

О. Д. ХВОЛЬСОН

КУРС
ФИЗИКИ

ТОМ ПЯТЫЙ

1923

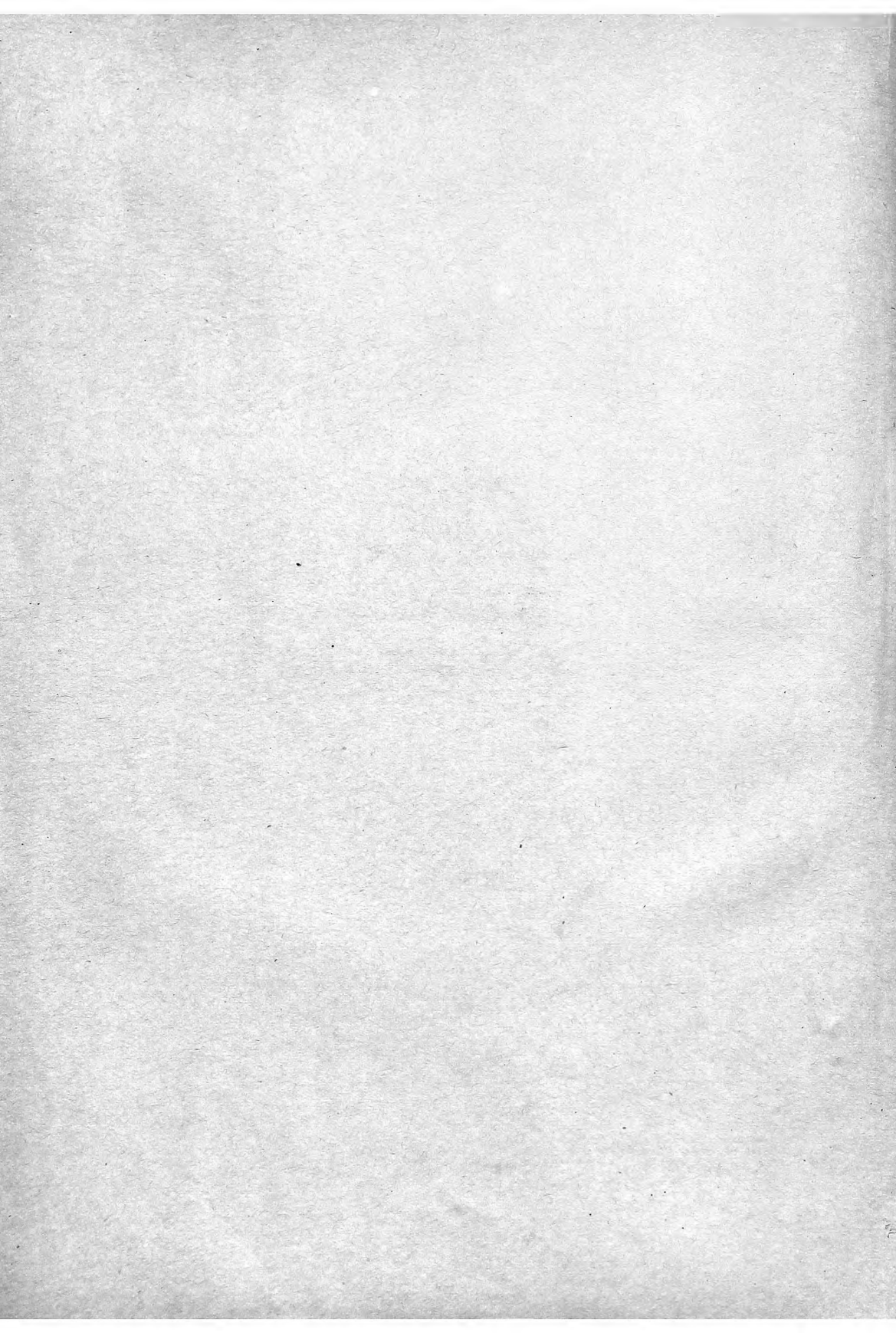
Р · С · Ф · С · Р

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

БЕРЛИН

В.

М.





