

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»
Кафедра информационных технологий и управления бизнесом

Эффективная работа в Microsoft Excel

Методические рекомендации

*Витебск
ВГУ имени П.М. Машерова
2021*

УДК 004.4(075.8)
ББК 32.972.131.4я73
Э94

Печатается по решению научно-методического совета учреждения образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». Протокол № 1 от 27.10.2020.

Составители: доцент кафедры информационных технологий и управления бизнесом ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат биологических наук **А.А. Чиркина**; старший преподаватель кафедры информационных технологий и управления бизнесом ВГУ имени П.М. Машерова **Н.В. Булгакова**

Р е ц е н з е н т ы :

доцент кафедры прикладного и системного программирования
ВГУ имени П.М. Машерова,
кандидат физико-математических наук, доцент *Л.В. Маркова*;
доцент кафедры технологии и оборудования машиностроительного
производства УО «ВГТУ» *Ю.Е. Махаринский*

Э94 **Эффективная работа в Microsoft Excel : методические рекомендации / сост.: А.А. Чиркина, Н.В. Булгакова. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2021. – 48 с.**

Методические рекомендации разработаны в соответствии с программой дисциплины «Прикладная информатика» и могут использоваться при изучении дисциплины «Информационные технологии в экономике и бизнесе» специальности 1-26 03 01 Управление информационными ресурсами и IT-дисциплин специальности 1-40 05 01 Информационные системы и технологии. Методические материалы ориентированы на поддержку лабораторных занятий, содержат примеры и задания для работы с табличным процессором Excel пакета MS Office, предназначенные для приобретения студентами навыков профессиональной работы с электронными таблицами. Содержат краткие теоретические сведения и указания к выполнению лабораторных работ студентами, изучающими информационные технологии обработки табличной информации.

УДК 004.4(075.8)
ББК 32.972.131.4я73

© ВГУ имени П.М. Машерова, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 4 |
| Тема 1: ГРАФИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ТАБЛИЧНОГО ПРОЦЕССОРА | 5 |
| Основные сведения | 5 |
| Задание 1. Представление данных в смешанной диаграмме с использованием вспомогательной оси | 5 |
| Задание 2. Построение графика функции | 7 |
| Задания для индивидуального выполнения | 8 |
| Задание 3. Построение диаграммы типа «Поверхность» | 11 |
| Задания для индивидуального выполнения | 12 |
| Задание 4. Прогнозирование | 13 |
| Задания для индивидуального выполнения | 14 |
| Тема 2: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ MS EXCEL ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ | 16 |
| 2.1 Подбор параметра | 16 |
| Задания для индивидуального выполнения | 16 |
| 2.2 Использование надстройки «Поиск решения» | 19 |
| 2.2.1 Поиск экстремума функции при заданных линейных ограничениях | 19 |
| Задания для индивидуального выполнения | 21 |
| 2.2.2 Задача об оптимальном ассортименте | 22 |
| Задания для индивидуального выполнения | 24 |
| 2.2.3 Транспортная задача | 32 |
| Задания для индивидуального выполнения | 34 |
| Тема 3: ОРГАНИЗАЦИЯ ИТЕРАЦИОННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ | 39 |
| Пример 1 | 39 |
| Пример 2 | 40 |
| Пример 3 | 40 |
| Пример 4 | 40 |
| Задания для индивидуального выполнения | 41 |
| КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ | 47 |
| СПИСОК ИСТОЧНИКОВ | 47 |

ВВЕДЕНИЕ

Табличный процессор Microsoft Excel является одним из наиболее распространенных средств, реализующих технологии обработки табличной информации. Функциональные возможности процессора Microsoft Excel многообразны и включают как инструменты для выполнения рутинных операций по вводу данных, их форматированию и выполнению вычислений, так и более сложные инструменты, позволяющие решать различные практические задачи от поиска оптимальных решений до ведения баз данных.

Методические рекомендации «Эффективная работа в Microsoft Excel» предназначены для приобретения студентами навыков использования технологий обработки табличной информации средствами MS Excel в рамках программ дисциплин «Прикладная информатика» и «Информационные технологии в экономике и бизнесе» специальности 1-26 03 01 Управление информационными ресурсами Витебского государственного университета имени П.М. Машерова, а также IT-дисциплин специальности 1-40 05 01 Информационные системы и технологии. Данное издание способствует подготовке обучающихся к использованию современных информационных технологий работы с электронными таблицами как инструмента для решения научных и практических задач в своей предметной области.

Материалы охватывают три темы, содержание которых предусматривает глубокое освоение возможностей приложения Microsoft Excel и технологий обработки табличной информации: графические возможности табличного процессора, использование дополнительных возможностей MS Excel для решения практических задач с применением надстроек, основы организации итерационных вычислений. Каждая тема содержит краткую справочную информацию, подробно разобранные примеры, перечень практических заданий для выполнения студентами, включающих элементы исследовательской деятельности.

Работа с методическими рекомендациями позволяет усилить информационную подготовку студентов как обязательную составляющую образовательного процесса, направленную на подготовку специалистов, способных эффективно применять средства информационных и коммуникационных технологий в процессе осуществления своей профессиональной деятельности.

Данное издание ориентировано на поддержку проведения лабораторных и практических занятий в компьютерных классах; может также использоваться для самостоятельной работы, индивидуального и дистанционного обучения.

Тема 1: ГРАФИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ТАБЛИЧНОГО ПРОЦЕССОРА

Основные сведения

Графические возможности электронных таблиц позволяют строить разнообразные графики и диаграммы.

Задание 1. Представление данных в смешанной диаграмме с использованием вспомогательной оси

Исходные данные:

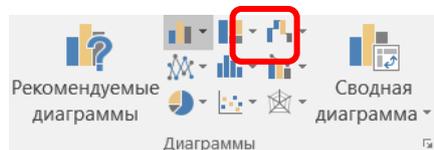
| | A | B | C |
|---|---------|----------------------|---------------------|
| | | Продано домов | Средняя цена |
| 1 | | | |
| 2 | Январь | 280 | 410 |
| 3 | Февраль | 150 | 450 |
| 4 | Март | 220 | 430 |
| 5 | Апрель | 275 | 425 |
| 6 | Май | 155 | 410 |
| 7 | Июнь | 255 | 400 |

Построение диаграммы

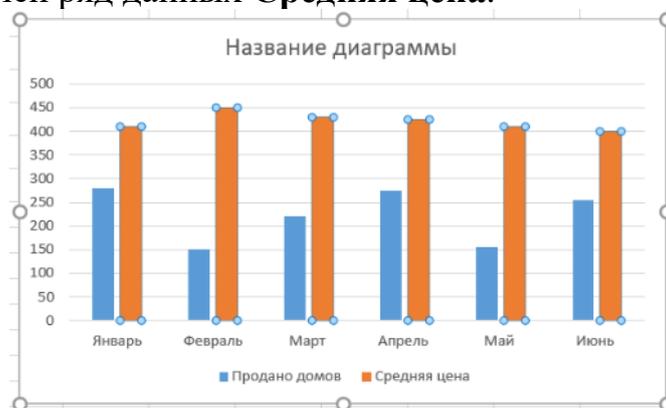
1. Выделите данные, на основе которых будет создана смешанная диаграмма.

2. На вкладке **Вставка** в группе **Диаграммы** нажмите кнопку **Гистограмма**.

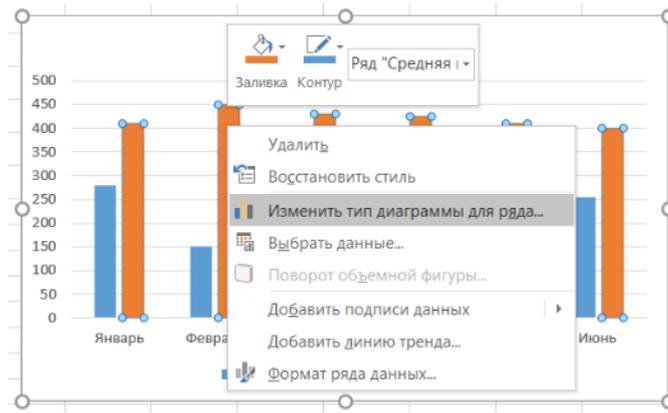
3. В группе **Гистограмма** нажмите кнопку **Гистограмма**.



4. В диаграмме выделите ряд данных, которые требуется отразить в диаграмме другого типа, либо выберите их из списка элементов диаграммы (вкладка **Макет**, группа **Текущий фрагмент**, поле **Элементы диаграммы**). В примере выделен ряд данных **Средняя цена**.



Правой кнопкой вызовите контекстное меню и выберите строку **Изменить тип диаграммы для ряда**.

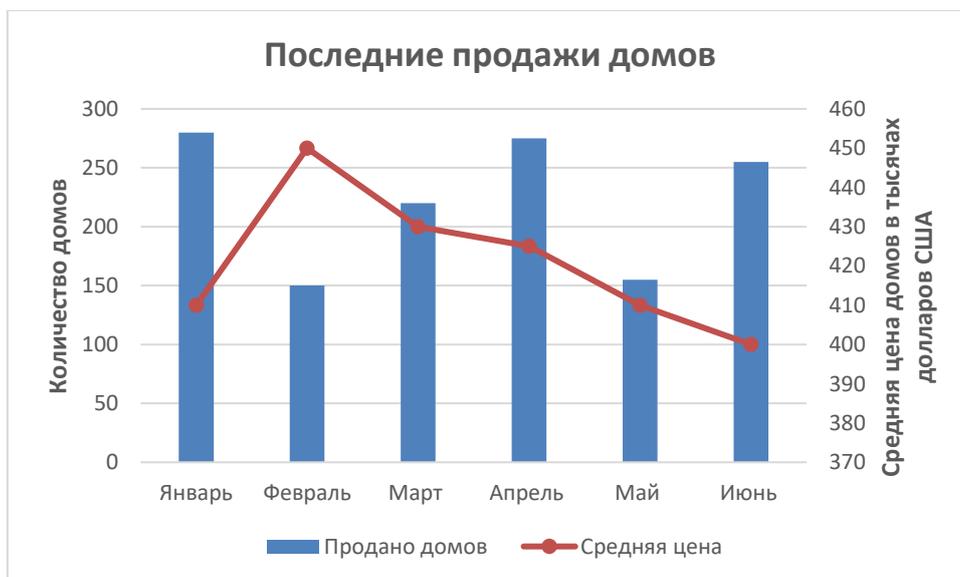
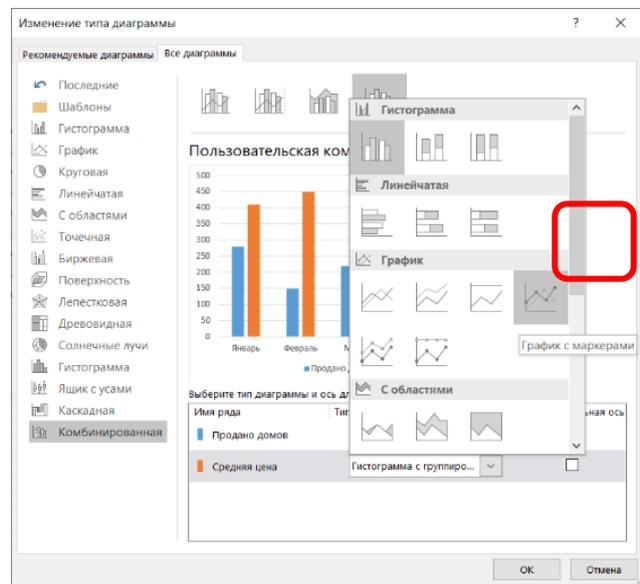


Откроется окно **Изменение типа диаграммы**.

