ЛЯПУНОВСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В ПОДЧИНЕННЫХ (CONFORMABLE) ДРОБНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Мельничук Е.А.,
студентка 2-го курса УО «ПГУ», г. Новополоцк, Республика Беларусь
Научный руководитель – ***Козлов А.А.,*** *канд. физ.-мат. наук, доцент*

Ключевые слова. Преобразование Ляпунова, подчиненные дробные производные
Keywords. Lyapunov transformation, conformable fractional derivatives.

Сегодня существует множество различных определений производной дробного порядка от функции одной переменной, напр., дробная производная Римана-Лиувилля, Грюнвальда-Летникова, Капуто и другие. Однако они обладают не всеми свойствами, присущими производным натурального порядка. Так, например, они не подчиняются правилу Лейбница о производной от произведения двух функций.

В 2014 году Р. Халил и др. ввели [1] для функции одной переменной понятие *подчиненной (conformable) производной* дробного порядка, которая удовлетворяет этому правилу (см., напр., [1]). В связи с этим актуальным стал вопрос об изучении линейных систем в подчиненных дробных производных и, в частности, о линейных преобразованиях таких систем. В данной работе аналогично линейным системам обыкновенных дифференциальных уравнений для линейных систем в подчиненных производных дробного порядка введены понятия преобразования Ляпунова и связанных с ним асимптотически эквивалентных линейных систем в подчиненных дробных производных. Целью работы является описание основного свойства, характеризующего исследуемые асимптотически эквивалентные системы.

Материал и методы. **Определение 1.** Пусть $f:(0,+\infty)\to R$ и $\alpha\in(0,1)$. *Подчиненной* (*conformable*) *производной дробного порядка* α *от функции* f называется предел

$$ {}_tT_\alpha(f(t))=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f(t+\varepsilon t^{1-\alpha})-f(t)}{\varepsilon}$$

при любом $t>0$. Функцию $f(\cdot)$ в таком случае будем называть α -дифференцируемой [1].

Возьмем любое число $\alpha\in(0,1)$ и рассмотрим линейную систему в подчиненных дробных производных порядка α с ограниченной матрицей коэффициентов $A(\cdot)$, т.е. систему

$$ {}_tT_\alpha(x)=A(t)x,\quad x\in R^n,\quad t>0. \qquad (2)$$

Подчинение правилам вычисления α -производной суммы и произведения функций (свойственным классической производной) рассматриваемыми производными позволяет ввести по аналогии линейными дифференциальными системами [2]

Определение 2. *Преобразованием Ляпунова* системы (1) назовем преобразование $x=L(t)y$, в котором $n\times n-$матрица $L(t)$ является ограниченной, обратимой, α -дифференцируемой при всяком $t>0$, и для нее выполняется неравенство $\sup\limits_{t>0}\{L(t)+L^{-1}(t)+{}_tT_\alpha(L(t))\}<+\infty.$

Применив преобразование Ляпунова к системе (1), получим линейную систему в подчиненных производных (того же порядка α, что и система (1)) с ограниченными коэффициентами

$$ {}_tT_\alpha(y)=L^{-1}(t)(A(t)-{}_tT_\alpha(L(t)))y, \qquad (2)$$

причем эта система будет иметь ограниченную матрицу коэффициентов.

Определение 3. Системы (1) и (2), связанные преобразованием Ляпунова, будем называть *асимптотически эквивалентными* (*по Богданову*) или *кинематически подобными*.

Результаты и их обсуждение. Нами установлена следующая

Теорема. *Асимптотически эквивалентные* (*по Богданову*) *линейные системы в подчиненных производных имеют одну и ту же асимптотику* (*характер поведения их решений при* $t \to +\infty$).

Замечание. Именно указанное в теореме свойство дает основание называть асимптотически эквивалентные (по Богданову) системы также и кинематически подобными.

Последняя теорема является распространением свойства, присущего асимптотически эквивалентным линейным нестационарным системам обыкновенных дифференциальных уравнений (см., напр., [2]) на линейные системы в подчиненных дробных производных.

Заключение. Полученная теорема в дальнейшем позволит ввести асимптотические характеристики (инварианты) для линейных систем в подчиненных дробных производных, а также решать задачу управления такими характеристиками, а следовательно, и асимптотикой решений рассматриваемых систем

Благодарности. Работа выполнена в рамках программы ГПНИ "Конвергенция-2025", подпрограмма "Математические методы и модели".

1. Khalil, R. A new definition of fractional derivative / R. Khalil, M. Al Horani, A. Yousef, M. Sababheh // Journ. of Computational and Applied Mathematics. — 2014. —Vol. 264. —Pp. 65-70.

2. Богданов, Ю.С. Об асимптотически эквивалентных линейных дифференциальных системах / Ю.С. Богданов // Дифференц. уравнения. — 1965. — Т.1, No. 6.— С. 707-716.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВЕРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КЛАССИФИКАЦИИ БОЛЕЗНЕЙ РАСТЕНИЙ

Никонов Н.Д.,

магистрант НИУ ИТМО, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

Научный руководитель – ***Никонова Т.В.,*** *канд. физ.-мат. наук, доцент*

Ключевые слова. Сверточные нейронные сети, задача классификации, карта внимания, болезни растений.

Keywords. Convolutional neural networks, classification task, attention map, plant diseases.

Глубокие нейронные сети успешно используются в агрохозяйстве для борьбы с основными угрозами продовольственной безопасности. Болезни растений уже давно являются одной из главных угроз, поскольку они резко снижают урожайность сельскохозяйственных культур и ухудшают их качество.

Целью данного исследования являлось изучение точности зарекомендовавших себя архитектур сверточных нейронных сетей в неконтролируемых условиях при решении задач классификации заболеваний сельскохозяйственных культур. А также изучение факторов среды наиболее значительно влияющих на точность модели. В работе применяется метод построения карт внимания для решения проблемы «черного ящика» и подтверждается, что при совместном использовании разработанной системы классификации и визуальном осмотре специалистом карты внимания (Grad-Cam), можно добиться высокой точности классификации.

Материал и методы. Используются архитектуры Inception-v3, VGG16, VGG13 сверточных нейронных сетей (CNN), разработанные для классификации изображений, обнаружения объектов, семантической и интерактивной сегментации.