ФОРМИРОВАНИЕ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ УМЕНИЯ РЕШАТЬ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Л.Л. Ализарчик
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Среди наиболее сложных разделов школьного курса математики школьники и студенты называют геометрию. Геометрические задачи, включаемые ежегодно в централизованное тестирование (ЦТ) по математике, называются выпускниками одними из трудных. Школьная геометрия наиболее требовательна к логике изложения, поэтому одна из основных причин низкого уровня владения методами решения геометрических задач состоит в непонимании механизмов их логического обоснования.

По мнению психологов и учителей математики, при изучении геометрии необходимо использовать и развивать у учащихся раннюю способность оперировать геометрическими образами, формировать умения синтезировать геометрические знания, развивать логическое мышление и геометрическую интуицию.

Цель работы – выявить и проверить эффективность основных форм подготовки в университете будущих учителей математики к преподаванию геометрического материала и формированию у учащихся умения решать планиметрические задачи.

Материал и методы. В качестве рабочего материала в исследовании используются образовательные стандарты по специальностям, учебные программы, задания централизованного тестирования по математике, учебно-методические материалы, сборники задач по геометрии.

В научно-методическом исследовании реализуются общенаучные методы познания. Педагогический эксперимент проводится на факультете математики и информационных технологий ВГУ имени П.М. Машерова со студентами второго и четвертого курса – будущими учителями математики и информатики. Экспериментом охвачено около 100 студентов.

Результаты и их обсуждение. На занятиях по дисциплинам «Элементарная математика и практикум по решению задач» и «Методика преподавания математики» у студентов формируются умения решать планиметрические задачи, которые они могут использовать в период производственной педагогической практики и в своей дальнейшей профессиональной деятельности. Как показывает опыт преподавания на факультете, студенты с интересом решают планиметрические задачи различных типов и сохраняют их в свои педагогические копилки.

Решение планиметрических задач предполагает владение основными теоремами и формулами планиметрии. Студенты приходят в университет с различными уровнями базовой математической подготовки и математических способностей, поэтому на первых занятиях по элементарной математике студенты восстанавливают в памяти изученные ранее аксиомы планиметрии, основные планиметрические соотношения, теоремы, формулы. Однако, для успешной будущей педагогической деятельности знание школьного курса геометрии недостаточно, поэтому студены впервые изучают, например, теоремы Чевы, Менелая [1, с. 66–73; 2, с. 109–113], Птолемея [3, с. 184], обобщенную теорему Пифагора [3, с. 55], теорему косинусов для четырёхугольника [1, с. 84], формулу Птолемея для площади вписанного четырехугольника [3, с. 227], окружность девяти точек, прямую Эйлера [4, с. 64–65] и другие новые интересные планиметрические факты. Преподаватели университета подбирают геометрические задачи таким образом, чтобы все новые полученные знания использовались при решении задач.

В процессе решения задач студенты учатся использовать различные методы: опорных задач, площадей (использование площадей заданных фигур), вспомогательного элемента (например, вспомогательной окружности), доказательства «от противного», подобия, алгебраический (составление уравнения или системы уравнений), координатно-векторный, геометрический (на дополнительные построения), тригонометрический, поэтапно-вычислительный (разбиение на ряд подзадач), комбинированный [5; 6].

Важно предлагать студентам задачи, которые не решаются с помощью жестких алгоритмов, а требуют своего индивидуального подхода. Кроме того, решение одной задачи различными способами часто бывает более полезным, чем решение одним способом нескольких задач, так как экономится время на анализ условия задачи, более глубоко осознаются взаимосвязи между входящими в задачу величинами, актуализируются знания и умения из различных разделов планиметрии, вырабатываются разнообразные эвристические подходы, успешно применяемые в дальнейшем при решении многих задач, развиваются математическая интуиция и наблюдательность.

Например, доказательство факта пересечения в одной точке прямых, содержащих высоты треугольника, студенты проводят несколькими способами: с использованием метода вспомогательной окружности (актуализируются знания о свойствах вписанных углов, признаках равных треугольников), с использованием описанного треугольника (актуализируются знания о серединных перпендикулярах, описанной окружности, средней линии треугольника, свойствах параллелограмма). При изучении теоремы Чевы студенты находят третий способ доказательства пересечения в одной точке медиан треугольника (первый – с использованием подобия, второй – с применением геометрического места точек и равновеликих треугольников).

