Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»
Кафедра дошкольного и начального образования

З.К. Левчук, И.В. Ермольчик

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДЕТЕЙ ДОШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА

Курс лекций

Модуль 1

Витебск
ВГУ имени П.М. Машерова
2014

УДК 373.2.016:51(075.8)
ББК 74.102.414я73
Л38

Печатается по решению научно-методического совета учреждения образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». Протокол № от 3 от 20.12.2013 г.

Авторы: доцент кафедры дошкольного и начального образования ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат педагогических наук **З.К. Левчук;** преподаватель кафедры дошкольного и начального образования ВГУ имени П.М. Машерова, магистр педагогических наук **И.В. Ермольчик**

Р е ц е н з е н т :
доцент кафедры алгебры и методики преподавания математики
ВГУ имени П.М. Машерова,
кандидат педагогических наук *В.В. Устименко*

Левчук, З.К.

Л38 Теория и методика формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста : курс лекций : Модуль 1 / З.К. Левчук, И.В. Ермольчик. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2014. – 48 с.

Авторы предлагают краткий курс лекций по теории и методике формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста, который может быть рекомендован студентам, обучающимся по специальностям «Дошкольное образование», «Дошкольное образование. Дополнительная специальность». Представленный материал будет полезен педагогам дошкольных учреждений.

УДК 373.2.016:51(075.8)
ББК 74.102.414я73

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ………………………………………………………… 4
РАЗДЕЛ I. Методологические, психофизиологические и психолого-педагогические основы формирования и развития элементарных математических представлений у дошкольников ……………………… 5
Тема 1. Характеристика теории и методики формирования элементарных математических представлений у дошкольников как науки и учебной дисциплины ……………………………….. 5
Тема 2. Значение, цели и задачи формирования и развития элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста ………………………………………………………… 5
Тема 3. Отечественные и зарубежные концепции математической подготовки детей дошкольного возраста ………………….. 10
Тема 4. Современные подходы к реализации педагогических принципов отбора содержания и организации процесса математической подготовки дошкольников …………………………….. 15
РАЗДЕЛ II. Общие логико-математические основы формирования у дошкольников элементарных математических представлений ………………………………………………………………… 17
Тема 5. Множества и свойства предметов ………………. 17
Тема 6. Отношения между множествами ………………….. 20
Тема 7. Соответствия между множествами …………………... 24
Тема 8. Понятия. Отношения. Логические операции ………... 28
Тема 9. Математические рассуждения. Индуктивные и дедуктивные выводы ……………………………………………………... 30
Тема 10. Основные математические понятия ………………… 32
РАЗДЕЛ III. Ознакомление детей различного возраста с множеством ………………………………………………………………… 38
Тема 11. Генезис представлений о множестве у детей от раннего возраста до школы ……………………………………………... 38
Тема 12. Современные методические подходы к формированию у дошкольников представлений о множестве ……………... 41
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ……………………………… 46
ЛИТЕРАТУРА ………………………………………………… 48

ВВЕДЕНИЕ

Формирование элементарных математических представлений у воспитанников дошкольных учреждений – это целенаправленный и организованный процесс передачи и усвоения знаний, приемов и способов умственной деятельности в области математики.

Курс лекций призван дать студентам педагогического факультета подготовку, необходимую для успешного формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста.

Математическая подготовка воспитанников дошкольных учреждений к обучению в школе предполагает формирование у них представлений о геометрических фигурах и форме предметов, о величине, количестве, пространстве и времени. Усвоение детьми математических знаний обеспечивает развитие у дошкольников мыслительных способностей, умений строить логические рассуждения.

В учебном издании изложены теоретические основы формирования элементарных математических представлений, формируемых у дошкольников в процессе их обучения в детском саду. Математическая теория лекционного курса служит характеристике содержания учебной программы дошкольного образования в образовательной области «Элементарные математические представления» (ЭМП). Различные теории и понятия иллюстрируются примерами и игровыми упражнениями, способствующими формированию у детей соответствующих математических представлений, их логического развития.

Также включены разделы, соответствующие типовой учебной программе по теории и методике формирования элементарных математических представлений у детей.

Данное издание не охватывает весь курс вопросов теории и методики формирования элементарных математических представлений (ТиМФЭМП) у детей дошкольного возраста и требует дополнительного изучения литературы, а также практического опыта работы дошкольных учреждений. Использование его в преподавательской деятельности требует содержательного насыщения, дополнения семинарами и другими формами обучения.

Структура данного курса лекций следующая: материал состоит из разделов, разделы – из тем. Приведенные задания способствуют формированию и закреплению знаний, умений и навыков студентов по изученным темам, а также оказанию помощи в подготовке к экзаменам и зачетам.

РАЗДЕЛ I
МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ, ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ И ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДОШКОЛЬНИКОВ

Тема 1. Характеристика теории и методики формирования элементарных математических представлений у дошкольников как науки и учебной дисциплины

План темы

1. Методическая система ФЭМП у дошкольников.
2. ТиМФЭМП у дошкольников как наука.
3. Методы исследования, используемые ТиМФЭМП как наукой.
4. Связь ТиМФЭМП у дошкольников с другими науками.

Краткое содержание темы

1. Методическая система ФЭМП у дошкольников.

Методическая система ФЭМП представлений у дошкольников включает следующие компоненты и взаимосвязи между ними: цели и задачи МФЭМП у дошкольников; содержание ЭМП; методы ФЭМП у дошкольников; средства ФЭМП у дошкольников; формы организации ФЭМП у дошкольников.

Цели ТиМФЭМП у дошкольников

Цель – воспитание, обучение и развитие детей дошкольного возраста. Развитие у детей логического мышления и умений ориентироваться в окружающем пространстве (как в природном, так и в социальном его смысле). Математические знания, умения и навыки дают возможность развивать сенсорику, память, внимание, представления, логику, формируют умения пользоваться математической лексикой.

Задачи ТиМФЭМП у дошкольников:

– обеспечить познавательное развитие воспитанников дошкольных учреждений в процессе усвоения компонентов образовательной области «Элементарные математические представления»;
– формировать интерес к математическим отношениям в окружающей среде;
– развивать деятельность различных анализаторов, которые обеспечивают восприятие множеств на слух, зрительно, осязательно;
– пополнить словарь ребенка математическими терминами;
– развивать мыслительные операции классификации и сериации на основе сравнения предметов и объектов по 1–4 признакам (величина, форма, цвет, содержание, количество);
– стимулировать самостоятельность, познавательную активность, творческий подход к решению различных проблем;

– формировать специфические практические и умственные действия: обследование, сравнение (наложение, приложение, примеривание), счет и вычисление, контроль и самоконтроль.

Содержание учебной программы дошкольного образования образовательной области «Элементарные математические представления»

Образовательная область «Элементарные математические представления» включает следующие компоненты: «Количество и счет», «Величина», «Геометрические фигуры и форма предметов», «Пространство», «Время».

Методы ФЭМП у дошкольников.

Метод формирования элементарных математических представлений у дошкольников – способ деятельности педагога и детей по достижению целей воспитания, обучения и математического развития дошкольников.

К методам ФЭМП у дошкольников относятся:

Методы организации учебной деятельности детей: практические методы, сущностью которых является выполнение детьми действий, состоящих из ряда операций – работа с демонстрационным и индивидуальным материалом, упражнения, опыты, эксперименты, продуктивная деятельность; наглядные методы – демонстрация объектов и иллюстраций, наблюдение, показ, рассматривание таблиц, моделей; словесные методы, сопутствующие практическим и наглядным методам – рассказ, беседа, объяснение, пояснение, чтение специально подобранных литературных источников.

Методы стимулирования учебной деятельности детей: игровые методы, включающие дидактические игры, сюжетно-дидактические игры с математическим содержанием, серии обучающих игр; развлечения с математическим содержанием, выполнение занимательных упражнений (головоломки, ребусы, занимательный материал, загадки и др.); поощрение, обеспечение успеха в познавательной деятельности, создание ситуаций положительных эмоциональных переживаний.

Методы контроля и самоконтроля - выполнение заданий и сравнение полученных результатов с предъявляемыми требованиями: в совместных действиях с воспитателем; в деятельности по подражанию; в получении результатов учебной деятельности по образцу; выполнение заданий по вербальной инструкции.

Формы организации ФЭМП у дошкольников

Под формой организации ФЭМП у дошкольников будем понимать способ построения взаимосвязанной деятельности педагога и детей, которая способствует процессу воспитания, познания и развития воспитанников и обеспечивает реализацию целей и задач методики формирования элементарных математических представлений у дошкольников.

Формы специально организованной детской деятельности: игры, занятия, обследования, опыты, эксперименты, развлечения с математическим содержанием, работа с индивидуальным материалом, домашние задания, фронтальная, групповая и индивидуальная работа с ребенком, рассмотрение произведений изобразительного искусства, чтение специально подобранных литературных произведений.

Примерная структура занятий (занятия носят тематический характер):

- Дидактическая игра или игровое упражнение
- Работа с учебным пособием

- Подвижная игра или физкультурная пауза
- Выполнение заданий в рабочей тетради
- Дидактическая игра

По количеству воспитанников, участвующих в учебной деятельности, различают индивидуальную, групповую и фронтальную формы обучения.

Предматематическое развитие детей в группе 2-го раннего возраста и первой младшей группе интегрируется с занятиями по познавательному развитию, а также в различных видах деятельности. Предметная деятельность является ведущей.

Длительность занятий в образовательной области «Элементарные математические представления» во второй младшей группе – 15 минут, в средней группе – 20 минут, в старшей группе детей шестого года жизни – 25 минут, с детьми седьмого года жизни – до 35-ти минут. Игровая деятельность является ведущей.

Кроме занятий по математическому развитию для ФЭМП у дошкольников используются ситуации в повседневной жизни, во время прогулок, занятия продуктивными видами деятельности, комплексные занятия (например, математика с изобразительной деятельностью).

Средства ФЭМП у дошкольников

Средства ФЭМП у дошкольников – совокупность предметов, явлений, моделей, действий, которые участвуют в учебно-воспитательном процессе и обеспечивают усвоение новых знаний и развитие умственных способностей.

Различают демонстрационные и индивидуальные средства обучения; материально-предметные и идеальные.

К *материально-предметным* средствам ФЭМП у дошкольников относятся комплекты наглядного дидактического материала для занятий, оборудование для самостоятельных игр и занятий детей, предметы окружающей обстановки, материальное окружение детей. К *идеальным* средствам относятся дидактические, учебные, методические пособия.

Таким образом, методическая система ФЭМП у дошкольников включает пять компонентов и взаимосвязей между ними, а также процесс обучения, воспитания и развития детей.

2. ТиМФЭМП у дошкольников как наука.

Наука – форма общественного сознания, которая включает в себя деятельность по получению знаний и полученные знания.

ТиМФЭМП у дошкольников – педагогическая наука, включающая теоретическую и практическую деятельность по получению знаний, и сами знания о том, как общие закономерности процесса развития, воспитания и обучения детей проявляются при ФЭМП у дошкольников, а также, какие особенности присущи специально обучению математике в связи со спецификой этого учебного предмета.

Объект исследования – часть объективной реальности, которая на данном этапе является предметом деятельности человека.

Поэтому объектом ТиМФЭМП у дошкольников является процесс предматематического обучения и развития детей в конкретной возрастной группе при изучении определенного раздела государственной учебной программы дошкольного образования.

Предмет исследования – стороны, свойства и отношения объекта, исследуемые с определенной целью и в определенных условиях.

Как правило, предметом исследования ТиМФЭМП у дошкольников является процесс совершенствования компонентов методической системы ФЭМП у дошкольников.

Цели ТиМФЭМП у дошкольников как науки могут быть следующие: выявить основные закономерности процесса формирования элементарных математических представлений у дошкольников; обобщить конкретные факты этого процесса; разработать рекомендации, которые обеспечат совершенствование математического обучения и развития детей.

Цели определяют задачи ТиМФЭМП у дошкольников как науки:

проанализировать с определенной целью содержание программы и учебно-методического комплекса; отобрать с определенной целью учебный материал при работе над конкретной темой; организовать работу с детьми по экспериментальному материалу; выявить уровни математического развития детей до проведения экспериментальной работы, во время и после е е проведения.

Основу исследования любой проблемы ТиМФЭМП у дошкольников как науки составляет научная гипотеза.

Гипотеза исследования – научное предположение о процессе решения проблемы.

3. Методы исследования, используемые ТиМФЭМП у дошкольников.

Методы экспериментально-эмпирического уровня служат накоплению фактов. К ним относятся следующие методы: наблюдения; изучение документации; анализ работ детей; беседы с родителями, детьми, воспитателями, администрацией дошкольных учреждений; педагогический эксперимент и др.

Методы теоретического уровня служат созданию теории и включают: изучение и анализ литературных источников по проблеме исследования; анализ, синтез, сравнение, классификацию, обобщение материалов, полученных методами экспериментально-эмпирического уровня.

4. Связь ТиМФЭМП у дошкольников с другими науками.

ТиМФЭМП у дошкольников как наука взаимосвязана с другими науками: дошкольной педагогикой, дошкольной психологией, физиологией детей дошкольного возраста, математикой, методикой начального обучения математике, частными методиками развития общения и речи, теорией и методикой физического воспитания, ознакомления с окружающим миром и познание себя, ознакомления с искусством и развития изобразительной деятельности.

