1. Елесин, В.Ф. К теории когерентной генерации резонансно-туннельного диода / В.Ф. Елесин // ЖЭТФ. – 1999. – том 116. – вып. 2(8). – С. 704–716.
2. Chandra Sekhar, M. Depinning assisted by domain wall deformation in cylindrical NiFe nanowires / M. Chandra Sekhar, S. Goolaup, I. Purnama, W.S. Lew // Journal of Applied Physics 115, 083913, 2014. – doi: 10.1063/1.4867004/online: http://dx.doi.org/10.1063/1.4867004.
3. Дьячков, П.Н. Углеродные нанотрубки. Материалы для компьютеров XXI века / П.Н. Дьячков // Природа. – 2000. – № 11. – С. 23–30.
4. Ватсон, Г.Н. Теория Бесселевых функций / Г.Н. Ватсон. – М.: Иностр. лит., 1949. – 797 с.
5. Bokhan, Yu.I. Quantum states in a cylindrical quantum hole and a barrier / Yu.I. Bokhan // IX International science conference "Actual Problems of Solid State Physics". – Minsk, 2021. – P. 226–227.

О ПРИМЕРАХ СОПРЯЖЕННЫХ ФИТТИНГОВЫХ ФУНКТОРОВ

Е.А. Витько, Н.Т. Воробьёв
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Понятие подгруппового функтора как функции, согласованной с изоморфизмами групп, которая выделяет в группах некоторые системы подгрупп, восходит к известным работам А.Г. Куроша [1] и Амицура [2,3] по теории радикала. В связи с выходом основополагающих работ Бэра [4] и Б.И. Плоткина [5], подгрупповые функторы стали изучать как самостоятельные объекты. Основная цель настоящей работы – описание новых семейств подгрупповых функторов.

Материал и методы. В работе используются терминология и методы доказательства абстрактной теории групп, в частности, методы теории классов Фиттинга конечных групп и фиттинговых функторов.

Результаты и их обсуждение. В определениях и обозначениях мы следуем [6, 7].

Все рассматриваемые в работе группы конечны.

Обозначим $\pi(n)$ – множество всех простых делителей натурального числа n, $\pi(G) = \pi(|G|)$ – множество всех простых делителей порядка группы G.

Пусть $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ – некоторое разбиение множества всех простых чисел **P** такое, что $\mathbf{P} = \cup_{i \in I}\sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \varnothing$ для всех $i \neq j$. Пусть Π – некоторое подмножество множества σ и $\Pi' = \sigma \setminus \Pi$.

Пусть $\sigma(n) = \{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(n) \neq \varnothing\}$, $\sigma(G) = \sigma(|G|)$. Если $\sigma(n) \subseteq \Pi$, то натуральное число n называют Π-числом. Группу G называют Π-группой, если $\sigma(G) \subseteq \Pi$.

Группу G называют

1) σ-примарной, если $G = 1$ или $|\sigma(G)| = 1$;

2) Π-группой, если $\sigma(G) \subseteq \Pi$.

Группу G называют σ-разрешимой, если каждый главный фактор группы G является σ-примарным.

Символом S_σ обозначают класс всех σ-разрешимых групп.

Подгруппу H группы G называют холловой Π-подгруппой группы G, если $|H|$ – Π-число и $|G : H|$ – Π'-число.

Пусть X – некоторый непустой класс Фиттинга. Напомним, что отображение f, которое каждой группе $G \in$ X ставит в соответствие некоторое непустое множество ее подгрупп $f(G)$, назовем фиттинговым X-функтором, если выполняются следующие условия:

(i) если α: $G \to \alpha(G)$ – изоморфизм, то

$$f(\alpha(G)) = \{\alpha(X): X \in f(G)\};$$

(ii) если N – нормальная подгруппа группы G, то

$$f(N) = \{X \cap N: X \in f(G)\}.$$

Фиттингов X-функтор назовем

1) σ-разрешимым, если X = S_σ;

2) сопряженным, если для каждой группы $G \in$ X множество $f(G)$ есть класс сопряженных подгрупп группы G.

Теорема 1. Если f – отображение, которое группе $G \in S_\sigma$ сопоставляет множество всех её холловых Π-подгрупп, то f является сопряженным σ-разрешимым фиттинговым функтором.

Подгруппа A группы G называется [7] σ-субнормальной, если существует такой ряд подгрупп

$$A = A_0 \leq A_1 \leq \ldots \leq A_n = G,$$

что либо A_{i-1} нормальна в A_i либо $A_i/(A_{i-1})_{A_i}$ является σ-примарной для всех $i = 1, \ldots, n$.

Класс групп $\mathfrak{F}_\sigma$ назовем σ-классом Фиттинга, если $\mathfrak{F}_\sigma$ замкнут относительно σ-субнормальных подгрупп и произведений σ-субнормальных $\mathfrak{F}_\sigma$-подгрупп, т.е. выполняются следующие два условия:

1) если $G \in \mathfrak{F}_\sigma$ и N – σ-субнормальная подгруппа группы G, то $N \in \mathfrak{F}_\sigma$;

2) если $N_1, N_2 \in \mathfrak{F}_\sigma$, N_i – σ-субнормальная подгруппа группы G для $i = 1, 2$ и $G = N_1N_2$, то $G \in \mathfrak{F}_\sigma$.