5. Во вкладке **Все диаграммы** выберите тип **Комбинированная**, выберите тип диаграммы для ряда данных **Средняя цена** – **График с маркерами**. Поставьте галочку **Отображение этого ряда на вспомогательной оси**, а затем нажмите кнопку **ОК**.

6. Добавьте элементы диаграммы: названия осей, название диаграммы.

Название диаграммы – **Последние продажи домов**.
 Название оси слева – **Количество домов**, оси справа – **Средняя цена домов в тысячах долларов США**.
 Шаблон для названия нижней оси удалите.



Выделите элементы ряда **Средняя цена**, вызовите контекстное меню правой кнопкой и выберите **Формат ряда данных**. Справа откроется дополнительное одноименное окно. Используя настройки формата данных, измените внешний вид ломаной и гистограммы в соответствии с образцом:



Обратите внимание на детали: цвет ломаной линии, градиент для заливки маркеров, размер маркеров, градиент для заливки столбцов гистограммы, боковой зазор в параметрах ряда гистограммы. Для гистограммы добавьте подписи данных и расположите их у основания столбцов, внутри. Для графика добавьте подписи данных под маркерами, измените их цвет.

Задание 2. Построение графика функции

Пример. Построить график функции $f(x) = \begin{cases} (x + 2\sqrt{\pi})^3, & x < -1 \\ x(x - 3\pi), & x \geq -1 \end{cases}$ на

отрезке $[-2\pi, 2\pi]$, разбив отрезок на 30 частей.

Оформите «шапку» таблицы и введите начальные данные, как показано на рисунке:

| | A | B | C | D | E |
|---|---|------|---|---------------------------------|----------------|
| 1 | x | f(x) | | Левая граница отрезка | =-2*ПИ() |
| 2 | | | | Правая граница отрезка | =2*ПИ() |
| 3 | | | | Количество интервалов разбиения | 30 |
| 4 | | | | Величина разбиения | =ABS(E2-E1)/E3 |

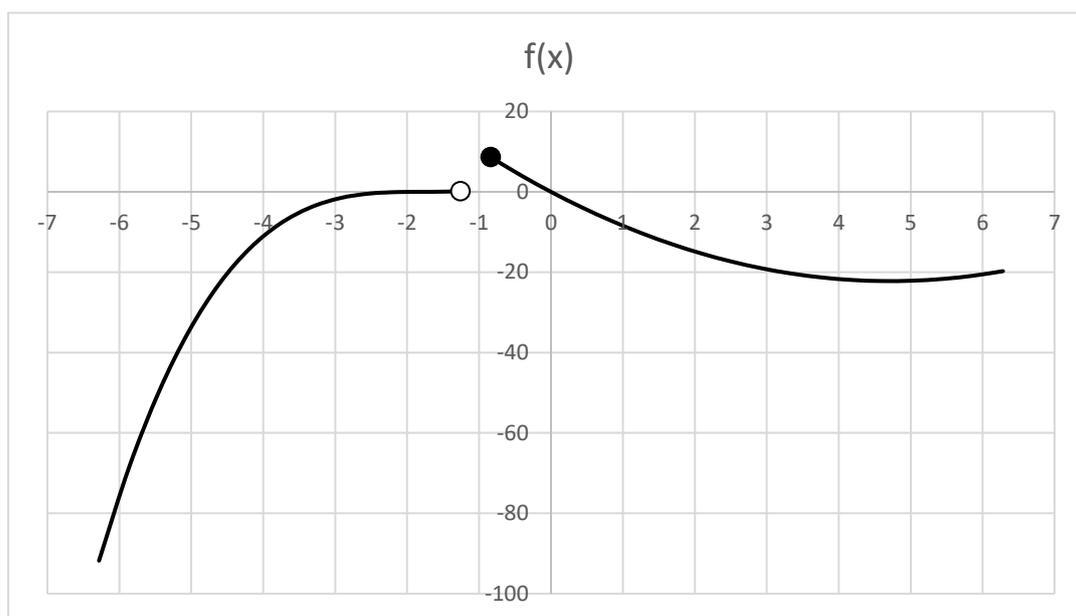
Обратите внимание, что в ячейках E1:E4 приведены формулы.

В A2 оформите абсолютную ссылку на ячейку E1 – это начало отрезка, на котором будем строить график функции. В ячейку A3 введите формулу:

=A2+\$E\$4, скопируйте её на диапазон ячеек A4:A32, в результате будет заполнен диапазон значений аргумента функции из заданного отрезка.

В ячейку B2 введите формулу, с помощью которой рассчитывается значение функции $f(x)$ в зависимости от заданного условия: =ЕСЛИ(A2<-1;(A2+2*КОРЕНЬ(ПИ()))^3;A2^2-3*ПИ()*A2). Скопируйте эту формулу на диапазон B3:B32, в результате будут вычислены значения функции на всем отрезке.

Выделите диапазон данных, по которому будет строиться график, и во вкладке **Вставка** выберите тип диаграммы **Точечная**.



Отформатируйте название диаграммы, подписи осей, маркеры данных для обозначения принадлежности точек и область построения диаграммы с помощью вкладок **Макет** и **Формат**.

Задания для индивидуального выполнения

Построить таблицу для вычисления значений функции $y = f(x)$ на промежутке от a до b с шагом h . Значения c и d задать самостоятельно. Построить график функции $f(x)$ на указанном промежутке.

Замечание: график функции будет состоять из трех участков, на каждом из которых функциональная зависимость задается своим уравнением. При выполнении задания формула, которая определяет значение функции на том или ином участке, должна быть одинакова для всех трех участков (для проверки интервала оси абсцисс, в которых попадает значение x , используйте функцию ЕСЛИ()). Т.е. при выполнении задания формула для вычисления значений функции вводится один раз в первую ячейку и далее копируется на весь диапазон данных.

| Вариант | Функция | Отрезок [a,b] | Шаг h |
|---------|---|------------------|----------|
| 1 | $y = \begin{cases} e^{x+c^2}, & x < -1 \\ \sqrt{ \cos(x) }, & -1 \leq x < 1 \\ 2c - 8 \cdot 10^{-6} \cdot x, & x \geq 1 \end{cases}$ | [-3, 2] | 0,2 |
| 2 | $y = \begin{cases} \ln(1+x^2) - 2x, & x < -1 \\ \cos(x+1) - 2cd, & -1 \leq x < 1 \\ x^3 - cd, & x \geq 1 \end{cases}$ | [-2, 2] | 0,1 |
| 3 | $y = \begin{cases} c \ln(x+3)^2, & x \leq 0 \\ 0,7 \cos^2(x + \sqrt{2x}), & 0 < x \leq 2 \\ \sin^2 x^3, & x > 2 \end{cases}$ | [-2, 4] | 0,2 |
| 4 | $y = \begin{cases} \frac{e^{\frac{x}{2}}}{c\sqrt{x^2+4}}, & x \leq -0,3 \\ c \cdot \sqrt{1+x^3}, & x \geq 0,3 \\ \frac{\sqrt{x^{c-1}}}{\ln x-c^2 }, & -0,3 < x < 0,3 \end{cases}$ | [-1,3; 1,4] | 0,1 |
| 5 | $y = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ 2 + \pi \cdot \cos(5 \cdot 10^{-4} x^2 + 1), & 0 \leq x < 0,4 \\ -e^{2x}, & x \geq 0,4 \end{cases}$ | [-1, 1] | 0,05 |
| 6 | $y = \begin{cases} 3cd - \ln 2x , & x < -1 \\ e + x, & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 + \operatorname{arctg} \frac{x}{1 + \sqrt{x}}, & x > 1 \end{cases}$ | [-2, 2] | 0,1 |

| | | | |
|----|---|-------------|------|
| 7 | $y = \begin{cases} c \cos(2x), & x < 1 \\ \sqrt{4c - \lg x}, & 1 \leq x \leq 1,5 \\ c\sqrt{x+1}, & x > 1,5 \end{cases}$ | [-2, 2] | 0,2 |
| 8 | $y = \begin{cases} e^{\frac{x}{2}}, & x < 2 \\ c\sqrt{x^2 + 4}, & 2 \leq x < 4 \\ c \cdot \sqrt[3]{x+1}, & x \geq 4 \end{cases}$ | [0, 6] | 0,2 |
| 9 | $y = \begin{cases} \frac{(x+1)^4}{x^2 + c}, & x < -1 \\ 1 - \cos \pi x, & -1 \leq x < 1 \\ -(x-1)^2, & x \geq 1 \end{cases}$ | [-2, 3] | 0,25 |
| 10 | $y = \begin{cases} \lg(x^2 + c), & x < -1,1 \\ \cos(\pi x + 1), & -1,1 \leq x \leq 1,5 \\ \ln(x^2 + c^4), & x > 1,5 \end{cases}$ | [-2, 5] | 0,2 |
| 11 | $y = \begin{cases} c(1 + \ln(x^2 + \pi)), & x < 1,8 \\ c\sqrt{4 - \lg x}, & 1,8 \leq x \leq 2,5 \\ \frac{\sqrt{x+1}}{c}, & x > 2,5 \end{cases}$ | [-2, 6] | 0,1 |
| 12 | $y = \begin{cases} c \sin^2 x, & x < 0 \\ c \cdot \sqrt{x^2 + 4}, & x \geq 2,5 \\ \frac{c \sin x}{\ln(c + x^2)}, & 0 \leq x < 2,5 \end{cases}$ | [-2,3; 4,7] | 0,1 |

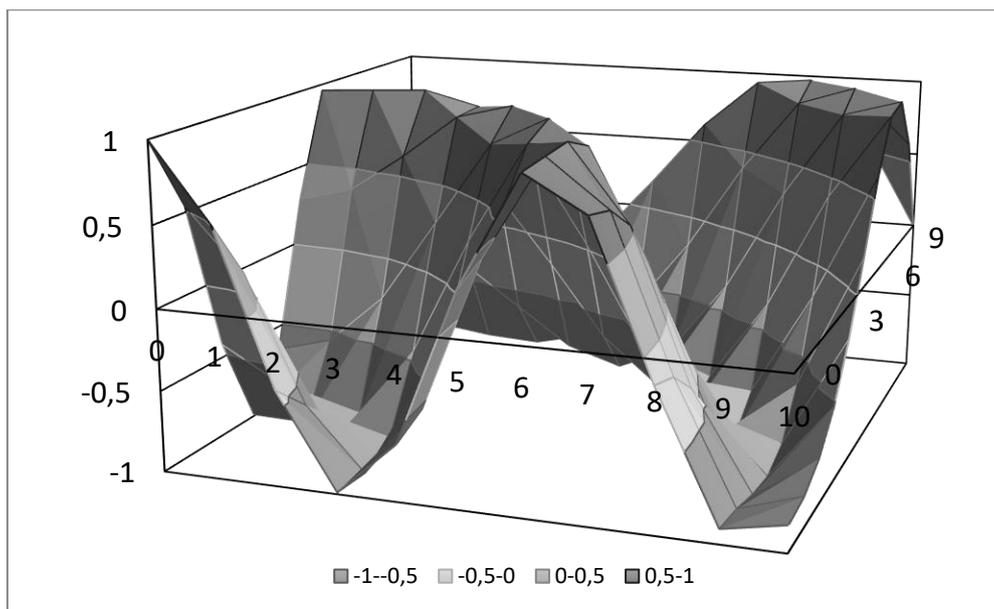
| | | | |
|----|--|-------------|-----|
| 13 | $y = \begin{cases} (x + \sqrt{d})^3, & x < -1 \\ 3e^x, & -1 \leq x < 1 \\ (x - \sqrt{c})^3, & x \geq 1 \end{cases}$ | [-2,5; 2,5] | 0,2 |
| 14 | $y = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 1}, & x < 1 \\ \sqrt{x^2 + 4}, & 1 \leq x \leq 1,5 \\ \sqrt{x+1} + x^2, & x > 1,5 \end{cases}$ | [-6;6] | 0,1 |
| 15 | $y = \begin{cases} \sqrt{1 + \ln x-1 }, & x > 4 \\ a\sqrt{x^2 + 4} - 1, & 3 \leq x \leq 4 \\ a\sqrt{ x+1 }, & x < 3 \end{cases}$ | [-1; 5] | 0,2 |

Задание 3. Построение диаграммы типа «Поверхность»

При создании двумерных графиков обычно требуется задать несколько рядов данных, расположенных в строках или столбцах. Один из рядов задает значения абсцисс, остальные – соответствующие значения ординат точек. При создании объемных диаграмм данные задаются в прямоугольном блоке ячеек, где левый столбец задает значения по оси X, верхняя строка – значения по оси Y, данные внутри блока – соответствующие значения по оси Z.

