ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН БЕЛАРУСИ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ГРОДНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ЯНКИ КУПАЛЫ»

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Материалы
IV международной научной конференции,
посвящённой 95-летию со дня рождения
члена-корреспондента Академии наук БССР,
профессора Иванова Евгения Алексеевича

(Республика Беларусь, Гродно,
17–20 декабря 2019 г.)

Гродно
ГрГУ им. Я. Купалы
2019

УДК 517.9
ББК 22.161.6
М34

Математическое моделирование и дифференциальные уравнения :
М34 материалы IV междунар. науч. конф., посвящ. 95-лет. со дня рожд. чл.-кор. АН БССР, проф. Иванова Евгения Алексеевича (Респ. Беларусь, Гродно, 17–20 дек. 2019 г.) / Ин-т математики НАН Беларуси, БГУ, ГрГУ им. Я. Купалы ; редкол.: В. И. Корзюк (гл. ред.) [и др.]. – Гродно : ГрГУ, 2019. – 141 с.

ISBN 978-985-582-308-8

Содержатся доклады, представленные на IV международной научной конференции «Математическое моделирование и дифференциальные уравнения». Рассмотрены вопросы математического моделирования, теории уравнений с частными производными и математической физики, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и их приложений, информационных технологий в моделировании и управлении, преподавания математического моделирования в высших учебных заведениях. Адресовано специалистам в указанных областях.

УДК 517.9
ББК 22.161.6

ISBN 978-985-582-308-8

спектральных плотностей при анализе различных производственных данных в виде временных рядов.

(а) (б)

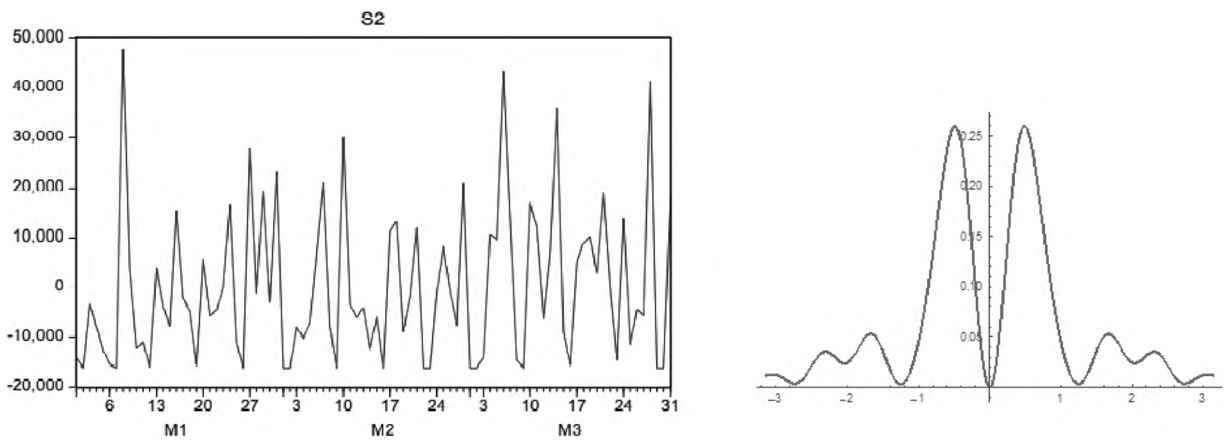

Рис. 2. Квартальные данные (а) и оценка спектральной плотности (б) расхода материалов (м.кв.) типографии ОАО «Спектр Лайн».

Список литературы

1. Семенчук Н.В. *Построение оценок спектральных плотностей с заданной точностью по пересекающимся интервалам наблюдений* // Журн. Белорус. гос. ун-та. Математика. Информатика. 2019. № 2. С. 34–39.

2. Елисеева И.И. *Эконометрика.* Спб: Финансы и статистика, 2003.

3. Труш Н.Н. *Асимптотические методы статистического анализа временных рядов.* Мн.: БГУ, 1999.

4. Бриллинджер Д. *Временные ряды. Обработка данных и теория.* М.: Мир, 1980.

