БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 539.3

КОРЧЕВСКАЯ
Елена Алексеевна

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ ФОРМЫ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ И СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого
твердого тела

Минск, 2007

Работа выполнена в УО “Витебский государственный университет имени П.М. Машерова”.

Научный руководитель: **Михасев Геннадий Иванович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
проректор по научной работе, УО “Витебский
государственный университет имени
П.М. Машерова”.

Официальные оппоненты: **Крушевский Александр Евгеньевич**,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры, Белорусский
государственный университет, кафедра
“Теоретическая и прикладная механика”;

Старовойтов Эдуард Иванович,
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой, УО “Белорусский
государственный университет транспорта”,
кафедра “Строительная механика”.

Оппонирующая организация: Белорусский государственный технологический университет.

Защита состоится 17 мая 2007 года в 16.00 на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.07 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220013, г. Минск, проспект Независимости, д. 65, корп. 1, ауд. 202, тел. 292 74 25.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национального технического университета.

Автореферат разослан ___ апреля 2007 г.

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций,
доктор физико-математических наук Кравчук А.С.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Введение

Элементы многих инженерных конструкций, используемых в различных областях человеческой деятельности, представляют собой тонкие слоистые оболочки. Исследование их устойчивости под действием статических нагрузок, а также определение собственных частот и форм колебаний являются неотъемлемой частью их проектирования.

К наименее изученному в теории слоистых оболочек относится случай, когда исходное напряженное состояние в оболочке является переменным. Такое напряженное состояние может возникнуть при неоднородном нагружении, а также, когда физические и геометрические характеристики оболочки являются переменными. Как правило, рассматриваются задачи с постоянными параметрами под действием однородных статических нагрузок. Поэтому исследования, призванные углубить и расширить знания в области слоистых оболочек в случае неоднородного напряженного состояния, являются актуальными.

Связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами

Диссертационная работа выполнена в рамках Государственной программы ориентированных фундаментальных исследований (ГПОФИ) “Механика-15” «Локальные колебания, виброзащита/виброконтроль и устойчивость слоистых композитных оболочек с учетом наличия слабых мест» (сроки выполнения 2001–2005 гг., номер государственной регистрации в ГУ “Бел ИСА” 20051148 от 13 мая 2005 г.), а также Государственной комплексной программы научных исследований (ГКПНИ) “Механика 2.22” «Разработка принципов гашения колебаний слоистых композитных балок, пластин и оболочек с использованием интеллектуальных вязкоупругих материалов» (сроки выполнения 2006–2010 гг., номер государственной регистрации в ГУ “Бел ИСА” 20062252 от 16 ноября 2006 г.).

Цель и задачи исследования

Цель работы – исходя из уравнений технической теории слоистых оболочек, учитывающих поперечные сдвиги, с использованием асимптотических методов разработать методику вычисления частот собственных колебаний, критических нагрузок, а также определения соответствующих им форм колебаний и потери устойчивости, локализованных вблизи “слабой” образующей, при различных способах статического нагружения.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Определить параметр критической нагрузки и соответствующую форму потери устойчивости слоистой цилиндрической оболочки при неоднородном осевом сжатии, с учетом поперечных сдвигов.

2. Определить критическое усилие сдвига для слоистой некруговой цилиндрической оболочки, находящейся под действием крутящего момента, с учетом поперечных сдвигов.

3. Найти локализованные формы собственных колебаний и соответствующие собственные частоты слоистой цилиндрической оболочки, находящейся под действием неоднородного осевого сжатия.

4. Решить задачу оптимального проектирования многослойной оболочки с вязкоупругим заполнителем по наилучшему гашению низкочастотных колебаний с увеличением наименьшей частоты путем оптимального выбора толщины межслойных заполнителей.

Объектом исследования в диссертации являются слоистые оболочки. Выбор объекта обусловлен тем, что слоистые композитные оболочки широко используются в качестве элементов тонкостенных инженерных сооружений, и позволяют за счет варьирования свойств составляющих слоев достигать высокой прочности и жесткости создаваемых конструкций.

Положения, выносимые на защиту

— Асимптотические решения краевых задач для уравнений, описывающих локальную бифуркацию слоистой цилиндрической оболочки под действием неоднородного осевого сжатия и крутящего момента, а также свободные локализованные колебания слоистой цилиндрической оболочки под действием статических неравномерно распределенных по краю осевых сил;

— Методика определения критической осевой силы и соответствующей формы потери устойчивости слоистой цилиндрической оболочки под действием неоднородного осевого сжатия, учитывающая как поперечные сдвиги, так и неоднородность нагружения;

— Методика определения критического усилия сдвига для слоистой некруговой цилиндрической оболочки под действием крутящего момента, учитывающая как наличие “слабой” образующей, так и поперечные сдвиги;

— Постановка и решение задачи оптимального проектирования слоистой оболочки с вязкоупругим заполнителем, имеющей фиксированную массу, с целью увеличения наименьших частот и декремента затухания колебаний;

— Методика построения форм локализованных собственных колебаний и определения соответствующих собственных частот слоистой цилиндрической оболочки, находящейся под действием статической осевой силы неравномерно распределенной по контуру края, с учетом поперечных сдвигов и наличия на поверхности оболочки “слабой” образующей.

Личный вклад соискателя

Все основные результаты выносимой на защиту работы получены соискателем лично. В совместных публикациях соавторам принадлежит анзатц конструируемых асимптотических решений, численные расчеты, выполненные с использованием МКЭ, а также вывод уравнений движения слоистых вязкоупругих композитных оболочек с комплексными коэффициентами.

Апробация результатов диссертации

Основные положения диссертационной работы докладывались на Международной научной конференция по механике "Третьи Поляховские Чтения" (Санкт-Петербург, Россия, 2003), Международной математической конференции "Еругинские чтения – IX" (Витебск, 2003), конференции "6 Magdeburger Maschinenbau-Tage" (Магдебург, Германия, 2003), 4-ой Международной конференции по тонкостенным конструкциям "The Fourth International Conference on Thin-Walled Structures" (Логбороу, Великобритания, 2004), VII, VIII Республиканской научной конференция студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях" (Гомель, 2004, 2005), IX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов республики Беларусь "НИРС – 2004"(Гродно, 2004), VI межвузовской научно-методической конференции молодых ученых (Брест, 2004), XXXVI Республиканском научно-методическом семинаре "Научно-методические основы применения информационных технологий в преподавании механики и научных исследованиях" (Минск, 2005), Региональной научной конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых "I Машеровские чтения" (Витебск, 2005), семинаре по механике в БНТУ, семинарах по механике при кафедре прикладной математики и механики Витебского государственного университета им. П.М. Машерова.

