

АКАДЕМИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАУК СССР
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СОДЕРЖАНИЯ
И МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ

Семенов Ефим Евстафьевич

ОБУЧЕНИЕ ОБОБЩЕНИЮ И КОНКРЕТИЗАЦИИ
ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ
В ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЕ

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Научный руководитель
кандидат педагогических наук
Семушин Алексей Дмитриевич

Москва - 1976

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ОБОБЩЕНИЮ И КОНКРЕТИЗАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ В ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЕ.	II
§ 1. Теоретико-множественный подход к изучению процессов обобщения и конкретизации аксиоматически определяемых геометрических понятий.	13
§ 2. Теоретико-множественный подход к изучению процессов обобщения и конкретизации неаксиоматически определяемых понятий.	39
Выводы.	57
Глава II. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ОБОБЩЕНИЮ И КОНКРЕТИЗАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ В ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЕ.	62
§ 1. Методические основы обучения обобщению и конкретизации.	63
§ 2. Обучение обобщению и конкретизации при изучении геометрических понятий в 4 и 5 классах.	77
§ 3. Обучение обобщению и конкретизации при изучении понятий в систематическом курсе геометрии восьмилетней школы.	112
§ 4. Обучение обобщению и конкретизации при изучении геометрических понятий на внеклассных и факультативных занятиях.	167
Основные результаты и общие выводы.	193

В В Е Д Е Н И Е

Современные тенденции в науке состоят в том, что знания излагаются во все более обобщенном виде. Замена многих научных теорий, понятий одной обобщающей их теорией, более общими понятиями, для которых прежние являются их частными случаями (конкретизациями) есть важный фактор развития науки, обеспечивающий успех усвоения накопленных человечеством знаний. Благодаря этой тенденции современная наука остается для человека посильной, несмотря на бурный рост информации при практически неизменных интеллектуальных возможностях человека. Обобщение научных знаний является одним из важнейших средств систематизации накопленных знаний, приведения их в стройную логическую систему.

Являющееся следствием научно-технического прогресса усиление роли теоретических знаний и умственного труда во все большем числе областей человеческой деятельности означает, что все более широкий круг людей вынужден считаться с указанной особенностью развития науки. Современный образованный человек, независимо от того, в какой области он работает, должен уметь строить новые и перестраивать старые знания на основе новых, более общих идей, понятий и с этих позиций осмысливать новые и переосмысливать ранее известные факты, связи, явления, закономерности, их место и роль в системе подготовки, необходимой ему для успешной деятельности.

Важную роль обобщения в математике отмечают многие известные математики. Так, Б.В.Гнеденко указывает, что в математике "теперь, как правило, новые понятия образуются путем широкого обобщения старых понятий" (см. [37]). У.У.Сойер считает, что "обобщение - один из самых важных факторов развития математики" (см. [127], стр. 36). "После обобщения - говорит он - результат ста-

4.

новится более полезным... Обобщение почти всегда также упрощает результат. Более общий вывод легче воспринять, чем менее общий". "Обобщение не только расширяет область математики. Оно помогает увязать материал" (см. 127, стр. 70).

Умение по-новому осмысливать и перестраивать знания на основе более общей идеи, умение конкретизировать эти знания с учетом новых теоретических основ должно, очевидно, прививаться, начиная со средней школы.

Нельзя не отметить, что тенденция науки к изложению материала в обобщенном виде нашла отражение в новых школьных программах по математике. Так, понятие функции сейчас определяется через более общее понятие соответствия. Понятия параллельного переноса, осевой и центральной симметрии, изучаемые в 5 классе, в 6 классе определяются как конкретизации более общего понятия перемещения. Само понятие перемещения вводится как частный случай отображения множества точек на множество точек. При этом оказывается, что более общее понятие соответствия доступнее, чем понятие функции в прежнем изложении. В свою очередь, понятия отображения и перемещения при соответствующем изложении усваиваются легче, чем их частные случаи при изучении по старой программе. (Более того, эксперимент, проводимый лабораторией начального обучения математике НИИ СМО АПН СССР показывает, что понятие перемещения в 3 классе более доступно для изучения, чем осевая симметрия).

Переход к более общим идеям и понятиям приводит к необходимости осмысливания фактов, связей, явлений с новых позиций. Введение обобщенной идеи, понятия неизбежно связано с их последующей конкретизацией. Таким образом, с процессом обобщения нераз-

рывно связан процесс конкретизации. В науке это, в частности, выражается в том, что ценность всякой общей теории в конечном итоге определяется возможностью ее конкретных применений. В обучении это должно выражаться в том, чтобы развивать у учащегося умение переходить от общего к конкретному, умение применять общие принципы, методы к конкретному случаю.