Ю. В. Трубников, М. М. Чернявский

О ЛИНЕЙНОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ КОРНЯМИ ПОЛИНОМОВ ШЕСТОЙ И ТРЕТЬЕЙ СТЕПЕНЕЙ

В работе установлены и доказаны необходимые и достаточные условия, связывающие коэффициенты полинома комплексного аргумента шестой степени вида (1)

$$P(z) = z^6 + c_1 z^5 + c_2 z^4 + c_3 z^3 + c_4 z^2 + c_5 z + c_6 \tag{1}$$

с коэффициентами полинома третьей степени вида (2)

$$Q_3(z) = z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3 \tag{2}$$

при наличии линейной связи между корнями этих полиномов. Об актуальности данной тематики свидетельствует статья [1].

Обозначим корни полинома (2) через p_1, p_2, p_3 и, кроме того, обозначим

$$q_1 = 2p_1 + 3p_2, \quad q_2 = 3p_1 + 2p_2, \quad q_3 = 2p_1 + 3p_3,$$

$$q_4 = 3p_1 + 2p_3, \quad q_5 = 2p_2 + 3p_3, \quad q_6 = 3p_2 + 2p_3.$$

Теорема. *Числа* q_j $(j = 1, 2, \ldots, 6)$ *являются корнями полинома* (1) *тогда и только тогда, когда разрешима относительно* a_j $(j = 1, 2, 3)$ *система уравнений*

$$c_1 = 10a_1, \quad 37a_1^2 + 14a_2 - c_2 = 0, \quad 60a_1^3 + 100a_1a_2 - 20a_3 - c_3 = 0,$$

$$36a_1^4 + 234a_1^2a_2 - 100a_1a_3 + 49a_2^2 - c_4 = 0,$$

$$180a_1^3a_2 - 120a_1^2a_3 + 210a_1a_2^2 - 140a_2a_3 - c_5 = 0,$$

$$36a_1^3a_3 + 216a_1^2a_2^2 - 462a_1a_2a_3 + 36a_2^3 + 343a_3^2 - c_6 = 0. \tag{3}$$

В свою очередь, необходимым и достаточным условием однозначной разрешимости системы уравнений (3) *относительно* a_j $(j = 1, 2, 3)$ *являются равенства*

$$5c_1^4 - 24c_1^2c_2 + 16c_2^2 + 32c_1c_3 - 64c_4 = 0, \tag{4}$$

$$c_1^5 - 8c_1^3c_2 + 16c_1c_2^2 + 8c_1^2c_3 - 32c_2c_3 + 64c_5 = 0, \tag{5}$$

$$\frac{52225}{16}c_1^6 - 23930c_1^4c_2 + 39445c_1^3c_3 + 43369c_1^2c_2^2 - 145432c_1c_2c_3 +$$
$$+ 117649c_3^2 + 1800c_2^3 - 137200c_6 = 0, \tag{6}$$

при этом

$$a_1 = \frac{c_1}{10}, \quad a_2 = -\frac{37}{1400}c_1^2 + \frac{1}{14}c_2, \quad a_3 = -\frac{143}{14000}c_1^3 + \frac{1}{28}c_1c_2 - \frac{1}{20}c_3.$$

Доказательство. Необходимость. Пусть числа q_j $(j = 1, 2, 3)$ являются корнями полинома (1), тогда

$$c_1 = -10p_1 - 10p_2 - 10p_3, \quad c_2 = 37p_1^2 + 88p_1p_2 + 88p_1p_3 + 37p_2^2 + 88p_2p_3 + 37p_3^2,$$

$$c_3 = -60p_1^3 - 280p_1^2p_2 - 280p_1^2p_3 - 280p_1p_2^2 - 640p_1p_2p_3 - 280p_1p_3^2 -$$
$$- 60p_2^3 - 280p_2^2p_3 - 280p_2p_3^2 - 60p_3^3.$$

Явный вид оставшихся коэффициентов c_4, c_5, c_6 в тезисах доклада приводить не будем из-за излишней громоздкости. Полученные выражения представляют собой симметричные полиномы от переменных p_j $(j = 1, 2, 3)$ и по известной теореме [2, с. 322] о возможности их представления через элементарные симметрические полиномы, могут быть выражены через коэффициенты полинома (2). Проделав нужные преобразования, получаем систему уравнений (3). Проведем анализ этой системы.

