Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»
Кафедра теории и методики
физической культуры и спортивной медицины

СПОРТИВНАЯ МЕТРОЛОГИЯ

***Методические рекомендации
к выполнению лабораторных работ***

*Витебск
ВГУ имени П.М. Машерова
2021*

УДК 796:006.91(076.5)
ББК 75.13я73
С73

Печатается по решению научно-методического совета учреждения образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». Протокол № 1 от 27.10.2021.

Составители: доцент кафедры теории и методики физической культуры и спортивной медицины ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат педагогических наук, доцент **П.И. Новицкий;** старший преподаватель кафедры теории и методики физической культуры и спортивной медицины ВГУ имени П.М. Машерова **А.И. Новицкая**

Р е ц е н з е н т :
доцент кафедры спортивно-педагогических дисциплин
ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат педагогических наук,
доцент *Г.Б. Шацкий*

С73 **Спортивная метрология :** методические рекомендации к выполнению лабораторных работ / сост.: П.И. Новицкий, А.И. Новицкая. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2021. – 34 с.

Учебное издание по дисциплине «Спортивная метрология» содержит лабораторные работы, связанные с практическим освоением статистических методов в сфере физической культуры и спорта. Темы лабораторных работ представлены в соответствии с учебной программой дисциплины для студентов, обучающихся по специальности 1-03 02 01 Физическая культура.

УДК 796:006.91(076.5)
ББК 75.13я73

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Спортивная метрология» относится к циклу специальных дисциплин учреждения высшего образования, входит в блок естественнонаучных дисциплин в соответствии с образовательным стандартом высшего образования по специальности 1-03 02 01 Физическая культура (по направлениям).

Цель дисциплины – сформировать у студентов знания в области спортивных измерений, обработки и интерпретации их результатов.

Изучение предмета «Спортивная метрология» обязательно связано с лабораторными и расчетно-графическими работами, выполняемыми студентами на учебных занятиях и самостоятельно. Такие занятия закрепляют и углубляют знания студентов, полученные на лекционных курсах. Наряду с приобретением навыков практического использования метрологического инструментария значительное место в них отводится формированию умений корректного применения методов математической статистики в физическом воспитании и спортивной подготовке. Последнее является непременным условием объективной оценки и всестороннего анализа основных составляющих успеха учебно-тренировочного процесса: планирования управления и контроля.

Конечно, в современных условиях математические вычисления любой сложности можно быстро и точно осуществить с помощью компьютерной техники, не прибегая к пошаговому выполнению математических операций (как это предлагают лабораторные работы), однако определение цели, задач и выбор методов этих расчетов всегда будут прерогативой специалиста (учителя тренера). В то же время в процесс обучения студентов, именно пошаговое выполнение математических операций (так сказать «вручную») позволяет им изнутри увидеть и понять внутренний механизм работы математических формул, быстрее и прочнее усвоить сущность основных статистических показателей, наиболее распространенных в практической и научной сфере физической культуры и спорта.

Структура представления в издании материала и его содержание позволяют студентам осуществлять выполнение лабораторных работ самостоятельно, в том числе при написании контрольных работ по дисциплине «Спортивная метрология» в условиях заочной формы обучения.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Табличное и графическое представление экспериментальных данных

Задание

1. Провести ранжирование данных.

2. Определять число и ширину класса, нижнюю границу класса, размах варьирования.

3. Определить границы классов и заполнить таблицу вариационного ряда.

4. Построить гистограмму, определить модальный класс, значение моды и медианы. Показать эти значения на гистограмме. Сделать выводы о характере распределения варьирующего признака.

5. Построить полигон распредления. Сделать выводы о форме кривой распределения.

Основные положения

Как правило, необработанные экспериментальные данные представлены в виде неупорядоченного набора чисел x_i, записанных исследователем в порядке их поступления. Делать выводы по такому набору невозможно. Чтобы проанализировать полученные результаты, их необходимо обработать и упорядочить (ранжировать).

Ранжирование – расположение исходных данных (чисел) по порядку от минимальных их значений до максимальных.

Все числовые значения (например, результаты выплнения учащимися прыжка в длину в сантиметрах) какого-либо признака (признаком в этом примере могут быть «скоростно-силовые способности» этих учащихся, которые в соответсвии с выбранным тестом, исследователь изучает по результатам прыжка в длину с места или сам «прыжок в длину с места») представляют собой некую выборочную совокопность чисел (*выборку*), которую исследователь будет математически обрабатывать, в соответствии с поставленными задачами. Упорядоченная выборка называется *вариационным рядом*, а его числовые значения – вариантами.

Размах варьирования (R) вариационного ряда определяется как разность между максимальным и минимальным значением, входящих в него вариант (чисел). Полученное значение характеризует диапазон их вариации.

Группировка представляет собой процесс систематизации (упорядочения) всех числовых показателей выборки для их дальнейшего анализа.

Чтобы сгруппировать имеющиеся для анализа значения (числа), необходимо весь промежуток между наибольшим и наименьшим значениями признака разделить на ряд интервалов (классов).

При установлении границ классов не обязательно, чтобы нижняя граница первого класса была равна наименьшему наблюдению (числовому значению), а верхняя граница последнего класса – наибольшему. Рекомендуется выбрать границы классов так, чтобы наименьшее наблюдение оказалось примерно в середине первого, а наибольшее – в середине последнего класса.

Число классов зависит от числа наблюдений (объема выборки). Для приближенной оценки этой величины можно руководствоваться таблицей Приложения 1. Необходимое количество классов может также определяться произвольно, в соответсвии с решаемыми практическими задачами.

Далее определяется *ширина класса*. Ширина класса рассчитывается по формуле:

$$с = \frac{X_{max} - X_{min}}{p},$$

где с – ширина класса;

р – число классов;

Xmax – наибольшее значение признака;

Xmin – наименьшее значение признака.

Полученное значение ширины класса лучше округлить.

Нижняя граница первого класса (t_0) определяется по формуле:

$$t_0 = X_{min} - \frac{c}{2}$$

Прибавив к t_0 ширину класса, находят верхнюю границу первого класса. Далее определяют границы остальных классов.

Затем подсчитываются частоты (n_i) – число наблюдений, попавших в каждый класс. Границы классов и соответствующие им частоты заносятся в таблицу 1.

Таблица 1

№	Границы классов	Частоты (n_i)
	$X_{н1} \div X_{в1}$ $X_{н2} \div X_{в2}$ ………........ $X_{нр} \div X_{вр}$	

Полученное табличное представление данных называется вариационным рядом. Это двойной числовой ряд, показывающий, каким образом численные значения изучаемого признака связаны с их повторяемостью в выборке.

Таким образом, вариационный ряд дает возможность в удобной компактной форме представить результаты наблюдения.

Анализ вариационных рядов упрощается при их графическом представлении. Наиболее распространенными способами графического представления числовых значений являются *гистограмма* и *полигон* распределения.

Гистограмма используется для графического представления распределений нерерывно варьирующих признаков и имеет вид примыкающих друг к другу прямоугольников. По оси X (горизонтальная линия графика – абсцисса) откладывается ширина класса, ось Y (вертикальная линия графика – ордината) представляет, своего рода, шкалу по которой определяют частоту встречаемости числовых значений, входящих в эти классы.

Класс, обладающий наибольшей частотой числовых значений, называетя модальным. Срединное значение модального класса называется *модой.* Для определения моды находят сумму максимального и минимального значения модального класса и делят ее на 2.

