АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛОРУССКОЙ ССР
Институт математики

На правах рукописи

Воробьев Николай Тимофеевич

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМАЦИЙ КОНЕЧНЫХ ГРУПП ПРИ ПОМОЩИ МАКСИМАЛЬНЫХ ЛОКАЛЬНЫХ ЭКРАНОВ

01.01.06. Математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Минск - 1979

Работа выполнена в Гомельском государственном университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор ШЕМЕТКОВ Л.А.

Официальные оппоненты: член-корреспондент АН УССР, доктор физико-математических наук, профессор ЧЕРНИКОВ С.Н.
кандидат физико-математических наук МОНАХОВ В.С.

Ведущая организация: Институт математики СО АН СССР

Защита диссертации состоится "21" декабря 1979 г. в 15 час. на заседании специализированного Совета Д.006.19.01 по присуждению ученой степени доктора физико-математических наук при Институте математики АН БССР, 220604, г.Минск 72, ул.Типографская,11.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математики АН БССР.

Автореферат разослан "1" ноября 1979 г.

Ученый секретарь
специализированного Совета,
кандидат физико-математических наук

Янчевский В.И.

Актуальность темы. В последние годы интенсивно развивается новая область алгебры - теория формаций. Центральное место в теории формаций с момента ее возникновения и до настоящего времени занимают вопросы конструирования и классификации формаций. Результаты самых последних лет как советских так и зарубежных алгебраистов свидетельствуют о значительно возросшем интересе к этому направлению и необходимости его развития.

Цель работы. Исследование формаций конечных групп при помощи максимальных локальных экранов - основная цель настоящей диссертации. Для достижения ее решены четыре тесно взаимосвязанных задачи:

1) конструирование новых классов формаций при помощи пар формаций;

2) описание максимальных экранов локальных формаций;

3) описание максимальных экранов порожденных локальных формаций;

4) применение максимальных экранов к установлению признаков локальности формаций.

Научная новизна. Все результаты диссертации являются новыми. Основные результаты главы I вошли в недавно вышедшую монографию Л.А.Шеметкова (Л.А.Шеметков. Формации конечных групп. - М.: Наука, 1978). В диссертации: найдено пять новых классов формаций, сконструированных с помощью пар формаций; описываются общие методы конструирования локальных формаций с помощью максимальных экранов; найдены новые характеризации формационных подгрупп посредством свойства покрытия-изолирования; описываются способы конструирования порожденных локальных формаций с помощью максимальных экранов, которые применяются для установления признаков локальности формаций.

Практическая ценность. Результаты диссертации полезны в вопросах конструирования и классификации формаций. Метод исследования формаций помощью максимальных локальных экранов применим к изучению любой формации.

Методика исследования. Методы, используемые автором для доказательства основных положений диссертации, опираются на абстрактную теорию групп и результаты последних лет в теории формаций.

Апробация работы. По теме диссертации опубликовано 5 работ. Все результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах по теории групп в Гомельском отделении Института математики АН БССР в 1977-1978 гг., на 14-й Всесоюзной алгебраической конференции в г.Новосибирске (1977 г.), на VI Всесоюзном симпозиуме по теории групп в г.Черкассы (1978 г.), на семинаре "Алгебра и логика" (Новосибирск, 1978 г.).

Обоснование структуры и объем работы. Диссертация содержит 112 страниц машинописного текста и состоит из введения, необходимых сведений, трех глав и списка цитированной литературы, содержащего 70 наименований.

Основные положения, выносимые на защиту. Построение новых типов формаций при помощи двух формаций (формационные произведения i-го рода $\mathfrak{F} *_i \mathfrak{H}$, $1 \le i \le 5$).

Теорема 1.3.5. Пусть $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ - некоторые формации, причем $\mathfrak{F}$ локальна, а каждая группа из $\mathfrak{X}$ имеет $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимый $\mathfrak{F}$-корадикал. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) $\mathfrak{F}$ имеет единственный максимальный локальный $\mathfrak{X}$-экран f;

2) если φ - максимальный внутренний локальный экран формации $\mathfrak{F}$, то $f(p)=(\mathfrak{F} *_1 \varphi(p)) \cap \mathfrak{X}$ для каждого простого p.

