512 (071)
А 64

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
СОДЕРЖАНИЯ И МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ АПН СССР

На правах рукописи

АНАНЧЕНКО Константин Онуфриевич

ОБУЧЕНИЕ ИНДУКТИВНЫМ И ДЕДУКТИВНЫМ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯМ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ВОСЬМИЛЕТНЕЙ ШКОЛЫ

13.00.02 – методика преподавания математики

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Москва – 1979

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте содержания и методов обучения АПН СССР

Научный руководитель – кандидат педагогических наук Н.Г.Миндюк

Официальные оппоненты: член-корреспондент АПН СССР, доктор физико-математических наук, профессор И.С.Бровиков

кандидат педагогических наук И.Л.Никольская

Ведущее учреждение: Ульяновский педагогический институт им. И.Н.Ульянова

Защита диссертации состоится "___" _____ 1979 г. на заседании специализированного Ученого совета К.018.06.01 естественно-математического образования НИИ содержания и методов обучения АПН СССР (103062, Москва, К-62, ул.Макаренко, дом 5/16). С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат разослан "___" _____ 1979 г.

Ученый секретарь специализированного совета М.К.Ковалевская

ГОС. НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА им. К. Д. Ушинского
79-21266

512/07
А 64

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В речи на Всесоюзном съезде учителей Генеральный секретарь ЦК КПСС Л.И.Брежнев подчеркнул: " Важно, чтобы школа не только давала сумму конкретных знаний, но и учила делать самостоятельные выводы на базе этих знаний, прививала молодежи навыки творческого мышления".[1] Это социальный заказ школе. Для его выполнения необходимо целенаправленное и систематическое развитие логического мышления школьников. Один из конкретных путей решения данной задачи состоит в формировании и развитии умений выполнять индуктивные и дедуктивные умозаключения.

Развитие у учащихся способности к выполнению умозаключений является важной педагогической задачей. В ряде работ психологов, педагогов, методистов доказано, что умение строить умозаключения совершенно необходимо для нормального протекания мыслительной деятельности, способствует осознанию сущности и необходимости доказательств, обогащает речевую и логическую культуру учащихся.

Однако изучение практики массовой школы - наблюдения на уроках, проведение контрольных "срезов" - показало, что способность к выполнению умозаключений недостаточно развита не только у детей младшего школьного возраста, но и у многих учащихся восьмилетней и средней школы. Необходима специальная и планомерная работа по формированию умений выполнять индуктивные и дедуктивные умозаключения.

Вопросам развития у учащихся способности строить индуктивные умозаключения в методических исследованиях не уделяется должного внимания. Имеется ряд работ(М.Н.Алексеев, Л.В.Виленкеев, А.Н.Левин, М.И.Моро, В.В.Репьев, Н.Б.Резник) , в которых исследуется вопрос о роли, месте и значении индукции в обучении. Однако методика обучения индуктивным умозаключениям в них не разработана.

Вопрос о формировании у учащихся разных возрастных групп умений выполнять дедуктивные умозаключения в условиях школьного урока математики, на внеклассных и факультативных занятиях

1/ Брежнев Л.И. Ленинским курсом: Речи и статьи: Т. 2. - М.: Политиздат, 1970, с.223.

прямо или косвенно рассматривается в работах Р.Вагаева, М.Е.Драбкиной, Р.Мамасадыкова, И.Л.Никольской, В.С.Модельмана, Б.Д.Лайсона, А.Д.Семушина, А.А.Столяра, И.Б.Ядиной и других. В большинстве из этих работ основное внимание уделяется использованию элементов математической логики в качестве инструмента для ознакомления учащихся с простейшими формами дедуктивных умозаключений. Вопрос о формировании умений выполнять дедуктивные умозаключения на материале конкретных учебных предметов исследован в них недостаточно.

Не исследован также вопрос о возможностях соединения обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям в один процесс. Такое соединение позволит создать благоприятные условия для постепенного развития логического мышления учащихся, выработки у них правильного представления о роли индуктивных и дедуктивных умозаключений в математических рассуждениях, приобщению их к самостоятельной, творческой, поисковой деятельности.

Обычно обучение умозаключениям связывают с геометрией. В настоящее время все большее распространение получает точка зрения, согласно которой алгебра также должна играть важную роль в формировании умений выполнять умозаключения по индукции и дедукции.

Проведенный анализ учебников алгебры 6-8 классов показал, что многие алгебраические упражнения являются хорошей основой для обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям. Однако целенаправленной и систематической работы в этом направлении не ведется. " Внутренние резервы " курса алгебры восьмилетней школы используются недостаточно.