Опубликованность результатов диссертации

По теме диссертации опубликовано 15 работ, в том числе: 4 статьи в журналах, входящих в перечень научных изданий ВАК общим объемом 2,5 авторских листа, 2 статьи в сборниках, 6 статей в сборниках материалов конференций, 3 тезисов докладов на конференциях.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из оглавления, введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения и библиографического списка. Полный объем диссертации составляет 103 страницы. Работа содержит 14 таблиц на 4 страницах, 14 иллюстраций на 5 страницах и список использованных источников из 108 наименований (включая собственные публикации соискателя) на 9 страницах.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** отражено место диссертации среди исследований в области оболочек, обоснована актуальность темы диссертации, рассматривается круг вопросов, нуждающихся в дальнейшем исследовании.

В **первой главе** приводятся сведения о публикациях по теме диссертации.

Отмечается, что существенный вклад в развитие теории слоистых оболочек внесли следующие ученые: А.Я. Александров, С.А. Амбарцумян, В.В. Болотин, Л.Э. Брюккер, К.З. Галимов, А.Г. Горшков, Э.И. Григолюк, Г.М. Куликов, Ю.Н. Новичков, Э.И. Старовойтов, С.П. Тимошенко, А.П. Чулков и другие. Здесь рассмотрены различные модели теории слоистых оболочек, а также природа локализации форм потери устойчивости и свободных колебаний тонких оболочек. Анализируются методы исследования. Отмечается, что к настоящему времени имеется недостаточное количество работ, в которых рассматриваются вопросы локальных устойчивости и колебаний слоистых оболочек, испытывающих неоднородное нагружение с учетом наличия поперечных сдвигов.

Здесь же описан краткий вывод используемых в диссертации уравнений для исследования потери устойчивости и свободных колебаний слоистых композитных оболочек.

Вторая глава посвящена исследованию локальной потери устойчивости тонких слоистых композитных цилиндрических оболочек с учетом наличия сдвигов под действием осевой нагрузки.

Рассматривается тонкая круговая цилиндрическая оболочка радиуса R и длиной L, состоящая из изотропных слоев. Предполагается, что оболочка нагружается осевой силой, под действием которой в ней в докритическом безмоментном состоянии возникает мембранное осевое усилие T_1^0 (удельное усилие в принятой исходной поверхности). В случае, когда физические характеристики слоев различаются незначительно и в предположении об образовании большого количества волн малой длины в окружном или осевом направлении используется система (Э.И. Григолюк, Г.М. Куликов)

$$\begin{gathered}\frac{Eh^3\eta_3}{12\left(1-\nu^2\right)}\left(1-\frac{\theta h^2}{b}\Delta\right)\Delta^2\chi^* + \frac{1}{R}\frac{\partial^2 F^*}{\partial\alpha_1^2} - T_1^0\frac{\partial^2 W^*}{\partial\alpha_1^2} = 0,\\ \Delta^2 F^* = \frac{Eh}{R}\frac{\partial^2 W^*}{\partial\alpha_1^2}, \quad W^* = \left(1-\frac{h^2}{b}\Delta\right)\chi^*,\end{gathered} \tag{1}$$

где E, ν – осредненные модуль Юнга и коэффициент Пуассона, h – толщина оболочки, α_1,α_2–координаты, отсчитываемые в осевом и окружном направлении соответственно, Δ–оператор Лапласа, F^* – функция напряжений, χ^*– функция перемещений, W^* – нормальный прогиб, b – параметр, учитывающий поперечные сдвиги, η_3, θ–коэффициенты, которые выражаются через модуль Юнга E_k, коэффициент Пуассона ν_k, толщину h_k k-ого слоя оболочки, а также функцию, характеризующую закон распределения поперечных касательных напряжений по толщине оболочки.

На краях оболочки рассматриваются условия шарнирного опирания:

$$F^* = \Delta F^* = \chi^* = \Delta\chi^* = \Delta^2\chi^* = 0, \text{ при } \alpha_1 = 0, L. \tag{2}$$

Найдены формы потери устойчивости, а также решена задача оптимального проектирования для круговой слоистой цилиндрической оболочки постоянной массы, в случае однородной осевой нагрузки. В этом случае потеря устойчивости сопровождается образованием вмятин, покрывающих всю поверхность оболочки. Здесь же приведены численные расчеты, найденные с использованием аналитического метода и метода конечных элементов. Приведенные результаты расчетов свидетельствуют о пригодности уравнений (1) для исследования устойчивости слоистых оболочек.

Рассмотрена задача о потере устойчивости слоистых круговых цилиндрических оболочек под действием неоднородной осевой нагрузки. Формы потери устойчивости характеризуются локализацией вблизи “наиболее слабой” линии $\varphi=\varphi_0$ на поверхности оболочки.

В качестве исходных используются уравнения (1), записанные в безразмерном виде:

$$\begin{cases} \varepsilon^2\left(1-\dfrac{K\theta}{\pi^2}\Delta\right)\Delta^2\chi+\dfrac{\partial^2 F}{\partial s^2}+\lambda f(\varphi)\dfrac{\partial^2}{\partial s^2}\left(\chi-\dfrac{K}{\pi^2}\Delta\chi\right)=0, \\ \varepsilon^2\Delta^2 F-\dfrac{\partial^2}{\partial s^2}\left(\chi-\dfrac{K}{\pi^2}\Delta\chi\right)=0, \end{cases} \tag{3}$$

где Δ – оператор Лапласа в криволинейной системе координат $s=\alpha_1/R$ и $\varphi=\alpha_2/R$, $F=F^*/\left(\varepsilon^2 EhR^2\right)$, $\chi=\chi^*/R$– безразмерные функции напряжений и перемещений, $\lambda>0$ – искомый параметр нагружения, $\varepsilon^4=h^2\eta_3/\left[12R^2\left(1-\nu^2\right)\right]$ – малый параметр, характеризующий тонкостенность оболочки, $K=\pi^2h^2/\left(bR^2\right)$– параметр, учитывающий поперечные сдвиги в оболочке, $\lambda f(\varphi)=-T_1^0(\varphi)/\left(Eh\varepsilon^2\right)$ – безразмерное начальное осевое усилие, которое предполагается функцией окружной координаты.

Рассматривается случай, когда

$$K/\pi^2 = \varepsilon^3\kappa,\;\; K\theta/\pi^2 = \varepsilon^3\tau,\;\; \kappa,\tau\sim 1 \text{ при } \varepsilon\to 0. \tag{4}$$

В предположении о локализации форм потери устойчивости вблизи некоторой образующей $\varphi=\varphi_0$, решение системы (3) ищется с использованием асимптотического метода П.Е. Товстика в виде разложения

$$\chi = \chi_m(\varphi)\sin(p_m s/\varepsilon),\; p_m = m\pi\varepsilon/l,\; l = L/R,\; m = 1,2,..., \tag{5}$$

$$\chi_m = \sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j/2}\chi_{mj}(\xi)\exp\left\{i\left(\varepsilon^{-1/2}q\xi + \frac{1}{2}a\xi^2\right)\right\},\;\; \operatorname{Im} a > 0, \tag{6}$$

$$\lambda = \lambda_0 + \varepsilon\lambda_1 + \varepsilon^2\lambda_2 + \dots, \tag{7}$$

где $\xi=(\varphi-\varphi_0)\varepsilon^{-1/2}$, $\varphi=\varphi_0$ – “наиболее слабая” образующая, в окрестности которой происходит бифуркация.

