МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П. М. МАШЕРОВА»

Физический факультет

Кафедра инженерной физики

Допущена к защите
«9» 06 2014 г.
Заведующий кафедрой
_______ Е. А. Краснобаев

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ С ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Специальность 1-40 80 04

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Виноградова Марина Анатольевна

Научный руководитель:
Жизневский В. А., кандидат физ.-мат. наук

Витебск 2014

Содержание

Реферат

Магистерская диссертация 128 с., 11 рис., 1 табл., 45 источников, 3 прил.

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ, УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА, НЕЛОКАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИЯ, ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ, РАЗДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ, ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД ФУРЬЕ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ.

Объект исследования – распространение электромагнитных волн в неоднородных средах.

Предмет исследования – эффекты дисперсии волн в диэлектрической среде, возникающие под действием пространственной неоднородности ее диэлектрических свойств.

Цель работы – решение уравнений распространения плоской электромагнитной волны в неоднородном немагнитном диэлектрике, диэлектрическая проницаемость которого зависит от координаты $\varepsilon(z)$.

Методы исследования: описательно-аналитический, математическое моделирование.

Элементы новизны: даны точные выражения для компонент векторов электрического и магнитного поля при распространении электромагнитных волн в неоднородной среде; дана классификация сред по характеру их взаимодействия с излучение; построены графики зависимости амплитуд электромагнитных от времени и координаты; проведен анализ волновых процессов в неоднородных немагнитных средах с пространственным изменением диэлектрической проницаемости.

Теоретическая и практическая значимость: показаны возможности обобщенного метода Фурье разделения переменных при решении уравнений электродинамики в неоднородных немагнитных средах. Математический аппарат данного метода представляет интерес для анализа волновых полей и в других областях физики сплошных сред.

Введение

При исследовании различных физических процессов большой интерес вызывает изучение взаимодействия электромагнитных полей с различными средами (однородными и неоднородными, линейными и нелинейными).

Данная работа посвящена одному из этапов исследования эффектов дисперсии волн в диэлектрической среде, возникающих под действием пространственной неоднородности или временной релаксации ее диэлектрических свойств. Переменная скорость распространения волновых полей в такой среде может полностью изменить спектры отражения волн и пространственно-временную структуру полей внутри среды. Зависимости диэлектрической проницаемости от координат и времени определяют область существования нелокальной дисперсии. При некоторых значениях характерных масштабов пространственной неоднородности или времен релаксации эта область может формироваться в диапазоне частот, далеких от собственных резонансов и полос поглощения материала. Исследование таких эффектов в различных частях спектра электромагнитных волн стимулируется задачами геофизики, оптики полупроводников и полимеров, физики лабораторной и космической плазмы. Использование материалов с сильной искусственной дисперсией открывает новые возможности для синтеза оптоэлектронных и радиотехнических систем, развития методов не разрушаемого контроля сложных материалов, разработки оптимальных режимов связи и передачи энергии через слоистые и нестационарные среды. Кроме того, физические основы и математический аппарат теории электромагнитных волн в таких средах представляют интерес для анализа волновых полей и в других областях физики сплошных сред [1].

Объектом данного исследования являлось распространение электромагнитных волн в неоднородных средах.

Предмет исследования – эффекты дисперсии волн в диэлектрической среде, возникающие под действием пространственной неоднородности ее диэлектрических свойств.

Целью данных исследований являлось решение уравнений распространения плоской электромагнитной волны в неоднородном немагнитном диэлектрике, диэлектрическая проницаемость которого зависит от координаты $\varepsilon(z)$.

Задачи данного исследования:

1. Построить волновые уравнения, описывающие распространение электромагнитных волн в неоднородных средах с пространственным изменением диэлектрической проницаемости.
2. Получить точные выражения для компонент векторов напряженности электрического и магнитного поля, применяя для решения построенных волновых уравнений обобщенный метод Фурье разделения переменных.
3. Построить графики зависимости амплитуд электромагнитных волн от времени и координаты.
4. Проанализировать волновые процессы в неоднородных немагнитных средах с пространственным изменением диэлектрической проницаемости.