О. Д. ХВОЛЬСОН
ПРОФЕССОР ПЕТРОГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

КУРС ФИЗИКИ

В ПЯТИ ТОМАХ

СОДЕРЖАНИЕ:

Введение. — Механика. — Некоторые измерительные приборы и способы измерения. — Учение о газах, жидкостях и твердых телах. — Учение о звуке (акустика). Учение о лучистой энергии. — Учение о теплоте. — Учение о магнитных и электрических явлениях. — Учение о магнитных и электрических явлениях (вторая половина).

Р. С. Ф. С. Р.
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
БЕРЛИН 1923

53
X31
06
Экт

О. Д. ХВОЛЬСОН
ПРОФЕССОР ПЕТРОГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

КУРС ФИЗИКИ

ТОМ ПЯТЫЙ

Учение о магнитных и электрических явлениях
(вторая половина)

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ

8050
96576

БИБЛИОТЕКА
~~Политехнического~~
педагогического института

Библиотека
ВИТЕССКОГО ТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Р. С. Ф. С. Р.
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
БЕРЛИН 1923

В КИТАЛОГ

53 + 537
22,3 + 22,33
X31

Alle Rechte, einschließlich
des Uebersetzungsrechtes,
vorbehalten

Copyright 1923 by Z. J.
Grschebin Verlag, Berlin

Напечатано Государствен-
ным Издательством по
договору с Издательством
Э. И. Гржебина

Из предисловия к первому изданию.

Этим томом завершается выход в свет „Курса физики“, первый том которого появился первым изданием в 1897 г. За 17 лет, которые с тех пор прошли, вышли том I в четырех изданиях, том II и том III в трех, том IV в двух. В течение этих же 17-ти лет появились за границей немецкий и французский переводы. На немецкий язык переводили „Курс физики“ ныне уже покойный проф. Герман Эрнестович Пфлаум и Анна Богдановна Ферингер; издала этот перевод фирма Fr. Vieweg u. Sohn в Брауншвейге. В настоящее время готовится второе издание. Французский перевод сделан инженером флота (Ingénieur Principale de la Marine) E. Davaux; в 1912 г. начало выходить второе издание; фирма A. Hermann et Fils в Париже предприняла французское издание.

Каждый отдельный том подвергался мною, при каждом новом издании, существенной переработке, при чем особое внимание обращалось на введение результатов новейших исследований. То же самое относится к каждому из томов заграничных изданий, выходивших почти всегда не одновременно с последним, в данный момент, русским изданием того же тома.

Мне не было суждено самостоятельно завершить начатого мною труда! Почти девять десятых всего „Курса физики“ написаны мною, но на последнюю десятую у меня уже не хватило сил. Постигшее меня хроническое заболевание до крайности уменьшило мою работоспособность, и я уже в 1911 году понял, что мне, одному, не закончить последнего тома. Тогда я обратился за помощью к моим дорогим товарищам и друзьям, и я имел великое счастье встретить в них самое живое участие, самое искреннее желание помочь делу окончания „Курса физики“. Низко им всем кланяюсь и приношу им мое горячее и сердечное спасибо!

Приняли участие в составлении этого тома: профессора А. П. Афанасьев, К. К. Баумгарт, А. Л. Гершун (†), А. А. Добиаш, А. Ф. Иоффе, Л. С. Коловрат-Червинский (†), Д. А. Рожанский и Д. С. Рождественский.

Все эти лица специально занимались соответствующими вопросами, а потому не удивительно, что ими составленное далеко превосходит то, что мог бы дать я. Несомненно, что труды моих дорогих товарищей и друзей составляют лучшее украшение „Курса физики“.

Петроград, октябрь 1914 г.

О. Хвольсон.

Предисловие ко второму изданию.

Первое издание этого тома составляло вторую половину четвертого тома, ныне разделенного на два тома, четвертый и пятый.

Со времени появления первого издания, физика сделала большие успехи, которые почти все относятся к главам, входящим в состав этого тома. На ознакомление с этими успехами, которые дошли до меня в более или менее полном объеме только в начале 1922-го года, ушло много времени, и я до сих пор не мог произвести желательной переработки этого тома, который, поэтому, представляет перепечатку, почти безо всяких изменений, первого издания. Возможно, что через некоторое время будет издано добавление, в которое войдет изложение новых успехов физики.