Теорема 2.2.2. Пусть $\mathfrak{U}$ - универсальный класс, $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$ - формации с максимальными внутренними локальными экранами соответственно f_1, f_2. Если $\mathfrak{U}$ - класс всех $\pi(\mathfrak{F}_2)$-разрешимых групп из $\mathfrak{Y}$, то локальный экран f такой, что для каждого простого p имеет место

$$f(p)=\begin{cases} \mathfrak{N}_p(\mathfrak{F}_1 *_4 \mathfrak{F}_2), & \text{если } f_1(p) \ne \mathfrak{F}_1 \\ f_2(p), & \text{если } f_1(p)=\mathfrak{F}_1, \end{cases}$$

является максимальным внутренним локальным экраном формации $l\,form\,(\mathfrak{F}_1 *_4 \mathfrak{F}_2)$.

Теорема 3.2.2. Пусть каждая группа из $\mathfrak{U}$ имеет разрешимый $\mathfrak{F}_i$-корадикал, где $\mathfrak{F}_i$ - локальная формация ($i=1,2$). Если $\mathfrak{F}_1 \ll \mathfrak{F}_2$ и $\mathfrak{F}_1 \supseteq \mathfrak{N}$, то $\mathfrak{N}\mathfrak{F}_2$ - единственная максимальная по включению локальная подформация формации $\mathfrak{F}_1 *_4 \mathfrak{F}_2$

Содержание работы. Все необходимые определения и обозначения, которые мы не приводим, можно найти в книге Л.А.Шеметкова. Все исследования в диссертации проводятся в некотором непустом классе конечных групп $\mathfrak{U}$, замкнутом относительно подгрупп, гомоморфных образов и расширений ($\mathfrak{U}$ - универсальный класс).

Одной из главных задач теории формаций с самого момента ее зарождения и до настоящего времени остается нахождение новых формаций и их исследование. Особую актуальность для успешного осуществления такой задачи представляет выбор и описание метода конструирования формаций. Первоначальные шаги в этом направлении были сделаны еще Гашюцом в 1963 году в первой работе по теории формаций. В дальнейшем, начиная с 1969 года этой задаче в классе разрешимых групп было посвящено лишь несколько работ, почти все из которых принадлежат К.Дёрку.

В 1974 году профессором Л.А.Шеметковым введено понятие экрана и предложена классификация экранов. Общая задача конструирования и исследования формаций формулируется Л.А. Шеметковым следующим образом.

Если $\mathfrak{F}$ - локальная формация, то задача состоит в том, чтобы описать те экраны f, для которых $\mathfrak{F} = \langle f \rangle$.

Если же $\mathfrak{F}$ не локальна, то естественной является постановка аналогичной задачи для наименьшей локальной формации. $l\,form\,\mathfrak{F}$, содержащей данную.

Важную роль в рассмотрении такого рода вопросов играют максимальные локальные экраны формаций. Напомним, что любое непустое множество экранов Ω считается частично упорядоченным и максимальный элемент его назовем максимальным экраном множества Ω.

Исследованию формаций конечных групп при помощи максимальных локальных экранов и посвящена настоящая диссертация.

Нахождение общих методов конструирования максимальных локальных экранов формаций - основная цель первой главы. Ориентиром здесь является следующая

Проблема (Л.А.Шеметков). Пусть $\mathfrak{X}$ - некоторая формация групп, содержащая локальную формацию $\mathfrak{F}$, и Ω - множество всех локальных $\mathfrak{X}$-экранов формации $\mathfrak{F}$. Доказать существование максимального элемента в Ω и получить его явное описания. Оценить число максимальных элементов в Ω

Эта проблема была решена ранее лишь для некоторых случаев формации $\mathfrak{X}$ и класса $\mathfrak{U}$. А именно, при $\mathfrak{U} = \mathfrak{N}$ и $\mathfrak{X} = \mathfrak{F}$ – Картером и Хоукоом (1967 г.), при $\mathfrak{U} = \mathfrak{X} = \mathfrak{N}$ К.Дёрком (1973 г.) и при $\mathfrak{U} = \mathfrak{S}$ и $\mathfrak{X} = \mathfrak{F}$ П.Шмидом (1974г.). Решению проблемы Шеметкова в случае, когда $\mathfrak{X}$ – такая формация, что каждая группа из нее имеет $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимый $\mathfrak{F}$-корадикал, и посвящен основной результат первой главы диссертации (теорема I.3.5). Понятно, что эта теорема включает, в частности, все полученные ранее результаты по решению сформулированной выше проблемы. Остановимся подробнее на результатах первой главы.

