жайшее время планируется его интеграция с медиа сервером и доработка существующего функционала [6].

1. Официальный ресурс доступа W3C [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.w3.org/standards/. – Дата доступа: 05.12.2020.
2. Веб документация Mozilla Developer Network [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://developer.mozilla.org/. – Дата доступа: 15.11.2020.
3. Справочник по HTML [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://htmlbook.ru/html. – Дата доступа: 20.12.2020.
4. Таблица поддержки браузеров [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://caniuse.com/. – Дата доступа: 07.02.2021.
5. Современный учебник JavaScript [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://learn.javascript.ru/. – Дата доступа: 10.01.2021.
6. Сравнение между веб-сокетами и Socket.IO [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://habr.com/ru/post/498996/. – Дата доступа: 10.01.2021.

ОПИСАНИЕ ФУНКЦИЙ ХАРТЛИ РЕШЕТОЧНЫХ ОБЪЕДИНЕНИЙ σ-ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Жук Т.Д.,

магистрант ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Воробьёв Н.Т., доктор физ.-мат. наук, профессор

В работе рассматриваются только конечные группы. В определениях и обозначениях мы следуем [1].

Актуальной задачей теории конечных групп является задача описания свойств решеток классов групп и систем подгрупп. В этом направлении исследований известен результат А.Н. Скибы [2] о модулярности решетки всех формаций групп. Вместе с тем до настоящего времени известна проблема о модулярности решетки классов Фиттинга и множеств Фиттинга группы (см. [3, проблема 14.47]). Ключевым моментом в поиске решения указанной проблемы является задача описания функций Хартли решеточных объединений классов Фиттинга. Её реализация для случая -локальных классов Фиттинга – основная цель настоящей работы.

Материал и методы. Следуя Шеметкову [4], пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, σ – это разбиение $\mathbb{P}$ т.е. $\sigma = \{\sigma_i | i \in I\}$, $\mathbb{P} = \cup_{i \in I} \sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ для всех $i \neq j$. Пусть n – некоторое число, тогда $\pi(n)$ – множество всех простых делителей n. Символом $\pi(G) = \pi(|G|)$ обозначим множество всех простых делителей порядка группы G. Символом $\sigma(n)$ обозначим следующее множество:

$$\sigma(n) = \{ \sigma_i : \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\},\ \sigma(G) = \sigma(|G|).$$

Решеткой называется частично упорядоченное множество, в котором каждое двухэлементное подмножество обладает как точной верхней, так и точной нижней гранью. Непустой класс групп $\mathfrak{F}$ называется *классом Фиттинга*, когда он замкнут относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных подгрупп.

σ-Функцией Хартли или *H_σ-функцией* называется отображение [6] вида

$$f\colon \sigma \longrightarrow \{\text{классы Фиттинга}\}.$$

Для произвольной H_σ-функции f определяют класс

$$LR_\sigma(f) = \left(G \middle| G = 1 \text{ или } G \neq 1 \text{ и } G^{\mathfrak{G}_{\sigma_i}\mathfrak{G}_{\sigma'_i}} \in f(\sigma_i) \text{ для всех } \sigma_i \in \sigma(G)\right).$$

Если класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ таков, что $\mathfrak{F} = LR_\sigma(f)$ для некоторой H_σ-функции f, то говорят, что $\mathfrak{F}$ называют *σ-локальным классом Фиттинга* с H_σ-функцией f [5].

Внутренней H_σ-функцией называют такую H_σ-функцию f, что $f(\sigma_i) \subseteq \mathfrak{F}$ для всех $\sigma_i \in \sigma$.

В работе используются методы абстрактной теории групп, в частности методы теории классов групп и теории решеток.

Результаты и их обсуждение. Если $\mathfrak{X}$ – некоторое множество, то символом $Fit(\mathfrak{X})$ обозначают пересечение всех классов Фиттинга, содержащих $\mathfrak{X}$. Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ – σ-локальные классы Фиттинга, то операцию $\vee_\sigma$ определим следующим образом: $\mathfrak{F} \vee_\sigma \mathfrak{H} = Fit(\mathfrak{F} \cup \mathfrak{H})$. Символом $\vee_{i \in I} f_i$ обозначим множество $\vee_{i \in I} f_i(\sigma_i)$ для всех $i \in I$. Символом $F^{\sigma_i}(G)$ обозначим следующий корадикал группы G: $F^{\sigma_i}(G) = G^{\mathfrak{G}_{\sigma_i}\mathfrak{G}_{\sigma_i'}}$. В частности, если $p = \sigma_i, i \in I$, то $F^p(G)$ имеет вид: $F^p(G) = G^{\mathfrak{N}_p\mathfrak{G}_{p'}}$.

