu_j), \quad \varphi_j(\infty) = \lambda_j \neq 0, \quad (2)$$

$$\ln|G(t)|, g(t) \in H, \quad g(\infty) = 0. \quad (3)$$

С помощью канонической функции

$$X(z) = \exp\left\{\frac{z^{q+1}}{2\pi i} \int_L \frac{\ln G(\tau) d\tau}{\tau^{q+1}(\tau-z)}\right\}, \quad q = [\rho] \quad (4)$$

он получил общее решение однодальной задачи Римана в виде

$$\Phi(z) = X(z)F(z), \quad (5)$$

где $F(z)$ - некоторая целая функция, и свел задачу к изучению свойств целых функций, которым по формуле (5) отвечают ограниченные решения. Эти результаты, составляющие завершённую теорию краевой задачи Римана с бесконечным индексом степенного порядка в случае одностороннего завихрения, изложены в его монографии «Краевая задача Римана с бесконечным индексом», переведённой на английский язык.

Разработанные Н.В. Говоровым методы успешно применяются во всех исследованиях по краевым задачам и сингулярным интегральным уравнениям (СИУ) с бесконечным индексом, а также плодотворно используются для решения задач в других областях теории аналитических функций. Наиболее важным приложением этого метода является данное Н.В. Говоровым решение проблемы Пэйли о росте модуля целой функции конечного порядка.

После в 1964 году Н.В. Говоровым исследования продолжены в различных направлениях в работах П.Ю.Алекна, А.Г.Алехно, Ф.Д.Берковича, Ф.Н.Гарифьянова, С.М. Грудского, Е.А.Данилова, М.В. Дубатовской, В.Б.Дыбина, М.И.Журавлевой, Б.А.Каца, Е.М.Коньшковой, Г.В.Кухарчука, В.Н.Монахова и Е.В.Семенко, Пуген Тын Тханя и О.И.Маричева, И.В.Островского, С.А.Плакса, С.В.Рогозина, Р.Б. Салимова и П.Л. Шабалина, И.Е.Сандригайло, Л.Н.Скомаха, М.Э.Толочко, Л.И.Чибриковой, П.Г.Юрова, С. И.Яцко, в которых теория краевых задач и СИУ с бесконечным индексом получила широкое развитие и пополнилась рядом новых важных результатов.

Однако эта теория еще далека от завершения, и многие ее задачи представляют несомненный интерес для дальнейшего исследования.

Нелинейная краевая задача

$$\Phi^+(t)\Phi^-(t) = G(t), \quad t \in L \setminus \{\infty\} \quad (6)$$

рассмотрена впервые Г.П. Черспаповым, который свел к ней некоторые упругопластические задачи в условиях антиплоской деформации. Исследование задачи (6) было продолжено в работах Н.В. Говорова и Н.К. Кузнецова, В.В. Кашевского, Л.П. Примачука, Г.Г. Чаевского, причем В.В.Кашевским на специального типа гладком замкнутом контуре L установлена зависимость множества ограниченных решений задачи (6) от целых функций вида $F(z) = \exp(P(z))$, где $P(z)$ - многочлен, зависящий от расположения контура L в окрестности узловой точки $t = \infty$. Отметим, что для задачи (6) найдены только те решения, которые имеют конечное множество нулей. Поэтому актуален вопрос об описании всех ограниченных решений задачи (6) для произвольного кусочно-гладкого контура. При решении этого вопроса естественное применение нашли результаты, полученные автором при исследовании задачи Римана с точкой многостороннего завихрения.

Укажем, что значительный вклад в развитие различных направлений теории краевых задач с бесконечным индексом внесли белорусские математики В.В.Кашевский, Г.В.Кухарчук, М.В. Дубатовская, С.В.Рогозин, М.Э.Толочко, И.Е.Сандригайло.

Поскольку в диссертации изучаются краевые задачи с бесконечным индексом, то в силу вышесказанного тема ее представляется актуальной и важной.

Связь работы с крупными научными программами и темами. Работа выполнена на кафедре теории функций Белорусского государственного университета в рамках темы «Специальные функции, интегральные преобразования и их приложения» государственной программы фундаментальных исследований «Исследования основных математических структур и проблемы математического моделирования» (шифр «Математические структуры», рег. № 20011679) и научно-исследовательской работы «Методы краевых задач и особых интегральных уравнений и их приложения» (2004-2006г.г., рег. № 20041001).

