

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

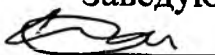
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М.
МАШЕРОВА»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра алгебры и методики преподавания математики

Допущен к защите

«8» апреля 2021 г.

Заведующий кафедрой

 Н.Т. Воробьев

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ
**ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ GAP
В ТЕОРИИ КЛАССОВ КОНЕЧНЫХ ГРУПП**

Специальность 1-31 80 03 «Математика и компьютерные науки»

Дрозд Елена Михайловна,
2 курс

Научный руководитель:
Залеская Елена Николаевна,
доцент кафедры алгебры и
методики преподавания
математики, кандидат физико-
математических наук, доцент

27. 04. 2021
"10" (десять)

Витебск, 2021

РЕФЕРАТ

Магистерская диссертация 45 с., 17 использованных источника, 58 рисунков.

Объект исследования – система компьютерной алгебры GAP, классы конечных групп.

Цель работы – изучить возможности системы компьютерной алгебры GAP для исследования классов конечных групп и разработать алгоритмы для исследования классов конечных групп.

Методы исследования – применяются методы теории классов конечных групп, а также вычислительные методы системы компьютерной алгебры GAP.

Полученные результаты – изучены возможности системы компьютерной алгебры GAP для исследования классов Фиттинга, классов Шунка, формаций и разработаны алгоритмы для исследования классов Фиттинга, классов Шунка, формаций.

Область применения – полученные результаты можно использовать при изучении классов конечных групп, а также для написания дипломных и курсовых проектов, для чтения лекций спецкурса по основам системы компьютерной алгебры GAP, теории групп и их классов для студентов математических специальностей.

СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	4
ВВЕДЕНИЕ	5
1. СИСТЕМА КОМПЬЮТЕНОЙ АЛГЕБРЫ GAP.....	6
1.1. История, краткая характеристика и обзор возможностей системы GAP.....	6
1.2. Начало работы в GAP.....	7
1.3. Программирование в GAP.....	8
1.3.1 Символы и категории слов в GAP	8
1.3.2. Структуры данных в GAP	10
1.3.3. Операторы.....	14
2. НЕКОТОРЫЕ ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ГРУПП.....	18
3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРУПП В СИСТЕМЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ.....	22
АЛГЕБРЫ GAP.....	22
3.1. Группы, подгруппы. Порождающие множества. Циклические группы, подгруппы циклической группы.....	22
3.2. Строение группы. Нормализатор и централизатор	24
3.3. Прямое произведение групп. Гомоморфизм групп. Полупрямое произведение ..	26
3.4. Классы групп. Группы малых порядков. Инварианты разрешимых групп.....	27
4. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ.....	30
4.1. Готовые примеры решения задач в системе GAP	30
4.2. Пакет CRISP системы компьютерной алгебры GAP	36
4.3. Создание алгоритмов для решения задач теории классов конечных групп в системе GAP	39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	42
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	44

ВВЕДЕНИЕ

Абстрактная алгебра является одной из наиболее важных и быстро развивающихся областей современной математики. Составными частями абстрактной математики являются группы, подгруппы, полугруппы, кольца, а на современном этапе их далеко идущие обобщения, относящиеся к объектам новой природы. К главным разделам современной алгебры относится теория групп.

В чем же актуальность и перспектива разработки комплекса программ для исследования классов конечных групп в системе компьютерной алгебры GAP? В том, что можно быстро решить возникший вопрос при наличии большого набора различных примеров и для проверки конкретных примеров, использующих те или иные предположения.

Система GAP – свободно распространяема, открыта и расширяема. Она включает в себя исходные тексты на двух языках: ядро системы написано на Си, а библиотека функций – на специальном языке, также называемом GAP. Язык программирования GAP является объектно-ориентированным и напоминает по синтаксису Pascal. Используя исходные тексты как наглядное пособие, пользователи могут создавать собственные программы [1]. Каждый из разработчиков программ может оформить свои разработки в виде пакета для системы GAP и представить на рассмотрение в Совет GAP. Если программа прошла процедуру рецензирования и одобрения совета GAP, она включается в приложение к дистрибутиву GAP и является её составной частью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. GAP / Система компьютерной алгебры GAP 4.7 [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://alex-konovalov.github.io/ukrgap/gapbook/manual.pdf>. – Дата доступа: 01.04.2021.
2. The GAP Group, GAP – Groups, Algorithms, and Programming [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gap-system.org>. – Дата доступа: 04.02.2020
3. Wikipedia / GAP (computer algebra system) [Электронный ресурс] – Режим доступа: [https://en.wikipedia.org/wiki/GAP_\(computer_algebra_system\)](https://en.wikipedia.org/wiki/GAP_(computer_algebra_system)). – Дата доступа: 05.01.2019.
4. Монахов, В.С. – Введение в теорию конечных групп и их классов: учеб.пособие / В.С. Монахов – Мн.: Выш. шк., 2006. – 207 с.
5. Курош, А.Г. – Теория групп: учеб.пособие / А.Г. Курош – М., Наука, 1967. – 648 с.
6. Ведерников, В.А. – Элементы теории классов групп: учеб.пособие / В.А. Ведерников – Смоленск, 1988. – 96с.
7. Залеская, Е.Н. – Применение системы компьютерной алгебры GAP в теории конечных групп / Е.Н. Залеская, Е.М. Дрозд // Наука - образованию, производству, экономике: материалы 72-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, науч. сотрудников и аспирантов. – Витебск: Из-во ВГУ им. П.М. Машерова. – 2020. – С. 16-18.
8. Залеская Е.Н. – Использование системы компьютерной алгебры GAP при решении задач теории классов групп / Е.Н. Залеская, Е.М. Дрозд // Наука - образованию, производству, экономике: материалы 73-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, науч. сотрудников и аспирантов. – Витебск: Из-во ВГУ им. П.М. Машерова. – 2021. – С. 31-32.
9. Грицук, Д.В. Компьютерная алгебра. Курс лекций / Д.В. Грицук, А.А. Трофимук; Брест. Гос. Ун-т им. А.С. Пушкина. – Брест БрГУ, 2017. – 112 с.

11. Gallian, J.A. Abstract algebra with GAP / J.A. Gallian. – Brooks / Cole, 2010. – 98 p.
12. Hulpke, A. Abstract algebra in GAP / A. Hulpke. – Fort Collins, 2010/ – 136 p.
13. GAP / CRISP [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.gap-system.org/Manuals/pkg/crisp/htm/chapters.htm>. – Дата доступа: 01.04.2021.
14. The GAP Group. GAP / The GAP Group – Reference Manual. Release 4.8.4, 04-Jun-2016. – P. 1381. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gap-system.org/Manuals/doc/ref/chap0.html>. – Дата доступа: 13.04.2021.
15. Höfling, B. CRISP – Computing with radicals, injectors, Schunck classes and projectors of finite soluble groups / B. Höfling // Version 1.4.4 – 2000-2016 – P.30. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gap-system.org/Manuals/pkg/crisp-1.4.4/doc/manual.pdf> – Дата доступа: 12.04.2021
16. Коновалов А.Б. Система компьютерной алгебры GAP 4.7 (Brief GAP Guidebook in Russian) [Электронный ресурс] / А.Б. Коновалов – Редакция 3.1.2, 6 марта 2014. – 87 с. – Режим доступа: <http://www.gap-system.org/ukrgap/gapbook/manual.pdf> . – Дата доступа: 03.02.2021.
17. Höfling, B. Computing projectors, injectors, residuals and radicals of finite soluble groups / B. Höfling // J. Symbolic Computation. – 2011. – Vol. 32: – P.499–511.