МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов
IX Международной научной конференции,
посвященной 85-летию профессора В.И. Потапова

(Омск, 19 ноября 2021 г.)



**ISBN 978-5-7779-2572-5**

Омск
2021

УДК 004+519+316
ББК 22.18я43+32.973я43
М340

*Рецензенты:*
канд. физ.-мат. наук, доцент *А.Н. Кабанов*,
канд. техн. наук, доцент *Д.Н. Лавров*

Ответственный за выпуск
канд. физ.-мат. наук, доцент *И.П. Бесценный*

**М340** **Математическое и компьютерное моделирование** : сборник материалов IX Международной научной конференции, посвященной 85-летию профессора В. И. Потапова (Омск, 19 ноября 2021 г.) / [отв. за вып. И. П. Бесценный]. – Омск : Издательство Омского государственного университета, 2021. – 1 CD-ROM. – Загл. с титул. экрана.

**ISBN 978-5-7779-2572-5**

В настоящий сборник включены тезисы докладов, присланные на IX Международную научную конференцию «Математическое и компьютерное моделирование». Она состоялась на факультете компьютерных наук ОмГУ им. Ф.М. Достоевского 19 ноября 2021 г. и была посвящена 85-летию профессора В.И. Потапова.

Для магистрантов, аспирантов и научных работников.

**УДК 004+519+316**
**ББК 22.18я43+32.973я43**

*Текстовое электронное издание*
*Самостоятельное электронное издание*

Минимальные системные требования:
процессор с частотой 1,3 ГГц или выше; ОЗУ 512 Мб; Microsoft Windows XP/Vista/7/8/10; Adobe Acrobat Reader 8.0 и выше; CD-ROM; мышь

ISBN 978-5-7779-2572-5

УДК 512.622

***Ю.В. Трубников, М.М. Чернявский***

*Витебский государственный университет им. П.М. Машерова,*
*г. Витебск, Беларусь*

# ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ НАХОЖДЕНИЯ КРАТНЫХ КОРНЕЙ ПОЛИНОМА СЕДЬМОЙ СТЕПЕНИ

В большинстве современных литературных источников, посвященных исследованию алгебраических полиномов пятой и более высоких степеней, крайне мало внимания уделяется точным методам нахождения кратных корней. Также там не даются готовые формулы для их вычисления. Основной трудностью выступает громоздкость промежуточных аналитических вычислений, которые сложно провести вручную. Еще менее изучены ситуации, когда полином имеет два или более кратных корней одинаковой наибольшей кратности. Однако в последние годы ситуация изменилась благодаря стремительному развитию систем компьютерной алгебры, что поспособствовало возобновлению интереса исследователей к рассматриваемой теме и дало новые фундаментальные результаты. Так, например, авторами настоящего доклада ранее был получен ряд точных аналитических формул для нахождения всех решений алгебраического уравнения пятой степени, имеющего два корня кратности два и один простой корень [1]. Основной идеей для получения этих формул был анализ конструкций частных производных второго порядка от дискриминанта по коэффициентам уравнения.

В настоящей работе проведен анализ частных производных четвертого порядка от дискриминанта полинома седьмой степени, имеющего два корня кратности три, с целью получения формул для вычисления этих корней через коэффициенты полинома.

Рассмотрим полином комплексного аргумента $z$, имеющий заданную мультипликативную структуру

$$P_7(z) = z^7 + b_1 z^6 + b_2 z^5 + b_3 z^4 + b_4 z^3 + b_5 z^2 + b_6 z + b_7 =$$
$$= (z - z_1)^3 (z - z_2)^3 (z - z_3). \qquad (1)$$

**Теорема.** *Корни уравнения (1)* $z_1$ *и* $z_2$ *кратности 3 связаны с частными производными четвертого порядка от дискриминанта G следующим образом:*

$$z_1 z_2 = \frac{\partial^4 G}{\partial b_j^3 \partial b_{j+1}} : \frac{\partial^4 G}{\partial b_j \partial b_{j+1}^3} \quad \left(j = \overline{1,6}\right),$$
$$\frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{\partial^4 G}{\partial b_k \partial b_{k+1}^3} : \frac{\partial^4 G}{\partial b_{k+1}^4} \quad \left(k = \overline{1,6}\right).$$

*Доказательство.* Вычислим значения частных производных четвертого порядка от дискриминанта исследуемого многочлена (1) по коэффициентам и представим их в терминах корней. Получим

$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_1^4} = 17496 z_1^{12} z_2^{12} (z_2 - z_3)^4 (z_1 - z_3)^4 (z_1 - z_2)^6;$$
$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_1^3 \partial b_2} = 8748 z_1^{11} z_2^{11} (z_2 - z_3)^4 (z_1 - z_3)^4 (z_1 + z_2)(z_1 - z_2)^6;$$
$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_1^2 \partial b_2^2} = 2916 z_1^{10} z_2^{10} (z_2 - z_3)^4 (z_1 - z_3)^4 (z_1^2 + 4 z_1 z_2 + z_2^2)(z_1 - z_2)^6;$$
$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_1 \partial b_2^3} = 8748 z_1^{10} z_2^{10} (z_2 - z_3)^4 (z_1 - z_3)^4 (z_1 + z_2)(z_1 - z_2)^6;$$
$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_1 \partial b_3^3} = 8748 z_1^8 z_2^8 (z_2 - z_3)^4 (z_1 - z_3)^4 (z_1^2 + z_2^2)(z_1 - z_2)^6;$$
$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_2^4} = 17496 z_1^{10} z_2^{10} (z_2 - z_3)^4 (z_1 - z_3)^4 (z_1 - z_2)^6;$$
$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_2^3 \partial b_3} = 8748 z_1^9 z_2^9 (z_2 - z_3)^4 (z_1 - z_3)^4 (z_1 + z_2)(z_1 - z_2)^6;$$
$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_2 \partial b_3^3} = 8748 z_1^8 z_2^8 (z_2 - z_3)^4 (z_1 - z_3)^4 (z_1 + z_2)(z_1 - z_2)^6;$$

$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_3^4} = 17496 z_1^8 z_2^8 \left(z_2 - z_3\right)^4 \left(z_1 - z_3\right)^4 \left(z_1 - z_2\right)^6.$$

Продолжая непосредственное вычисление остальных частных производных четвертого порядка от дискриминанта, убеждаемся в справедливости формулировки теоремы. Оставшийся простой корень можно вычислить, используя последнее соотношение Виета.

Рассмотрим конкретный числовой пример. Пусть

$$P(z) = z^7 - 9z^6 + 6z^5 + 124z^4 - 168z^3 - 672z^2 + 640z + 1536 =$$

$$= (z-4)^3 (z+2)^3 (z-3).$$

Тогда, например, найдем

$$\frac{\partial^4 G}{\partial b_6^3 \partial b_1} : \frac{\partial^4 G}{\partial b_6 \partial b_7^3} = -8 = z_1 z_2, \qquad \frac{\partial^4 G}{\partial b_6 \partial b_7^3} : \frac{\partial^4 G}{\partial b_7^4} = 1 = \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

**Литература**


1. *Чернявский М.М., Трубников Ю.В.* Модификация формул Эйткена и алгоритмы аналитического нахождения кратных корней полиномов // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2021. – № 1(110). – С. 13–25.