Рекомендуемая литература

1. Кодекс Республики Беларусь об образовании. – Мн.: Нац. Центр правовой информации РБ, 2011. – 400с.
2. Учебная программа дошкольного образования. – Минск: НИО, 2012.
3. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.

Тема 2. Значение, цели и задачи формирования и развития элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста

План темы

1. Характеристика процесса ФЭМП у детей.
2. Значение ФЭМП у детей дошкольного возраста.
3. Задачи математического развития дошкольников.

Краткое содержание темы

1. Характеристика процесса ФЭМП у детей.

ФЭМП – целенаправленный и организованный процесс передачи и усвоения знаний, приемов и способов умственной деятельности, предусмотренных программными требованиями. Основная его цель – подготовка к успешному овладению математикой в школе и всестороннее развитие детей. Содержание учебной программы дошкольного образования ориентировано на развитие способностей детей в различных видах деятельности и создание оптимальных условий для стимулирования и поддержки эмоционального, нравственного и интеллектуального развития и саморазвития ребенка, проявления самостоятельности, инициативности.

Под математическим развитием дошкольников следует понимать сдвиги и изменения в детской познавательной деятельности, которые происходят в результате ФЭМП и связанных с ними логических операций. При этом, как отмечается в программе, освоение детьми представлений, овладение умениями и навыками является лишь средством их развития, а не самоцелью дошкольного образования.

С учетом целей и задач содержание учебной программы структурировано по пяти направлениям: физическое, социально-нравственное и личностное, познавательное, речевое, эстетическое развитие воспитанника. Каждое направление представлено образовательными областями (отдельными дидактическими единицами содержания), которые в единстве составляют его комплексную характеристику.

2. Значение ФЭМП у детей дошкольного возраста.

Значение ФЭМП в развитии личности дошкольника заключается в следующем:

– формирование математических знаний для социализации личности ребенка;
– формирование познавательных и умственных умений выполнять мыслительные операции: анализ – синтез; умение абстрагироваться от несущественных признаков; умение сравнивать и обобщать выделенные признаки; умение проводить аналогии с уже известными и освоенными понятиями и действиями;
– развитие основных логических приемов умственной деятельности;
– развитие мелкой моторики.

3. Задачи математического развития дошкольников.

ФЭМП у детей является важным условием полноценного развития ребенка на всех этапах дошкольного детства. Математические представления воспитанников служат необходимой основой дальнейшего обогащения их знаний об окружающем мире, успешного овладения системой общих и математических понятий в школе. Программа образовательной области «Элементарные математические представления» ориентирована на практическую реализацию задач всестороннего воспитания ребенка и развития его творческих способностей на широкой интегративной основе, которая предполагает объединение задач обучения детей математике с содержанием других образовательных областей таких как «Физическая культура», «Ребенок и общество», «Развитие речи и культура речевого общения», «Ребенок и природа», «Искусство», «Обучение грамоте».

Основными задачами математического развития детей являются:накопление дошкольниками знаний о множестве, числе, величине, форме, пространстве и времени;

– формирование начальной ориентации в количественных, пространственных и временных отношениях;
– формирование умений и навыков в счете, вычислениях;
– овладение детьми математической терминологией;
– развитие у детей познавательных интересов и способностей, умственное развитие ребенка в целом.

Рекомендуемая литература

1. Учебная программа дошкольного образования. – Минск: НИО, 2012.
2. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.

Тема 3. Отечественные и зарубежные концепции математической подготовки детей дошкольного возраста

План темы

1. Истоки развития ТиМФЭМП у детей дошкольного возраста.
2. ТиМФЭМП в конце XIX – начале XX вв.
3. Обучение математике в первых дошкольных учреждениях в начале XX в.
4. Развитие ТиМФЭМП дошкольников в XX в.

Краткое содержание темы

1. Истоки развития ТиМФЭМП у детей дошкольного возраста.

ТиМФЭМП у детей прошла длительный путь развития. Предшественник ее – устное народное творчество. Считалки, поговорки, пословицы, загадки приобщали детей к счету, формировали понятие числа.

В XVI–XIX вв. педагоги пришли к выводу о необходимости специальной подготовки детей 4–7 лет к усвоению математики. Пособия по математической подготовке детей не разрабатывались, а основные идеи включались в книги по воспитанию и обучению.

В XVI в. (1574 г.) русский первопечатник Иван Федоров опубликовал «Букварь», в котором был раздел, посвященный началам математики. Впервые была выдвинута мысль об обучении счету в процессе специальных упражнений.

Чешский педагог XVII в. Я.А. Коменский (1592–1670) в руководстве по воспитанию детей «Материнская школа» (1632 г.) предлагал обучать детей 4–6 лет считать в пределах 20-ти, сравнивать числа, применять меры измерения и знакомить детей с геометрическими фигурами.

Швейцарский педагог XVIII–XIX вв. И.Г. Песталоцци (1746–1827) в книге «Как Гертруда учит своих детей» разработал систему обучения счету, в основе которой лежали число, форма и слово. Большое внимание уделялось наглядности. Рекомендовал учить детей счету конкретных предметов, выполнению действий над числами, умению определять время.

В России в XVIII в. Л.Ф. Магницкий (1669–1739) создал учебник математики «Арифметика – сиречь наука числительная» (1703 г.), в котором предлагал обучать детей нумерации, выполнять арифметические действия, решать примеры и задачи без пояснения.

Русский педагог XIX века К.Д. Ушинский (1824–1871) предлагал обучать детей-дошкольников счету отдельных предметов и групп, формировать понимание десятка как единицы счета, учить действиям сложения и вычитания.

Русский мыслитель XIX в. Л.Н. Толстой издал в 1872 году «Азбуку», одной из частей которой является «Счет». В ней он предлагал учить детей считать вперед и назад в пределах ста и знакомить детей с цифрами, а обучение осуществлять через игру.

Немецкий педагог XIX в. Ф. Фребель (1782–1852) в системе сенсорного воспитания рассматривал вопросы ознакомления детей с геометрическими формами, величинами, счетом, измерением, сериацией предметов по размеру, весу и др. Им создано пособие «Дары» (строительные детали) для развития строительных навыков в единстве с познанием чисел, форм, размеров, пространственных отношений.

Итальянский педагог XIX–XX вв. М. Монтессори (1870–1952), опираясь на идеи самовоспитания и самообучения, считала необходимым создание специальной среды для ФЭМП. Для этого предлагала использовать счетные ящики, связки цветных бус, нанизанных десятками, счеты, монеты. Рекомендовала формировать представления о числах в пределах тысячи, о цифрах, геометрических фигурах, величинах.

Таким образом, педагоги прошлого признавали роль и необходимость первичных математических знаний в развитии и воспитании детей до школы. Обучение понималось ими как «упражняемость» в практических, игровых действиях с использованием наглядного материала, опыта детей.

2. ТиМФЭМП в конце XIX – начале XX века.

Становление ТиМФЭМП в конце XIX, начале XX века происходило под воздействием методики обучения математике в школе. В детских садах и в домашнем воспитании обучение строилось по двум направлениям.

Первое направление – *монографический метод*. В переводе этот метод означает «описание числа», когда за основу обучения был взят метод изучения чисел. Каждое число подробно изучалось с помощью числовых фигур. На основе знания состава чисел изучались все арифметические действия для каждого числа.

Идея монографического метода принадлежит немецкому педагогу XIX века А.В. Грубе. Характеристика метода представлена в книге «Руководство к счислению в элементарной школе». Последователь А.В. Грубе – немецкий педагог к. XIX – нач. XX века В.А. Лай издал книгу «Руководство к первоначальному обучению арифметике». По сравнению с А.В. Грубе В.А. Лай использовал специальные числовые фигуры и считал, что если дети легко воспроизводят эти числовые фигуры, то они запоминают соответствующее число.

Эту методику переработал русский методист-педагог В.А. Евтушевский (1836–1888) и изложил в книге «Методика арифметики». Он упростил этот метод, предлагая вести обучение в пределах 20-ти, а не ста.

Педагог Д.Л. Волковский в 1914-м году перенес этот метод в детский сад, издав книгу «Детский мир в числах». Рекомендовал вести обучение дошкольников в пределах десяти.

Второе направлением развития методики – *вычислительный метод*. По-другому этот метод называется «метод изучения действий», который предполагает научить детей не только вычислять, но и понимать смысл арифметических действий. Детей обучали считать конкретные множества, усваивать нумерацию, а затем переводили к изучению арифметических действий и вычислительных приемов. Т.е. обучение шло от практических действий с множествами к усвоению операции счета и пониманию числа, а затем – усвоению понятия натурального ряда чисел и пониманию построения десятичной системы счисления. Обучение и пояснение велось по десятичным концентрам.

Этот метод предложили в конце XIX века немецкий педагог-демократ А. Дистервег (1790–1866), П. С. Гурьев (1807–1884) в России. Их последователи в России А.И. Гольденберг, С.И. Шохор-Троцкий, Ф.И. Егоров.

3. Обучение математике в первых дошкольных учреждениях в начале XX века.

Методические пособия адресовались одновременно и семье и дошкольным учреждениям.

В.А. Кемниц в книге «Математика в детском саду» (1912 г.) изложила содержание и методы обучения в форме бесед, игр, упражнений. В книге есть все разделы современной программы.

Л.К. Шлегер в книге «Особенности работы с детьми-семилетками» (1925 г.) предлагала давать детям не готовые знания, а развивать у них способность самостоятельно черпать эти знания из окружающей жизни. Считала, что воспитатель должен организовать жизнь детей для углубления имеющихся знаний. Отрицала необходимость программы и специально организованного обучения.

Ф.Н. Блехер создала первую программу и методическое пособие по дошкольной математике «Математика в детском саду и нулевой группе» (1934 г.). В программе, разработанной Блехер Ф.Н., предлагалось научить детей 3–4 лет различать и выделять понятия «много» и «один». Разработала игровые методы обучения. Разработала содержание программы дошкольного обучения. Была сторонницей монографического и вычислительного методов обучения.

Л.В. Глаголева в основу методики положила монографический метод. До 40-х гг. XX века детей обучали счету по методике Л.В. Глаголевой. В ее пособиях раскрыты содержание, методы и приемы формирования у детей первоначальных представлений о числах, величинах и их измерении, делении целого на равные части.

Л.В. Глаголева подготовила методические пособия: «Преподавание арифметики лабораторным методом» (1919 г.), «Сравнение величин предметов в нулевых группах школ» (1930 г.), «Математика в нулевых группах» (1930 г.). Она пропагандировала разнообразие методов обучения: лабораторный метод – отработка практических действий с использованием наглядного материала; исследовательский метод – поиск детьми ситуаций применения знаний, аналогичных изучаемым; иллюстративный метод – закрепление знаний и умений в продуктивной деятельности; наглядный метод – демонстрация наглядных пособий.

Е.И. Тихеева издала книги «Современный детский сад» (1920 г.), «Счет в жизни маленьких детей» (1920 г.). Она считала, что формирование математических знаний можно обеспечить в игре и в повседневной детской жизни. При этом воспитателю и всем взрослым отводится очень сложная и ответственная роль. Е.И. Тихеева определила объем математических знаний по всем разделам современной программы. В качестве счетного материала рекомендовала использовать естественный материал – камешки, бобы, шишки, листья, мелкие игрушки, пуговицы, ленточки и др. Для знакомства детей с цифрами ввела игры с парными карточками, на одной из которых написаны цифры, а на другой – числовые фигуры. Предлагала подкладывать карточки с цифрами к группам игрушек. Примеры и задачи составлялись из практической жизни детей.

Труды всех авторов послужили основой дальнейшей разработки ТиМФЭМП дошкольников.

4. Развитие ТиМФЭМП дошкольников в XX веке.

На дальнейшее развитие ТиМФЭМП дошкольников значительное влияние оказали психолого-педагогические исследования К.Ф. Лебединцева, Н.А. Менчинской и др.

Лебединцев К.Ф. в работе «Развитие числовых представлений в раннем детстве» (1923 г.) пришел к выводу, что первые представления о числах в пределах пяти возникают у детей на основе восприятия множеств, а далее понятие числа формируется на основе счета.

Н.А. Менчинская исследовала вопросы психологии обучения. Результаты исследований опубликованы в книгах «Очерки психологии обучения арифметике» (1947 г., 1950 г.), «Психология обучения арифметике» (1955 г.). В работах Менчинской Н.А. раскрыт процесс формирования понятия числа до начала школьного обучения.

Далее методика формирования элементарных математических представлений дошкольников развивалась в работах следующих исследователей:

З.С. Пигулевской – издано пособие «Счет в детском саду» (1953 г.);

Ф.А. Михайловой и Н.Г. Бакст – издана книга «Занятия по счету в детском саду» (1958 г.);

Я.Ф. Чекмарева – автора пособий «Обучение арифметике детей шестилетнего возраста» (1963 г.), «Учись считать» (1963 г.).

Начиная с 40-х гг. XX века ТиМФЭМП дошкольников получила теоретическое и психолого-педагогическое обоснование в работах А.М. Леушиной.

