

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ


УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

математический факультет

кафедра алгебры и методики преподавания математики

Допущена к защите  
«2» июл 2015 г.

Заведующий кафедрой  
алгебры и методики  
преподавания математики

 Н.Т. Воробьев

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

КВАЗИЛОКАЛЬНЫЕ КЛАССЫ ФИТТИНГА

Специальность 1-31 80 03 «Математика»

Ковалевой Екатерины Олеговны

Научный руководитель:  
Воробьев Николай Тимофеевич,  
профессор кафедры алгебры и  
методики преподавания математики,  
доктор физико-математических наук,  
профессор

10 (десять)  
29.06.2015

Витебск, 2015

## Реферат

Магистерская диссертация 24 стр., 13 использованных источников.

КЛАСС ФИТТИНГА, КОМОНОЛИТ ГРУППЫ, НОРМАЛЬНО НАСЛЕДСТВЕННЫЙ КЛАСС,  $H$ -ФУНКЦИЯ, ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, КВАЗИЛОКАЛЬНОЙ  $H$ -ФУНКЦИЕЙ, ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, ФУНКЦИЯ ХАРТЛИ, КЛАСС ГРУПП, НИЛЬПОТЕНТНАЯ ГРУППА.

**Объект исследования** – квазилокальные функции Хартли и классы Фиттинга.

**Цель работы** – решение задачи описания наибольших квазилокальных классов Фиттинга; в частности, нахождение новых локальных заданий класса нильпотентных групп посредством радикалов.

**Методы исследования** – используются методы теории классов конечных групп.

**Полученные результаты и их новизна** – результаты, полученные в разделе 4 настоящей работы являются новыми.

**Сфера применения** – теория классов групп может служить основой для классификации языков программирования, для построения классов групп, а также при написании курсовых и дипломных проектов, и магистерских диссертаций.

**Лемма 2.1.** Пусть  $\mathfrak{N} = LR_Q(f)$  для некоторой  $H_Q$ -функции  $f$ , причем  $f(p) = S_n f(p)$  для всех  $p \in P$ . Тогда справедливо следующее утверждение:

$f(p) \cap \mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{N}_p$  для всех  $p \in P$ .

**Теорема.** Класс Фиттинга  $\mathfrak{N}$  всех нильпотентных групп определяется квазилокальной  $H$ -функцией  $x$  такой, что

$$x(p) = G | G_{\mathfrak{N}} \in \mathfrak{N}_p, \text{ для всех } p \in P$$

При этом  $x(p)$  является наибольшей из  $S_n$ -замкнутых квазилокальных

$H_Q$ -функции класса  $\mathfrak{N}$  и для всех  $p$  справедливо равенство

$$x(p) = x(p)\mathfrak{N}_p$$

**Теорема.** Локальный класс Фиттинга  $\mathfrak{F}$  определяется нормально-наследственной квазилокальной функцией Хартли  $f$  такой, что

$$f(p)\mathfrak{N}_p = f(p) = \mathfrak{F}_{F(p)} = (G: G_{\mathfrak{F}} \in F(p)), \text{ для всех } p \in P,$$

где  $F$  – наибольшая функция Хартли класса  $\mathfrak{F}$ .

## Содержание

Введение .....	5
Основные обозначения.....	7
1. Необходимые сведения .....	8
2. Свойства квазилокальных функций .....	13
3. Квазилокальные функции класса нильпотентных групп .....	16
4. Квазилокальные функции произвольных локальных классов Фиттинга	19
Заключение.....	22
Список используемых источников .....	23

## Введение

Локальный метод изучения конечных разрешимых групп с помощью радикалов и классов Фиттинга был предложен Хартли [1]. Идея локализации Хартли состоит в изучении классов групп в терминах  $p$ -групп и радикалов, определяемых отображениями (локальными  $H$ -функциями или функциями Хартли) множества  $P$  всех простых чисел во множества классов Фиттинга. Отображение множества  $P$  всех простых чисел во множество классов групп называется *квазилокальной  $H$ -функцией* или  $H_Q$ -функцией. При этом класс Фиттинга  $\mathfrak{F}$  называется локальным [2], если существует  $H$ -функция  $f$  такая, что  $\mathfrak{F} = LR(f)$ , где

$$LR(f) = \mathfrak{E}_\pi \cap \left( \bigcap_{p \in \pi} f(p) \mathfrak{N}_p \mathfrak{E}_{p'} \right)$$

и

$$\pi = Supp(f) = \{p \in P \mid f(p) \neq \emptyset\}$$

Одной из задач исследования  $H$ -функций класса  $\mathfrak{F}$  является задача описание наибольших  $H$ -функций. Заметим, что Н.Т. Воробьевым [3] была описана наибольшая приведенная  $H$ -функция класса Фиттинга  $\mathfrak{F}$ . Такой функцией является  $H$ -функция  $F$  такая, что все непустые значения  $F$  являются классами Локетта и  $F(p) = F(p) \mathfrak{N}_p \subseteq \mathfrak{F}$  для каждого простого  $p$ .