В случае, когда $\sigma = \sigma^1 = \{\{2\},\{3\},\ldots\}$ σ-класс Фиттинга является классом Фиттинга.

Из условия 2) следует, что в любой группе G существует подгруппа $G_{\mathfrak{F}_\sigma}$, порожденная σ-субнормальными $\mathfrak{F}_\sigma$-подгруппами группы G. Подгруппу $G_{\mathfrak{F}_\sigma}$ назовем $\mathfrak{F}_\sigma$-радикалом группы G.

Теорема 2. Если $\mathrm{Rad}_{\mathfrak{F}_\sigma}$ – отображение, которое группе $G \in \mathfrak{S}_\sigma$ сопоставляет её $\mathfrak{F}_\sigma$-радикал, то $\mathrm{Rad}_{\mathfrak{F}_\sigma}$ является сопряженным σ-разрешимым фиттинговым функтором.

1. Курош, А.Г. Радикалы колец и алгебр / А.Г. Курош // Матем. сб. – 1953. – Т. 33, № 1. – С. 13–26.
2. Amitsur, S.A. A general theory of radicals / S.A. Amitsur // Amer. J. Math. – 1952. – Vol. 74, № 4. – P. 774–786.
3. Amitsur, S.A. A general theory of radicals / S.A. Amitsur // Amer. J. Math. – 1954. – Vol. 76, № 1. – P. 100–125.
4. Baer, R. Classes of finite groups and their properties / R. Baer // Illinois J. Math. – 1957. – Vol. 1. – P. 115–187.
5. Плоткин, Б.И. Радикалы в группах, операции на классах групп и радикальные классы / Б.И. Плоткин // Избранные вопросы алгебры и логики: сб., посв. памяти А.И. Мальцева / АН СССР. Сиб. отд-ние, Ин-т математики; под ред. А.И. Ширшова (гл. ред.). – Новосибирск: Наука, 1973. – С. 205–244.
6. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
7. Скиба, А.Н. О σ-свойствах конечных групп II / А.Н. Скиба // Проблемы физики, математики и техники. – 2015. – № 3 (24). – С. 70–83.

О ХАРАКТЕРИЗАЦИИ ПОДГРУПП ФИШЕРА КОНЕЧНЫХ ЧАСТИЧНО РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП

Н.Т. Воробьёв, С.Н. Воробьёв, Т.Б. Караулова
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все группы, рассматриваемые нами в данной работе, конечны. В терминологии и обозначениях мы следуем [1]. Фишером [2] в терминах радикальных классов определена подгруппа $F \in \mathfrak{F}$ группы G, которая содержит все нормальные $\mathfrak{F}$-подгруппы каждой промежуточной группы между F и G. По предложению Хартли [3], такую подгруппу стали называть $\mathfrak{F}$-*подгруппой Фишера* G. В теории классов известна теорема Фишера [2] о том, что в любой конечной разрешимой группе для каждого радикального класса $\mathfrak{F}$, замкнутого относительно подгрупп вида PN, где P – силовская p-подгруппа и $N \trianglelefteq G \in \mathfrak{F}$, существуют $\mathfrak{F}$-подгруппы Фишера и сопряжены. Такой радикальный класс по предложению Хартли [3] называют классом Фишера, а подгруппу F – $\mathfrak{F}$-подгруппой Фишера группы G. В [3] доказано, что для класса Фишера $\mathfrak{F}$ в конечной разрешимой группе G $\mathfrak{F}$-подгруппа Фишера G – это в точности её $\mathfrak{F}$-инъектор. В свою очередь, Дарк [4] показал, что существуют разрешимые радикальные классы и разрешимые группы, для которых $\mathfrak{F}$-подгруппы Фишера не сопряжены и не являются $\mathfrak{F}$-инъекторами.

Основная цель настоящей работы – описать множества Фишера группы G, для которых ее множества $\mathcal{F}$-инъекторов и $\mathcal{F}$-подгрупп Фишера совпадают.

Материал и методы. В работе материалом для исследования является $\mathcal{F}$-подгруппа Фишера частично разрешимой группы G. При исследовании использованы методы теории групп и теории классов групп.

Результаты и их обсуждение. Непустое множество $\mathcal{F}$ подгрупп группы G называется *фиттинговым множеством группы* G, если выполняются следующие условия: 1) если $T \trianglelefteq S \in \mathcal{F}$, то $T \in \mathcal{F}$; 2) если $S, T \in \mathcal{F}$ и $S, T \trianglelefteq ST$, то $ST \in \mathcal{F}$; 3) если $S \in \mathcal{F}$ и $x \in G$, то $S^x \in \mathcal{F}$. Заметим, что для непустого фиттингова множества $\mathcal{F}$ группы G подгруппа V – $\mathcal{F}$-инъектор G,