Цель и задачи исследования. Построение общего решения в классе ограниченных кусочно-аналитических функций краевой задачи Римана с бесконечным индексом при уточненном порядке в случае многостороннего завихрения, когда контур L состоит из m уходящих в бесконечность лучей L_j , на каждой из которых заданы соотношения (2). Решение задачи Римана и характеристического СИУ с коэффициентами, имеющими разрыв второго рода. Получение условий разрешимости нелинейной задачи (6) на произвольном замкнутом кусочно-гладком контуре и описание множества ее ограниченных решений.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются линейные и нелинейные краевые задачи для аналитических функций и функции, аналитические в угловой области. Предмет исследования – установление условий разрешимости и получение общего решения краевых задач, а также их приложение к построению аналитических функций с заданными свойствами.

Методология и методы проведения исследования. При получении и обосновании результатов диссертации используются методы теории функций комплексной переменной, теории краевых задач и СИУ, теории целых функций и функций, имеющих вполне регулярный рост (в.р.р.) в угловых областях, метод исследования интеграла типа Коши с плотностью, зависящей от уточненного порядка, и метод построения специальной краевой задачи, решение которой обладает заданными свойствами.

Научная новизна и значимость полученных результатов. Все результаты диссертации являются новыми. Впервые проведено полное исследование краевой задачи Римана с бесконечным индексом при уточненном порядке в случае многостороннего завихрения и задачи Римана с коэффициентом, имеющим разрыв второго рода в узловой точке контура. Впервые получены условия разрешимости нелинейной краевой задачи (6) на произвольном замкнутом кусочно-гладком контуре и при их выполнении дано описание множества всех ее ограниченных решений. Конкретизируем полученные результаты:

- доказана в.р.р. в угловых областях канонической функции задачи Римана, которая выражается через интеграл типа Коши с плотностью, зависящей от произвольного уточненного порядка;

- указаны необходимые условия разрешимости в классе ограниченных кусочно-аналитических функций однородной задачи Римана с бесконечным индексом произвольного уточненного порядка в случае многостороннего завихрения и выявлена их зависимость от порядков завихрения ρ_j , коэффициентов λ_j и углов β_j , под которыми лучи L_j уходят в бесконечность;

- получены достаточные условия разрешимости однородной задачи Римана в классе B и при их выполнении построено ее общее решение; на примерах проиллюстрирована зависимость условий разрешимости от показателя Гельдера μ_j из соотношений (2); приведен пример задачи Римана с коэффициентом, имеющим двустороннее завихрение, которая имеет единственное нетривиальное ограниченное решение, и выписано это решение;

- установлен критерий разрешимости однородной задачи Римана с неопределенно бесконечным индексом, позволяющий получить все ее ограниченные решения из общего решения некоторой задачи Римана с плюско-бесконечным индексом;

- построено общее решение однородной задачи Римана в классе B и классе B_σ кусочно-аналитических функций, имеющих в.р.р. при заданном порядке σ ;

- в случае разрешимости в классе B однородной задачи Римана указаны условия на свободный член $g(t)$, при выполнении которых разрешима соответствующая неоднородная задача с бесконечным индексом произвольного степенного порядка ρ ; если однородная задача не имеет ограниченных решений, то получены достаточные условия разрешимости неоднородной задачи и в случае минус-бесконечного индекса доказана их необходимость; при выполнении установленных условий разрешимости общее решение неоднородной задачи построено в замкнутом виде;

- для задачи Римана с коэффициентом, имеющим разрыв второго рода, установлены необходимые и достаточные условия разрешимости в классе кусочно-аналитических функций, имеющих заданный индикатор, и получено ее общее решение; построена аналитическая в угловой области функция, имеющая в ней заданный индикатор при уточненном порядке $\rho(r)$, которая является решением однородной задачи Римана со специально подобранным коэффициентом $G(t)$, имеющим разрыв второго рода; получены достаточные условия существования аналитической в угловой области функции с заданными индикатором и нижним индикатором;

