МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

Математический факультет

Кафедра алгебры и методики преподавания математики

Допущена к защите
«23» мая 2015 г.
Заведующий кафедрой
алгебры и методики
преподавания математики
______ Н.Т. Воробьев

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

ИНЪЕКТОРЫ КОНЕЧНЫХ П-РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП

Специальность 1-31 80 03 «Математика»

(Когорычева)
Ермашкевич Ольги Юрьевны

10 (десять)
29.06.2015

Научный руководитель:
Воробьев Николай Тимофеевич,
заведующий кафедрой алгебры и
методики преподавания математики,
профессор, доктор физико-
математических наук

Витебск, 2015

Реферат

Магистерская диссертация 23 стр., 15 использованных источников.

КЛАСС ФИТТИНГА, МНОЖЕСТВО ФИТТИНГА, ПОЛУЛОКАЛЬНЫЕ КЛАССЫ ФИТТИНГА, $\mathcal{F}$-ИНЪЕКТОР, П-РАЗРЕШИМАЯ ГРУППА.

Объект исследования– инъекторы конечных групп.

Цель работы– описание структуры инъекторов частично разрешимых групп для классов и множеств Фиттинга и их характеризация.

Методы исследования – используются методы теории конечных групп, в частности, методы теории классов и множеств Фиттинга.

Полученные результаты и их новизна. В данной работе получены новые научные результаты по характеризации инъекторов для полулокальных классов Фиттинга и исследуются вопросы построения инъекторов для факторгрупп множеств Фиттинга конечной группы. Получены следующие результаты:

Теорема 1. Если $\mathfrak{F}$– полулокальный класс Фиттинга для некоторой полной $\mathcal{X}$-постоянной H-функции f с носителем π и G такая группа, что $G/G_{\mathcal{X}}$ разрешима, то подгруппа V является $\mathfrak{F}$-инъектором группы G тогда и только тогда, когда V/G_f является холловой π'-подгруппой группы G/G_f.

Теорема 2. Пусть G— π-разрешимая группа, где π— непустое множество простых чисел. Следующие утверждения равносильны:

1) s_nH^G является π-насыщенным множеством Фиттинга группы G;
2) s_nH^G = Fitset(H) и Fitset(H)$\circ\mathcal{E}_{\pi'}=\{H\leq G\colon H/H_{\mathrm{Fitset(H)}}\in\mathcal{E}_{\pi'}\}$;
3) H— π-инъектор группы G.

Сфера применения. Результаты данной работы могут быть использованы при написании курсовых, дипломных проектов; а также могут служить основой для распознавания формальных языков и построения конечных автоматов.

Оглавление

Перечень условных обозначений 3

Введение....................4

1 Предварительные сведения....................6

2 Критерий $\mathfrak{F}$–инъектора....................10

3 Множества Фиттинга 13

4 Инъекторы во множествах Фиттинга....................15

4.1 Инъекторы факторгрупп....................15

4.2 Порождённые множества Фиттинга и инъекторы 18

Заключение 21

Список использованных источников 22

Введение

В теории классов конечных групп известна теорема Гашюца-Фишера-Хартли [1] о том, что в любой конечной разрешимой группе для любого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ существуют $\mathfrak{F}$-инъекторы и любые два из них сопряжены. Напомним, что классом Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют класс групп замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп.

Данная теорема была обобщена на случай множеств Фиттинга Л. А. Шеметковым [2], который установил, что если $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга π-рарешимой группы G, где π – множество всех простых делителей порядков всех групп из $\mathcal{F}$, то существуют $\mathcal{F}$-инъекторы и любые два из них сопряжены в G. Напомним, что множеством Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G называют непустое множество подгрупп группы G, которое удовлетворяет следующим условиям:

1) если $T \lhd\lhd S$ и $S \in \mathcal{F}$, то $T \in \mathcal{F}$;

2) если $S, T \in \mathcal{F}$ и $S, T \trianglelefteq ST$, то $ST \in \mathcal{F}$;

3) если $S \in \mathcal{F}$ и $x \in G$, тогда $S^x \in \mathcal{F}$.

