В программе используются простые типы и динамические массивы (mass: array of integer), структура данных которых представляют наборы компонентов (элементов массива), расположенных в памяти непосредственно друг за другом с адресацией по числовым индексам. Проект содержит защитную конструкцию с выводом соответствующего сообщения при некорректном вводе исходных данных.

В результате проделанной работы создано приложение, которое демонстрирует основные приемы работы с базовыми компонентами и разными типами данных. Проект может быть учебным примером при изучении совокупности понятий и идей объектно-ориентированного программирования.

1. Архангельский, А.Я. Программирование в Delphi: учебник по классическим версиям Delphi / А.Я. Архангельский. – Москва: Бином, 2008. – 1154 с.
2. Бобровский, С.И. Delphi 7: учебный курс / С.И. Бобровский. – Санкт-Петербур : Питер, 2008. – 736 с.
3. Фаронов, В.В. Delphi. Программирование на языке высокого уровня: учебник для вузов / В.В. Фаронов. – СПб.: Питер, 2007, 2010. – 540 с.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПРЕДСТАВИМОСТИ ПОЛИНОМА ВОСЬМОЙ СТЕПЕНИ В ВИДЕ КОМПОЗИЦИИ ПОЛИНОМОВ МЕНЬШИХ СТЕПЕНЕЙ

Чернявский М.М.[1], Грицкевич Н.С.[2],

[1]молодой ученый и [2]студент 3 курса ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

*Научный руководитель – **Трубников Ю.В.,** доктор физ.-мат. наук, профессор*

Ключевые слова. Композиция полиномов, восьмая степень, разрешимость в радикалах, аналитическое решение, точные формулы.

Keywords. Composition of polynomials, eighth degree, solvability in radicals, analytical solution, exact formulas.

Задача о возможности представления полинома заданной степени в виде композиции (суперпозиции) полиномов меньших степеней является классической. Известны некоторые разработанные машинные алгоритмы декомпозиции полиномов с целыми коэффициентами [1, 2]. Прежде чем приступать к декомпозиции, первоначально необходимо установить факт наличия какой-либо композиции, что само по себе затруднительно. Поэтому практическую ценность представляют аналитические условия связи между коэффициентами полинома, при выполнении которых полином имеет заданную композиционную структуру. Еще более ценны формулы непосредственного перехода от коэффициентов исходного полинома к коэффициентам полиномов меньших степеней, составляющих композицию, однако их получение требует большого числа преобразований в символьном виде. Поэтому данное направление стало активно развиваться только в XXI века с ростом вычислительных возможностей компьютерной техники. Так, например, Ю.В. Трубниковым и В.В. Юргеласом получены явные условия представимости полиномов шестой степени в виде композиции полиномов второй и третьей степеней [3].

Цель настоящего исследования – получить необходимые и достаточные условия представимости полинома восьмой степени в виде композиции полиномов второй и четвертой степеней.

Материал и методы. Материалом исследования являются алгебраические полиномы комплексного аргумента восьмой степени, являющиеся композицией полиномов меньших степеней. Методы исследования – методы алгебры с использованием системы компьютерной математики *Maple* 2021.

Результаты и их обсуждение. Рассмотрим задачу о представимости полинома комплексного аргумента восьмой степени

$$P_8(z) = z^8 + a_1 z^7 + a_2 z^6 + a_3 z^5 + a_4 z^4 + a_5 z^3 + a_6 z^2 + a_7 z + a_8 \tag{1}$$

в виде тройной композиции

$$P_8(z)=f\left[f\left(f(z)\right)\right], \tag{2}$$

где $f(z)=z^2+b_1z+b_2$. В ходе исследования доказаны теоремы следующего вида.