- установлена равносильность характеристического СИУ с коэффициентами, имеющими разрыв второго рода, и соответствующей задачи Римана в указанных классах функций; получены условия разрешимости и построено общее решение характеристического СИУ;

- указаны достаточные условия разрешимости в классе ограниченных кусочно-аналитических функций нелинейной краевой задачи (6) на произвольном кусочно-гладком замкнутом контуре L , имеющем конечное число точек самопересечения, и построено ее общее решение, зависящее от семейства целых функций, полное описание которого дано; приведены примеры нетривиальных решений задачи (6) с коэффициентом $G(t) \equiv 1$, имеющих счетное множество нулей, сходящихся к узловой точке контура.

Все основные результаты диссертации являются новыми, но некоторые их частные случаи были известны ранее.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Работа имеет теоретический характер. Полученные в ней результаты по крайевым задачам с коэффициентами, имеющими разрыв второго рода, и разработанные методы их исследования могут быть применены при изучении новых типов крайевых задач для аналитических функций и СИУ, а также в теории целых функций и функций, аналитических в угловых областях.

Результаты диссертации могут быть использованы в научных коллективах, занимающихся исследованиями в области крайевых задач для

аналитических функций и теории целых функций, в частности в Белорусском, Казанском, Новосибирском, Одесском, Ростовском, Харьковском университетах.

Некоторые идеи, методы и результаты уже использованы в работах по указанной тематике.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту. Условия разрешимости и построение в замкнутом виде общего решения в классе ограниченных аналитических функций краевой задачи Римана с бесконечным индексом произвольного уточненного порядка в случае многостороннего завихрения.

Решение задачи Римана и характеристического СИУ с различного типа коэффициентами, имеющими разрыв второго рода. Построение аналитической в угловой области функции по заданному индикатору.

Условия разрешимости в классе ограниченных аналитических функций нелинейной краевой задачи (6) на произвольном кусочно-гладком замкнутом контуре и построение в замкнутом виде ее общего решения.

Личный вклад соискателя. Все результаты диссертации получены лично автором.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертации докладывались: на Международной конференции по комплексному анализу и приложениям (Варпа, 1987г.), на Международном симпозиуме по механике сплошной среды и родственным проблемам анализа (Тбилиси, 1991г.), на Международной математической конференции, посвященной 200-летию со дня рождения Н.И. Лобачевского (Минск, 1992), на Международных конференциях "Красивые задачи, специальные функции и дробное исчисление" (Минск, 1996), АМАДЕ (Минск, 1999, 2001, 2003 г.), на конференции по комплексному анализу и дифференциальным уравнениям (Черноголовка, 1989г.), на заседании Всесоюзной школы по теории операторов в функциональных пространствах (Нижний Новгород, 1991г.), школы-семинара "Качественная теория дифференциальных уравнений гидродинамики" (Красноярск, 1992г.), на конференциях математиков Беларуси (Гродно, 1981, 1992г., Минск, 1996, 2000г.), на Республиканской научно-практической конференции, посвященной 25-летию ФПМ Белгосуниверситета (Минск, 1995), на конференциях "Линейные операторы в функциональных пространствах" (Грозный, 1989г.), "Краевые задачи и их спектральные вопросы для дифференциальных уравнений" (Алма - Ата, 1991г.), "Современные методы в теории краевых задач" (Воронеж, 1992г.), "Геометрическая теория функций и краевые задачи" (Казань, 2002г.), на расширенных заседаниях семинара им.Ф.Д.Гахова (Минск, 1981, 1986, 1991г.), и семинара института прикладной математики им. И.Н. Векуа (Тбилиси, 1985, 1988, 1990г.), на семинаре "Краевые задачи и целые функции", посвященном 60-летию со дня

рождения И.В.Говорова (Краснодар, 1988г.), на республиканском семинаре по теории целых и субгармонических функций и ее приложениям (Харьков, 1990г.).

