УДК 512.542

ХАРАКТЕРИЗАЦИИ σ-ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Н.Т. Воробьев, С.Н. Воробьев, А.С. Новикова
Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

В теории классов конечных групп известны следующие результаты Брайса и Косси: локальная формация разрешимых групп является наследственной, классом Фиттинга в точности тогда, когда все значения ее канонической формационной функции наследственны, классы Фиттинга соответственно. В связи с этим в теории классов Фиттинга актуален поиск решения дуальных задач характеризации локальных классов Фиттинга при помощи свойства наследственности и формаций.

Решение задач характеризации обобщенно локальных (в частности, локальных) классов Фиттинга при помощи формаций и свойства наследственности – основная цель настоящей работы.

Материал и методы. *В исследовании используются методы теории групп и их классов. В частности, методы теории формаций и классов Фиттинга.*

Результаты и их обсуждение. *Классом Фиттинга называется класс групп $\mathfrak{F}$, замкнутый относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Если σ – некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$, то класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется σ-локальным, когда $\mathfrak{F} = \mathfrak{E}_{\Pi} \cap (\cap_{\sigma_i \in \Pi} f(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i}\mathfrak{E}_{\sigma_i'})$ для некоторого отображения (H_σ-функции) $f\colon \sigma \to$ {классы Фиттинга}, где $\Pi = \{\sigma_i \in \sigma\colon f(\sigma_i\} \neq \emptyset\}$. Класс групп $\mathfrak{F}$ называется: формацией, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия факторгрупп и подпрямых произведений; наследственным, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия подгрупп. В настоящей работе доказано, что σ-локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ тогда и только тогда является наследственным, формацией, когда все значения его канонической H_σ-функции наследственны, формации. Следствиями указанных результатов в случае, когда $\sigma = \sigma^1 = \{\{2\},\{3\},\dots\}$ – минимальное разбиение множества $\mathbb{P}$, являются характеризации локальных классов Фиттинга посредством формаций и свойства наследственности.*

Заключение. *Найдены новые характеризации обобщенно локальных классов Фиттинга посредством формаций и свойства наследственности классов групп.*

Ключевые слова: *класс групп, класс Фиттинга, σ-локальный класс Фиттинга, наследственный класс Фиттинга, формация.*

CHARACTERIZATIONS OF σ-LOCAL FITTING CLASSES

N.T. Vorobyev, S.N. Vorobyev, A.S. Novikova
Education Establishment "Vitebsk State P.M. Masherov University"

In the theory of classes of finite groups, the following Bryce and Cossey findings are known: a local formation of solvable groups is hereditary, a Fitting class exactly when all values of its canonical formation function are hereditary, Fitting classes, respectively. In this regard, in the theory of Fitting classes, it is topical to find a solution to the dual problems of characterizing local Fitting classes using the property of heredity and formations.

Solving the problems of characterization of generalized local (in particular, local) Fitting classes with the help of formations and the property of heredity is the main goal of this work.

Material and methods. *Methods of the theory of groups and their classes are used in the work. In particular, the methods of the theory of formations and Fitting classes.*

Findings and their discussion. *A Fitting class is a class of groups $\mathfrak{F}$ that is closed under taking normal subgroups and products of normal $\mathfrak{F}$-subgroups. If σ is some partition of the set of all primes $\mathbb{P}$, then the Fitting class $\mathfrak{F}$ is called σ-local if $\mathfrak{F} = \mathfrak{E}_{\Pi} \cap (\cap_{\sigma_i \in \Pi} f(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i}\mathfrak{E}_{\sigma_i'})$ for some mappings of the (H_σ-function) $f\colon \sigma \to${Fitting classes}, where $\Pi = \{\sigma_i \in \sigma\colon f(\sigma_i\} \neq \emptyset\}$. A class of groups $\mathfrak{F}$ is called: a formation if $\mathfrak{F}$ is closed under taking factor groups and subdirect products; hereditary if $\mathfrak{F}$ is closed with respect to taking subgroups. In this paper, we prove that a σ-local Fitting class $\mathfrak{F}$ is a hereditary formation if and only if all values of its canonical H_σ-function are hereditary, formations. The consequences of the indicated results in the case when $\sigma = \sigma^1 = \{\{2\},\{3\},\dots\}$ is the minimal partition of a set $\mathbb{P}$ are characterizations of local Fitting classes by means of formations and heredity properties.*