Из первого уравнения системы выражаем a_1 и подставляем его в оставшиеся уравнения. На втором шаге из второго уравнения системы (3) выражаем a_2 и снова подставляем в оставшиеся уравнения системы. Наконец, выражая из третьего уравнения получившейся системы a_3 и подставляя его в оставшиеся уравнения, получаем в точности уравнения (4)–(6) как необходимые условия разрешимости системы уравнений (3) относительно a_j $(j = 1, 2, 3)$.

Достаточность. Пусть выполнены равенства (4)–(6) и коэффициенты уравнения (1) выражаются через a_j $(j = 1, 2, 3)$ в соответствии с системой (3). Полагая

$$a_1 = -(p_1 + p_2 + p_3), \quad a_2 = p_1p_2 + p_1p_3 + p_2p_3, \quad a_3 = -p_1p_2p_3,$$

получаем, что коэффициенты полинома (1) имеют представление

$$c_1 = -(q_1 + q_2 + \ldots + q_6), c_2 = q_1q_2 + q_1q_3 + \ldots + q_5q_6, \ldots, c_6 = q_1q_2q_3q_4q_5q_6,$$

т.е. в силу теоремы Виета числа q_1, q_2, $\ldots$, q_6 являются и его корнями. Теорема доказана.

Пример. Рассмотрим уравнение

$$x^6 - 60x^5 + 1489x^4 - 19440x^3 + 141649x^2 - 544980x + 864864 = 0. \qquad (7)$$

Для коэффициентов этого уравнения выполнены условия связи (4)–(6). По формулам для a_j $(j = 1, 2, 3)$ получаем $a_1 = -6$, $a_2 = 11$, $a_3 = -6$. Таким образом, полином (2) в этом случае имеет вид

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6.$$

Его корнями являются числа $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $p_3 = 3$. Корнями уравнения (7) являются числа 11, 12, 13, 7, 8, 9, т.е. линейные комбинации

$$q_1 = 2p_1 + 3p_2, \quad q_2 = 3p_1 + 2p_2, \quad q_3 = 2p_1 + 3p_3,$$

$$q_4 = 3p_1 + 2p_3, \quad q_5 = 2p_2 + 3p_3, \quad q_6 = 3p_2 + 2p_3.$$

Работа выполнена в рамках ГПНИ Республики Беларусь «Конвергенция–2020».

Список литературы

1. Астапов И.С., Астапов Н.С. *Алгоритмы символьного решения алгебраических уравнений* // Программная инженерия. 2017. Т. 8. № 2. С. 422–432.

2. Курош А.Г. *Курс высшей алгебры.* СПб.: Лань, 2013.

V. V. Kuzniatsou, A. F. Marko, S. E. Karpovich

ALGORITHMIZATION AND MODELING OF MULTICOORDINATE MECHATRONIC SYSTEMS

A large quantity of mechatronic systems is based on trajectory constructing on topological manifolds (particularly on curves and surfaces) with given accuracy [1]. For automated control of these systems it is preferable for trajectory planning to be given in the form of finite equation or system of equations. These systems with the behavior which is established with exactness up to variety intersection are related to the class of mechatronic systems [2].

In the paper the problem of algorithmization and modeling of mechatronic systems presupposes the synthesis of differential analyzer in the form of differential equations for which the solution is the reproducible program of movement is considered.

Common formulation of a task of the algorithmization programming motions of the multi-coordinate mechatronic systems of different technological devices and space mechanisms, including robots, manipulators and mechatronic systems has the next describing. It is known that the motion of the multicoordinate devices describes by the system of differential equations of 2 degree with the help of mechanics, for example, of Lagrange [3, 4]. Equations of the motions can be reduced to the following form, considering the features, of the multicoordinate systems, which have autonomously-controlled coordinate modules, that count is determined by the need to realize a required number of degrees of freedom in three-dimensional space:

$$\dot{x}_i = p_i(x_1, \ldots, x_n) + b_i(x_1, \ldots, x_n)u_i, \quad i = \overline{1, n},$$