С сообщениями о результатах диссертации автор выступал на семинарах: Белорусского математического общества (рук. академик И.В. Гайшун), отдела уравнений с частными производными Математического института им. В.А.Стеклова РАН (рук. член-кор. РАН А.В. Бицадзе), кафедры общей математики факультета ВмиК МГУ (рук. академик В.А. Ильин, член-кор. РАН А.В. Бицадзе, проф. Е.И. Моисеев), кафедры математического анализа МГУ (рук. проф. Ю.А. Казьмин), (рук. проф. В.И. Гаврилов), кафедры теории функций МГУ (рук. проф. Е.П.Долженко и Б.В.Шабат), кафедры теории функций Харьковского госуниверситета (рук. член-кор. АН Украины И.В.Островский), Одесском городском по краевым задачам и интегральным уравнениям (рук. проф. Г.С.Литвинчук), кафедры математического анализа Казанского университета (рук. проф. Л.А.Аксентьев, С.Р.Пасыров), механико-математического факультета Белорусского госуниверситета (рук. проф. П.П. Забрейко, Я.В. Радьно, Н.И. Юрчук).

Результаты диссертации неоднократно докладывались и обсуждались на Минском городском семинаре по красивым задачам им. Ф.Д. Гахова (рук. проф. Э.И.Зверович).

Опубликованность результатов. Результаты диссертации опубликованы в 39 научных работах: 25 статьях в научных журналах, 2 статьях в рецензируемых сборниках и 12 тезисах докладов. Общий объем опубликованных материалов составляет 148 страниц.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованных источников, содержащего 196 наименований. Общий объем -193 страницы машинописного текста.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приведена классическая постановка краевой задачи Римана для аналитических функций и указаны различные направления ее обобщения. Сформулирована красивая задача Римана с бесконечным индексом в постановке Н.В.Говорова. Отмечено ее принципиальное отличие от ранее изучавшихся задач и обоснована необходимость проведения исследований по красивым задачам с бесконечным индексом.

В первой главе дан обзор литературы по красивым задачам с бесконечным индексом, проведен анализ известных результатов и обоснован выбор темы диссертации.

Методы, разработанные в диссертации, и ее результаты могут быть использованы при теоретических исследованиях в таких математических дисциплинах как краевые задачи для аналитических функций, теория целых функций и функций, аналитических в угловых областях, при исследовании СИУ, а также при решении некоторых задач механики сплошной среды и теории упругости.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

Статьи:

1. Алехно А.Г. Краевая задача Римана с бесконечным индексом в случае многостороннего завихрения // Докл. АН БССР.-1981. - Т.25, N 8. - С.681-684.
2. Алехно А.Г. Однородная задача Римана с точкой многостороннего завихрения в исключительном случае // Докл. АН БССР. – 1983 - Т.27, N 1. - С.13-16.
3. Алехно А.Г. О разрешимости неоднородной задачи Римана с точкой многостороннего завихрения // Докл. АН БССР. – 1984. - Т.28, N 8. - С.688-691.
4. Алехно А.Г. Характеристическое сингулярное интегральное уравнение с точкой многостороннего завихрения // Докл. расширенных заседаний ИМП им. И.Н.Векуа. - Тбилиси, 1985. - Т.1, N 1. - С.25-28.
5. Алехно А.Г. Однородная краевая задача Римана с бесконечным индексом произвольного степенного порядка // Докл. АН БССР. -1988. - Т.32, N 2. - С.112-115.
6. Алехно А.Г. О разрешимости характеристического сингулярного интегрального уравнения с бесконечным индексом // Дифференциальные уравнения. – 1988. - Т.24, №10. - С.1805-1811.
7. Алехно А.Г. Краевая задача Римана в случае счетного множества разрывов ее коэффициента // Докл. расширенных заседаний ИМП им. И.Н.Векуа. - Тбилиси, 1988. - Т.3, N 1. - С.17-20.
8. Алехно А.Г. Однородная задача Римана с коэффициентом, имеющим разрыв второго рода // Известия вузов. Математика. – 1990. - N 2. - С.29-34.
9. Алехно А.Г. Краевая задача Римана в классе аналитических функций с заданным индикатором // Докл. расширенных заседаний ИМП им. И.Н.Векуа. - Тбилиси, 1990. - Т.5, N 1. - С.14-17.
10. Алехно А.Г. О разрешимости однородной краевой задачи Римана с бесконечным индексом // Докл. АН Беларуси. – 1997. - Т.41, N2.- С.37-44.