Теорема 1. *Необходимым и достаточным условием представимости полинома (1) в виде (2) являются наличие следующих связей между его коэффициентами:*

$$a_3=-\frac{a_1}{32}\left(7a_1^2-24a_2\right); \tag{3}$$

$$a_4=-\frac{7}{512}a_1^4-\frac{3}{32}a_1^2a_2-\frac{7}{32}a_1^2+\frac{3}{8}a_2^2+\frac{1}{2}a_2; \tag{4}$$

$$a_5=\frac{1}{1024}a_1\left(21a_1^4-128a_1^2a_2-112a_1^2+192a_2^2+256a_2\right); \tag{5}$$

$$a_6=\frac{7}{256}a_1^4+\frac{9}{1024}a_1^4a_2-\frac{3}{64}a_1^2a_2^2-\frac{11}{64}a_1^2a_2+\frac{1}{4}a_2^2+\frac{1}{16}a_2^3; \tag{6}$$

$$a_7=-\frac{1}{32768}a_1\left(3a_1^2-8a_2\right)\left(9a_1^4-48a_1^2a_2-112a_1^2+64a_2^2+256a_2\right); \tag{7}$$

$$a_8=\frac{1}{1048576}\left(3a_1^2+4a_1-8a_2\right)\left(27a_1^6-36a_1^5-216a_1^4a_2-624a_1^4+192a_1^3a_2+576a_1^2a_2^2+832a_1^3+\right.$$
$$\left.+3200a_1^2a_2-256a_1a_2^2-512a_2^3+3072a_1^2-2048a_1a_2-4096a_2^2-4096a_1-8192a_2-32768\right). \tag{8}$$

При этом

$$b_1=\frac{a_1}{4},\quad b_2=\frac{1}{4}a_2-\frac{3}{32}a_1^2-\frac{1}{8}a_1. \tag{9}$$

Доказательство. Правая часть равенства (2) имеет вид

$$f\left[f\left(f(z)\right)\right]=z^8+4b_1z^7+\left(6b_1^2+2b_1+4b_2\right)z^6+2b_1\left(2b_1^2+3b_1+6b_2\right)z^5+$$
$$+\left(b_1^4+6b_1^3+12b_1^2b_2+b_1^2+6b_1b_2+6b_2^2+b_1+2b_2\right)z^4+2b_1\left(b_1^3+2b_1^2b_2+b_1^2+6b_1b_2+6b_2^2+\right.$$
$$\left.+b_1+2b_2\right)z^3+\left(b_1^4+6b_1^3b_2+6b_1^2b_2^2+b_1^3+4b_1^2b_2+6b_1b_2^2+4b_2^3+b_1^2+4b_1b_2+4b_2^2\right)z^2+ \tag{10}$$
$$+b_1\left(b_1+2b_2\right)\left(2b_1b_2+2b_2^2+b_1+2b_2\right)z+b_2\left(b_1^2b_2+2b_1b_2^2+b_2^3+b_1^2+3b_1b_2+2b_2^2+b_1+b_2+1\right).$$

Необходимость. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях z полинома $P_8(z)$ и правой части равенства (10), получим систему уравнений, из непосредственного анализа которой и следуют соотношения (3)–(8).

Достаточность следует из выполнения тождества (2), которое выполняется при подстановке в его левую часть условий (3)–(8), а в правую – условия (9).

Рассмотрим задачу о представимости полинома (1) в виде композиции трех квадратичных полиномов:

$$P_8(z)=f_3\left[f_2\left(f_1(z)\right)\right], \tag{11}$$

где $f_1(z)=z^2+b_1z+b_2,\quad f_2(z)=z^2+c_1z+c_2,\quad f_3(z)=z^2+d_1z+d_2$. Справедлива

Теорема 2. *Необходимым и достаточным условием представимости полинома (1) в виде (11) являются наличие следующих связей между его коэффициентами:*

$$a_3=-\frac{a_1}{32}\left(7a_1^2-24a_2\right); \tag{12}$$

$$a_5=\frac{a_1}{256}\left(7a_1^4-20a_1^2a_2+128a_4\right); \tag{13}$$

$$a_6=-\frac{7}{4096}a_1^6+\frac{1}{256}a_1^4a_2+\frac{1}{8}a_1^2a_4+\frac{3}{64}a_1^2a_2^2+\frac{1}{2}a_2a_4-\frac{1}{8}a_2^3; \tag{14}$$

$$a_7=-\frac{a_1}{2048}\left(3a_1^2-8a_2\right)\left(a_1^4-8a_2^2+32a_4\right). \tag{15}$$