П р о б л е м а данной диссертации заключается в исследовании целесообразности и возможности осуществления систематической работы по обучению индуктивным и дедуктивным умозаключениям на алгебраическом материале восьмилетней школы.

Исследование проблемы складывается из решения следующих частных задач:

1. Определить теоретические предпосылки, из которых следует исходить при обучении индуктивным и дедуктивным умозаключениям.

2. Выявить основные компоненты работы по обучению индуктивным и дедуктивным умозаключениям.

3. Исследовать возможности систематического и целенаправленного обучения умозаключениям в курсе алгебры восьмилетней школы.

4. Разработать методику, позволяющую в органическом единстве с обучением алгебре формировать умения выполнять индуктивные и дедуктивные умозаключения.

Решение поставленных задач потребовало привлечения различных методов исследования, в число которых входили:

- изучение и анализ философской, математической, педагогической, психологической, методической литературы;
- теоретическое исследование проблемы;
- анализ содержания ныне действующих программ и учебников по алгебре;
- экспериментальная проверка основных положений диссертации.

Научная новизна исследования состоит в том, что в работе раскрыты возможности использования алгебраического материала для формирования умений выполнять индуктивные и дедуктивные умозаключения и для соединения обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям в единый процесс.

Практическая значимость исследования заключается в том, что разработанная методика позволяет в рамках ныне действующей программы по алгебре для 6-8 классов осуществлять планомерную и целенаправленную работу по обучению индуктивным и дедуктивным умозаключениям, что является неотъемлемой составной частью работы по развитию логического мышления учащихся.

Основные положения диссертации освещались на районных конференциях учителей Витебской области (г.Лепель, г.Сенно, 1977); на методологическом семинаре при лаборатории обучения математике (Москва, НИИ СиМО, 1978); на семинаре по вопросам воспитания логической культуры при обучении в школе (Москва, НИИ СиМО, 1978, 1979); на семинаре "Основные проблемы преподавания математики в средней школе" (Москва, НИИ СиМО, 1979).

Диссертация состоит из введения, двух глав и заключения. Структура диссертации отражает поставленные задачи исследования. Во введении дается обоснование выбора темы, показана её актуальность, сформулированы проблема и задачи исследования.

В первой главе "Теоретические аспекты методики обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям" уточняются понятия "индуктивное умозаключение", "дедуктивное умозаключение", раскрываются методические основы обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям и анализируются возможности курса алгебры восьмилетней школы.

Во второй главе "Методика обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям на алгебраическом материале восьмилетней школы" даются методические рекомендации по формированию умений выполнять индуктивные и дедуктивные умозаключения.

II. СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. Для уточнения понятий "индуктивное умозаключение", "дедуктивное умозаключение" имеет смысл проанализировать некоторые классификации умозаключений.

Рассмотрим классификацию по **направленности вывода**. В этом случае все умозаключения разделяются на традуктивные, индуктивные и дедуктивные. Традуктивным называют умозаключение, в котором посылки и заключение являются суждениями одинаковой степени общности. Индуктивным называют умозаключение от частного к общему, а дедуктивным - от общего к частному.

Разделение умозаключений по направленности вывода имеет большое гносеологическое значение в связи с выявлением роли умозаключений в познавательной деятельности. Оно связано с изучением методов мышления, закономерностей построения и развития научных теорий. Однако такая классификация имеет ряд недостатков. Одним из них, с педагогической точки зрения, является то, что в одну группу попадают те умозаключения, в которых заключение достоверно, и те, в которых заключение правдоподобно. При такой классификации к индуктивным умозаключениям относятся полная индукция и математическая индукция. В этом случае перед учащимися недостаточно четко выступает тот факт, что заключение, полученное на основании полной или математической индукции, всегда достоверно.

В настоящее время в логико-философской литературе наблюдается тенденция при классификации умозаключений не отражать направленность вывода. За основу классификации берется

отношение логического следования. Все умозаключения при такой классификации делятся на дедуктивные и недедуктивные. Умозаключение, между посылками и заключением которого имеет место логическое следование, называют дедуктивным, а в противоположном случае - недедуктивным. В этом случае индуктивное умозаключение рассматривается как один из видов недедуктивных умозаключений.

Такая классификация удобна с методической точки зрения. Она позволяет достаточно четко показать учащимся существенное отличие индуктивных умозаключений от дедуктивных: в индуктивных умозаключениях истинность посылок не гарантирует истинности заключения. Этой классификации мы и придерживаемся в работе.