Пример. Построить график поверхности, заданной уравнением $z(x, y) = \sqrt{\cos(x^2 + y^2)}$ на прямоугольной области определения $x \in [0, 10]$; $y \in [0, 10]$.

Для решения данной задачи необходимо подготовить блок ячеек, задающих значения x , y и z . В диапазон ячеек A2:A12 нужно ввести значения абсцисс от 0 до 10 с шагом 1. Аналогичным образом в диапазон ячеек B1:L1 помещаются значения ординат. В ячейку B2 вводится формула $=\text{COS}((A2^2+B1^2)^{(1/2)})$ и копируется на диапазон B3:B12. Далее блок ячеек B2:B12 копируется на диапазон C2:L12. Таким образом, в диапазоне ячеек B2:L12 будет получен блок исходных данных. Для построения графика поверхности следует выбрать **тип диаграммы>поверхность**, при необходимости отформатировать сетку и оси. Результат:



Задания для индивидуального выполнения

| Вариант | Уравнение функции двух переменных |
|---------|--|
| 1 | $z(x, y) = e^{\cos(y)} \cdot \sin(x), x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$ |
| 2 | $z(x, y) = \cos(x) + y^3, x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$ |
| 3 | $z(x, y) = \sin(x) - \frac{x+2y}{15}, x \in [-4, 4]; y \in [-4, 4]$ |
| 4 | $z(x, y) = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{5}, x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$ |
| 5 | $z(x, y) = \sin\left(\sqrt{\frac{1}{3} x \cdot y }\right), x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$ |
| 6 | $z(x, y) = e^{\cos(x)} + \frac{1}{10}y, x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$ |
| 7 | $z(x, y) = \cos(x^2) + \frac{1}{2}y, x \in [-2, 2]; y \in [-2, 2]$ |
| 8 | $z(x, y) = e^{\cos(x)} \cdot e^{\sin(y)}, x \in [-2, 5]; y \in [-2, 5]$ |
| 9 | $z(x, y) = \sin(x) \cdot e^{\sin(y)}, x \in [-4, 4]; y \in [-4, 4]$ |
| 10 | $z(x, y) = \frac{x+y^2}{\cos(y)}, x \in [-3, 3]; y \in [-3, 3]$ |
| 11 | $z(x, y) = \sin(x^2 + 3) + \frac{1}{3}\sqrt{ y }, x \in [-3, 3]; y \in [-3, 3]$ |

| | |
|----|---|
| 12 | $z(x, y) = \cos(x^3) - \frac{x^2 + y^2}{3}, x \in [-4,4]; y \in [-4,4]$ |
| 13 | $z(x, y) = \frac{x^4}{4} - \frac{y^2}{2}, x \in [-3,3]; y \in [-3,3]$ |
| 14 | $z(x, y) = e^x \cdot e^{\cos(y)} + xy, x \in [-2,2]; y \in [-2,2]$ |
| 15 | $z(x, y) = \cos(x^2) \cdot e^{\cos(y)}, x \in [-3,3]; y \in [-3,3]$ |

Задание 4. Прогнозирование

Прогноз (с греческого – pro-вперед + gnosis – узнавание) – предвидение, предсказание, основанное на определенных данных, или специальное исследование, направленное на выявление перспективы развития явления или процесса. Прогнозирование применяется в таких областях, как наука, техника, экономика, социология, демография и т.д.

Пример

Пусть имеются данные об объемах продаж по месяцам (x – порядковый номер месяца, y – объем продаж):

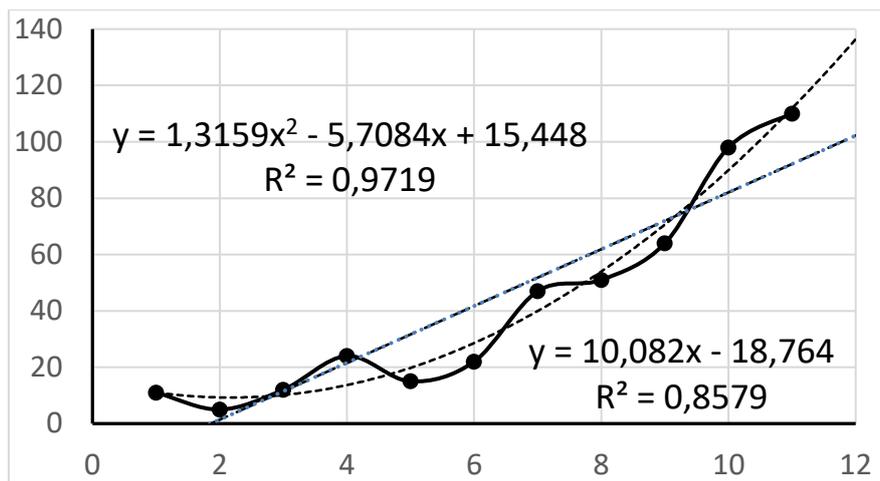
| | | | | | | | | | | | | |
|-----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| y | 11 | 5 | 12 | 24 | 15 | 22 | 47 | 51 | 64 | 98 | 110 | |

Определить объем продаж в 12 месяце.

Для решения задачи необходимо построить точечный график по имеющимся данным и найти уравнение линии тренда, наиболее точно отражающее экспериментальную зависимость. Для сравнения линий тренда используется коэффициент достоверности аппроксимации, который принимает значения от 0 до 1. Чем ближе значение коэффициента к 1, тем лучше полученное уравнение соответствует исходным данным.

Для построения линии тренда необходимо щелкнуть правой кнопкой мыши по линии графика и в контекстном меню выбрать **Добавить линию тренда**. Далее выбрать тип тренда (Экспоненциальный, Линейный, Логарифмический, Полиномиальный и т.д.), обязательно отметить пункты **Показывать уравнение на диаграмме** и **Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2)**. Уравнение и значение коэффициента аппроксимации появятся в окне графика.

В примере для заданных исходных данных построены две линии тренда – линейная и полиномиальная второго порядка. Сравнение коэффициентов аппроксимации показывает, что полиномиальная линия тренда дает лучшее приближение к исходным данным:



Используя полученное уравнение линии тренда, можно найти значение переменной y для заданного значения переменной x . Для определения объема продаж в 12 месяце достаточно подставить номер месяца в уравнение линии тренда. Для $x=12$ прогнозное значение $y=102,22$ (линейный тренд) и $136,44$ (полиномиальный тренд).

Задания для индивидуального выполнения

Вариант 1

| | | | | | | | | | | |
|---|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|------|
| x | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 12 | 15 | 18 | 19 | 23 |
| y | 0,11 | 0,09 | 0,12 | 1,1 | 0,15 | 0,18 | 0,24 | 0,51 | 0,64 | 0,92 |

$x=10$

Вариант 2

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| x | 11 | 13 | 16 | 23 | 28 | 29 | 33 | 35 | 39 | 43 |
| y | 1 | 2 | 8 | 15 | 15 | 18 | 18 | 19 | 20 | 21 |

$x=25$

Вариант 3

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 25 | 28 | 29 | 31 | 33 | 34 | 35 | 38 | 39 | 45 |
| y | 101 | 110 | 127 | 128 | 162 | 160 | 177 | 187 | 192 | 192 |

$x=30$

Вариант 4

| | | | | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|------|------|-----|------|------|
| x | 1 | 2 | 5 | 6 | 7 | 9 | 11 | 14 | 18 | 19 |
| y | 0,11 | 0,14 | 0,12 | 0,14 | 0,15 | 0,18 | 0,29 | 0,3 | 0,64 | 0,92 |

$x=15$

Вариант 5

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| x | 10 | 15 | 19 | 22 | 35 | 38 | 45 | 50 | 56 | 60 |
| y | 1 | 9 | 11 | 17 | 18 | 20 | 21 | 19 | 22 | 21 |

$x=40$

Вариант 6

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| x | 22 | 28 | 29 | 31 | 33 | 34 | 35 | 38 | 39 | 45 |
| y | 45 | 43 | 45 | 50 | 56 | 61 | 68 | 70 | 85 | 133 |

$x=25$

Вариант 7

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| x | 10 | 12 | 15 | 22 | 28 | 30 | 33 | 37 | 39 | 42 |
| y | 1 | 2 | 11 | 17 | 18 | 18 | 21 | 19 | 22 | 21 |

x=15

Вариант 8

| | | | | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| x | 10 | 15 | 19 | 22 | 35 | 38 | 45 | 50 | 56 | 60 |
| y | 0,21 | 0,19 | 0,21 | 0,18 | 0,29 | 0,35 | 0,35 | 0,48 | 0,61 | 0,9 |

x=30

Вариант 9

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|
| x | 45 | 46 | 48 | 49 | 51 | 52 | 55 | 58 | 60 | 65 |
| y | 15 | 43 | 58 | 69 | 68 | 75 | 82 | 99 | 101 | 103 |

x=50

Вариант 10

| | | | | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|
| x | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 2,0 | 3,0 | 4,0 | 5,0 | 6,0 |
| y | 3,18 | 4,32 | 5,42 | 6,48 | 7,5 | 12,0 | 15,5 | 18,0 | 19,5 | 20,0 |

x=7

Вариант 11

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|------|----|----|
| x | 1 | 2 | 3,2 | 4,5 | 6 | 7,6 | 9,2 | 11 | 13 | 14 |
| y | 1,5 | 3,5 | 6 | 9 | 12,2 | 15 | 17,5 | 19,4 | 21 | 25 |

x=15

Вариант 12

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 167 | 169 | 173 | 160 | 156 | 181 | 167 | 165 | 174 | 164 |
| y | 168 | 169 | 173 | 157 | 165 | 173 | 157 | 165 | 182 | 173 |

x=190

Вариант 13

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|-----|-----|
| x | 18 | 19 | 18 | 20 | 25 | 27 | 26 | 30 | 34 | 38 |
| y | 7,5 | 7,2 | 7 | 6,5 | 6 | 5,4 | 5 | 4,8 | 4,6 | 4,5 |

x=45

Вариант 14

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 117 | 113 | 116 | 121 | 108 | 111 | 118 | 124 | 114 | 115 |
| y | 23 | 19 | 21 | 28 | 17 | 20 | 25 | 26 | 23 | 25 |

x=130

Вариант 15

| | | | | | | | | | | |
|---|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| x | 130 | 114 | 100 | 92 | 80 | 74 | 66 | 60 | 48 | 40 |
| y | 10,1 | 9,2 | 7,9 | 7,8 | 7,4 | 6,8 | 6,5 | 6,1 | 5,4 | 5 |

x=20

Тема 2: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ MS EXCEL ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

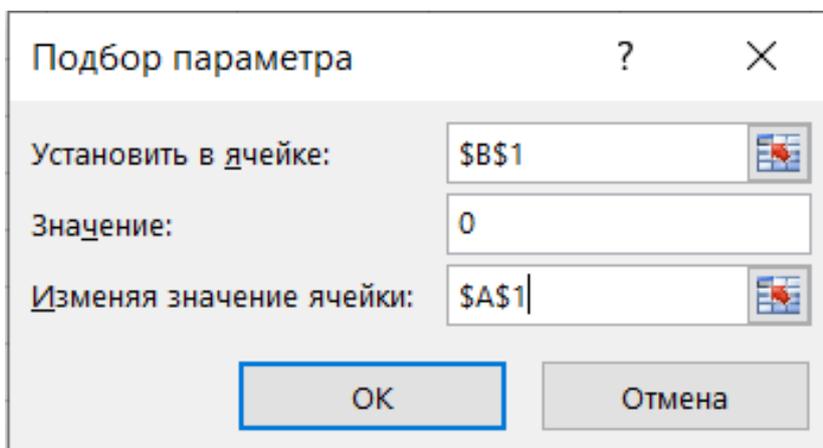
2.1 Подбор параметра

Часто при решении практических задач возникают ситуации, когда результат вычислений по формуле известен, но неизвестны значения, которые требуются для получения этого результата. Решение таких задач можно искать методом перебора. Однако в лучшем случае на это уходит много времени. Для решения таких задач используется команда меню **Данные>Анализ «что-если»>Подбор параметра**. При подборе параметра Excel изменяет значение в ячейке до тех пор, пока формула, зависящая от этой ячейки, не возвращает нужный результат.