Conclusion. *New characterizations of generalized local Fitting classes by means of formations and heredity properties of group classes are found.*

Key words: *class of groups, Fitting class, σ-local Fitting class, hereditary Fitting class, formation.*

Все исследования в работе проводятся в универсуме $\mathfrak{E}$ всех конечных групп. В терминологии и обозначениях мы следуем [1; 2]. В теории классов конечных групп известны следующие результаты Брайса и Косси [3]: локальная формация разрешимых групп является наследственной, классом Фиттинга в точности тогда, когда все значения ее канонической формационной функции наследственны, классы Фиттинга. Напомним, что класс групп $\mathfrak{F}$ называется классом Фиттинга, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Класс групп $\mathfrak{F}$ называется формацией, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия факторгрупп и подпрямых произведений. Заметим, что классы Фиттинга являются объектами, дуальными формациям. В связи с этим весьма актуальна следующая гипотеза, двойственная результатам Брайса и Косси [3]: *локальный класс Фиттинга является наследственным, формацией тогда и только тогда, когда все значения его канонического локального задания наследственны, формации.* Подтверждение указанной гипотезы для обобщенно локальных (в частности, локальных) классов Фиттинга – основная цель настоящей работы.

Материал и методы. В исследовании используются методы теории групп и их классов. В частности, методы теории формаций и классов Фиттинга.

Предварительные сведения. *Классом групп* называют совокупность групп, которая наряду с каждой группой содержит ей изоморфную. Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *формацией*, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия факторгрупп и подпрямых произведений, и $\mathfrak{F}$ называют *классом Фиттинга*, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Если класс групп $\mathfrak{F}$ является одновременно классом Фиттинга и формацией, то $\mathfrak{F}$ называют *фиттинговой формацией*. Класс групп $\mathfrak{F}$ *наследственен*, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия подгрупп, т.е. из условия $G \in \mathfrak{F}$ и $H \leq G$ следует, что $H \in \mathfrak{F}$.

Если $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга, то в любой группе G существует наибольшая нормальная $\mathfrak{F}$-подгруппа. Ее обозначают $G_{\mathfrak{F}}$ и – $\mathfrak{F}$-радикалом G. Пусть $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – классы Фиттинга. Тогда класс групп $\mathfrak{F} \diamond \mathfrak{H} = (G: G/G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{H})$ – *произведение классов Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *и* $\mathfrak{H}$. Хорошо известно, что произведение классов Фиттинга является классом Фиттинга и операция умножения классов Фиттинга ассоциативна (см. [1, теорема X.1.12]).

Для нахождения характеризаций обобщенно локальных классов Фиттинга мы будем использовать σ-метод Скибы исследований групп и формаций, предложенный в [4], который был дуализирован в [2] и состоит в следующем. Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, $\pi \subseteq \mathbb{P}$ и $\pi' = \mathbb{P} \backslash \pi$. Если n – натуральное число, то символами $\pi(n)$ обозначают множества всех простых делителей n и $\pi(G) = \pi(|G|)$ всех простых делителей порядка группы G. Пусть σ – некоторое разбиение множества $\mathbb{P}$, т.е. если $\sigma = \{\sigma_i : i \in I\}$, то $\mathbb{P} = \cup_{i \in I} \sigma_i$ и для всех $i \neq j$ пересечение $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$. Тогда символами $\sigma(n)$ обозначают множество $\{\sigma_i : \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$ и $\sigma(G) = \sigma(|G|)$.

Пусть $\Pi \subseteq \sigma$. Символом $\mathfrak{E}_{\Pi}$ мы будем обозначать класс всех Π-групп, в частности, символами $\mathfrak{E}_{\sigma_i}$ и $\mathfrak{E}_{\sigma_{i'}}$ – классы всех σ_i-групп и σ_i'-групп соответственно.

Пусть $\emptyset \neq \sigma \subseteq \mathbb{P}$. Следуя [2], отображение

$$f: \sigma \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\}$$

назовем σ-функцией Хартли или просто H_{σ}-функцией f. Множество $Supp(f) = \{\sigma_i : f(\sigma_i) \neq \emptyset\}$ – носитель H_{σ}-функции f.