2. В формировании и развитии у учащихся умений выполнять умозаключения ведущая роль принадлежит обучению. Роль различных школьных предметов для систематической и целенаправленной работы по обучению индуктивным и дедуктивным умозаключениям неодинакова. Обычно обучение учащихся умозаключениям связывают с геометрией. Придавая большое значение курсу геометрии в обучении дедуктивным умозаключениям, нельзя принижать роль курса алгебры в решении этой важной педагогической задачи. Для обучения доказательствам алгебраический материал имеет ряд преимуществ. В курсе алгебры доказательства более компактны, лаконичны. На алгебраическом материале легче воспитать потребность в доказательстве, раскрыть сущность понятия логического доказательства. Чертеж в геометрии является для многих учащихся убедительным подтверждением истинности математического предложения, и поэтому они, особенно слабоуспевающие, не испытывают необходимости в доказательстве. Например, школьникам достаточно ясно, что длина ломаной больше расстояния между ее концами, и они не видят надобности в самом логическом доказательстве. В то же время для них совсем не очевидно, что равенство $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ истинно при любых значениях a и b, и без доказательства это звучит неубедительно. Овладение дедуктивными умозаключениями на алгебраическом материале является хорошей пропедевтикой для более сложных дедукций в геометрии.

Мы полагаем, что обучение индуктивным и дедуктивным умозаключениям может быть реализовано на различных этапах изучения курса алгебры восьмилетней школы. Основными компонентами

работы по обучению индуктивным и дедуктивным умозаключениям являются следующие.

а) Систематическое и целенаправленное формирование умения находить общее в отдельных частных примерах.

В целом ряде случаев перед изучением алгебраических теорем имеет смысл рассмотреть частные примеры. На основании их с помощью индуктивного умозаключения выдвигается предположение о том, что имеет место та или иная теорема. При этом зачастую рассуждение, приводимое при рассмотрении каждого частного случая, моделирует доказательство теоремы в общем виде.

Формируя умение видеть общее в отдельных частных примерах, мы тем самым приучаем учащихся подмечать закономерности, делать "открытия", вдумываться в данную ситуацию. В ходе обучения индуктивным умозаключениям развивается наблюдательность, способность приходить к выводам и обобщениям, создаются благоприятные условия для активизации самостоятельной, поисковой, творческой деятельности школьника. Развитие способности видеть общее в частных примерах заслуживает внимания и с той точки зрения, что оно способствует развитию у учащихся интуиции.

б) Воспитание у учащихся критического отношения к индуктивному заключению, формирование умения отличать индуктивные умозаключения от дедуктивных.

Анализ выполнения специально составленных упражнений, проверяющих сформированность критического отношения к индуктивному заключению у учащихся 6-8 классов, показал, что многие из них убеждены в том, что большое число конкретных примеров обеспечивает достоверность индуктивного заключения, а само индуктивное умозаключение является доказательным. Поэтому постановка данной задачи связана с необходимостью добиваться от учащихся осознания того, что индуктивное заключение лишь правдоподобно, необоснованно, а следовательно, может быть как истинным, так и ложным. Если учащиеся понимают этот факт, то потребность в доказательстве возникает у них естественным образом. Необходимо формировать у учащихся умение отличать рассуждения, с помощью которых открываются закономерности, высказываются гипотезы, от тех с помощью которых они обосновываются.

в) Планомерное формирование у учащихся умения выводить логические следствия из посылок.

Дедуктивные умозаключения со всей определенностью можно

назвать той формой нашего убеждения в истине, которая чаще всего применяется в математике. Им принадлежит огромная роль в проверке положений, гипотез, полученных путем аналогии и индукции.

В процессе изучения математики, физики, химии и других учебных предметов учащимся приходится доказывать, обосновывать, решать задачи. Любое доказательство - это цепочка дедуктивных умозаключений. Обучение отдельным видам дедуктивных умозаключений способствует формированию у учащихся умения доказывать теоремы, проводить обоснования.

Дедуктивные умозаключения играют важнейшую роль в применении имеющихся у учащихся знаний на практике, в использовании общих теоретических положений при решении задач. В процессе выполнения упражнений учащимся не обойтись без дедуктивных умозаключений. Всякий раз, когда конкретный факт подводится под общее положение или из общего положения выводится какое-то заключение в отношении этого конкретного факта, выполняется дедуктивное умозаключение.

С этих позиций важно, чтобы учащиеся понимали сущность дедуктивных умозаключений, овладели умением выполнять умозаключения некоторых видов. Формирование умений выполнять дедуктивные умозаключения - необходимый шаг в работе по развитию дедуктивного мышления учащихся.

г) Ознакомление учащихся с некоторыми правилами вывода, выработка умения отличать правильные умозаключения от неправильных.