Влияние нелокальной дисперсии на распространение и отражение электромагнитных волн в слоистых и нестационарных средах удобно рассматривать с помощью модельных зависимостей диэлектрической проницаемости среды ε от координат $\varepsilon(\vec{r})$ и времени $\varepsilon(t)$. В одномерных задачах для неоднородных сред существует ряд моделей $\varepsilon(z)$, допускающих точные аналитические решения уравнений Максвелла. Одна из таких моделей была построена Релеем при решении акустической задачи о структуре звукового поля, распространяющегося со скоростью, зависящей от координаты [1],

$$\frac{\vartheta^2(z)}{\vartheta^2(z=0)} = (1+\frac{z}{L})^2 = \frac{\varepsilon(z=0)}{\varepsilon(z)} \qquad (1.1).$$

Здесь характерная длина L – единственный свободный параметр модели. Точное решение существует и для более пологого профиля $\varepsilon(z)$

$$\frac{\varepsilon(z)}{\varepsilon(z=0)} = (1+\frac{z}{L})^{-1} \qquad (1.2).$$

Более сложное распределение, содержащее четыре свободных параметра, образует слой Эпштейна [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{\varepsilon(z)}{\varepsilon(z=0)} = 1 - \dfrac{N \cdot f}{1+f} - \dfrac{4 \cdot M \cdot f}{(1+f)^2} \\ f = \exp[a \cdot (z + z_1)] \end{cases} \qquad (1.3).$$

В работах А.Б.Шварцбурга [1,2] проведены исследования распространения электромагнитных волн в неоднородных и нестационарных средах с многопараметрической зависимостью диэлектрической проницаемости, в которых производится несколько специальных переходов от “родной” (естественной) системы координат к другим системам. Однако эти модели не исчерпывают всех интересных случаев.

На данном этапе существует ограниченный набор точно решаемых моделей неоднородных сред [1,2,3,4,5,6], а анализ результатов некоторых решенных моделей показывает, что пространственно-временные огибающие электрической и магнитной компонент волнового поля **E** и **H**, распространяющегося в неоднородной или нестационарной среде, испытывают сложную деформацию[1,2]. При падении волны с гармоническими огибающими **E** и **H** на поверхность неоднородной среды форма пространственной огибающей **E** внутри среды становится несинусоидальной и изменяется в процессе распространения. Одновременно искажается и пространственная огибающая **H**, форма которой может существенно отличаться от огибающей **E**. Темпы такой деформации определяются нелокальной дисперсией среды. Аналогичные эффекты развиваются и для временных огибающих **E** и **H** в нестационарной среде [1].

Анализируя известные решенные задачи распространения электромагнитных волн в неоднородных и нестационарных средах, приходим к выводу, что существует множество подходов к их решению [7,8,9], но не всегда возможно решить поставленную задачу уже известным и хорошо опробованным методом, так как, в принципе, еще не найдена общая методика, способная учитывать эффекты, возникающие при изменении характеристик волн, а также многообразие возможных сред распространения по электродинамическим характеристикам. Изучение распространения электромагнитных волн в неоднородных и нелинейных средах замыкается на проблему поиска решений уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} rot\vec{H} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \\ rot\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ div\vec{D} = \rho, \\ div\vec{B} = 0. \end{cases} \qquad (1.4)$$

Традиционный поиск строгих аналитических решений уравнений Максвелла в сплошных средах связан с представлением искомых выражений в виде произведения функций, зависящих либо от координат, либо от времени, при этом временная зависимость обычно исследуется с помощью преобразований Фурье [7,8,9]. Однако попытки применить этот же подход в динамике взаимодействия электромагнитного излучения с нелинейными и неоднородными средами натолкнулись на трудности как концептуальные, так и вычислительные. Эти трудности связаны не с уравнениями Максвелла, а с традиционными методами их решения.

Существует, по крайней мере, три подхода к решению этой задачи: численные методы, метод интегральных представлений и метод разделения переменных.

При решении прикладных задач, как правило, используются численные методы, легко реализуемые на ЭВМ. Однако численные методы имеют ряд недостатков: они исключают возможность применения результатов и методов качественной теории дифференциальных уравнений. В случае нелинейных уравнений, когда, вообще говоря, решение не является единственным, принципиальной становится проблема корректности решений, полученных численными методами.

Преимуществом метода интегрального представления решения является общность этого метода, так как обычно интеграл остается инвариантным при преобразовании координат, и, построив функцию Грина один раз, в принципе можно найти любое требуемое решение однородного или неоднородного уравнения. Однако выражение “в принципе” указывает, что интегральное представление решения не всегда является достаточно удовлетворительным, так как во многих случаях интеграл не берется и тогда численные значения решения получить чрезвычайно трудно. Лишь немногие интегральные уравнения могут быть решены точно. Этот метод удалось применить к нескольким одномерным и двумерным задачам.