Функция F ищется в том же виде с заменой $\chi_{mj}(\xi)$, на $f_{mj}(\xi)$. В (6) параметр $q>0$ характеризует изменяемость решения в окружном направлении, а число a, с учетом последнего неравенства в (6), определяет скорость затухания амплитуды волн при удалении от линии $\varphi=\varphi_0$.

Подстановка асимптотического разложения (5) – (7) в уравнения (3) приводит к последовательности уравнений

$$\sum_{k=0}^{j}\mathbf{A}_k\mathbf{X}_{j-k} = 0,\; j = 0,\,1,\,2,\,\dots \tag{8}$$

относительно вектор - функции $\mathbf{X}_j=(\chi_{mj},\, f_{mj})^{\mathrm{T}}$, где $\mathbf{A}_0$ – (2×2) – матрица с элементами

$$A_{011} = \left(p_m^2 + q^2\right)^2 - \lambda_0 t(\varphi_0)p_m^2,\; A_{012} = -p_m^2,$$
$$A_{021} = p_m^2,\;\; A_{022} = \left(p_m^2 + q^2\right)^2,$$

а элементы матрицы $\mathbf{A}_j$ при $j\ge 1$ выражаются через производные матрицы $\mathbf{A}_0$ по q и φ_0. В частности

$$\mathbf{A}_1 = \left(a\mathbf{A}_q + \mathbf{A}_{\varphi_0}\right)\xi - i\mathbf{A}_q\frac{\partial}{\partial\xi},$$

$$\mathbf{A}_2 = \frac{1}{2}\left(a^2\mathbf{A}_{qq} + 2a\mathbf{A}_{q\varphi_0} + \mathbf{A}_{\varphi_0\varphi_0}\right)\xi^2 - i\left(a\mathbf{A}_{qq} + \mathbf{A}_{q\varphi_0}\right)\xi\frac{\partial}{\partial\xi} -$$
$$-\frac{1}{2}\mathbf{A}_{qq}\left(ia + \frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right) - \frac{i}{2}\mathbf{A}_{q\varphi_0} + \mathbf{H},$$

где $\mathbf{H}$ – (2×2) – матрица с элементами:

$$H_{11} = \tau\left(p_m^2 + q^2\right)^3 - \kappa\lambda_0 t(\varphi_0) p_m^4\left(p_m^2 + q^2\right) - \lambda_1 t(\varphi_0) p_m^2 \,,\; H_{12} = 0\,,$$
$$H_{21} = \kappa p_m^2\left(p_m^2 + q^2\right),\; H_{22} = 0\,.$$

Индексы φ_0, q указывают на дифференцирование по переменным φ_0, q соответственно.

Из рассмотрения (8) в нулевом приближении, находим что $\lambda_0 = \lambda_0\left(q, \varphi_0, p_m\right)$. Тогда $\lambda_0^0 = \min\limits_{q,\varphi_0} \lambda_0\left(q, \varphi_0, p_m\right) = \lambda_0\left(q^0, \varphi_0^0, p_m\right)$, где q^0, φ_0^0 таковы, что

$$\partial\lambda_0/\partial q = \partial\lambda_0/\partial\varphi_0 = 0\,. \tag{9}$$

При нахождении минимума (9), возможны три случая: A) $p_m > 1$, B) $p_m < 1$, C) $p_m \approx 1$. Рассмотрим сначала первые два.

Однородная задача в нулевом приближении имеет решение в виде:

$$\mathbf{X}_0(\xi) = P_0(\xi)\mathbf{Y}^0\,, \tag{10}$$

где $P_0(\xi)$ неизвестный полином, а $\mathbf{Y}^0 = \left(1,\; -A_{011}/A_{012}\right)$ – двумерный вектор.

В первом приближении (j=1) имеем неоднородную систему уравнений (8). При условии (9) данная система удовлетворяется тождественно. Во втором приближении (j=2) снова имеем неоднородную систему (8). Условие совместности данной системы дает соотношение

$$a = i\left(\lambda_{\varphi\varphi}^0/\lambda_{qq}^0\right)^{1/2}, \tag{11}$$

где $\lambda^0{}_{\varphi\varphi}$ и $\lambda^0{}_{qq}$ – вторые производные параметра критической нагрузки λ_0, по q и φ при $\varphi = \varphi_0^0$ и $q = q^0$, а также дифференциальное уравнение относительно полинома $P_0(\xi)$

$$\frac{d^2 P_0}{d\xi^2} + ia\left[2\xi\frac{dP_0}{d\xi} + P_0\right] + \frac{2\lambda_1}{\lambda_{qq}^0}P_0 + D = 0\,. \tag{12}$$

Здесь

$$D=\frac{p_m^8}{2\left(p_m^4-1\right)}(\kappa-\tau)P_0 \text{ при } p_m>1,\ D=\frac{p_m^2}{16\left(1-p_m\right)}(\kappa-\tau)P_0 \text{ при } p_m<1. \quad (13)$$

При

$$\lambda_1=\lambda_1^{(n)}=(1/2+n)\sqrt{\lambda_{qq}^0\lambda_{\varphi\varphi}^0}+\Pi, \quad (14)$$

где

$$\Pi=1/2\, p_m^4(\tau-\kappa) \text{ если } p_m>1 \text{ и } \Pi=8p_m(\tau-\kappa) \text{ если } p_m<1, \quad (15)$$

уравнение (12) имеет решение в виде полинома Эрмита степени *n*

$$P_0(\xi)=H_n(\theta), \theta=\sqrt{c}\xi, c=-ia. \quad (16)$$

Для первых двух случаев ($p_m>1$ и $p_m<1$) построено решение, которое является асимптотически главным приближением решения задачи с точностью до величин $O(\varepsilon^{1/2})$. Приведены асимптотические формулы для параметра нагружения.

В случае $p_m\approx 1$ построенное выше решение непригодно, так как $a\to\infty$ при $p_m\to 1$. Рассмотрим этот случай отдельно.

Для этого в уравнении (3) осуществим переход к новому малому параметру $\tilde{\varepsilon}=\varepsilon^{2/3}$ и примем $p_m=1+\tilde{\varepsilon}p'$. Положим также

$$\lambda=\lambda_*+\tilde{\varepsilon}^2\lambda',\ f(\varphi)=f(\varphi_0)+\tilde{\varepsilon}f'(\varphi_0)\eta+\frac{1}{2}\tilde{\varepsilon}^2 f''(\varphi_0)\eta^2+\ldots,\ \varphi-\varphi_0=\tilde{\varepsilon}\eta. \quad (17)$$

Чтобы учесть параметры поперечного сдвига в первом приближении, сделаем следующие замены: $\tau'=\tau\varepsilon^{-1/2}$, $\kappa'=\kappa\varepsilon^{-1/2}$.

