Следствие 1. Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – σ -локальные классы Фиттинга, то для пересечения $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ справедлива гипотеза Локетта, т.е. $(\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H})_* = (\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}) \cap \mathfrak{E}_*$.

Следствие 2. Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – σ -локальные классы Фиттинга, то для произведения $\mathfrak{F} \circ \mathfrak{H}$ справедлива гипотеза Локетта, т.е. $(\mathfrak{F} \circ \mathfrak{H})_* = (\mathfrak{F} \circ \mathfrak{H}) \cap \mathfrak{E}_*$.

В случае, когда $\sigma = \sigma^1 = \{\{p\}, \{q\}, \dots\}$ – минимальное разбиение множества $\mathbb{P}$, получаем

Следствие 3 (Галлего, [6]). Каждый локальный класс Фиттинга удовлетворяет гипотезе Локетта в универсуме $\mathfrak{E}$ всех групп.

Следствие 4 (Воробьев, [5, теорема]). Каждый локальный класс Фиттинга разрешимых групп удовлетворяет гипотезе Локетта.

Следствие 5. Для пары классов Фиттинга $\mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{E}$ справедлива гипотеза Локетта и гипотеза Лауэ, т.е. $\mathfrak{S}_* = \mathfrak{S}^* \cap \mathfrak{E}_* = \mathfrak{S} \cap \mathfrak{E}_*$.

Заключение. В настоящей работе найдены семейства обобщенно локальных классов Фиттинга, для которых справедлива гипотеза Локетта.

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Lockett, F.P. The Fitting class $\mathfrak{F}^*$ / F.P. Lockett // Math. Z. – 1974. – Vol. 137, № 2. – P. 131–136.
3. Bryce, R.A. A problem in the Theory of Normal Fitting Classes / R.A. Bryce, J. Cossey // Math. Z. – 1975. – Vol. 141. – P. 99–110.
4. Beidleman, J.C. Über Fittingklassen und die Lockett-Vermutung – J.C. Beidleman, P. Hauck // Math. Z. – 1979. – Vol. 167, № 2. – P. 161–167.
5. Воробьев, Н.Т. О радикальных классах конечных групп с условием Локетта / Н.Т. Воробьев // Мат. зам. – 1988. – Т. 43, № 2. – P. 161–168.
6. Gallego, M.P. Fitting pairs from direct limits and the Lockett conjecture / M.P. Gallego // Comm. Algebra. – 1996. Vol. 24, № 6. – P. 2011–2023.
7. Pense, J. Fittingmengen und Lockettabschnitte / J. Pense // J. Algebra. – 1990. – Vol. 133, № 1. – P. 168–181.
8. Skiba, A.N. On one generalization of the local formations / A.N. Skiba // PFMT. – 2018. – no. 1(34). – P. 79–82.
9. Skiba, A.N. A generalization of a Hall theorem / A.N. Skiba // J. Algebra and Appl. – 2016. – Vol. 15, № 4. – P. 21–36.
10. Skiba, A.N. Some characterizations of finite σ -soluble $P\sigma T$ -groups / A.N. Skiba // J. Algebra. – 2018. – Vol. 495. – P. 114–129.
11. Skiba, A.N. On sublattices of the subgroup lattice defined by formation Fitting sets / A.N. Skiba // J. Algebra. – 2020. – Vol. 550. – P. 69–85.
12. Guo, W. On σ -local Fitting classes / W. Guo, L. Zhang, N.T. Vorob'ev // J. Algebra. – 2020. – Vol. 542, № 15. – P. 116–129.

О НАИМЕНЬШЕМ ОБОБЩЕННОМ σ -ЛОКАЛЬНОМ ЗАДАНИИ БЭРОВСКОЙ σ -ЛОКАЛЬНОЙ ФОРМАЦИИ

*Н.Н. Воробьев, А.В. Чечуев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать терминологию из [1–5]. Пусть σ – разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$, т.е. $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$, где $\mathbb{P} = \cup_{i \in I} \sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ для всех $i \neq j$.

Группа G называется σ -примарной, если G является σ_i -группой для некоторого i . Главный фактор H/K группы G называется: σ -центральным (в группе G), если $(H/K) \rtimes (G/C_G(H/K))$ является σ -примарным; σ_i -фактором, если H/K является σ_i -группой. Группа G называется обобщенной $\{\sigma_i\}$ -нильпотентной, если каждый главный σ_i -фактор группы G является σ -центральным.

Если n – натуральное число, то символ $\pi(n)$ обозначает множество всех его простых делителей; $\sigma(n)$ обозначает множество $\{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$; $\sigma(G) = \sigma(G)$ и $\sigma(\mathfrak{F}) = \cup_{G \in \mathfrak{F}} \sigma(G)$; $\sigma^+(G) = \{\sigma_i \mid G \text{ обладает главным фактором } H/K \text{ таким, что } \sigma(H/K) = \{\sigma_i\}\}$, $\sigma^+(\mathfrak{F}) = \cup_{G \in \mathfrak{F}} \sigma^+(G)$. Символ $F_{\{g\sigma_i\}}(G)$ обозначает произведение всех нормальных обобщенных $\{\sigma_i\}$ -нильпотентных подгрупп группы G . Напомним, что класс групп называется *формацией*, если он замкнут относительно взятия гомоморфных образов и подпрямых произведений.

