если для каждой субнормальной подгруппы K группы G пересечение $V \cap K$ является F-максимальной подгруппой группы K.

Произведением F $\odot$ X *фиттингова множества* F *группы G и радикального класса* X называется множество подгрупп

$$\{H \leq G : H/H_F \in X\}.$$

Множество Фишера группы G – это такое фиттингово множество группы G, что из $L \leq G$, $K \trianglelefteq L \in$ F, $K \leq H \leq L$ и H/K – p-подгруппа L/K (p – простое число) всегда следует $H \in$ F.

Символом S обозначим класс всех разрешимых групп.

Заметим, что характеризация F-подгрупп Фишера для фиттинговых множеств частично разрешимой группы исследовалась С.Н. Воробьевым в работе [5]. Нами получено простое альтернативное доказательство результата [5]. Доказана

Теорема. *Пусть* F – *множество Фишера группы G и G* $\in$ F $\odot$ S. *Тогда подгруппа V группы G является* F-*подгруппой Фишера G тогда и только тогда, когда V является* F-*инъектором G*.

Следствие [2, 3]. *Если* F – *класс Фишера и* F $\subseteq$ S, *то в G существуют* F-*подгруппы Фишера и любые две из них сопряжены.*

Заключение. В настоящей работе получено обобщение теоремы Фишера для случая частично разрешимой группы.

1. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. – P. 891.
2. Fischer, B. Klassen konjugierter Untergruppen in endlichen auflösbaren Gruppen / B. Fischer // B. Habilitationsschrift, Universität Frankfurt. – 1966.
3. Hartley, B. On Fischer's dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol. 3(19), № 2. – P. 193– 207.
4. Dark, R. Some examples in the theory of injectors of finite soluble groups / R. Dark // Math. Z. – 1972. – Vol. 127. – P. 145–156.
5. Воробьев, С.Н. Инъекторы и подгруппы Фишера конечных групп / С. Н. Воробьёв // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя П. М. Машэрава. – 2013. – № 5 (77). – С. 36–42.

О ХАРАКТЕРИЗАЦИИ σ-ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Н.Т. Воробьёв, С.Н. Воробьёв, А.С. Новикова
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все исследования в работе проводятся в универсуме $\mathfrak{E}$ всех конечных групп. В терминологии и обозначениях мы следуем [1, 2]. В теории классов конечных групп известен результат Брайса-Косси [3] о том, что локальная формация разрешимых групп является классом Фиттинга в точности тогда, когда все значения ее канонической формационной функции классы Фиттинга. В связи с этим актуальным является поиск решения следующего дуального вопроса: *верно ли, что локальный класс Фиттинга является формацией тогда и только тогда, когда все значения его канонического задания формации?* Положительное решение указанного вопроса для обобщенно локальных классов Фиттинга (в частности, локальных классов Фиттинга) – основная цель настоящей работы.

Материал и методы. В работе используются методы теории групп и их классов. В частности, методы теории формаций групп и классов Фиттинга групп.

Результаты и их обсуждение. *Классом групп* называют совокупность групп, которая наряду с каждой группой содержит ей изоморфную. Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *формацией*, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия факторгрупп и подпрямых произведений, и $\mathfrak{F}$ называют *классом Фиттинга*, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$ -подгрупп.

Если $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга, то в любой группе G существует наибольшая нормальная $\mathfrak{F}$-подгруппа. Ее обозначают $G_{\mathfrak{F}}$ и называют $\mathfrak{F}$-радикалом G. Пусть $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – классы Фиттинга. Тогда класс групп $\mathfrak{F}\mathfrak{H} = (G: G/G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{H})$ называется *произведением классов Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *и* $\mathfrak{H}$. Хорошо известно, что произведение классов Фиттинга является классом Фиттинга и операция умножения классов Фиттинга ассоциативна (см. [1, теорема X.1.12]).

Для нахождения характеризации обобщенно локальных классов Фиттинга мы будем использовать -метод Скибы исследований групп и формаций, предложенный в работе [4], который был дуализирован в [2] и состоит в следующем. Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, $\pi \subseteq \mathbb{P}$ и $\pi' = \mathbb{P} \backslash \pi$. Если n – натуральное число, то символами $\pi(n)$ обозначают множество всех простых делителей n и $\pi(G) = \pi(|G|)$ множество всех простых делителей порядка группы G. Пусть σ – некоторое разбиение множества $\mathbb{P}$, т.е. если $\sigma = \{\sigma_i : i \in I\}$, то $\mathbb{P} = \cup_{i \in I} \sigma_i$ и для всех $i \neq j$ пересечение $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$. Тогда символами $\sigma(n)$ обозначают множество $\{\sigma_i : \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$ и $\sigma(G) = \sigma(|G|)$.