Пример

Решить квадратное уравнение $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Занесем в ячейку A1 значение 0, а в ячейку B1 формулу для расчета левой части уравнения: $=A1^2-4*A1+3$. Далее необходимо вызвать команду меню **Данные > Анализ «что-если» > Подбор параметра** и



заполнить диалоговое окно подбора параметра следующим образом:

После щелчка по кнопке ОК можно посмотреть результат подбора, отображаемый в диалоговом окне «Результат подбора параметра», а в ячейке A1 появится значение первого корня уравнения, равное 1. Для того, чтобы получить второй корень, необходимо ввести в ячейку A1 другое начальное значение, например, 10 и повторить подбор параметра. Будет получено значение второго корня уравнения, равное 3.

Задания для индивидуального выполнения

Задание 1. Найдите значение x , при которых заданная функция возвратит указанный результат.

| Номер варианта | Переменные | | Функция | Результат |
|-------------------|------------|-------|---|-----------|
| | y | z | | |
| 1 | 1,70 | 3,46 | $f(x) = x^2 - y + \frac{\cos z}{2}$ | 7,85 |
| 2 | 2,31 | 1,28 | $f(x) = \frac{x + \sin^2 y}{z^5}$ | 14,43 |
| 3 | 0,04 | 12,07 | $f(x) = \left e^x + \frac{y^5}{z} \right $ | 108,09 |
| 4 | 1,08 | 0,03 | $f(x) = \frac{\operatorname{tg} y + \arccos z}{x}$ | 3,91 |
| 5 | 17,11 | 5,05 | $f(x) = \frac{e^{z+y}}{ x - 2,98 }$ | 18,92 |
| 6 | 0,95 | 0,17 | $f(x) = \frac{\sqrt{e^x + y^x}}{\log_3 z}$ | -2,11 |
| 7 | -1,00 | -0,01 | $f(x) = \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} z + \lg y }}{ x }$ | -10,00 |
| 8 | 4,05 | 36,2 | $f(x) = \frac{42 - \frac{x}{2} + 1}{y^2 - \ln(\sqrt{z} - 5)}$ | 5,03 |
| 9 | 0,25 | 5,84 | $f(x) = \frac{2x - 38y}{\frac{\operatorname{arctg}(x+z)}{y} + 1}$ | -0,81 |
| 10 | 5,24 | 4,21 | $f(x) = \frac{2y + \operatorname{tg}(x-21)}{\frac{yz}{x} + 1}$ | 7,043 |
| 11 | 3,84 | 1,02 | $f(x) = \frac{y - 4z - 1}{\frac{x}{31} + \operatorname{tg}(xy)}$ | 3,95 |

| | | | | |
|----|------|-------|--|--------|
| 12 | 6,25 | 10,02 | $f(x) = \frac{4 \ln\left(\frac{x}{y}\right) + 1}{xz - 18 + y}$ | -12,75 |
| 13 | 2,14 | 1,01 | $f(x) = \frac{\sqrt{\frac{25}{y}} - x + 2}{x + z^2 - 1}$ | 0,672 |
| 14 | 6,25 | 12,4 | $f(x) = \frac{41 - \frac{x}{4} - y}{\frac{1}{\operatorname{tg}(y + x)} - z}$ | 100 |
| 15 | 21,1 | 5,26 | $f(x) = \frac{\lg(4x - 1) + \frac{y}{2}}{xz - 5}$ | 0,55 |

Задание 2. Найти корни уравнения на заданном интервале [a,b]. Решить задачу в два этапа.

На первом этапе отделить корни уравнения графическим способом. Для этого построить график функции и найти по графику приближенные значения корней уравнения как координаты точек пересечения графика с осью ОХ.

На втором этапе выполнить вычисление корня с заданной точностью $\varepsilon=10^{-3}$. Установить точность вычисления корня в диалоговом окне **Файл > Параметры > Формулы > Относительная погрешность**. Чем меньше задано значение относительной погрешности, тем точнее будет получено значение корня уравнения.

Занести приближенное значение корня, полученное на первом этапе и формулу для вычисления заданной функции в ячейки таблицы. С помощью подбора параметра определить уточненное значение корня.

| | Уравнение | Интервал |
|---|---|----------|
| 1 | $1 - x^2 + \frac{1}{6}x^3 = 0$ | [-4;7] |
| 2 | $3 \cos^2(x) - \sin(x^2) - 3 = 0$ | [6;7] |
| 3 | $x^3 + 0,5 \sin(x) - 5x = 0$ | [-4;4] |
| 4 | $2 \ln(x) + \cos(3x) - 0,5 = 0$ | [0;5] |
| 5 | $\operatorname{tg}(0,5x + 0,2) - x^2 = 0$ | [0;3] |

| | | |
|----|---|---------|
| 6 | $7e^{-0,6x} - \sin(x) = 0$ | [0;15] |
| 7 | $\sqrt{x} - \cos(0,5x) - 5 = 0$ | [10;30] |
| 8 | $\sin(x^2) + \ln(x) - 1,5 = 0$ | [0;4] |
| 9 | $x^3 - 2x^2 - 9x - 4 = 0$ | [-2;5] |
| 10 | $x^2 + 5 \sin(3x) - 2,5 = 0$ | [-2;2] |
| 11 | $2 \ln(x) + \cos(4x) - \frac{x}{2} = 0$ | [0;4] |
| 12 | $x^2 - tg(3x) + 2 = 0$ | [-1;1] |
| 13 | $x^3 - \sin(10x) - 4x - 3 = 0$ | [-2;0] |
| 14 | $x^3 - 3x^2 + 5 \cos(4x) + 2 = 0$ | [0;3] |
| 15 | $\ln(2 + x^2) - 3 \sin(2x) - 3 = 0$ | [-2;4] |

2.2 Использование надстройки «Поиск решения»

Надстройки – это специальные средства, расширяющие возможности программы Excel. Доступ к ним осуществляется при помощи команды меню **Файл>Параметры>Надстройки**. Далее необходимо нажать кнопку «Перейти» и отметить необходимые надстройки. Подключенные надстройки появляются в меню **Данные**.

2.2.1 Поиск экстремума функции при заданных линейных ограничениях

Надстройка «Поиск решения» позволяет решать задачи поиска экстремума функции при наличии ограничений типа неравенств.

Пример

Найти максимальное значение функции $f = x(2-x) + 2y(2-y)$ при ограничениях

$$\begin{cases} x + 2y \leq 8; \\ 2x - y \leq 12; \\ x \geq 0; y \geq 0. \end{cases}$$

Решение в Excel. Введем в рабочую таблицу исходные данные:

| | A | B | C | D | E |
|---|-----------------------------|---|----|---------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | | x | y | | |
| 2 | Искомые значения: | 0 | 0 | | |
| 3 | Матрица ограничений: | | | Правая часть ограничений | Расчетное значение левой части |
| 4 | | 1 | 2 | 8 | |
| 5 | | 2 | -1 | 12 | |
| 6 | Значение функции: | | | | |

Поиск значений переменных x , y будем вести соответственно в ячейках B2:C2 (зададим им начальные значения, равные нулю – в дальнейшем значения этих ячеек будут подобраны автоматически). В ячейку B6 введем формулу для вычисления значения функции: $=B2*(2-B2)+2*C2*(2-C2)$, а в ячейки E4:E5 – формулы для вычисления левой части ограничений: $E4=B\$2*B4+C\$2*C4$; $E5=B\$2*B5+C\$2*C5$.

Далее нужно выполнить команду **Данные > Поиск решения** – откроется диалоговое окно **Параметры поиска решения**. В нем нужно указать:

- адрес ячейки, в которой находится формула, вычисляющая значение целевой функции;
- цель вычислений (задать критерий для нахождения экстремального значения целевой функции);
- адреса ячеек, в которых находятся значения изменяемых переменных x , y ;
- матрицу ограничений, для чего нажимается кнопка «Добавить»;
- параметры решения задачи, для чего нажимается кнопка «Параметры».

Вид диалогового окна «**Параметры поиска решения**»:

После ввода всех данных и задания параметров нажать кнопку «**Найти решение**». Результат решения задачи: функция имеет максимальное значение, равное 3 при $x=1$ и $y=1$.

Задания для индивидуального выполнения

Задание 1. Найти максимальное и минимальное значение функции при заданных ограничениях с помощью надстройки «Поиск решения».

Вариант 1

$$F(x) = 3x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 6 \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 2

$$F(x) = -3x_1 - 4x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + x_3 \geq -10 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 5 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 3

$$F(x) = x_1 - 24x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 1 \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 2 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 4

$$F(x) = 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 1 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 5

$$F(x) = 4x_1 - 4x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 \leq 1 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 1 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 6

$$F(x) = 6x_1 - 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 7

$$F(x) = -6x_1 + 4x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -3x_1 - x_2 + x_3 \geq 2 \\ -2x_1 - 4x_2 + x_3 \geq 3 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 8

$$F(x) = -4x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 18 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 9

$$F(x) = -2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ -x_1 + x_2 \leq 7 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 10

$$F(x) = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 15 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 12 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 13

$$F(x) = 3x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 11

$$F(x) = -5x_1 - 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 2 \\ -3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 10 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 14

$$F(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq -2 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 12

$$F(x) = -x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 2 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 15

$$F(x) = -6x_1 - 4x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq -1 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 \geq 1 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Надстройка **Поиск решения** часто используется для решения задач линейного программирования.

2.2.2 Задача об оптимальном ассортименте**Пример**

Предприятие выпускает 2 вида продукции. Цена единицы 1 вида продукции – 25 000, 2 вида продукции – 50 000. Для изготовления продукции используются три вида сырья, запасы которого 37; 57,6 и 7 условных единиц. Нормы затрат каждого сырья на единицу продукции представлены в следующей таблице:

| Продукция | | Запасы сырья |
|-------------------|-------------------|--------------|
| 1-й вид продукции | 2-й вид продукции | |
| 1,2 | 1,9 | 37 |
| 2,3 | 1,8 | 57,6 |
| 0,1 | 0,7 | 7 |

Требуется определить плановое количество выпускаемой продукции таким образом, чтобы стоимость произведенной продукции была максимальной.