Петроград, май 1923 г.

О. Хвольсон.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

ПОСТОЯННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.

(Продолжение).

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ.

Влияние магнитного поля на находящиеся в нем тела.

§ 1. Введение. В главе третьей первой половины четвертого тома мы рассмотрели влияние электрического поля на находящиеся в нем тела. Магнитное поле также, повидимому даже сильнее и глубже, влияет на свойства тел, при чем не только количественно меняются разнообразные физические величины, характеризующие те или другие свойства вещества, но, во многих случаях, меняется и качественная сторона явлений, когда тело или система тел, в которых эти явления протекают, помещаются в магнитном поле. Такие влияния магнитного поля весьма многочисленны и разнообразны. Часть их уже была нами рассмотрена, а именно, прежде всего, самое намагничивание тел, т. е. приобретение ими ферро-, пара- или диамагнетизма. Этому явлению была посвящена вся предыдущая восьмая глава, и мы видели, что его можно рассматривать так же, как результат влияния тела на магнитное поле, распределение линий сил которого меняется в присутствии тела.

В § 4 той же главы мы рассмотрели, как особое явление, влияние магнитного поля на форму и размеры тел.

Большой ряд весьма замечательных явлений, возникающих под влиянием магнитного поля, будет рассмотрен в дальнейших главах этой книги. Сюда относится влияние магнитного поля на электрическую проводимость, которое будет рассмотрено в следующей десятой главе. Далее, мы откладываем рассмотрение обширной группы явлений, в которых обнаруживается влияние магнитного поля на лучистую энергию, распространяющуюся в телах или испускаемую телами (магнитное вращение плоскости поляризации, явление Зеемана), а также разбор другой группы явлений, обнаруживающихся в телах, в которых существуют потоки электричества или теплоты (явление Hall'a и ему подобные). Мы в дальнейшем встретимся еще и с другими действиями магнитного поля, разбор которых в этой главе представляется преждевременным.

§ 2. Химические реакции, электродвижущие силы и кристаллизация.

Магнитное поле, повидимому, почти никакого влияния не имеет на происходящие в нем химические реакции. Исследования в этом направлении Cavallo (1787), Arnim'a (1800), Rendu (1828, Erman'a (1829) и др. приводили к отрицательным или сомнительным результатам. То же самое относится к более новым работам Fossati (1890, влияние хлористого железа на цинк) и Löba' (1891). Более ясные результаты получил Andrews (1892) нашедший, что намагниченная сталь, помещенная в раствор $CuCl_2$, быстрее теряет в весе, чем сталь ненамагниченная. Nichols, еще раньше, нашел, что железо растворяется в кислотах быстрее и с большим выделением тепла, когда самое растворение происходит в магнитном поле; однако, Berndt (1908) показал, что увеличение тепла есть явление вторичное, и что магнитное поле, распределяя частицы железа вдоль линий сил, меняет характер растворения, делая его менее бурным. Фактического влияния поля он не находит. Hemptinne (1900) доказал, что, теоретически, магнитное поле должно влиять на химическое равновесие сложной системы, но практически это влияние слишком ничтожно, чтобы быть замеченным на опыте; его опыты не обнаружили влияния поля на скорость соединения хлора и водорода. Точно также и Schweitzer (1902) не нашел никакого влияния магнитного поля на светочувствительные соли серебра и железа, а также на фотохимические реакции в этих солях.

Гораздо яснее обнаруживается влияние магнитного поля на электродвижущую силу. Если две одинаковые железные пластинки опустить в жидкость и одну из них подвергнуть влиянию поля, то возникает электродвижущая сила E . Такое явление наблюдали сперва Gross (1885), Andrews (1887), Nichols и Franklin (1887), Rowland и Bell (1888), Grimaldi (1889), Squier (1893) и др., при чем Nichols и Franklin нашли, что в жидкости ток идет от намагниченного железа к ненамагниченному, а Rowland и Bell, что направление тока обратное. Nichols и Franklin нашли также, что сильное поле меняет E элемента, состоящего из Fe и Pt в разбавленной серной кислоте с двуххромовокалиевой солью. В позднейшее время занимались тем же вопросом Bucherer (1896), Sala и Fournier (1896), Paillot (1900), Wyss (1900) и Hurmuzescu (1894—1900). Paillot находит, что для двух железных пластинок E может доходить до 0,04 вольта, для Bi — до 0,002 вольта; Bucherer полагает, однако, что эти числа слишком велики.