Медиана – значение признака, находящееся в середине ранжированного ряда. Иными словами она делит вариационный ряд (ранжированный) на две равные, по количеству числовых значений, части. Например, если вариационный ряд состоит из 5 ранжированных чисел (вариант), то третья варианта в этом ряду и будет медианой. При нечетном числе вариант их количество делят пополам, затем находят сумму двух вариант, находящихся ближе всех к середине вариационного ряда и сумму делят пополам. Таким образом определяют занчений медианы в четных вариационных рядах.

Для построения полигона распределения на оси X откладываются значения исследуемого признака, а по оси Y – шкала для определения частоты встречаемости этих численных занчений.

Ход работы

Рассмотрим пример.

В ходе проведения тестрирования были получены данные, представляющие собой результаты прыжка в длину с места (см):

185	162	165	160	160	155	165	160	164	142
142	150	151	170	154	168	154	155	170	154
165	168	154	155	155	157	155	145	150	138

В этом примере выборка предсатвляет собой 30 измеренных значений признака (результатов прыжков), т.е. объем выборки n=30.

1. Проранжируем полученнве данные, т.е. расположим значения по порядку их возрастания.

138	142	142	145	150	150	151	154	154	154
154	155	155	155	155	155	157	160	160	160
162	164	168	168	168	168	168	170	170	185

2. Находим размах варьирования

$$R=185-138=47см.$$

3. Исходя из объема выборки n=30 задаемся числом классов p = 6 (см. Приложение 1). Рассчитываем ширину класса:

$$c = \frac{185-138}{6} = 7{,}83 \approx 8(см)$$

4. Находим нижнюю границу первого класса

$$t_0 = 138 - \frac{8}{2} = 134 \text{ (см)}$$

5. Верхняя граница первого класса $X_{в1}$ = 134+8=142 (см)

6. Далее определяем границы остальных классов. Результаты вычислений заносим в таблицу 2 (столбец 2). Подсчитываем, сколько значений признака оказалось в каждом из классов. Например, в первый класс из нашего вариационного ряда попали значения 138, 142, 142. Поэтому частота значений в этом классе равна 3 (n_1=3).

Таблица 2

№ классов	Границы классов	Частоты (n_i)
1	134–142	3
2	143–151	4
3	152–160	13
4	161–169	7
5	170–178	2
6	179–187	1

7. По данным таблицы 2 строим гистограмму (рисунок 1) и полигон распределения результатов (рисунок 2).

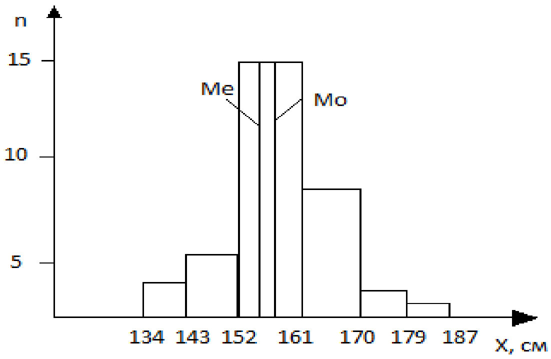

Рис. 1 – **Гистограмма распределения результатов**

Для построения гистограммы на оси абсцисс (X) последовательно откладываем ширину каждого класса, на оси ординат (Y) – частоты соответствующих классов, как показано на рисунке 1.

Анализируя гистограмму, можно отметить, что преобладающим является класс в интервале от 152 до 160 см. Т.е., наиболее часто встречаются значения результатов прыжков именно в этом диапазоне. Поэтому этот класс (№3) будет модальным. Значение моды:

$$M_0 = (152+160) : 2 = 156 \text{ (см)}$$

Для нахождения медианы рассмотрим ранжированный ряд. Здесь серединными будут 15-я и 16-я варианты со значениями, соответственно 155 и 155. Следовательно, значение медианы:

$$M_e = (155+155) : 2 = 155 \text{ (см)}$$

При построении полигона распределения на оси абсцисс откладываются средние значения каждого класса, а на оси ординат – количество вариант (n), входящих в каждый класс, как показано на рисунке 2.

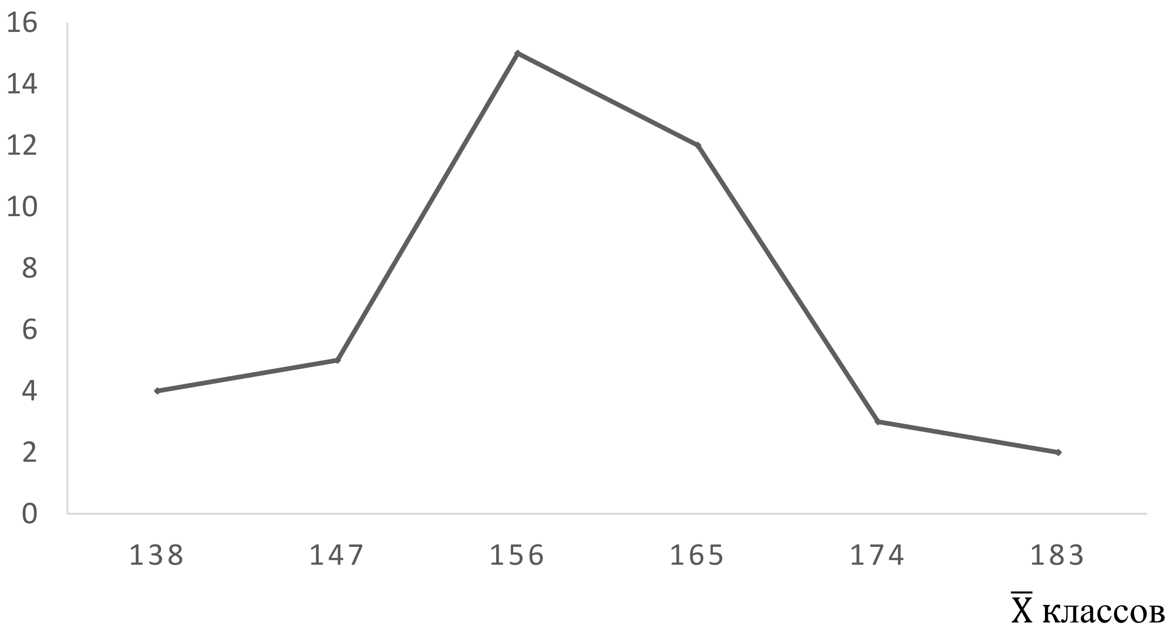

Рис. 2 – **Полигон распределения результатов прыжков в длину**

Пик на полигоне распределения находится в точке X=156 см. Характер распределения соответствует изображению на гистограмме. Отличие состоит в том, что на оси X отложены серединные значения каждого из классов.

Задачи

1.1. Для оценки уровня подготовленности мальчиков 5 Д класса одним из тестов было упражнение «Бег на месте за 10 с». Результаты тестирования (число шагов) приведены ниже. Построить гистограмму и полигон распределения результатов (количество шагов):

44 50 48 40 40 44 36 40 38 40
46 47 54 51 38 38 36 42 47 45

1.2. Для оценки координационных способностей девушек 16 лет использовали тест «Челночный бег 4х9 м». В результате тестирования были получены следующие результаты (с):

9,9 8,5 10,3 10 9,2 8,9 9,7 8,6 9,0 9,5 10,0
8,8 9,6 8,8 9,9 8,6 9,7 8,6 8,7 9,4
9,9 8,7 9,2 9,1 9,9 8,6 9,5 10,1 9,8 8,9

Провести ранжирование данных и построить вариационный ряд.