Однако только изложение материала с более общих позиций не может само по себе развить у учащихся умение переходить к обобщенным знаниям и конкретизировать их. Чтобы развить такое умение, нужно проводить целенаправленную работу по обучению учащихся как переходом к более общим идеям, понятиям, так и конкретизации общих положений. Такая работа будет содействовать более глубокому осмыслению знаний учащимися, выработке важных качеств, необходимых для дальнейшего образования.

Психологическими исследованиями установлено, что способность к обобщению математического материала является одной из основных для успешного изучения математики, причем эту способность можно развивать. Так, В.А.Крутецкий отмечает, что "главное в обучении математике – формирование обобщенных математических отношений и развитие способности обобщать математический материал" (см. 72 а, б). В работе [57] (стр. 261) отмечается, что специальное обучение системе приемов умственной деятельности, в которую входит прием обобщения, является условием, способствующим умственному развитию учащихся. Большое значение специальной работе по формированию у учащихся приемов обобщения придают психологи Д.Н.Богоявленский, П.Я.Гальперин, Е.Н.Кабанова-Меллер, Н.А.Менчинская и др.

Важное значение использования обобщения и конкретизации (специализации) в процессе обучения математике в средней школе отме-

6.

чается многими известными методистами-математиками. В их работах рассматриваются те или иные вопросы, связанные с использованием этих важных мыслительных операций в процессе обучения математике.

В известных работах Д.Поля (см. [106] а, б), посвященных обучению учащихся решению задач, рекомендуются и широко используются обобщение и конкретизация (специализация) приемов, методов, понятий, раскрывается их содержание. Однако, как справедливо отмечается в [41] , система задач по обучению обобщению и конкретизации в этих работах отсутствует.

В работах А.А.Столяра (см. [128]) и П.М.Эрдниева (см. [142]) говорится о необходимости применения обобщения и приводятся примеры применения обобщения при обучении математике, но конкретизация и ее применение в школе в явном виде не рассматривается.

Значительный интерес представляет работа В.Ю.Гуревича [41] , в которой раскрывается роль обобщения и конкретизации при формировании приемов поиска решения задач на уроках математики в 6 классе. В этой работе указаны приемы поиска решения задач на обобщение и конкретизацию закономерностей, на расширение и сужение множеств, выделены дидактические функции этих задач.

Возможности формирования у учащихся понятия об обобщении и конкретизации (специализации) и их применения при изучении системы понятий современной алгебры (на факультативных занятиях) исследованы в работе О.С.Кретьянина [71] . В этой работе выделены виды упражнений для формирования у учащихся 4-5 классов понятий обобщения и конкретизации и их подготовки к работе по построению определений изучаемых понятий, к установлению отношений между ними.

В диссертации М.А.Преображенского [109] наряду с другими рас-

7.

сматривается вопрос об изучении геометрических теорем на теоретико-множественной основе. И в связи с этим формулируется "принцип возможных обобщений", который предлагается автором как средство самостоятельного составления учащимися геометрических задач на доказательство.

В диссертации О.А.Боконеве выявляется роль обобщения в процессе формирования понятий многомерной геометрии. В диссертации Э.Н.Горельченко наряду с другими рассматривается и способность к обобщению математического материала, приводятся примеры обобщений.

В работе В.В.Давыдова [44] в качестве специального объекта рассмотрения выбраны виды обобщения учебного материала (с целью разработки вопросов, связанных с логико-психологическим обоснованием построения школьных учебных предметов).

Имеются также другие методические исследования, в которых авторы, рассматривая те или иные стороны обучения, касаются вопросов обобщения.

Обучение обобщению и конкретизации в школьном курсе математики может проводиться различными средствами. Для этого имеется много различных возможностей – при обобщении методов доказательств, методов решения задач, построений, при обобщении самих задач, при изложении материала в обобщенном виде, при обобщении понятий. Особо благоприятные предпосылки для такого обучения возникли в связи с теоретико-множественным подходом к изучению современной школьной математики, включением в курс геометрии (на теоретико-множественной основе) аксиоматического подхода и отображений плоскости на себя (перемещения и подобия). В результате этого возникли широкие и доходчивые для школы возможности обучения обобщению и конкретизации.

8.

Из всех возможностей обучения обобщению и конкретизации в данной диссертации рассматривается обучение обобщению и конкретизации при изучении геометрических понятий. Это объясняется следующими факторами:

1) При теоретико-множественном подходе сравнительно легко выделяются понятия "содержание" и "объем" (в явном или неявном виде).

2) Сами понятия обобщения и конкретизации легко и удобно раскрываются в теоретико-множественной трактовке.

3) Выявлением обобщающей и конкретизирующей роли того или иного свойства понятия можно заниматься с первых шагов изучения геометрических понятий (по крайней мере, с 4 класса).

4) Обучение обобщению и конкретизации при изучении понятий может стать подготовительным и связующим звеном для обучения обобщению и конкретизации в других случаях (при обобщении и конкретизации методов доказательств, решений, построений и т.д.).