- 11.Алехно А.Г. Красвыя задачы з бесконечным індэксам і некаторыя іх прыложэння // Вестні АН Беларусі. Сер.фіз.-мат.наук. -1997. - N 2.-С.131.
- 12.Алехно А.Г. О краевой задаче Римана с коэффициентом, имеющим произвольное конечно колебание аргумента // Вестник БГУ. Сер.1.-1997. - N 3. -С.46-49.
- 13.Алехно А.Г. Неоднородная краевая задача Римана с бесконечным индексом в случае многостороннего завихрения // Докл. АН Беларуси. -1997. - Т.41, N 5. -С.38-46.
- 14.Alehno A.G. The Riemann homogeneous boundary value problem in the class of analytic functions with the given indicator under the entire order // Mathematical Modeling and Complex Analysis. - Wilnius, 1998. - N260. - С.75-80.
- 15.Алехно А.Г. Однородная краевая задача Римана с бесконечным индексом в классе функций вполне регулярного роста // Докл. АН Беларуси. -1998. - Т.42, N 4. -С.18-23.
- 16.Алехно А.Г. Об одной нелинейной краевой задаче сопряжения для луча // Докл. НАН Беларуси. – 1999. Т.43, N1.- С.26-29.
- 17.Алехно А.Г. Об одной нелинейной задаче сопряжения для замкнутого кусочно-гладкого контура // Доклады НАН Беларуси. – 1999. - Т.43, № 6. – С.19-22.
- 18.Алехно А.Г. Критерий разрешимости однородной краевой задачи Римана с неопределенно бесконечным индексом // Труды института математики НАН Беларуси. – 2000. - Т.5. – С.7-12.
- 19.Алехно А.Г. Условия разрешимости краевой задачи Римана с бесконечным индексом логарифмического порядка // Докл. НАН Беларуси. – 2000. - Т.44, № 4. – С. 14-17.
- 20.Алехно А.Г. Построение аналитической в угловой области функции по заданному индикатору // Докл. НАН Беларуси. – 2001. - Т.45, № 5. – С. 16-19.
- 21.Алехно А.Г. Необходимые условия разрешимости однородной краевой задачи Римана с бесконечным индексом // Труды института математики НАН Беларуси. – 2001. - Т.9. – С.16-19.
- 22.Алехно А.Г. Достаточные условия разрешимости однородной краевой задачи Римана с бесконечным индексом // Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. - Казань. – 2002. - Т.14. – С.71-77.
- 23.Алехно А.Г. Однородная краевая задача Римана с коэффициентом, имеющим разрыв второго рода // Докл. НАН Беларуси. – 2002. - Т.46, № 5. – С. 5-8.
- 24.Алехно А.Г. Красвая задача Римана с разрывным коэффициентом на луче // Труды института математики. Минск. – 2004. - Т.12, №1. – С.13-16.

- 25.Алехно А.Г. Существование аналитической в угловой области функции с заданными индикатором и нижним индикатором // Докл. НАН Беларуси. - 2004. - Т.48, №6. – С.5-9.

Статьи в сборниках:

- 26.Алехно А.Г. Однородная краевая задача Римана с точкой многостороннего завихрения в случае разрывного коэффициента // Сб. Научные труды юбилейного семинара по красивым задачам. - Минск: Университетское, 1985. - С.143-146.
- 27.Алехно А.Г. Об одной нелинейной краевой задаче на простом замкнутом кусочно-гладком контуре с одной угловой точкой // Труды Междунар. конф., "Краевые задачи, специальные функции и дробное исчисление" - Минск, 1996. -С.9-19.