1.3. Для оценки уровня развития скоросно-силовых способностей мальчики 9 лет выполняли упражнение «Метание набивного мяча двумя руками из-за головы». Были получен следующие результаты (м):

4,5 3,1 4,0 3,2 3,6 3,2 4,0 4,2 3,9 4,0
4,2 3,5 3,8 3,7 4,2 4,5 3,2 3,8 4,2 3,5
3,9 4,3 4,2 3,8 3,6 4,0 3,3 4,4 3,9

Построить вариационный ряд, определить моду и медиану.

1.4. В ходе тестирования девочек 14 лет были получены следующие результаты бега 600 м (с):

264 136 200 185 230 145 193 208 225 166
193 140 200 210 150 188 152 149 187 179
215 248 221 185 233 142 258 220 166 199

Построить гистограмму и полигон распределениня результатов.

Литература

1. Зациорский, В.М. Основы спортивной метрологии / В.М.Зациорский. – М.: Физкультура и спорт, 1979. – 155 с.

2. Кремень, М.Д. Математические методы в научных исследованиях / М.Д. Кремень. – Мн.: НИО, 1998. – 92 с.

3. Масалыгин Н.А. Математико-статистические методы в спорте / Н.А. Масалыгин. – М.: Физкультура и спорт, 1974. – 151 с.

4. Рокицкий, П.Ф. Биологичская статистика: учебник для биологических фак-тов / П.Ф. Рокицкий. – Мн.: Высшая школа, 1964. – 327 с.

5. Основы математической статистики: Учеб. пособие для ин-тов физ. культуры / В.С. Иванов и др. [Под ред. В.С. Иванова]. – М.: Физкультура и спорт, 1990. – 165 с.

6. Статистический анализ данных:учебно-методическое пособие / Автор-составитель Е.П. Петров. – Барнаул: Издательство алтайского государственного университета, 2018. – 43 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2
Определение основных статистических показателей

Задание

1. Определить среднюю арифметическую.
2. Определить дисперсию и среднее квадратическое отклонение для несгруппированных и сгруппированных данных.
3. Рассчитать коэффициент вариации и сделать выводы об однородности выборки.
4. Определить среднее квадратическое отклонение упрощенным методом. Сравнить полученные данные и сделать выводы.

Основные положения

Средняя арифметическая ($\overline{X}$) – определяется как сумма всех чисел (вариант) выборки делённая на их количество:

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n},$$

где $\sum$ – обозначение суммы;

X_i – текущее (индивидуальное) значение варианты;

n – число вариант.

В статистике средняя арифметическая позволяет одним числом ($\overline{\mathrm{X}}$) представить величину значений всего вариационного ряда, увидеть в какую сторону (увеличения или уменьшения) он изменился через определенное время, сопоставлять с другими выборками и др.

Для сгруппированных данных средняя арифметическая определяется:

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i X_i}{n},$$

где X_i – срединное значение текущего класса; n – частота текущего класса.

Средняя арифметическая является важной характеристикой распределения, выступает одной из мер его центральной тенденции. Однако при одной и той же средней арифметической наблюдения могут в разной степени варьировать около нее. В связи с этим вводятся показатели колеблемости вариационного ряда (или признака). Одним из таких показателей является дисперсия.

Дисперсией (σ^2) называется средний квадрат отклонения значений признака от средней арифметической.

Для числа вариант n >30 дисперсия рассчитывается по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n}.$$

Для числа n ≥30

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}.$$

Квадратный корень из дисперсии носит название *среднего квадратического* или *стандартного отклонения* (σ). Рассчитывается по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}}$$

Среднее квадратическое отклонение выражается в тех же единицах измерения, что и $\overline{X}$. Например, и то и другое в сантиметрах, если относятся к результатам теста «Прыжок в длину с места».

В некоторых случаях для приблизительных вычислений применяется упрощенный метод расчета стандартного отклонения:

$$\sigma = \frac{X_{max} - X_{min}}{K},$$

где $X_{max} - X_{min}$ – размах варьирования, К – величина, определяемая по таблице (см. Приложение 2).

Для расчетов дисперсии *(σ^2)* для несгруппированных данных, также применимы упрощенные формулы:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X^2}\right),$$

для сгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{k} n_i X_i^2 - n\overline{X^2}\right),$$

где X_i – среднее значение из текущего класса;

k – число классов.

Для оценки вариации признака используется – *коэффициент вариации* (V), который является относительной мерой рассеяния признака (вариационного ряда) и представляет собой отношение стандартного отклонения к средней арифметической, выраженное в процентах. Коэффициент вариации позволяет сравнить между собой степень варьирования признаков, выраженных в разных единицах измерения.

Коэффициент вариации вычисляется по формуле:

$$V = \frac{\sigma}{\overline{X}} \times 100\%.$$

Коэффициент вариации используется и как показатель однородности выборочных наблюдений. Выборку можно считать однородной, если расчетное значение V не превышает 10%.

Ход работы

Рассмотрим пример.

В ходе тестирования в конце учебного года девочек третьего класса были получены следующие результаты поднимания туловища в сед (количество раз):

38 42 39 44 43 45 37 44 46 40

Рассчитать дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

1. Расчеты удобнее проводить, используя таблицу 1. В первой колонке записываются индивидуальные значения признака. Далее рассчитывается сумма этих значений ($\sum X_i$) и средняя арифметическая ($\overline{X}$). Во второй колонке находится разность между индивидуальными значениями и средней арифметической, а в третьей эта разность возводится в квадрат. Квадраты разностей суммируются.

2. Рассчитываем дисперсию:

$\sigma^2 = \frac{88}{10-1} = 9{,}78$.

3. Рассчитываем среднее квадратическое (стандартное) отклонение:

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{9{,}78} = 3{,}13 \approx 3.$

Таблица 1

Индивидуальные значения признака (X_i)	Разность отклонений $\left(X_i - \overline{X}\right)$	Отклонения в квадрате $\left(X_i - \overline{X}\right)^2$
38	-4	16
42	0	0
39	-3	9
44	2	4
43	1	1
45	3	9
37	-5	25
44	2	4
46	4	16
40	-2	4
Сумма		Сумма
$\sum X_i = 418$		$\sum \left(X_i - \overline{X}\right)^2 = 88$
Средний показатель		
$\overline{X} = 42$		

4. Рассчитываем коэффициент вариации:

V = $\frac{3}{42} \times 100\% = 7{,}14\%$

5. Рассчитываем среднее квадратическое отклонение упрощенным методом. Для этого находим максимальное и минимальное значение в выборке: X_{max}= 46, X_{min}= 37. Величина K для n=10 равна 3,08 (см. Приложение 2). Подставляем данные в формулу:

$$\sigma = \frac{46 - 37}{3{,}08} = 2{,}92$$

Различия между величинами, полученными различными способами, обусловлены погрешностями, неизбежными при приблизительных расчетах.

Задачи

2.1. По результатам тестирования девочек 4 класса (прыжки с короткой скакалкой, количество раз) рассчитать среднее квадратическое отклонение обычным и упрощенным способом, сделать выводы. Результаты тестирования:

125	75	86	100	115	88	95	83	110	116
82	79	92	99	84	119	120	97	105	108

2.2. Группа учащихся (мальчики 13 лет) выполняли следующие контрольные упражнения: плавание 25 м и прыжки в высоту с разбега. Результаты тестирование приведены ниже:

плавание 25 м (с):	21,0	24,0	22,6	24,1	23,6	22,0	22,9
прыжок в высоту (см):	98	118	106	110	112	101	116

Определить, какой из признаков варьируется сильнее (сравнить коэффициенты вариации).