На занятиях студенты учатся решать задачи различных типов и разнообразными методами. Однако, при этом необходимо формировать общее умение решать математические задачи как одно из важнейших универсальных познавательных действий, чтобы не возникало психологического барьера при решении задач нового типа. Важно, чтобы предлагаемая задача не только выступала в качестве иллюстрации изучаемой теории, но и рассматривалась как самостоятельный объект исследования, как средство формирования навыков исследовательской и эвристической деятельности. Поэтому будущие учителя математики учатся решать задачи с помощью восходящего анализа, выстраивая логические цепочки: «для того, чтобы доказать ___, достаточно доказать ___», «для того, чтобы найти ___, достаточно найти ___».

Как показывает практика, наиболее трудными и в то же время интересными являются задачи на построение и геометрические места точек (ГМТ).

При решении планиметрических задач на построение используется такой метод научного познания, как нисходящий анализ, при котором искомая фигура считается построенной, т.е. существующей. Такая форма анализа требует обратного хода рассуждений. Поэтому схема решения задачи на построение включает в себя этапы: анализ, построение, доказательство, исследование. Анализ – это вывод следствий из допущения о существовании фигуры с заданными свойствами, который продолжается до тех пор, пока не будут получены условия, позволяющие построить искомую фигуру. Построение проводится с помощью циркуля и линейки, если не задаются в условии специальные инструменты. Этап доказательства предполагает требование доказательства того, что построенная фигура удовлетворяет условию задачи. В зависимости от способа построения меняются и те положения, на которые можно опираться при доказательстве. В процессе исследования устанавливаются условия, при которых задача имеет решение, и выясняется, сколько при этих условиях различных решений имеет задача. Важный этап обучения решению планиметрических задач на построение – формирование умения решать задачи различными методами (геометрических мест точек, спрямления, подобия, симметрий, поворота, параллельного переноса, аналитические методы) [1; 2; 3; 4].

При решении задачи на ГМТ сначала формулируется гипотеза о являющейся ответом фигуре Ф. Обязательным является доказательство двух условий: все точки, обладающие требуемым свойством, принадлежат фигуре Ф, и все точки фигуры Ф обладают требуемым свойством [2, с.181–195].

Студентам также предлагаются для решения задачи из сборников тестов ЦТ по математике, чтобы в своей профессиональной деятельности они могли проводить работу по подготовке учащихся к поступлению в вузы [7].

Заключение. Многолетний педагогический опыт преподавания в университете показывает, что названные формы работы со студентами способствуют качественной подготовке компетентных специалистов, которые смогут развивать у учащихся интерес к предмету, формировать умения решать планиметрические задачи и развивать геометрическое мышление.

1. Понарин, Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т.1: Планиметрия, преобразования плоскости. / Я.П. Понарин. – М: МЦМНО, 2004. – 312 с.

2. Прасолов, В.В. Задачи по планиметрии. / В.В. Прасолов. – М: МЦМНО, 2001. – 584 с.

3. Амелькин, В.В. Геометрия на плоскости: Теория, задачи, решения: Учебное пособие по математике / В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич, В.Л. Тимохович. – Мн.: ООО «Асар», 2003. – 592 с.

4. Рогановский, Н.М. Элементарная математика. Ч. III. Геометрия на плоскости: Учебное пособие / Н.М. Рогановский, Е.Н. Рогановская. – Мн.: Адукацыя і выхаванне, 2003. – 336 с.

5. Азаров, А.И. Математика для старшеклассников. Методы решения планиметрических задач. 8-11 классы / А.И. Азаров, В.В. Казаков, Ю.Д.Чурбанов. – Мн.: Аверсэв, 2005. – 336 с.

6. Шарыгин, И.Ф. Сборник задач по математике с решениями. / И.Ф. Шарыгин. – М: ООО «Издательство Астрель», 2001. – 400 с.

7. Централизованное тестирование. Математика: полный сборник тестов / Респ. ин-т контроля знаний Министерства образования Республики Беларусь. – Мн.: Аверсэв, 2021. – 229 с.