Правильность умозаключения определяется его логической формой. Форму правильного умозаключения называют правилом вывода.

Если подвергнуть анализу обычные словесные рассуждения, то нетрудно заметить, что форма умозаключения, как правило, не выступает в явном виде, она свернута. Выделение формы умозаключения играет важную роль в обучении. Правило вывода - это образец для учащихся, по которому они всегда могут строить дедуктивные умозаключения. Для того чтобы научить учащихся правильно мыслить, важно сообщить некоторые правила вывода и сформировать умение пользоваться ими. Сознательное следование правилам вывода дисциплинирует мышление, помогает избегать

логических ошибок, делает мышление логически последовательным и доказательным.

Ознакомление учащихся с правилами вывода позволяет научить их отличать правильные умозаключения от неправильных. Критерием правильности рассуждения учащиеся обычно считают содержание, а не его логическую форму и при определении правильности умозаключения опираются на содержательный смысл посылок и заключения. Поэтому необходимо акцентировать внимание учащихся на том, что правильность умозаключения устанавливается исходя лишь из его логической формы. Важно сформировать у учащихся представление о том, что заключение в рассуждении будет истинным тогда и только тогда, когда соблюдаются два условия: истинность посылок и правильность рассуждения.

3. Обучение индуктивным умозаключениям должно осуществляться прежде всего практически - в процессе формирования у учащихся конкретных алгебраических знаний.

Одним из компонентов работы по обучению индуктивным умозаключениям является формирование умения подмечать закономерности. В работе по выработке соответствующих умений можно выделить два этапа: а) наблюдение путем вычислений, преобразований, сопоставлений; б) формулирование гипотезы, полученной в результате наблюдения и утверждающей наличие некоторой закономерности.

Формирование умений подмечать закономерности должно составлять определенную часть работы при изучении каждой темы курса алгебры.

При изучении тождественных преобразований, где основное внимание уделяется выработке навыков, представляется возможность проводить работу по развитию способности подмечать закономерности. В ряде случаев нет необходимости сообщать учащимся готовые формулы, а целесообразно поставить их на путь самостоятельного открытия. Например, шестиклассникам можно предложить, пользуясь определением степени, преобразовать в многочлены выражения $(a + b)^2$, $(a + b + c)^2$, а затем подметить правило возведения многочлена в квадрат. В число упражнений полезно включать такие, в которых установление некоторой закономерности позволяет провести рационализацию вычислений или преобразований.

широкие возможности для развития способности подмечать закономерности открываются при формировании функциональных предотавлений у учащихся: при изучении способов задания функции, при исследовании вопроса о расположении графиков, при рассмотрении различных свойств функций.

При изучении уравнений в курсе алгебры восьмилетней школы возникает ряд ситуаций благоприятных для обучения подмечать закономерности. Например, в связи с изучением формулы корней квадратного уравнения полезно предложить учащимся найти корни следующих уравнений: а) $2x^2 + 5x + 2 = 0$; б) $3x^2 - 10x + 3 = 0$; в) $4x^2 + 17x + 4 = 0$; г) $5x^2 - 26x + 5 = 0$. Решив каждое из уравнений, учащиеся находят, что числа -2 и $-\frac{1}{2}$ являются корнями уравнения (а); числа 3 и $\frac{1}{3}$ – корнями уравнения (б); числа -4 и $-\frac{1}{4}$ – корнями уравнения (в); числа 5 и $\frac{1}{5}$ – корнями уравнения (г). После этого предлагается подметить закономерность между найденными корнями и коэффициентами уравнений. Учащиеся замечают, что каждое из этих уравнений имеет вид $ax^2 \pm (a^2 + 1)x + a = 0$ и корнями уравнения служат числа $-a$ и $-\frac{1}{a}$ или a и $\frac{1}{a}$. Подмеченная закономерность доказывается.

Важное значение в развитии умения подмечать закономерности отводится так называемым нестандартным задачам. Например, учащимся предлагается решить уравнение $1517x^2 - 3836x + 1979 = 0$. Сначала они пытаются применить формулу корней квадратного уравнения и убеждаются, что это приводит к громоздким вычислениям. Затем учащиеся подмечают, что сумма первого коэффициента и свободного члена равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком. После этого они догадываются, что один из корней уравнения равен 1, а второй можно найти, используя теорему Виета.

При обучении алгебре необходимо, чтобы везде, где это доступно, учащиеся сами подмечали алгебраические закономерности, испытывали потребность в их обосновании. Пусть иногда учащиеся и не сумеют самостоятельно провести нужную выкладку, тем не менее, это благотворно отразится на развитии пытливости ума, воображении, интуиции.