2.3. Для оценки эффективности использования разных методик воспитания гибкости в третьих классах в конце учебного года был проведен контрольный срез. Одним из контрольных тестов было выбрано упражнение «Выкрут гимнастической палки, см». Определить, в каком классе сильнее варьируют результаты тестирования если данные тестирования были следующими:

3А класс:	40	29	23	33	24	20	27	23	37	29
3Б класс:	25	32	37	27	30	27	23	28	48	23

2.4. В результате тестирования группы девочек 14 лет были получены следующие результаты прыжка в длину с разбега, см:

389	307	350	324	355	361	316	338	369	352
322	364	319	347	367	322	330	359	352	366

Рассчитать дисперсию, среднее квадратичное отклонение и коэффициент вариации, сделать выводы.

2.5. Группа учащихся (мальчики 15 лет) выполняли контрольные упражнения: метание мяча (150 г) и плавание 50 м. Результаты тестирование приведены ниже:

метание мяча, м: 58,1 48,9 52,3 54,1 57,0 49,2 56,6 53,5 46,2 57,4 55,0 50,8

плавание 50 м, с: 52,6 46,3 43,2 50,1 43,5 48,3 42,0 44,3 46,8 50,8 41,7 45,3

Определить, какой из признаков варьируется сильнее. Объяснить возможные причины.

Литература

1. Зациорский, В.М. Основы спортивной метрологии / В.М. Зациорский. – М.: Физкультура и спорт, 1979. – 155 с.

2. Кремень, М.Д. Математические методы в научных исследованиях / М.Д. Кремень. – Мн.: НИО, 1998. – 92 с.

3. Масалыгин Н.А. Математико-статистические методы в спорте / Н.А. Масалыгин. – М.: Физкультура и спорт, 1974. – 151 с.

4. Рокицкий, П.Ф. Биологичская статистика: учебник для биологических фактов / П.Ф. Рокицкий. – Мн.: Высшая школа, 1964. – 327 с.

5. Основы математической статистики: Учеб. пособие для ин-тов физ. культуры / В.С. Иванов и др. [Под ред. В.С. Иванова]. – М.: Физкультура и спорт, 1990. – 165 с.

6. Статистический анализ данных:учебно-методическое пособие / Автор-составитель Е.П. Петров. – Барнаул: Издательство алтайского государственного университета, 2018. – 43 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
Сравнение двух выборочных средних значений независимых и связанных выборок

Задание

1. Определить вид распределения выборки (нормальное распределение или ассиметричное)

2. Определить значимость различий средних значений, полученных по двум независимым выборкам (с применением t-критерия Стьюдента и критерия Фишера). Сделать вывод.

3. Определить значимость различий средних значений, полученных по двум выборкам, связанным между собой (с применением t-критерия Стьюдента). Сделать вывод.

4. Проверить данные, достоверность различий результатов помощью непараметрического метода (биноминального критерия). Сделать вывод об отвержении или принятии нулевой гипотезы.

Основные положения

Гипотезой называется научное предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо явления и требующее проверки на опыте и теоретического обоснования.

В исследованиях часто приходится решать задачу о достоверности изменения какого-либо признака под воздействием определенного фактора, т.е. о том, не является ли выявленная разница между двумя средними величинами (например, исходного и последующего состояния конкретного признака) событием случайным, связанным с действием какого-либо случайного фактора. Аналогичная задача возникает при сравнении показателей различных групп испытуемых. Проверяя достоверность наблюдаемого явления (полученного по математическим расчетам результата) выдвигаются две гипотезы **(H_0 и H_1)**.

Нулевая гипотеза **(H_0)**. Согласно этой гипотезе первоначально принимается, что между данными показателями (выборками, которые мы сравниваем) достоверного различия нет, т.е. обе группы вместе составляют один и тот же однородный материал, входят в одну генеральную совокупность. Статистический анализ, должен привести или к отклонению нулевой гипотезы (если доказана достоверность полученных различий) или к ее подтверждению, если достоверность различий не доказана (при заданном уровне значимости).

Альтернативная гипотеза **(H_1)**. Этой гипотезой принимается что, различия между двумя показателями (выборками) достаточно значимы и не случайны. Т.е., эти показатели действительно существенно различаются по своим величинам, что две выборки взяты из двух разных генеральных совокупностей, имеющих разные средние, входящих в них показателей.

При проверке статистической гипотезы решение экспериментатора никогда не принимается с уверенностью, т.е. всегда существует некоторый риск принять неправильное решение. Оценка степени этого риска и представляет собой суть проверки статистической гипотезы. Ясно, что исключить на 100% этот риск невозможно. Но экспериментатор может осуществлять математическую обработку полученных данных с заранее заданной вероятностью ошибки, выбрав тот *уровень значимости* (α), который (в зависимости от степени точности выводов) будет показывать нужный процент доказательности объективности полученного результата.

Например, анализируя результаты силовой подготовленности двух групп (выборок) спортсменов можно определить, насколько вероятно, что две выборки взяты из генеральных совокупностей, которые имеют одно и то же среднее значение или разные.

Самыми распространенными уровнями значимости являются: 0,001; 0,01; 0,05. В педагогических исследованиях уровень значимости обычно принимается равным 0,05 (т.е., 5%-ый уровень значимости) и является достаточным для подтверждения выводов. Это означает, что ошибка выявленной разницы между сравниваемыми показателями (выборками) и соответствующих выводов, в силу случайности, возможна лишь в 5 случаях их 100. В случаях, когда выводы требуют очень высокой достоверности (например, при разработке и проверки безопасности лекарства), требования к доказательности результатов могут устанавливаться на уровне уровни 0,001. Т.е., ошибка (погрешность) в достоверности полученных результатов и выводах допускается лишь в 1 случае из 1000.

Если после предварительной проверки выборок на нормальность известно, что сравниваемые признаки подчиняются закону нормального распределения, процедура оценки возможных различий между ними (проверки гипотез) может решаться с использованием *параметрических критериев* статистики: либо критерия Стьюдента (t), если сравнение выборок ведется по средним значениям (X и Y), либо с использованием критерия Фишера (F), если сравнение выборок ведется по их дисперсиям.

Найденное (расчетное) значение критерия сравнивается со значением критерия на заданном уровне значимости (например, 0,05), взятым из соответствующих таблиц и по результатам их сравнения делается вывод: принять гипотезу исследования или отвергнуть. В частности, расчетное значение t-критерия должно быть равно или больше значения табличного. Для независимых (не связанных) и связанных выборок расчетные формулы t-критерия различны.

Использование параметрических критериев статистики без предварительной проверки на нормальность вида распределения может привести к определенным ошибкам в ходе проверки рабочей гипотезы.

Для математической обработки асимметрических выборок (отклоняющихся от нормального распределения) в практике педагогических исследований следует использовать непараметрические критерии статистики (критерий знаков, двух выборочный критерий Вилкоксона, критерий Ван дер Вардена, критерий Спирмена).

Проверка нормальности распределения выборки.

При нормальном распределении числовых значений, входящих в выборку, их положение по отношению к среднему арифметическому значению выборки подчиняется «правилу трех сигм». Определяют нормальность выборки разными способами. Одним из простых способов может быть следующий:

1. вычисляется средняя арфметическая, медиана и мода выборки (см. лабораторную работу №1, 2).
2. сравниваются значения моды, медианы и средней арифметической. Если они друг от друга значительно не отличаются, то распределение изучаемой выборки нормальное. Если медиана значительно отличается от средней арифметической, то это асимметричная выборка.

Критерий Стьюдента (параметрический).

Независимые (не связанные) выборки получаются при исследовании двух различных групп испытуемых (например, контрольной и экспериментальной). Критерий Стьюдента (t-критерий) для независимых выборок определяется по формуле:

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}},$$

где $\bar{X}$ - средняя арифметическая первой выборки;

$\bar{Y}$ - средняя арифметическая второй выборки;

σ_1^2 - дисперсия первой выборки;

σ_2^2 - дисперсия второй выборки;

n_1 - количество испытуемых в первой выборке;

n_2 - количество испытуемых во второй выборке.

