3. Bryce R.A., Cossey J. A problem in Theory of Normal Fitting classes // Math. Z. 1975. V. 141. № 2. P. 99-100.
4. Beidleman J.C., Hauck P. Uber Fittingklassen und die Lockett-Vermutung // Math. Z. 1979. V. 167. № 2. P. 161-167.
5. Воробьев Н.Т. О радикальных классах конечных групп с условием Локетта // Мат. заметки. – Т. 43, № 2. – 1988. – С. 161-168.
6. Gallego M.P. Fitting pairs from direct limits and the Lockett conjecture // Comm. Algebra. – 1996. – Bd. 24, № 6. – S. 2011-2023.
7. Скиба А. Н., Шеметков Л.А. Кратно $\omega$-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические труды. 1999. Т. 2, № 2. С. 114-147.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ GAP ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ТЕОРИИ КЛАССОВ ГРУПП

*Е.Н. Залесская, Е.М. Дрозд*
*Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Одним из фундаментальных разделов современной алгебры является теория классов конечных групп. Напомним, классом групп называется множество групп, которое вместе с каждой своей группой содержит все изоморфные ей группы. В теории классов конечных групп особое место занимают классы Фиттинга и формации. Классом Фиттинга называется класс групп $\mathfrak{X}$, замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{X}$-подгрупп [1]. Формацией называется класс, замкнутый относительно фактор-групп и подпрямых произведений [2]. Класс Фиттинга называется также радикальным, а формация, являющаяся классом Фиттинга – радикальной формацией.

При изучении алгебраических структур часто приходится использовать конкретные примеры для того, чтобы проверить те или иные предположения. В настоящее время к списку основных систем компьютерной математики, которые используются при решении задач современной алгебры, относятся: Mathcad, Wolfram Mathematica, MATLAB, Maple, GAP [3].

Но при решении задач теории классов групп удобнее использовать систему компьютерной алгебры GAP. Аббревиатура GAP происходит от Groups, Algorithms and Programming – алгоритмы и программирование [4]. Система компьютерной алгебры GAP включает в себя большое количество пакетов, но особую роль при исследовании классов групп играет пакет CRISP – Computing with Radicals, Injectors, Schunk classes and Projectors of finite soluble groups, разработанный в 2000 году Бюркхардом Хёфлингом [5,6].

Целью работы является анализ возможностей системы компьютерной алгебры GAP для решения задач теории классов групп.

**Материал и методы.** Объектом исследования являются классы групп. В работе используются методы теории классов групп, а также вычислительные методы систем компьютерной алгебры GAP.

**Результаты и их обсуждение.** Пакет CRISP системы компьютерной алгебры GAP представляет собой список алгоритмов для решения задач теории классов групп. В частности, в теории классов групп пакет CRISP можно применять при:

1. Решении задач по классам Шунка;
2. Решении задач по классам Фиттинга и множествам Фиттинга;
3. Рассмотрении и конструировании примеров групповых классов;
4. Решении задач по формациям.

При исследовании классов Шунка и формаций можно решать следующие задачи:

- создавать классы Шунка;
- проверять, является ли подгруппа $H$ группы $G$ -проектором для формации $\mathfrak{F}$;
- создавать формации.

При использовании классов Фиттинга и множеств Фиттинга можно:

- создавать классы Фиттинга;
- проверять, является ли заданное множество группы G множеством Фиттинга;
- создавать множества Фитинга.

**Заключение.** Работа посвящена применению системы компьютерной алгебры GAP для исследования классов групп. В теории классов групп можно применять пакет CRISP системы компьютерной алгебры GAP при решении задач по классам Шунка, классам и множествам Фиттинга, формациям.

1. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin– New York: Walter de Gruyter & Co., 1992. – P. 891.
2. Манахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В.С. Манахов. – Мн.: Выш. шк., 2006. – 207 с.
3. Wikipedia / Mathematica [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Mathematica. – Дата доступа: 22.01.2021.
4. Крайнюков Н.И. Основы системы компьютерной алгебры GAP / Н.И. Крайнюков., Б.Ф. Мельников. – Тольятти, 2012. – 144 с.
5. Wikipedia / GAP (computer algebra system) [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/GAP_(computer_algebra_system). – Дата доступа: 15.01.2021.
6. The GAP Group. GAP / The GAP Group – Reference Manual. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gap-system.org/Manuals/doc/ref/chap0.html. – Дата доступа: 17.01.2021.


## О ПОСТРОЕНИИ ФИТТИНГОВЫХ МНОЖЕСТВ


*Т.Б. Караулова*
*Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*


Все группы, рассматриваемые в данной работе конечны и разрешимы. В терминологии и обозначениях мы следуем [1]. Пусть π – некоторое подмножество множества всех простых чисел $\mathbb{P}$. Известно, что π-подгруппа $H$ группы $G$ называется *холловой π-подгруппой* группы $G$, если индекс $|G:H|$ не делится на числа из π. Множество всех холловых π-подгрупп группы $G$ обозначим $Hall_\pi(G)$ [1]. Локеттом в работе [2] определен оператор $\mathscr{L}_\pi(\ )$, сопоставляющий каждому классу Фиттинга F класс всех групп $\mathscr{L}_\pi(\mathfrak{F})$, определяемый вложением холловых π - подгрупп в F-инъекторы. В [1] было установлено, что $\mathscr{L}_\pi(\mathfrak{F})$ – класс Фиттинга и описаны его свойства.

Основная цель настоящей работы – описать методы построения фиттинговых множеств разрешимой группы, определяемые вложением холловых π-подгрупп $G$ в ее инъекторы.

**Материал и методы.** В работе материалом для исследования является фиттингово множество $\mathscr{L}_\pi(\mathscr{F})$, которое задано с помощью свойств холловых π-подгрупп. При исследовании использованы классические методы теории групп и теории классов групп.

**Результаты и их обсуждение.** *Фиттинговым множеством группы G* называется непустое множество F подгрупп группы $G$, которое обладает следующими свойствами: 1) если $T \trianglelefteq S \in$ F, то $T \in$ F; 2) если $S, T \in$ F и $S, T \trianglelefteq ST$, то $ST \in$ F; 3) если $S \in$ F и $x \in G$, то $S^x \in$ F. Для непустого фиттингова множества F группы $G$ подгруппа $V$ группы $G$ является F-инъектором $G$, если для каждой субнормальной подгруппы $K$ группы $G$ пересечение $V \cap K$ является F-максимальной подгруппой группы $K$. Множество всех F-инъекторов группы $G$ обозначим $Inj_{\mathscr{F}}(G)$.

Пусть $\varnothing \neq \pi \subseteq \mathbb{P}$ и F – непустое фиттингово множество группы $G$. Тогда $\mathscr{L}_\pi(\mathscr{F}) = \{H \leq G : Hall_\pi(H) \subseteq Inj_{\mathscr{F}}(H)\}$.

**Теорема.** *Пусть* $\varnothing \neq \pi \subseteq \mathbb{P}$. *Если* F *– фиттингово множество группы G, то множество* $\mathscr{L}_\pi(\mathscr{F})$ *является фиттинговым множеством группы G.*

В случае, если $\mathscr{F} = Tr_{\mathfrak{F}}(G)$, то $Inj_{\mathfrak{F}}(G) = Inj_{\mathscr{F}}(G)$, поэтому справедлив результат Локетта [2].

**Следствие [2].** Если F – класс Фиттинга, то $\mathscr{L}_\pi(\mathfrak{F})$ – класс Фиттинга.

**Заключение.** В настоящей работе определено фиттингово множество разрешимой группы, определяемое вложением холловых подгрупп в инъекторы.


1. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York : Walter de Gruyter, 1992. – P.891.
2. Lockett, P. On the theory of Fitting classes / P. Lockett // Math. Z. – 1973. – Vol. 131, № 3. – P. 103–115.