Пусть $\Pi \subseteq \sigma$. Символом $\mathfrak{E}_\Pi$ мы будем обозначать класс всех П-групп. В частности, символами $\mathfrak{E}_{\sigma_i}$ и $\mathfrak{E}_{\sigma_{i'}}$ обозначим классы всех σ_i-групп соответственно.

Пусть $\emptyset \neq \sigma \subseteq \mathbb{P}$. Следуя [2], отображение $f: \sigma \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\}$ назовем σ-функцией Хартли или просто H_σ-функцией f. Множество $Supp(f) = \{\sigma_i : f(\sigma_i) \neq \emptyset\}$ – носитель H_σ-функции f.

Пусть $\Pi = Supp(f)$ и класс $LR_\sigma(f) = \mathfrak{E}_\Pi \cap (\cap_{\sigma_i \in \Pi} f(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_i}\mathfrak{E}_{\sigma_{i'}})$.

Определение. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ назовем *σ-локальным*, если $\mathfrak{F} = LR_\sigma(f)$ для некоторой H_σ-функции f.

Если $\sigma^1 = \{\{p\}, \{q\}, \dots\}$ – минимальное разбиение множества $\mathbb{P}$ и $\mathfrak{F} = LR_{\sigma^1}(f)$, то класс $\mathfrak{F}$ назовем *локальным классом Фиттинга* и H_{σ^1}-функцию f будем называть H-функцией $\mathfrak{F}$.

Как установлено в [2], каждый σ-локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ определяется H_σ-функцией f такой, что $F(\sigma_i) = F(\sigma_i)\mathfrak{E}_{\sigma_{i'}} \subseteq \mathfrak{F}$ и $F(\sigma_i)$ – классы Локетта для всех $i \in I$. Заметим, что $F(\sigma_i)$ – класс Локетта, т.е. $(G \times H)_{F(\sigma_i)} = G_{F(\sigma_i)} \times H_{F(\sigma_i)}$ для всех групп G и H. Функцию F называют *канонической* H_σ-функцией класса Фиттинга $\mathfrak{F}$.

Основной результат работы, который дуализирует указанную выше теорему Брайса-Косси из [3], доказанная.

Теорема. *σ-Локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ тогда и только тогда является формацией, когда все значения его канонической H_σ-функции F являются формациями.*

В случае, когда $\sigma = \sigma^1$ – минимальное разбиение множества $\mathbb{P}$, следствием теоремы является следующая характеризация локальных классов Фиттинга, полученная Го Вэньбинем и С.Н. Воробьевым в работе [5].

Следствие. *Локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ является формацией тогда и только тогда, когда все значения его канонической функции Хартли являются формациями.*

1. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Vorob'ev, N.T., Guo, W., Li Zh. On σ-local Fitting classes / N.T. Vorob'ev, W. Guo, Zh. Li // J. Algebra. – 2020. – Vol. 542. – P. 116–129.
3. Bryce, R.A., Cossey J. Finite formations of finite solvable groups / R.A. Bryce, J. Cossey // Math. Z. – 1972. – Bd. 127. – S. 217–223.
4. Skiba, A.N. On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups / A.N. Skiba // J. Algebra. – 2015. – Vol. 436. – P. 1–16.
5. Guo, W., Vorob'ev, S.N. Formations defined by Doerk-Hawkes operation / W. Guo, S.N. Vorob'ev // J. Algebra and its Applications. – 2018. – Vol. 17, № 12. – P. 1–9.

О ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА ДЛЯ σ-ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Н.Т. Воробьёв, Е.Д. Ланцетова
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы в настоящей работе конечны и разрешимы. В определениях и обозначениях следуем [1]. Совокупность групп $\mathfrak{X}$, которая наряду с каждой своей группой содержит и все ей изоморфные группы, называют *классом групп*. Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *классом Фиттинга*, если он замкнут относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Если $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга, то для любой группы G существует наибольшая нормальная $\mathfrak{F}$-подгруппа, которую называют *$\mathfrak{F}$-радикалом G* и обозначают $G_\mathfrak{F}$.