Интересный опыт произвел Remsen (1881): он поместил железный сосуд, наполненный раствором медного купороса, на полюсы сильного электромагнита; оказалось, что медь стала осаждаться неравномерно, и притом наименее в местах наиболее сильно намагниченных, которые, след., слабее подвергаются химическому действию.

Janet (1887), Duhem (1888), J. J. Thomson (1888) и Hurmuzescu (1895) дали теоретические формулы для величины E . Формула последнего имеет вид

$$E = \frac{l I^2}{\delta 2\kappa},$$

где l электрохимический эквивалент, δ плотность железа, I магнитное напряжение, κ магнитная восприимчивость. Hurmuzescu находит из опытов, что намагниченное железо играет в элементе, рядом с ненамагниченным, роль положительного полюса; то же самое относится к никкелю, для диамагнитных же тел (висмут) наблюдается обратное. Wyss (1900) находит, что E элемента Pt — раствор соли железа — Fe уменьшается под влиянием магнитного поля; причину этого явления он видит в изменениях концентрации раствора, вызываемых притяжением соли к Fe .

Posejpal (1909) не нашел ясного влияния поля на электродвижущую силу контакта двух металлов, если все спаи находятся при одинаковой температуре. К такому же отрицательному результату пришел Adams (1910), исследовавший пары $Au|Zn$, $Pt|Zn$ и $Au|Fe$; изменение не составляло 0,001 вольта.

Urbasch (1900) наблюдал движения кислоты под влиянием поля при растворении различных металлов, т. е. когда ионы этих металлов переходили в раствор. Эти наблюдения вызвали продолжительный спор между ним и Drude, который полагал, что движения жидкости объясняются влиянием поля на термоэлектрические токи, возникающие между различно нагретыми частями жидкости.

Stef. Meyer (1899) наблюдал влияние поля на кристаллизацию $CuSO_4$, $MnSO_4$, $CoCl_2$ и немногих других солей, при чем обнаружилось преимущественное распределение осей кристаллов вдоль или поперек линий сил; для многих других солей, напр., $FeSO_4$, $CuSO_4$, $NiSO_4$, $ZnSO_4$, влияние поля не было замечено.

§ 3. Упругость, внутреннее трение и поверхностное натяжение.

Вопрос идет здесь, прежде всего, о влиянии магнитного поля на модуль Юнга E и на модуль сдвига N (т. I).

Модуль Юнга E , повидимому, весьма мало меняется под влиянием магнитного поля. Опыты Wertheim'a (1842), Tomlinson'a (1886), Barusa' (1887) и Вock'a (1895) не привели к отчетливым результатам; Bracket (1897) и Stevens (1900) нашли, что модуль E железных проволок увеличивается при намагничивании, а Shakspear (1899) нашел, что он уменьшается. Tangl (1901) вывел из своих исследований, что для Fe и Ni модуль E при намагничивании увеличивается. Особенно многочисленные исследования произвели японские ученые Honda, Shimizu и Kusagabe (1902). Они нашли, что для Fe , стали и кобальта E растет в зависимости от поля по тому же закону, как намагниченне J ; для Ni наблюдается уменьшение E в слабых и увеличение в сильных полях. Изменение E , в некоторых случаях, доходит до 3,6 %.

Вопрос о влиянии поля на упругие свойства ферромагнитных веществ теоретически рассмотрели J. J. Thomson (1888), Houllévigüe (1899), Koláčák (1904), Heydweiller (1903), Gans (1904) и Sano (1904). Как и следовало ожидать, существует глубокая связь между законами магнито-стрикции — упругих изменений, вызываемых намагничиванием (глава VIII § 4), влиянием намагничиванья на упругие свойства (E , N) и влия-