5) Включение в школьный курс геометрии аксиоматически определяемых понятий вызывает необходимость разработки соответствующей методики их изучения. Одним из путей решения этой проблемы является выявление конкретизирующей роли аксиом при изучении этих понятий.

6) При обучении обобщению и конкретизации в процессе изучения понятий представляется возможность вести изучение понятий на конечных множествах путем рассмотрения конечного множества свойств и конечного множества объектов.

В имеющихся работах систематического исследования вопроса обучения учащихся обобщению и конкретизации при изучении геометрических понятий не проведено.

В настоящее время целенаправленная работа по обучению обобще-

нию и конкретизации при изучении математики в средней школе не проводится. Интуитивные представления об обобщении и конкретизации формируются в процессе текущего изучения материала. Однако неосознанное владение понятиями "обобщение", "конкретизация" малоэффективно. Поэтому необходима систематическая и методически продуманная работа по обучению учащихся обобщению и конкретизации.

С учетом изложенного, проблемой диссертации является: и с л е д о в а н и е с о д е р ж а н и я о б у ч е н и я о б о б щ е н и ю и к о н к р е т и з а ц и и п р и и з у ч е н и и г е о м е т р и ч е с к и х п о н я т и й , р а з р а б о т к а м е т о д и к и о б у ч е н и я у ч а щ и х с я о б о б щ е н и ю и к о н к р е т и з а ц и и .

Исследование проблемы предполагало решение следующих задач:

- 1) выяснить возможности обучения обобщению и конкретизации при изучении геометрических понятий в восьмилетней школе;
- 2) разработать требования к системе задач при обучении обобщению и конкретизации;
- 3) разработать систему задач для обучения обобщению и конкретизации при изучении геометрических понятий;
- 4) провести экспериментальную проверку основных положений диссертации.

При решении поставленных задач использовались следующие методы исследования.

- 1) Изучение научной и методической литературы по проблеме исследования.
- 2) Беседы на курсах усовершенствования с учителями городов Н.Тагила и Кушвы, Пригородного, Салдинского районов, северных районов Свердловской области, беседы с учителями-заочниками.
- 3) Обобщение личного 23-летнего опыта работы в школе, педаго-

10.

гическом институте, на подготовительных (для поступающих в вуз) курсах.

4) Экспериментальная проверка.

Экспериментальная проверка проводилась в несколько этапов.

I. На этапе поискового эксперимента проводилась проверка материалов на факультативных занятиях в 8-10 классах школ № 12, 56, 85 г. Нижнего Тагила самим автором (1967/68, 1968/69 учебные года).

Результатом этого этапа явилось улучшение и разработка соответствующих материалов для 6-8 классов.

II. На втором этапе проводилась проверка разработанных материалов на внеклассных, факультативных и частично урочных занятиях для 6-8 классов в школах № 85, 18, 23 г. Нижнего Тагила и Черноисточинской школе Пригородного района автором и студентами (1970/71, 1971/72 учебные года).

Результатом второго этапа явилось улучшение, корректировка ранее разработанных материалов и составление новых для 4-8 классов (для урочных, внеклассных и факультативных занятий).

III. На заключительном этапе эксперимента проверялся окончательный вариант диссертации с учащимися IУ-УШ классов в школах № 17, 18, 23, 50 (г. Нижний Тагил), а также в Кыновской средней школе Лысьвинского ГОРОНО Пермской области и в 8-летней школе пос. Зенковка Алапаевского района Свердловской области (1972/73, 1973/74, 1974/75 учебные года).

II.

Глава I

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ОБОБЩЕНИЮ И КОНКРЕТИЗАЦИИ
ПРИ ИЗУЧЕНИИ СИСТЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

Под обобщением понимается переход от рассмотрения элементов некоторого множества A к рассмотрению элементов множества B , такого, что его собственное подмножество B' изоморфно множеству A .

Под конкретизацией понимается обратный переход от рассмотрения элементов множества B к рассмотрению элементов множества A , изоморфному множеству B' – собственному подмножеству множества B .

В условиях восьмилетней школы можно ограничиться случаем, когда A есть собственное подмножество B . Тогда обобщение представляет собой переход от множества A к множеству B такому, что A есть собственное подмножество B ; конкретизация – переход от множества B к его собственному подмножеству A .

При формировании аксиоматически определяемых понятий приходится делать переходы от множества объектов, удовлетворяющих некоторому множеству аксиом, к множеству объектов, удовлетворяющих более широкому множеству аксиом, а также обратные им переходы. Формирование неаксиоматически определяемых понятий также связано с переходами от родовых понятий к видовым и обратными им переходами. Осмысливание указанных переходов означает знакомство учащихся с теми мыслительными операциями, которые представляют собой обобщение и конкретизацию. Следовательно, обучение обобщению и конкретизации при изучении понятий состоит в выявлении и доведении до сознания учащихся причин сужения или расширения множеств объектов, относящихся к тому

12.