Тезисы:

- 28.Алехно А.Г. Краевая задача Римана с бесконечным индексом произвольного степенного порядка // International conference on complex analysis and applications, Varna, May 10-16, 1987. Sammaries / - Varna, 1987. - С.91.
- 29.Алехно А.Г. Об одном сингулярном интегральном уравнении с бесконечным индексом // Линейные операторы в функциональных пространствах: Тез. докл. Северокавказской региональной конф. / - Грозный, 1989. - С.4-5.
- 30.Алехно А.Г. Об одной нелинейной краевой задаче для аналитических функций //Тез. докл. конф. "Краевые задачи и их спектральные вопросы для дифференциальных уравнений", Алма-Ата, 22-25 мая 1991г. / - Алма-Ата, 1991. - С.7.
- 31.Алехно А.Г. О построении аналитической внутри угла функции по заданному индикатору // Конф. математиков Беларуси, Гродно, 29 сентября – 2 октября 1992г. Тез. докл. /- Гродно, 1992. Часть 2. - С.40.
- 32.Алехно А.Г. О единственности ограниченного решения однородной задачи Римана с коэффициентом, имеющим разрыв второго рода // Конф. математиков Беларуси, Гродно, 29 сентября – 2 октября 1992г. Тез. докл./- Гродно, 1992. Часть 2. - С.41.
- 33.Алехно А.Г. Об одной нелинейной краевой задаче для замкнутого кусочно-гладкого контура // Междунар. матем. конф., посвященная 200-летию со дня рождения Н.И.Лобачевского. Минск, 4-8 декабря 1992г. Тез. докл. / - Минск, 1993. Часть 2. - С.3.

- 34.Алехно А.Г. Об одной пелипейной краевой задаче для луча // Тез. докл. Республиканской научно-практической конф., посвященной 25-летию ФПМ Белгосуниверситета. / - Минск, 1995. - С.5.
- 35.Алехно А.Г. О разрешимости однородной задачи Римана с неопределенно бесконечным индексом // Междунар. конф. "Краевые задачи, специальные функции и дробное исчисление", посвященная 90-летию со дня рождения академика Ф.Д. Гахов, Минск, 16-20 февраля 1996г. / - Минск, 1996. -С.10.
- 36.Алехно А.Г. Краевая задача Римана с коэффициентом, имеющим колебание аргумента произвольной конечной амплитуды // VII Белорусская матем. конф., Минск, 18-22 ноября 1996г. Тез. докл. / - Минск, 1996. Часть 2. - С.4,5.
- 37.Алехно А.Г. Условия единственности решения характеристического сингулярного интегрального уравнения с бесконечным индексом логарифмического порядка // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений. Тез. докл. междунар. конф., 14-18 сентября 1999г. / - Минск, 1999. - С.24-25.
- 38.Алехно А.Г. Однородная краевая задача Римана с бесконечным индексом для контура Ляпунова // VIII Белорусская матем. конф., Минск, 19-24 июня 2000г. Тез. докл. / - Минск, 2000. Часть 1. - С.10.
- 39.Алехно А.Г. Однородная краевая задача Римана с коэффициентом, имеющим разрыв второго рода на контуре Ляпунова // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений. Тез. докл. междунар. конф., 15-19 февраля 2001г. / - Минск, 2001. -С.16.

РЕЗЮМЕ

Алехно Александр Григорьевич

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ С БЕСКОНЕЧНЫМ ИНДЕКСОМ И НЕКОТОРЫЕ ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Ключевые слова: краевые задачи для аналитических функций, бесконечный индекс, интеграл типа Коши, целые и ограниченные аналитические в угловых областях функции.

Объект исследования. Краевая задача Римана с бесконечным индексом произвольного уточненного порядка и с коэффициентом, имеющим разрыв второго рода, нелинейная краевая задача $\Phi'(t)\Phi(t) = G(t)$ на замкнутом кусочно-гладком контуре.

Цель работы. Установление условий разрешимости и построение общего решения в классе ограниченных аналитических функций указанных краевых задач.

Методы исследования. При обосновании результатов диссертации используются методы теории краевых задач, теории целых функций и функций, имеющих вполне регулярный рост в угловых областях.

Полученные результаты. Построена завершенная теория однородной краевой задачи Римана с бесконечным индексом произвольного уточненного порядка в случае многостороннего завихрения и исследована неоднородная задача. Найдены условия разрешимости и получено в замкнутом виде общее решение задачи Римана с различного типа коэффициентами, имеющими разрыв второго рода. Построена аналитическая в угловой области функция, имеющая в ней заданный индикатор при уточненном порядке. Указаны достаточные условия разрешимости в классе ограниченных функций нелинейной краевой задачи и найдено ее общее решение, зависящее от семейства целых функций, полное описание которого получено.