Пусть $\Pi = Supp(f)$ и класс

$$LR_{\sigma}(f) = \mathfrak{E}_{\Pi} \cap (\cap_{\sigma_i \in \Pi} f(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i}\mathfrak{E}_{\sigma_{i'}}).$$

Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется *σ-локальным*, если $\mathfrak{F} = LR_{\sigma}(f)$ для некоторой H_{σ}-функции f.

Если $\sigma^1 = \{\{2\}, \{3\}, \dots\}$ – минимальное разбиение множества $\mathbb{P}$ и $\mathfrak{F} = LR_{\sigma^1}(f)$, то класс $\mathfrak{F}$ называют *локальным классом Фиттинга* и H_{σ^1}-функцию f будем называть H-функцией $\mathfrak{F}$.

Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется *классом Локетта*, если $(G \times H)_{\mathfrak{F}} = G_{\mathfrak{F}} \times H_{\mathfrak{F}}$ для любых групп G и H.

Как установлено в [2], каждый σ-локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ определяется H_{σ}-функцией f такой, что $F(\sigma_i) = F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_{i'}} \subseteq \mathfrak{F}$ и $F(\sigma_i)$ – классы Локетта для всех $i \in I$. Заметим, что $F(\sigma_i)$ – класс Локетта, т.е. $(G \times H)_{F(\sigma_i)} = G_{F(\sigma_i)} \times H_{F(\sigma_i)}$ для всех групп G и H. Функцию F называют *канонической* H_{σ}-функцией класса Фиттинга $\mathfrak{F}$.

Пусть G и H – группы. Тогда символом $G \wr H$ обозначают регулярное сплетение G с H, то есть $W = G \wr H = G^{\natural} \rtimes H$, где $G^{\natural}$ – база сплетения или базисная группа сплетения W. При этом группа $G^{\natural} = G \times G \times \ldots \times G$, в которой $|H| = n$ сомножителей, где

$$G \times G \times \ldots \times G = \{(g_{h_1}, g_{h_2}, \ldots, g_{h_n}) : g_i \in G\}.$$

Если $K \leq G$, то символом $K^{\natural}$ обозначают базисную группу в сплетении $K \wr H$.

Мы будем использовать следующие известные свойства сплетений, которые приведем в качестве лемм.

Лемма 1.1 [5]. *Пусть $\mathfrak{F}$ – класс Локетта. Если $G \notin \mathfrak{F}$, то $(G \wr H)_{\mathfrak{F}} = (G_{\mathfrak{F}})^{\natural}$ для любой группы H.*

Лемма 1.2 [5]. *Пусть $W = G \wr H$. Если $K \trianglelefteq G$ и $K^{\natural}$ – базисная группа $K \wr H$, то $K^{\natural} \trianglelefteq W$ и $W/K^{\natural} \cong (G/K) \wr H$.*

Напомним, что класс групп называется Q-замкнутым (или гомоморфом), если каждый гомоморфный образ $\mathfrak{F}$-групп является $\mathfrak{F}$-группой.

Лемма 1.3 [5]. *Каждый Q-замкнутый класс Фиттинга, наследственный класс Фиттинга являются классами Локетта.*

Если σ-локальная H-функция f класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ удовлетворяет условию $f(\sigma_i) \subseteq \mathfrak{F}$ для всех i, то f называется *приведенной* H_σ-функцией $\mathfrak{F}$.

Лемма 1.4 [2]. *Пусть $\mathfrak{F}$ – σ-локальный класс Фиттинга. Тогда $\mathfrak{F}$ определяется единственной максимальной приведенной H-функцией F такой, что $F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i} = F(\sigma_i) \subseteq \mathfrak{F}$ и $F(\sigma_i)$ является классом Локетта для любых $\sigma_i \in \Pi$.*

Лемма 1.5 [5]. *Пусть $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – классы Фиттинга и $\mathfrak{F} \diamond \mathfrak{H}$ – произведение классов Фиттинга $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$. Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ являются наследственными и $\mathfrak{H}$ – гомоморф, то $\mathfrak{F} \diamond \mathfrak{H} = \mathfrak{F}\mathfrak{H}$* – наследственный класс.

