

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

Факультет математики и информационных технологий

Кафедра алгебры и методики преподавания математики

Допущена к защите

«14» мая 2018г.

Заведующий кафедрой

Н.Т. Воробьев 

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

КЛАССЫ ФИТТИНГА С ЗАДАНЫМИ СВОЙСТВАМИ РАДИКАЛОВ И
ХОЛЛОВЫХ ПОДГРУПП

Специальность 1-31 80 03 Математика

Соловьёва Илона Владимировна,
магистрант кафедры алгебры и
методики преподавания математики

Научный руководитель:

Воробьев Николай Тимофеевич,
доктор физико-математических
наук, профессор

" 9 " июня

19.06.18

Витебск, 2018

СОДЕРЖАНИЕ

РЕФЕРАТ.....	3
ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ И СОКРАЩЕНИЙ.....	4
ВВЕДЕНИЕ	5
1 ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ.....	8
1.1 Некоторые основные понятия	8
1.2 Используемые утверждения	13
2 ПОЛУГРУППА КЛАССА ФИТТИНГА	14
3 КЛАССЫ ФИТТИНГА ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ ПОЛУЛОКАЛЬНО.....	19
4 π -НАСЫЩЕННЫЕ КЛАССЫ И ПОДГРУППЫ ХОЛЛА	22
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	26
ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	27

РЕФЕРАТ

Магистерская диссертация 28 с., 14 источников.

Объект исследования – π -насыщенные классы Фиттинга.

Цель настоящей работы – разработка локальных методов построения классов Фиттинга при помощи заданных свойств канонических подгрупп.

Методы исследования: методы теории конечных групп, в частности методы теории классов Фиттинга.

Результаты – построение нового полулокального класса Фиттинга $\mathfrak{F} * \mathcal{E}_\pi$ посредством подгрупп Холла.

Область применения – результаты работы могут быть использованы при написании курсовых и дипломных работ по алгебре, а также при изучении структуры классов Фиттинга их классификации.

ВВЕДЕНИЕ

Теория групп – один из центральных разделов современной алгебры, в настоящее время активно разрабатываемый в Беларуси в научных школах Минска, Витебска, Гомеля, Новополоцка, Могилева и Мозыря.

В алгебре новым витком стало появления понятия группы. Истоки «группы» можно выделить в некоторых дисциплинах, одна из основных – теория решений алгебраических уравнений в радикалах. Для того, чтобы изучить данную теорию французские математики Ж. Лагранж и А. Вандермонд в 1771 г впервые использовали подстановки. Одну из немало важных ролей играет в классификации и развитии теории групп труд французского математика К. Жордана (1870).

Осмысление существенного сходства в конце 19 века теоретических и групповых форм мышления, существующие в то время самостоятельно друг от друга в различных отраслях математики, вызвало необходимость выработать современное абстрактное понятие группы. Итак, Ли в 1895 г. определил группу как совокупность преобразований, которые замкнуты относительно их композиции, но они должны удовлетворять некоторым условиям.

Выход книги "Абстрактная теория групп" (1916) О. Ю. Шмидта впервой сформировалось в самостоятельную область математики рассмотрение групп за исключением идеи их конечности и без предположений о природе элементов.

Следующим витком в развитии алгебры было исследование классов групп, то есть множеств, состоящих из таких элементов, как группы.

Традиционными объектами исследования в теории классов групп и ее приложениях являются разрешимые группы. Более полуторавековая история

развития теории разрешимых групп связана с крупнейшими достижениями в этой области.

Классом Фиттинга называется класс групп, замкнутый относительно нормальных подгрупп и их произведений. Многие результаты в теории классов Фиттинга посвящены изучению так называемых π -насыщенных классов Фиттинга. В частности, этому были посвящены известные работы Бризона [1], Дерка [2,3], которые были связаны с изучением канонических подгрупп конечных разрешимых групп для π -насыщенных классов Фиттинга. Напомним, что если π – некоторое множество простых чисел, то класс Фиттинга \mathfrak{F} называется π -насыщенным [7], в случае когда

$$\mathfrak{F} * \mathcal{E}_{\pi'} = \mathfrak{F}$$

где π' – дополнение множества π во множество всех простых чисел P , то есть $\pi' = P/\pi$ и $\mathcal{E}_{\pi'}$ – класс всех π' -групп.