Математическая модель задачи

Пусть продукция производится в количестве: 1-й вид – x_1 единиц, 2-й вид – x_2 единиц. Переменные x_1, x_2 должны быть неотрицательными и целыми: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$. Тогда стоимость произведенной продукции выражается целевой функцией: $f(x_1, x_2) = 25000x_1 + 50000x_2$, для которой необходимо найти максимум. При этом следует учесть ограничения по запасам сырья:

$$1,2x_1 + 1,9x_2 \leq 37;$$

$$2,3x_1 + 1,8x_2 \leq 57,6;$$

$$0,1x_1 + 0,7x_2 \leq 7.$$

Решение в Excel. Введем в рабочую таблицу исходные данные:

| | A | B | C | D | E |
|---|------------------------------|------------------|------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1 | | Продукт 1 | Продукт 2 | | |
| 2 | Искомые значения: | 0 | 0 | | |
| 3 | Используемые ресурсы: | | | Имеющиеся запасы ресурсов | Расчет расхода ресурсов |
| 4 | Сырье вида 1 | 1,2 | 1,9 | 37 | |
| 5 | Сырье вида 2 | 2,3 | 1,8 | 57,6 | |
| 6 | Сырье вида 3 | 0,1 | 0,7 | 7 | |
| 7 | Цена одного изделия | 25000 | 50000 | | |
| 8 | | | | | |
| 9 | Целевая функция: | | | | |

Поиск значений переменных x_1, x_2 будем вести соответственно в ячейках B2:C2. В ячейку B9 введем формулу для вычисления значения целевой функции (суммарной стоимости продукции): =СУММПРОИЗВ(B2:C2;B7:C7), а в ячейки E4:E6 – формулы для вычисления реального расхода сырья:

| Ячейка | Формула |
|--------|-------------------------------|
| E4 | = СУММПРОИЗВ(B\$2:C\$2;B4:C4) |
| E5 | = СУММПРОИЗВ(B\$2:C\$2;B5:C5) |
| E6 | = СУММПРОИЗВ(B\$2:C\$2;B6:C6) |

Вид диалогового окна «Параметры поиска решения»:

Результат решения задачи: $x_1=19$, $x_2=7$, общая стоимость (значение целевой функции) равна 825000.

Задания для индивидуального выполнения

Составить математическую модель задачи. Получить решение задачи с помощью надстройки «Поиск решения» ЭТ Excel. Изменить условие задачи в соответствии с дополнительными вопросами, указанными в каждом варианте, и найти ответы на данные вопросы.

Вариант 1

Для изготовления трёх видов продукции *A*, *B* и *C* используют токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования указаны в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида.

| Тип оборудования | Затраты времени на обработку одного изделия вида, станко-ч | | | Общий фонд рабочего времени оборудования, ч |
|------------------|--|----------|----------|---|
| | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | |
| Фрезерное | 5 | 6 | 8 | 210 |
| Токарное | 3 | 4 | 2 | 320 |
| Сварочное | 7 | 9 | 4 | 250 |
| Шлифовальное | 2 | 5 | 6 | 160 |
| Прибыль, руб. | 8 | 11 | 15 | |

- Требуется определить, сколько изделий и какого вида следует изготовить предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.
- Дополнительно определить изменение в оптимальном плане выпуска продукции, если фонд рабочего времени фрезеровального и токарного оборудования увеличен на 50%, а сварочного и шлифовального – на 30%.

Вариант 2

Предприятие располагает ресурсами сырья, рабочей силой и оборудованием, необходимыми для производства любого из 4 видов производимых товаров. Затраты ресурсов на изготовление единицы данного вида товара, прибыль, получаемая предприятием, а также запасы ресурсов указаны в таблице.

| Вид ресурса | Товары | | | | Объем ресурсов |
|---------------------------|--------|-----|-----|-----|----------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| Сырье, кг | 3 | 5 | 2 | 4 | 60 |
| Рабочая сила, часы | 22 | 14 | 18 | 30 | 400 |
| Оборудование, станко-часы | 10 | 14 | 8 | 16 | 128 |
| Прибыль на единицу товара | 300 | 250 | 560 | 480 | |

- Определить, какой ассортимент товара надо выпускать, чтобы прибыль была максимальной?
- Определить оптимальный ассортимент при дополнительном условии: 1-го товара выпустить не более 5 ед., 2-го – не менее 8 ед.

Вариант 3

Для производства столов, стульев и шкафов мебельная фабрика использует два вида древесины. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в таблице.

| Ресурсы | Нормы затрат ресурсов на одно изделие | | | Общее количество ресурсов |
|--|---------------------------------------|------|------|---------------------------|
| | Стол | Стул | Шкаф | |
| Древесина I вида, м ³ | 0,3 | 0,1 | 0,4 | 80 |
| Древесина II вида, м ³ | 0,1 | 0,05 | 0,5 | 120 |
| Трудоёмкость, чел.-ч | 1,3 | 0,3 | 2,5 | 483,5 |
| Прибыль от реализации одного изделия, руб. | 21 | 25 | 35 | |

- Определить сколько изделий мебели каждого вида фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.
- Определить оптимальный ассортимент при дополнительном условии: столов и стульев выпустить не менее чем по 50 ед., шкафов – не более 10 ед.

Вариант 4

На швейном предприятии для изготовления пяти видов костюмов может быть использована ткань трёх артикулов. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного костюма даны в таблице. В таблице также указаны общее количество тканей каждого артикула, имеющееся в данный момент в распоряжении предприятия, и отпускная цена одного костюма каждого вида.

| Артикул ткани | Норма расхода ткани на один костюм каждого вида, м | | | | | Общее количество ткани, м |
|---------------------------|--|------|------|------|------|---------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| I | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 190 |
| II | 3 | 2 | - | 2 | 1 | 320 |
| III | - | 4 | 4 | 1 | - | 454 |
| Цена одного костюма, руб. | 2300 | 4500 | 6200 | 6400 | 8200 | |

- Определить, сколько костюмов каждого вида должно произвести предприятие, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.
- Как изменится оптимальный план выпуска костюмов, если общее количество ткани первого артикула увеличится на 10%, второго артикула – на 25%, а третьего артикула - на 30%?

Вариант 5

Фабрика выпускает три вида каш для завтрака «Манго», «Сливки», «Персик». Используемые для производства данных продуктов ингредиенты в основном одинаковы и, как правило, не являются дефицитными. Основным ограничением, накладываемым на объем выпуска, является наличие фонда рабочего времени в каждом из трех цехов фабрики. В приведенной ниже таблице указаны общий фонд рабочего времени и число человеко-часов, требуемое для производства 1 т продукта.

| Цех | Необходимый фонд рабочего времени, чел.-ч./т | | | Общий фонд рабочего времени ч/ч |
|-----------------------|--|----------|----------|---------------------------------|
| | «Манго» | «Сливки» | «Персик» | |
| А. Производство | 10 | 4 | 7 | 1000 |
| В. Добавление приправ | 3 | 2 | 4 | 360 |
| С. Упаковка | 2 | 5 | 3 | 600 |

Доход от производства 1 т «Манго» составляет 150 дол., от производства каши «Сливки» – 90 дол., и от производства каши «Персик» – 130 дол.

- Необходимо разработать план производства на месяц, обеспечивающий максимальный доход.
- При определении плана выпуска следует учесть также то, что минимальное количество продукции каждого вида, которое требуется произвести – 30 т.

Вариант 6

Найти решение задачи оптимизации, состоящей в определении плана изготовления пяти видов хлебобулочных изделий, обеспечивающего максимум стоимости всей изготовленной продукции. Учесть заданные ограничения на использование имеющихся в наличии количеств сырья четырех видов. Нормы расхода сырья каждого вида на одно изделие, цена одного изделия соответствующего наименования, а также общее количество сырья данного вида приведены в таблице.

| Вид сырья | Изделие | | | | | Общее количество сырья |
|--------------------------|---------|----|----|----|----|------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| I | 16 | 18 | 13 | 14 | 12 | 470 |
| II | 3 | 5 | 4 | 7 | 9 | 186 |
| III | 8 | 4 | 8 | 6 | 4 | 178 |
| IV | 7 | 6 | 3 | 5 | 5 | 194 |
| Цена одного изделия, руб | 8 | 6 | 10 | 7 | 9. | |

Найти такой план выпуска продукции, который обеспечивает:

- максимальный объем реализации;
- максимальную прибыль.

Вариант 7

На ткацкой фабрике для изготовления пяти артикулов ткани используются ткацкие станки двух типов, пряжа и красители.

В таблице указаны затраты станков каждого типа, нормы расхода пряжи и красителей на 1 м ткани, цена 1 м ткани данного артикула, также заданы общий фонд рабочего времени станков каждого типа, имеющиеся в распоряжении фабрики фонды пряжи и красителей и ограничения на возможный выпуск тканей данного артикула.

| Ресурсы | Нормы затрат на 1 м ткани | | | | | Общее кол-во ресурсов |
|---|---------------------------|------|------|-------|-------|-----------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| Затраты на 1 м ткани станков, станко-ч: | | | | | | |
| I типа | 0,16 | 0,08 | 0,03 | 0,04 | 0,08 | 370 |
| II типа | 0,18 | 0,05 | 0,04 | 0,01 | 0,01 | 530 |
| Пряжа, кг | 2,0 | 1,0 | 1,3 | 1,7 | 1,5 | 186 |
| Красители, кг | 0,08 | 0,04 | 0,03 | 0,035 | 0,024 | 264 |
| Цена 1 м ткани, руб. | 8 | 6 | 10 | 7 | 9 | |

- Составить такой план изготовления тканей данного артикула, согласно которому будет произведено нужное количество тканей данного артикула, а общая стоимость всех тканей будет максимальна.
- Решить ту же задачу при наличии дополнительных ограничений:

| | | | | | |
|------------------|------|------|------|------|------|
| Выпуск ткани, м: | | | | | |
| минимальный | 800 | 1000 | 3500 | 2500 | 1500 |
| максимальный | 2200 | 8500 | 6500 | 5500 | 4500 |

Вариант 8

Фирма производит три вида продукции (А, В, С) для выпуска каждого из которых требуется определенное время обработки на всех четырех устройствах I, II, III, IV.

| Вид продукции | Время обработки (ч.) | | | | Прибыль |
|---------------|----------------------|----|-----|----|---------|
| | I | II | III | IV | |
| А | 1 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| В | 6 | 1 | 3 | 3 | 6 |
| С | 3 | 3 | 2 | 4 | 4 |

Пусть максимально допустимое время работы на устройствах – соответственно 84, 42, 21 и 42 ч.

- Найти план выпуска продукции, максимизирующий прибыль.
- Как изменится план выпуска, если фирма откажется от обработки всех видов продукции на четвертом устройстве, увеличив время их обработки на первом на 20%?

Вариант 9

На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 300 тыс. ден. ед. Его предполагается разместить на площади 45 м². Участок может быть оснащен оборудованием трех видов (все показатели приводятся на единицу оборудования):

- 1) машинами стоимостью 6 тыс. ден. ед., размещающимися на площади 9 м², производительностью 8 тыс. ед. продукции за смену;
 - 2) машинами стоимостью 3 тыс. ден. ед., занимающими площадь 4 м², производительностью 4 тыс. ед. продукции за смену;
 - 3) машинами стоимостью 2 тыс. ден. ед., размещающимися на площади 3 м², производительностью 3 тыс. ед. продукции за смену.
- Найти оптимальный план закупки оборудования, обеспечивающий наибольшую производительность всего участка.
 - Как изменится план закупки оборудования, если объем финансирования увеличится на 30%?