Одним из исследуемых локальных классов Фиттинга, является класс всех нильпотентных групп, т.е. группы в которых каждая силовская  $p$ -подгруппа является нормальной. Хорошо известно, что класс всех нильпотентных групп определяется функцией Хартли  $f$ , такой что  $f = \mathfrak{N}_p$ , для всех простых  $p$ .

В связи с этим возникает задача нахождения новых локальных заданий класса  $\mathfrak{N}$ . Для этой цели мы обобщаем понятие функции Хартли и определяем квазилокальную функцию Хартли. Класс Фиттинга  $\mathfrak{F}$  называется *квазилокальным*, если существует  $H_Q$ -функция  $f$  такая, что  $\mathfrak{F} = LR_Q(f)$ , где  $LR_Q(f) = \mathfrak{E}_\pi \cap \left( \bigcap_{p \in \pi} f(p) \mathfrak{N}_p \mathfrak{E}_{p'} \right)$  и  $\pi = Supp(f) = \{p \in P \mid f(p) \neq \emptyset\}$ .

Основной результат настоящей работы, описание квазилокальных заданий класса нильпотентных групп посредством радикалов Фиттинга.

В работе рассматриваются только конечные группы.

План изложения материала следующий: в первой главе приводятся необходимые сведения; во второй главе определяются квазилокальные функции и изучаются их свойства. Третья и четвертая главы содержат основной результат. В третьей описана наибольшая квазилокальная функция класса Фиттинга всех нильпотентных групп, а в четвертой – описан метод альтернативный методу нахождения квазилокальных заданий из раздела 3.

Основные результаты работы опубликованы в [12-13] и апробированы на III Международной конференции «Молодость. Интеллект. Инициатива» и I Международной конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь XXI века: образование, наука, инновации».

## Список используемых источников

1. Hartley B. // Proc. London Math. Soc. 1969. - Vol. 3, No 2. - P. 193-207
2. Воробьев Н.Т. О предположении Хоукса для радикальных классов / Воробьев Н.Т. // Сибирский математический журнал. 1996. - Т. 37, № 6 - С. 1296-1302.
3. Воробьев Н.Т. О наибольшей приведенной функции Хартли / Воробьев Н.Т. // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины- 1999.- № 1(15)-С. 8-13.
4. Загурский В.Н. О новых заданиях классов Фиттинга / Загурский В.Н., Воробьев Н.Т. // Вестник ВГУ имени П.М. Машерова. 2003. №2. С. 100-104.  
V  $3-5^A$  Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп // М.: Наука, 1978. - 263 с
6. Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов / Монахов В.С. - Гомель: УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2003. - 322 с.
7. Doerk K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. - Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. - 891 p.
8. Семенов М.Г. О наибольших локальных функциях нильпотентных классов Фиттинга / Семенов М.Г., Савельева Н.В. // X(55) региональная научно-практическая конференция преподавателей, научных сотрудников, аспирантов и студентов университета. Сборник статей. - Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2008. - С. 21-23
9. Семенов М.Г. О новом локальном задании классов Фиттинга / М.Г. Семенов // III Машеровские чтения: материалы республ. науч.-практич. конф. студ., асп. и молодых ученых, Витебск, 24-25 марта 2009 г. / Витебский гос. ун-т им. П.М. Машерова; редкол.: А.Л. Гладков (гл. ред.) [и др.]. - Витебск, 2009. - Математика. Информатика. Философия. Экономика. Юриспруденция. - С. 18-19.
10. Воробьев Н.Т. Локальные функции классов Фиттинга / Воробьев Н.Т., Семенов М.Г. // Вестник ВДУ імя П.М. Машэрава - Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2009. - № 2(52). - С. 139-141
11. Siamionau M.G. Local functions of Fitting classes / M.G. Siamionau, N.T.

Vorob'ev // 7th International Algebraic Conference in Ukraine - Kharkov, 2009 (находится в печати)

12. Kovalyova E.O. On the properties of normal hereditary quasilocal Hartley functions / Kovalyova E.O. // Proceedings of the international conference for students, postgraduates and young scientists «The youth of the 21<sup>st</sup> century: education, science, innovations» – Vitebsk: «VSU named after P.M. Masherov», 2014 – p. 7

13. Ковалева Е.О. О новых локальных заданиях классов нильпотентных групп / Ковалева Е.О. // Сборник материалов III Международной научно-практической конференции студентов и магистрантов «Молодость. Интеллект. Инициатива» - Витебск: УО «ВГУ имени П.М.Машерова», 2015. – с. 9-10