

ЭЛЕКТРОННЫЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ МНОГООБРАЗИЙ

Иванова Е.А.,

*студентка 4-го курса ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь
Научный руководитель – Подоксёнов М.Н., канд. физ.-мат. наук, доцент*

Ключевые слова. Дифференциальное исчисление, матричные группы, группа Ли, линейная алгебра, полилинейные формы, ряды Тейлора.

Key words. Differential calculus, matrix groups, Lie group, linear algebra, multilinear forms, Taylor series.

Для успешной работы с перспективными студентами, подготовки конкурсных и дипломных работ, связанных с теорией групп и алгебр Ли, крайне важно иметь электронный конспект лекций, который обеспечил бы самостоятельную работу студентов, по освоению теоретического материала. Цель данной работы: рассказать про подготовку первого раздела электронного конспекта лекций, в котором излагаются основные понятия дифференцирования функций в многомерных пространствах с учётом специфики теории дифференцируемых многообразий и групп Ли.

Материал и методы. Используется первая глава учебника [1] по теории групп и алгебр Ли, а также электронный ресурс <https://www.multitran.com/>.

Результаты и их обсуждение. Электронный конспект создан на основе самостоятельного изучения англоязычного учебника [1], в котором подробно излагается теория матричных групп, дифференцируемых многообразий и групп Ли, а также алгебр Ли. Первая глава учебника посвящена теории дифференцируемости отображений евклидовых пространств произвольной размерности.

В электронном конспекте мы представляем многие знакомые понятия дифференциального исчисления в терминах линейной алгебры. Поэтому, для функций из одного евклидова пространства в другое, производные задаются как линейные преобразования, производные высших порядков задаются в качестве полилинейных форм, и ряды Тейлора представлены в этой терминологии. Подробные доказательства мы опускаем, зато мы представляем множество примеров, использующих матричные группы.

В первом разделе приводятся основные понятия: координаты и координатные функции, нормы, внутреннее произведение, последовательность Коши. Изучаются матричные ряды и их сходимости, вводится матричная экспонента. Пример определения суп-нормы для $T \in \text{End}(V)$:

$$\|T\| = \sup\{\|TX\| / \|X\| : X \neq 0\} = \sup\{\|TY\| : Y \neq 1\}.$$

Во втором разделе изучается теория дифференцируемости отображений многомерных евклидовых пространств. Эти отображения сами образуют векторные пространства и дифференцирование задается как линейный оператор, действующий на векторном пространстве. Пример определения.

Определение 1.1. Пусть V и W обозначают евклидовы пространства \mathbf{R}^n и \mathbf{R}^m соответственно, и пусть U – открытое подмножество в V . Тогда функция $f: U \rightarrow W$ дифференцируема в точке $p \in U$, если существует линейное преобразование $T \in L(V, W)$, такое что для всех $X \in V$ предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\|f(p+X) - f(p) - T(X)\|}{\|X\|} = 0.$$

где $\| \cdot \|$ обозначает обыкновенную евклидову норму в V или W .

В третьем разделе дифференцирование высших порядков представляется в виде полилинейных форм т.е.

$$D^r f(p)(X_1, \dots, X_r) = D^r f(p)(X_{\pi(1)}, \dots, X_{\pi(r)}),$$

где π есть перестановка чисел $1, \dots, r$.

Пример определения второй производной и частных производных:

$$D^2 f(p) = D[Df](p) \in L(V, L(V, W)).$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_{i_1} \dots \partial x_{i_q}} = D_{i_1} \dots D_{i_q} f(p)(e_{i_1} \dots e_{i_q}).$$

Конспект сопровождается большим числом несложных упражнений, выполнение которых позволит закрепить изученный материал.

Данная работа является продолжением работы по созданию полномасштабного электронного конспекта лекций, начатой выпускницами ФМиИТ Черных В.В. и Гаджиевой Ф.С. Работа В.В.Черных, которая содержит раздел «Дифференцируемые многообразия», была представлена на республиканский конкурс научных работ студентов 2020 года, и ей была присуждена первая категория.

Заключение. В данной работе мы рассказали про разработку электронного конспекта лекций по теории групп и алгебр Ли, который очень важен для организации самостоятельного изучения теории студентами выпускных курсов при работе над дипломными проектами и конкурсными работами. Работа по созданию электронного конспекта будет продолжена в текущем учебном году.

1. Sagle A.A. Introduction to Lie groups and Lie algebras / A.A. Sagle, R.E. Wadle. – NY-London: Academic Press, 1973, ix+361 p.

РАЗРАБОТКА РОБОТА, РЕШАЮЩЕГО КОЛОРДОКУ

Грицкевич Н.С., Китаров Д.А.,

студенты 2-го курса ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Мехович А.П., канд. физ.-мат. наук

Ключевые слова. Колордоку, Lego Mindstorms EV3, робот, датчик, алгоритм.

Keywords. Colordoku, Lego Mindstorms EV3, robot, sensor, algorithm.

Колордоку – это разновидность головоломки “Цифровой sudoku”, в которой вместо цифр используются цвета. Цель головоломки “Колордоку” не отличается от головоломки “Цифровой sudoku”.

Целью данной работы является создание робота на базе конструктора Lego Mindstorms EV3, способного решать колордоку.

Материалы и методы. В работе используются методы исследования экспериментально-теоретического уровня: анализ, изучение, обобщение, а также моделирование.

Результаты и их обсуждение. Цифровой датчик цвета EV3 45506 образовательного конструктора Lego Mindstorms EV3 (2013) может определить семь различных базовых цветов. Игровое поле обобщенного sudoku состоит из квадрата размером $N^2 \times N^2$, разделенного на меньшие квадраты со стороной N клеток. Таким образом, игровое поле колордоку для робота, собранного с использованием датчика EV3 45506, может иметь размер только лишь 4×4 . Оно было собрано из деталей базового набора Lego Education Mindstorms EV3 45544. Основными элементами робота является два бесщёточных шаговых двигателя, благодаря которым происходит вращение катков по гусеницам, установленных слева и справа от игрового поля. Один мотор отвечает за перемещение датчика вперед и назад, а другой за перемещение датчика влево и право.