Вариант 10

Имеющийся фонд материалов М1, М2, М3 нужно так распределить между изготовителями, чтобы обеспечить максимальную прибыль от реализации всей продукции, произведенной из данных материалов. Нормы расхода на единицу продукции и прибыль, получаемая от реализованной единицы продукции представлены в таблице.

| Материалы | Продукция | | | | | Объем материала |
|-----------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----------------|
| | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 | |
| М1 | 0,7 | 0,9 | 1,5 | 2,3 | 1,8 | 50 000 |
| М2 | 1,4 | 0,3 | 0,7 | 2,5 | 2,0 | 28 000 |
| М3 | 0,5 | 2,1 | 1,8 | 0,7 | 2,0 | 40 000 |
| Прибыль | 5 | 7 | 6 | 9 | 8 | |

- Найти оптимальный план производства продукции.
- Определить, как повлияет на максимальную прибыль увеличение каждого ресурса на 5%.

Вариант 11

Фабрика выпускает кожаные брюки, куртки и пальто. В процессе изготовления изделия проходят три производственных участка: дубильный, раскройный и пошивочный. Время обработки изделий на каждом участке, их плановая себестоимость, оптовая цена предприятия приведены в таблице. Ограничения на фонд времени для дубильного, раскройного и пошивочного участков составляют соответственно 3360, 2688 и 5040 ч.

| Показатели | Изделия | | |
|------------------------------------|---------|--------|--------|
| | брюки | куртка | пальто |
| Норма времени на участках, чел.-ч: | | | |
| дубильном | 0,3 | 0,4 | 0,6 |
| раскройном | 0,4 | 0,4 | 0,7 |
| пошивочном | 0,5 | 0,4 | 0,8 |
| Полная себестоимость, ден.ед. | 15 | 40,5 | 97,8 |
| Оптовая цена предприятия, ден.ед. | 17,5 | 42,0 | 100,0 |

- Учитывая заданный ассортимент, найти оптимальный план, обеспечивающий максимальную прибыль предприятия.
- Решить ту же задачу при наличии дополнительных ограничений: пусть ассортимент продукции различных видов задан отношением 2:1:3 соответственно.

Вариант 12

При производстве карамели на кондитерской фабрике используются сахарный песок, патока, фруктовое пюре и вкусовые добавки. Нормы расхода сырья каждого вида для производства 1 т карамели «Абрикос»(А), «Вишня»(В) и «Клубника»(К) приведены в таблице.

| Нормы расхода сырья на одну тонну карамели, т | Вид сырья | | | Общее количество сырья, т |
|---|-----------|-------|-------|---------------------------|
| | А | В | К | |
| Сахарный песок | 0,7 | 0,6 | 0,8 | 900 |
| Патока | 0,45 | 0,5 | 0,3 | 700 |
| Фруктовое пюре | 0,1 | 0,2 | 0,15 | 250 |
| Вкусовые добавки | 0,002 | 0,005 | 0,003 | 16 |
| Прибыль, руб. | 1000 | 1200 | 1350 | |

- Требуется определить, план выпуска карамели, чтобы прибыль от её реализации была максимальной.

- Дополнительно заданы производственные издержки в рублях на 1 ед. каждого изделия: 40, 45, 50. Найти оптимальный ассортимент, максимизирующий прибыль, при условии, что суммарные производственные издержки не должны превышать 5000 руб.

Вариант 13

Цех мебельного комбината выпускает комоды, столы и тумбочки под телевизоры. Норма расхода материала в расчете на одно изделие, плановая себестоимость, оптовая цена предприятия, плановый ассортимент и трудоемкость единицы продукции приведены в таблице. Запас древесно-стружечных плит, досок еловых и березовых 90, 30 и 14 м³ соответственно. Плановый фонд рабочего времени 16 800 человеко-часов.

| Показатель | Изделия | | |
|---|---------|-------|----------|
| | комод | стол | тумбочка |
| древесно-стружечные плиты, м ³ | 0,032 | 0,031 | 0,038 |
| доски еловые, м ³ | 0,020 | 0,020 | 0,008 |
| доски березовые, м ³ | 0,005 | 0,005 | 0,006 |
| трудоемкость, чел.-ч | 10,2 | 7,5 | 5,8 |
| плановая себестоимость, ден.ед. | 88,81 | 63,98 | 29,60 |
| оптовая цена предприятия, ден.ед. | 93 | 67 | 30 |

Исходя из необходимости выполнения плана по ассортименту и возможности его перевыполнения, найти такой план выпуска продукции, который обеспечивает:

- максимальную прибыль;
- максимальный объем реализации при плановом ассортименте 350, 290 и 1200 единиц продукции соответственно.

Вариант 14

Продукция двух видов (краска для внутренних (I) и наружных (E) работ) поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта – А и В. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 тонн соответственно. Расходы продуктов А и В на 1 т соответствующих красок приведены в таблице:

| Исходный продукт | Расход исходных продуктов на тонну краски, т | | Максимально возможный запас, т |
|------------------|--|----------|--------------------------------|
| | Краска E | Краска I | |
| А | 1 | 2 | 6 |
| В | 2 | 1 | 8 |
| Оптовые цены | 2000 | 3000 | |

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску I никогда не превышает спроса на краску E более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску I никогда не превышает 2 т в сутки.

- Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?
- Как изменится максимальный доход при увеличении величины максимально возможного запаса на 20% для исходных продуктов A и B?

Вариант 15

Имеются два проекта на строительство жилых домов. Расход стройматериалов, их запас и полезная площадь дома каждого проекта приведены в таблице.

| Стройматериалы | Расход стройматериалов (м ² на один дом) | | Запас стройматериалов, м ² |
|----------------------------------|--|----|--|
| | I | II | |
| Кирпич силикатный | 7 | 3 | 1365 |
| Кирпич красный | 6 | 3 | 1254 |
| Пиломатериалы | 1 | 2 | 650 |
| Полезная площадь, м ² | 60 | 50 | |

- Определить, сколько домов первого и второго проекта следует построить, чтобы полезная площадь была наибольшей.
- Определить, как изменится планируемое количество домов первого и второго проекта при увеличении количества пиломатериалов на 100 м², а красного кирпича на 500 м².

2.2.3 Транспортная задача

Транспортная задача – это задача о составлении оптимального плана перевозок грузов из пунктов отправления в пункты потребления с минимальными затратами на перевозки.

Пример. Однородный груз имеется у поставщиков, его количество определяется в следующей таблице:

| Склады | Склад 1 | Склад 2 | Склад 3 |
|---------------------------------|---------|---------|---------|
| Наличие груза на складе (запас) | 18 | 75 | 31 |

Этот груз необходимо доставить потребителям в пункты назначения в соответствии с таблицей:

| Пункты Назначения | Пункт 1 | Пункт 2 |
|---------------------------|---------|---------|
| Потребность груза (спрос) | 45 | 79 |

Стоимость перевозок определяется таблицей:

| | Пункт 1 | Пункт 2 |
|---------|---------|---------|
| Склад 1 | 17 | 6 |
| Склад 2 | 12 | 13 |
| Склад 3 | 9 | 8 |

Требуется составить такой план перевозок, при котором запросы всех потребителей полностью удовлетворены и суммарные затраты на перевозку всех грузов минимальны.

Решение в Excel. Введем в рабочую таблицу исходные данные:

| | A | B | C | D |
|----|---------------------------------------|---------|---------|------------------------------------|
| 1 | | Пункт 1 | Пункт 2 | Количество груза на складе |
| 2 | Склад 1 | 17 | 6 | 18 |
| 3 | Склад 2 | 12 | 13 | 75 |
| 4 | Склад 3 | 9 | 8 | 31 |
| 5 | Потребность в грузе | 45 | 79 | |
| 6 | | | | |
| 7 | | Пункт 1 | Пункт 2 | Количество взятого со склада груза |
| 8 | Склад 1 | | | 0 |
| 9 | Склад 2 | | | 0 |
| 10 | Склад 3 | | | 0 |
| 11 | Количество доставленного груза | 0 | 0 | |
| 12 | Суммарная стоимость перевозок: | | | |

В ячейках B2:C4 находится таблица с тарифами стоимости перевозки груза. В ячейках B8:C10 будут рассчитаны такие объемы перевозок между складами и пунктами назначения, чтобы суммарная стоимость транспортировки была минимальной. Суммарная стоимость перевозок вычисляется в ячейке D12 по формуле =СУММПРОИЗВ(B2:C4;B8:C10).

Количество доставленного груза определяется следующим образом: B11=СУММ(B8:B10), C11=СУММ(C8:C10). Соответственно, количество взятого со склада груза рассчитывается по формулам: D8=СУММ(B8:C8), D9=СУММ(B9:C9), D10=СУММ(B10:C10).

Вид диалогового окна «Параметры поиска решения»:

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: Максимум Минимум Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

\$B\$5:\$C\$5 = \$B\$11:\$C\$11
 \$B\$8:\$C\$10 >= 0
 \$D\$2:\$D\$4 = \$D\$8:\$D\$10

Добавить
 Изменить
 Удалить
 Сбросить
 Загрузить/сохранить

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Результат решения задачи показан в диапазоне ячеек В8:С10 таблицы:

| | A | B | C | D |
|----|---------------------------------------|---------|---------|------------------------------------|
| 7 | | Пункт 1 | Пункт 2 | Количество взятого со склада груза |
| 8 | Склад 1 | 0 | 18 | 18 |
| 9 | Склад 2 | 45 | 30 | 75 |
| 10 | Склад 3 | 0 | 31 | 31 |
| 11 | Количество доставленного груза | 45 | 79 | |
| 12 | Суммарная стоимость перевозок: | | | 1286 |

Например, 45 единиц груза со склада 2 отправляется в пункт 1, а 30 единиц – в пункт 2.

Задания для индивидуального выполнения

Найти решение транспортной задачи для заданной таблицы поставок. Решить задачу с помощью надстройки «Поиск решения».

Значение параметра n равно последней цифре текущего года.