А.М. Леушина разработала программу, содержание, методы и приемы работы с детьми трех-, четырех- и пятилетнего возраста. Ею же были введены занятия как основная форма обучения детей математике в детском саду.

Характеристика методической концепции А.М. Леушиной заключается в следующем:

– сначала следует дочисловой период обучения: детей учат выполнять различные операции над множествами;
– переход от нерасчлененного восприятия множеств к выявлению элементов этих множеств путем их попарного сопоставления. В результате дочислового периода обучения усваиваются отношения «столько же», «поровну», «больше», «меньше» и др.;
– обучение счету, которое базируется на сравнении двух групп предметов;
– дети знакомятся с числом как результатом счета;
– знакомство с числом как характеристикой численности конкретной группы предметов в сопоставлении ее с другой;
– усваивается последовательность чисел и отношения между ними;
– представление о числе обобщается на основе сравнения нескольких групп предметов по признаку количества независимо от других признаков.

В исследованиях А.М. Леушиной использованы положительные стороны: монографического метода – метода изучения чисел: воспроизведение групп предметов, применение числовых фигур и счетных карточек, изучение состава чисел; вычислительного метода – метода изучения действий: число как результат счета, образование чисел на основе сравнения двух совокупностей и практического установления между ними взаимнооднозначного соответствия, увеличение или уменьшение одного из них на 1, освоение действий сложения и вычитания на основе сформированных представлений о числах и навыков счетной деятельности.

А.М. Леушина в 60–70-е годы XX века разработала проблему развития пространственно-временных представлений у дошкольников. Результаты ее научных исследований опубликованы в многочисленных пособиях: «Обучение счету в детском саду» (1959 г., 1961 г.), «Формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста» (1974 г.) и др.

Таким образом, разработанная Леушиной А.М. и ее предшественниками концепция ФЭМП дошкольников реализована в современной программе, прошла испытание временем и служит источником для многих современных исследований.

Рекомендуемая литература

1. Леушина А.М. Формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста. – М., 1974.
2. Теория и методика развития математических представлений у дошкольников: Хрестоматия в 6-ти частях / Сост. З.А. Михайлова, Р.Л. Непомнящая. – СПб., 1993–1996.
3. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.

Тема 4. Современные подходы к реализации педагогических принципов отбора содержания и организации процесса математической подготовки дошкольников

План темы

1. Современные исследования процесса математической подготовки дошкольников.
2. Совершенствование методики обучения математике детей дошкольного возраста за рубежом.

Краткое содержание темы

1. Современные исследования процесса математической подготовки дошкольников.

Современные психолого-педагогические исследования, перестройка преподавания математики в начальной школе выявили недостатки математической подготовки детей в дошкольных учреждениях:

– неэффективное использование возросших возможностей дошкольников;
– слабое развивающее влияние обучения;
– недостаточно качественная подготовка к обучению в школе.

Поэтому поставлена задача совершенствования ТиМФЭМП. Исследованием данного вопроса занимаются психологи, педагоги, методисты, педагоги-новаторы. Основные результаты их исследований следующие:

Гальперин П.Я. – ФЭМП дошкольников строил на введении мерки для измерения величин;

Давыдов В.В. – введение понятия числа через измерения;

Корнеева Г.А. – рассматривала генезис понятия числа на основе кратного отношения величины к ее части;

Столяр А.А. – автор теоретических основ предматематической подготовки дошкольников, обосновал идею логического развития детей с помощью серий развивающих игр;

Житко И.В. – автор образовательной области «Элементарные математические представления» в учебной программе дошкольного образования, разработала учебно-методический комплекс и методы диагностики математических представлений у детей дошкольного возраста;

Будько Т.С. – автор методических пособий для воспитателей детских садов, занимается вопросами комплексного обучения математике детей дошкольного возраста;

Носова Е.А. – исследует проблемы логической подготовки детей дошкольного возраста.

Возможности формирования количественных представлений детей изучены Даниловой В.В., Ермолаевой Л.И., Тархановой Е.А.

Формирование представлений о величинах исследуют ученые Р.Л. Березина, Н.Г. Белоус, З.Е. Лебедева, Р.Л. Непомнящая, Е.В. Проскура, Л.А. Левинова, Т.В. Тарунтаева, Е.И. Щербакова.

Содержание и приемы формирования пространственно-временных представлений определены в работах Т.А. Муссейбиновой, К.В. Назаренко, Т.Д. Рихтерман.

Игровые методы и приемы разработаны З.А. Грачевой, Т.Н. Игнатовой, Р.М. Мироновой, М.К. Сай, Н.. Седж, А.А. Смоленцевой, Е.И. Удальцовой, И.И. Щербининой.

Формирование и развитие математических способностей дошкольников раскрыто в трудах А.В. Белошистой.

Совершенствованию методики ФЭМП дошкольников служат педагогические достижения педагогов-новаторов Амонашвили Ш.А., Лысенковой С.Н., Никитина Б.П., Шаталова В.Ф.

2. Совершенствование методики обучения математике детей дошкольного возраста за рубежом.

Поиск путей совершенствования методики обучения математике детей дошкольного возраста ведется и за рубежом.

Э. Дум (Германия), *М. Фидлер* (Польша) предлагают формировать представления о числах в процессе практических действий с множествами предметов. В процессе игр и упражнений формировать умения классифицировать и упорядочивать предметы по различным признакам, в том числе и по количеству. В работах М. Фидлер отражена взаимосвязь в формировании у детей количественных, пространственных и временных представлений.

Бельгийский математик Ж. Папи разработал методику ФЭМП дошкольников, используя многоцветные графы.

Р. Грин, *В. Лаксон* (США) предлагают формировать математические представления на основе впечатлений, полученных детьми в повседневной жизни. В процессе использования в качестве наглядного материала предметов окружающей обстановки у детей вырабатываются умения применять полученные знания на практике.

В материнских школах Франции в содержании обучения дошкольников выделяются три основных вида деятельности: классификация, сходство, формирование понятий пространства и времени. Кроме того широко применяется система логических игр.

Наряду с этим в педагогической работе с дошкольниками по учебной программе дошкольного образования и в современных исследованиях методики формирования элементарных математических представлений дошкольников реализуются принципы гуманизации, экологизации, единства национальных и общечеловеческих ценностей, развития ребенка в деятельности, научности, системности, развивающей и креативной направленности, вариативности, целостности, непрерывности.

Рекомендуемая литература

1. Белошистая А.В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников: Вопросы теории и практики. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 400 с.
2. Будько Т.С. Теория и методика формирования элементарных математических представлений у дошкольников. В 2ч. – Брест: Изд-во БрГУ, Ч. 1. – 2006. – 46 с; Ч. 2. – 2007. – 68 с.
3. Грин Р., Лаксон В. Введение в мир числа. Перевод с английского Л. Г. Волоховитинова. – М., Педагогика, 1982.
4. Житко И.В. Математический калейдоскоп: учебно-методическое пособие для педагогов, руководителей учреждений, обеспечивающих получение дошкольного образования, с русским языком обучения. – Минск: НИО, 2006. – 184 с.
5. Теория и методика развития математических представлений у дошкольников: Хрестоматия в 6-ти частях / Сост. З.А. Михайлова, Р.Л. Непомнящая. – СПб., 1993–1996.
6. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.

РАЗДЕЛ II
ОБЩИЕ ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ У ДОШКОЛЬНИКОВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

Тема 5. Множества и свойства предметов

План темы

1. Способы задания множеств.
2. Характеристическое свойство множества.
3. Универсальное множество. Дидактический материал.
4. Подмножество. Дополнение множества и отрицание предложения.

Краткое содержание темы

1. Способы задания множеств.

Понятие множества является основным понятием математики, оно не определяется через другие уже известные. Его смысл раскрывается путем описания. Например, множество игрушек, множество красных ленточек, множество детей в группе и др. все эти различные совокупности называют множествами.

Множества состоят из отдельных объектов, называемых элементами множества. Обозначают множества прописными буквами латинского алфавита *А, В, С…*, а их элементы строчными буквами a, b, c… Множество, не содержащее ни одного объекта, называют пустым и обозначают Ø.

В зависимости от количества элементов множества делят на конечные и бесконечные. Множество детей в группе – конечное множество. Все числовые множества – бесконечные. Для них приняты специальные обозначения: N – множество натуральных чисел, Z – множество целых чисел, Q – множество рациональных чисел, R – множество действительных чисел.

Множество задано, если о любом объекте можно сказать: принадлежит он этому множеству или не принадлежит.

Задавать множество можно различными способами:

- перечислением всех элементов конечного множества. Так, если множество *А* состоит из треугольника, квадрата и прямоугольника, то пишут *А* = {треугольник, квадрат, прямоугольник}. Количество элементов множества *А* равно 3, пишут $n\ (A) = 3$.

- указанием характеристического свойства элементов данного множества. Если множество *В* состоит из всех натуральных чисел, меньших 10, то пишут $B=\{x \in N\ /\ x<10\}$.

2. Характеристическое свойство множества.

Под характеристическим свойством множества понимают такое свойство, которым обладают все объекты, принадлежащие этому множеству (элементы этого множества) и не обладает ни один объект, не принадлежащий ему (не являющийся его элементом).

Если некоторое множество *А* задано указанием характеристического свойства Р, то это записывается следующим образом: $A=\{x/P(x)\}$ и читается так: «*А* – множество всех *х* таких, что *х* обладает свойством *Р*», или, короче, «*А* – множество всех *х,* обладающих свойством *Р».*

Когда говорят: «Множество всех предметов, обладающих свойством *Р»,* имеются в виду те и только те объекты, которые обладают этим свойством.

Предложение «предмет *а* принадлежит множеству *А*», или «предмет *а* – элемент множества *А*», обозначается кратко «$a \in A$». Предложение «предмет *а* обладает свойством *Р*» – «$P(a)$»*.* Эти 2 предложения равносильны, т.е. выражают одну и ту же мысль в разной форме, первое – на языке множеств, второе – на языке свойств. Например, красные цветочки поставим в высокую вазу или красный цветок стоит в высокой вазе. Здесь множество *А* – высокая ваза. Элементы множества – красные цветы. Это же высказывание на языке свойств: «цветок красный, значит, он стоит в высокой вазе». Равносильность двух предложений обозначается знаком <=>.

Таким образом, если $A=\{x/P(x)\}$, то пишут $a \in A \iff P(a)$.

Элементами множества могут быть самые разнообразные предметы любой природы, как конкретные (растения, животные и др.), так и абстрактные (числа, геометрические фигуры), или изображения таких объектов.

В дошкольных учреждениях пользуются множествами, элементами которых являются знакомые детям предметы или их изображения.

3. Универсальное множество. Дидактический материал.

Обычно предметы, обладающие определенным свойством, выделяются из некоторого наперед заданного основного или универсального множества – множества всех предметов, рассматриваемых в связи с данным свойством.

Дидактическим материалом, иллюстрирующем универсальное множество в дошкольных учреждениях, являются логические блоки Дьенеша. По имени венгерского психолога и математика, разработавшего этот дидактический материал для обучения детей 4–6 лет.

Эти блоки названы логическими, так как они позволяют развивать логическое мышление воспитанников с помощью специально создаваемых игровых ситуаций. Комплект (универсальное множество) состоит из 48-ми пластмассовых блоков. Каждый блок обладает четырьмя свойствами, т.е. является носителем 4-х свойств, которыми он полностью определяется: формой, цветом, величиной и толщиной.

Имеются 4 формы: круг, квадрат, треугольник и прямоугольник (разносторонний прямоугольник, так как на этом уровне дети не считают квадрат прямоугольником). Блоки имеют 3 цвета: красный, синий, желтый; 2 величины: большой и малый; 2 толщины: толстый и тонкий. Это пространственный вариант дидактического материала.

На занятиях по элементарным математическим представлениям (ЭМП) применяются и плоские логические фигуры, комплект которых включает 24 фигуры. Каждая из этих фигур полностью определяется тремя свойствами: формой, цветом и величиной. Толщиной фигуры не различаются – они все плоские. Имя каждой фигуры состоит из тройки букв-названий (формы, цвета, величины) и может быть символически записано так: пр.,кр.,б. – прямоугольная красная большая фигура. В дальнейшем можно назвать короче – большой красный прямоугольник.

Прежде чем пользоваться блоками или фигурами для проведения различных игр, необходимо научиться распознавать каждый элемент универсального множества, состоящего из блоков или фигур, т. е. уметь называть его полное имя. С этой целью можно организовать игру «Давайте познакомимся». Воспитанники, в руках которых есть определенные блоки или плоские фигуры, встают и поднимают их вверх, называя полное имя.

Таким образом, универсальным множеством в дошкольных учреждениях можно считать комплект логических блоков Дьенеша или плоских фигур, обладающих свойствами цвета, формы, размера.

4. Подмножество. Дополнение множества и отрицание предложения.

Свойства, которыми обладают или не обладают элементы нашего универсального множества, выделяют из него подмножества, которые могут характеризоваться словами «быть красным», «быть большим», быть круглым и т.д. термин «подмножество» применяется в математике в смысле «часть множества». Подмножество может совпадать со всем множеством и может не содержать ни одного элемента, т.е. быть пустым. Например, ни один блок не обладает свойством «быть черным» – это пустое подмножество в универсальном множестве всех блоков.