В первом параграфе получено три критерия вложения локальных экранов. Эти результаты оказались весьма полезными для всех последующих исследований. В частности, доказана

Теорема I.I.4. Пусть f_1, f_2 – максимальные внутренние локальные экраны соответственно формаций $\mathfrak{F}_1$ и $\mathfrak{F}_2$. Тогда и только тогда $\mathfrak{F}_1$ является подформацией $\mathfrak{F}_2$, когда $f_1 \leq f_2$.

Помимо конструирования формаций с помощью экранов и групповых функций существуют методы, позволяющие при помощи двух формаций получать третью, которую естественно назвать формационным произведением (простейший случай такого произведения введен в книге Л.А.Шеметкова).

В § 2 первой главы диссертации конструируются пять новых типов формаций при помощи двух формаций (формационные произведения i-го рода $\mathfrak{F} *_i \mathfrak{H}$, $1 \leq i \leq 5$).

Пусть $\mathfrak{F}$ – формация с максимальным внутренним локальным экраном f, $\mathfrak{H}$ – формация. Обозначим через $\mathfrak{F} *_i \mathfrak{H}$ ($i = 1, 2, \ldots, 5$) классы групп, которые определяются следующим образом:

I) $G \in \mathfrak{F} *_1 \mathfrak{H}$ тогда и только тогда, когда каждый $\mathfrak{F}$-нормализатор группы G принадлежит $\mathfrak{H}$ (если $\mathfrak{H} = \varnothing$, то $\mathfrak{F} *_1 \mathfrak{H} = \varnothing$).

2. $G \in \mathfrak{F} *_2 \mathfrak{H}$ тогда и только тогда, когда группа G обладает по крайней мере одним $\mathfrak{F}$-проектором, принадлежащим $\mathfrak{H}$ (если $\mathfrak{H} = \varnothing$, то $\mathfrak{F} *_2 \mathfrak{H}$ $\varnothing$).

В следующих трех конструкциях дополнительно предполагается, что $\mathfrak{H}$ обладает максимальным внутренним локальным экраном h

3. $G \in \mathfrak{F} *_3 \mathfrak{H}$ тогда и только тогда, когда каждый f^*-центральный главный фактор группы G является $\mathfrak{H}$-центральным, где f^* – такая функция, что $f^*(p) = \mathfrak{F} *_2 f(p)$ для каждого простого p.

4. $G \in \mathfrak{F} *_4 \mathfrak{H}$ тогда и только тогда, когда группа G обладает по крайней мере одним $\mathfrak{F}$-проектором, содержащимся в некотором $\mathfrak{H}$-нормализаторе.

5. $G \in \mathfrak{F} *_5 \mathfrak{H}$ тогда и только тогда, когда $\mathfrak{H}$-проектор группы G является $\mathfrak{DM}$-подгруппой, принадлежащей $f(p)$ для каждого простого p (если $f(p) = \emptyset$ для некоторого простого p, то $\mathfrak{F} *_5 \mathfrak{H} = \emptyset$). Подгруппу H называют $\mathfrak{DM}$-подгруппой, если H либо покрывает, либо изолирует каждый главный фактор группы G.

