# К-ПОТЕНТЫ ГРУППЫ УНИТРЕУГОЛЬНЫХ АВТОМОРФИЗМОВ МЕТАБЕЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ

*М.Н. Подоксёнов*[1], *А.Н. Кабанов*[2]
[1]*Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*
[2]*Омск, ОмГУ имени Ф.М. Достоевского*

В работах автора [1–3] описывалось строение гиперцентральной серии подгруппы унитреугольных автоморфизмов, выделяемой в группе всех автоморфизмов свободной метабелевой алгебры Ли и свободной алгебры Ли.

Цель данной работы: исследовать вопрос идемпотентности и, более широко, $k$-потентности автоморфизмов этой подгруппы.

**Материал и методы.** Рассматривается конечно порожденная метабелева алгебра Ли $M_n$ и её группа автоморфизмов. Используются методы теории групп и теории алгебр Ли.

**Результаты и их обсуждение.** Пусть $M_n$ – конечно порожденная метабелева алгебра Ли над полем $F$ с множеством свободных порождающих $\{x_1, ..., x_n\}$.

Любой элемент алгебры $M_n$ можно представить, как линейную комбинацию элементов вида $[[[[a, b], c], d], ...]$, поэтому для краткой записи будем опускать скобки, положив

$$[[a, b], c] = abc.$$

Введем на множестве порождающих линейную упорядоченность: $x_1<x_2<...< x_n$. В качестве базиса $M_n$ можно выбрать одночлены вида

$$x_i x_j x_{k_1} \dots x_{k_s},$$

где $i<j$, $k_1\geq i$, $k_1\leq k_2\leq...\leq k_s$.

Упорядочим базисные элементы в $M_n$ лексикографическим порядком.

Выделим в группе $AutM_n$ всех автоморфизмов алгебры $M_n$ подгруппу унитреугольных автоморфизмов $U_n$, порожденную автоморфизмами вида:

$$\tau_i(y_i): \quad \begin{cases} x_i \to x_i + y_i, \\ x_j \to x_j,\ j \neq i, \end{cases}$$

где $y_i$ принадлежит подалгебре, порожденной $x_{i+1}, ..., x_n$.

Для краткости будем записывать произвольный автоморфизм $\varphi$ алгебры $M_n$ как $\varphi = (f_1, f_2, ..., f_n)$, где $\varphi(x_i) = f_i$, $i = 1, ..., n$.

Тогда произвольное отображение вида:

$$\varphi = (x_1 + f_1(x_2, ..., x_n), ..., x_i + f_i(x_{i+1}, ..., x_n), ..., x_n)$$

определяет автоморфизм из $U_n$, и группа $U_n$ состоит из всех таких автоморфизмов.

Напомним, что элемент $g$ некоторой группы называется *идемпотентом*, если $g^2=g$. Аналогично, элемент $g$ называется *трипотентом*, если $g^3=g$. В общем случае элемент $g$ называется *k-потентом*, если $g^k = g$.

Обозначим множество идемпотентов группы $G$ через $E(G)$, а множество $k$-потентов – через $P_k(G)$.

**Утверждение 1:** Множество $E(AutM_n)$ содержит только тождественный автоморфизм.

**Утверждение 2:** В случае нулевой характеристики поля $F$ множество $P_k(Aut\ M_n)$ содержит только тождественный автоморфизм для любого целого $k\geq 2$. В случае $charF=k$, множество $P_m(AutM_n)\neq E(AutM_n)$ при $m=k-1$.

1. Кабанов А.Н. Гиперцентральная структура группы унитреугольных автоморфизмов свободной метабелевой алгебры Ли // Сиб. мат. ж. – 2009. – Т. 50, – № 2. – С. 329–333.

2. Кабанов А.Н. Центр группы унитреугольных автоморфизмов свободной алгебры Ли // Математические структуры и моделирование. – 2014. – № 3 (31). – С. 57–61.

3. Кабанов А.Н. Верхний центральный ряд группы унитреугольных автоморфизмов свободной алгебры Ли // Математическое и компьютерное моделирование: материалы III Международной научной конференции (Омск, 12 ноября 2015 г.). – 2015. С. 100–102.