Учить подмечать закономерности следует начинать с простых упражнений и постепенно усиливать их трудность. С этой целью

целесообразно предлагать серии упражнений, характеризующихся постепенным усилением уровня трудности. Если упражнения подобраны и расположены так, что ученик поставлен перед необходимостью прилагать определенные умственные усилия для их выполнения и в то же время выполнение упражнений посильно ученику, то способность подмечать закономерности развивается, совершенствуется, становится более прочной.

Вторым компонентом работы по формированию умения выполнять индуктивные умозаключения, является воспитание критического отношения к индуктивному заключению. Систематическую работу в этом направлении следует осуществлять с помощью специальных алгебраических упражнений, начиная с шестого класса. Цель этих упражнений состоит в воспитании у учащихся прочного убеждения в том, что индуктивное заключение может быть как истинным, так и ложным. Примером упражнения такого характера может служить следующее: "Найдите значение выражения $6k - 1$ при $k = 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 15$. Можно ли на основании этого утверждать, что при любом натуральном k значение выражения $6k - 1$ будет простым числом?" Шестиклассники, вычислив значения выражения $6k - 1$ при указанных конкретных значениях переменной k и, получив в результате вычислений каждый раз простое число, обычно делают заключение, что при любом натуральном k значением данного выражения является простое число. Чтобы показать им ошибку, достаточно предложить найти значение данного выражения при $k = 6$. Оказывается, что значением выражения в данном случае является составное число 35. Внимание учащихся акцентируется на том, что если предложение с переменной обращается в истинное высказывание при некоторых значениях переменной, то это еще не дает основания утверждать, что оно будет обращаться в истинное высказывание при любом значении переменной.

В практике преподавания подобные упражнения не должны даваться концентрированно: их следует распределять по всему курсу. Эти упражнения составляются или подбираются так, чтобы они были теснейшим образом связаны с изучаемым материалом каждой темы курса.

Полезно также для воспитания критического отношения к индуктивному заключению проводить противопоставление двух индуктивных рассуждений, в одном из которых заключение истинно,

а в другом - ложно.

4. Работу по обучению дедуктивным умозаключениям целесо - образно проводить не на одном или нескольких уроках, а в тече- ние изучения всего курса алгебры, без отрыва логического мате- риала от алгебраического.

Весьма полезным и важным средством формирования у учащихся умения выполнять дедуктивные умозаключения являются алгебраи- ческие упражнения на доказательство. Такие упражнения, естест - венно, должны играть ведущую роль в выработке у учащихся уме - ний выполнять отдельные виды дедуктивных умозаключений и под - готавливать их к проведению более сложных доказательств.

Неправильно было бы связывать обучение дедуктивным умозак- лючениям только с задачами на доказательство. Ряд упражнений, направленных на усвоение основных понятий курса, выработку определенных умений и навыков, требует проведения умозаключе - ний дедуктивного характера и, тем самым, открывает возможность для выработки этих умений. В качестве примера приведем следу- ющее упражнение: "принадлежит ли графику функции $y = 2x - 5$ точка $A(1;-3)$?" Для того чтобы получить ответ на постав - ленный вопрос, необходимо построить дедуктивное умозаключение: " Если координаты точки обращают равенство $y = 2x - 5$ в ис- тинное, то эта точка принадлежит графику функции; равенство $-3 = 2\cdot1 - 5$ истинно, следовательно, точка $A(1;-3)$ принад - лежит графику функции $y = 2x - 5$ ".

Для формирования умения строить дедуктивные умозаключе - ния целесообразно использовать специальные упражнения, в кото- рых требуется найти логические следствия из данной совокупнос- ти посылок или найти посылки, из которых логически следует данное предложение.

Важное значение в обучении умозаключениям имеет ознаком - ление учащихся с правилами вывода. В ряде исследований озна - комление с правилами вывода предполагает предварительное изуче- ние учащимися элементов математической логики. Такая методика ведет к значительному расширению действующих программ по мате- матике. Одной из задач нашего исследования является разработка методики ознакомления учащихся с правилами вывода на базе действующих программ по математике. При изучении правилам вывода [illegible]
[illegible]

неявном виде и ознакомление с некоторыми правилами вывода в явном виде, начиная с 7-го класса, где вводится понятие логического следования.