После разделения переменных равномерно пригодное асимптотическое решение, затухающее при удалении от образующей $\varphi=\varphi_0$, может быть найдено в виде:

$$\chi_m=\sum_{k=0}^{\infty}\tilde{\varepsilon}^k\chi_m^{(k)}(\eta),\ \Phi_m=\sum_{k=0}^{\infty}\tilde{\varepsilon}^k\Phi_m^{(k)}(\eta). \quad (18)$$

Из рассмотрения уравнений, полученных в нулевом приближении, находим λ_*. С учетом найденного параметра λ_*, уравнения первого приближения обращаются в систему тождеств.

Во втором приближении приходим к дифференциальному уравнению относительно $\chi_m^{(0)}$:

$$4\frac{d^4\chi_m^{(0)}}{d\eta^4}-8p'\frac{d^2\chi_m^{(0)}}{d\eta^2}+\chi_m^{(0)}\left\{(\tau'-\kappa')+4p'^2-\frac{f''(\varphi_0)}{f(\varphi_0)}\eta^2-f(\varphi_0)\lambda'\right\}=0. \quad (19)$$

После применения преобразования Фурье к уравнению (19), определяем параметр нагрузки λ', учитывающий неоднородность нагружения и параметры поперечных сдвигов.

Здесь же рассмотрен случай, когда

$$K/\pi^2=\varepsilon^2\kappa,\; K\theta/\pi^2=\varepsilon^3\tau,\; \kappa,\tau\sim 1 \text{ при } \varepsilon\to 0. \quad (20)$$

Тогда в конструируемом асимптотическом решении слагаемые, содержащие зависимость от параметров поперечного сдвига τ и κ, учитываются в нулевом приближении.

Решение системы (3), с учетом (20), ищется в том же виде (5). В этой постановке возможны также три случая: A) $p_m>z_0$, B) $p_m<z_0$, C) $p_m\approx z_0$, где z_0– положительный корень уравнения

$$-2(1+\kappa p_m z)^2+z^4(2+\kappa p_m z)=0. \quad (21)$$

Рассмотрим случай, представляющий наибольший интерес, когда $p_m\approx z_0$.

Положим $p_m=p_*+\tilde{\varepsilon}p'$, где p_* решение уравнения

$$\kappa p_*^6+2p_*^4-2\left(1+\kappa p_*^2\right)^2=0. \quad (22)$$

Из последовательного рассмотрения уравнений, полученных после подстановки выражений (17), (18), (20), (22) в систему (3), находим искомый параметр нагрузки: λ_* – из нулевого приближения, а λ'– после преобразования Фурье к уравнению, полученному во втором приближении.

Приведенные в диссертации примеры показывают, что учет поперечных сдвигов может приводить к значительной коррекции параметра нагружения по сравнению с вычислениями, основанными на модели изотропной оболочки с осредненными модулями упругости. Влияние параметров поперечного сдвига на величину критической нагрузки зависит от характера распределения геометрических и физических характеристик слоев относительно нейтральной поверхности. Также можно говорить о том, что с увеличением неоднородности осевой силы увеличивается локализация форм потери устойчивости в окрестности “наиболее слабой” образующей.

На примере трехслойной и пятислойной оболочек обсуждается вопрос о применимости асимптотического метода. Сравнение результатов, полученных асимптотическим методом, с численными расчетами, найденными с использованием метода конечных элементов, показало, что можно говорить о пригодности уравнений (1) для исследования устойчивости слоистых композитных оболочек под действием осевой нагрузки, а также о применимости асимптотического метода для решения поставленных задач.

В **третьей главе** диссертации рассматривается задача о потере устойчивости некруговой цилиндрической оболочки средней длины при кручении. На краях оболочки рассматриваются условия шарнирного опирания (2).

Рассмотрен простейший случай оболочки с постоянными геометрическими параметрами, находящейся под воздействием усилия сдвига $T_{12}{}^0$. В этом случае форма потери устойчивости может быть найдена в явном виде. Здесь решена задача об оптимальном проектировании слоистой оболочки, состоящая в определении толщин межслойных заполнителей, для которых критическое усилие сдвига максимально.

Рассмотрена многослойная цилиндрическая оболочка с переменным радиусом кривизны. Формы потери устойчивости характеризуются локализацией вблизи “наиболее слабой” линии $\varphi=\varphi_0$ на поверхности оболочки.

Для описания локальной бифуркации безмоментного напряженного состояния, используем систему полубезмоментных уравнений слоистых оболочек, записанную в безразмерном виде:

$$\begin{cases} \mu^4\left(1-\mu^3\tau\Delta\right)\Delta^2\chi + k(\varphi)\dfrac{\partial^2 F}{\partial s^2} - \lambda 2\mu t_3^0\dfrac{\partial^2}{\partial s\partial\varphi}\left(\chi-\mu^3\kappa\Delta\chi\right)=0, \\ \mu^4\Delta^2 F - k(\varphi)\dfrac{\partial^2}{\partial s^2}\left(\chi-\mu^3\kappa\Delta\chi\right)=0, \end{cases} \tag{23}$$

где $k(\varphi)$ – переменная кривизна, $\mu^8 = h^2\eta_3\big/\left[12R^2\left(1-\nu^2\right)\right]$ – малый параметр, учитывающий тонкостенность оболочки, $F = F^*\big/\left(EhR^2\mu^4\right)$, $\chi=\chi^*/R$ – безразмерные функции напряжений и перемещений, $\lambda t_3^0 = T_{12}^0\big/\left(Eh\mu^5\right)$– безразмерное усилие сдвига, τ, κ – параметры, учитывающие осредненные эффекты поперечных сдвигов и вводятся по формулам:

$$K/\pi^2 = \mu^3\kappa,\ K\theta/\pi^2 = \mu^3\tau,\ \kappa,\tau\sim 1 \ \text{при}\ \mu\to 0\,. \tag{24}$$

При построении основного напряженного состояния с точностью до величины порядка μ^2 нужно удовлетворить условиям:

$$F = \chi = 0 \quad \text{при} \quad s = 0,\ l(\varphi),\ \text{где}\ l(\varphi) = L(\varphi)/R\,. \tag{25}$$

Так как потеря устойчивости некруговой оболочки характеризуется локализацией вблизи “наиболее слабой” линии $\varphi=\varphi_0$, решение (23), (25) ищем в виде:

$$\chi(s,\varphi,\mu) = \chi^{**} \exp\left\{ i\left(\mu^{-1/2} q\xi + \frac{1}{2} a\xi^2 \right)\right\},\ \chi^{**} = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} \chi_j(\xi, s), \tag{26}$$

$$\lambda = \lambda_0 + \mu\lambda_1 + \mu^2\lambda_2 + \ldots \tag{27}$$

Функцию $F\ (s,\varphi,\mu)$ ищем в виде (26) с заменой χ^{**} на F^{**}, а $\chi_j(\xi,s)$ на $f_j(\xi,s)$.

