8. Boonrod, Y. Legendre wavelet method for fractional delay differential equations [Электронный ресурс] / Y. Boonrod, M. Razzaghi, N.V. Thieu // Applied Numerical Mathematics. – 2021. – Vol. 168. – P. 127–142. – Режим доступа: https://doi.org/10.1016/j.apnum.2021.05.024. – Дата доступа: 12.01.2022.

9. Vishwanath, B.A. Haar wavelet scrutinization of heat and mass transfer features during the convective boundary layer flow of a nanofluid moving over a nonlinearly stretching sheet [Электронный ресурс] / B.A. Vishwanath, M.K.N.A. Wakif // Partial Differential Equations in Applied Mathematics. – 2021. – Vol. 4. – Режим доступа: https://doi.org/10.1016/j.padiff.2021.100192. – Дата доступа: 12.01.2022.

10. Behera, S. An efficient numerical method based on Euler wavelets for solving nonlinear fractional order pantograph Volterra delay-integro-differential equations [Электронный ресурс] / S. Behera, S.S. Ray // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2021. – Режим доступа: https://doi.org/10.1016/j.cam.2021.113825. – Дата доступа: 10.01.2022.

11. Банюкевич, Е.В. Свойства вейвлет-преобразования обобщенных функций экспоненциального роста / Е.В. Банюкевич // Системы компьютерной математики и их приложения. Вып. 18: материалы XVIIII Междунар. науч. конф., посвященной 70-летию В.И. Мунермана, Смоленск, 19–21 мая 2017 г. – Смоленск: СмолГУ, 2017. – С. 131–133.

12. Банюкевич, Е.В. Вейвлет-преобразование обобщенных функций экспоненциального роста и их применение к решению уравнений теплопроводности / Е.В. Банюкевич // Веснік ГрДУ імя Янкі Купалы. Сер. 2, Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. – 2019. – Т. 9. – № 1. – С. 45–55.

## РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ ПРИ ТУННЕЛИРОВАНИИ ЧЕРЕЗ НАНОТРУБКУ

*Ю.И. Бохан*
*Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Современный уровень развития нанотехнологий позволяет создания электронных устройств, таких как. резонансно-туннельные диоды (РТД) [1]. Такие устройства позволяют создавать устройства на терагерцовый диапазон электромагнитного спектра, ранее труднодоступный из-за промежуточности спектра. Обычно создание РТД базируется на технологии производства гетероструктур, которая достаточно разработана [2].

В тоже время не менее широко применяется технология создания углеродных наноструктур, таких как фуллерены, нанотрубки и т.п. [3]. В таких структурах возможно создание квантовых ям и барьеров с цилиндрической симметрией (рис. 1.). Такие структуры могут быть использованы как РТД путем размещения на оси трубки различных ионов.

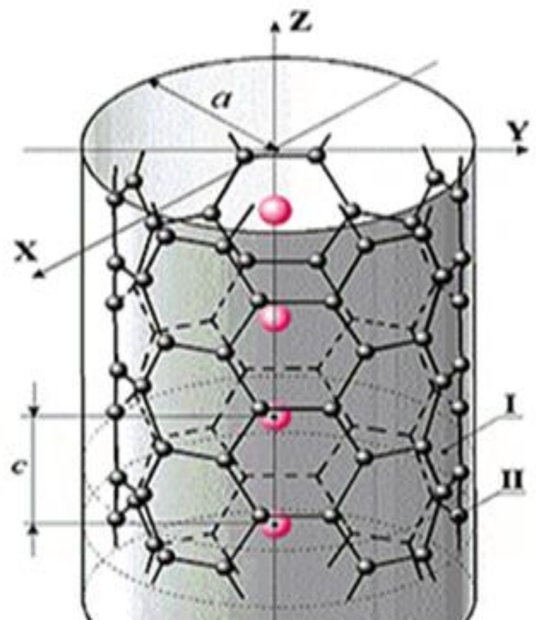


Рисунок 1 – Легированная металлом (цветные шарики) углеродная нанотрубка внутри цилиндрического потенциального барьера.
I – область постоянного межатомного потенциала, II – область атомного потенциала [3].