На первом этапе для неявного ознакомления учащихся с правилами вывода целесообразно подчеркивать логическую структуру умозаключения при изложении нового материала, в процессе выполнения упражнений. Для этого важно, чтобы учитель время от времени пользовался в своей речи развернутыми умозаключениями, давал учащимся образец для подражания, требовал от учащихся таких рассуждений при устных ответах, выполнении ряда упражнений, доказательстве математических предложений. В ходе изучения теорем курса алгебры целесообразно вести работу по ознакомлению учащихся с правилами вывода. Для этого полезны специальные упражнения следующего характера: а) Известно, что заключение теоремы истинно. Можно ли сделать вывод об истинности условия ? б) Известно, что условие теоремы ложно. Можно ли сделать вывод о ложности заключения ? и т.п.

Второй этап ознакомления учащихся с правилами вывода начинается в курсе алгебры седьмого класса. Введение понятий логического следования и равносильности открывает возможность в явном виде записать некоторые правила вывода. Следует отметить, что в явном виде мы давали те правила вывода, которые наиболее употребительны в курсе алгебры восьмилетней школы и для рассмотрения которых не требуется знания логических понятий, не вошедших в действующую программу по математике (конъюнкция, дизъюнкция, квантор общности, квантор существования). Единственным расширением программы было введение операции "отрицание", которая находит широкое применение в курсе математики. По нашему мнению, в рамках ныне действующей программы по алгебре для 6-8 классов целесообразно познакомить учащихся со следующими правилами вывода: $\frac{A \Longrightarrow B;\ A}{B}$, $\frac{A \Longrightarrow B\ ;\ B \Longrightarrow A}{A \Longleftrightarrow B}$,

$\frac{A \Longrightarrow B\ ;\ B \Longrightarrow C}{A \Longrightarrow C}$, $\frac{A \Longrightarrow B\ ;\ \overline{B}}{\overline{A}}$ $\frac{\overline{B} \Longrightarrow \overline{A}}{A \Longrightarrow B}$.

Теоретико - множественная трактовка понятий логического следования и равносильности позволяет проиллюстрировать справедливость данных правил вывода. Например, справедливость правила вывода $\frac{A \Longrightarrow B\ ;\ B \Longrightarrow C}{A \Longrightarrow C}$ иллюстрируется следующим

образом.

Пусть A', B' и C' – множества истинности предложений A, B и C. Так как $A \Longrightarrow B$, то $A' \subset B'$; так как $B \Longrightarrow C$, то $B' \subset C'$. Из того, что $A' \subset B'$ и $B' \subset C'$, следует, что $A' \subset C'$. Учащимся из курса алгебры 7-го класса известно, что если множество истинности одного предложения включается в множество истинности другого, то второе предложение логически следует из первого. Имеем, $A' \subset C'$, следовательно, $A \Longrightarrow C$.

Необходимо научить учащихся отличать правильные умозаключения от неправильных. Всякое рассуждение признается правильным, если между посылками и заключением имеет место отношение логического следования. Поэтому, сформировав у учащихся умение устанавливать, имеет ли *место отношение* логического следования между предложениями, мы, тем самым, научим учащихся устанавливать правильность рассуждения. Такой подход, на наш взгляд, приемлем для современного школьного курса алгебры восьмилетней школы, так как он требует дополнительного введения лишь одного понятия – понятия логического следования между несколькими предложениями. Усвоение этого понятия не составляет трудностей для учащихся.

В формировании умения отличать правильные умозаключения от неправильных, находить логические ошибки в рассуждениях определенная роль принадлежит специальным упражнениям, среди которых важное место отводится софизмам. Основная цель их состоит в том, чтобы научить учащихся находить логические ошибки в рассуждениях, отличать правильные рассуждения от неправильных, видеть между ними разницу, правильно мыслить.

5. В диссертации раскрыта методика ознакомления учащихся на *алгебраическом материале* восьмилетней школы с некоторыми методами рассуждений: сочетание индуктивных и дедуктивных умозаключений, построение цепочки логических следствий, метод от противного, метод полной индукции, метод математической индукции.

Одна из задач курса алгебры состоит в обучении учащихся рассуждениям, в которых сочетаются индуктивные и дедуктивные умозаключения. На основании индуктивного умозаключения выдвигается гипотеза, а с помощью дедуктивного умозаключения устанавливается ее истинность либо проводится опровержение. При таком подходе школьники сами становятся участниками открытия

новых истин, а не получают знание в готовом виде.

В курсе алгебры 7-го класса открывается возможность познакомить учащихся с рассуждениями, основанными на построении цепочки логических следствий. Сущность этого метода состоит в том, что для доказательства истинности предложения, имеющего структуру $A \Longrightarrow B$, строится цепочка следствий: $A \Longrightarrow A_1 \Longrightarrow A_2 \Longrightarrow \dots \Longrightarrow A_n \Longrightarrow B$, где $A_1, A_2, \dots, A_n$ – промежуточные предложения. Общее представление о таком рассуждении как цепочке логических следствий, ведущих от одного предложения к другому, от посылок к заключению дается на конкретном алгебраическом примере и формируется в дальнейшем при доказательстве теорем и выполнении упражнений.