Критическое значение t-критерия (t_T) находят по таблице (Приложение 3), исходя из заданного уровня значимости (α) и числа степеней свободы $f = n – 2$, где n – общее количество испытуемых в обеих выборках.

Если на заданном уровне значимости полученное $t < t_T$, то нулевая гипотеза не отвергается: разница между выборками считается не достоверной, данные двух выборок могут принадлежать одной генеральной совокупности. Изменение результатов скорее не объективное явление, а случайное (обусловлено случайными факторами).

Если полученное $t > t_T$, то нулевая гипотеза отвергается, принимается альтернативная гипотеза: выборки принадлежат разным генеральным совокупностям, разница средних значений сравниваемых показателей (выборок) считается достоверной, изменение результатов действительно объективно произошло.

Связанные (парные) выборки получаются при исследовании какого-либо признака на одной и той же группе испытуемых. При этом первая выборка обычно соответствует результатам испытания в одних условиях, а вторая – в других условиях или, например, результаты до и после воздействия на объект исследования какого-либо фактора. Например, потребление кислорода или минутный объем дыхания могут измеряться у одной и той же группы спортсменов в обычных условиях и в условиях высокогорья, или тестирование может быть проведено в группе учащихся до и после использования новой методики обучения.

Критерий Стьюдента для связанных выборок определяется по формуле:

$$t = \frac{\sum d}{\sqrt{\frac{n \cdot \sum d^2 - (\sum d)^2}{n-1}}}$$

где d – разность между результатами в каждой паре;

$\sum d$ – сумма этих частных разностей с учетом знака;

$\sum d^2$ – сумма квадратов частных разностей;

n – число пар значений.

Сравнение расчетного и табличного t-критерия для связанных выборок проводится аналогично процедуре сравнения результатов двух независимых выборок. Число степеней свободы f = n-1, где n - число пар значений.

Критерии значимости, рассмотренные выше, служат для проверки гипотез по параметрам распределений генеральных совокупностей (например, средней арифметической, дисперсии и др.). Такие критерии называются *параметрическими*. Существуют также критерии, которые не требуют знания параметров распределения, поэтому они называются *непараметрическими* (критерий знаков, двух выборочный критерий Вилкоксона, критерий Ван дер Вардена, критерий Спирмена). Отдельные непараметрические методы могут применяться тогда, когда исследуемое явление выражено качественными признаками.

Критерий знаков (непараметрический).

К не сложным непараметрическим методам для проведения расчетов относится – Критерий знаков (Z). С помощью Критерия знаков, например можно проверить, повлиял ли какой-то независимый фактор (независимая переменная) на выполнение задания испытуемыми. В этом случае сначала определяют тех из них, у которых результаты снизились, повысились или не изменились. При подсчетах результаты, свидетельствующие о повышении эффективности, берут со знаком «+», о снижении - со знаком «-»; случаи отсутствия разницы знак не учитывают.

Далее расчет ведется по формуле:

$$Z = \frac{(X \pm 0.5) - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{2}}}$$

где X – сумма «плюсов» или сумма «минусов»;

n – число испытуемых;

0,5 – поправочный коэффициент, который добавляют к X, если X < n / 2, или вычитают, если X > n / 2.

Полученное значение критерия сравнивается с табличным (Приложение 5). Если расчетное значение оказалось больше табличного, нулевая гипотеза отвергается. Если расчетное значение меньше табличного, нулевая гипотеза принимается.

Ход работы

I. Сравнение двух выборочных средних значений для независимых выборок

Рассмотрим пример1.

В конце педагогического эксперимента проверялась эффективность новой методики обучения юных баскетболистов, применяемой в экспериментальной группе. Другая группа юных спортсменов (контрольная группа) занималась по традиционной методике без каких-либо новшеств. В качестве одного из специальных тестов использовалось ведение мяча по прямой на отрезке 20 м, на время. По результатам выполнения этого теста определялось: эффективна ли новая методика (произойдут ли значимые различия результатов в экспериментальной и контрольной группах после наблюдаемого периода тренировок).

Результаты упражнения (с):

контрольная группа (X_i): 9,9 9,7 9,8 10,3 9,2 9,0 10,5 10,1 8,8 9,5

экспериментальная группа (Y_i): 9,4 9,6 9,3 9,1 8,6 9,0 8,1 9,6 8,8 9,3

1. Принимаем нулевую гипотезу H_0: $\mu_x=\mu_y$. Т.е., средние значения выборочных совокупностей контрольной и экспериментальной групп не изменились, соответственно относятся к одной генеральной совокупности.

2. Формулируем альтернативную гипотезу H_1: $\mu_x \neq \mu_y$. Т.е. между средними значениями выборочных совокупностей контрольной и экспериментальной групп действительно есть существенные различия. Выборки представляют различные генеральные совокупности.

3. Выбираем уровень значимости (предпочтительнее α=0.05).

4. Рассчитываем средние арифметические для двух выборочных совокупностей (X и Y)

$$\overline{X} = 9{,}68 \text{ с} \qquad \bar{Y} = 9{,}08 \text{ с}$$

5. Рассчитываем среднее квадратическое отклонение для двух выборочных совокупностей (σ_1 и σ_2) упрощенным методом (см. лаб. работу № 2):

$$\sigma_1 = (10{,}5 - 8{,}8) / 3{,}08 = 0{,}55, \qquad \sigma_2 = (9{,}6 - 8{,}1) / 3{,}08 = 0{,}26.$$

6. Рассчитываем t-критерий по формуле для независимых выборок:

$$t = \frac{9{,}68 - 9{,}08}{\sqrt{\frac{(0{,}55)^2}{10} + \frac{(0{,}26)^2}{10}}} = 3{,}11.$$

7. Сравниваем полученное значение t с табличным t_T (Приложение 3).

Значение t_T выбираем из таблицы 2, исходя из уровня значимости α=0,05 и числа степеней свободы f = 20 – 2 = 18. t_T = 2,10. Полученное расчетное значение t больше табличного. Следовательно, нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная, подтверждая, что разница между выборками достоверна. В выводах можно утверждать, что новая методика оказалась более эффективной, так как привела к достоверному более высокому результату выполнения специального теста баскетболистами экспериментальной группы.

Критерий Фишера (параметрический)

Критерий Фишера (F) также позволяет сравнивать величины выборочных дисперсий двух независимых выборок. Для вычисления F нужно найти отношение дисперсий двух выборок, причем так, чтобы большая по величине дисперсия находилась бы в числителе, а меньшая – в знаменателе. Определяется критерий Фишера по формуле:

$$F_{эмп} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2},$$

где σ_x^2 - дисперсия первой выборки;

σ_y^2 - дисперсия второй выборки;

Так как, согласно условию критерия, величина числителя должна быть больше или равна величине знаменателя, то значение $F_{эмп}$ всегда будет больше или равно единице.

Число степеней свободы определяется:

$k_1=n_l - 1$ для первой выборки (т.е. для той выборки, величина дисперсии которой больше) и *$k_2=n_2 - 1$* для второй выборки.

В Приложении 4 критические значения критерия Фишера находятся по величинам k_1 (верхняя строчка таблицы) и k_2 (левый столбец таблицы).

Если $t_{эмп}>t_{крит}$, то нулевая гипотеза принимается, в противном случае принимается альтернативная.

Рассмотрим пример 2.