В формуле (26) параметры a и q имеют тот же смысл, что и в формуле (6), а $\xi=(\varphi-\varphi_0)\mu^{-1/2}$.

После подстановки (26), (27) в (23), предварительно выразив функцию F^{**} из второго уравнения (23) через χ^{**} и приравняв к нулю коэффициенты при одинаковых степенях $\mu^{1/2}$, получаем рекуррентную последовательность дифференциальных уравнений:

$$\sum_{k=0}^{j} H_k \chi_{j-k} = 0,\ j = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots, \tag{28}$$

и последовательность соответствующих граничных условий:

$$\sum_{k=0}^{j} \Gamma_k^i \chi_{j-k} = 0,\ \ i = 0,1,\ \ j = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots \quad \text{при} \ \ s = 0,\ l(\varphi), \tag{29}$$

где

$$H_0\chi_0 = k^2(\varphi_0)\frac{\partial^4\chi_0}{\partial s^4} - \lambda_0 N\chi_0 + q^8\chi_0,\ \ N\chi_0 = 2iq^5 t_3^0 \frac{\partial\chi_0}{\partial s}, \tag{30}$$

а операторы H_k (k>0) выражаются через оператор H_0 и ввиду громоздкости здесь не приводятся.

В случае шарнирного опирания одного из краев оболочки граничные условия для нулевого приближения при $s = 0$ или $s = l(\varphi)$ примут вид:

$$\chi_0 = \partial^2\chi_0 / \partial s^2 = 0. \tag{31}$$

Из рассмотрения задачи, возникающей в нулевом приближении, находим параметры λ_0^0, q^0 и “наиболее слабую” образующую φ_0^0. Решением этой краевой задачи, полученной в нулевом приближении, будет функция $\chi_0(\xi,s) = P_0(\xi)\chi_0^0(s)$. Здесь $\chi_0^0(s)$ – собственная функция задачи (30) – (31) при условиях (9), $P_0(\xi)$ – оставшийся неопределенным на данном шаге итерации полином.

При $j=1$ имеем неоднородную краевую задачу. Условие существования решения задачи эквивалентно равенствам (9).

Условие разрешимости неоднородного дифференциального уравнения, получаемого во втором приближении, приводит к формуле (11) для вычисления параметра a и к дифференциальному уравнению относительно P_0:

$$-\frac{1}{2}\lambda_{qq}\frac{d^2P_0}{d\xi^2} + b\xi\frac{dP_0}{d\xi} + \left(\Xi - \lambda_1 + \frac{1}{2}\varpi + c\xi^2\right)P_0 = 0, \tag{32}$$

где

$$\varpi = -i(a\lambda_{qq} + \lambda_{q\varphi}),\ 2c = a^2\lambda_{qq} + 2a\lambda_{q\varphi} + \lambda_{\varphi\varphi},\ \ \Xi = \frac{(\tau-\kappa)\left(20\lambda_0 - q^2\lambda_{qq}\right)}{8}q^2.$$

Для вычисления производных, входящих в (32), можно дифференцировать задачу нулевого приближения по параметрам q и φ_0.

При $\lambda_1 = \lambda_1^{(n)} = \varpi(1/2+n) + \Xi$, уравнение (32) имеет решение $P_0(\xi) = H_n(\xi)$, где $H_n(\xi)$ – полином Эрмита n- ой степени. Найденная здесь поправка λ_1 учитывает как эксцентриситет поперечного сечения, так и наличие поперечных сдвигов (зависимость от параметров τ и κ).

Здесь же рассмотрены примеры, которые показывают, что расчет критического усилия сдвига слоистой цилиндрической оболочки при кручении по модели изотропной однослойной оболочки с усредненными модулями упругости ($\tau=\kappa=0$) может приводить к значительным погрешностям. Данная погрешность сильно зависит от материала составляющих слоев, их толщин и характера распределения материала относительно нейтральной поверхности. В частности, с увеличением асимметрии физических характеристик слоев относительно нейтральной поверхности учет параметров сдвига τ и κ в модели слоистой некруговой оболочки может приводить к значительному увеличению поправки к бифуркационному моменту кручения, учитывающей эксцентриситет поперечного сечения (в рассмотренном примере на 9,6%).

В **четвертой главе** исследуются задачи о свободных колебаниях слоистых композитных цилиндрических оболочек.

Рассмотрены круговые цилиндрические оболочки с постоянными геометрическими и физическими параметрами. В этом случае собственные колебания сопровождаются образованием волн, покрывающих всю поверхность оболочки, и решение исходной системы уравнений может быть найдено в явном виде. Здесь приведены две модели – модели упругих и вязкоупругих слоистых оболочек. Для вязкоупругих оболочек в качестве исходных используются уравнения с комплексными коэффициентами, полученные в [4] и обобщающие известные уравнения движения упругих слоистых оболочек (Э.И. Григолюк, Г.М. Куликов). Здесь поставлена и решена задача об оптимальном проектировании слоистой оболочки, заключающаяся в оптимальном подборе толщин вязкоупругих заполнителей при заданных физико-механических свойствах слоев и фиксированной массе оболочки с целью максимизации собственной частоты колебаний и одновременном увеличении декремента.

Здесь же определяются формы колебаний и собственные частоты Ω для слоистой оболочки, находящейся под действием неравномерно распределенной по контуру осевой сжимающей силы $N^0(\varphi)$. Под действием этой силы в оболочке в докритическом безмоментном состоянии возникает мембранное осевое усилие $T_1^0 = -N^0(\varphi)/(2\pi R)$.

В качестве исходных используем уравнения, записанные в безразмерном виде:

$$\begin{cases} \varepsilon^4 \left(1 - \varepsilon^3 \tau \Delta\right) \Delta^2 \chi + \varepsilon^2 \dfrac{\partial^2 F}{\partial s^2} + \varepsilon^2 t(\varphi) \dfrac{\partial^2}{\partial s^2} \left(1 - \varepsilon^2 \kappa \Delta\right) \chi - \Lambda \left(1 - \kappa \varepsilon^2 \Delta\right) \chi = 0, \\ \varepsilon^2 \Delta^2 F - \dfrac{\partial^2}{\partial s^2} \left(1 - \varepsilon^2 \kappa \Delta\right) \chi = 0, \end{cases} \tag{33}$$

где $T_1^0(\varphi) = -Eh\varepsilon^2 t(\varphi)$, $\Lambda = \rho R^2 \Omega^2 / E$ – параметр, характеризующий частоту колебаний, F, χ – безразмерные функции напряжений и перемещений, ρ – осредненная плотность.