Если за универсальное множество принять красные блоки и выделить из них те, которые являются красными, то выделенное подмножество совпадает со всем рассматриваемым множеством. Если же предлагается переложить в другую коробку из этих блоков все те, которые являются синими, то эта коробка останется пустой, т.е. в множестве красных блоков выделено «пустое множество» синих блоков.

Выделение подмножества из некоторого множества моделируется с помощью игры с одним обручем. Для этого каждому воспитаннику раздается по одному блоку (называем их, например, цветочками) и предлагается посадить желтые цветочки внутри обруча (на клумбу), а остальные цветы вне обруча. После выполнения действий предлагается ответить на 2 вопроса: «Какие блоки лежат внутри обруча? Какие блоки лежат вне обруча?». Ответ на первый вопрос содержится в условии выполненного задания. Цель второго вопроса – научить построению отрицания высказывания. Поэтому можно предложить детям назвать свойство всех блоков, лежащих вне обруча с помощью слова «желтые». В ходе этой игры отрабатывается переход от выражения некоторого свойства к выражению отрицания этого свойства: внутри обруча – вне обруча; круглые – некруглые; синие – не синие; большие – небольшие и др. При этом остальные блоки дополняют подмножество желтых блоков и являются подмножеством универсального множества блоков Дьенеша. Применение дидактических материалов позволяет подготовить воспитанников к формированию умений классифицировать объекты.

Рекомендуемая литература

1. Учебная программа дошкольного образования. – Минск: НИО, 2012.
2. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303с.

Тема 6. Отношения между множествами

План темы

1. Пересечение множеств и конъюнкция предложений
2. Объединение множеств и дизъюнкция предложений
3. Разбиение множества на классы
4. Отношения между двумя множествами

Краткое содержание темы

1. Пересечение множеств и конъюнкция предложений.

В универсальном множестве можно выделить 2 подмножества: A – с помощью некоторого свойства P, и B – с помощью свойства C. В математике эти подмножества изображаются с помощью кругов. Такие круговые диаграммы предложены математиком Леонардом Эйлером (1707–1783), поэтому их называют диаграммами Эйлера-Венна.

Если круги пересекаются, то общая часть множеств А и В представляет собой подмножество всех элементов, обладающих обоими свойствами *Р* и *С*. Это множество называется пересечением множеств *А* и *В*. Характеристическое свойство пересечения множеств выражается предложением «*Р* и *С*», составленным из двух предложений с помощью союза *и.* Это предложение называется конъюнкцией предложений *Р* и *С*.

Понимание смысла союза *и* вырабатывается у детей с помощью игры с двумя обручами. Для этого на плоскости размещают 2 обруча так, чтобы они пересеклись – имели общую часть, и предлагают расположить блоки так, чтобы внутри красного обруча оказались все квадратные блоки, а внутри синего обруча – все синие. Для предотвращения ошибок, когда дети заполняют красный обруч квадратными блоками в том числе и синими вне синего обруча, синий обруч – вне красного, можно организовать игру в построение домиков для Мишки (красный обруч) и Зайчика (синий обруч), поставив на общую часть коробку для общих блоков- кирпичиков. Выполняя предметную деятельность дети объясняют, почему те или другие блоки должны лежать именно там. После выполнения практического задания по расположению блоков воспитанники отвечают на 4 вопроса: «Какие блоки лежат: 1) внутри обоих обручей?»; 2) внутри красного, но вне синего?»; 3) внутри синего, но вне красного?»; 4) вне обоих обручей?». Блоки надо называть с помощью 2-х свойств формы и цвета. Следует рассмотреть все варианты игры с двумя обручами, в том числе и тот, в котором общая область изображает пустое множество. Например, в красном обруче – красные блоки, в синем – синие, в общей области – пусто, так как нет такого блока, который был бы одновременно красным и синим.

Таким образом, формируется представление о пересечении множеств, о свойствах блоков, о смысле союза *и* в конъюнкции предложений.

2. Объединение множеств и дизъюнкция предложений.

В дошкольных учреждениях формируется умение объединять 2 высказывания с помощью союза *или.* Этой цели служит объединение множеств. Предложение, составленное из двух высказываний с помощью союза «*или»,* называется дизъюнкцией высказываний.

Если множество *А* характеризуется свойством *Р*, множество *В* – свойством *С*, то множество, состоящее из всех предметов, являющихся элементами хотя бы одного из этих двух множеств, характеризуется свойством «*Р или С*». Это множество называется объединением множеств *А* и *В*. Т.е. объединением двух множеств *А* и *В* называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат множеству *А* или множеству *В*.

Для обеспечения понимания смысла союза *или* в игре с двумя обручами ставится еще один вопрос: «Какое множество блоков оказалось внутри хотя бы одного из двух обручей: красного или синего?». Этот вопрос сложный, так как характеристическое свойство этого множества требует применения союза *или* в неразделительном (соединительном) смысле, что вызывает затруднения не только у дошкольников. Если внутри красного обруча – квадратные блоки, а внутри синего обруча – синие блоки, то правильный ответ на поставленный вопрос может быть сформулирован так: «Внутри хотя бы одного из двух обручей находится множество блоков, каждый из которых квадратный *или* синий. Это множество состоит из всех квадратных не синих, синих квадратных и синих неквадратных блоков».

Таким образом, в неявном виде усваивается дизъюнкция высказываний.

3. Разбиение множества на классы.

Разбиение множества на классы лежит в основе классифицирующей деятельности.

Разбиением множества *M* на классы разбиения *A, B, C* называется система множеств *A, B, C,* если удовлетворяются следующие условия: 1) каждое из множеств в системе непустое; 2) эти множества попарно не пересекающиеся; 3) их объединение образует множество *M*.

В игре с одним обручем имеется универсальное множество блоков *M*, внутри обруча расположены красные блоки, вне обруча – некрасные блоки. Значит множество *M* разбито на 2 класса, которые удовлетворяют всем требуемым условиям. Эти 2 множества непустые, попарно непересекающиеся, а их объединение образует все множество *M*. Выполнена классификация блоков по цвету.

В игре с двумя обручами универсальное множество блоков разбито на 4 класса по двум свойствам.

Классификации блоков или фигур по трем свойствам служит игра с тремя обручами. Для этого на плоскости размещают 3 обруча, например, красный, синий и черный так, чтобы они образовали 7 внутренних областей и 8-ю область вне всех обручей.

Сначала проводится работа по названию всех 8-ми областей – внутри всех трех обручей; внутри красного, но вне синего и черного; внутри красного и синего, но вне черного и т. д. с этой целью используются различные игровые ситуации на расположение игрушек по областям и название соответствующих областей.

Затем предлагается расположить блоки, например, так, чтобы внутри красного обруча оказались все красные блоки, внутри черного – все квадратные, а внутри синего – все большие. После практического выполнения задания ставятся восемь стандартных для любого варианта игры с тремя обручами вопросов. Какие блоки лежат:

– внутри всех трех обручей;
– внутри красного и черного, но вне синего обруча;
– внутри черного и синего, но вне красного обруча;
– внутри красного и синего, но вне черного обруча;
– внутри красного, но вне черного и вне синего обруча;
– внутри черного, но вне синего и вне красного обруча;
– внутри синего, но вне красного и вне черного обруча;
– вне всех трех обручей?

В игре с тремя обручами моделируется разбиение множества на 8 классов с помощью 3-х свойств: цвета, формы и величины блоков. Здесь также выполняются условия классификации: каждое из подмножеств непустое, эти подмножества попарно не пересекаются, а их объединение образует все универсальное множество блоков Дьенеша.

4. Отношения между двумя множествами.

Выявление правильных отношений между множествами окружающих нас предметов – составная часть формирования и развития представлений детей дошкольного возраста об окружающем мире. Выработка у воспитанников дошкольных учреждений простейших умений классификации предметов является основой для формирования математического мышления, связанного с моделированием и исследованием различных математических конструкций, способствует повышению алгоритмической культуры будущих учащихся.

Между множествами возникают следующие отношения: множества могут пересекаться, не пересекаться, быть равными и включаться одно в другое.

В предматематической подготовке рассматриваются следующие виды отношений между множествами, которые моделируются с помощью блоков Дьенеша и игр с обручами.

Два произвольных множества A и B могут находиться в одном из следующих пяти отношений, которое можно выявить с помощью специально сформулированных вопросов.

1. Если все элементы множества A принадлежат множеству B, а все элементы множества B принадлежат множеству A, то эти множества состоят из одних и тех же элементов и называются равными $A=B$. Например, если A – множество всех больших блоков, а B – множество блоков, которые не являются малыми, то $A=B$. Равные множества совпадают, а при задании их перечислением элементов они могут отличаться лишь порядком перечисления, который несущественен.

2. Если все элементы множества A принадлежат множеству B, а не все элементы множества B принадлежат множеству A, то A строго включается в B, или A является собственной частью множества B. A является подмножеством B. Например, B – множество синих блоков, A – множество синих кругов.

3. Если не все элементы множества A принадлежат множеству B, а все элементы множества B принадлежат множеству A, то B строго включается в A, или B является собственной частью множества A. B является подмножеством A. Например, A – множество квадратных блоков, B – множество желтых квадратов.

4. Если не все элементы множества A принадлежат множеству B, и не все элементы множества B принадлежат множеству A, но множества A и B имеют общие элементы, то такие два множества называются пересекающимися. Ни одно из этих множеств не является подмножеством другого. Например, множество красных и круглых блоков имеют общие элементы – красные круги.

5. Если не все элементы множества A принадлежат множеству B, и не все элементы множества B принадлежат множеству A, и множества A и B не имеют общих элементов, то такие два множества называются непересекающимися (дизъюнктными). Ни одно из этих множеств не является под-

множеством другого. Например, множества круглых и некруглых блоков не имеют ни одного общего элемента.

Вопросы, касающиеся конкретных множеств предметов без названия отношений между множествами ставятся перед дошкольниками с целью выявления отношений между множествами окружающих нас предметов. Например, на вопрос «Все ли куклы – игрушки?» дети отвечают утвердительно, а на вопрос «Все ли игрушки – куклы?» - ответ «нет». Нужно добиваться обоснования этого ответа: «Есть и другие игрушки, не куклы: машинки, посудка и т.д».

Поиски ответов на вопросы, выявляющие отношения между множествами предметов, является основой для развития математического мышления детей дошкольного возраста.

Рекомендуемая литература

1. *Стойлова Л. П., Пышкало А. М.* Основы начального курса математики. – М.: Просвещение, 1988. – 320 с.
2. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.

Тема 7. Соответствия между множествами

План темы

1. Операции над множествами.
2. Отношения на множестве. Свойства отношений на множестве.
3. Соответствия между множествами.

Краткое содержание темы

1. Операции над множествами.

Операции над множествами – некоторые способы получения новых множеств из уже имеющихся. Выше мы рассмотрели отдельные операции над множествами. К ним относятся – пересечение, объединение и разность множеств.

Объединением множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B.

Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно множеству A и множеству B.

Разностью множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A и не принадлежат множеству B.

3. Отношения на множестве. Свойства отношений на множестве.

Отношением на множестве X называется всякое подмножество декартова произведения множества само на себя XхX.

Декартовым произведением множеств A и B называется множество пар, первая компонента которых принадлежит множеству A, а вторая компонента принадлежит множеству B. Декартово произведение обозначают AхB.

Способы задания отношений на множестве X: 1) путем перечисления всех элементов отношений, т.е. всех пар; 2) путем задания характеристического свойства, которое имеет вид предложения с двумя неизвестными. Например, «число x меньше числа y»; 3) с помощью графа. Граф – изображение элементов множества на плоскости с помощью точек – вершин графа и изображение отношений между элементами множеств с помощью стрелок; 4) с помощью графика в декартовой системе координат, где первый элемент – абсциссы, второй – ординаты.

Свойствами отношений на множестве являются рефлексивность, симметричность, транзитивность.

Рефлексивность – если каждый элемент из множества X находится в отношении с самим собой. Отношение «равно» рефлексивно.

Симметричность – если для любых элементов x и y из множества Х справедливо: если x находится в отношении R с y, то y находится в отношении R с x. Отношение «быть параллельными» – симметрично.

Транзитивность – если из того, что элемент x находится в отношении R с элементом y, а элемент y находится в отношении R с элементом c, следует, что элемент x находится в отношении R с элементом c. Отношение «равенства» транзитивно.

Отношение называется *отношением эквивалентности*, если оно одновременно рефлексивно, симметрично, транзитивно. Пример отношения эквивалентности – отношение «быть параллельными». Отношение эквивалентности разбивает множество на классы. Примером отношения эквивалентности является отношение «Я с тобой из одной сказки» - показ стрелками героев сказок. Между персонажами двойные стрелки – симметричность отношения. Каждый персонаж из одной сказки с самим собой – рефлексивность отношения. Если старуха Шапокляк из одной сказки с крокодилом Геной, а крокодил Гена из одной сказки с Чебурашкой, то старуха Шапокляк из одной сказки с Чебурашкой – транзитивность отношения. В результате множество персонажей разбивается на столько классов, сколько сказок задействовано в игре.

Отношение на множестве называется антисимметричным, если из того, что x находится в отношении R с y, следует, что y не находится в отношении R с x. Отношение «быть меньше» – антисимметрично.