Специальные случаи введенных конструкций изучались ранее. Дёрк и Дарси использовали $\mathfrak{F} *_1 \mathfrak{H}$ и $\mathfrak{F} *_2 \mathfrak{H}$ в случае, когда $\mathfrak{M} = \mathfrak{S}$ и $\mathfrak{F} \supseteq \mathfrak{N}$, как инструмент для нахождения максимальных локальных экранов формаций при некоторых ограничениях на $\mathfrak{M}$. [illegible] и [illegible] изучали локальность формаций $\mathfrak{S}_\pi *_1 \mathfrak{H}$ и $\mathfrak{N}_\pi *_1 \mathfrak{H}$ в случае, когда $\mathfrak{H}$ локальна и $\pi = \pi(\mathfrak{F})$. С помощью конструкции $\mathfrak{F} *_1 f(p)$ в случае, когда $\mathfrak{M} = \mathfrak{S}$ и f – максимальный внутренний локальный экран формации $\mathfrak{F}$, были изучены новые классы формаций Бейдлеманом и Маканом.

Картером изучались разрешимые группы из $\mathfrak{N} *_3 \mathfrak{N}$, то есть группы, в которых нильпотентные самонормализуемые подгруппы (подгруппы Картера) покрывают только центральные главные факторы. В дальнейшем Дёрком, Бейдлеманом и [illegible] изучалась формация $\mathfrak{F} *_3 \mathfrak{F}$ в случае, когда $\mathfrak{M} = \mathfrak{S}$.

Альпериным, Томпсоном, Картером и Хуппертом рассматривались группы из $\mathfrak{N} *_4 \mathfrak{N}$ при $\mathfrak{M} = \mathfrak{S}$, то есть разрешимые группы, у которых системный нормализатор и подгруппа Картера совпадают. В частности Хупперт доказал, что формация $\mathfrak{N} *_3 \mathfrak{N}$ не локальна. В дальнейшем ряд работ Дёрка, Хоукса, Бейдлемана и Макана было посвящено изучению формации $\mathfrak{F} *_4 \mathfrak{F}$ в случае, когда $\mathfrak{F} \supseteq \mathfrak{N}$ и $\mathfrak{M} = \mathfrak{S}$ – формации всех разрешимых групп, в которых $\mathfrak{F}$-проектор и $\mathfrak{F}$-нормализатор совпадают.

Значительная информация о классе $\mathfrak{Y} *_5 \mathfrak{F}$ при $\mathfrak{U} = \mathfrak{Y}$ была получена Дёрком и Хоукоом.

Напомним, что с помощью формационных произведений I-го рода нами было получено явное описание максимального $\mathfrak{X}$-экрана произвольной локальной формации (теорема I.3.5).

Возникает вопрос о возможности построения максимальных локальных экранов с помощью формационного произведения второго рода.

Назовем локальный экран f $\mathfrak{X}$-монотонным, если для любой группы $G \in \mathfrak{X}$ и ее $\mathfrak{F}$-проектора F из того, что $F \subseteq K \subseteq L \subseteq G$ всегда следует $K^{f(p)} \subseteq L^{f(p)}$ для всех простых $p \in \pi(\langle f \rangle)$.

Теорема I.3.9. Пусть $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ – некоторые формации, причем $\mathfrak{F}$ локальна, а $\mathfrak{X}$ замкнута относительно взятия подгрупп и каждая группа из нее имеет $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимый $\mathfrak{F}$-корадикал. Тогда справедливы следующие утверждения:

I) $\mathfrak{F}$ имеет единственный максимальный $\mathfrak{X}$-монотонный локальный $\mathfrak{X}$-экран f;

2) если φ – максимальный внутренний локальный экран формации $\mathfrak{F}$, то $f(p) = (\mathfrak{F} *_2 \varphi(p)) \cap \mathfrak{X}$ для любого простого p.

Теорема Дарси вытекает из этой теоремы при $\mathfrak{U} = \mathfrak{Y}$

Результаты четвертого параграфа первой главы выступают как приложения максимальных локальных экранов формации и формационных произведений 4-го рода для нахождения новых характеризаций $\mathfrak{F}$-проекторов и $\mathfrak{F}$-нормализаторов.

Назовем подгруппу H группы G $f - \mathfrak{D}\mathcal{M}$ -подгруппой (f – экран), если H покрывает каждый f-центральный главный фактор группы G и изолирует каждый ее f-эксцентральный главный фактор.