или иному понятию. Чтобы выяснить содержание такого рода работы, необходимо:

1. Используя теоретико-множественный подход, рассмотреть основные способы введения понятий: а) аксиоматический; б) неаксиоматический (через указание рода и видовых отличий) и изучить различные связи, которые при этом существуют.

2. Уточнить понятия объема на данном множестве и содержания понятий (в том плане, в каком это необходимо для решения поставленной проблемы).

3. Раскрыть связи обучения обобщению и конкретизации с изучением понятий и на этой основе сформулировать требования к системе задач по обучению обобщению и конкретизации в процессе изучения понятий.

Систематическую работу по обучению обобщению и конкретизации можно поставить лишь при условии, если будет разработана соответствующая система задач. При этом особую важность представляют те задачи, при решении которых учащимся приходится сталкиваться с операциями обобщения и конкретизации. При этом нужно иметь в виду, что проведение указанной работы в последнее время облегчается тем, что школьный курс математики строится на теоретико-множественной основе, учащиеся осваиваются с этими понятиями и естественно ими воспользуются в новых условиях.

Наибольшую четкость в решении указанных задач можно получить, если начать исследование обобщения и конкретизации с анализа понятий, формируемых через систему аксиом.

6) Обучение обобщению и конкретизации при повторении материала способствует его систематизации, большей глубине понимания, установлению более четких взаимных связей, повышает интерес учащихся к ранее изученному.

7) Проведение обучения обобщению и конкретизации по разработанной в диссертации методике способствует более полному осуществлению принципов обучения.

8) Обучение обобщению и конкретизации при изучении как аксиоматически, так и неаксиоматически определяемых понятий является одним из важных путей формирования представлений учащихся об аксиоматическом методе. Это прежде всего связано с тем, что доходчиво раскрывается роль свойств, аксиом для формирования понятий. Вместе с тем обобщение и конкретизация являются одним из путей формирования у учащихся представлений о независимости и непротиворечивости систем аксиом.

9) Обучение обобщению и конкретизации при изучении понятий в 4-8 классах важно как для продолжения обучения в старших классах, так и в вузе.

10) Полученные результаты представляют интерес для определения содержания школьного математического образования в ближайшем будущем.

195.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Энгельс Ф. Диалектика природы. В кн. К.Маркс и Ф.Энгельс, Сочинения. Изд. 2-е, т. 20.
2. Ленин В.И. а) Философские тетради. М., Политиздат, 1965.
б) К вопросу о диалектике. Полное собрание сочинений т.29.
3. Программа КПСС. М., Политиздат, 1971.
4. Александров А.Д. Математика и диалектика. "М.Ш.", 1972, № 1,2.
5. Аракелян О.А. Некоторые вопросы повторения математики в средней школе. М., Учпедгиз, 1960.
6. Аргунов Б.И. Учебное пособие по курсу основания геометрии. Учпедгиз, 1961.
7. Атенасян Л.С. Основания геометрии. Методическое пособие для студентов-заочников физико-математических факультетов педагогических институтов. Учпедгиз, 1960.
8. Баженов Л.Б., Морозов К.В., Слуцкий М.С. Философия естествознания (выпуск первый). Изд. политической литературы. М., 1966.
9. Базылев В.Т., Дуничев К.И. Геометрия П. М., "Просвещение", 1975.
10. Бакельман И.Я. Высшая геометрия. "Просвещение", М., 1967.
11. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В., Полевщикова А.М. Методика преподавания математики в начальных классах. М., "Просвещение", 1973.
12. Бахвалов С.В., Иваницкая В.П. Основания геометрии. Изд. "Высшая школа". М., 1972.
13. Бескин Н.М. Методика геометрии. Учебник для педагогических институтов. Учпедгиз, 1947.
14. Блонский П.П. Развитие мышления школьника. М., Учпедгиз, 1935.
15. Богомолов С.А. Геометрия. Систематический курс. Учпедгиз, 1949.

196.

16. Богоявленский Д.Н., Менчинская Н.А. Психология усвоения знаний в школе. Изд. АПН РСФСР, 1959.
17. Болтянский В.Г., Яглом И.М. а) Геометрия в старших классах средней школы. М.Ш., 1969. б) Преобразования. Векторы. Пособие для учителей. М., "Просвещение", 1967.
18. Болтянский В.Г., Розов Н.Х. Ленинская теория познания и математические понятия. "Квант", № 7, 1970.
19. Болтянский В.Г., Волович М.Б., Семушин А.Д. а) Геометрия 6. Экспериментальное учебное пособие для У1 класса. Изд. "Педагогика". М., 1972. б) Геометрия 7. Экспериментальное учебное пособие для УП класса. М., "Педагогика", 1974. в) Геометрия 8 (проект учебника). НИИ Симо АПН СССР. М., 1975.
20. Брадис В.М., Минковский В.Л., Харчева А.К. Ошибки в математических рассуждениях. Пособие для учителей. М., "Просвещение", 1967.
21. Боковнев О.А. Система изучения векторных пространств и линейного программирования на специальном факультативном курсе в старших классах средней общеобразовательной школы. Автореферат канд.дис. М., 1969.
22. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. Изд. 3-е, М., Учпедгиз, 1954.
23. Бурбаки Н. Архитектура математики. М., "Знание", 1972.
24. Вейль Г. Симметрия. Перев. с англ. "Наука", М., 1968.
25. Виленкин Н.Я. Математика. 4-5 кл. Теоретические основы. М., "Просвещение", 1974.
26. Виленкин Н.Я. и др. а) Математика. Учебник для 4 класса средней школы. Под ред. А.И.Маркушевича. М., "Просвещение", 1975. б) Математика 5. Учебное пособие под ред. А.И.Мар-