Вариант 1

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 23 | 27 | 26 | 31 | 30 | 22n |
| A_2 | 28 | 22 | 39 | 35 | 29 | 19n |
| A_3 | 41 | 33 | 24 | 36 | 43 | 19n |
| A_4 | 22 | 29 | 21+n | 25 | 47 | 19n |
| Спрос | 15n | 15n | 16n | 18n | 15n | |

Вариант 2

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 14 | 19 | 12 | 13 | 13 | 27n |
| A_2 | 11 | 12 | 11+n | 18 | 16 | 17n |
| A_3 | 17 | 18 | 14 | 15 | 10 | 20n |
| A_4 | 15 | 23 | 16 | 12 | 19 | 16n |
| Спрос | 14n | 14n | 24n | 18n | 10n | |

Вариант 3

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | n | 4 | 12 | 14 | 10 | 18n |
| A_2 | 11 | 12 | 9 | 5 | 19 | 12n |
| A_3 | 17 | 15 | 4 | 6 | 13 | 19n |
| A_4 | 3 | 5 | 7 | 8 | 2 | 19n |
| Спрос | 15n | 15n | 5n | 16n | 15n | |

Вариант 4

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 3n | 10 | 13 | 18 | 19 | 26n |
| A_2 | 2 | 6 | 17 | 9 | 16 | 24n |
| A_3 | 8 | 1 | 14 | 3 | 15 | 21n |
| A_4 | 3 | 12 | 11 | 22 | 9 | 16n |
| Спрос | 14n | 14n | 14n | 17n | 20n | |

Вариант 5

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 23 | 7n | 13 | 21 | 14 | 29n |
| A_2 | 18 | 12 | 19 | 3 | 12 | 22n |
| A_3 | 11 | 17 | 24 | 6 | 13 | 21n |
| A_4 | 22 | 19 | 21 | 15 | 7 | 28n |
| Спрос | 15n | 25n | 24n | 16n | 20n | |

Вариант 6

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 42 | 19 | 26 | 13 | 12 | 22n |
| A_2 | 11 | 22 | 10n | 18 | 16 | 21n |
| A_3 | 17 | 18 | 14 | 15 | 13 | 28n |
| A_4 | 25 | 29 | 17 | 18 | 22 | 39n |
| Спрос | 38n | 25n | 12n | 20n | 12n | |

Вариант 7

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 18 | 15 | 19 | 24 | 13 | 23n |
| A_2 | 16 | 10n | 19 | 15 | 19 | 19n |
| A_3 | 17 | 15 | 24 | 16 | 10 | 37n |
| A_4 | 19 | 12 | 12 | 14 | 17 | 41n |
| Спрос | 25n | 45n | 15n | 25n | 15n | |

Вариант 8

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 3 | 2n | 4 | 34 | 19 | 16n |
| A_2 | 26 | 6 | 7 | 9 | 16 | 18n |
| A_3 | 8 | 8 | 7 | 3 | 30 | 25n |
| A_4 | 35 | 25 | 11 | 2 | 9 | 36n |
| Спрос | 34n | 14n | 14n | 18n | 10n | |

Вариант 9

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 23 | 17 | 15 | 21 | 30 | 18n |
| A_2 | 18 | 12 | 19 | 5n | 9 | 28n |
| A_3 | 10 | 1 | 24 | 6 | 13 | 48n |
| A_4 | 12 | 19 | 21 | 15 | 27 | 18n |
| Спрос | 14n | 24n | 34n | 26n | 14n | |

Вариант 10

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 14 | 9 | 6n | 3 | 12 | 15n |
| A_2 | 21 | 2 | 11 | 18 | 16 | 30n |
| A_3 | 17 | 18 | 4 | 15 | 13 | 25n |
| A_4 | 5 | 19 | 17 | 8 | 6 | 15n |
| Спрос | 12n | 12n | 22n | 27n | 12n | |

Вариант 11

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 21 | 17 | 12 | 24 | 30 | 19n |
| A_2 | 16 | 10n | 19 | 15 | 13 | 29n |
| A_3 | 19 | 15 | 24 | 16 | 14 | 19n |
| A_4 | 29 | 22 | 21 | 15 | 11 | 39n |
| Спрос | 15n | 15n | 35n | 16n | 25n | |

Вариант 12

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 33 | 22 | 14 | 34 | 19 | 26n |
| A_2 | 36 | 16 | 37 | 29 | 26 | 47n |
| A_3 | 28 | 18 | 17 | 23 | 30 | 21n |
| A_4 | 35 | 25 | 11n | 22 | 39 | 16n |
| Спрос | 34n | 24n | 24n | 18n | 10n | |

Вариант 13

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 13 | 27 | 13 | 22 | 23 | 38n |
| A_2 | 18 | 12 | 7 | 5n | 11 | 18n |
| A_3 | 12 | 17 | 24 | 6 | 13 | 28n |
| A_4 | 4 | 19 | 21 | 19 | 17 | 18n |
| Спрос | 14n | 14n | 24n | 16n | 34n | |

Вариант 14

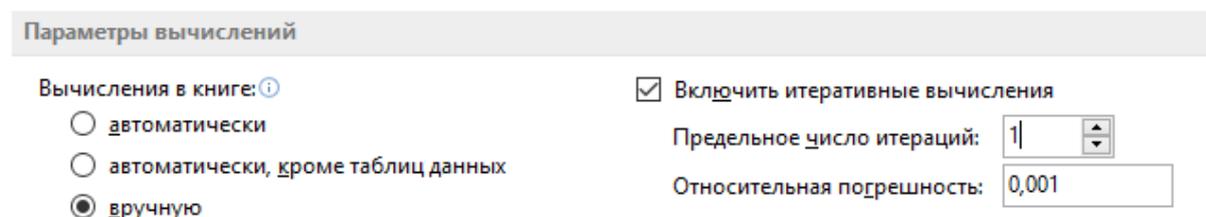
| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 14 | 9 | 2n | 13 | 12 | 15n |
| A_2 | 12 | 12 | 11 | 18 | 6 | 25n |
| A_3 | 7 | 8 | 4 | 15 | 13 | 25n |
| A_4 | 15 | 10 | 3 | 9 | 16 | 15n |
| Спрос | 12n | 12n | 32n | 12n | 12n | |

Вариант 15

| Поставщики | Потребители | | | | | Запасы поставщиков |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | B_5 | |
| A_1 | 3 | 7 | 18 | 21 | 11 | 39n |
| A_2 | 8 | 12 | 9 | 3n | 2 | 22n |
| A_3 | 10 | 17 | 14 | 6 | 13 | 21n |
| A_4 | 23 | 14 | 10 | 5 | 7 | 28n |
| Спрос | 15n | 25n | 14n | 36n | 20n | |

Тема 3: ОРГАНИЗАЦИЯ ИТЕРАЦИОННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

При решении ряда задач в MS Excel применяются итерационные вычисления. Для этого в параметрах Excel необходимо включить поддержку итеративных вычислений **Файл** → **Параметры** → **Формулы** → **Параметры вычислений**, установить предельное число итераций и относительную погрешность:



Пример 1

Провести исследование численности популяции используя логистическую модель $X_{i+1} = X_i + aX_i - bX_i^2$, где заданы следующие параметры: X_0 – начальная численность популяции; a – коэффициент размножения; b – коэффициент смертности ($a > 0$; $b < 1$). Решить задачу двумя способами – с помощью развернутых и свернутых итераций. Вид таблицы с формулами для решения задачи (при заданных установках параметров вычислений пересчет выполняется при нажатии клавиши F9):

| | A | B | C | D |
|---|---|---------------------------|----------|---------------------------------|
| 1 | i | X | a= | 1,85 |
| 2 | 0 | 200 | b= | 0,01 |
| 3 | 1 | =B2+\$D\$1*B2-\$D\$2*B2^2 | | |
| 4 | 2 | =B3+\$D\$1*B3-\$D\$2*B3^2 | флаг | 0 |
| 5 | 3 | =B4+\$D\$1*B4-\$D\$2*B4^2 | счетчик | =ЕСЛИ(D4=0;0;D5+1) |
| 6 | 4 | =B5+\$D\$1*B5-\$D\$2*B5^2 | значение | =ЕСЛИ(D4=0;B2;D6+D1*D6-D2*D6^2) |

Развернутые итерации: в ячейке B2 введено начальное значение численности популяции, в остальных ячейках столбца B введены формулы, которые определяют численность популяции через предыдущее значение. Таким образом организуется вычислительный процесс, каждый цикл которого представляет собой одну итерацию – переход от предыдущего значения численности популяции X_i к последующему X_{i+1} .

Свернутые итерации: вычисления производятся в блоке ячеек D4:D6, при этом ячейка D4 выполняет функции кнопки «старт», если она содержит значение «0», то счетчик и значение численности популяции принимают начальные значения, в противном случае выполняется пересчет по формуле

с использованием циклической ссылки. При расчетах с использованием метода свернутых итераций абсолютные ссылки в формулах не нужны.

Пример 2

Вычислить значение выражения $Y = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \dots + \sqrt{n}}}}$ при $n=10$.

Вид таблицы для решения задачи:

| | A | B | C | D | E |
|---|-------|----------------|----------|--------------------------------------|---|
| 1 | № | Y | | | |
| 2 | 10 | =КОРЕНЬ(A2) | флаг | 0 | |
| 3 | =A2-1 | =КОРЕНЬ(A3+B2) | счетчик | =ЕСЛИ(E2=0;10;E3-1) | |
| 4 | =A3-1 | =КОРЕНЬ(A4+B3) | значение | =ЕСЛИ(E2=0;КОРЕНЬ(E3);КОРЕНЬ(E3+E4)) | |

Пример 3

Вычислить бесконечную сумму с заданной точностью ε . Считать, что требуемая точность достигнута, если вычислена сумма нескольких первых слагаемых и очередное слагаемое $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{8} + \dots$ оказалось по модулю меньше, чем ε – это, и все последующие слагаемые можно уже не учитывать.

В данном случае потребуется два отдельных столбца для вычисления слагаемого и суммы при выполнении задания методом развернутых итераций, и две ячейки при выполнении методом свернутых итераций. Каждое последующее слагаемое вычисляется путем умножения предыдущего слагаемого на $x/2$. Вид таблицы:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|--------------|---------------------------|---|-----------|-------------------------------------|
| 1 | № | Слагаемое | Сумма | | | |
| 2 | 1 | =F2/2 | =B2 | | x= | 0,95 |
| 3 | 2 | =B2*\$F\$2/2 | =ЕСЛИ(B3>\$F\$3;C2+B3;"") | | eps= | 0,001 |
| 4 | 3 | =B3*\$F\$2/2 | =ЕСЛИ(B4>\$F\$3;C3+B4;"") | | | |
| 5 | 4 | =B4*\$F\$2/2 | =ЕСЛИ(B5>\$F\$3;C4+B5;"") | | флаг | 0 |
| 6 | 5 | =B5*\$F\$2/2 | =ЕСЛИ(B6>\$F\$3;C5+B6;"") | | счетчик | =ЕСЛИ(F5=0;1;F6+1) |
| 7 | 6 | =B6*\$F\$2/2 | =ЕСЛИ(B7>\$F\$3;C6+B7;"") | | слагаемое | =ЕСЛИ(F5=0;F2/2;F7*F2/2) |
| 8 | 7 | =B7*\$F\$2/2 | =ЕСЛИ(B8>\$F\$3;C7+B8;"") | | сумма | =ЕСЛИ(F5=0;F7;ЕСЛИ(F7>F3;F8+F7;F8)) |

Пример 4

Найти сумму ряда: $\frac{x}{1!} - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + \dots$

Решение этой задачи аналогично предыдущей, но здесь следует обратить внимание, что ряд – знакопеременный и в знаменателе нужно формировать факториал, поэтому для получения каждого последующего элемента предыдущий элемент умножается на $(-x)$ и делится на значение счетчика.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|--------------------|--------------------------------|---|-----------|--|
| 1 | № | Слагаемое | Сумма | | | |
| 2 | 1 | =F2 | =B2 | | x= | 5 |
| 3 | 2 | =B2*(-1)*\$F\$2/A3 | =ЕСЛИ(ABS(B3)>\$F\$3;C2+B3;"") | | eps= | 0,001 |
| 4 | 3 | =B3*(-1)*\$F\$2/A4 | =ЕСЛИ(ABS(B4)>\$F\$3;C3+B4;"") | | | |
| 5 | 4 | =B4*(-1)*\$F\$2/A5 | =ЕСЛИ(ABS(B5)>\$F\$3;C4+B5;"") | | флаг | 0 |
| 6 | 5 | =B5*(-1)*\$F\$2/A6 | =ЕСЛИ(ABS(B6)>\$F\$3;C5+B6;"") | | счетчик | =ЕСЛИ(F5=0;1;F6+1) |
| 7 | 6 | =B6*(-1)*\$F\$2/A7 | =ЕСЛИ(ABS(B7)>\$F\$3;C6+B7;"") | | слагаемое | =ЕСЛИ(F5=0;F2;F7*(-1)*F2/F6) |
| 8 | 7 | =B7*(-1)*\$F\$2/A8 | =ЕСЛИ(ABS(B8)>\$F\$3;C7+B8;"") | | сумма | =ЕСЛИ(F5=0;F7;ЕСЛИ(ABS(F7)>F3;F8+F7;F8)) |

