

Материал и методы. Преобразование (1) представим как композицию Н-преобразования [1, формула (3.1.1)] и элементарных операторов M_ξ, W_σ, N_a :

$$\begin{aligned}(M_\xi f)(x) &= x^\xi f(x) \quad (\xi \in \mathbb{C}); \\ (W_\sigma f)(x) &= f\left(\frac{x}{\sigma}\right) \quad (\sigma \in \mathbb{R}_+); \quad (N_a f)(x) = f(x^a) \quad (a \in \mathbb{R}, a \neq 0).\end{aligned}\quad (2)$$

Получаем

$$(H_{\eta, \mu; \gamma, \delta, \lambda} f)(x) = \delta^{-1} \lambda^{(\mu+1)/\delta} (N_\gamma M_{\eta/\gamma} H M_{-(\mu+1)/\delta} W_{1/\lambda} N_{-1/\delta} f)(x). \quad (3)$$

Тогда функциональные свойства преобразования (1) будут следовать из соответствующих утверждений для Н-преобразования [1, глава 3], свойств операторов (2) [1, глава 1] и представления (3).

Результаты и их обсуждение. Изучены свойства преобразования (1) в пространствах $L_{v,r}$ - интегрируемых функций на полуоси. Получены условия ограниченности и взаимной однозначности оператора такого преобразования из одних пространств $L_{v,r}$ в другие весовые пространства $L_{\tilde{v}, \tilde{r}}$ - интегрируемых функций, доказан аналог формулы интегрирования по частям, получены два других интегральных представления для (1) и выведены две формулы его обращения в зависимости от значений параметров $\eta, \mu, \gamma, \delta, \lambda$.

Заключение. Полученные результаты обобщают полученные ранее для соответствующего преобразования при $\gamma = \delta = \lambda = 1$ [1, глава 5].

Благодарности. Работа выполнена в рамках программы ГПНИ "Конвергенция-2025", подпрограмма "Математические методы и модели".

1. Kilbas, A.A., Saigo M.H. *H - Transforms. Theory and Applications* / A.A. Kilbas, M.H. Saigo. – London: Chapman and Hall. CRC Press, 2004. – 401 p.

2. Самко, С.Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О. И. Маричев. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688с.

О КВАТЕРНИОННЫХ МОНОГЕННЫХ В СМЫСЛЕ В.С. ФЁДОРОВА ФУНКЦИЯХ

Воронина А.М.,

студентка 2-го курса Международного университета «МИТСО»,

г. Минск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Шилинец В.А., канд. физ.-мат. наук, доцент

Ключевые слова. Моногенность в смысле В. С. Фёдорова, кватернионные функции, краевая задача, интегральное представление.

Keywords. Monogeneity in the sense of V. S. Fedorov, quaternionic functions, boundary value problem, integral representation.

В. А. Гусев в работе [1] изучал кватернионные моногенные в смысле В. С. Фёдорова (F-моногенные) функции [2] на плоскости. В работах [3–5] исследовались F-моногенные кватернионные функции трех и четырех действительных переменных.

В данной работе исследуются F-моногенные кватернионные функции, отличные от ранее рассмотренных. Целью исследования является получение интегрального представления для этих кватернионных функций и решение краевой задачи.

Материал и методы. Материалом для исследования являются полученные ранее результаты по данной тематике. Методом исследования является метод гиперкомплексных функций, моногенных в смысле В. С. Фёдорова.

Результаты и их обсуждение. Пусть D – односвязная область четырехмерного действительного евклидова пространства $E^4(t, x, y, z)$.

Рассмотрим кватернионные функции вида

$$f = f_1(t, x, y, z) + f_2(t, x, y, z)i + f_3(t, x, y, z)j + f_4(t, x, y, z)k, \\ p = t + \varepsilon(x + y + z).$$

Здесь f_1, f_2, f_3, f_4 – действительные функции класса $C^1(D)$; $1, i, j, k$ – базис алгебры кватернионов; $\varepsilon = \lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k$; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – действительные постоянные, $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = \frac{1}{3}$.

Для любых точек $M(t, x, y, z)$ и $M(t', x', y', z')$ области D полагаем $\Delta f = f(M') - f(M)$, $\Delta p = p(M') - p(M)$.

Определение. Кватернионная функция f называется моногенной в смысле В.С. Фёдорова (F-моногенной) [2] по кватернионной функции p в области D , если существует такая кватернионная функция

$$\psi = \psi_1(t, x, y, z) + \psi_2(t, x, y, z)i + \psi_3(t, x, y, z)j + \psi_4(t, x, y, z)k$$

($\psi_i(t, x, y, z)$ ($i=1, 2, 3, 4$) – однозначные действительные функции точки (t, x, y, z) области D), что для любой фиксированной точки $M \in D$ и любой переменной точки $M' \in D$ имеем

$$\Delta f = \Delta p \cdot \psi(M) + \alpha(M, M'),$$

где $\frac{\alpha(M, M')}{\rho} \rightarrow 0$ при $\rho \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow |MM'|$.