Степень использования и область применения. Методы и результаты диссертации могут быть применены при изучении новых типов краевых задач для аналитических функций, в теории целых функций и функций, аналитических в угловых областях, а также при решении некоторых задач механики.

РЭЗЮМЭ

Аляхно Аляксандр Рыгоровіч

КРАЙОВЫЕ ЗАДАЧИ С БЕСКОНЕЧНЫМ ИНДЕКСАМ И НЕКОТОРЫЕ ИХ ПРИМЯНЕНИЯ

Ключавыя словы: крайвыя задачы для аналітычных функцый, бясконцы індэкс, інтэграл тыпа Каны, цэлыя і абмежаваныя аналітычныя ў вуглавым абсягу функцыі.

Аб'ект даследавання. Крайвая задача з бясконцым індэксам адвольнага ўдакладненага парадку і з каэфіцыентам, які мае разрыў другога роду, нелінейная крайвая задача $\Phi^+(t)\Phi^-(t) = G(t)$ на замкнёным кавалкава-гладкім контуры.

Мэта работы. Атрыманне ўмоў развязальнасці і пабудова агульнага рашэння ў класе абмежаваных аналітычных функцый указаных крайвых задач.

Метады даследавання. Пры абгрунтаванні вынікаў дысертцыі выкарыстоўваюцца метады тэорыі крайвых задач, тэорыі цэлых функцый і функцый, якія маюць цалкам рэгулярны рост у вуглавых абсягах.

Атрыманыя вынікі. Пабудавана завершаная тэорыя крайвой задачы Римана з бясконцым індэксам адвольнага ўдакладненага парадку ў выпадку мнагастаронняга завіхрэння і даследавана неаднародная задача. Знойдзены

умови розв'язальності і атримана ў замкнутой форме агульнае рашэнне задачы Рымана з каэфіцыентам, які мае разрыў другога роду. Пабудавана аналітычная ў вуглавым абсягу функцыя, якая мае ў ім зададзены індикатар пры удакладненым парадку. Указаны дастатковыя умовы разв'язальнасці ў класе абмежаваных функцый нелінейнай краёвой задачы і знойдзена яе агульнае рашэнне, якое залежыць ад сям'і цэлых функцый, апісанне якой атримана.

Ступень выкарыстання і галіны ужывання. Метады і вынікі дысертацыі могуць быць скарыстоўваны пры вывучэнні новых тыпаў краёвых задач для аналітычных функцый, у тэорыі цэлых функцый і функцый, аналітычных у вуглавых абсягах, а таксама пры рашэнні некаторых задач механікі.

SUMMARY

Alechno Aleksandr Grigoricvich

BOUNDARY VALUE PROBLEMS WITH INFINITE INDEX AND SOME APPLICATIONS

Key words: boundary value problems for analytic functions, infinite index, Cauchy-type integral, entire functions and bounded functions analytic in angular domains.

The objects of research. Receiving conditions of solvability of the Riemann boundary value problems with infinite index and a coefficient discontinuous of the second kind, nonlinear boundary value problem $\Phi'(t)\Phi(t) = G(t)$ on closed piecewise smooth contour.

Aim of research. The purpose of work is the construction of general solution for the boundary value problems in the space of bounded analytic functions.

Methods of research. The methods developed in dissertation are based on the theory of boundary value problems, theory of entire functions and functions with totally regular growth in angular domains.

The results obtained. The theory of the Riemann homogeneous boundary value problem with infinite index of specified order is constructed in the case of multilateral vorticity and the non-homogeneous problem is investigated. The solvability conditions and solution in closed form are given for the Riemann problem with various coefficients discontinuous of the second kind. It is constructed a function analytic in angular domain with the given indicator in this domain under proximate order. For the nonlinear boundary value problem sufficient solvability conditions in the space of bounded functions are proved and the characterisation of general solution is given in terms of the set of entire functions.

The scale of use and fields of applications. Methods and results can be caused in studying new boundary value problems for analytic functions, in the theory

of entire functions and functions analytic in angular domains as well as in solving some problems in mechanics.