Если отношение R на множестве X антисимметрично и транзитивно, то его называют отношением порядка, а множество X – упорядоченным множеством.

На множестве натуральных чисел отношением порядка является отношение «быть меньше» - оно антисимметрично и транзитивно. Поэтому множество натуральных чисел есть упорядоченное множество. Числа идут один за другим в строгом порядке: 1, 2, 3,…

Отношение порядка помогает сформировать пространственный образ натурального ряда чисел от 1 до 10 и указать их расположение на числовой прямой.

ТиМФЭМП детей изучает отношения «больше – меньше», «длиннее – короче», «выше – ниже», «шире – уже», «тяжелее - легче». Отношение порядка является основой для выстраивания серий предметов, т.е. является теоретической основой метода сериации.

3. Соответствия между множествами.

Изучая окружающий нас мир, математика рассматривает не только его объекты, но и связи между ними. Эти связи называют зависимостями, соответствиями, отношениями, функциями. Например, при решении задач на движение устанавливается зависимость между пройденным расстоянием и временем, при условии, что скорость движения постоянна; при определении величин устанавливаются соответствия между предметами и числами, которые являются значениями их величин.

Соответствием между множествами X и $У$ называется всякое подмножество декартова произведения этих множеств.

Поскольку соответствие – это подмножество, то его можно задать как и любое множество, т.е. либо перечислив все пары элементов, находящихся в данном соответствии, либо указав характеристическое свойство элементов этого подмножества. К перечислению пар элементов соответствия относят также задание соответствия при помощи графа и графика.

Граф – конечная совокупность точек, некоторые из них соединены линиями. Точки – вершины графа, линии – ребра графа.

График соответствия – изображения множества Xх$У$ в виде точек на координатной плоскости. Представление соответствия в виде графика используется в тех ситуациях, когда в заданном соответствии находится бесконечное множество пар чисел.

Большие возможности в математическом развитии детей раскрываются при освоении соответствий. Соответствие, как правило, связано с возможностью выбора. Например, детям предлагается сначала с помощью предметных действий выбрать для зверят еду и ответить на вопрос: «Кто что любит поесть?», затем это же соответствие оформляется с помощью стрелок. Или дошкольники проводят стрелки от множества представителей различных профессий к предметам, которые им нужны для работы.

Множества могут быть самыми различными, близкими интересам детей. В соответствиях дети определяют и показывают с помощью стрелок или соединений рук, кто с кем дружит, кто где живет, что делают из пшеницы, а что из молока.

Множества могут располагаться вертикально, горизонтально, произвольно. Круговым движением руки фиксируем 2 множества, направление стрелок может быть слева направо или справа налево, а при горизонтальном расположении множеств – сверху вниз или снизу вверх.

Среди всевозможных соответствий между двумя множествами наука выделяет неоднозначные и взаимно однозначные. К неоднозначным соответствия относятся задания на выбор для игры игрушек девочкой и мальчиком, на продукты, которые получаются из пшеницы и молока. К взаимно однозначным относятся соответствия на определение предметов для профессиональной деятельности людей, на определение того, кто где живет: Карлсон, собака Дружок, Баба-Яга. В литературе для детей при установлении взаимно однозначного соответствия пользуются стрелками, линиями, лабиринтами, запутанными линиями. Например, с помощью запутанных линий дети определяют, кто с кем разговаривает по телефону. Каждый персонаж разговаривает только с одним собеседником, и, обратно, собеседник разговаривает только с одним персонажем. Чтобы проследить путь от одного персонажа к другому по проводу от детей требуется внимание и сосредоточенность.

Представление о взаимно однозначном соответствии лежит в основе формирования понятия числа.

Множества *X* и *У* называются равномощными или эквивалентными, если между их элементами можно каким-либо образом установить взаимно однозначное соответствие.

Для эквивалентных множеств есть понятие «мощность множества». Мощность конечного множества – это его количественная характеристика, число элементов. Если на фланелеграфе расположить один под одним 3 листочка, 3 грибочка, 3 шарика и др. предметы, то дети жестом руки устанавливают взаимно однозначное соответствие между элементами множеств и произносят слова *столько же.*

Представленные множества, состоящие из предметов, различных по форме, цвету, назначению, равномощны. Общее между ними – численность. Так серьезное математическое понятие «соответствие» приводит к центральному понятию – «число».

Ребенок, чтобы освоить понятие числа, устанавливает взаимно однозначное соответствие между элементами двух множеств путем наложения или приложения. В последнем случае предметы множеств располагаются в линейном порядке строго один под другим. Усваиваются понятия *столько же, больше, меньше.* Начиная считать, ребенок осваивает образ действия счета. Прикасаясь к каждому предмету счета, ребенок ставит его во взаимно однозначное соответствие со словом-числительным, произносит: *один, два, три.*

Слова-числительные становятся понятием числа, когда ребенок последнее названное при счете слово-числительное ставит во взаимно однозначное соответствие с количественной характеристикой множества. Позднее малыш знакомится с цифрами, устанавливая взаимно однозначное соответствие между количеством, численной характеристикой множества и цифрой как символом числа.

Таким образом, устанавливая различные соответствия с помощью предметных действий, с помощью задач-картинок, ребенок овладевает самим приемом мыслительной деятельности. Соответствие – это мощная мыслительная структура. Оно может быть выражено различными словами, но каждый раз подразумевает выбор. Спектр рассматриваемых соответствий в дошкольных учреждениях достаточно широк: *это мое, я выбираю это, вот мой дом, я из этой сказки, я из этого магазина.* Соответствия устанавливают причинные связи между элементами множества, знакомят со средой обитания, с продуктами хозяйственной деятельности людей и т.д. построение графов соответствий развивает познавательную деятельность ребенка, расширяет его кругозор.

Таким образом, дочисловой период обучения, связанный с освоением теоретико-множественных понятий, является фундаментом для всего последующего математического развития ребенка.

Рекомендуемая литература

1. Стойлова Л.П., Пышкало А.М. Основы начального курса математики. – М.: Просвещение, 1988. – 320 с.
2. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.

Тема 8. Понятия. Отношения. Логические операции

План темы

1. Определение понятий.
2. Способы определения понятий.
3. Правила определения понятий.

Краткое содержание темы

1. Определение понятий.

Имеется понятие об объекте, если известны его существенные свойства. Свойство существенное, если оно присуще данному объекту и без него не может существовать.

Совокупность всех существенных свойств объекта называют содержанием понятия. Содержание понятия «прямоугольник» – свойства прямоугольников: «иметь 4 прямых угла», «иметь равные противоположные стороны», «иметь равные диагонали» и т.д.

Несущественные свойства объекта – свойства, отсутствие которых не влияет на существование объекта. Для понятия «прямоугольник» несущественным свойством является его цвет.

Объем понятия – совокупность всех объектов, обозначаемых одним и тем же термином. Объем понятия «прямоугольник» – множество различных прямоугольников.

Таким образом, всякое понятие характеризуется термином, объемом и содержанием.

Указание существенных свойств объекта, которые достаточны для распознания объекта, называется определением понятия об этом объекте. Определение – логическая операция, раскрывающая содержание понятия. Определением называют предложение, разъясняющее суть нового термина.

2. Способы определения понятий.

Явные определения имеют форму равенства, совпадения двух понятий. Например, прямоугольный треугольник – треугольник с прямым углом. Смысл определяемого термина передается через смысл определяющего термина. В явных определениях отождествляются два понятия. Одно из них называют определяемым понятием, другое – определяющим. Структура таких определений следующая: 1) в определяющем понятии указывается родовое понятие по отношению к определяемому; 2) указывается свойство, которое выделяет нужный вид из других видов данного рода – видовое отличие. Схематично структуру таких определений можно представить следующим образом:

Определяемое понятие = Родовое понятие + Видовое отличие

Определение понятия по такой схеме называют определением через род и видовое отличие. Например, прямоугольник можно определить так: «Прямоугольником называется четырехугольник, у которого все углы прямые». «Четырехугольник» – родовое понятие по отношению к понятию «прямоугольник», а видовое отличие – все углы прямые.

Неявные определения не имеют формы совпадения двух понятий. К ним относятся контекстуальные и остенсивные определения.

Контекстуальные определения – содержание понятия раскрывается через текст, описывающий смысл понятия. Примером контекстуального определения является характеристика пространственных ориентиров на листе бумаги – центр листа, середина сторон, углы.

Остенсивные определения – содержание понятия раскрывается путем демонстрации объектов, которые этим термином обозначают. Примером остенсивного определения является знакомство дошкольников с геометрическими фигурами путем их демонстрации и названия.

В математике встречаются генетические определения. От слова «генезис», т.е. происхождение. В таких определениях указывается родовое понятие и способ получения определяемого понятия. Например, определение ломаной линии как фигуры, состоящей из отрезков. Демонстрация ломаной сухой веточки.

В индуктивном (рекуррентном) определении объект задается как функция от натурального числа. Это задание обеспечивается указанием первого значения и некоторого равенства, связывающего значения следующего с предыдущим. Например, определение арифметической прогрессии, как числовой последовательности, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

3. Правила определения понятий.

Определение понятия должно быть соразмерным, т.е. объемы определяемого и определяющего понятий должны совпадать; нельзя определять понятие через само себя; определение должно быть ясным, т. е. должны соблюдаться следующие условия: известность значения терминов, входящих в определяющее понятие; не содержать избыточных свойств в определяющей части; в определяющем понятии указывать ближайшее по отношению к определяемому родовое понятие. Последовательность действий при построении определения нового понятия: 1) назвать определяемое понятие; 2) указать ближайшее родовое по отношению к определяемому понятию; 3) сформулировать видовое отличие, т.е. перечислить свойства, выделяющие определяемые объекты из объема родового понятия; 4) проверить, выполнены ли правила определения понятий.

Рекомендуемая литература

1. Стойлова Л.П., Пышкало А.М. Основы начального курса математики. – М.: Просвещение, 1988. – 320 с.
2. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.

Тема 9. Математические рассуждения. Индуктивные и дедуктивные выводы

План темы

1. Элементарные и составные высказывания.
2. Дедуктивные и индуктивные выводы.

Краткое содержание темы

1. Элементарные и составные высказывания.

Высказывание – в письменной речи – повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.

Составные высказывания – высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок.

Высказывания, не являющиеся составными, называются элементарными высказываниями. Истинность элементарных высказываний определяют по содержанию.

Дошкольники на интуитивном уровне усваивают логические операции и составляют сложные высказывания.

В теме 6 приведены примеры применения отрицания свойств, конъюнкции и дизъюнкции при работе с множествами в играх с обручами.

Конъюнкция высказываний – логическая операция получения сложного высказывания из двух и более высказываний, соединенных союзом «и».

Дизъюнкцией высказываний называется логическая операция получения сложного высказывания с помощью неразделительного союза «или».

Отрицание высказывания – логическая операция получения нового высказывания с помощью слов «не» или «неверно, что».

Относительно высказывания всегда можно поставить вопрос: правда это или неправда? Дошкольникам нравится игра в правду и неправду, которая способствует формированию логической операции отрицания. Например, рассматривая различные иллюстрации к сказкам, дети определяют истинные и ложные высказывания вида: «Яблоки растут на березе», «Карлсон любит варенье», «Карлсон не любит варенье». Затем строят отрицание ложных высказываний с помощью частицы «не» или применяют смысл частицы в предметной деятельности: возьми не треугольник; не красный блок и т.д. Отрицания на множестве геометрических фигур, на множестве натуральных чисел – название чисел не больше пяти способствуют подготовке детей к школьному обучению.

Освоению составных высказываний, когда два простых соединяются логической связкой «и» служат ответы на вопросы вида: «Медвежонок и волчонок – зверята. Цыпленок и зайчонок – зверята. Правда это или нет?». Определяя истинность и ложность составных высказываний, дети сами придумывают различные высказывания. Затем применение конъюнкции высказываний переносится на пересечение числовых множеств. Например, в заданиях вида – назови числа, которые больше двух и меньше пяти.

Составные высказывания с логической связкой «или» истинны, если хотя бы одно из простых высказываний истинно, и ложны только тогда, когда оба высказывания ложны. Освоению дизъюнкции высказываний служат задания вида: «Ежик взял квадрат или треугольник. (У ежика – треугольник.) Это правда?». Дети отвечают – да, правда. Квадрата нет, но есть треугольник. Переносу на числовые множества служит помощь слоненку в названии чисел первого десятка, которые меньше трех или больше пяти. Числа меньше трех – это 1, 2. Числа больше пяти – это 6, 7, 8, 9, 10.

Предметная деятельность с блоками Дьенеша способствует знакомству детей с логическими операциями, внимательно относиться к суждениям в реальной обстановке, понимать смысл вербальных инструкций.

2. Дедуктивные и индуктивные выводы.

Свойства основных понятий раскрываются в аксиомах – предложениях, принимаемых без доказательства. Система аксиом, раскрывая свойства основных понятий, дает их определения. Такие определения называют аксиоматическими. Доказываемые свойства понятий называют теоремами, следствиями, признаками, формулами, правилами. Теорема – высказывание о том, что из свойства A => свойство B, истинность этого высказывания устанавливается путем доказательства.

Из предложения A => предложение B, если всякий раз, когда истинно предложение A, истинно и предложение B и данные предложения находятся в отношении логического следования. Если из предложения A => предложение B, а из предложения B => предложение A, то предложения A и B – *равносильны*.