Особенностью таких структур является фактическое расположения атома(иона) внутри потенциального барьера. Так как внутри потенциального барьера при прохождении через него частицы имеется система состояний [5], взаимодействие атома с частицей принимает нетривиальный вид. Связано это с тем фактом, что трубка имеет цилиндрическую симметрию, а атом в основном состоянии – сферическую. Задача совмещения двух симметрий достаточно сложная и интересная задача.

Для цилиндрического барьера решения известны и имеют вид:

$$E_{km} = \frac{\hbar^2 \lambda_{km}^2}{2Ma^2}, \qquad \psi(\rho, \varphi) = CJ_m\left(\sqrt{\frac{2ME}{\hbar^2}}\rho\right)e^{im\varphi},$$

где $\lambda_{km}$ – корни функций Бесселя, а волновые функции определяются через функции Бесселя.

Как известно, корни функций Бесселя имеют свойство перемежаемости [4], т.е. их величины в зависимости от значения индекса могут быть расположены близко друг к другу. Вид волновой функции цилиндрического барьера представлен на рисунке 2.

В зависимости от индекса и аргумента возможно перекрытие состояний атома и барьера.

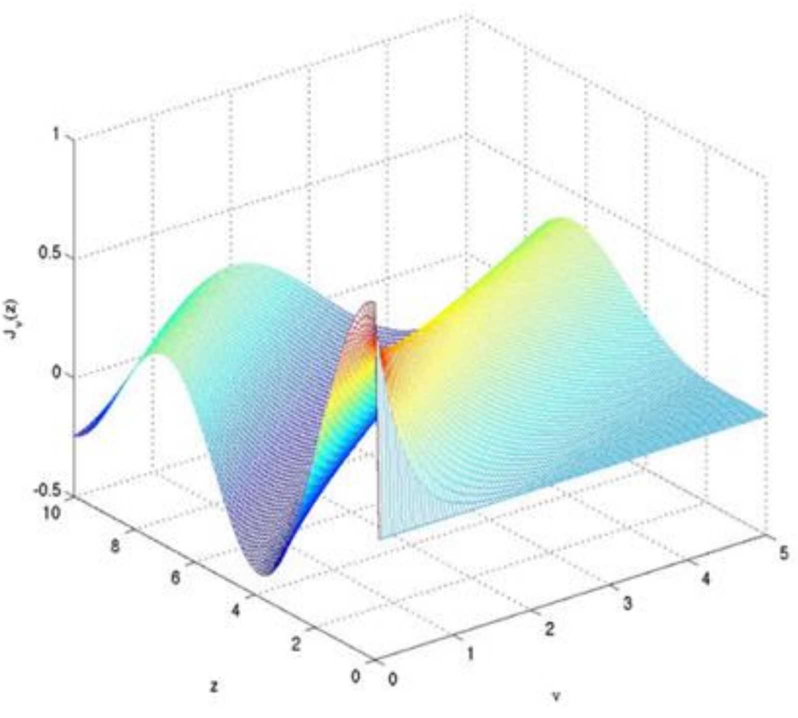


Рисунок 2 – Вид функции Бесселя в зависимости от аргумента и индекса.

Главной особенностью такой системы является возможность, за счет внедрения соответствующих атомов или ионов в нанотрубку, создавать резонансные состояния с определёнными частотами переходов. Таким образом отпадает необходимость виртуализации состояний.

Кроме того, наличие вырождения по орбитальному числу m дает возможность создавать дополнительные состояния действием внешнего магнитного поля, что позволит осуществить плавную перестройку спектра и селективность выбора частотного диапазона.