При этом $\mathcal{F}$-инъектором группы G называют такую её подгруппу V для которой выполняется следующее условие:$N \cap V$ является $\mathcal{F}$-максимальной подгруппой группы N, для любой субнормальной подгруппы N группы G. Аналогично определяется $\mathfrak{F}$-инъектор группы G для класса Фиттинга $\mathfrak{F}$.

Возникает задача о взаимосвязи $\mathcal{F}$-инъекторов групп и факторгрупп для множества Фиттинга $\mathcal{F}$ $\pi(\mathcal{F})$-разрешимой либо σ-разрешимой группы G, где $\pi(\mathcal{F})$ – множество всех простых делителей порядков всех групп из $\mathcal{F}$, а σ— непустое множество простых чисел. Решению этой задачи посвящена данная работа, а также в ней получены новые свойства инъекторов во множествах Фитинга. При этом инъектором группы G называют такую её подгруппу H которая является $\mathcal{F}$-инъектором для некоторого множества Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G.

Первый раздел имеет вспомогательный характер. В нём приводятся известные сведения и понятия, которые мы используем в дальнейшем для доказательства основных результатов. Во втором разделе нами установлен критерий $\mathfrak{F}$-инъектора для полулокальных классов. В третьем— определяются множества Фиттинга и приводятся их примеры. В четвёртом разделе доказана теорема, описывающая $\mathcal{F}$-инъекторы факторгрупп для случая π-разрешимой группы, где π- множество всех простых делителей порядков всех групп из $\mathcal{F}$. Заключительный раздел посвящён изучению инъекторов.

Основной результат работы— теоремы, приведённые в четвёртой главе, описывающие свойства π-инъекторов.

Основные результаты работы опубликованы в работах [11-15] и апробированы на четырёх международных конференциях. Доказано, что если $\mathfrak{F}$— полулокальный класс Фитинга для некоторой полной $\mathcal{X}$-постоянной H-функции f с носителем π, и G такая группа, что $G/G_{\mathcal{X}}$— разрешима, то подгруппа V является $\mathfrak{F}$-инъектором группы G тогда и только тогда, когда V/G_f – холлова π'-подгруппа группы G/G_f.

В работе доказана равносильность следующих свойства для π-разрешимой группы G:

1) s_nH^G является π-насыщенным множеством Фиттинга группы G;
2) s_nH^G = Fitset(H) и Fitset(H)$\circ\mathcal{E}_{\pi'}=\{H\leq G\colon H/H_{\mathrm{Fitset}(H)}\in\mathcal{E}_{\pi'}\}$;
3) H— π-инъектор группы G.

Работа выполнялась в рамках задания ГПНИ «Конвергенция».

Список использованных источников

1 Fischer, B. Injektoren endlicher auflösbarer Gruppen / B. Fischer, W. Gashüts, B. Hartley// Math. Z., 1967.- Bd. 102.№5, 337-339 s.

2 Шеметков, Л.А. О подгруппах π- разрешимых групп / Л.А. Шеметков// Конечные группы. Труды гомельского семинара.- Мн.: Наука и техника, 1975.— 207-212 с.

3 Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов: учеб. пособие/ В.С. Монахов.- Мн.: Выш. шк., 2006.- С. 207.

4 Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.

5 Каргаполов М.И., Основы теории групп/ М.И.Каргаполов, Ю.И. Мерзляков, Мн.: Наука, 1978.- С. 263.

6 Ведерников В.А. Элементы теории классов групп/ В.А. Ведерников . Смоленск, 1988.- С.96.

7 Чунихин С.А. Подгруппы конечных групп/ С.А. Чунихин.- Мн.: Наука и техника, 1964 г..

8 Сементовский В.Г., Инъекторы конечных групп., В сб. Исследование нормального и подгруппового строения конечных групп/ В.Г. Сементовский.- Мн.: Наука и техника, 1984 г..

9 Воробьёв Н.Т. Инъекторы во множестве Фиттинга конечной группы/ Н.Т. Воробьёв, М.Г. Семёнов// Математические заметки. – 2015. – Т. 97, № 4.– С. 516–528.

10 Семёнов М.Г., Формула инъектора конечной π-разрешимой группы/ М.Г. Семёнов// Проблемы физики, математики и техники. – 2014.—№ 4(21).– С. 77–88.