Алгебраический материал удобно использовать для раскрытия сущности рассуждения методом от противного. Обычно доказательство геометрических теорем методом от противного вызывает психологическую трудность у учащихся, так как чертеж в этом случае противоречит сделанному допущению. В алгебре эта трудность не возникает. Следует также отметить, что ряд алгебраических упражнений является эффективным средством в развитии способности к рассуждению методом от противного.

Алгебраический материал восьмилетней школы открывает широкие возможности для ознакомления учащихся с методом полной индукции. Познакомить учащихся с этим методом можно при выполнении ряда упражнений. Пусть, например, требуется доказать, что если при любом натуральном n, не кратном 3, значение выражения $n^2 + 2$ кратно 3. Для доказательства разбивается множество чисел, не кратных 3, на два подмножества: подмножество состоящее из чисел, которые при делении на 3 дают остаток 1, т.е. чисел вида $3k + 1$, где $k \in \mathcal{N}$, и подмножество, состоящее из чисел, которые при делении на 3 дают остаток 2, т.е. числа вида $3k + 2$, где $k \in \mathcal{N}$. Дальнейшие преобразования и рассуждения в обоих случаях являются простыми и доступными для учащихся. Метод полной индукции находит широкое применение при доказательстве теорем курса алгебры и, тем самым, создаются условия для выработки умения пользоваться этим методом.

На простых примерах курса алгебры восьмого класса можно и целесообразно объяснить сущность метода математической индукции, показать его применение в процессе доказательства ряда теорем.

Изучение метода математической индукции дает возможность показать учащимся, что не всегда надо приводить алгебраические выражения к стандартному виду, приучает анализировать особенности структуры того или иного выражения.

Для преодоления некоторых трудностей, связанных с усвоением метода математической индукции, необходимо, чтобы алгебраический материал, на котором раскрывается сущность этого метода, был заранее хорошо усвоен учащимися. С этой целью полезно повторить признаки делимости, правила деления суммы и произведения на число, разложение многочлена на множители. Важно также научить выделять логическую структуру некоторых математических предложений, углубить понимание учащимися понятия логического следования. Определенная роль в формировании умения рассуждать этим методом отводится упражнениям пропедевтического характера. Мы составляли их таким образом, чтобы учащимся приходилось выполнять преобразования, аналогичные тем, с которыми они сталкиваются при проведении доказательства методом математической индукции. Примером могут служить следующие упражнения:

№ 1. Найдите значение выражения $x^2 + x + 5$, если $x^2 + x - 2 = 0$.

№ 2. Докажите, что если значение выражения $k^7 - k$ кратно 7, то и значение выражения $k^7 - 8k + 21$ кратно 7.

№ 3. Докажите, что если $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n^2 + n}{2}$, то $1 + 2 + 3 + \dots + n + (n+1) = \frac{n^2 + 3n + 2}{2}$, где $n \in \mathbb{N}$.

В экспериментальной работе метод математической индукции вводился перед изучением темы "Арифметическая прогрессия" и использовался при выводе формул n-го члена и суммы n членов арифметической и геометрической прогрессий.

6. Экспериментальная работа по проверке основных положений диссертации проводилась в два этапа.

Первый этап экспериментальной работы проводился с 1974 года по 1977 год в школах № 21 г.Витебска, № 581 г.Москвы, № 3 г.Нижнего Тагила, в школе памяти В.И.Ленина г.Горького ленинских. Анкетирование, беседы с учащимися, наблюдения на уроках велись с целью выявления основных логических ошибок учащихся 7-8 классов в умозаключениях и причин их возникновения. Это позволило нам наметить основные компоненты работы по

79-24266

ГОС. НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА им. К. Д. Ушинского

обучению индуктивным и дедуктивным умозаключениям. Подтвердилось предположение о том, что у большинства учащихся восьмилетней школы не воспитано критическое отношение к индуктивному заключению, наблюдается недоверие к дедуктивному заключению, неумение отличать правильные умозаключения от неправильных.

Второй этап экспериментальной работы проводился с 1977 года по 1979 год в школах № 38 г.Москвы, № 15 г.Винницы, в школе памяти В.И.Ленина в Горках ленинских. На этом этапе проводились эксперименты по проверке разработанной методики обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям. Их основное назначение - апробирование отдельных видов работы по обучению индуктивным и дедуктивным умозаключениям, выявление наиболее целесообразного подхода к формированию умений выполнять индуктивные и дедуктивные умозаключения в курсе алгебры восьмилетней школы. Затем отдельные фрагменты методики анализировались, видоизменялись, усовершенствовались и снова включались в процесс обучения.