Напомним, что H_σ-функцию F класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют канонической.

Лемма 1.6 [5]. *Пусть $\mathfrak{F}$ – σ-локальный класс Фиттинга, который определяется канонической H_σ-функцией F, и $W = G \wr A$ – регулярное сплетение группы G с σ_i-группой A. Если $\sigma_i \in \Pi$ и $A \in F(\sigma_i)$, то $W \in \mathfrak{F}$.*

Характеризация σ-локальных классов Фиттинга при помощи формаций. Следующая теорема характеризует σ-локальные классы Фиттинга при помощи формаций.

Теорема 2.1. *σ-Локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ – формация тогда и только тогда, когда каждое значение его канонической H_σ-функции F класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ является формацией.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Н е о б х о д и м о с т ь. Предположим, что σ-локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ является формацией. Тогда $\mathfrak{F}$ – класс Локетта по лемме 1.3. Следовательно, по лемме 1.4 все непустые значения канонической H_σ-функции F класса $\mathfrak{F}$ являются классами Локетта.

Докажем, что все значения функции F – формации, т.е. $F(\sigma_i)$ является формацией для всех $\sigma_i \in \Pi$.

Вначале покажем, что $F(\sigma_i)$ – гомоморф для каждого $\sigma_i \in \Pi$. Предположим, что $G \in F(\sigma_i)$ и $G/N \notin F(\sigma_i)$ для некоторой $N \trianglelefteq G$. Пусть $W = G \wr A$, где A – σ_i-группа. Тогда $W = K \rtimes A$, где K – базисная группа W. Поскольку $F(\sigma_i)$ – класс Фиттинга и $F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i} = F(\sigma_i)$, очевидно $W \in F(\sigma_i) \subseteq \mathfrak{F}$ и поэтому $W \in \mathfrak{F}$. Пусть $W_1 = (G/N) \wr A$. Так как $\mathfrak{F}$ является формацией, по лемме 1.2 $W_1 \cong W/N^{\natural} \in \mathfrak{F}$, где $N^{\natural}$ – базисная группа сплетения $N \wr A$. Следовательно, $W_1 \in \cap_{\sigma_i \in \Pi} F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i'}$. Тогда $W_1/(W_1)_{F(\sigma_i)} \in \mathfrak{E}_{\sigma_i'}$ для $\sigma_i \in \Pi$. С другой стороны, поскольку $G/N \notin F(\sigma_i)$ и $F(\sigma_i)$ является классом Локетта, по лемме 1.1

$$(W_1)_{F(\sigma_i)} = ((G/N)_{F(\sigma_i)})^{\natural}.$$

Теперь, используя лемму 1.2, мы получим

$$W_1/(W_1)_{F(\sigma_i)} \cong (G/N)/\,(G/N)_{F(\sigma_i)} \wr A.$$

Следовательно, $W_1/(W_1)_{F(\sigma_i)} \notin \mathfrak{E}_{\sigma_i'}$. Это противоречие показывает, что $F(\sigma_i)$ – гомоморф для любых $\sigma_i \in \Pi$.

Докажем теперь, что $F(\sigma_i)$ является классом, замкнутым относительно подпрямых произведений для любых $\sigma_i \in \Pi$. Пусть $G/N_i \in F(\sigma_i)$, но $G/N_1 \cap N_2 \notin F(\sigma_i)$ для некоторой $N_i \trianglelefteq G$, где $i \in \{1,2\}$. Без ограничения общности можно предположить, что $N_1 \cap N_2 = 1$. Пусть $W = G \wr A$, где

$A - \sigma_i$ -группа, $W_i = (G/N_i) \wr A$ и $(G/N_i)^{\natural}$ – базисная группа W_i . Тогда $W_i \cong (G/N_i)^{\natural} \rtimes A$ и $W_i/(G/N_i)^{\natural} \in \mathfrak{E}_{\sigma_i}$. Поскольку $G/N_i \in F(\sigma_i)$ и $F(\sigma_i)$ является классом Фиттинга,

$$W_i \in F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i} = F(\sigma_i) \subseteq \mathfrak{F}.$$

Следовательно, $W_i \in \mathfrak{F}$.

