

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра прикладного и системного программирования

Допущена к защите

«25» марта 2021 г.

Заведующий кафедрой

 С. А. Ермоченко

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**РАЗРАБОТКА JAVA-БИБЛИОТЕКИ ДЛЯ РАБОТЫ С
ЭЛЕМЕНТАМИ ТЕОРИИ ГРУПП**

Специальность «Информатика и технологии программирования»

Тихонов Илья Дмитриевич,
студент 2 курса магистратуры

Научный руководитель:
Семёнов Максим Геннадьевич,
кандидат физико-
математических наук, доцент

Витебск, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Необходимые сведения	7
1.1. Некоторые сведения из теории групп	7
1.2. Язык программирования Java.....	13
2. Основная часть	15
2.1. Пользовательский интерфейс библиотеки.....	15
2.2. Примеры использования библиотеки.....	23
Заключение	43
Список использованных источников	44

Реферат

Магистерская диссертация, 45 страниц, 7 листингов, 22 источника.

Объект исследования – вычислительная теория групп.

Предмет исследования – java-библиотека для работы с элементами теории групп.

Цель работы – разработка программного обеспечения для работы с элементами теории групп.

Методы исследования – методы теории классов конечных групп, а также шаблоны проектирования и принципы объектно-ориентированного программирования.

Сфера применения – результаты работы могут быть использованы в java-приложениях, применяющих теорию групп, при написании курсовых и дипломных проектов, а также магистерских диссертаций и при чтении спецкурса по вычислительной теории групп; спецкурса по основам теории групп и их классов.

Введение

Теория групп – это раздел общей алгебры, который изучает алгебраические структуры, известные как группы, и свойства этих структур. Концепция группы является центральной в алгебре: другие известные алгебраические структуры, такие как кольца, поля и векторные пространства, можно рассматривать как группы, наделенные дополнительными операциями и аксиомами. Группы повторяются по всей математике, и методы теории групп оказали влияние на многие части алгебры. Линейные алгебраические группы и группы Ли являются двумя ветвями теории групп, которые пережили прогресс и стали предметными областями сами по себе.

Группа – это множество G произвольной природы, на котором задана бинарная алгебраическая операция $*$. Чтобы квалифицироваться как группа, набор и операция $(G, *)$ должны удовлетворять требованиям, известным как групповые аксиомы:

- ассоциативность: $\forall (a, b, c \in G): (a * b) * c = a * (b * c)$;
- наличие нейтрального элемента: $\exists e \in G, \forall a \in G: e * a = a * e = a$;
- наличие обратного элемента: $\forall a \in G, \exists a^{-1} \in G: a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$.

Вычислительная теория групп – это изучение групп с помощью компьютеров. Она занимается разработкой и анализом алгоритмов и структур данных для вычисления информации о группах. Тема вызвала интерес, потому что для многих интересных групп нецелесообразно выполнять вычисления вручную.

Различные физические системы, такие как кристаллы или атомы водорода, могут моделироваться группами симметрии. Таким образом, теория групп и тесно связанная теория представлений имеют много важных приложений в физике, химии и материаловедении. Теория групп также занимает центральное место в криптографии с открытым ключом.

Основные задачи, решаемые с помощью теории групп: классификация собственных чисел и собственных функций гамильтониана с помощью неприводимых представлений его группы симметрии, установление правил отбора, исследование расщепления вырожденных состояний под влиянием малых возмущений.

Java – это объектно-ориентированный язык программирования, который хорошо подходит для описания предметной области теории групп:

1. объектно-ориентированное программирование позволяет сделать код более простым для чтения и понимания;
2. благодаря абстракции можно описать поведение групп независимо от конкретной реализации.

На данный момент не существует свободно распространяемой библиотеки на Java для работы с теорией групп. Для работы в этой области хорошо подходит система компьютерной алгебры GAP и Maple, но их функционал нельзя использовать за пределами этих систем.

Данная работа выполнена с целью создания свободно распространяемой библиотеки на Java для работы с теорией групп. Материалы исследования могут применяться при использовании теории групп в java-приложениях.

Задачами данной работы являются:

1. изучение литературы по теории групп, необходимой для понимания предметной области;
2. реализация библиотеки и создание .jar файла, который можно легко использовать в java-приложениях;
3. составление задач по вычислительной теории групп и демонстрация возможностей библиотеки, на примере решения этих задач;
4. тестирование полученной библиотеки.

Остановимся на обзоре содержания дипломной работы по разделам. В первом разделе содержатся необходимые сведения по теории групп, языку

программирования Java и среде разработки IntelliJ IDEA. Во втором разделе описывается архитектура библиотеки и приводятся примеры решения задач теории групп.

Список использованных источников

1. Группа (математика). [Электронный ресурс] – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Группа_\(математика\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Группа_(математика)) – Дата доступа: 12.03.2021.
2. Подгруппа (математика). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Подгруппа> – Дата доступа: 12.03.2021.
3. Множество [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Множество> – Дата доступа: 12.03.2021.
4. Порядок элемента [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Порядок_элемента – Дата доступа: 12.03.2021.
5. Перестановка [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Перестановка> – Дата доступа: 12.03.2021.
6. P-группа [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/P-группа> – Дата доступа: 12.03.2021.
7. Конечная группа [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Конечная_группа – Дата доступа: 12.03.2021.
8. Симметрическая группа [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Симметрическая_группа – Дата доступа: 12.03.2021.
9. Таблица Кэли [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Таблица_Кэли – Дата доступа: 12.03.2021.
10. Абелева группа [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Абелева_группа – Дата доступа: 12.03.2021.
11. Транспозиция (математика) [Электронный ресурс] – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Транспозиция_\(математика\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Транспозиция_(математика)) – Дата доступа: 12.03.2021.
12. Порождающее множество группы [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Порождающее_множество_группы – Дата доступа: 12.03.2021.

13. Циклическая группа [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Циклическая_группа – Дата доступа: 12.03.2021.
14. Тривиальная группа [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Тривиальная_группа – Дата доступа: 12.03.2021.
15. Коммутатор (теория групп) [Электронный ресурс] – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Коммутатор_\(теория_групп\)#К](https://ru.wikipedia.org/wiki/Коммутатор_(теория_групп)#К) – Дата доступа: 12.03.2021.
16. Коммутант [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Коммутант> – Дата доступа: 12.03.2021.
17. Разрешимая группа [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Разрешимая_группа – Дата доступа: 12.03.2021.
18. Класс сопряжённости [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Класс_сопряжённости – Дата доступа: 12.03.2021.
19. Действие группы [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Действие_группы – Дата доступа: 12.03.2021.
20. Централизатор и нормализатор [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Централизатор_и_нормализатор – Дата доступа: 12.03.2021.
21. Java [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Java> – Дата доступа: 12.03.2021.
22. IntelliJ IDEA [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/IntelliJ_IDEA – Дата доступа: 12.03.2021.