3. *В этом базисе любая из автоизометрий алгебры Ли задается одной из матриц*

$$\begin{pmatrix} \pm1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pm1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & \pm1 & 0 & 0 \\ \pm1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Автоподобий рассматриваемая алгебра Ли не допускает.

Заключение. В данной работе мы нашли полную группу автоморфизмов четырёхмерной алгебры Ли $\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{A}(1)$, определили, к какому каноническому виду можно привести матрицу Грама евклидова скалярного произведения, заданного в этой алгебре Ли, и нашли полную группу автоизометрий рассматриваемой алгебры Ли. Оказывается, рассматриваемая алгебра Ли не допускает однопараметрических групп автоизометрий. Это означает, что связное однородное многообразие группы Ли $\mathcal{A}^{+}(1)\times\mathcal{A}^{+}(1)$, снабженной левоинвариантнтой римановой метрикой не допускает однопараметрических групп движений, обладающих стационарной точкой.

1. Подоксёнов, М.Н. Самоподобные однородные двумерное и трёхмерное лоренцевы многообразия / М.Н.Подоксёнов // Веснік Віцебскага дзяржаунага універсітэта ім. П.М. Машэрава, 2018.- №2(99).- С.14-19.

2. Подоксёнов, М.Н. Автоизометрии и автоподобия алгебры Ли $\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{R}^2$ / М.Н.Подоксёнов, В.В.Черных // Математические структуры и моделирование, 2020. - № 1(53). - С. 25-30.

3. Подоксёнов М.Н. Автоизометрии алгебры Ли $\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{R}^2$ / М.Н. Подоксёнов, А.К. Гуц // Наука –образованию, производству, экономике: материалы 72-й Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 20 февраля 2020 г. Витебск : ВГУ им. П.М. Машерова, 2020. С. 27-29.

ЗАДАЧА ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ СО СТУПЕНЧАТЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

С.А. Прохожий
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Задачей Штурма–Лиувилля называется задача нахождения нетривиальных решений дифференциального уравнения

$$-y'' + q(x)y = \lambda y,\ x\in[0,\pi], \tag{1}$$

удовлетворяющих граничным условиям

$$y(0) = y(\pi) = 0, \tag{2}$$

где $q(x)$ – вещественная функция, называемая потенциалом, λ – действительное число. Эта задача хорошо изучена для $q(x)\equiv 0$ [1], при этом задача (1), (2) имеет нетривиальные решения лишь для собственных значений

$$\lambda=\lambda_n=n^2,\ n\in\mathbf{Z},$$

называемых спектром. Случай $q(x)\equiv q_0 = const$ сводится к предыдущему заменой $\overline{\lambda}=\lambda-q_0$. Особый интерес представляет случай так называемого ступенчатого потенциала

$$q(x)=\begin{cases} a, & x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right], \\ 0, & x\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right], \end{cases}$$

где $a>0$ – вещественное число. Данная задача эквивалентна построению нетривиальных решений $y_1(x)$ и $y_2(x)$ следующих задач:

$$-y_1''+ay_1=\lambda y_1,\ x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right],\ y_1(0)=0, \tag{3}$$

$$-y_2''=\lambda y_2,\ x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right],\ y_2(\pi)=0, \tag{4}$$

причем в точке $x = \frac{\pi}{2}$ должны выполняться условия сопряжения

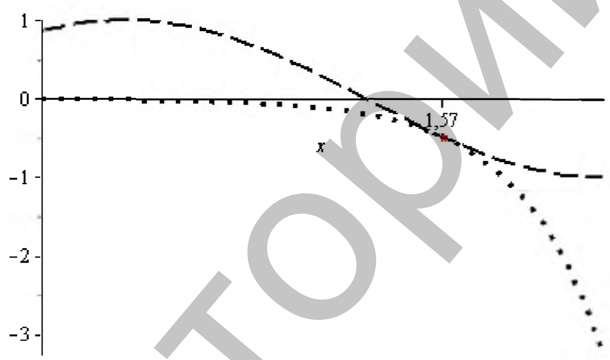
$$y_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = y_2\left(\frac{\pi}{2}\right),\ y_1'\left(\frac{\pi}{2}\right) = y_2'\left(\frac{\pi}{2}\right). \quad (5)$$

Материал и методы. Аналитическое построение функций $y_1(x)$ и $y_2(x)$, удовлетворяющих условиям (3) – (5), представляет собой объективно сложную задачу, поэтому в настоящей работе применяется численное решение соответствующей задачи Штурма–Лиувилля, а также нахождение ее спектра, при помощи системы компьютерной математики MAPLE.

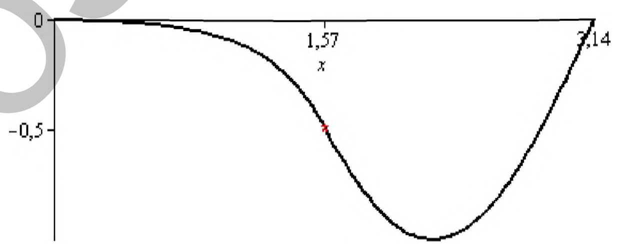
Результаты и их обсуждение. Для решения поставленной задачи необходимо рассмотреть пять случаев: 1) $\lambda < 0$, 2) $\lambda = 0$, 3) $0 < \lambda < a$, 4) $\lambda = a$, 5) $\lambda > a$. В каждом из них картина решений принципиально отличается друг от друга.

В случаях $\lambda < 0$ и $\lambda = 0$ задачи (3) и (4) по отдельности имеют ненулевые решения, однако условие (5) не выполняется ни при каких значениях λ и a, поэтому нетривиального решения задачи Штурма–Лиувилля не существует.