Легко показать, что если f – F-моногенная по функции p в области D , то существуют частные поизводные $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}, \frac{\partial f}{\partial t}$ и при этом

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \psi, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} \cdot \psi, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} \cdot \psi, \quad \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} \cdot \psi. \quad (1)$$

Обозначим функцию ψ через $\frac{\partial f}{\partial p}$. Тогда равенства (1) можно записать в виде

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{\partial f}{\partial p}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} \cdot \frac{\partial f}{\partial p}, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} \cdot \frac{\partial f}{\partial p}, \quad \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{\partial f}{\partial p}.$$

Легко проверить, что функция p удовлетворяет условиям В. С. Фёдорова [6]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)^2 = 0. \quad (2)$$

Как следует из работы [6], при выполнении условий Фёдорова (2) для всякой функции f , F-моногенной по функции $p = t + \varepsilon(x + y + z)$ в области D , и для всякой замкнутой поверхности ∂G – границе области $G \subset D$ имеет место следующее интегральное представление:

$$f(M) = \frac{1}{\omega_n p_1(M)} \int_{\partial G} \sum_{j=1}^n \{ \alpha_j (p_j \varphi^1 + p_1 \varphi^j) - \alpha_1 p_j \varphi^j \} f ds, \quad (3)$$

где $M(t, x, y, z) \in G$; $t = t_1$, $x = x_2$, $y = x_2$, $z = x_4$; $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4) \in \partial G$; $\omega_n = \frac{2\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})}$, $n = 3$;

под знаком интеграла $f = f(\tau)$; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ – направляющие косинусы

внешней нормали к ∂G ; $p_j = \frac{\partial p(\tau)}{\partial \tau_j}$; $\varphi^j = \frac{\tau_j - x_j}{r^4}$ ($j = 1, 2, 3, 4$);

$$r = \sqrt{(\tau_1 - x_1)^2 + (\tau_2 - x_2)^2 + (\tau_3 - x_3)^2 + (\tau_4 - x_4)^2}.$$

При этом предполагается, что поверхность ∂G удовлетворяет условиям, при которых имеет место формула Остроградского.

Рассмотрим следующую краевую задачу.

Задача. Найти значение кватернионной функции

$$f = f_1(t, x, y, z) + f_2(t, x, y, z)i + f_3(t, x, y, z)j + f_4(t, x, y, z)k$$

внутри замкнутой поверхности ∂G (∂G – граница области $G \subset D$) по её значениям на поверхности области G , если функция f является F-моногоенной по функции

$$p = t + \varepsilon(x + y + z), \quad \varepsilon = \lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k, \quad \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = \frac{1}{3},$$

а поверхность ∂G удовлетворяет условиям, при которых возможно применение формулы Остроградского.

Закключение. Формула (3) и дает возможность решить сформулированную выше краевую задачу.

1. Гусев, В. А. О кватернионных функциях, моногоенных в смысле В. С. Фёдорова / В. А. Гусев // Успехи математических наук. – 1965. – Т. 20. – Вып. 1(121). – С. 203–208.

2. Фёдоров, В. С. Основные свойства обобщенных моногоенных функций / В. С. Фёдоров // Известия вузов. Математика. – 1958. – № 6. – С. 257–265.

3. Стэльмашук, М. Т. Аб інтегральним виявленні кватерніонних F-манагенних функцій адного класа / М. Т. Стэльмашук, У. А. Шылінец // Весці БДПУ. Сер. 3. – 2005. – № 2. – С. 8–10.

4. Стэльмашук, М. Т. Рашэнне краёвай задачы для кватерніонных функцый чатырох рэчаісных зменных / М. Т. Стэльмашук, У. А. Шылінец, Г. Ф. Падабед // Весці БДПУ. Сер. 3. – 2006. – № 1. – С. 12–14.

5. Стэльмашук, М. Т. Аб кватерніонных манагенных у сэнсе У. С. Фёдарова функцях / М. Т. Стэльмашук, У. А. Шылінец, Г. А. Андрэева // Весці БДПУ. Сер. 3. – 2010. – № 1. – С. 11–13.

6. Фёдоров, В. С. Об одном обобщении интеграла типа Коши в многомерном пространстве / В. С. Фёдоров // Известия вузов. Математика. – 1957. – № 1. – с.227–233.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ JAVA STREAM API И ГИБКОСТИ ПОДДЕРЖКИ КОДА, ЕГО ИСПОЛЗУЮЩЕГО

Грицкевич Н.С.,

студент 2-го курса ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

Научный руководитель – **Ермоченко С.А.**, канд. физ.-мат. наук, доцент

Ключевые слова. Java коллекции, Java Stream API, итераторы, производительность, время работы

Keywords. Java collections, Java Stream API, iterators, performance, work time

Зачастую при написании кода возникает необходимость выбора подхода к реализации поставленной задачи, требующей обработки некоторой последовательности данных. Есть несколько вариантов реализации: через циклы (for, foreach, while, do while), с помощью методов, которые предоставляются коллекциями (Collections), с помощью Iterator-ов или Stream API [1]. При разработке большую роль играет не только скорость выполнения