Всякая функция f вида

$$f: \sigma \cup \{\emptyset\} \rightarrow \{\text{формации групп}\},$$

где $f(\emptyset) \neq \emptyset$, называется обобщенной формационной σ -функцией (см. [5]) и полагают

$$BLF_\sigma(f) = (G \mid G/R_\sigma(G) \in f(\emptyset) \text{ и } G/F_{\{g\sigma_i\}}(G) \in f(\sigma_i) \text{ для всех } \sigma_i \in \sigma^+(G)).$$

Если для некоторой обобщенной формационной σ -функции f имеет место $\mathfrak{F} = BLF_\sigma(f)$, то класс $\mathfrak{F}$ называется *бэровским σ -локальным*, а f – *обобщенным σ -локальным заданием* класса $\mathfrak{F}$ (см. [5]).

Обобщенная формационная σ -функция f называется *внутренней*, если $f(a) \subseteq BLF_\sigma(f)$ для всех $a \in \sigma \cup \{\emptyset\}$.

Доказана следующая

Теорема 1. Если $\mathfrak{F} = \bigcap_{j \in J} \mathfrak{F}_j$ и $\mathfrak{F}_j = BLF_\sigma(f_j)$ для всех $j \in J$, то $\mathfrak{F} = BLF_\sigma(f)$, где $f(\emptyset) = \bigcap_{j \in J} f_j(\emptyset)$ и $f(\sigma_i) = \bigcap_{j \in J} f_j(\sigma_i)$ для всех $\sigma_i \in \sigma^+(\mathfrak{F}) = \bigcap_{j \in J} \sigma^+(\mathfrak{F}_j)$ и $f(\sigma_i) = \emptyset$ для всех $\sigma_i \in \sigma \setminus \sigma^+(\mathfrak{F})$. Кроме того, если f_j – внутреннее обобщенное σ -локальное задание для всех $j \in J$, то f также является внутренним обобщенным σ -локальным заданием.

Пусть $\{f_j \mid j \in J\}$ – набор всех обобщенных σ -локальных заданий формации $\mathfrak{F}$. В силу теоремы 1 $f = \bigcap_{j \in J} f_j$ – обобщенное σ -локальное задание формации $\mathfrak{F}$, называемое *наименьшим*, т.е. $f(a) = \bigcap_{j \in J} f_j(a)$ для всех $a \in \sigma_i \cup \{\emptyset\}$ по всем i .

Символом $\text{form}(\mathfrak{X})$ обозначается пересечение всех формаций, содержащих совокупность групп $\mathfrak{X}$. Символом $c_\sigma \text{form}(\mathfrak{X})$ обозначается пересечение всех бэровских σ -локальных формаций, содержащих совокупность групп $\mathfrak{X}$. Следующее утверждение дает способ построения наименьшего обобщенного σ -локального задания формации $\mathfrak{F} = c_\sigma \text{form}(\mathfrak{X})$.

Теорема 2. Пусть $\mathfrak{X}$ – некоторая непустая совокупность групп, $\mathfrak{F} = c_\sigma \text{form}(\mathfrak{X}) = BLF_\sigma(f)$, где f – наименьшее обобщенное σ -локальное задание формации $\mathfrak{F}$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) $\sigma^+(\mathfrak{X}) = \sigma^+(\mathfrak{F})$.
- 2) $f(\emptyset) = \text{form}(G/R_\sigma(G) \mid G \in \mathfrak{X})$.
- 3) $f(\sigma_i) = \text{form}(G/F_{\{g\sigma_i\}}(G) \mid G \in \mathfrak{X}) = \text{form}(G/F_{\{g\sigma_i\}}(G) \mid G \in \mathfrak{F})$ для всех $\sigma_i \in \sigma^+(\mathfrak{X})$ и $f(\sigma_i) = \emptyset$ для всех $\sigma_i \in \sigma \setminus \sigma^+(\mathfrak{X})$.

4) Если h – произвольное обобщенное σ -локальное задание формации $\mathfrak{F}$, то для всех $\sigma_i \in \sigma^+(\mathfrak{X})$ имеет место

$$f(\sigma_i) = \text{form}(G \mid G \in \mathfrak{F} \cap h(\sigma_i), O_{\sigma_i}(G) = 1) \text{ и}$$

$$f(\emptyset) = \text{form}(G \mid G \in \mathfrak{F} \cap h(\emptyset), R_\sigma(G) = 1).$$

1. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Скиба, А.Н. Кратно ξ -композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.
3. Чи, Чжан О Σ_t^σ -замкнутых классах конечных групп / Чжан Чи, А.Н. Скиба // Украинский матем. журн. – 2018. – Т. 70, № 2. – С. 1707–1715.
4. Chi, Zhang On n-multiply σ -local formations of finite groups / Zhang Chi, V.G. Safonov, A.N. Skiba // Comm. Algebra – 2019. – Vol. 47, № 3. – P. 957–968.
5. Safonov, V.G. On Baer- σ -local formations of finite groups / V.G. Safonov, I.N. Safonova, A.N. Skiba // Comm. Algebra – 2020. – Vol. 48, № 9. – P. 4002–4012.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕНИЙ В РАЗРАБОТКЕ БИБЛИОТЕКИ ДЛЯ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ АГЛОМЕРАТИВНОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ

С.А. Ермоченко
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В рамках данного исследования разрабатывались библиотеки классов для языков программирования C++ и Java, которые позволяют выполнить иерархическую агломеративную кластеризацию произвольных объектов с использованием различных метрик. Эта работа выполнялась в рамках научно-исследовательской работы «Методы искусственного интеллекта для оптимизации образовательного процесса» ГПНИ «Цифровые и космические технологии, безопасность человека, общества и государства» на 2021–2025 годы, подпрограммы «Цифровые технологии и космическая информатика», задания «Информационные технологии повышения качества образовательного процесса».

В настоящее время анализ данных – это очень актуальное направление в области информационных технологий, востребованное в самых разных сферах. Наиболее популярными