Теорема I.4.3. Пусть f – максимальный $\mathfrak{X}$-монотонный локальный $\mathfrak{X}$-экран формации $\mathfrak{F}$, причем $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$, $\mathfrak{X}$ формация, замкнутая относительно подгрупп, и каждая группа из $\mathfrak{X}$ имеет $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимый $\mathfrak{F}$-корадикал. Тогда следующие утверждения равносильны:

1) H — f-$\mathfrak{DM}$-подгруппа группы G, принадлежащей $\mathfrak{X}$;

2) H — $\mathfrak{F}$-проектор группы G, принадлежащей $\mathfrak{X}$.

Теорема 1.4.4. Пусть $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ — некоторые формации, причем $\mathfrak{F}$ локальна, $\mathfrak{X}$ замкнута относительно подгрупп, и каждая группа из $\mathfrak{X}$ имеет $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимый $\mathfrak{F}$-корадикал. Пусть $G \in (\mathfrak{F} *_4 \mathfrak{F}) \cap \mathfrak{X}$. Тогда следующие утверждения равносильны:

1) H — $\mathfrak{F}$-нормализатор группы G;

2) H — f-$\mathfrak{DM}$-подгруппа группы G, где f — максимальный внутренний локальный экран формации $\mathfrak{F}$.

Теоремы Дёрка и Хупперта вытекают из данных теорем соответственно при $\mathfrak{Y} = \mathfrak{X} = \mathfrak{S}$ и при $\mathfrak{Y} = \mathfrak{X} = \mathfrak{S}$ и $\mathfrak{F} \supseteq \mathfrak{N}$. Существуют примеры, указывающие на то, что ни один из пяти классов групп, введенных во втором параграфе, не является в общем случае локальной формацией. Поэтому возникает необходимость изучения локальных формаций, порожденных этими классами. Этому посвящена вторая глава диссертации. В частности, в первом параграфе главы 2 теоремы 2.1.3, 2.1.6 и 2.1.12 описывают максимальные внутренние экраны локальных формаций, порожденных соответственно формационными произведениями первого, второго и третьего рода. Теоремы 2.2.2 и 2.2.4 второго параграфе главы 2 описывают максимальные внутренние локальные экраны локальных формаций, порожденных формационными произведениями четвертого и пятого рода.

Теорема 2.1.3. Пусть $\mathfrak{Y} = \mathfrak{S}$, $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{H}$ — некоторые формации, причем $\mathfrak{F}$ локальна. Тогда локальный экран f такой, что для каждого простого p имеет место $f(p) = \mathfrak{N}_p(\mathfrak{F} *_1 \mathfrak{H})$, является максимальным внутренним локальным экраном формации $l\,form\,(\mathfrak{F} *_1 \mathfrak{H})$.

Теорема 2.1.12. Пусть $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$ — формации с максимальными внутренними локальными экранами соответственно f_1, f_2. Если каждая группа из $\mathfrak{Y}$ имеет разрешимый $f_1(p)$-корадикал для всех простых $p \in \pi(\mathfrak{F}_1)$, то локальный экран f такой, что для каждого простого p имеет место

$$f(p) = \begin{cases} f_2(p), & \text{если } f_1(p) = \mathfrak{F}_1 \\ \mathfrak{N}_p(\mathfrak{F}_1 *_3 \mathfrak{F}_2), & \text{если } f_1(p) \neq \mathfrak{F}_1, \end{cases}$$

является максимальным внутренним локальным экраном формаили $l\,form(\mathfrak{F}_1 *_3 \mathfrak{F}_2)$.

Теорема 2.2.3. Пусть $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$ – некоторые локальные формации. Если каждая группа из $\mathfrak{N}$ имеет $\pi(\mathfrak{F}_1)$-разрешимый $\mathfrak{F}_1$-корадикал, то локальный экран f такой, что для каждого простого p имеет место

$$f(p) = \begin{cases} \varnothing & \text{, если } p \in \pi'(\mathfrak{F}_1) \\ \mathfrak{N}_p(\mathfrak{F}_1 *_3 \mathfrak{F}_2) & \text{, если } p \in \pi(\mathfrak{F}_1), \end{cases}$$

является максимальным внутренним локальным экраном формации $l\,form(\mathfrak{F}_1 *_3 \mathfrak{F}_2)$.

