Рисунок 6 – Форма выбора упражнений на разные группы мышц

Рисунок 7 – Форма просмотра упражнений

Заключение. Содержание дисциплины «Современные информационные технологии» требует выполнения лабораторных работ в аудитории и самостоятельно. В результате приобретаются навыки практического использования программных средств информационных технологий, формируются умения принимать нестандартные решения в проблемных ситуациях, возникающих в тренерской работе и спорте.

1. Образовательный стандарт Республики Беларусь. Переподготовка руководящих работников и специалистов, имеющих высшее образование. Специальность 1-88 02 71 Тренерская работа (с указанием вида спорта) : ОСРБ 1-88 02 71 -2016 : утв. и введен в действие постановлением Министерства образования РБ от 01.08.2016 г. № 73 – 25 с.
2. Хведченя, Л.В. Прогнозирование содержания высшего образования в контексте вызовов современности // Л.В. Хведченя / Актуальные проблемы гуманитарного образования : материалы VII Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 22–23 окт. 2020 г. / Белорус. гос. ун-т ; редкол.: С.А. Важник (гл. ред.) [и др.]. – Минск : БГУ, 2020. – С. 52–61.
3. Оганджанян, О.П. Современные информационные технологии : методические рекомендации / О.П. Оганджанян, И.Р. Платов – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2020. – 31 с.

АВТОИЗОМЕТРИИ ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ IV ТИПА БИАНКИ

М.Н. Подоксёнов[1], А.К. Гуц[2]
[1]Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова
[2]ОмГУ им. Ф.М. Достоевского

В работе [1] были найдены все автоморфизмы двумерной и трехмерной алгебр Ли $\mathcal{A}(1)$ и $\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{R}$ и все способы задания лоренцевого скалярного произведения на них, при которых эти алгебры Ли допускают однопараметрическую группу автоподобий, а также найдены однопараметрические группы автоизометрий. Такая же задача для четырехмерной алгебры Ли $\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{R}^2$ решена в работе [2], а так же в работе [3] в случае задания евклидова скалярного произведения. Цель данной работы: найти автоизометрии ещё одной четырёхмерной алгебры Ли $\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{A}(1)$, при условии задания на ней евклидова скалярного произведения.

Материал и методы. Рассматривается алгебра Ли $\mathcal{G}_4=\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{A}(1)$, относящаяся к IV типу Бианки. Среди автоморфизмов этой алгебры Ли выделяются те, которые сохраняют евклидово скалярное произведение (будем называть из автоизометриями). В исследовании применяются методы аналитической геометрии и линейной алгебры.

Результаты и их обсуждение. В подходящем базисе (E_1, E_2, E_3, E_4) коммутационные соотношения алгебры Ли $\mathcal{G}_4=\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{A}(1)$ задаются двумя равенствами: $[E_3,E_1]=E_1$, $[E_4,E_2]=E_2$, а остальные скобки равны нулевому вектору. Будем называть такой базис каноническим. Двумерное подпространство H, являющееся линейной оболочкой векторов E_1 и E_2 является производной алгеброй Ли $[\mathcal{G}_4,\mathcal{G}_4]$. Линейные оболочки векторов E_1, E_3 и E_2, E_4 обозначим соответственно $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$. Эти подпространства являются двумерными идеалами.

Векторное подпространство $\mathcal{H}$ должно быть инвариантным относительно автоморфизмов алгебры Ли. Умножение каждого из векторов E_1 и E_2 на ненулевое число и замена векторов E_3, E_4 на $E_3+\gamma E_1$, $E_4+\delta E_2$ соответственно, не меняет операцию скобки. Поэтому, следующая замена базиса сохраняет операцию скобки.

$$E_1' = \alpha E_1,$$
$$E_2' = \beta E_2,$$
$$E_3' = \gamma E_1 + E_3,$$
$$E_4' = \delta E_2 + E_4.$$

Тем самым, алгебра Ли $\mathcal{G}_4$ допускает четырёхмерную группу автоморфизмов, которая она состоит из преобразований, которые задаются матрицами вида

$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & \beta & 0 & \delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$. Будем относить такие автоморфизмы к первому типу. Однако, одновременная перестановка векторов E_1 и E_2, E_3 и E_4 тоже, не меняет операцию скобки. Она задается матрицей вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Следовательно, композиция автоморфизмов, задаваемых матрицами (1) и (2) тоже является автоморфизмом алгебры Ли. Мы будем относить эти автоморфизмы ко второму типу. Они задаются матрицами вида

$$\begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & \gamma \\ \beta & 0 & \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \alpha \neq 0, \beta \neq 0. \tag{3}$$

Предположим теперь, на алгебре Ли $\mathcal{G}_4$ введено евклидово скалярное произведение. Любая автоизометрия алгебры Ли $f\colon \mathcal{G}_4 \to \mathcal{G}_4$ должна оставлять инвариантным подпространство $\mathcal{H}$. Поэтому его ортогональное дополнение $\mathrm{H}^{\perp}$ тоже является инвариантным подпространством. Ограничение f на $\mathcal{H}$ является ортогональным преобразованием. Прибавляя к E_3 вектор E_1, домноженный на некоторое число, мы можем добиться того, что $E_3 \perp E_1$. Аналогично, можно добиться, что $E_4 \perp E_2$. Мы сохраним старые обозначения для новых векторов.