Наблюдения за работой учащихся на уроках, результаты устных опросов, сравнительные результаты контрольных работ в экспериментальных и контрольных классах позволяют сделать вывод об эффективности предлагаемой методики обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям на алгебраическом материале восьмилетней школы.

III. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

В ходе исследования были решены все поставленные задачи.

1. На основании анализа философской и математической литературы произведено уточнение понятий "индуктивное умозаключение", "дедуктивное умозаключение". Сформулированы теоретические положения, из которых следует исходить при разработке методики обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям: органическое соединение обучения программному материалу с формированием умения выполнять индуктивные и дедуктивные умозаключения; более широкое использование возможностей курса алгебры для формирования и развития индуктивного и дедуктивного мышления; опора на логические и теоретико-множественные понятия при обучении индуктивным и дедуктивным умозаключениям.

2. Выявлены основные компоненты работы по обучению индуктивным и дедуктивным умозаключениям. Важнейшими из них являют-

ся систематическое и целенаправленное формирование умений подмечать закономерности, выдвигать идею доказательства; планомерное формирование умения выводить логические следствия из посылок; ознакомление учащихся с некоторыми правилами вывода, выработка умения отличать правильные умозаключения от неправильных.

3. Проанализированы возможности курса алгебры 6-8 классов для обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям:

- курс алгебры позволяет широко практиковать поиск закономерностей, выдвижение гипотез, самостоятельные выводы теорем и формул;

- в алгебре имеется богатый материал для воспитания критического отношения к индуктивному заключению;

- материал 7-го класса открывает возможность для ознакомления учащихся с некоторыми правилами вывода, с правильными и неправильными умозаключениями;

- курс алгебры дает материал для проведения различных логических рассуждений, причем алгебраические доказательства в целом ряде случаев более компактны, лаконичны и просты, чем геометрические; ряд алгебраических упражнений является хорошей основой обучения индуктивным и дедуктивным умозаключениям.

Все это позволяет сделать вывод о широких возможностях алгебраического материала для осуществления планомерной, целенаправленной работы по формированию умений выполнять индуктивные и дедуктивные умозаключения.

4. Разработана методика, позволяющая слить в единый процесс обучение алгебре и формирование умений выполнять умозаключения, что является одним из частных решений насущного вопроса развития логического мышления учащихся в процессе преподавания.

Раскрыта методическая целесообразность некоторых приемов обучения умозаключениям: показ образца того или иного умозаключения, ознакомление с некоторыми их конкретными видами, периодическое использование развернутых умозаключений в процессе преподавания, использование математических софизмов, анализ логических ошибок учащихся. В качестве эффективного средства организации планомерной работы по обучению умозаключениям, наряду с упражнениями по программному материалу, ис-

ступают специальные упражнения, направленные на нахождение следствий из посылок, выработку умения строить отрицание некоторых предложений и т.д.

Разработаны методические рекомендации по обучению учащихся более сложным рассуждениям, составной частью которых являются простейшие умозаключения (рассуждения, в которых сочетаются индуктивные и дедуктивные умозаключения, построение цепочки логических следствий, доказательство методом от противного, использование метода полной индукции и метода математической индукции).

Публикации по материалам диссертации

1. Логические ошибки учащихся в умозаключениях и некоторые меры их предупреждения. – В кн.: Основные направления совершенствования математического образования в средней школе / Под ред. Г.Г.Масловой. – М., 1977, с. 7–14. – В надзаг.: АПН СССР. НИИ содержания и методов обучения.

2. Логические упражнения на алгебраическом материале: Задания для учащихся 6-8 классов. – М., 1976. – 32 с. – В надзаг.: АПН СССР. НИИ содержания и методов обучения.

3. Задания для учащихся шестого класса: Тождественные преобразования алгебраических выражений. – М., 1978. – 21 с. – В надзаг.: АПН СССР. НИИ содержания и методов обучения.

4. Развитие логического мышления учащихся 5-8 на основе изучения элементов математической логики. – В кн.: Заочное обучение математике школьников 8-10 классов. – М., 1978, с.76-80. – В надзаг.: АПН СССР. НИИ содержания и методов обучения.

Ананич

Подписано в печать 12.IV – 79 г. Тираж 150 экз. Заказ 210

Ротапринт НИИ содержания и методов обучения АПН СССР

109721, Москва, К-62, ул. Макаренко 8/16