Задания для индивидуального выполнения

Задание 1. Методами развёрнутых и свёрнутых итераций вычислить 5, 10, 50 значений величин, заданных рекуррентными формулами:

| № варианта | Формулы рекуррентных соотношений | Начальные значения |
|------------|---|----------------------------------|
| 1 | $a_i = 2a_{i-1} + 3b_{i-1} - 4$ $b_i = a_{i-1} + b_{i-2}$ | $a_1 = 1,5$ $b_0 = b_1 = 1$ |
| 2 | $x_i = x_{i-1} - 1,5y_{i-1} + 2z_{i-1}$ $y_i = 2y_{i-1}$ $z_i = 3x_{i-1} - 5$ | $x_1 = 0,6$ $y_1 = -2$ $z_1 = 0$ |
| 3 | $m_i = -m_{i-1} + 2n_{i-1}$ $n_i = 0,5k_{i-1} + 1,8n_{i-1} - 2$ $k_i = k_{i-1} + n_{i-1} - 2m_{i-1}$ | $m_1 = 3$ $n_1 = 1$ $k_1 = -0,5$ |
| 4 | $a_i = a_{i-1} - 0,3b_{i-1} + 2c_{i-1}$ $b_i = a_{i-1} - 3c_{i-1}$ $c_i = \frac{1}{a_{i-1}}$ | $a_1 = 1$ $b_1 = 1$ $c_1 = 0$ |
| 5 | $x_i = 2x_{i-1} + \frac{y_{i-1}}{3} - z_{i-1}$ $y_i = -x_{i-1} + y_{i-1} + \frac{z_{i-1}}{2}$ $z_i = y_{i-1} + z_{i-1}$ | $x_1 = 0$ $y_1 = 3$ $z_1 = -1$ |

| | | |
|----|---|------------------------------------|
| 6 | $m_i = m_{i-1} + 2n_{i-1} + k_{i-1}$ $n_i = 5m_i + \frac{k_{i-1}}{4} - 1$ $k_i = 2k_{i-1} + \frac{1}{3}$ | $m_1 = -1$ $n_1 = 1$ $k_1 = 0$ |
| 7 | $p_i = 2p_{i-1} + q_{i-1} - 2r_{i-1}$ $q_i = q_{i-1} - \frac{r_{i-1}}{2}$ $r_i = \frac{1}{p_{i-1}} + r_{i-1}$ | $p_1 = -1$ $q_1 = 1$ $r_1 = 0,2$ |
| 8 | $h_i = h_{i-1} + w_{i-1} + v_{i-1}$ $w_i = 2h_{i-1} - 3v_{i-1}$ $v_i = \frac{1}{h_{i-1}} + w_{i-1} $ | $h_1 = -1$ $w_1 = 0$ $v_1 = 1$ |
| 9 | $x_i = 2x_{i-1} - z_{i-1} + 1$ $y_i = -y_{i-1} + \frac{z_{i-1}}{2} - 3$ $z_i = x_{i-1} + 0,8z_{i-1}$ | $x_1 = -1$ $y_1 = 0,5$ $z_1 = -1$ |
| 10 | $m_i = -2m_{i-1} - n_{i-1} + 3k_{i-1}$ $n_i = 5n_i + \frac{m_{i-1}}{2} - 1$ $k_i = 2k_{i-1} + \frac{1}{3}$ | $m_1 = -1$ $n_1 = -1$ $k_1 = 1$ |
| 11 | $p_i = 2q_{i-1} - \frac{r_{i-1}}{3}$ $q_i = q_{i-1} - \frac{r_{i-1}}{2} + 3p_{i-1}$ $r_i = \frac{4}{p_{i-1}} + r_{i-1} + 0,5$ | $p_1 = -1$ $q_1 = 0,5$ $r_1 = 0,5$ |

| | | |
|----|---|-----------------------------------|
| 12 | $h_i = h_{i-1} - v_{i-1}$ $w_i = 2h_{i-1} - 3w_{i-1}$ $v_i = \frac{1}{v_{i-1}} + w_{i-1} $ | $h_1 = -2$ $w_1 = 0,4$ $v_1 = 1$ |
| 13 | $x_i = x_{i-1} - 3y_{i-1} + 4z_{i-1}$ $y_i = 3y_{i-1}$ $z_i = 4x_{i-1} - 7$ | $x_1 = 1$ $y_1 = -1$ $z_1 = 1$ |
| 14 | $m_i = 2m_{i-1} + n_{i-1} + 2k_{i-1}$ $n_i = 3m_i + \frac{k_{i-1}}{2} - 1$ $k_i = 4k_{i-1} + \frac{1}{2}$ | $m_1 = -2$ $n_1 = 2$ $k_1 = 1$ |
| 15 | $x_i = 3x_{i-1} - 2z_{i-1} + 3$ $y_i = -2y_{i-1} + \frac{z_{i-1}}{4} - 2$ $z_i = x_{i-1} + 0,6z_{i-1}$ | $x_1 = -1,5$ $y_1 = 1$ $z_1 = -1$ |

Задание 2. Вычислить бесконечную сумму с заданной точностью ε . Считать, что требуемая точность достигнута, если вычислена сумма нескольких первых слагаемых и очередное слагаемое оказалось по модулю меньше, чем ε , – это, и все последующие слагаемые можно уже не учитывать.

1. $\frac{x}{2k} + \frac{x^3}{4k^2} + \frac{x^5}{8k^3} + \dots$, ($|x| < 1$).
2. $\frac{\cos x}{a} + \frac{\cos^2 x}{3a} + \frac{\cos^3 x}{5a} + \dots$, ($|a| > 1$).
3. $\frac{x-1}{x} + \frac{(x-1)^2}{2x^2} + \frac{(x-1)^3}{3x^3} + \dots$ ($x > 1/2$).
4. $\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \dots$ ($x > 1$).
5. $\frac{\sin x}{a} + \frac{\sin(x^2)}{2a} + \frac{\sin(x^3)}{3a} + \dots$, ($|a| > 1$).

$$6. \frac{x+1}{2x^2} + \frac{(x+1)^2}{3x^3} + \frac{(x+1)^3}{4x^4} + \dots (x > 1).$$

$$7. \frac{1}{a} + \frac{1}{2 \cdot a^2} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot a^3} + \dots, (|a| > 1).$$

$$8. \frac{\cos x}{3} + \frac{\cos 2x}{3^2} + \frac{\cos 3x}{3^3} + \dots$$

$$9. x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{x^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$$

$$10. \frac{\sin x}{k} + \frac{\sin^2 x}{2k^2} + \frac{\sin^3 x}{4k^3} + \dots, (|k| > 1).$$

$$11. \frac{1}{a+1} + \frac{1}{2(a-1)^2} + \frac{1}{3(a-1)^3} + \dots, (|a| > 1).$$

$$12. \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots, (1 \leq x \leq 1.5)$$

$$13. \frac{\cos x}{a} + \frac{\cos^2 x}{2a^2} + \frac{\cos^3 x}{4a^3} + \dots, (|a| > 1).$$

$$14. \frac{1}{a} + \frac{1}{2a^3} + \frac{1}{4a^5} + \dots (a > 1).$$

$$15. \frac{\sin x}{1!} + \frac{\sin(x^2)}{2!} + \frac{\sin(x^3)}{3!} + \dots$$

Задание 3. Методами развернутых и свернутых итераций вычислить значение выражения (в соответствии с вариантом задания). В выражениях x (действительное число) и n (натуральное число, определяющее количество итераций) задать самостоятельно.

| № варианта | Выражение |
|------------|---|
| 1 | $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$ |
| 2 | $\sqrt{3 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{3(n-1) + \sqrt{3n}}}}$ |
| 3 | $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \dots}}}}$ |
| 4 | $\underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}}_{n \text{ корней}}$ |
| 5 | $2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{6 + \frac{1}{8 + \frac{1}{10 + \dots}}}}$ |
| 6 | $\sin x + \sin \sin x + \dots + \underbrace{\sin \sin \dots \sin x}_n$ |
| 7 | $1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{4}{1 + \frac{8}{1 + \frac{16}{1 + \dots}}}}}$ |
| 8 | $\underbrace{(((x+3)^2 + 3)^2 + \dots + 3)^2 + 3)}_{n \text{ скобок}}$ |

| | |
|----|---|
| 9 | $1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{6 + \frac{1}{9 + \frac{1}{12 + \dots}}}}$ |
| 10 | $\frac{1}{\sin 1} + \frac{1}{\sin 1 \cdot \sin 2} + \dots + \frac{1}{\sin 1 \cdot \sin 2 \cdot \dots \cdot \sin n}$ |
| 11 | $1 + \frac{2}{2 + \frac{2}{4 + \frac{2}{8 + \frac{2}{16 + \dots}}}}$ |
| 12 | $x(x+1)\dots(x+n-1)$ |
| 13 | $1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{1 + \frac{5}{1 + \frac{7}{1 + \frac{9}{1 + \dots}}}}}$ |
| 14 | $\underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{2^{n-1} + \sqrt{2^n}}}}}_{n \text{ корней}}$ |
| 15 | $\underbrace{((\dots((1+x)^2 + 2x)^2 + \dots + (n-1)x)^2 + nx)^2}_{n \text{ скобок}}$ |

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Перечислите возможности форматирования ячеек в Excel.
2. Назовите арифметические операторы, применяемые в Excel, и порядок их обработки.
3. Как можно вставить в формулу ссылку на ячейку?
4. Назовите способы адресации и различия между ними.
5. Сколько уровней вложенных функций допускается в Excel и как можно редактировать формулы, содержащие вложенные функции?
6. Что такое маркеры данных? Приведите примеры для различных типов диаграмм.
7. Каким образом можно отобразить на диаграмме значения разных порядков?
8. Как должны вводиться данные для построения поверхности?
9. Назовите основные элементы объемной круговой диаграммы. Какие варианты форматирования можно применить к данному типу диаграммы?
10. Что такое итерация?

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Информатика. Базовый курс: учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений: [для бакалавров и специалистов] / С.В. Симонович; под ред. С.В. Симоновича. – 3-е изд. – Санкт-Петербург [и др.]: Питер, 2014.
2. Максимова А.П. Информатика: учебно-практический курс / А.П. Максимова. – 3-е изд. – Минск: ТетраСистемс, 2006.
3. Советов Б.Я. Информационные технологии: учебник для бакалавров / Б.Я. Советов, В.В. Цехановский; Санкт-Петербургский гос. электротехн. ун-т. – 6-изд. – Москва: Юрайт, 2013.
4. Алешин Л.И. Информационные технологии: учеб. пособие / Л.И. Алешин. – М.: Литера, 2008.
5. Батан С.Н. Основы информационных технологий: курс лекций / С.Н. Батан, Л.В. Батан, О.В. Малашук; М-во образования Республики Беларусь, Учреждение образования «Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова». – Могилев: МГУ имени А.А. Кулешова, 2016.

Учебное издание

**ЭФФЕКТИВНАЯ РАБОТА
В MICROSOFT EXCEL**

Методические рекомендации

Составители:

ЧИРКИНА Анна Александровна
БУЛГАКОВА Наталья Валентиновна

Технический редактор

Г.В. Разбоева

Компьютерный дизайн

Л.И. Ячменёва

Подписано в печать 2021. Формат 60x84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 2,79. Уч.-изд. л. 1,03. Тираж экз. Заказ .

Издатель и полиграфическое исполнение – учреждение образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».

Свидетельство о государственной регистрации в качестве издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/255 от 31.03.2014.

Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».
210038, г. Витебск, Московский проспект, 33.