Изменение длин любых векторов, E_1, E_2 не меняет операцию скобки, поэтому векторы E_1, E_2 можно сделать единичными. В итоге, мы можем привести матрицу Грама, путём выбора нового канонического базиса к виду

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1 & g_{12} & 0 & g_{14} \\ g_{12} & 1 & g_{23} & 0 \\ 0 & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & 0 & g_{43} & g_{44} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где $g_{33} > 0$, $\begin{vmatrix} g_{33} & g_{34} \\ g_{43} & g_{44} \end{vmatrix} > 0$. Будем обозначать новый базис по-прежнему (E_1, E_2, E_3, E_4).

Любая автоизометрия первого типа должна оставлять инвариантными все три идеала $\mathcal{H}$, $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$, сохранять направления и длины векторов E_3, E_4, сохранять длины векторов E_1, E_2, а направления последних, либо сохранять, либо менять на противоположные. Получаем что алгебра Ли допускает в качестве автоизометрий первого типа только преобразования, которые задаются в каноническом базисе матрицей (1) с $\alpha = \pm 1$, $\beta = \pm 1$, $\gamma = \delta = 0$. Аналогично, автоизометриями второго являются только преобразования, которые задаются в каноническом базисе матрицей (2) с теми же ограничениями.

Итак, мы доказали следующую теорему.

Теорема. 1. *Полная группа автоморфизмов алгебры Ли* $\mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{A}(1)$ *является четырехмерной и состоит из преобразований, которые задаются в каноническом базисе матрицами вида* (1) *или* (3) *при* $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$.

2. *Матрицу Грама евклидова скалярного произведения с помощью автоморфизмов алгебры Ли можно привести к виду* (4) *в каноническом базисе.*

3. *В этом базисе любая из автоизометрий алгебры Ли задается одной из матриц*

$$\begin{pmatrix} \pm1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pm1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & \pm1 & 0 & 0 \\ \pm1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Автоподобий рассматриваемая алгебра Ли не допускает.

Заключение. В данной работе мы нашли полную группу автоморфизмов четырёхмерной алгебры Ли $\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{A}(1)$, определили, к какому каноническому виду можно привести матрицу Грама евклидова скалярного произведения, заданного в этой алгебре Ли, и нашли полную группу автоизометрий рассматриваемой алгебры Ли. Оказывается, рассматриваемая алгебра Ли не допускает однопараметрических групп автоизометрий. Это означает, что связное однородное многообразие группы Ли $\mathcal{A}^{+}(1)\times\mathcal{A}^{+}(1)$, снабженной левоинвариантнтой римановой метрикой не допускает однопараметрических групп движений, обладающих стационарной точкой.

1. Подоксёнов, М.Н. Самоподобные однородные двумерное и трёхмерное лоренцевы многообразия / М.Н.Подоксёнов // Веснік Віцебскага дзяржаунага універсітэта ім. П.М. Машэрава, 2018.- №2(99).- С.14-19.

2. Подоксёнов, М.Н. Автоизометрии и автоподобия алгебры Ли $\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{R}^2$ / М.Н.Подоксёнов, В.В.Черных // Математические структуры и моделирование, 2020. - № 1(53). - С. 25-30.

3. Подоксёнов М.Н. Автоизометрии алгебры Ли $\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{R}^2$ / М.Н. Подоксёнов, А.К. Гуц // Наука –образованию, производству, экономике: материалы 72-й Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 20 февраля 2020 г. Витебск : ВГУ им. П.М. Машерова, 2020. С. 27-29.

ЗАДАЧА ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ СО СТУПЕНЧАТЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

С.А. Прохожий
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Задачей Штурма–Лиувилля называется задача нахождения нетривиальных решений дифференциального уравнения

$$-y'' + q(x)y = \lambda y,\ x \in [0,\pi], \tag{1}$$

удовлетворяющих граничным условиям

$$y(0) = y(\pi) = 0, \tag{2}$$

где $q(x)$ – вещественная функция, называемая потенциалом, λ – действительное число. Эта задача хорошо изучена для $q(x) \equiv 0$ [1], при этом задача (1), (2) имеет нетривиальные решения лишь для собственных значений

$$\lambda = \lambda_n = n^2,\ n \in \mathbf{Z},$$

называемых спектром. Случай $q(x) \equiv q_0 = const$ сводится к предыдущему заменой $\overline{\lambda} = \lambda - q_0$. Особый интерес представляет случай так называемого ступенчатого потенциала

$$q(x) = \begin{cases} a, & x \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right], \\ 0, & x \in \left(\dfrac{\pi}{2}, \pi\right], \end{cases}$$

где $a > 0$ – вещественное число. Данная задача эквивалентна построению нетривиальных решений $y_1(x)$ и $y_2(x)$ следующих задач:

$$-y_1'' + ay_1 = \lambda y_1,\ x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right],\ y_1(0) = 0, \tag{3}$$

$$-y_2'' = \lambda y_2,\ x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right],\ y_2(\pi) = 0, \tag{4}$$