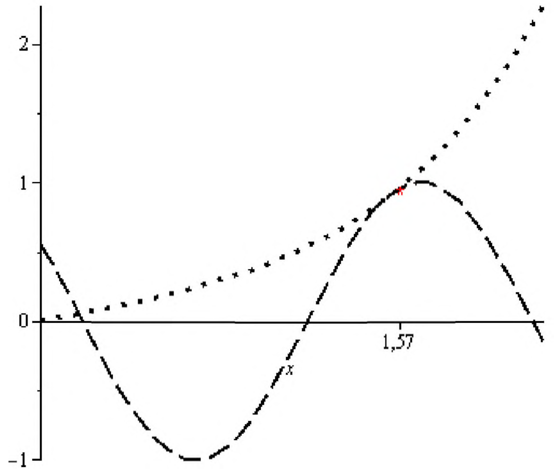
В случае $0 < \lambda < a$ при $a > 1$ уже появляются решения. Например, при $a = 12$ спектр соответствующей задачи Штурма–Лиувилля состоит из двух значений $\lambda_1 \approx 2{,}82$ и $\lambda_2 \approx 10{,}16$. Для первого собственного значения $\lambda_1 = 2{,}82$ графики решений задач (3) и (4) имеют следующий вид:

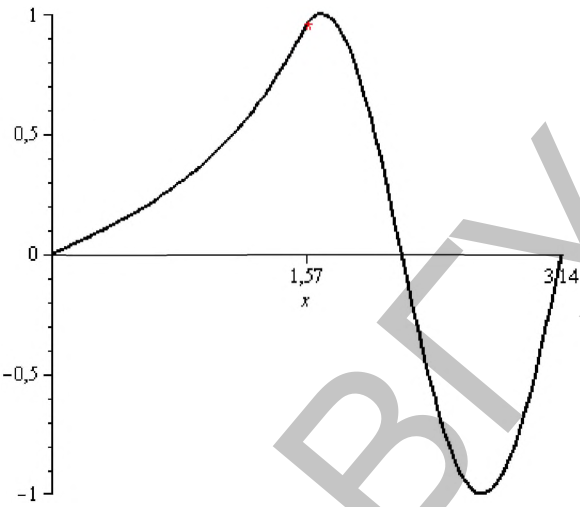


Из графика видно, что в точке $x = \frac{\pi}{2} \approx 1{,}57$ экспонента (точечная линия) и синусоида (пунктирная линия) сопрягаются непрерывным гладким образом, т.е. условия (5) при этом выполнены. График соответствующего решения задачи (1), (2) выглядит следующим образом:

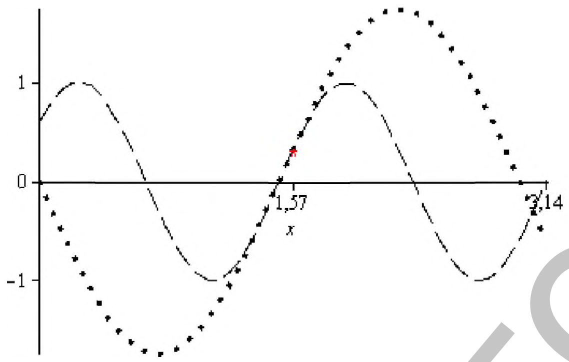


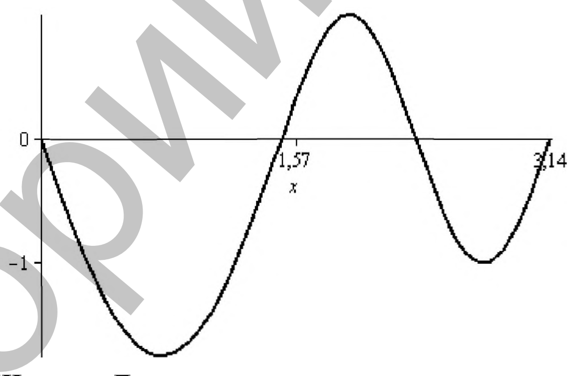
Для второго собственного значения $\lambda_2 = 10{,}16$ аналогичные графики имеют вид:





В случаях $\lambda = a$ и $\lambda > a$ также имеются решения поставленной задачи. Например, при $a = 10$ первое собственное значение $\lambda_1 = 14{,}46$, а соответствующие графики имеют вид:





Заключение. Таким образом, для задачи Штурма–Лиувилля со ступенчатым потенциалом для различных соотношений параметров λ и a найдены собственные значения и соответствующие им собственные функции. Показана определенная точность полученных результатов.

1. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. 6-е изд. – М., 1999. – 742 с.

ОСОБЕННОСТИ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ СРЕДНИХ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ К ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫМ ЭТАПАМ РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ

О.В. Пышненко
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Настоящая статья написана на основании опыта многолетней работы автора в качестве члена жюри областного и республиканского этапов олимпиады по физике и работы в качестве преподавателя на сборах при подготовке команды Витебской области к заключительному – республиканскому этапу олимпиады по физике. При многократном обсуждении проблем подготовки учащихся средних школ для участия в олимпиадах по физике различного уровня с коллегами – вузовскими преподавателями и учителями школ постоянно возникает одинаковый ряд вопросов: «чему учить?» и «как учить?». Ответы на эти вопросы неоднозначны. Если на школьном и районном этапах олимпиады по физике мы сталкиваемся с задачами повышенной сложности на уровне школьной программы по физике, то на областном и республиканском уровнях содержание условий олимпиадных заданий непредсказуемо. Поэтому в настоящей работе была поставлена цель – определить главные проблемы, возникающие при подготовке