Доказательством в математике называют конечную последовательность предложений данной теории, каждое из которых либо является аксиомой, либо выводится из одного или нескольких предложений этой последовательности по правилам логического вывода.

В основе доказательства лежит рассуждение – логическая операция, в результате которой из одного или нескольких предложений получается предложение, содержащее новое знание. Первое предложение носит общий характер – его называют общей посылкой. Второе предложение – частная посылка. Из двух посылок получается новый факт, его называют *заключением*. Между посылками и заключением существует определенная связь, благодаря которой они и составляют рассуждение. В логике вместо термина «рассуждение» чаще используется слово «умозаключение».

Умозаключение – способ получения нового знания на основе некоторого имеющегося. Умозаключение состоит из посылок и заключения. *Посылки* – высказывания, содержащие исходное знание. *Заключение* – высказывание, содержащее новое знание, полученное из исходного. Заключение отделяется от посылок с помощью слов «следовательно», «значит».

Рассуждение, между посылками и заключением которого есть отношение следования, называет дедуктивным (от лат. «выведение»).

Правила построения дедуктивных умозаключений или схемы дедуктивных рассуждений:

– Из $A(x) \Rightarrow B(x)$, есть $A(a)$, следовательно будет $B(a)$ – правило заключения; Верно ли высказывание: «Если число больше пяти, то оно больше трех»? 7 больше пяти. Значит, 7 больше трех. Верно. Дети с интересом доказывают логическое следование в высказываниях вида: «Если идет дождь, то можно порисовать», «Если кончил дело, то можно играть смело»

– Из $A(x) \Rightarrow B(x)$, нет $B(a)$, следовательно не будет $A(a)$ – правило отрицания; Внутри обруча располагаем только красные блоки-цветы. Желтый круг – не красный, значит он не внутри, а вне обруча.

– Из $A(x) \Rightarrow B(x)$, из $B(x) \Rightarrow C(x)$, следовательно из $A(x) \Rightarrow C(x)$ – правило силлогизма. Внутри обруча – красные блоки, красным является треугольник, значит красный треугольник – внутри обруча.

Неполная индукция – такое рассуждение, при котором на основании того, что некоторые объекты совокупности обладают определенным свойством, делается вывод о том, что этим свойством обладают все объекты этой совокупности. Продолжение узоров по начатым образцам формирует представления детей о порядке расположения рисунков в узоре.

Вывод по аналогии, при котором осуществляется перенос знаний с изученного объекта на другой, менее изученный объект. Построение дорожек из блоков к домикам по аналогии с уже построенными формирует умение применять аналогию.

Таким образом, осваиваются логические операции с помощью средств математики.

Рекомендуемая литература

1. Стойлова Л. П., Пышкало А. М. Основы начального курса математики. – М.: Просвещение, 1988. – 320 с.
2. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А. А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.

Тема 10. Основные математические понятия

План темы

1. История развития понятия числа.
2. Натуральное число.
3. Системы счисления.
4. Геометрические фигуры.
5. Величины.

Краткое содержание темы

1. История развития понятия числа.

Понятие натурального числа является одним из основных понятий математики. Возникло оно, как и вся наука математика, из потребностей практической деятельности людей. Причиной, которая привела человека к созданию натуральных чисел, является необходимость сравнивать различные конечные множества между собой.

Процесс формирования представлений дошкольников о числе в общих чертах повторяет основные этапы исторического развития этого понятия.

В своем развитии понятие натурального числа прошло несколько этапов. В глубокой древности, чтобы сравнить конечные множества, устанавливали взаимно однозначное соответствие между множествами или между одним из множеств и подмножеством другого множества. То есть на этом этапе человек воспринимал численность множества предметов без счета их. Например, о численности группы из пяти предметов он говорил: «Столько же, сколько пальцев на руке»; о множестве из двадцати предметов: «Столько же, сколько пальцев у человека». Такой метод обладал тем недостатком, что сравниваемые множества должны быть одновременно обозримы.

В результате очень долгого периода развития человек пришел к следующему этапу создания натуральных чисел: для сравнения множеств стали применять множества-посредники (мелкие камешки, пальцы и др.). Они уже представляли собой зачатки понятия натурального числа, хотя и на этом этапе число не отделялось от сосчитываемых множеств: речь шла о пяти камешках, пяти пальцах, а не о числе вообще.

На следующем этапе названия множеств-посредников стали использовать для определения численности множеств, которые с ними сравнивались. Так, у некоторых племен численность множества, состоящего из пяти элементов, обозначалась словом «рука», а численность множества из 20-ти предметов – словами «весь человек».

Только после того как человек научился оперировать множествами-посредниками, установил то общее, что существует, например, между пятью пальцами и пятью яблоками, т.е., когда произошло отвлечение от природы элементов множеств-посредников, возникло представление о натуральном числе. На этом этапе при счете, например, яблок перечислялись уже не одно яблоко, два яблока и т.д., а проговаривали слова «один», «два», «три» и т.д. это был важнейший этап в развитии понятия числа.

Со временем люди научились не только называть числа, но и обозначать их, а также выполнять над ними действия.

После того как понятие натурального числа сформировалось, числа стали самостоятельными объектами и появилась возможность изучать их как математические объекты. Наука, которая стала изучать числа и действия над ними, получила название «арифметика» (от греческого – число). Термин «натуральное число» впервые употребил римский ученый *А. Боэций* (480–524 гг.).

В настоящее время свойства натуральных чисел, действия над ними изучаются разделом математики, носящим название «теория чисел**».**

Таким образом, история возникновения и развития понятия натурального числа и нуля прошла следующие этапы:

- Сравнение групп предметов по количеству с помощью установления взаимно-однозначного соответствия между элементами множеств.
- Использование множеств-посредников для сравнения по количеству.

- Использование универсальных множеств для обозначения количества.
- Возникновение числительных и нумерации, абстрагирование числа от конкретного множества.

Становление количественной и порядковой теорий числа.

Многовековой опыт человечества и практическая деятельность людей формируют интуитивные знания о предмете. А на интуитивном знании строится теория науки. Обобщая опыт, ученый предлагает систему утверждений, которые всем кажутся очевидными. Эти утверждения, не требующие доказательства, называют аксиомами (постулатами).

Математизацию представлений о натуральном ряде чисел на аксиоматической основе в XIX веке провел итальянский математик *Джузеппе Пеано*.

В качестве основного понятия ученый взял отношение «непосредственно следовать за» и раскрыл его суть в аксиомах. Уяснить их смысл помогает русская народная сказка «Репка».

Аксиома 1. В множестве натуральных чисел существует элемент, непосредственно не следующий ни за каким элементом этого множества. Называют его единицей.

В нашей сказке в множестве тех персонажей, которые тянут репку, есть такой, который не следует ни за кем. Дед стал тянуть репку первым. Он как элемент множества занимает место единицы.

Аксиома 2. Для каждого элемента a из множества натуральных чисел существует не более, чем один элемент $a1$, непосредственно следующий за a.

Непосредственно за каждым персонажем сказки следует не более одного персонажа.

Аксиома 3. Для каждого элемента a из множества натуральных чисел существует не более одного элемента, за которым непосредственно следует a.

Каждый персонаж сказки следует непосредственно только за кем-либо одним, а дед не следует ни за кем. Ни один персонаж сказки не следует непосредственно за двумя или тремя персонажами.

Аксиома 4. Сумма любого натурального числа a с числом 1 равна непосредственно следующему за числом a числу $a+1$.

Эта аксиома позволяет получать натуральный ряд чисел, начиная с его первого элемента.

Множество, для элементов которого установлено отношение «непосредственно следует за», удовлетворяющее системе аксиом Пеано, в математике называется множеством натуральных чисел, а его элементы – натуральными числами.

Натуральное число в аксиоматике Пеано выступает как порядковое. В связи с этим аксиоматическую теорию построения множества натуральных чисел называют порядковой теорией натуральных чисел.

Множество натуральных чисел, не превосходящих натурального числа a, называется отрезком натурального ряда $\{1, 2, 3, \ldots, a\}$.

Счетом элементов множества называется установление взаимно однозначного соответствия между множеством A и отрезком натурального ряда $\{1, 2, 3, \ldots, a\}$.

Число *a* называют числом элементов в множестве *A*. Это число *a* единственное и является количественным натуральным числом.

Автором количественной теории натурального числа в XIX веке является немецкий ученый *Георгий Кантор*. В качестве основных понятий в этой теории являются: множество, отношение «быть равночисленными», взаимно однозначное соответствие.

Отношение «быть равночисленными» на множестве для всех множеств является рефлексивным, симметричным, транзитивным, т.е. является отношением эквивалентности. Это отношение разбивает множество всех множеств на классы. В эти классы попадают самые различные множества. Общее между ними – одинаковое количество элементов. Поэтому натуральным числом называют общее свойство класса не пустых, конечных, равночисленных множеств.

Количественную теорию числа называют теоретико-множественным обоснованием (интерпретацией) натурального ряда чисел и его арифметики. Дети знакомятся с числом как характеристикой численности конечного множества следующим образом.

Сначала от нерасчлененного восприятия множеств предметов ребенок переводится к выявлению отдельных предметов, составляющих это множество. Затем путем попарного сопоставления предметов двух множеств с помощью приемов наложения и приложения ребенок усваивает равночисленность двух предметных групп. Он понимает слова «столько же», «поровну».

В ходе сравнения совокупностей на наглядной основе осваиваются ситуации, когда одного предмета не хватает или один предмет оказывается лишним. На качественном уровне ребенок осознает слова «больше», «меньше».

Дошкольники усваивают натуральные числа на теоретико-множественной и порядковой теории.

Таким образом, основными понятиями порядковой теории натурального числа являются: единица, отношение «непосредственно следовать за», сложение, умножение. В основе количественной теории – отношение «быть равночисленными», множество, взаимно однозначное соответствие.

2. Натуральное число.

Натуральное число – общее свойство класса непустых конечных эквивалентных друг другу множеств, т. е. их общая количественная характеристика.

Письменная нумерация – графическое изображение числа. Существуют разные способы изображения числа. У разных народов в разное время существовали разные способы изображения чисел:

1) иероглифическая нумерация (др. Египет) – числа изображались с помощью рисунков;

2) клинопись (Вавилон) – использовались вертикальные и горизонтальные клинышки;

3) буквенная нумерация – числа изображались в виде букв, первая буква числительного;

4) алфавитная нумерация: а) греческая; б) славянская. Первые 9 чисел обозначаются первыми девятью буквами алфавита, следующие 9 букв обозна-

чают десятки, следующие – сотни. Чтобы запись числа отличалась от записи букв, ставилась титла – волнистая черточка над буквой;

5) римская нумерация - для записи числа использовались 7 знаков, обозначающих числа: I - один, V - пять, X - десять, L - пятьдесят, C - сто, D - пятьсот, M - тысяча;

6) арабская нумерация – используется 10 знаков-цифр:0, 1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

3. Системы счисления.

Система счисления – совокупность способов записи чисел и выполнения действий над числами. В позиционных системах счисления значение каждого знака в записи числа зависит от занимаемой им позиции, в непозиционных системах счисления – не зависит.

Натуральные числа применяются при счете предметов. Счетом элементов множества *A* называется установление взаимно однозначного соответствия между множеством *A* и отрезком натурального ряда.

Отрезком натурального ряда называется множество натуральных чисел, не превосходящих натурального числа *a*.

Число *a* называется числом элементов в множестве *A*. Это число единственное и является количественным натуральным числом.

При пересчете элементы конечного множества *A* расставляются в определенном порядке. При этом первым при счете может быть указан любой элемент множества *A*, но ни один элемент не должен быть пропущен и сосчитан дважды. При использовании порядковых натуральных чисел порядковое число определяет и порядок на множестве и количественную характеристику множества. В множестве натуральных чисел есть наименьшее число. Это число обозначают 1 и называют единицей. Наибольшего числа в множестве натуральных чисел не существует. В множестве натуральных чисел для каждого элемента есть непосредственно следующий за ним элемент. Это свойство называют дискретностью множества натуральных чисел.

4. Геометрические фигуры.

Одним из свойств окружающих предметов является их форма. Форма предметов получила обобщенное отражение в геометрических фигурах. Геометрические фигуры являются эталонами, пользуясь которыми человек определяет форму предметов и их частей.

Как и натуральные числа, понятие геометрической фигуры образовалось с помощью абстракции отождествления, в основе которой лежит некоторое отношение эквивалентности. Понятие геометрической фигуры получается с помощью отношения эквивалентности «сходство», «подобие». Эти отношения разбивают множество предметов на классы эквивалентности так, что любые два предмета одного класса имеют одинаковую форму, а любые два предмета различных классов – различные формы. Абстрагируясь от других свойств предметов, получаем самостоятельное понятие геометрической фигуры.

Класс подобных по форме предметов определяется любым, принадлежащим ему предметом и называется формой. В основе выделения понятий геометрических фигур лежит отношение эквивалентности «иметь одинаковую форму».

Всякая геометрическая фигура представляет собой множество точек. Поэтому операции над множествами и отношения между множествами можно переносить на геометрические фигуры как на множества точек.

Все геометрические фигуры делятся на плоские и пространственные, изучаемые планиметрией и стереометрией.