Решение задачи проводим по схеме, описанной для случая оболочки, находящейся под действием неоднородной осевой нагрузки. Положим

$$\Lambda = \Lambda_0 + \varepsilon \Lambda_1 + \varepsilon^2 \Lambda_2 + \ldots \tag{34}$$

После подстановки (5), (6), (34) в уравнения (33), получим последовательность уравнений

$$\sum_{k=0}^{j} \mathbf{B}_k \mathbf{X}_{j-k} = 0, \; j = 0,1,2,\ldots \tag{35}$$

Здесь $\mathbf{B}_0$ – (2×2) – матрица с элементами:

$$B_0^{(11)} = \left(p_m^2 + q^2\right)^2 - t(\varphi_0)\left(p_m^2 + \kappa p_m^4 + \kappa p_m^2 q^2\right) - \Lambda_0\left(1 + \kappa\left(p_m^2 + q^2\right)\right), \quad B_0^{(12)} = -p_m^2,$$
$$B_0^{(21)} = p_m^2\left(1 + \kappa\left(p_m^2 + q^2\right)\right), \quad B_0^{(22)} = \left(p_m^2 + q^2\right)^2.$$

Из рассмотрения (35) в нулевом приближении, находим

$$\Lambda_0\left(q, \varphi_0, p_m\right) = \frac{\left(p_m^2 + q^2\right)^2}{\left(1 + \kappa\left(p_m^2 + q^2\right)\right)} + \frac{p_m^4}{\left(p_m^2 + q^2\right)^2} - t(\varphi_0) p_m^2. \tag{36}$$

Тогда $\Lambda_0^0 = \min\limits_{q, \varphi_0} \Lambda_0\left(q, \varphi_0, p_m\right) = \Lambda_0\left(q^0, \varphi_0^0, p_m\right)$, где q^0, φ_0^0 таковы, что

$$\partial \Lambda_0 / \partial q = \partial \Lambda_0 / \partial \varphi_0 = 0. \tag{37}$$

При отыскании минимума (37) возможны три существенно разных случая: (случай А) $p_m > z_0$, (случай В) $p_m < z_0$, (случай С) $p_m \approx z_0$, где z_0 – положительный корень уравнения (21). Как и в главе 2, рассмотрим сначала первые два.

Решение системы (35) при $j = 0$ запишем в виде (10), где $P_0(\xi)$ – неизвестный полином, а $\mathbf{Y}^0 = \left(1, \; -B_0^{(11)} / B_0^{(12)}\right)$ – двумерный вектор.

При $j = 2$ система (27) является неоднородной. Условие совместности данной системы дает соотношение для вычисления параметра a

$$a = i\left(\Lambda_{\varphi\varphi}^0 / \Lambda_{qq}^0\right)^{1/2}, \tag{38}$$

где $\Lambda_{\varphi\varphi}^0$ и Λ_{qq}^0 – вторые производные параметра критической нагрузки Λ_0 по q и φ при $\varphi = \varphi_0^0$ и $q = q^0$, а также дифференциальное уравнение относительно полинома $P_0(\xi)$:

$$\frac{d^2 P_0}{d\xi^2} + ia\left[2\xi \frac{dP_0}{d\xi} + P_0\right] + \frac{2\Lambda_1}{\Lambda_{qq}^0} P_0 + \Re = 0, \tag{39}$$

где

$$\Re = \frac{2\tau p_m^6 P_0}{\Lambda_{qq}^0 \left(1 + \kappa p_m^2\right)}, \text{ если } \; p_m > z_0 \; \text{ и } \; \Re = \frac{2\tau p_m^3 z_0^3 P_0}{\Lambda_{qq}^0 \left(1 + \kappa p_m z_0\right)}, \text{ если } \; p_m < z_0 .$$

При

$$\Lambda_1 = \Lambda_1^{(n)} = (1/2 + n)\sqrt{\Lambda_{qq}^0 \Lambda_{\varphi\varphi}^0} + \sigma,$$

где

$$\sigma = \tau p_m^6 / \left(1 + \kappa p_m^2\right), \text{ если } \; p_m > z_0 \; \text{ и } \; \sigma = \left(\tau p_m^3 z_0^3\right) / \left(1 + \kappa p_m z_0\right), \text{ если } \; p_m < z_0$$

уравнение (39) имеет решение в виде полинома Эрмита степени n.

В явном виде найдены частотный параметр и формы колебаний. Анализ формул для собственных частот показал их сильную зависимость как от характера распределения осевой нагрузки, так и от параметров поперечного сдвига.

В случае, когда $p_m \approx z_0$, проводится перестройка асимптотического решения с помощью метода, описанного в главе 2.

В конце главы приведены численные примеры, которые демонстрируют влияние осевой нагрузки на частоты собственных колебаний. Здесь же установлено, что увеличение параметра поперечного сдвига κ приводит к снижению собственных частот колебаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

1. С использованием асимптотических методов решена задача о локальной бифуркации слоистой композитной цилиндрической оболочки под действием неоднородного осевого сжатия. Впервые предложена методика определения критического осевого усилия и соответствующих форм потери устойчивости вблизи “наиболее слабой” образующей с учетом поперечных сдвигов. Установлено, что учет поперечных сдвигов при асимметричном распределении физических и геометрических характеристик слоев относительно нейтральной поверхности может приводить к значительному изменению классического бифуркационного осевого усилия [1, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14].

2. Построено асимптотическое решение системы дифференциальных уравнений, описывающей локальную потерю устойчивости слоистой

некруговой цилиндрической оболочки в окрестности “слабой” образующей под действием крутящего момента. Предложена методика, которая в отличие от известных классических результатов, позволяет получить формулу для критического усилия сдвига, учитывающую как эксцентриситет поперечного сечения, так и наличие поперечных сдвигов. Установлено, что расчет критического усилия сдвига по модели изотропной оболочки с усредненными модулями упругости без учета поперечных сдвигов может приводить к значительным погрешностям, которые сильно зависят от физических характеристик составляющих слоев [2, 8, 9, 15].

3. Выведена формула для собственной частоты и декремента затухания колебаний круговой цилиндрической слоистой оболочки с учетом вязких свойств составляющих слоев и наличия поперечных сдвигов. Предложен метод оптимального проектирования трехслойного тонкого цилиндра, заключающийся в подборе толщины вязкоупругого заполнителя при заданных физико–механических свойствах слоев и фиксированной массе оболочки с целью максимизации фундаментальной частоты свободных колебаний [4].

4. Разработана методика, с использованием которой впервые получены формулы для собственных частот колебаний неоднородно сжатых в осевом направлении цилиндрических оболочек с учетом локализации форм колебаний и наличия поперечных сдвигов. Анализ формулы для собственных частот обнаружил их сильную зависимость как от характера распределения осевой нагрузки в окружном направлении, так и от параметров поперечных сдвигов [3, 5, 7, 10, 11, 12].