197.

- кушевича. в) Математика в 5 классе. В помощь учителю. Под ред. А.И.Маркушевича. М., "Просвещение", 1971. г) Математика в IV классе. В помощь учителю. М., "Просвещение", 1970.
27. Внеклассная работа по математике в 4-5 классах. Под ред. Шварцбурда С.И. М., "Просвещение", 1974.
28. Возрастные возможности усвоения знаний. Сб. под ред. Д.Б.Эльконина и В.В.Давыдова. М., "Просвещение", 1966.
29. Вопросы рационализации преподавания математики в свете новой школьной программы. Сб. 231, СГПИ. Свердловск, 1973.
30. Вопросы рационализации преподавания математики в свете новой школьной программы. Методическое пособие. Выпуск 2. Свердловск, 1974.
31. Выготский Л.С. Избранные психологические произведения. М., изд. АПН РСФСР, 1956.
32. Галкина М.С., Колягин Ю.М., Ройтман П.Б. а) Уроки геометрии в VI классе (первое полугодие). М., "Просвещение", 1972. б) Уроки геометрии в VI классе (второе полугодие). М., "Просвещение", 1973. в) Уроки геометрии в VII классе (первое полугодие). Пособие для учителей. М., "Просвещение", 1973.
33. Гальперин П.Я. а) Развитие исследований по формированию умственных действий. "Психологическая наука в СССР", т. I, М., изд. АПН РСФСР, 1959.
34. Гастев Ю.А. Содержательная и формальная математика. В сб. в помощь учителю математики "О некоторых вопросах современной математики и кибернетики". М., "Просвещение", 1965.
35. Гаттензо К. Педагогика математики. В кн. Пиаже Ж. и др. Преподавание математики. М., Учпедгиз, 1960.
36. Гильберт Д. Основания геометрии. ОГИЗ. Гостехиздат, 1948.

198.

37. Гнеденко Б.В. О перспективах математического образования. М.ш., № 6, 1965.
38. Горельченко З.П. К вопросу о математических способностях учащихся школ. Автореферат канд. дис., М., 1969.
39. Груденов Я.И. Контрпримеры при изучении математики. Материалы межвузовской научной конференции математических кафедр педагогических институтов Центральной зоны РСФСР. Тула, 1968.
40. Гуревич Г.Б. Проективная геометрия. Физматгиз, М., 1960.
41. Гуревич В.Ю. Формирование приемов поиска решения задач на уроках математики в 6 классе. Канд.дис., М., 1972.
42. Гусев В.А. и др. Геометрия в УП классе. Пособие для учителей. М., "Просвещение", 1973.
43. Гэндэнжамц, Хандын. Формирование теоретико-множественного фундамента геометрии. Дис.канд. М., 1973.
44. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении. М., "Педагогика", 1972.
45. Данилов М.А., Скоткин М.Н. (ред). Дидактика средней школы. М., "Просвещение", 1975.
46. Деев А.А. Введение в математику. Омск, 1968.
47. Демидов В.П., Лялькина А.Т. Формирование теоретико-множественных понятий в курсе математики восьмилетней школы. Пособие для учителей. Мордовское книжное изд-во, Саранск, 1973.
48. Дополнительные главы по курсу математики. Учебное пособие по факультативному курсу для учащихся 7-8 классов. Сб. статей. М., "Просвещение", 1974.
49. Дубнов Я.С. Беседы о преподавании математики. М., "Просвещение", 1965.

199.