1. Елесин, В.Ф. К теории когерентной генерации резонансно-туннельного диода / В.Ф. Елесин // ЖЭТФ. – 1999. – том 116. – вып. 2(8). – С. 704–716.
2. Chandra Sekhar, M. Depinning assisted by domain wall deformation in cylindrical NiFe nanowires / M. Chandra Sekhar, S. Goolaup, I. Purnama, W.S. Lew // Journal of Applied Physics 115, 083913, 2014. – doi: 10.1063/1.4867004/online: http://dx.doi.org/10.1063/1.4867004.
3. Дьячков, П.Н. Углеродные нанотрубки. Материалы для компьютеров XXI века / П.Н. Дьячков // Природа. – 2000. – № 11. – С. 23–30.
4. Ватсон, Г.Н. Теория Бесселевых функций / Г.Н. Ватсон. – М.: Иностр. лит., 1949. – 797 с.
5. Bokhan, Yu.I. Quantum states in a cylindrical quantum hole and a barrier / Yu.I. Bokhan // IX International science conference “Actual Problems of Solid State Physics”. – Minsk, 2021. – P. 226–227.

## О ПРИМЕРАХ СОПРЯЖЕННЫХ ФИТТИНГОВЫХ ФУНКТОРОВ

*Е.А. Витько, Н.Т. Воробьёв*
*Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Понятие подгруппового функтора как функции, согласованной с изоморфизмами групп, которая выделяет в группах некоторые системы подгрупп, восходит к известным работам А.Г. Куроша [1] и Амицура [2,3] по теории радикала. В связи с выходом основополагающих работ Бэра [4] и Б.И. Плоткина [5], подгрупповые функторы стали изучать как самостоятельные объекты. Основная цель настоящей работы – описание новых семейств подгрупповых функторов.

**Материал и методы.** В работе используются терминология и методы доказательства абстрактной теории групп, в частности, методы теории классов Фиттинга конечных групп и фиттинговых функторов.

**Результаты и их обсуждение.** В определениях и обозначениях мы следуем [6, 7].

Все рассматриваемые в работе группы конечны.

Обозначим $\pi(n)$ – множество всех простых делителей натурального числа $n$, $\pi(G) = \pi(|G|)$ – множество всех простых делителей порядка группы $G$.

Пусть $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ – некоторое разбиение множества всех простых чисел **P** такое, что $\mathbf{P} = \cup_{i \in I}\sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \varnothing$ для всех $i \neq j$. Пусть $\Pi$ – некоторое подмножество множества $\sigma$ и $\Pi' = \sigma \setminus \Pi$.

Пусть $\sigma(n) = \{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(n) \neq \varnothing\}$, $\sigma(G) = \sigma(|G|)$. Если $\sigma(n) \subseteq \Pi$, то натуральное число $n$ называют $\Pi$-числом. Группу $G$ называют $\Pi$-группой, если $\sigma(G) \subseteq \Pi$.

Группу $G$ называют

1) $\sigma$-примарной, если $G = 1$ или $|\sigma(G)| = 1$;

2) $\Pi$-группой, если $\sigma(G) \subseteq \Pi$.

Группу $G$ называют $\sigma$-разрешимой, если каждый главный фактор группы $G$ является $\sigma$-примарным.

Символом $S_\sigma$ обозначают класс всех $\sigma$-разрешимых групп.

Подгруппу $H$ группы $G$ называют холловой $\Pi$-подгруппой группы $G$, если $|H|$ – $\Pi$-число и $|G : H|$ – $\Pi'$-число.

Пусть X – некоторый непустой класс Фиттинга. Напомним, что отображение $f$, которое каждой группе $G \in$ X ставит в соответствие некоторое непустое множество ее подгрупп $f(G)$, назовем фиттинговым X-функтором, если выполняются следующие условия:

(i) если $\alpha$: $G \to \alpha(G)$ – изоморфизм, то

$$f(\alpha(G)) = \{\alpha(X): X \in f(G)\};$$

(ii) если $N$ – нормальная подгруппа группы $G$, то

$$f(N) = \{X \cap N: X \in f(G)\}.$$

Фиттингов X-функтор назовем

1) $\sigma$-разрешимым, если X = $S_\sigma$;

2) сопряженным, если для каждой группы $G \in$ X множество $f(G)$ есть класс сопряженных подгрупп группы $G$.

**Теорема 1.** Если $f$ – отображение, которое группе $G \in S_\sigma$ сопоставляет множество всех её холловых $\Pi$-подгрупп, то $f$ является сопряженным $\sigma$-разрешимым фиттинговым функтором.