В двух младших классах (по 10 учеников) первого отделения вспомогательной школы проводилось тестирование скоростно-силовых способностей, используя прыжок в длину с места. Есть ли различия в степени однородности показателей развития скоростно-силовых способностей между классами.

Результаты прыжка в длину с места, см:

Первый класс (X): 39 79 29 90 88 53 40 34 75 79

Второй класс (Y) : 64 56 72 41 49 65 87 63 62 77

1. Заносим результаты тестирования в таблицу. Рассчитываем средние арифметические $(\overline{X})$ результатов переменных X и Y, затем отклонения средних арифметических от каждого индивидуального показателя $\left(X_i - \overline{X}\right)$ и возведение этих отклонений в квадрат, рассчитываем дисперсии для переменных X и Y (как выполнять расчеты см. лабораторную работу №2). Получаем следующие значения дисперсий для переменных X и Y:

$s_x^2=572,83;$

$s_y^2=174,04$

2. Рассчитываем F критерий Фишера:

$$F_{эмп} = \frac{572,83}{174,04} = 3,29$$

По таблице Приложения 4 для F критерия при степенях свободы в обоих случаях равных k = 10 – 1 = 9 находим $F_{крит}$=3,18. Поскольку значение расчетного критерия (3,29) оказалось больше табличного, принимается альтернативная гипотеза (H_1), подтверждающая статистически достоверную разницу между показателями скоростно-силовой подготовленности учащихся сравниваемых классов.

II. Сравнение двух средних значений для связанных выборок

Рассмотрим пример.

В педагогического эксперимента проверялась эффективность новой методики обучения ведению баскетбольного мяча. В качестве одного из тестов использовалось упражнение – ведение мяча по прямой на отрезке 20 м, на время. Чтобы сделать выводы об эффективности методики, нужно было доказать, что результаты теста после серии занятий по данной методике у спортсменов станут существенно лучше, т.е. достоверно возрастут по сравнению с исходными.

Результаты упражнения (с):

исходные (X_i) : 9,9 9,4 9,8 10,3 9,2 9,0 10,5 10,1 8,8 9,5

после серии занятий по новой методике (Y_i) : 9,4 9,6 9,3 9,1 8,6 9,0 8,1 9,6 8,8 9,3

1. Принимаем нулевую гипотезу H_0: μ_d=0. Т.е., предполагается, что разница связанных пар результатов измерения в генеральной совокупности равна нулю. Все результаты относятся к одной (общей) генеральной совокупности.
2. Так же принимаем альтернативную гипотезу H_1: $\mu_d \neq 0$. Т.е., предполагается так же что, существует разница связанных пар результатов в генеральной совокупности (исходные и итоговые результаты измерений теста относятся к разным генеральным совокупностям).
3. Задаемся уровнем значимости α=0.05.
4. Рассчитываем данные таблицы 1.

Таблица 1

X_i	Y_i	$d_i=Y_i-X_i$	d_i^2
9,9	9,4	-0,5	0,25
9,4	9,6	0,2	0,04
9,8	9,3	-0,5	0,25
10,3	9,1	-1,2	1,44
9,2	8,6	-0,6	0,36
9,0	9,0	0	0
10,5	8,1	-2,4	5,76
10,1	9,6	-0,5	0,25
8,8	8,8	0	0
9,5	9,3	-0,2	0,04
		$\sum d=-4{,}7$	$\sum d^2=8{,}39$

5. Определяем расчетный t-критерий по формуле:

$$t = \frac{-4,7}{\sqrt{\frac{10 * 8,39 - (-4,7)^2}{10 - 1}}} = -1,79.$$

6. Сравниваем полученное значение t-критерия с табличным (Приложение 3). Табличное значение t_T находим, исходя из уровня значимости α=0.05 и числа степеней свободы f = n – 1 = 10 – 1 = 9 (n - число пар измерений). Расчетное значение t-критерия (t = 1,79) оказалось меньше табличного (t_T = 2,26). Следовательно, подтвердилась нулевая гипотеза. Делаем вывод о том, что разница результатов в начале и в конце применения новой методики не достоверна. Применение этой методики нельзя признать эффективной. Наблюдаемое у некоторых учащихся улучшение результатов, что отразилось на величине средней арифметической в повторном тестировании могло произойти под влиянием различных случайных факторов (никак не связанных с данной методикой).

III. Расчет достоверности различий результатов с помощью непараметрического метода (критерий знаков)

Рассмотрим пример.

Установить существует ли достоверное различие результатов двух выборок испытуемых, используя критерий знаков.

1. Заносим данные двух выборок в таблицу 2 .

Таблица 2

X_i	9,9	9,4	9,8	10,3	9,2	9,0	10,5	10,1	8,8	9,5
Y_i	9,4	9,6	9,3	9,1	8,6	9,1	8,1	9,6	8,9	9,3
знак	+	-	+	+	+	-	+	+	-	+

2. Подсчитываем количество случаев улучшения результатов: 8 (количество «плюсов») и ухудшения результатов: 2 (количество, «минусов»).

3. Рассчитываем по формуле биноминальный критерий (Z):

$$Z = \frac{(7 - 0,5) - \frac{10}{2}}{\sqrt{\frac{10}{2}}} = 0,67.$$

4. Сравниваем полученное значение Z, с табличным (Приложение 5). На уровне значимости α=0.05 табличное значение Z_T = 1,64. Расчетное значение оказалось меньше табличного, следовательно, принимается нулевая гипотеза. Это дает основание утверждать, что апробированная методика не эффективна.

Задачи

3.1. Определить влияние использования нового витаминизированного препарата на повышение скоростно-силовых возможностей велосипедистов-шоссейников по частоте педалирования (количество раз) с ходу в 15 максимальном ускорении. В экспериментальной группе (ЭГ) упражнение выполнялось на фоне приема препарата, в контрольной группе (КГ) тестирование проводилось без применения витаминов. Обосновать выбор критерия для оценки различий выборок, сделать выводы.

Результаты тестирования:

КГ

кол-во раз: 50,1 52,7 51,6 50,8 51,9 52,0 51,4 52,7 51,0 47,6

ЭГ

кол-во раз: 56,7 53,4 55,2 54,8 55,6 54,3 55,0 58,6 55,4 55,1

3.2. Для сравнения эффективности различных методов обучения двумя группами учащихся, одного возраста и имеющими одинаковый уровень физической подготовленности, выполнялось упражнение «Метание теннисного мяча, на дальность» после ознакомления учащихся с техникой выполнения этого двигательного действия. В первой группе, создавая представления у учащихся о технике метания малого мяча, учитель использовал только объяснение (словесный метод). Во второй группе эту задачу он решал только на основе показа (наглядного метода). Определить эффективность использования в данных группах учащихся наглядного и словесного метода по следующим результатам:

рез-т в первой группе, м: 17,8 15,5 21,0 16,5 16,2 17,1 18,4 16,8 18,3 17,5

рез-т во второй группе, м: 18,2 17,5 21,9 18,5 19,3 18,0 18,6 21,9 20,0 18,1

3.3. Сравнить и сделать выводы о размерах сердца (косой диаметр, см) у учащихся, активно занимающихся спортом и у не занимающихся спортом по следующим результатам обследования (критериями Стьюдента и Фишера):

у занимающихся

спортом, см: 11,3 11,4 10,9 11,2 11,8 11,5 11,3 10,8 10,9 11,9

у не занимающихся

спортом, см: 10,4 10,6 10,8 10,5 10,7 10,9 10,7 10,9 10,5 10,9

3.4. Учащиеся 5 «Б» класса выполняли метание мяча на дальность в начале и в конце основной части урока. Определить, изменилась ли результативность метания, и по каким причинам это могло произойти (определить достоверность различий результатов):