Классом Локетта называют такой класс Фиттинга $\mathfrak{F}$, для которого имеет место $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^*$, где $\mathfrak{F}^*$– наименьший (по включению) класс Фиттинга, содержащий класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ и такой, что для любых групп G и H справедливо равенство

$$(G \times H)_{\mathfrak{F}^*} = G_{\mathfrak{F}^*} \times H_{\mathfrak{F}^*}.$$

Лемма 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ – σ-локальный класс Фиттинга, $\Pi = \sigma(\mathfrak{F}), m$ – такая H_σ-функция, что $m(\sigma_i) = fit(F^{\sigma_i}(G) \mid G \in \mathfrak{F})$ для всех $\sigma_i \in \Pi$ и $m(\sigma_i) = \emptyset$ для всех $\sigma_i \in \Pi'$. Тогда*

(1) $\mathfrak{F} = LR_\sigma(m)$,

(2) $m(\sigma_i) \subseteq h(\sigma_i) \cap \mathfrak{F}$ для каждой H_σ-функции h σ-локального класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ и для каждого $\sigma_i \in \sigma$.

Для описания построения решеточных объединений -локальных классов Фиттинга мы будем также использовать результат Н.Т. Воробьёва, Го Вэньбиня и Ли Цаня [5], который приведен ниже в качестве леммы.

Лемма 2. [5, теорема 1.1] *Каждый -локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ может быть определен единственной полной внутренней H_σ-функцией F, которая имеет вид $F(\sigma_i) = F(\sigma_i)\mathfrak{G}_{\sigma_i} \subseteq \mathfrak{F}$ и $F(\sigma_i)$ – класс Локетта для всех $\sigma_i \in \sigma(\mathfrak{F})$.*

Основной результат работы – следующая

Теорема. *Пусть $\mathfrak{F}_j = LR_\sigma(f_j)$, где f_j – внутренняя H_σ-функция $\mathfrak{F}_j$, $j = 1,2$. Тогда $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_1 \vee_\sigma \mathfrak{F}_2 = LR_\sigma(f)$, где $f = f_1 \vee f_2$ – внутренняя H_σ-функция.*

Заключение. В работе решена задача построения решеточных объединений -локальных классов Фиттинга посредством σ-локальных функций Хартли, где σ – некоторое разбиение множества всех простых чисел.

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin ; New York : Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. // – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.
3. Мазуров, В.Д. Коуровская тетрадь. Нерешенные вопросы теории групп. – 17-е изд., доп., включающее Архив решенных задач / В.Д. Мазуров, Е.И. Хухро // Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН – Новосибирск : изд-во Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, 2010. – 219 с.
4. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков // М. : Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1978. – 272 с. – (Соврем. алгебра).
5. W. Guo, Li Zhang, N.T. Vorob'ev, On σ-local Fitting classes, Journal of Algebra 542 (2020) 116 – 129.

АВТОМОРФИЗМЫ ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ IV ТИПА БИАНКИ

Иванова Е.А.,

студентка 3 курса ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Подоксёнов М.Н., канд. физ.-мат. наук, доцент

В работе [1] выписан общий вид автоморфизмов четырехмерной алгебры Ли IV типа Бианки. Цель данной работы: привести подробное доказательство этого факта. При этом мы докажем одну интересную лемму, касающуюся линейных операторов.

Материал и методы. Рассматривается четырёхмерная алгебра Ли IV типа Бианки. Используются методы линейной алгебры.

Результаты и их обсуждение. Четырёхмерную алгебру Ли IV типа Бианки можно представить, как прямую сумму двух некоммутативных двумерных алгебр Ли: $\mathcal{G}_4=\mathcal{A}(1)\oplus\mathcal{A}(1)$ ($\mathcal{A}(1)$ – алгебра Ли группы аффинных преобразований прямой). В подходящем базисе (E_1,E_2,E_3,E_4) коммутационные задаются двумя равенствами: $[E_3,E_1]=E_1$, $[E_4,E_2]=E_2$, а остальные скобки равны нулевому вектору.

Такой базис будем называть каноническим. Линейная оболочка векторов E_1 и E_2 является производной алгеброй Ли $[\mathcal{G}_4, \mathcal{G}_4]$. Обозначим это подпространство $\mathcal{H}$ (рисунок 1). Оно является коммутативным идеалом и должно быть инвариантным относительно любого автоморфизма алгебры Ли. Линейные оболочки векторов E_1,E_3 и E_2,E_4 обозначим соответственно L_1 и L_2. Эти подпространства являются двумерными идеалами. Их можно рассматривать как результат вложения $A(1)$ в $\mathcal{G}_4$.

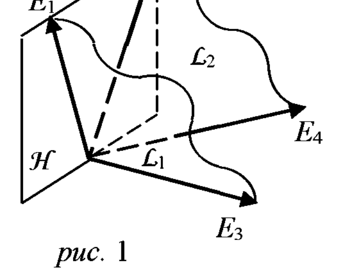

рис. 1