Рекомендации по практическому использованию результатов

Полученные результаты могут быть использованы при расчете на устойчивость и колебания тонкостенных слоистых элементов конструкций, подверженных действию статических нагрузок. Также результаты исследований можно применять на стадии проектирования тонкостенных конструкций или тонкостенных элементов (панелей, пластин) автомобилей, а также летательных аппаратов, подводных объектов, промышленных сооружений, отличающихся наличием слабых мест, при расчете надежности, долговечности и несущей способности деталей машин и сооружений.

Результаты работы позволяют избежать проведения дорогостоящих лабораторных экспериментов и связанных с ними энергетических и материальных затрат при определении собственных частот колебаний и критических нагрузок реальных конструкций, оценки технико-эксплутационных свойств промышленных изделий и сооружений.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных журналах и сборниках:

1 Корчевская, Е.А. К вопросу об устойчивости слоистых цилиндрических оболочек, подверженных действию неоднородного сжатия / Е.А. Корчевская // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2003. – № 4. – С. 142–145.

2 Корчевская, Е. А. Потеря устойчивости некруговой слоистой цилиндрической оболочки при кручении / Е. А. Корчевская // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2004. – № 4. – С. 102 –106.

3 Корчевская, Е.А. Свободные колебания слоистой цилиндрической оболочки, находящейся под действием неравномерно распределенных осевых сил / Е.А. Корчевская, Г.И. Михасев // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2006. – №5. – С. 166-177.

4 Ботогова, М.Г. Свободные колебания слоистых вязкоупругих цилиндрических оболочек / М.Г. Ботогова, Г.И. Михасев, Е.А. Корчевская // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фунд. науки. Механика. – 2006. – № 10. – С. 125–133.

Статьи в сборниках:

5 Корчевская, Е.А. Об оптимальном проектировании слоистой цилиндрической оболочки, подверженной действию осевой нагрузки / Е.А. Корчевская // Сб. научн.- метод. ст. / Белорус. национ. техн. ун-т. – Минск, 2005. – Вып. 18: Теоретическая и прикладная механика. – С. 125–127.

6 Корчевская, Е.А. Устойчивость слоистых цилиндрических оболочек, подверженных действию неоднородного осевого сжатия / Е.А. Корчевская, Г.И. Михасев // Сб. научн.- метод. ст. / Белорус. национ. техн. ун-т. – Минск, 2005. – Вып. 19: Теоретическая и прикладная механика. – С.80–84.

Материалы конференций:

7 Korchevskaya, E. Buckling and vibrations of composite laminated cylindrical shells under axial load / E. Korchevskaya, G. Mikhasev, D. Marinkovich, U. Gabbert // Die 6. Magdeburger Maschinenbau–Tage: proceedings of the conference, Magdeburg, 24–26 September 2003. / Otto–von–Guericke–Universität Magdeburg; edited by: R. Kasper [et al.]. – Magdeburg, 2003. – P. 183-189.

8 Корчевская, Е. А. Слоистая цилиндрическая оболочка при кручении / Е. А. Корчевская // Новые математические методы и компьютерные

технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы VII Респ. научн. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 22–24 марта 2004 г. / Гомел. гос. ун-т; редкол.: Д.Г. Лин [и др.].– Гомель, 2004. – С.134–135.

9 Корчевская, Е. А. О решении системы дифференциальных уравнений, описывающих состояние слоистой цилиндрической оболочки при кручении / Е. А. Корчевская // VI межвузовская научно-методическая конференция молодых ученых: материалы VI межвуз. научн.-метод. конф. молодых ученых, Брест, 14 мая 2004 г./ Брест. гос. ун-т; редкол.: А. А. Горбацкий [и др.]. – Брест, 2004. – С.42–44.

10 Mikhasev, G. Local buckling, stationary and non-stationary vibrations of thin composite laminated shells having the weakest spots / G. Mikhasev, E. Korchevskaya, U. Gabbert, D. Marinkovic // The Fourth International Conference on Thin–Walled Structures: proceedings of the conference, UK, Loughbourough, 22-24 June 2004. / Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia; edited by: J. Loughlan [et al.]. – Loughbourough, 2004. – P. 769– 776.

11 Корчевская, Е. А. Использование среды Maple для вычисления критической нагрузки и наименьшей частоты колебаний оболочки, подверженной действию осевой нагрузки / Е. А. Корчевская // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы VIII Респ. науч. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 14–16 марта 2005 г./ Гомел. гос. ун-т; редкол.: Д.Г. Лин [и др.]. – Гомель, 2005. – С.168–169.

12 Корчевская, Е.А. О свободных колебаниях слоистой цилиндрической оболочки / Е. А. Корчевская // I Машеровские чтения: материалы регион. науч. конф. студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 5 мая 2005 г.: в 3 ч./ Витебск. гос. ун-т; редкол.: Г.И. Михасев [и др.]. – Витебск, 2005. – Ч.1.– С. 122–124.

Тезисы докладов:

13 Михасев, Г.И. Исследование влияния поперечных сдвигов на бифуркацию слоистой цилиндрической оболочки под действием осевых сил / Г. И. Михасев, С. П. Кунцевич, Е. А. Корчевская // Третьи Поляховские Чтения: тезисы докладов Междунар. научн. конф. по механике, Санкт-Петербург, 4-6 февр. 2003 г. / Санкт-Петербург. гос. ун-т; редкол.: Н.Ф. Морозов [и др.]. – Санкт-Петербург, 2003. – С.195–196.

14 Корчевская, Е. А. Об одном случае интегрирования системы уравнений, описывающих состояние слоистой цилиндрической оболочки при неоднородном осевом сжатии / Е. А. Корчевская // Еругинские чтения– IX:

тезисы докладов Междунар. математ. конф., Витебск, 20–22 мая 2003 г./ НАН Беларуси, Ин-т математики, Витебск. гос. ун-т, Белор. гос. ун-т; редкол.: А.Л. Гладков [и др.]. – Витебск, 2003. – С.42–43.

15 Корчевская, Е. А. Устойчивость слоистой цилиндрической оболочки при кручении / Е. А. Корчевская // НИРС–2004: тезисы докладов IX респ. науч. конф. студентов и аспирантов республики Беларусь, Гродно, 26–27 мая 2004 г.: в 8 ч./ Гродн. гос. ун-т, Гродн. гос. мед. ун-т, гродн. гос. агр. ун-т; редкол.: А.И. Жук [и др.]. – Гродно, 2004. – Ч. 6. – С.116–118.