результаты в конце
основной части урока, м: 21 20 28 23 24 26 21 22 25 26
результаты в начале
основной части урока, м: 22 26 26 24 27 26 24 29 25 30

3.5. Определить достоверность изменения адаптационных возможностей сердечно-сосудистой системы группы тяжелоатлетов через 6 месяцев тренировки средней интенсивности по результатам регистрации ЧСС на 10-й секунде восстановления после тестового задания:

исходное состояние,
ЧСС, уд/мин: 144 159 150 152 157 151 148 143 155 156
через 6 месяцев,
ЧСС, уд/мин.: 134 146 146 137 145 139 142 141 130 138

3.6. Определить достоверность изменения результатов поднимания туловища в сед в конце учебного года по сравнению с результатами в начале года у девочек 5 «А» класса. Результаты тестирования в начале и в конце года приведены ниже:

в начале года, раз: 38 38 42 44 43 46 44 39 45 43
в конце года, раз: 42 40 41 46 47 46 45 41 40 47

Литература

1. Зациорский, В.М. Основы спортивной метрологии / В.М. Зациорский. – М.: Физкультура и спорт, 1979. - 155 с.
2. Кремень, М.Д. Математические методы в научных исследованиях / М.Д. Кремень. – Мн.: НИО, 1998. – 92 с.
3. Масалыгин Н.А. Математико-статистические методы в спорте / Н.А. Масалыгин. – М.: Физкультура и спорт, 1974. – 151 с.
4. Рокицкий, П.Ф. Биологичская статистика: учебник для биологических фак-тов / П.Ф. Рокицкий. – Мн.: Высшая школа, 1964. – 327 с.
5. Основы математической статистики: Учеб. пособие для ин-тов физ. культуры / В.С. Иванов и др. [Под ред. В.С. Иванова]. – М.: Физкультура и спорт, 1990. – 165 с.
6. Статистический анализ данных:учебно-методическое пособие / Автор-составитель Е.П. Петров. – Барнаул: Издательство алтайского государственного университета, 2018. – 43 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
Корреляционный анализ. Расчет коэффициента корреляции

Задание

1. Рассчитать коэффициент корреляции, оценить тесноту (силу) корреляционной связи.
2. Проверить достоверность корреляционной связи.

Основные положения

Корреля́ция (от лат. *correlatio* «соотношение»), или корреляцио́нная зави́симость, в статистике обозначает взаимосвязь двух или более случайных величин (признаков). С помощью корреляционного анализа можно выяснить, изменяются ли два признака самостоятельно, независимо друг от друга, или изменение одного признака в какой-то степени связано с изменением другого. Коррелировать – это значит **быть взаимосвязанным** с чем-то. Существует положительная и отрицательная корреляции. При положительной корреляции увеличение одного признака влечет за собой увеличение второго, при отрицательной – увеличение одного признака сопровождается уменьшением второго.

Коэффициент корреляции (r) характеризует степень силы корреляционной связи между сравниваемыми величинами (таблица 1).

Таблица 1. – **Сила корреляционной связи**

Значение коэффициента корреляции (r)	0–0,19	0,2–0,49	0,5–0,69	0,7–0,99
Оценка силы корреляционной связи	практически отсутствует	слабая	средняя	сильная

Эта величина может изменяться от -1 до +1. Чем ближе коэффициент корреляции к +1 или -1, тем сильнее (теснее) взаимосвязаны (взаимозависимы) объекты или явления между собой. Если r равен 1 (или -1), то между признаками наблюдается прямая (или обратная) функциональная зависимость. В случае если коэффициент корреляции равен 0 связь между признаками вообще отсутствует.

Коэффициент корреляции (r_{xy}) рассчитывается по формуле:

$$r = \frac{\sum d_x \cdot d_y}{\sqrt{\sum d_x^2 \cdot \sum d_y^2}}$$

где d_x – индивидуальное отклонение варианты первого признака (X_i) от среднего значения ($\overline{X}$) выборки;

d_y – индивидуальное отклонение варианты второго признака (Y_i) от среднего значения ($\overline{Y}$) выборки.

Определение достоверности полученного значения коэффициента корреляции может осуществляться с помощью t-критерия Стъюдента по формуле:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

где n – число пар значений.

При этом число степеней свободы принимается равным f = n – 2.

Ход работы

Рассмотрим пример.

При изучении техники удара в большом теннисе исследовались кинематические структуры удара по отскочившему мячу. Определите степень взаимосвязи между скоростью мяча до удара и продолжительностью ударного действия по следующим результатам:

скорость мяча, м/с:	23,8	23,6	18,2	20,1	14,1	12,5	11,6
продолжительность ударного действия, сек:	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,2	1,1

Скорость мяча является первым признаком (X), продолжительность ударного действия является вторым признаком (Y). Ход вычислений отражает таблица 2.

1. Индивидуальные значения первого признака (X_i) заносятся в столбец 1, второго признака (Y_i) – в столбец 4 и рассчитываются средние величины для каждого признака ($\overline{X}$ и $\overline{Y}$).

2. Разность между каждым индивидуальным значением признака и его средней величиной (с учетом знака) рассчитывается в столбцах 2 и 5, соответственно, для первого и второго признака.

3. Получение разности возводятся в квадрат (столбцы 3 и 6 соответственно). Рассчитываются суммы квадратов разностей в каждом случае.

4. В последнем столбце рассчитывается произведение столбцов 2 и 5 ($d_x^2 \cdot d_y$). Результаты этого столбца суммируются, и находится сумма произведений разностей.

Таблица 2

X_i	$d_x=X_i-X$	d_x^2	Y_i	$d_y=Y_i-Y$	d_y^2	$d_x^2 \cdot d_y$
23,8 23,6 18,2 20,1 14,1 12,5 11,6	6,1 5,9 0,5 2,4 -3,6 -5,2 -6,1	37,21 34,81 0,25 5,76 12,96 27,04 37,21	0,7 0,8 0,9 0,9 1,0 1,2 1,1	-0,24 -0,14 -0,04 -0,01 0,06 0,26 0,16	0,0576 0,0196 0,0016 0,0001 0,0036 0,0676 0,0256	-1,46 -0,83 -0,02 -0,02 -0,22 -1,35 -0,98
$\overline{X}$=17,7		$\sum d_x^2 = 155{,}24$	$\overline{Y}$=0,94		$\sum d_y^2 = 0{,}1757$	$\sum d_x \cdot d_y = -4{,}88$

5. Полученные результаты подставляются в формулу для расчета коэффициента корреляции.

$$r = \frac{\sum d_x \cdot d_y}{\sqrt{\sum d_x^2 \cdot \sum d_y^2}} = \frac{-4{,}88}{\sqrt{155{,}24 * 0{,}1885}} = -0{,}93.$$

Вывод: полученный знак минус при коэффициенте корреляции свидетельствует о том, что увеличение скорости мяча ведет к уменьшению продолжительности ударного действия. Значение r = 0,94 указывает на сильную корреляционную связь между этими признаками. Иными словами, между признаками существует сильная отрицательная корреляция.

6. Для определения достоверности полученного коэффициента корреляции и сделанного вывода рассчитаем t-критерий Стъюдента:

$$t = \frac{(-0{,}93) \cdot \sqrt{7-2}}{\sqrt{1-(-0{,}93)^2}} = -6{,}08$$

7. Полученное расчетное значение t-критерия сравниваем с табличным (Приложение 3). При этом число степеней свободы принимаем равным f = n – 2, отсюда 7 – 2 = 5, уровень значимости принимаем равным 0,05.