50. Есипов Б.П. Активизация мышления в процессе обучения. М., изд. АПН РСФСР, 1949.
51. Есипов Б.П. Самостоятельная работа учащихся на уроках. Учпедгиз, 1961.
52. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. Физматгиз. М., 1961.
53. Житомирский В., Шеврин Л. Геометрия для малышей. Среднеуральское книжное изд-во. Свердловск, 1969.
54. Занков Л.В. а) Дидектика и жизнь. М., "Просвещение", 1968. б) Развитие школьников в процессе обучения (III-IV классы). М., "Просвещение", 1967. в) Обучение и развитие (экспериментально-педагогическое исследование). М., "Педагогика", 1975.
55. Зыкова В.И. Оперирование понятиями при решении геометрических задач. "Изв. АПН РСФСР", вып. 28, 1950.
56. Из опыта преподавания математики в 4-5 классах. Сб. статей учителей школ Ростовской обл. Сост. Якуба Э.Г. М., "Просвещение", 1974.
57. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. М., "Просвещение", 1968.
58. Кэган В.Ф. Очерки по геометрии. Изд. МГУ, 1963.
59. Карсеева Л.А. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики. Автореферат канд. дис., Киев, 1967.
60. Клименченко Д.В. Задачи и упражнения в школьном курсе геометрии как средство активизации мыслительной деятельности учащихся. Автореферат канд. дис., Киев, 1969.
61. Кокстер С.М. Введение в геометрию. Перев. с англ. М., "Наука", 1966.

62. Колмогоров А.Н. а) Новые программы и некоторые основные вопросы усовершенствования курса математики в средней школе. "Математика в школе", № 2, 1967. б) Научные основы школьного курса математики. "Математика в школе", № 3 и № 5, 1969. в) К новым программам по математике. "Математика в школе", № 2, 1968. г) Современная математика и математика в современной школе. "М.ш.", 1971, № 6. д) О системе основных понятий и обозначений для школьного курса математики. "М.ш.", 1971, № 2.
63. Колмогоров А.Н. и др. Геометрия. Учебное пособие для 6 класса средней школы. М., "Просвещение", 1975.
64. Колмогоров А.Н. и др. Учебное пособие для 7 класса средней школы. М., "Просвещение", 1974.
65. Колмогоров А.Н. и др. Геометрия. Учебное пособие для 8 класса средней школы. М., "Просвещение", 1974.
66. Колмогоров А.Н. (ред.). Геометрия в У1 классе. В помощь учителю. М., "Просвещение", 1972.
67. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л. Основные понятия современного школьного курса математики. Под ред. А.И.Маркушевича. М., "Просвещение", 1974.
68. Колягин Ю.М. и др. Поисковые задачи и упражнения по математике для 4-5 классов средней школы. Экспериментальное учебное пособие для учащихся. НИИ школ РСФСР, М., 1973.
69. Колягин и др. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. М., "Просвещение", 1975.
70. Костин В.И. Основания геометрии. Учпедгиз, 1948.
71. Кретинин О.С. Обобщение и специализация при изучении системы математических понятий. Канд. дис. Н.Тегил, 1972.
72. Крутецкий В.А. а) Психология математических способностей школьников. М., "Просвещение", 1968. б) Основы педаго-

- гической психологии. М., "Просвещение", 1972.
73. Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник. Изд. 2-е, "Наука", 1975.
74. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? Перев. с англ. М., "Просвещение", 1967.
75. Ливанова А. Три судьбы. Постигание мира. "Знание", М., 1969.
76. Лурье И.А., Тхамефокова С.Т. Векторы и параллельные переносы (проект учебника для УП класса). НИИ МИМО АПН СССР, М., 1975.
77. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Муравин К.С. Алгебра. Учебное пособие для 6 класса средней школы. Под ред. А.И.Маркушевича. М., "Просвещение", 1973.
78. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Муравин К.С., Суворова С.Б. Алгебра. Учебное пособие для 7 класса средней школы. Под ред. А.И.Маркушевича. М., "Просвещение", 1973.
79. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Монахов В.М., Муравин К.С., Суворова С.Б. Алгебра. Учебное пособие для 8 класса средней школы. Под ред. А.И.Маркушевича. М., "Просвещение", 1974.
80. Материалы для факультативных занятий по математике в средней школе. (В помощь студентам.) Ученые записки, вып. 87, ч. II, Куйбышев, 1971.
81. Маркушевич А.И. а) Об очередных задачах преподавания математики в школе. "М.Ш.", 1962, № 2. б) Почему наука на протяжении веков остается посильной для человека? "Наука и жизнь", 1968, № 12. в) Некоторые проблемы обучения математике в школе. "М.Ш.", 1969, № 6.
82. Матюшкин А.М. а) О двух путях обобщения отношений. "Доклады АПН РСФСР", вып. 3, 1959. б) Анализ и обобщение отношений. Сб. "Процесс мышления и закономерности анализа, синтеза и обобщения". М., изд. АПН СССР, 1960.

202.