При этом

$$b_1=\frac{a_1}{4};\quad b_2=\frac{1}{32}\left(8a_2-3a_1^2\right)-\frac{c_1}{2};\quad c_2=\frac{7}{1024}a_1^4+\frac{3}{64}a_1^2a_2-\frac{3}{16}a_2^2+\frac{1}{2}a_4+\frac{c_1^2}{4}-\frac{d_1}{2};$$

$$d_2=-\frac{1}{4096}a_1^8+\frac{1}{256}a_1^4a_2^2-\frac{1}{64}a_2^4-\frac{1}{4}a_4^2-\frac{1}{64}a_4a_1^4+\frac{1}{8}a_4a_2^2+a_8+\frac{1}{4}d_1^2; \qquad (16)$$

параметры c_1 и d_1 остаются свободными.

Доказательство аналогично доказательству теоремы 1.

Следствие. Выполнение условий (12)–(15) является достаточным для разрешимости уравнения $P_8(z)=0$ в квадратных радикалах.

Рассмотрим конкретный числовой пример. Пусть

$$P_8(z)=z^8+8z^7-20z^6-232z^5+5z^4+1716z^3+1342z^2-1452z+100.$$

Условия (12)–(15) выполнены. Для простоты выберем $c_1=d_1=0$. Поочередно решая соответствующие квадратные уравнения, коэффициенты которых находятся по формулам (16), получаем 8 различных корней исходного полинома.

$$z_{1,2}=-1\pm\frac{\sqrt{48-2\sqrt{418-2\sqrt{689}}}}{2};\quad z_{3,4}=-1\pm\frac{\sqrt{48-2\sqrt{418+2\sqrt{689}}}}{2};$$

$$z_{5,6}=-1\pm\frac{\sqrt{48+2\sqrt{418-2\sqrt{689}}}}{2};\quad z_{7,8}=-1\pm\frac{\sqrt{48+2\sqrt{418+2\sqrt{689}}}}{2}.$$

Исследование выполнено в рамках договора БРФФИ № Ф21М-118 на выполнение научно-исследовательской работы «Разработка новых методов нахождения корней алгебраических уравнений в символьном виде».

Заключение. Таким образом, в работе получены необходимые и достаточные условия представимости произвольного полинома восьмой степени комплексного аргумента в виде тройной композиции некоторого квадратичного полинома, а также в виде композиции трех произвольных квадратичных полиномов. Во обоих случаях получены формулы прямого перехода от коэффициентов исходного полинома к коэффициентам полиномов, составляющих композицию.

1. Kozen, D. Polynomial Decomposition Algorithms / D. Kozen, S. Landau // Journal of Symbolic Computation. – 1989. – Vol. 7, № 5. – P. 445–456.

2. Перминова, М.Ю. Алгоритм декомпозиции полиномов, основанный на разбиениях / М.Ю. Перминова, В.В. Кручинин, Д.В. Кручинин // Доклады ТУСУРа. – 2015. – № 4(38). – С. 102–107.

3. Трубников, Ю.В. Об условиях представимости полиномов четвертой и шестой степени в виде суперпозиции полиномов второй и третьей степени / Ю.В. Трубников, В.В. Юргелас // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2019. – № 1(102). – С. 17–24. – Режим доступа: https://rep.vsu.by/handle/123456789/18080. – Дата доступа: 01.09.2022.

АППРОКСИМАЦИЯ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ПРЕДПОРОГОВОЙ СТАТИСТИКИ АДАПТИВНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ ПРОТЯЖЕННОЙ ПО ДАЛЬНОСТИ КОРРЕЛИРОВАННОЙ ОТВЕТНОЙ ШУМОВОЙ ПОМЕХИ

Чигирь И.В.,
преподаватель кафедры автоматики, радиолокации
и приемо-передающих устройств УО «ВА РБ», г. Минск, Республика Беларусь
Научный руководитель – ***Горшков С.А.,*** *канд. техн. наук, доцент*

Ключевые слова. Ответная шумовая помеха, импульсно-доплеровская радиолокационная станция точного измерения координат.

Keywords. Response noise interference, Pulsed Doppler radar.

Знание закона распределения (далее – ЗР) принятого сигнала на выходе устройства обработки необходимо для корректного решения задачи синтеза устройства принятия решения об обнаружении. На выходе устройства обработки с учетом квадратичного