Табличное значение t_T = 2,57. Поскольку расчетное значение t-критерия (6,08) оказалось больше табличного (t_T = 2,57), полученный коэффициент корреляции является статистически достоверным на пятипроцентном уровне значимости (P < 0,05).

Этот результат дает возможность сделать статистически обоснованный вывод о том, что скорость мяча в значительной степени определяет продолжительность ударного действия.

Задачи

4.1. Рассчитать достоверность корреляционной связи между результатами 6-минутного бега и результатами челночного бега 4х9 м, полученными в результате тестирования 12-летних мальчиков, объяснить полученный результат:

6-мин. бег, м	1200	1250	1320	1150	900	950	1200	1150	1250	1180	1090
	1050	1180	1300	990							
челн. бег, с	10,4	11,0	10,8	11,0	11,8	11,6	10,2	10,8	11,0	10,9	11,2
	10,7	10,4	11,2	11,6							

4.2. Оценить степень взаимосвязи между тестами челночный бег 4х9 м (с) и выполнение четырех поворотов на гимнастической скамейке (с) по результатам их выполнения девочками 5 класса, объяснить полученный результат:

челн. бег, с	10,2	10,4	10,2	11,0	10,7	10,6	11,1	10,7	10,3
	10,9	10,2	11,2	10,6	10,3	10,8			
повороты, с	15,1	15,3	15,9	18,2	15,9	16,5	18,4	15,8	15,2
	15,7	14,8	18,0	16,2	15,1	16,0			

4.3. Определить, насколько у 9-летних девочек результат «Поднимания туловища в сед за 1 минуту» обусловливает результат выполнения упражнения «Поднимание туловища за 10 секунд». Результаты тестирования приведены ниже:

подним. туловища за 1 мин, кол-во раз	20	11	35	28	17	41	35	32	30	40	31	21	38	40	25
подним. туловища за 10 сек, кол-во раз	8	7	8	6	7	10	8	10	9	10	9	7	9	10	7

4.4. Оцените степень взаимосвязи между результатами метания мяча на дальность (м) и прыжками в длину с места (м) по данным тестирования девочек 12 лет:

метание мяча, м	14	13	12	10	11	10	13	15	13	15	11	13	11	10	15

прыжок в длину с места, м	170	165	160	152	150	153	168	168
	161	172	150	161	154	150	171	

4.5. Рассчитать коэффициент корреляции между результатами прыжка в длину с места (см) и прыжка в длину с разбега (см) по результатам тестирования мальчиков 5 класса:

прыжок в длину с места, м	180	160	160	200	150	170	175	190
	160	160	185	175	195	165	190	
прыжок в длину с разбега, м	290	280	285	310	250	300	290	300
	265	285	275	270	295	280	290	

Литература

1. Зациорский, В.М. Основы спортивной метрологии / В.М. Зациорский. – М.: Физкультура и спорт, 1979. – 155 с.

2. Кремень, М.Д. Математические методы в научных исследованиях / М.Д. Кремень. – Мн.: НИО, 1998. – 92 с.

3. Масалыгин Н.А. Математико-статистические методы в спорте / Н.А. Масалыгин. – М.: Физкультура и спорт, 1974. – 151 с.

4. Рокицкий, П.Ф. Биологичская статистика: учебник для биологических фак-тов / П.Ф. Рокицкий. – Мн.: Высшая школа, 1964. – 327 с.

5. Основы математической статистики: Учеб. пособие для ин-тов физ. культуры / В.С. Иванов и др. [Под ред. В.С. Иванова]. – М.: Физкультура и спорт, 1990. – 165 с.

6. Статистический анализ данных:учебно-методическое пособие / Автор-составитель Е.П. Петров. – Барнаул: Издательство алтайского государственного университета, 2018. – 43 с.

ОТВЕТЫ

2.1. σ =15; $\sigma_{упр}$= 13,4
2.2. сильнее варьируют результаты прыжка в высоту.
2.3. 3 «В».
2.4. σ^2 = 464,7; σ = 21,6; V = 6,9 %
2.5. сильнее варьируют результаты плавания 50 м.

3.1. разница достоверна.
3.2. разница достоверна.
3.3. разница достоверна.
3.4. разница недостоверна.
3.5. разница достоверна.
3.6. разница недостоверна.

4.1. r = 0,75
4.2. сильная связь
4.3. r = 0,74
4.4. сильная связь
4.5. r = 0,65

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Зависимость числа классов от числа наблюдений

Число наблюдений	Число классов
30-60	5-8
60-100	7-10
100-200	9-12
200-500	11-16

Приложение 2

Таблица для определения величины К
в упрощенном методе расчета стандартного отклонения

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	–	–	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97
10	3,08	3,17	3,26	3,34	3,41	3,47	3,53	3,59	3,64	3,60
20	3,73	3,78	3,82	3,86	3,90	3,93	3,96	4,00	4,03	4,06
30	4,09	4,11	4,14	4,16	4,19	4,21	4,24	4,26	4,28	4,30
40	4,32	4,34	4,36	4,38	4,40	4,42	4,43	4,45	4,47	4,48
50	4,50	4,51	4,53	4,54	4,56	4,57	4,59	4,60	4,61	4,63
60	4,64	4,65	4,66	4,68	4,69	4,70	4,71	4,72	4,73	4,74
70	4,75	4,77	4,78	4,79	4,80	4,81	4,82	4,83	4,83	4,84
80	4,85	4,86	4,87	4,88	4,89	4,90	4,91	4,91	4,92	4,93
90	4,94	4,95	4,96	4,96	4,97	4,98	4,99	4,99	5,00	5,01

Приложение 3

Значения двустороннего t-критерия Стьюдента
при различных уровнях значимости, α

Число степеней свободы	Уровень значимости, α				
	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	2	3	4	5	6
1	6,31	12,7	31,82	63,33	636,619
2	2,92	4,30	6,97	9,93	31,599
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,924
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,610
5	2,02	2,57	3,37	4,03	6,869
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,959
7	1,90	2,37	3,00	3,50	5,408
8	1,86	2,31	2,90	3,36	5,041
9	1,83	2,26	2,82	3,25	3,781
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,587
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,437

12	1,78	2,18	2,68	3,06	4,318
13	1,77	2,16	2,65	3,01	4,221
14	1,76	2,15	2,62	2,98	4,140
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,073
16	1,75	2,12	2,58	2,92	4,015
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,965
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,992
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,883
10	1,73	2,09	2,53	2,85	3,850
21	1,72	2,08	2,52	2,85	3,819
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,792
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,768
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,745
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,725
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,707
27	1,70	2,05	2,47	2,77	3,690
28	1,70	2,05	2,47	2,76	3,674
29	1,70	2,05	2,46	2,75	3,659
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,646
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,291

Приложение 4

Значение уровня значимости для расчета достоверности упрощенным непараметрическим методом

k^1 k^2	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	249,04	254,32	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	3,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,99	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	3,85	3,69	3,50	2,30

Приложение 5

Таблица значений F-критерия Фишера на уровне

α	Z
0,05	1,64
0,01	2,33

Учебное издание

СПОРТИВНАЯ МЕТРОЛОГИЯ

Методические рекомендации
к выполнению лабораторных работ

Составители:
НОВИЦКИЙ Павел Иванович
НОВИЦКАЯ Анна Ивановна

Технический редактор *Г.В. Разбоева*
Компьютерный дизайн *Л.И. Ячменёва*

Подписано в печать 2021. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 1,98. Уч.-изд. л. 1,31. Тираж экз. Заказ .

Издатель и полиграфическое исполнение – учреждение образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».

Свидетельство о государственной регистрации в качестве издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/255 от 31.03.2014.

Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».
210038, г. Витебск, Московский проспект, 33.