

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

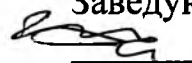
Факультет математики и информационных технологий

Кафедра алгебры и методики преподавания математики

Допущен к защите

«25» мая 2021 г.

Заведующий кафедрой

 Н.Т. Воробьев

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ
КЛАССЫ ФИТТИНГА С ЗАДАНЫМИ СВОЙСТВАМИ ХОЛЛОВЫХ
ПОДГРУПП

Специальность 1-31 80 03 Математика и компьютерные науки

Хоняк Фёдор Григорьевич,

магистрант

Научный руководитель:

Воробьев Николай Тимофеевич,

заведующий кафедры алгебры и

методики преподавания математики,

доктор физико-математических наук,

профессор

27. 04. 2021

"9" (девят)

Витебск, 2021

РЕФЕРАТ

Магистерская диссертация, 23 страницы, 10 используемых источников.

КЛАСС ФИТТИНГА, $\mathfrak{F}$ -РАДИКАЛ, $\mathfrak{F}$ -КОРАДИКАЛ, ФОРМАЦИЯ, ХОЛЛОВЫ π -ПОДГРУППЫ, $\mathfrak{F}$ -ИНЪЕКТОР.

Объект исследования – π -насыщенные классы Фиттинга конечных групп.

Предмет исследования – полулокальность классов Фиттинга конечных групп.

Цель работы – описание общих методов построения полулокальных классов Фиттинга посредством подгрупп Холла.

Методы исследования – используются методы теории классов конечных групп, в частности, методы теории классов Фиттинга.

Полученные результаты и их новизна – все полученные результаты являются новыми. Описан критерий полулокальности классов Фиттинга, построен класс Фиттинга посредством вложения радикалов в холловы подгруппы, а также построен класс Фиттинга со свойствами нормальности и вложения холловых подгрупп в инъекторы.

Сфера применения – результаты работы можно применять при решении различных задач, связанных с изучением свойства модулярности для решеток классов Фиттинга конечных групп. Кроме того, результаты могут быть использованы при чтении спецкурсов по теории групп для студентов математических специальностей, а также при написании курсовых и дипломных проектов, магистерских диссертаций.

Степень внедрения – результаты исследования выполнены в рамках задания по НИР «Развитие методов теории радикальных множеств и их применение к исследованию подгруппового строения конечных групп» (ГПНИ «Конвергенция – 2025» № гос. регистр. 20210495 от 01.04.2021) и внедрены в учебный процесс на кафедре алгебры и методики преподавания математики УО «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».

Содержание

РЕФЕРАТ.....	2
ВВЕДЕНИЕ	4
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ.....	6
1 НЕКОТОРЫЕ ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЛЕММЫ	6
2 РАДИКАЛЬНЫЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ	10
3 КЛАССЫ ФИТТИНГА ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ ПОЛУЛОКАЛЬНО	14
4 ПОЛУЛОКАЛЬНЫЕ КЛАССЫ И ПОДГРУППЫ ХОЛЛА	17
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	21
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	22
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ НАУЧНЫХ РАБОТ	23

ВВЕДЕНИЕ

Определённое место в теории классов Фиттинга занимают задачи разработки методов построения классов Фиттинга при заданных свойствах канонических подгрупп – подгрупп Холла, инъекторов и радикалов. В этом направлении исследованию известна серия работ Бризона[9], Дёрка[1], Локета, Н.Т. Воробьёва[2], Н.Т. Воробьёва и Т.Б. Карауловой и др.

Один из методов построения классов Фиттинга связан с применением понятия π -насыщенного класса Фиттинга.

Напомним, что если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{E}$ классы Фиттинга, то их произведение – класс групп

$$\mathfrak{F} \cdot \mathfrak{E} = (G: G/G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{E})$$

Пусть π – некоторое множество простых чисел, отличное от множества всех простых чисел $\mathbb{P}$. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ – называется π -насыщенным, в случае когда

$$\mathfrak{F} \cdot \mathfrak{E}_{\pi'} = \mathfrak{F}$$

Где π' – дополнение множества π во множестве $\mathbb{P}$, $\mathfrak{E}_{\pi'}$ – класс всех π' -групп.

Впервые функциональный метод изучения таких классов был предложен в работе Н.Т. Воробьёва[3].

В настоящей работе мы изучаем π -насыщенные классы Фиттинга, определяя их полулокально.

Основная цель работы – описание общих методов построения полулокальных классов Фиттинга посредством подгрупп Холла. Это достигается средством доказательства двух теорем. Оба результата посвящены построению новых π -насыщенных классов Фиттинга.

Пусть π – некоторое множество простых чисел, причём $\pi \subseteq \mathbb{P}$, где $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел. Подгруппа H группы G называется *холловой*

π -подгруппой, если H является π -группой и индекс подгруппы H в группе G не делится ни на одно число $p \in \pi$.

Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел. Отображение $f: \mathbb{P} \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\}$ называют функцией Хартли или H -функцией.

План изложения материала следующий: в разделе 1 приведены необходимые сведения. Второй раздел посвящён изучению простейших свойств радикалов и произведений классов Фиттинга. В третьем разделе описан критерий полулокальных классов Фиттинга. Заключительный раздел посвящён построению новых полулокальных классов Фиттинга посредством подгрупп Холла. В работе рассматриваются только конечные разрешимые группы. В определениях и обозначениях мы следуем монографии Дёрка, Хоука[1].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Doerk K., Hawkes T.O. Finite Soluble Groups // De Gruyter Exp. In Math. – Vol. 4. – Berlin – New York, 1992.
2. Воробьёв Н.Т. О локальных радикальных классах // Вопросы алгебры. Минск: Университетское, 1986. – вып. -2 – с.41-50.
3. Воробьёв Н.Т. О предложении Хоукса для радикальных классов // Сибирский математический журнал, 1996. – Т. 37, №6. – с.1296-1302.
4. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. М: Наука, 1978. – с.263.
5. Шеметков Л.А. Формации алгебраических систем. М: Наука, 1989. – 256с.
6. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. М: Наука, 1978. –272с.
7. Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов // В.С. Монахов. – Гомель: УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2003. – 322с.
8. Fisher B., Gaschutz W., Hartley B. Injektoren endlicher auflösbarer Gruppen // Math. Z. – 1967. – Bd. 102, №5, -p.337-339.
9. Brison O.J. Hall operators for Fitting classes // Arch. Math. -1977. –Bd.33, N1. -p.1-9.
10. Doerk K. Über den Rang einer Fittingklasse auflösbarer Gruppen // J. Algebra. -1978. –Vol.51, №4. –p.619-630.