Заметим, что следствием теоремы 2.1.12 является результат Дёрка при $\mathfrak{N} = \mathfrak{S}$ и $\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}$. Проблема нахождения максимального внутреннего локального экрана $l\,form(\mathfrak{F} *_4 \mathfrak{F})$ ставилась Дёрком в случае, когда $\mathfrak{F} \supseteq \mathfrak{N}$ и $\mathfrak{N} = \mathfrak{S}$ (1969г.) и была решена им совместно с Хоуксом (1970 г.). Теорема 2.2.2, в частности, включает этот результат.

Как уже отмечалось, описание локальных экранов $l\,form\,\mathfrak{F}$, где $\mathfrak{F}$ – некоторая формация, позволяет установить признаки локальности $\mathfrak{F}$. Поэтому все результаты второй главы выступают в дальнейшем в качестве приложений для нахождения признаков локальности исследуемых формационных произведений. Этому посвящена третья глава диссертации.

Теорема 3.I.I. Пусть $\mathfrak{N} = \mathfrak{S}$. Если $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{H}$ – некоторые формации, причем $\mathfrak{F}$ локальна, то $\mathfrak{F} *_1 \mathfrak{H}$ локальна в том и только в том случае, когда $\mathfrak{F} *_1 \mathfrak{H} = \mathfrak{S}$.

Назовем подгруппу H группы G f-$\mathfrak{D}$-подгруппой (f – локальный экран), если H покрывает только f-центральные главные факторы группы G.

Теорема 3.I.5. Пусть $\mathfrak{F}_i$ – формация с максимальным внутренним локальным экраном f_i и f_i^* – такая локальная функция, что $f_i^*(p) = \mathfrak{F}_i *_2 f_i(p)$ для всех простых p ($i = 1,2$). Если каждая группа из $\mathfrak{N}$ обладает по крайней мере одним $\mathfrak{F}_i$-проектором, являющимся f_i^*-$\mathfrak{D}$-подгруппой, и любые два $\mathfrak{F}_i$-проектора сопряжены, причем $\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{Y}_{\mathfrak{F}} \cap \mathfrak{N}$, то $\mathfrak{F}_1 *_2 \mathfrak{F}_2$ – локальная формация.

При $\mathfrak{N} = \mathfrak{S}$ из теоремы 3.I.5 легко вытекает известный результат Блессеноля, полученный совсем другими методами.

Теорема 3.I.8. Пусть $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$ – локальные формации с максимальными внутренними локальными экранами соответственно f_1, f_2. Если каждая группа из $\mathfrak{U}$ имеет разрешимый $f_1(p)$-корадикал для всех простых $p \in \pi(\mathfrak{F}_1)$, то $\mathfrak{F}_1 *_3 \mathfrak{F}_2$ локальна в том и только в том случае, когда $\mathfrak{N}_p(\mathfrak{F}_1 *_3 \mathfrak{F}_2) = \mathfrak{F}_1 *_3 \mathfrak{F}_2$ для всех простых p таких, что $f_1(p) \neq \mathfrak{F}_1$.

Следуя Клайну, назовем локальную формацию $\mathfrak{F}_1$ сильно вложенной в некоторую локальную формацию $\mathfrak{F}_2$ и будем обозначать $\mathfrak{F}_1 \ll \mathfrak{F}_2$, если в любой группе, обладающей разрешимым $\mathfrak{F}_i$-корадикалом $(i = 1,2)$, ее $\mathfrak{F}_1$-проектор содержится в некотором $\mathfrak{F}_2$-проекторе.

Теорема 3.2.3. Пусть каждая группа из $\mathfrak{U}$ имеет разрешимый $\mathfrak{F}_i$-корадикал $(i = 1,2)$, причем $\mathfrak{F}_1 \ll \mathfrak{F}_2$ и $\mathfrak{F}_1 \supseteq \mathfrak{N}$. Тогда $\mathfrak{F}_1 *_4 \mathfrak{F}_2$ локальна в том и только в том случае, когда $\mathfrak{F}_1 *_4 \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{N}\mathfrak{F}_1$.