Еще одним методом решения линейных уравнений с частными производными является метод разложения на множители или разделения переменных, в которых исходное уравнение, содержащее несколько независимых переменных, разбивается (разделяется) на ряд однородных дифференциальных уравнений, каждое из которых содержит только одну независимую переменную. Этот прием не обладает такой универсальностью, как предыдущий, так как разделение переменных происходит различным образом для различных систем координат и возможно лишь для немногих таких систем. Однако если этот метод применим, то он обычно является значительно более удовлетворительным, так как решение однородных дифференциальных уравнений найти гораздо легче, чем решения уравнений с частными производными. Такой метод разделения переменных называется классическим методом Фурье [8,10], его возможности исследованы довольно хорошо, но к успеху этот метод приводит лишь в ограниченном числе случаев простой симметрии пространства.

Но существует еще один подход: представить волновую функцию в виде суммы произведений по каждой переменной. При этом переменные разделяются естественным образом, обобщая существующие методы, что позволяет назвать его обобщенным методом Фурье [11]. Возможности этого метода до конца не изучены, но можно предположить, что в будущем он займет главенствующее место при нахождении аналитических решений различных видов дифференциальных уравнений.

В данной работе строится математическая схема описания некоторых крупномасштабных дисперсионных эффектов в неоднородных средах с применением нового математического аппарата обобщенного метода Фурье (ОМФ). В отличие от других работ аналогичной тематики здесь не используется переход к новым координатам с помощью специальных преобразований уравнений Максвелла. Все решения для **E** и **H** получены в “родных” координатах, в которых физическая интерпретация естественна. Это позволило произвести классификацию сред по значениям параметров пространственной зависимости диэлектрических свойств.

Некоторые ранее известные точно решаемые модели $\varepsilon(z)$ для неоднородных диэлектриков оказываются частными случаями найденных здесь многопараметрических распределений $\varepsilon(z)$.

Нелокальная дисперсия неоднородного диэлектрического слоя может полностью изменить отражательные свойства диэлектрика. В таком слое формируются широкие спектральные интервалы безотражательного пропускания и сильного отражения излучения, определяемые профилем $\varepsilon(z)$. Компенсация фазовых сдвигов, возникающих при прохождении волны через неоднородный диэлектрик и диссипативную среду, позволяет оптимизировать параметры широкополосных безотражательных покрытий для поглощающих материалов.

Список использованных источников

1. Шварцбург, А.Б. Дисперсия электромагнитных волн в слоистых и нестационарных средах (точно решаемые модели) / А.Б. Шварцбург // УФН. Т. 170. – 2000. – №12.
2. Шварцбург, А.Б. Видеоимпульсы и непериодические волны в диспергирующих средах (точно решаемые модели) / А.Б. Шварцбург // УФН. Т. 168. – 1998. – №1.
3. Бреховских, Л.М. Волны в слоистых средах / Л. М. Бреховских – М.: Наука, 1957.
4. Ильинский, Ю.А. Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом / Ю.А. Ильинский, Л. В. Келдыш – М., 1989.
5. Карпман, В.И. Нелинейные волны в диспергирующих средах / В.И. Карпман – М.: Наука, 1973.
6. Красюк, В.Н. Электромагнитные волны в средах с пространственно-временными изменениями параметров. Л., 1984.
7. Ильинский, А.С. Математические модели электродинамики / А.С. Ильинский – М.: Высшая школа, 1991. – 224 с.
8. Морс, Ф.М. Методы теоретической физики Т. 1 / Ф.М. Морс, Г. Фешбах – М. Иностр. лит-ра, 1958. – Т.1 – 930 с.
9. Никольский, В.В. Математический аппарат электродинамики / В.В. Никольский – М.: МИРЭА, 1973.
10. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики / А.В. Бицадзе – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы. – 1982. — 336 с.
11. Андрушкевич, И.Е. Об одном обобщении метода Фурье разделения переменных / И.Е. Андрушкевич // Электромагнитные волны & Электронные системы. – 1998. – № 4, т.3. – С. 4–17

12. Скоробогатько, В.Я. Исследования по качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными / В.Я. Скоробогатько – Киев: Наукова думка, 1980. – 244 с.

13. Андрушкевич, И.Е. Обобщенный метод Фурье разделения переменных / И.Е. Андрушкевич // Вестник Полоцкого государственного университета. – 2005. – №4 – С. 28–34.

14. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под ред. М.Абрамовица и И.Стинган. М.Наука, Физматлит, 1979.

15. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения / Л.Э. Эльсгольц – М.: Гостехиздат, 1957.

16. Янке, Е. Специальные функции: формулы, графики, таблицы / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш – М.: Наука, 1964. – 344 с.

17. Вайнштейн, Л.А. Электромагнитные волны / Л.А. Вайнштейн – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.

18. Красюк, Н.П. Электродинамика и распространение радиоволн / Н.П. Красюк, Н.Д. Дымович – М.: Высш. шк., 1974. – 576 с.

19. Никольский, В.В. Электродинамика и распространение радиоволн / В.В. Никольский, Т.И. Никольская – 3е изд. – М.: Наука, 1989. – 342 с.

20. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми. М.1959.

21. Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М. Наука. 1973.

22. Кошляков, Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов – М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.

23. Вычислительные методы в электродинамике: / под ред. Р. Митры. Пер. с англ. / под ред. Э.Л. Бурштейна – М.: Мир, 1977. – 486 с.

24. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров – М.: Наука, 1981. – 512 с.

25. Семенов, А.А. Теория электромагнитных волн / А.А. Семенов – М.: изд. Московского университета, 1962. – 256 с.

26. Стреттон, Дж.А. Теория электромагнетизма / Дж.А. Стреттон – М.: ОГИЗ "ГОСТЕХИЗДАТ", 1948. – 539 с.

27. Курант, Р Уравнения с частными производными / Р. Курант, – М.: Мир, 1964. – 831 с.

28. Голоскоков, Д.П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple / Д.П. Голоскоков – СПб.: Питер, 2004. – 539 с.

29. Баскаков, С. И. Электродинамика и распространение радиоволн / С.И. Баскаков. – М: Высшая школа, 1992. – 416 с.

30. Красюк, В.Н. Уравнения распространения электромагнитных волн в среде с переменными параметрами / В.Н. Красюк // В кн.: Рассеяние и дифракция радиолокационных сигналов и их информативность – Вып.4. – Л.,1981. – С.41–52.

31. Татур, Т.А. Электромагнитное поле в реальных средах / Т.А. Татур – М. Высшая школа, 1976. – 195 с.

32. Ландау, Л.Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц – М.: Наука, 1982. – 620 с.

33. Ильинский, А.С. Математические модели электродинамики / А.С. Ильинский, В.В. Кравцов, А.Г. Свешников – М.: Высшая школа, 1991. – 224 с.

34. Бредов, М.М. Классическая электродинамика / М.М. Бредов, В.В. Румянцев, И.Н. Топтыгин – М. Наука, 1985. – 187 с.

35. Гольдштейн, Л. Д. Электромагнитные поля и волны / Л.Д. Гольдштейн, Н.В. Зернов – 2 изд. – М.: Советское радио, 1971, – 664 с.

36. Миллер, У. Симметрия и разделение переменных / У. Миллер – М.: Мир, 1981. – 342 с.

37. Арнольд, В.И. О представлении функций нескольких переменных в виде суперпозиции функций меньшего числа переменных / В.И. Арнольд // Математическое просвещение, – 1958. – №19 – С. 41–61.

38. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного / А.Н. Колмогоров // Докл. АН СССР, – 1957. – Т. 114, № 5. – С. 953–956

39. Гандмахер, Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гандмахер – М.: Наука, 1988. – 552 с.

40. Андрушкевич, И.Е. Приведение матриц билинейных функциональных уравнений к специальному виду / И.Е. Андрушкевич, А.И. Андрушкевич // Еругинские чтения-IX: тез. докл. междунар. матем. конф., Витебск, 20-23 мая 2003 г. – Витебск, 2003. – С. 135 – 136.

41. Давенпорт, Дж. Компьютерная алгебра. Системы и алгоритмы алгебраических вычислений / Дж. Давенпорт, И. Сирэ, Э. Турнье – М: Мир, 1991. – 350 с.

42. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский – М.: Наука, 1977. – 735 с.

43. Араманович, И.Г. Уравнения математической физики / И.Г. Араманович, В.И. Левин – М.: Наука, 1969. – 286 с.

44. Арсенин, В.Я.. Математическая физика. Основные уравнения и специальные функции / В.Я. Арсенин – М.: Наука, 1966. – 368 с.

45. Морс, Ф.М. Методы теоретической физики Т. 2/ Ф.М. Морс, Г. Фешбах – М. Иностр. лит-ра, 1960. – Т.2 – 896 с.