По лемме 1.2

$$W_i = (G/N_i) \wr A \cong W/N_i^{\natural} = (G \wr A)/N_i^{\natural},$$

где $N_i^{\natural}$ – базисная группа $N \wr A$. Следовательно, $W/N_i^{\natural} \in \mathfrak{F}$. Поскольку $\mathfrak{F}$ – формация, $W/N_1^{\natural} \cap N_2^{\natural} = W \in \mathfrak{F}$. Отсюда следует, что $W \in F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i'}$ и поэтому $W/W_{F(\sigma_i)} \in \mathfrak{E}_{\sigma_i'}$.

С другой стороны, $F(\sigma_i)$ является классом Локетта по лемме 1.4 и $G \notin A$, где $A - \sigma_i$-группа. По лемме 1.1 $W_{F(\sigma_i)} = (G_{F(\sigma_i)})^{\natural}$. Следовательно,

$$W/\left(G_{F(\sigma_i)}\right)^{\natural} = W/W_{F(\sigma_i)} \cong (G/G_{F(\sigma_i)}) \wr A$$

по лемме 1.2 и поэтому $W/W_{F(\sigma_i)} \notin \mathfrak{E}_{\sigma_i'}$. Это противоречие показывает, что класс $F(\sigma_i)$ является классом, замкнутым относительно подпрямых произведений для любых $\sigma_i \in \Pi$. Следовательно, $F(\sigma_i)$ – формация для всех $\sigma_i \in \Pi$.

Д о с т а т о ч н о с т ь. Предположим, что все значения канонической функции F класса $\mathfrak{F}$ являются формациями. Поскольку $\mathfrak{F}$ – σ-локальный класс Фиттинга,

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E}_{\Pi} \cap (\cap_{\sigma_i \in \pi} f(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i}\mathfrak{E}_{\sigma_i'}).$$

Очевидно, что классы $\mathfrak{E}_{\sigma_i'}$, $\mathfrak{E}_{\sigma_i}$ – формации Фиттинга и по условию $F(\sigma_i)$ являются формациями Фиттинга. Кроме того, пересечение формаций Фиттинга является формацией Фиттинга. Заметим также, что произведение формаций Фиттинга – формация Фиттинга. Следовательно, $\mathfrak{F}$ является формацией Фиттинга.

Теорема доказана.

В случае когда $\sigma = \sigma^1$ – минимальное разбиение множества $\mathbb{P}$, следствием теоремы является следующая характеризация локальных классов Фиттинга, полученная Го Вэньбинем и С.Н. Воробьевым в [6].

Следствие 2.2. *Локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ является формацией тогда и только тогда, когда все значения его канонической функции Хартли F – формации.*

Характеризация наследственных σ-локальных классов Фиттинга. Характеризацию σ-локальных классов Фиттинга при помощи свойства наследственности представляет

Теорема 3.1. *σ-Локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ является наследственным тогда и только тогда, когда каждое значение его канонической H_{σ}-функции F класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ наследственно.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Н е о б х о д и м о с т ь. Предположим, что класс $\mathfrak{F}$ является наследственным σ-локальным классом Фиттинга и F – каноническая H_{σ}-функция $\mathfrak{F}$. Покажем, что все значения F наследственны. Поскольку класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ является наследственным, то $\mathfrak{F}$ – класс Локетта по лемме 1.3. Следовательно, по лемме 1.4 $F(\sigma_i)$ является классом Локетта для всех $\sigma_i \in \sigma(\mathfrak{F}) = \Pi$.

Докажем, что $F(\sigma_i)$ – наследственный класс Фиттинга для всех $\sigma_i \in \Pi$. Предположим, что $F(\sigma_i)$ – ненаследственный класс для некоторого $\sigma_i \in \Pi$. Тогда найдется группа G и подгруппа H группы G такая, что $G \in F(\sigma_i)$, но $H \notin F(\sigma_i)$. Пусть $W = G \wr A$ – регулярное сплетение группы G с σ_i-группой A. Поскольку $G \in F(\sigma_i)$, $W \in \mathfrak{F}$ по лемме 1.4. Пусть $W_1 = H \wr A$. Так как $W_1 \leq W$ и класс $\mathfrak{F}$ является наследственным, $W_1 \in \mathfrak{F}$ и поэтому $W_1 \in F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i'}$. Тогда $W_1/(W_1)_{F(\sigma_i)}$ является $\sigma_i{}'$ -группой, т.е. $W/W_{F(\sigma_i)} \in \mathfrak{E}_{\sigma_i'}$. С другой стороны, поскольку $F(\sigma_i)$ – класс Локетта и $H \notin F(\sigma_i)$, по лемме 1.1