В изучении геометрических фигур в дошкольном учреждении различают несколько уровней мышления. На *первом* простейшем уровне геометрические фигуры рассматриваются как целые и различаются только по форме. На *втором* уровне проводится анализ воспринимаемых форм, в результате которого выявляются их свойства. Геометрические фигуры выступают уже как носители своих свойств и распознаются по этим свойствам. Свойства фигур логически не упорядочены, они устанавливаются эмпирическим путем. Сами фигуры только описываются, но не определяются.

5. Величины.

Величина – одно из математических понятий, которое является обобщением более конкретных понятий: длины, объема, массы и т.д. Понятие величины связано со способами сравнения определенных свойств предметов. Также как и множество величина является неопределяемым понятием. Можно говорить об определенной величине, если на множестве предметов указан критерий сравнения. Например, предметы можно сравнивать по длине, ширине, высоте, массе и т.д.

При измерении величины a выбирают меру e (единицу измерения), затем определяют, сколько раз эта мера укладывается в измеряемой величине. Отношение $a:e$ называют числовым значением величины a и пишут $x=a:e$ или $a=x*e$.

Один и тот же отрезок можно измерять в различных условных мерах. Известно, что удава можно измерять в слонах, а можно – в попугаях. Чем меньше единица измерения, тем большее числовое значение величины. Длина удава равна 2 слона или 38 попугаев.

Число как мера величины называется именованным числом. Для каждого рода величин существует несколько стандартных единиц измерения. С 1 января 1963г. В России введена Международная система единиц (СИ), в соответствии с которой основными единицами длины, массы и времени являются 1м, 1кг, 1сек. Другие величины и их единицы измерения являются производными от основных – 1 $м^2$, 1 $м^3$, 1 км/ч и т.д.

Однородными называются такие величины, которые имеют одинаковые единицы измерения. Они выражают одно и то же свойство объектов. Разнородные величины выражают различные свойства объектов и имеют различные единицы измерения.

Свойства однородных величин:

- ✓ для двух величин одного рода справедливо только одно из высказываний: $x=y$, или $x < y$, или $x > y$;
- ✓ величины сравнимы, для них имеют место отношения: «равно», «больше», «меньше»;
- ✓ их можно складывать, вычитать, умножать на действительное число, делить на любое число одинаковых частей;

✓ отношение «быть большим по величине» является отношением порядка, так как оно антирефлексивно, антисимметрично и транзитивно;

✓ отношение «быть одинаковым по величине» является отношением эквивалентности, так как оно рефлексивно, симметрично и транзитивно.

История развития способов измерения величин:

– сравнение величин приложением предметов друг к другу;
– сравнение величин с помощью предмета-посредника;
– сравнение и измерение величин с помощью частей тела;
– сравнение и измерение величин с помощью универсальных общепринятых условных мерок: пуд, фунт – для массы; сажень, аршин – для расстояний; бочка – для объемов;
– введение метрической системы, предложена в конце XVIII века учеными в Париже. За основу измерения принят метр. Все остальные единицы измерения величин связаны с метром. 1кг = 1 дм^3 дистиллированной воды, 1 л равен объему этой же воды и т.д.

Дети сравнивают предметы по величине, раскладывают предметы в возрастающем и убывающем порядке, измеряют величины с помощью условных мерок.

Таким образом, успешное формирование элементарных математических представлений у воспитанников дошкольных учреждений требует от педагога не только методического мастерства, но и глубокого понимания сути математических понятий и фактов. Педагог должен знать, не только как обучать дошкольников, но и то, чему он их обучает, т. е. ему должна быть ясна математическая сущность тех представлений, которые он формирует у воспитанников. Поэтому материал, разъясняющий основные логические и математические операции, использование специальных развивающих игр с блоками Дьенеша, с палочками Кюизенера поможет педагогам в работе по пробуждению у дошкольников интереса к математическим знаниям, по формированию и развитию логического мышления детей.

Рекомендуемая литература

1. Стойлова Л.П., Пышкало А.М. Основы начального курса математики. – М.: Просвещение, 1988. – 320 с.
2. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.

РАЗДЕЛ III
ОЗНАКОМЛЕНИЕ ДЕТЕЙ РАЗЛИЧНОГО ВОЗРАСТА С МНОЖЕСТВОМ

Тема 11. Генезис представлений о множестве у детей от раннего возраста до школы

План темы

1. Представления о множестве объектов у детей дошкольного возраста.
2. Количественные представления детей дошкольного возраста.

Краткое содержание темы

1. Представления о множестве объектов у детей дошкольного возраста.

Множество – совокупность объектов, рассматриваемых как одно целое. Множество предметов и явлений воспринимается ребенком различными анализаторами.

В возрасте 1–2 лет у детей происходит накопление представлений о множестве однородных объектов. Представления отражаются в пассивной речи. Например, дети выполняют показ и построения домика и домиков. Выполняют задания вида: принести вагончик и вагончики. Затем в активной речи дети начинают использовать множественное и единственное число. Формируется понимание смысла слов «много» и «мало», но эти слова не имеют количественной характеристики, они ассоциируются со словами «большой» – «маленький».

Характерно представление о неопределенной множественности (убрал несколько игрушек – говорит «все»). На этом этапе множество еще не имеет четких границ для ребенка и не воспринимается элемент за элементом.

В 2–3 года дети легче воспринимают множество в его границах, если оно расположено линейно. Четкое понимание внутренних элементов множества еще отсутствует.

Они умеют сосредоточить внимание на границах множества. Но понимание внутренних элементов множества отсутствует. Ребенок «кормит» первую и последнюю куклы или при наложении предметов на рисунки, дети заполняют предметами всю часть карточки между крайними элементами.

На восприятие множества детьми второй младшей группы в 3–4 года оказывают влияние качественно-пространственные признаки элементов множества (форма, величина, расстояние между элементами, разное пространственное расположение). При наложении элементов одного множества на другое ведущим для детей является изображение. Пространственное отношение не играет существенной роли. Легче выполняется прием наложения, чем приложения, т.к. в приеме приложения ребенку надо воспринимать и изображение, и пространственные отношения между предметами.

Прием наложения способствует формированию представлений о множестве как структурно-замкнутом целом, состоящем из отдельных элементов. Общее количество элементов при использовании этого приема не определяется. Следует учить располагать предметы слева направо. Это служит предотвращению речевых ошибок типа: ма-ма~ ам-ам, а также впоследствии усвоению последовательности натуральных чисел.

Воспитанники средней возрастной группы от 4-х до 5-ти лет в состоянии воспринимать разнородные множества. Они могут составлять единое множество из 2-х групп, каждая из которых обладает своими качественными особенностями, несущественными для всего множества в целом. Например, объединять красные и зеленые флажки в одно множество флажков.

Ребенок более требователен к однородному множеству, т.е. считает, что множество всегда состоит из однородных элементов и что оно конечно.

В 5–6 лет – применяются разнообразные способы сравнения множеств объектов, воспринимаемых различными анализаторами. Дети уравнивают множества по числу элементов при условии количественных различий между ними в 1, 2, и 3 элемента. Разбивают совокупности предметов на группы и объединяют группы в множество объектов.

Таким образом, у детей постепенно формируются представления о множестве как структурно-целостном единстве. Поэлементное сравнение 2-х множеств, установление соответствия между их элементами учит видеть каждый отдельный элемент множества.

2. Количественные представления детей дошкольного возраста.

Счет – операция установления соответствия между отрезком ряда натуральных чисел и элементами множества. Цель счета – установить, сколько элементов содержит данное множество.

В 1,5–2 года ребенок устанавливает взаимно-однозначное соответствие между количеством предметов и количеством слов, движений. Например, перекладывая предметы говорит слова: «вот», «еще», «на».

В 2–3 года выполняется сравнение групп предметов путем установления взаимно однозначного соответствия между предметами наложением, приложением. Устанавливаются отношения «один» - «один». Группы предметов обозначаются словами «один», «много», «мало».

В 3–4 года дети отвечают на вопрос «сколько?» словами «много», «один», «два», «три» (без счета).

В 4–5 лет воспитанники дошкольных учреждений начинают употреблять числительные в определенном порядке и отличать итог счета от процесса счета. Считают количественным и порядковым счетом. Начинают понимать, что равночисленные множества всегда именуются одним числом.

В 5–6 лет дети усваивают последовательность называния числительных, понимают, что количество не зависит от направления счета, что число является показателем количества. В этом же возрасте дети усваивают связи и отношения между смежными числами, способы образования и состав чисел.

В 6–7 лет дети овладевают счет группами, т.е. понимают, что единицей счета может быть не только отдельный предмет, а целая группа.

В 7–8 лет овладевают счетом десятками и вычислениями. При этом обеспечивается понимание того, что счет связан с определением количества в определенном множестве, а вычисление – абстрактная операция, в которой участвуют только числа без называния предметов.

Таким образом, развиваются количественные представления и представления о множестве у детей дошкольного возраста.

Рекомендуемая литература

1. Учебная программа дошкольного образования. – Минск: НИО, 2012.
2. Белошистая А. В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников: Вопросы теории и практики. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 400 с.
3. Будько Т.С. Теория и методика формирования элементарных математических представлений у дошкольников. В 2 ч. – Брест: Изд-во БрГУ, Ч. 1. – 2006. – 46 с; 2 ч. – 2007. – 68 с.

4. Житко И.В. Математический калейдоскоп: учебно-методическое пособие для педагогов, руководителей учреждений, обеспечивающих получение дошкольного образования, с русским языком обучения. – Минск: НИО, 2006. – 184 с.

Тема 12. Современные методические подходы к формированию у дошкольников представлений о множестве

План темы

1. Формирование умения группировать предметы.
2. Формирование представлений о множественности и единичности предметов.
3. Формирование умения выделять 1 и много предметов в окружающей обстановке.
4. Формирование умения сравнивать 2 группы предметов по количеству путем установления взаимно-однозначного соответствия.

Краткое содержание темы

1. Формирование умения группировать предметы.

Процесс формирования умения группировать предметы или образовывать множества включает работу в определенной последовательности.

Сначала обеспечивается выделение, нахождение и называние детьми признаков предметов. Воспитанников учат группировать предметы по одному признаку (остальные признаки – отсутствуют). Признак, по которому предлагается группировка предметов, усложняется с возрастом: цвет – название (машинки, куклы) – величина – форма – количество – характерные функции.

Затем выполняется группировка предметов по двум, трем и более признакам. Например, дается задание построить башенку из красных больших кубиков.

На следующем этапе организуется группировка предметов по образцу. Например, дети выполняют задания вида: принести вот такие игрушки. Признаки словесно не указываются, предметы должны отличаться по нескольким свойствам, дети находят общие признаки и выполняют группировку элементов множества.

Далее проводится группировка по заданному признаку. Предметы отличаются по нескольким признакам, но указывается лишь один. Наиболее сложными являются функции предмета. Например, назвать предметы, необходимые для работы врачу, или собрать и положить в тазик игрушки, которые можно мыть.

Таким образом, организуется работа по образованию различных множеств.

2. Формирование представлений о множественности и единичности предметов.

Для формирования представлений дошкольников о множественности и единичности предметов на первом этапе организуются игры, в которых демонстрируется то, что множество состоит из отдельных элементов. Детям показывают, как образуется множество и как множество разбивается на отдельные элементы. Для этого сначала берется множество однородных предметов. Акцентируется внимание на словах-ответах на вопрос «сколько?» «Много. Один. Ни одного». Например, организуется сбор листьев для осеннего букета. Педагог проводит беседу:

– Я собираю листья. Сколько у меня листьев? (Много).

– Я раздаю листья по одному. Называются имена детей, которым даются листья.

– У меня листьев все меньше и меньше. Сколько у тебя листьев? (Один). Воспитатель обращается по имени к каждому воспитаннику.

– Сколько у меня листьев? (Ни одного).

– Я беру листья: один у тебя, … У меня становится листьев все больше и больше. Снова у меня много листьев.

– Сколько у меня листьев? (Много).

– А сколько осталось у тебя? (Ни одного).

Такая деятельность организуется с разными видами предметов несколько раз.

На втором этапе выполняются упражнения с неоднородными множествами. Например, для строительства домика для зайчика собираются блоки разного цвета и формы.

На третьем этапе в старшей группе дети выполняют счет предметов неоднородных множеств. Дошкольникам даются задания вида: «Сосчитать, сколько красных фигур: посчитать и круглые и квадратные фигуры».

Так постепенно формируются представления детей о множественности и единичности предметов.

3. Формирование умения выделять один и много предметов в окружающей обстановке.

Для формирования умения выделять единичные и множественные предметы в окружающей обстановке сначала педагог располагает один и много предметов на различных плоскостях – 2 разных стола, 2 обруча, 2 полки, и др.

Дети отвечают на вопросы и выполняют задания вида:

- покажи, где один, а где много;
- сколько предметов на красной полочке, а сколько – на синей?

На втором этапе один и много предметов располагаются вперемешку на одной плоскости. Например, много зайчиков и одна белочка. Дети отвечают на вопросы: «Каких зверей много? А какой один? Сколько зайчиков? Сколько белочек?»

На третьем этапе выполняются упражнения, где в одном объекте заключено много предметов. Например, одно дерево, а на нем много листьев, или один аквариум, в котором много рыбок.