Следствие 3.2.5. Пусть $\mathfrak{U} = \mathfrak{S}$, $\mathfrak{F}_1 \ll \mathfrak{F}_2$ – такие локальные формации, что $\mathfrak{F}_1 \supseteq \mathfrak{N}$ и $\mathfrak{F}_1 *_4 \mathfrak{F}_2 \subseteq \mathfrak{F}_1 *_5 \mathfrak{F}_2$. Тогда $\mathfrak{F}_1 *_4 \mathfrak{F}_2$ локальна в том и только в том случае, когда существует такое простое p, что $\mathfrak{F}_2 = \mathfrak{S}_{p'} f_2(p)$ (f_2 – максимальный внутренний локальный экран $\mathfrak{F}_2$).

Данное утверждение является не только критерием локальности формационных произведений четвертого рода, но производит классификацию всех тех локальных формаций $\mathfrak{F}_2$, для которых $\mathfrak{F}_1 *_4 \mathfrak{F}_2$ локальна.

Альпериным и Томпсоном было доказано, что любая разрешимая группа изоморфно вкладывается в некоторую $\mathfrak{S}C$-группу. Отсюда, в частности, вытекает, что формация всех разрешимых $\mathfrak{S}C$-групп не $\mathfrak{S}$-замкнута. Теоремы 3.2.3 и 3.2.5 позволяют получить новую информацию: если $\mathfrak{U} = \mathfrak{S}$ и $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{p'} f(p)$ для некоторого простого p – формация, замкнутая относительно взятия подгрупп, то формация $\mathfrak{F} *_4 \mathfrak{F}$ (формация всех разрешимых групп, в которых $\mathfrak{F}$-проектор и $\mathfrak{F}$-нормализатор совпадают) замкнута относительно взятия подгрупп (следствие 3.2.8).

Теорема 3.2.7. Пусть $\mathfrak{U} = \mathfrak{S}$, $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$ – локальные формации, причем $\mathfrak{F}_1 \supseteq \mathfrak{N}$. Тогда $\mathfrak{F}_1 *_5 \mathfrak{F}_2$ локальна в том и только в том случае, когда $\mathfrak{F}_1 *_5 \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{S}$.

В заключение отметим, что результаты третьей главы доссертации содержат, в частности, все теоремы, полученные Дёрком и Хоуксом, относящиеся к признакам локальности специальных случаев формационных произведений третьего и четвертого рода. А именно: из теоремы 3.1.9, 3.2.3 и 3.2.4 вытекают соответственно при $\mathfrak{N} = \mathfrak{T}$ и $\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}$ результаты Дёрка и Хоукса, при $\mathfrak{H}_1 = \mathfrak{H}_2 = \mathfrak{F}$ результаты Дёрка.

Основные результаты диссертации включены в монографию Л.А.Шеметкова и опубликованы в работах [1-5].

1. Воробьев Н.Т. Максимальные экраны и характеризация $\mathfrak{F}$-проекторов. – ДАН БССР, 1978, 22, № 1, с.9-11.
2. Воробьев Н.Т. Максимальные экраны формаций. – ДАН БССР, 1978, 22, № 7, с.584-587.
3. Воробьев Н.Т. О максимальных однородных экранах. – 14-я Всесоюзная алгебраическая конференция (Новосибирск, сентябрь 1977 г.), тезисы докладов, ч.I, Новосибирск, 1977, с.16-17.
4. Воробьев Н.Т. О максимальном экране порожденной формации. – VI Всесоюзный симпозиум по теории групп (Черкассы, 19-21 сентября 1978 г.), тезисы докладов, Киев, Наукова думка, 1978, с.14-15.
5. Воробьев Н.Т. Максимальные экраны порожденных формаций. – ДАН БССР, 1979, 23, № 2, с.115-117.

АЖ-01181 Подписано к печати 19.06.79 г. Зак. 52, тир. 120.

Отпечатано на ротапринте Витебского педагогического института, Московский проспект 33.