РЭЗЮМЭ

Карчэўская Алена Аляксееўна

Лакалізаваныя формы страты ўстойлівасці
і свабодных ваганняў слаістых кампазітных абалонак

Ключавыя словы: тонкія слаістыя абалонкі, папярочныя зрухі, лакальная страта ўстойлівасці, лакальныя ваганні, “слабая” ўтваральная, малы параметр, асімптатычны метад.

Мэта работы: зыходзячы з ураўненняў тэхнічнай тэорыі слаістых абалонак, якія ўлічваюць папярочныя зрухі, з выкарыстаннем асімптатычных метадаў распрацаваць методыку вылічэння частот уласных ваганняў, крытычных нагрузак, а таксама вызначэння адпаведных ім форм ваганняў і страты ўстойлівасці, лакалізаваных зблізку “слабай” утваральнай, пры розных спосабах статычнага нагружэння.

Метады даследавання: асімптатычныя метады, метад Фур’е, лікавыя метады.

Асноўныя вынікі:

— атрыманы асімптатычныя рашэнні краявых задач для ўраўненняў, якія апісваюць лакальную біфуркацыю слаістай цыліндрычнай абалонкі пад уздзеяннем неаднароднага восевага сціскання і круцячага моманту, а таксама свабодныя лакалізаваныя ваганні слаістай цыліндрычнай абалонкі пад уздзеяннем статычных нераўнамерна размеркаваных восевых сіл;

— прапанавана методыка вызначэння крытычнай восевай сілы і адпаведнай формы страты ўстойлівасці слаістай цыліндрычнай абалонкі пад уздзеяннем неаднароднага восевага сціскання, якая ўлічвае як папярочныя зрухі, так і неаднароднасць нагружэння;

— распрацавана методыка вызначэння крытычнага намагання зруху для слаістай некругавой цыліндрычнай абалонкі пад уздзеяннем круцячага моманту, якая ўлічвае як наяўнасць “слабай” утваральнай, так і папярочныя зрухі;

— пастаўлена і вырашана задача аптымальнага праектавання слаістай абалонкі з вязкапругкім запаўняльнікам, якая мае фіксаваную масу, з мэтай павышэння найменшых частот і дэкрэмента затухання ваганняў;

— распрацавана методыка пабудовы форм лакалізаваных уласных ваганняў і вызначэння адпаведных уласных частот слаістай цыліндрычнай абалонкі, якая знаходзіцца пад уздзеяннем статычнай восевай сілы нераўнамерна размеркаванай па контуру краю, з улікам папярочных зрухаў і наяўнасці на паверхні абалонкі “слабай” утваральнай.

Усе атрыманыя вынікі дысертацыі з’яўляюцца новымі. Яны могуць знайсці прымяненне пры праектаванні танкасценных элементаў канструкцый.

РЕЗЮМЕ

Корчевская Елена Алексеевна

Локализованные формы потери устойчивости и свободных колебаний слоистых композитных оболочек

Ключевые слова: тонкие слоистые оболочки, поперечные сдвиги, локальная потеря устойчивости, локальные колебания, “слабая” образующая, малый параметр, асимптотический метод.

Цель работы: исходя из уравнений технической теории слоистых оболочек, учитывающих поперечные сдвиги, с использованием асимптотических методов разработать методику вычисления частот собственных колебаний, критических нагрузок, а также определения соответствующих им форм колебаний и потери устойчивости, локализованных вблизи “слабой” образующей, при различных способах статического нагружения.

Методы исследования: асимптотические методы, метод Фурье, численные методы.

Основные результаты:

— получены асимптотические решения краевых задач для уравнений, описывающих локальную бифуркацию слоистой цилиндрической оболочки под действием неоднородного осевого сжатия и крутящего момента, а также свободные локализованные колебания слоистой цилиндрической оболочки под действием статических неравномерно распределенных осевых сил;

— предложена методика определения критической осевой силы и соответствующей формы потери устойчивости слоистой цилиндрической оболочки под действием неоднородного осевого сжатия, учитывающая как поперечные сдвиги, так и неоднородность нагружения;

— разработана методика определения критического усилия сдвига для слоистой некруговой цилиндрической оболочки под действием крутящего момента, учитывающая как наличие “слабой” образующей, так и поперечные сдвиги;

— поставлена и решена задача оптимального проектирования слоистой оболочки с вязкоупругим заполнителем, имеющей фиксированную массу, с целью увеличения наименьших частот и декремента затухания колебаний;

— разработана методика построения форм локализованных собственных колебаний и определения соответствующих собственных частот слоистой цилиндрической оболочки, находящейся под действием статической осевой силы неравномерно распределенной по контуру края, с учетом поперечных сдвигов и наличия на поверхности оболочки “слабой” образующей.

Все полученные результаты диссертации являются новыми. Они могут найти применение при проектировании тонкостенных элементов конструкций.

SUMMARY

Alena A. Karcheuskaya

Localized forms of buckling and free vibrations
of composite laminated shells

Key words: thin laminated shells, transverse shears, localized buckling, localized vibrations, “weakest” generatrix, small parameter, asymptotic method.

The aim of the research: based on the equations of the technical theory of laminated shells taking transverse shears into account and using asymptotic methods, to develop the procedure for calculation of the natural vibration frequencies, buckling loads and the corresponding eigen–modes and buckling eigen–forms as well under various ways of static loading.

Research methods: asymptotic methods, Fourier method, numerical methods.

The basic results are:

— asymptotic solutions of the boundary–value problems describing the local bifurcation of laminated cylindrical shells under action of the non–uniform axial compression and the torsion moment as well as free localized vibrations of the laminated cylindrical shell under action of the static non–uniformly distributed axial forces have been obtained;

— method of defining of the critical axial forces and the corresponding buckling forms of a laminated cylindrical shell under action of the non–uniform axial pressure taking into account both the transverse shears and the load non–homogeneity has been proposed;

— procedure of determination of the critical shear force for the laminated non–circular cylindrical shell under action of the torsional moment taking into account the presence of the “weakest” generatrix as well as transverse shears has been developed;

— problem of optimal design of the fixed mass laminated shell with viscoelastic filler aiming to increase the lowest frequencies and the vibration decrement has been set and solved;

—method for the construction of the localized forms of natural vibrations and the definitign of the corresponding natural frequencies of the laminated cylindrical shell under the static axial force non–uniformly distributed over the edge line taking the transverse shears and the “weakest” generatrix on the shell surface into account has been worked out.

All the obtained results have scientific novelty and can be applied in designing thin-walled elements of constructions.

Научное издание

КОРЧЕВСКАЯ
Елена Алексеевна

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ ФОРМЫ
ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ И СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ
СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого
твердого тела

Технический редактор М.И. Гриневич

Подписано в печать 28.03.2007.
Формат $60\times84^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 1,34. Уч.-изд. л. 1,04. Тираж 60. Заказ 261.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский национальный технический университет.
ЛИ № 02330/0131627 от 01.04.2004.
220013, Минск, проспект Независимости, 65.