На следующем этапе один и много предметов не ограничены ни плоскостями, ни одним объектом. Дети должны мысленно объединить их в группу. Например, по одной кукле на стуле, ковре, шкафу, а всего – много кукол.

На всех четырех этапах проводятся игры «Путешествие» и « Поезд с остановками» (если на все вопросы о количестве предметов на станции дети ответили, то едут к следующей станции), которые отличаются лишь расположением наглядного материала. Этой же цели служат игры «Магазин игрушек» (разное количество игрушек). Дети должны сказать, сколько хотят купить игрушек. «Зоопарк» (разное количество животных в клетках).

Таким образом, формируется умение выделять единичные и множественные предметы в окружающей обстановке.

4. Формирование умения сравнивать 2 группы предметов по количеству путем установления взаимно однозначного соответствия.

В дошкольных учреждениях применяются различные приемы установления взаимно однозначного соответствия между элементами множеств. Начиная с младшей группы, воспитанники отношения между множествами устанавливаются практическим путем: наложением, приложением, составлением пар, графическим соотнесением. В средней группе наряду с этими приемами множества сравниваются опосредованно, через число, полученное в результате счета. Кроме того возможно использование множества-посредника в старшей группе.

Прием наложения характеризуется следующими методическими рекомендациями. В качестве наглядного материала используются карточки с изображенными предметами (3–5 шт.). Расстояние между рисунками равняется рисункам самих предметов. Для наложения даются мелкие предметы, которые должны быть связаны с рисунками по смыслу и по размеру быть не больше двух третей размера рисунков.

Начинать можно с проблемной ситуации. Например, хватит ли всем бабочкам по цветочку? Цветочки – рисунки, бабочки – мелкие предметы или предметные картинки, размер которых не больше двух третей от рисунков цветов.

Воспитатель раскладывает правой рукой слева направо одну бабочку на один цветочек. Останавливаясь на каждой паре, обращает внимание, что на каждом цветочке сидит одна бабочка, что между цветочками бабочку не кладем, оставляем пустое место. Дети подводятся к выводу: «У нас бабочек столько же, сколько цветочков; бабочек и цветочков поровну; бабочек и цветочков одинаковое количество». Значит, всем бабочкам хватит цветочков.

Затем организуется выполнение детьми аналогичных упражнений при различных множествах и их количественных характеристиках. Воспитанникам раздаются карточки с нарисованными на них в ряд предметами (на одной карточке может быть два предмета, на другой – три и так до пяти) и коробки с мелкими предметами, связанными с рисунками по смыслу. По количеству их должно быть больше, чем нарисованных. Предметы дети раскладывают в ряд слева направо, на каждый нарисованный предмет кладут один из коробки. Большое количество предметов в коробке позволяет добиться осмысленного выполнения данного упражнения, так как дети должны самостоятельно определить, сколько предметов нужно взять из коробки. Такая работа позволяет научить сравнению путем наложения множества разнородных предметов.

В приеме приложения действия усложняются тем, что необходимо не только выделить каждый элемент множества, но и увидеть его пространственное положение. Прием приложения основывается на знании приема наложения.

Для приема приложения используются наборные полотна, карточки с двумя полосками. На верхней полоске – предметы, нижняя полоска – пустая. Например, на верхней полоске – грибочки, на грибочки упали листики (накладываем листики на грибочки и выясняем, поровну ли их?)

Подул ветер – перетягиваем последовательно каждый листик на нижнюю полоску. Под каждым грибочком лежит только 1 листик. Между листиками – пустые места. Поровну ли теперь листиков и грибочков? (Если под одним грибочком лежит 1 листик, то грибочков и листиков поровну). Упражнение: положить на нижнюю полоску столько листиков, морковок, сколько грибочков, зайчиков на верхней полоске. При затруднении можно карточку разделить вертикальными линиями на клетки или провести стрелки от предметов верхней полоски к нижней.

Те же приемы (наложение и приложение) используются при ознакомлении детей с отношениями неравенства: «больше, чем», «меньше, чем», причем сравниваемые множества отличаются только одним элементом.

Первичное чувственное представление о соответствии элементов двух множеств и способах его установления формируется под влиянием обучения: показа практического действия в сочетании со словом, выполнения его детьми. В дальнейшем дети могут выполнять задание лишь на основе словесной инструкции (взять столько же). Переход к выполнению задания по чисто словесной инструкции осуществляется постепенно.

Прием составления пар аналогичен приложению, но не применяются карточки, наборные полотна. Используются предметы, связанные между собой по смыслу (угостить кукол конфетами, раздать зайчикам морковки). Вначале предметы располагаются линейно, затем – по кругу, затем – хаотично. Для проверки ответа на вопрос «сколько?» возле одной куклы надо положить одну конфету. В ответе должны быть представлены результаты сравнения двух групп предметов по количеству входящих в них предметов: «столько же» или «больше, чем» («меньше, чем»).

Прием графического соотнесения или соединения стрелками используется в ситуациях, в которых нельзя воспользоваться известными приемами. Например, нарисованы бабочки и цветочки. Соединяем стрелками, если бабочек не осталось, то всем бабочкам хватило цветочков. Аналогично дети отвечают на вопрос «Хватит ли ниточек для шариков?».

Прием использования множества-посредника применяется в ситуациях, когда нельзя использовать известные приемы. Например, сравнивается количество деревьев, растущих с разных сторон детского сада, школы. «Где растет больше деревьев?» Используются множества-посредники – камешки и пуговицы. Раскладываются по одному камешку под одним деревом с одной стороны детского сада, по одной пуговице под одним деревом с другой стороны. Сначала – под предметами одного множества, затем – под предметами другого множества. Сравнивая множества камешков и пуговиц, делается вывод о равенстве или неравенстве предметов по количеству. Потом в качестве множества-посредника используются только пуговицы или только камешки.

Каждый из этих приемов установления взаимно-однозначного соответствия вводится в 2 этапа: 1-й этап – формируется представление об отношении равенства («поровну»), для этого берутся равночисленные множества; 2-й этап – формируются представления об отношениях «больше», «меньше». Понятие «больше» поясняется через слово «лишний», а «меньше» – через «не хватает».

Рекомендуемая литература

1. Учебная программа дошкольного образования. – Минск: НИО, 2012.
2. Арапова-Пискарева Н. А. Формирование элементарных математических представлений в детском саду. – М.: МОЗАИКА-СИНТЕЗ, 2009. – 112с.
3. Белошистая А. В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников: Вопросы теории и практики. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 400с.
4. Будько Т. С. Теория и методика формирования элементарных математических представлений у дошкольников. В 2ч. – Брест: Изд-во БрГУ, Ч. 1. – 2006. – 46 с; Ч. 2. – 2007. – 68 с.
5. Житко И. В. Математический калейдоскоп: учебно-методическое пособие для педагогов, руководителей учреждений, обеспечивающих получение дошкольного образования, с русским языком обучения. – Минск: НИО, 2006. – 184 с.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назвать компоненты методической системы формирования элементарных математических представлений у дошкольников.
2. Охарактеризовать методику формирования элементарных математических представлений у дошкольников как науку.
3. Назвать методы исследования, используемые методикой формирования элементарных математических представлений у дошкольников как науки.
4. С какими науками связана методика формирования элементарных математических представлений у дошкольников как наука?
5. Какое значение имеет формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста.
6. Охарактеризовать этапы становления и развития теории и методики формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста.
7. Охарактеризовать современные исследования процесса формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста.
8. Назвать способы задания множеств.
9. Указать характеристические свойства множеств, рассматриваемых в курсе «Элементарные математические представления».
10. Привести примеры пересечения множеств и конъюнкции предложений, рассматриваемых в курсе «Элементарные математические представления».
11. Привести примеры объединения множеств и дизъюнкции предложений, рассматриваемых в курсе «Элементарные математические представления».
12. Привести примеры разбиения множества на классы.
13. Привести примеры отношений на множестве, рассматриваемых в курсе «Элементарные математические представления».
14. Охарактеризовать свойства отношений на множестве.
15. Охарактеризовать соответствия между множествами.
16. Какие способы определения понятий?
17. Какие правила определения понятий?
18. Привести примеры элементарных и составных высказываний, рассматриваемых в курсе «Элементарные математические представления».
19. Какие характеристики натурального числа рассматриваются в курсе «Элементарные математические представления»? Привести соответствующие примеры.
20. Охарактеризовать различные системы счисления.
21. С каких понятий начинают формироваться количественные представления детей дошкольного возраста?
22. Какой цели служит формирование умения группировать предметы?
23. Как организуется формирование умения выделять 1 и много предметов в окружающей обстановке?
24. Как обеспечивается формирование умения сравнивать две группы предметов по количеству путем установления взаимно-однозначного соответствия?

ЛИТЕРАТУРА

1. Кодекс Республики Беларусь об образовании. – Мн.: Нац. Центр правовой информации РБ, 2011. – 400 с.
2. Учебная программа дошкольного образования. – Мн.: НИО, 2012.
3. Арапова-Пискарева Н.А. Формирование элементарных математических представлений в детском саду. – М.: МОЗАИКА-СИНТЕЗ, 2009. – 112 с.
4. Белошистая А.В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников: Вопросы теории и практики. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 400 с.
5. Будько Т.С. Теория и методика формирования элементарных математических представлений у дошкольников. В 2 ч. – Брест: Изд-во БрГУ, Ч. 1. – 2006. – 46с; Ч. 2. – 2007. – 68 с.
6. Давайте поиграем: Мат. игры для детей 5-6 лет: Кн. для воспитателей дет. сада и родителей / А.А. Столяр и др. – М.: Просвещение, 1991. – 80 с.
7. Жытко І.У. Гуляем, навучаем, развиваем, ци знаемим дзяцей з матэматыкай / І. У. Жытко, В.П. Бараноўская, Л.С. Хадановіч; пад рэд. І.У. Жытко. – Мн., 1997–1998.
8. Житко И.В. Математический калейдоскоп: учеб.-метод. Комплекс: в 3 ч. / И.В. Житко. – Мн.: НИО, 2006.
9. Житко И.В. Нас окружают пространство, время и число: учеб. пособие для воспитателей старшей ступени (от 5 до 6 лет) заведений, которые обеспеч. получ. дошк. Образования / И.В. Житко. – Мн., 2003.
10. Жихар О.П., Кощева З.В. Планирование и организация работы в группах раннего возраста «Малыши»: методическое пособие. – Мн.: УП «ТЕхнопринт», 2005. – 124 с.
11. Козлова В.А. Обучение дошкольников и младших школьников математике. Методическое пособие для родителей и воспитателей. – М.: Школьная Пресса, 2002. – 112 с.
12. Комарова Л.Д. Как работать с палочками Кюизенера? Игры и упражнения по обучению математике детей 5–7 лет / Л.Д. Комарова. – М.: Издательство ГНОМ, 2011. – 64 с.
13. Леушина А.М. Формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста / А.М. Леушина. – М.: Просвещение, 1974.
14. Математическая подготовка детей в дошкольных учреждениях / сост. В.В. Данилова. – М.: Просвещение, 1987. – 175 с.
15. Метлина Л.С. Занятия по математике в детском саду: пособие для воспитателя детского сада. – М.: Просвещение, 1985. – 223 с.
16. Миронова Р.М. Педагогические технологии обучения и воспитания детей: учебно-методическое пособие. – Мозырь: ООО ИД «Белый Ветер», 2003. – 180 с.
17. Михайлова З.А., Непомнящая Р.Р. Теоретические и методические вопросы формирования математических представлений у детей дошкольного возраста. – Л., 1988.

18. Модель использования педагогической диагностики в образовательном процессе дошкольного учреждения: практический материал: в 2-х ч. / сост. С.И. Тарарышко. – Витебск: УО «ВОГ ИПК и ПРР и СО», 2007. – Ч. 1. – 39 с.
19. Новикова В.П., Тихонова Л.И. Развивающие игры и занятия с палочками Кюизенера. Для работы с детьми 3–7 лет. – М.:МОЗАИКА-СИНТЕЗ, 2013. – 88 с.
20. Носова Е.А., Непомнящая Р.Л. Логика и математика для дошкольников: метод. пособие / Е.А. Носова, Р.Л. Непомнящая. – СПб.: Акцидент, 1996.
21. Организация занятий по математике в малокомплектном детском саду: метод. рек. / сост. С.И. Полякевич. – Минск, 1987.
22. Сай М. К., Удальцова Е. И. Математика в детском саду. – Мн.: Нар. асвета, 1990. – 96 с.
23. Стойлова Л.П., Пышкало А.М. Основы начального курса математики. – М.: Просвещение, 1988. – 320 с.
24. Теория и методика развития элементарных математических представлений у дошкольников: Хрестоматия в 6 частях / Сост. 3.А. Михайлова, Р.Л. Непомнящая. – СПб.: Изд. фирма «Икар», 1994–1996.
25. Формирование элементарных математических представлений у дошкольников / Под ред. А.А. Столяра. – М.: Просвещение, 1988. – 303 с.
26. Щербакова Е.И. Теория и методика математического развития дошкольников. Учебное пособие. – М.: Издательство Московского психологосоциального института; Воронеж: Издательство НПО «МОДЭК», 2005. – 392 с.