нием упругих изменений на магнитные свойства тел (глава VIII, § 8). Noulléviqne находит, что величина $dE:dJ$ должна иметь иной знак, нежели величина $dJ:dp$, где p натяжение проволоки; это подтверждается для никкелевой стали, для которой первая величина отрицательна, а вторая положительна. Весьма точную формулу дал Gans; если магнитная восприимчивость окружающей среды равна единице (воздух), то имеем:

$$\frac{\partial e}{\partial H} = \frac{\partial J}{\partial p} + \frac{J(1-2\sigma)}{E} + \frac{2\pi}{E} \frac{\partial J^2}{\partial H} \dots \dots \dots (1)$$

Здесь e уже существующее относительное удлинение проволоки, p растягивающая сила (на единицу площади поперечного сечения), σ коэффициент Пуассона (т. I), H напряжение магнитного поля. Так как, по определению модуля Юнга, $Ede = dp$, то (1) дает

$$\frac{1}{E^2} \frac{\partial E}{\partial H} = -\frac{\partial^2 J}{\partial p^2} - \frac{1-2\sigma}{E} \frac{\partial J}{\partial p} - \frac{2\pi}{E} \frac{\partial^2 J^2}{\partial H \partial p} \dots \dots \dots (2)$$

Допуская, что последние члены сравнительно малы, мы можем принять равенство

$$\frac{1}{E^2} \frac{\partial E}{\partial H} = -\frac{\partial^2 J}{\partial p^2} \dots \dots \dots (3)$$

Вводя магнитную восприимчивость $\kappa = J:H$ или магнитную индукцию $B = \mu H = (1 + 4\pi\kappa)H$, получаем

$$\frac{\partial E}{\partial H} = -E^2 H \frac{\partial^2 \kappa}{\partial p^2} = -\frac{E^2}{4\pi} \frac{\partial^2 B}{\partial p^2} \dots \dots \dots (4)$$

Эти уравнения дают вполне ясное представление о связи между зависимостью упругих свойств от магнитного состояния и зависимостью магнитных свойств от вызванных внешними силами упругих изменений. Rensing (1904), Cantone (1904) и, в особенности, Honda и Terada (1905—1907) проверяли эти формулы, с которыми результаты их опытных измерений оказались в достаточном согласии. Теория, однако, не принимает во внимание явлений гистерезиса (гл. VIII, § 6), влияние которого обнаружилось в опытах Honda и Terada, показавших, что порядок, в котором следуют друг за другом намагничиванье и растяжение, влияет на результат этих двух воздействий.

В связи с предыдущим находится вопрос о влиянии магнитного поля на число колебаний n камертона. Опыты Wartmann'a (1848) не дали ясного результата. Trève (1868) наблюдал фигуры Лиссажу (т. II), которые менялись при намагничиваньи одного из двух камертонов; но это могло быть объяснено непосредственным влиянием поля на ветви камертона, а не изменением его упругих свойств; Murgain (1895) нашел, что n уменьшается, когда линии сил параллельны плоскости колебания, и увеличивается, когда они к ней перпендикулярны. К тому же результату пришел Kirstein (1903); он нашел далее, что изменение n пропорционально напряжению H поля; при данном H уменьшение n больше увеличения;

когда H составляет угол в 45° с плоскостью колебаний, то n от H не зависит.

Влияние магнитного поля на модуль сдвига N исследовали те же ученые, которые были выше названы, и кроме того Löffler (1901). Оказывается, что модуль N железных проволок возрастает при намагничивании; это возрастание не зависит от величины кручения и превышает возрастание модуля E . Отсюда следует ожидать, что коэффициент Пуассона σ уменьшается при намагничивании. Наблюдения Вокса (1895) привели к обратному результату, но они нуждаются в проверке. Теоретические формулы, аналогичные выше приведенным, могут быть найдены и для модуля N .

В гл. VIII, § 6 мы рассмотрели влияние растяжения и скручивания на намагниченность железа. Аналогично замечается влияние намагниченности на деформацию железа, вызванную внешними причинами. Этим вопросом особенно занимались G. Wiedemann (1858) и Moreau (1896); подробное его изложение можно найти в книге G. Wiedemann'a, „Die Lehre von der Elektrizität“, т. III, стр. 790—812, 1895 г. Вообще можно сказать, что если деформация определенного рода увеличивает (уменьшает) намагниченность при данном H , то поле H увеличивает (уменьшает) деформацию того же рода, предварительно вызванную. Так, напр., кручение железа уменьшается (N увеличивается) в магнитном поле, так как намагничивание уменьшается при кручении. Для Ni и слабых полей наблюдается обратное.