83. Метельский Н.В. Дидактика математики. Изд. БГУ им.В.И.Ленина. Минск, 1975.
84. Михайлова К.К. Активизация процесса обучения математике в школе. Красноярский пединститут. Красноярск, 1970.
85. Мишин В.И. Геометрические преобразования в средней школе. Учебное пособие для студентов и учителей математики. МГПИ им. В.И.Ленина. М., 1973.
86. Молодший В.Н. Очерки по вопросам обоснования математики. Учпедгиз, 1958.
87. Молодший В.Н. а) Аксиоматический метод (сб. статей "Вопросы преподавания математики в средней школе", под ред. П.В. Стратилатова). Учпедгиз, 1961. б) Очерки по философским вопросам математики. "Просвещение", М., 1969.
88. Мотова Э.П. Методика изучения некоторых геометрических понятий в школе. Сб. "Математика и методика ее преподавания". Ростов-на-Дону, 1972.
89. Мотова Э.П. Методика формирования геометрических понятий с помощью системы обучающих задач. Автореферат канд.дис. М., 1975.
90. Нагибин Ф.Ф. Достаточные и необходимые условия. "М.Ш.", 1972, № 3.
91. Неванlinna Р. Пространство, время и относительность. Перев. с нем. "Мир", М., 1967.
92. Никитин В.В., Рупасов К.А. Определение математических понятий в курсе средней школы. М., Учпедгиз, 1963.
93. Никольский В.Н. Основания математики. Калининский пединститут, 1969.
94. Никольская И.Л. Привитие логической грамотности при обучении математике. Автореферат канд.Дис., М., 1973.

203.

95. Новое в школьной математике. Сост. Яглом И.М., М., изд. "Знание", 1972.
96. Норден А.П. Элементарное введение в геометрию Лобачевского. Государств.изд.техничко-теоретической литературы, М., 1953.
97. Обучение математике по новым школьным программам. ЛГПИ им. А.И.Герцена. Ленинград, 1974.
98. Обучение математике по новой программе в восьмилетней школе. Сб. статей под ред. Ю.М.Колягина. НИИ школ МП РСФСР, М., 1974.
99. Основные направления совершенствования математического образования в средней школе. (Сб. научных трудов.). Вып. I. НИИ Симо АПН СССР. М., 1975.
100. Перепелкин Д.И. Курс элементарной геометрии. Гостехиздат, 1948.
101. Петров Ю.В. Аксиоматический метод в некоторых теориях эволюционной морфологии. "Вопросы философии", 1959, № 7.
102. Повышение эффективности обучения математике. Сб. статей по материалам III Всесоюзных педагогических чтений. М., 1974.
103. Повышение эффективности обучения математике в IУ-УШ классах. (Сб. научных трудов). Сост. Маслова Г.Г. НИИ Симо АПН СССР. М., 1975.
104. Погорелов А.В. Основания геометрии. "Наука", М., 1968.
105. Погорелов А.В. Элементарная геометрия. Планиметрия. "Наука", М., 1969.
106. Пойа Д. а) Математические открытия. М., "Наука", 1970. б) Математика и правдоподобные рассуждения. М., "Наука", 1975.
107. Пономарев Я.А. Психология творческого мышления. М., Изд. АПН РСФСР, 1960. б) Знания, мышление и умственное развитие. М., "Просвещение", 1967.
108. Пономарев С.А., Стратилатов П.В., Сырнев Н.И. Сборник упражнений по математике для 4-5 классов. Пособие для учителя

- лей. М., "Просвещение", 1973.
109. Преображенский М.А. Элементы теории множеств в связи с развитием логического мышления школьников. Автореферат канд. дис. М., 1951.
110. Психологические возможности младших школьников в усвоении математики. Под ред. В.В.Давыдова. М., "Просвещение", 1969.
111. Пути повышения эффективности изучения естественно-научных предметов в средней школе. Сб. научных трудов. НИИ Симо АН СССР. М., 1975.
112. Пышкало А.М. и др. Теоретические основы начального курса математики. М., "Просвещение", 1974.
113. Роберт Р. Столл. Множества. Логика. Аксиоматические теории. М., "Просвещение", 1968.
114. Рубинштейн С.Л. а) О мышлении и путях исследования. М.-Л., изд. АН СССР, 1958. б) От редактора. Сб. "Процесс мышления и закономерности анализа, синтеза и обобщения", М., изд. АН СССР, 1960.
115. Рогановский Н.М. Построение курса стереометрии. IX класса на основе аксиоматически определенного понятия отражения от плоскости. Под ред. А.И.Фетисова, АН СССР, НИИОПО. М., 1969.
116. Розенфельд Б.А. Аксиомы и основные понятия геометрии. Э.Э.М. Книга IУ, геометрия. Физматгиз, М., 1963.
117. Руденко В.Н. О преподавании геометрии в 5 классе (методические рекомендации). НИИ школ МП РСФСР. М., 1971.
118. Саранцев Г.И. Задачи на сети треугольников. "М.Ш.", № 4, 1972.
119. Саранцев Г.И. Сб. задач на геометрические преобразования. Пособие для учителей. М., "Просвещение", 1975.

205.