$$(W_1)_{F(\sigma_i)} = (H_{F(\sigma_i)})^{\natural},$$

где $(H_{F(\sigma_i)})^{\natural}$ – базисная группа $(H_{F(\sigma_i)})^{\natural} \wr A$. Следовательно, по лемме 1.2

$$W_1/(W_1)_{F(\sigma_i)} \cong (H/H_{F(\sigma_i)}) \wr A$$

и поэтому $W/W_{F(\sigma_i)} \notin \mathfrak{E}_{\sigma_i'}$. Это противоречие показывает, что $F(\sigma_i)$ является наследственным для любых $\sigma_i \in \Pi$.

Д о с т а т о ч н о с т ь. Пусть каждое значение $\mathrm{F}(\sigma_\mathrm{i})$ полной приведенной H_σ-функции F класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ наследственно. Заметим, что

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E}_\Pi \cap (\cap_{\sigma_i \in \Pi}\ F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i'}).$$

Поскольку классы $\mathfrak{E}_\Pi$ и $\mathfrak{E}_{\sigma_i'}$ наследственны, то пересечение наследственных классов является наследственным. По лемме 1.5 класс $F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i'}$ также наследственный. Следовательно, класс $\mathfrak{F}$ наследственен.

Теорема доказана.

В случае когда $\sigma = \{\{2\},\{3\},\dots\}$, получаем

Следствие 3.2. *Локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ является наследственным тогда и только тогда, когда все значения его канонической функции Хартли F класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ наследственны.*

Заключение. В работе найдены новые характеризации σ-локальных классов Фиттинга посредством формаций и свойства наследственности классов групп.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. – P. 891.
2. Vorob’ev, N.T. On σ-local Fitting classes / N.T. Vorob’ev, W. Guo, Zh. Li // J. Algebra. – 2020. – Vol. 542. – P. 116–129.
3. Bryce, R.A. Fitting formations of finite solvable groups / R.A. Bryce, J. Cossey // Math. Z. – 1972. – Bd. 127. – S. 217–223.
4. Skiba, A.N. On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups / A.N. Skiba // J. Algebra. – 2015. – Vol. 436. – P. 1–16.
5. Vorob’ev, N.T. On the dual theory of a result of Bryce and Cossey / N.T. Vorob’ev, N. Yang, B. Li // J. Algebra. – 2019. – Vol. 522. – P. 127–128.
6. Guo, W. Formations defined by Doerk–Hawkes operation / W. Guo, S.N. Vorob’ev // J. Algebra and its Applications. – 2018. – Vol. 17, № 12. – P. 1–9.

R E F E R E N C E S

1. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. – P. 891.
2. Vorob’ev, N.T. On σ-local Fitting classes / N.T. Vorob’ev, W. Guo, Zh. Li // J. Algebra. – 2020. – Vol. 542. – P. 116–129.
3. Bryce, R.A. Fitting formations of finite solvable groups / R.A. Bryce, J. Cossey // Math. Z. – 1972. – Bd. 127. – S. 217–223.
4. Skiba, A.N. On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups / A.N. Skiba // J. Algebra. – 2015. – Vol. 436. – P. 1–16.
5. Vorob’ev, N.T. On the dual theory of a result of Bryce and Cossey / N.T. Vorob’ev, N. Yang, B. Li // J. Algebra. – 2019. – Vol. 522. – P. 127–128.
6. Guo, W. Formations defined by Doerk–Hawkes operation / W. Guo, S.N. Vorob’ev // J. Algebra and its Applications. – 2018. – Vol. 17, № 12. – P. 1–9.

Поступила в редакцию 14.04.2022

Адрес для корреспонденции: e-mail: ntvorobyov@mail.ru – Воробьев Н.Т.