Tomlinson (1886), а также Gray и Wood (1902) исследовали влияние поля на внутреннее трение железа и никкеля, наблюдая логарифмический декремент λ (т. I) кругильных колебаний. Результаты получились противоречивые и зависящие от предыдущей истории проволоки. Gray и Wood нашли, что для железа λ уменьшается при возрастании поля H .

W. König (1885) исследовал раствор $MnSO_4$ и не нашел влияния магнитного поля на внутреннее трение. Carpi (1903) брал различные жидкости (хлористое железо и др.) и нашел изменение, не превышающее 0,3 %, вероятно, происходящее от неизбежного изменения температуры при возникновении магнитного поля.

Сцепление и поверхностное натяжение жидкостей, по видимому, также не меняются под влиянием магнитного поля, как показали опыты Brunner'a и Mousson'a (1850).

§ 4. Упругость пара, теплоемкость и теплопроводность. В главе VIII, § 11 мы видели, что в магнитном поле высота жидкости в капиллярной трубке меняется на величину h , которая определяется формулою

$$h = \frac{(\kappa - \kappa') H^2}{2g\delta} \dots \dots \dots (5)$$

где κ и κ' магнитные восприимчивости жидкости и газа или пара, находящегося над жидкостью, H напряжение поля, δ плотность жидкости и $g = 981$. Представим себе замкнутую трубку, в виде прямоугольника, поставленного вертикально; нижняя горизонтальная трубка и части боковых

трубок содержат жидкость, над которой находится ее пар. Если одну из боковых трубок поместить в поле H , то жидкость в ней будет стоять выше на h см. Пусть p_0 и p упрукости пара над жидкостью вне поля и в самом магнитом поле. Для равновесия необходимо, чтобы было

$$p = p_0 - h g \sigma \dots \dots \dots (6)$$

где σ плотность паров. Формулу (6) вывел указанным, очевидно, не строгим способом Кoenigsberger (1898). Duhem (1890) дал гораздо более сложную формулу, которую, при малом $p - p_0$, можно написать в виде

$$p = p_0 - 2(1 + c) \left(1 + \frac{c}{2v} \frac{dv}{dc}\right) h g \sigma \dots \dots \dots (7)$$

где c концентрация, v удельный объем раствора; величина h определяется формулой (5). Во всяком случае несомненно, что магнитное поле влияет на упругость насыщенного пара. Отсюда Du Bois выводит (1898) следующее выражение для изменения ΔT абсолютной температуры кипения жидкости:

$$\Delta T = \frac{T \kappa H^2}{2 s \delta} \dots \dots \dots (8)$$

где s скрытая теплота кипения. Эта формула дает при $H = 50000$ C. G. S. ед. для жидкого кислорода $\Delta T = + 0,01^\circ$, для воды $\Delta T = - 0,000015^\circ$, для этилового эфира $\Delta T = - 0,0001^\circ$, для железной амальгамы, которую изучал Nagaoka, $\Delta T = 0,05^\circ$.

Условия равновесия системы электролитических жидкостей, находящейся в магнитом поле, рассмотрел в весьма общем виде Sano (1905).

Stefan (1871) и Waszmuth (1882) показали теоретически, что теплоемкость C намагниченного железа должна быть больше теплоемкости c ненамагниченного; как предельную величину Stefan находит $C - c = 2,7 \cdot 10^8$. Практически можно сказать, что теплоемкость железа не меняется при намагничении. Совершенно другой результат получается для некоторых необратимых сплавов Fe и Ni , которые, как мы видели (гл. VIII, § 9), могут, при одной и той же температуре, существовать в двух состояниях, магнитном и немагнитном. В. Hill показал, что теплоемкость c немагнитного сплава больше теплоемкости C магнитного сплава. Приводим некоторые из его чисел:

	C	c
0° до 18°	0,0924	0,0992
20° до 100°	0,1136	0,1158
20° до 270°	0,1222	0,1235

Весьма интересный вопрос о влиянии магнитного поля на теплопроводность железа приходится, до сих пор, считать нерешенным. Первый, Maggi (1850), по методу Sénarmont'a (т. III, гл. VIII, § 6), нашел, что намагниченное железо обладает теплопроводностью по направлению линий сил меньшей, чем перпендикулярно к этим линиям, в отношении 5 : 6. Однако, опыты Holmgren'a (1862), Mateucci (1863),

Naccari и Bellati (1877, метод Sénarmon't'a и метод измерения температур термометром), Trowbridge и Penrose (1883) и Fossati (1890, метод Despretz) не обнаружили никакого влияния намагничения на теплопроводность k . Между тем Tomlinson (1878, метод Despretz) нашел увеличение k при поперечном и уменьшение k при продольном намагничении. Изменения доходили до 3,3%, а в некоторых случаях и больше; железо и сталь давали одинаковые результаты. Battelli (1886), который значительно усовершенствовал метод Tomlinson'a, нашел уменьшение k при продольном намагничении не только железа, но и меди; для железа изменение равнялось 0,002 k . Затем производили исследование Schweitzer (1900), Korda (1899, 1902), Blyth (1903) и Lafay (1903). Из них Schweitzer пользовался методом кольца Neumann'a (т. III, гл. VII, § 5); он нашел, что по направлению линий сил k уменьшается на величину Δk , приблизительно пропорциональную намагничению J . Еще раньше Korda (метод Sénarmon't'a) вывел из своих опытов, что k не меняется \perp к линиям сил, и уменьшается (до 12%) по направлению линий сил; по теоретическим соображениям он нашел, что Δk должно быть пропорционально J^2 , не меняясь при изменении направления, т. е. знака величины J . Blyth (метод Despretz) нашел для стали уменьшение k на 3% при поперечном и на 4% при продольном намагничении; для мягкого железа уменьшение равно 10,5% при продольном и 1% при поперечном намагничении. Весьма интересны опыты Lafay, который пользовался методом Sénarmon't'a и сперва нашел, что большая ось эллипса (изотермы) расположена поперек линий сил, не только для Fe и Ni , но и для стекла и других дурных проводников теплоты. Но когда он повторил опыт в пустоте, то, вместо эллипса, получился круг, т. е. одинаковое k по всем направлениям. Отсюда он заключает, что в опытах Maggi, Korda и др. наблюденное явление вызывались потоками теплого воздуха, распределяющегося нормально к линиям сил. Другой ряд опытов привел его к заключению, что для железа величина k при намагничении немного уменьшается и притом одинаково во всех направлениях. Из всего выше изложенного видно, что вопрос о влиянии намагничения на теплопроводность железа приходится считать совершенно открытым.

Иначе обстоит дело с висмутом. Одновременно (1887) Righi и Leduc нашли, что для висмута теплопроводность k уменьшается (как и электропроводность) под влиянием магнитного поля. Nernst (1887) такого влияния не заметил, но Ettinghausen (1888) подтвердил, что k уменьшается на 2—3% в сильном магнитном поле. Blyth (1903) находит, что изменение k составляет всего 0,5%.

§ 5. Диэлектрическая поляризация, термоэлектродвижущая сила, явление Пельтье и растворы. Hall (1880), van Aubel (1885), Palaz (1887) и Drude (1894) вывели из своих опытов, что магнитное поле не влияет на диэлектрическую поляризацию непроводников, а след., и на диэлектрическую постоянную k . Van Aubel исследовал парафин, гуттаперчу, стекло и серу и показал, что в опытах Kimball'a (1885), который нашел влияние поля, были источники погрешностей, не принятые во внимание.

Косч (1897) не нашел никакого влияния поля на коэффициент преломления n большого числа твердых, жидких и газообразных тел, что также указывает на постоянство $k = n^2$. Дуане заметил (1896) задерживающее (успокоивающее) влияние поля на вращающиеся диэлектрики. Но впоследствии (1897) он убедился, что это явление объясняется присутствием следов железа в диэлектрике. Campetti (1897) вычислил, что явление, которое наблюдал Дуане, может быть объяснено теоретически, но Венндорф показал ошибочность этого вычисления.