120. Семенов Е.Е. а) Аффинные преобразования плоскости (в помощь учителю при проведении кружковых и факультативных занятий). Математика. Ученые записки СИПИ. Свердловск, 1970. б) Из опыта изучения проективных преобразований в факультативном курсе геометрии. Тульский пединститут, 1968. в) О роли разностороннего подхода при изучении материала в факультативном курсе математики средней школы. Удмуртский пединститут, 1969. г) Из опыта изучения проективных преобразований. "М.ш.", № 3, 1969. д) Некоторые варианты изучения геометрических преобразований плоскости в факультативном курсе средней школы. "В помощь учителю математики средней школы. Ученые записки, сб. 178. Н.Тагил, 1972. е) Понятие об аксиоматическом методе в геометрии и неевклидовых геометриях. (Пособие для студентов к методическому семинару по теме "Факультативные занятия в средней школе".) Свердловск, 1973. ж) Задачи как средство активного усвоения аксиоматического метода в восьмилетней школе. Сб. "Роль и место задач в обучении математике" под ред. Ю.М.Колягина. М., 1973. з) О подготовке учителя к изучению геометрических понятий с учащимися. Сб. "Обучение математике по новой программе в восьмилетней школе". Под ред. Ю.М.Колягина. НИИ школ МП РСФСР. М., 1974. и) О задачах на обобщение и конкретизацию производных геометрических понятий. Сб. научных трудов преподавателей пединститутов РСФСР "Методика преподавания математики в средней школе". Свердловск, 1975. к) Точка, прямая ... - что это такое? Квант, № 11, 12, 1975. л) Ошибки Степы Мошкина. Квант, № 3, 1976.
121. Семушин А.Д. а) обучение геометрии в IУ классе. "М.ш.", 1970, № 1. б) Обучение геометрии в У классе. "М.ш.", 1971, № 3.

206.

122. Сенников Г.П. Наглядно-конструктивное изучение школьной планиметрии. Волго-Вятское изд..Горький, 1970.
123. Серве В. Аксиоматика и элементарная геометрия. "М.Ш.", № 6, 1967. Перев. с фр.
124. Скоткин М.Н. а) Основные направления исследований по проблемам дидактики. "Советская педагогика", 1966, № 8. б) Совершенствование процесса обучения. М., "Педагогика", 1971.
125. Скопец З.А., Клопский В.М., Ягодковский М.Л. Геометрия 9. М., "Просвещение", 1975.
126. Смилга В. В погоне за красотой. Изд. ЦК ВЛКСМ "Молодая гвардия", 1968.
127. Сойер У.У. Прелюдия к математике. М., "Просвещение", 1965.
128. Столяр А.А. Педагогика математики. "Высшая школа", Минск, 1969.
129. Тесленко И.Ф. Педагогические основы преподавания геометрии в средней школе. Автореферат докт. дис. Киев, 1969.
130. Трейнин Я.Л. Основания геометрии. Учпедгиз, 1961.
131. Ушинский К.Д. Избранные педагогические сочинения. М., Учпедгиз, 1945.
132. Фетисов А.И. а) Очерки по евклидовой и неевклидовой геометрии. М., "Просвещение", 1965. б) Формирование математических понятий. "Известия АПН РСФСР", вып. 92, 1958.
133. Хамзин Х.Х. О задачах на выяснение свойств геометрических фигур. "Вопросы преподавания математики в школе".
134. Хинчин А.А. Педагогические статьи. Изд. АПН РСФСР, 1963.
135. Чесноков А.С. Учебно-методическое обеспечение преподавания математики в IX и X классах по новой программе. НИИ СиМО АПН СССР, М., 1972.
136. Черняева Н.Д. Система упражнений как средство формирования геометрических понятий в IX-X классах. НИИ СиМО, АПН СССР.

207.

М., 1970.

137. Чередниченко В.И. Геометрические понятия и изучение их в курсе планиметрии восьмилетней школы. Автореферат канд. дис. Киев, 1968.
138. Шоке Г. О преподавании элементарной геометрии. (Преподавание математики. Перев. с фр.) Учпедгиз, М., 1960.
139. Шоке Г. Геометрия. Перев. с фр. "Мир", М., 1970.
140. Шеластер Н.Н. Элементарная геометрия. Краткий курс для студентов-заочников педагогических институтов. Учпедгиз, 1959.
141. Шрейдер Ю.А. а) Что такое расстояние. Физматгиз, М., 1963.
б) Равенство, сходство, порядок. М., "Наука", 1971.
142. Эрдниев П.М. а) Сравнение и обобщение при обучении математике. М., Учпедгиз, 1958. б) О некоторых вопросах дидактики. "М.Ш.", № 4, 1970. в) Методика упражнений по математике. Изд. 2-е, М., "Просвещение", 1970. г) Аналогия в математике, М., "Знание", 1970.
143. Юшкевич А.П. История математики ^и России. М., "Наука", 1968.
144. Яглом И.М. а) О школьном курсе геометрии. "М.Ш.", № 2, 1968.
б) О некоторых тенденциях в зарубежной методике математике. "М.Ш.", № 4, 1965.