Впервые функциональный метод изучения таких классов был предложен в работе Н. Т. Воробьева [7].

Однако в общем случае такой подход к изучению классов Фиттинга оставался малоисследованным.

В данной работе мы изучаем π -насыщенные классы Фиттинга посредством функции Хартли, определяя их полулокально.

В частности, показывается, что класс \mathfrak{F} является π -насыщенным в точности тогда, когда \mathfrak{F} полулокален. Основная цель настоящей работы – описание общих методов конструирования π -насыщенных классов Фиттинга. Это достигается посредством построения новых π -насыщенных классов Фиттинга с помощью подгрупп Холла и радикалов.

Напомним, что функцией Хартли или H -функцией называют всякое отображение $f : P \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\}$ [8].

Пусть π – носитель H -функции f , то есть $\pi = \text{Supp}(f) = \{p \in \mathbb{P} : f(p) \neq \emptyset\}$

Класс Фиттинга определяется полулокально, если

$$\mathfrak{F} = \bigcap_{p \in \pi} f(p) \mathcal{E}_p$$

для некоторой H -функции f .

Все рассматриваемые в работе группы являются конечными.

Настоящая работа разбита на 4 раздела. В первом разделе приведены необходимые сведения, которые нужны для подведения итога магистерской диссертации. Второй – посвящен изучению простейших свойств произведений классов Фиттинга и носит ознакомительный характер. В третьем разделе рассматриваются свойства классов Фиттинга, определяемых полулокально. Заключительный, четвертый раздел посвящен построению новых полулокальных классов Фиттинга посредством подгрупп Холла и радикалов.

Основные результаты работы опубликованы и апробированы на VI Международной научно-практической конференции студентов и магистрантов «Молодость. Интеллект. Инициатива».

Работа выполнена в рамках задания ГПНИ «Конвергенция 2020».

ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Brison O. J. Hall operators for Fitting classes // Arch. Math. – 1977. – Bd. 33, N 1. – s. 1 – 9.
2. Doerk K. Uber den Rend einer Fittmgklasse auflosbarer Gruppen // J. Algebra. – 1978. – Vol. 51, N. 4. – P. 619 – 630.
3. Doerk K., Hawkes T. O. Finite Soluble Groups // De Gruyter Exp. In Math. – Vol. 4/ - Berlin – New York, 1992/ - 891 p.
4. Doerk K., Hawkes T. O. Finite Solvable Groups. Walter de Gryter. Berlin – New York. 1992. – 892 p.
5. Fisher B., Gaschutz W., Hartley B. Injektoren endlicher auflosbarer Gruppen // Math. Z. – 1967. – Bd. 1 02, N 5. – s. 337 – 339.
6. Ведерников В. А. Элементы теории классов групп. Смоленск, 1988. – 96 с.
7. Воробьев Н. Т. О локальных радикальных классах // Вопросы алгебры. Минск: Университетское, 1986. – вып. – 2. – с. 41-50.
8. Воробьев Н. Т. О предложении Хоукса для радикальных классов // Сибир. Матем. Журнал. 1996. – Т.37, № 6. – с. 1296 – 1302.
9. Ермаченко Д. В. Классы Фиттинга, определяемые полулокально. // Сборник статей VII-й республиканской научной конференции студентов и аспирантов Республики Беларусь, Витебск, 2002.
10. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп. М: Наука, 1978. – 263 с.
11. Лабузова А. И. Классы Фиттинга, определяемые полулокально и их характеристикация // Итоги НИР – 1999. Тезисы докладов IV конференции студентов, магистрантов, аспирантов. Витебск, 2000. – 73 с.
12. Монахов В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов. Гомель, 2003. – 322 с.

13. Шеметков Л. А. Формации алгебраических систем. М: Наука, 1989. – с. 1-256.

14. Шеметков Л. А. Формации конечных групп. М: Наука, 1978. – с. 272