W. Voigt (1910) указал, что в растворе парамагнитной соли, помещенном в неоднородном магнитном поле, должны возникнуть изменения концентрации; Statescu действительно наблюдал это явление в растворе 20 гр. $FeCl_3$ в 100 гр. воды.

В гл. VI, § 2 (IV) уже было указано, что магнитное поле заметно влияет на термоэлектродвижущую силу, которую обозначим через e . Рассмотрим, прежде всего, ферромагнитные тела. Оказывается, что намагничение меняет положение железа в термоэлектрическом ряду, делая его более положительным, т. е. ток идет через нагретый спай от ненамагниченного железа к намагниченному. Это явление заметил впервые W. Thomson (Lord Kelvin, 1856); он нашел, кроме того, что ток идет через нагретый спай от поперечно к продольно намагниченному железу. Этот же результат получили Strouhal и Barus (1881), Ф. Ф. Петрушевский (1882), Ewing (1886), П. И. Бахметьев (1891), Battelli (1893), Chassagny (1893), Houlléviqne (1895), Posejpal (1909) и др. Величина e весьма мала; Strouhal и Barus нашли, что в формуле Авенариуса (гл. VI, § 3) $e = a(t_2 - t_1) + c(t_2^2 - t_1^2)$ имеем для пары железо-медь $a \cdot 10^5 = 13,05$, $c \cdot 10^7 = -2,62$, а для пары намагниченное-ненамагниченное железо $a \cdot 10^5 = 0,037$, $c \cdot 10^7 = 0,015$. Бахметьев подвергал проволоки из Fe и Ni намагничиванию и, в то же время, растягиванию. Он пришел к выводу, что влияние намагничивания, вызывающего изменение длины, одинаково с влиянием такого же искусственно вызванного изменения длины; иначе говоря, изменение величины e при намагничивании есть следствие магнитострикции (гл. VIII, § 4). Chassagny исследовал пару $Cu-Fe$; оказалось, что при возрастании поля величина e сперва возрастает, а затем убывает. Houlléviqne весьма тщательно исследовал e для пар железо-медь и сталь-медь. Он выразил e в виде эмпирических функций от напряжения поля H ; приводим относящуюся к паре железо-медь:

$$e = 10^{-7} \{125(t_2 - t_1) + 0,508(t_2^2 - t_1^2)\} \frac{H(350 - H)}{1 + 0,0428 H}.$$

Отсюда Houlléviqne получает формулу для термоэлектрической способности железа относительно свинца (гл. VI, § 3):

$$[Fe, Pb] = -14,39 + 0,430 t - 10^{-7} (125 + 1,016 t) \frac{H(350 - H)}{1 + 0,0428 H}.$$

Posejpal исследовал пары $Fe-Zn$, $Fe-Cu$ и $Cu-Zn$. Весьма замечательно, что он нашел влияние поля и для пары $Cu-Zn$.

Grimaldi (1887) исследовал диамагнитный висмут. Палочка из *Bi* располагалась между полюсами электромагнита в экваториальном положении; ее спаи с медными проволоками находились при 0° и 100° . Продажный *Bi* обнаружил уменьшение (3%), чистый *Bi*, наоборот, увеличение термоэлектрической силы e . При полярном положении палочки влияние поля слабее и одинаковое для всех сортов висмута. Относительное изменение величины e , повидимому, пропорционально H^2 . Позднее Defregger (1897) нашел зависимость влияния поля от направления в кристалле висмута; оно растет с увеличением угла между осью кристалла и направлением линий сил. Далее, Spadavecchia (1899) исследовал *Bi* и его сплавы с *Sn*. Влияние поля на пару медь-сплав, т.е. Δe сперва уменьшалось по мере увеличения количества олова и делалось равным нулю при 0,056% до 0,113% олова; затем происходила перемена знака Δe ; между 0,237% и 2% олова замечалась вторая, и между 80% и 83% олова — третья перемена знака. При тех же количествах олова и самая величина e (без поля) меняла свой знак. Подобные же результаты он нашел и для пары медь-сплавы *Bi* с *Pb*.

Battelli показал, что явление Пельтье (гл. VI, § 5) также меняется под влиянием магнитного поля; оно усиливается в элементах *Fe-Cu* и *Fe-Ni* при всяком направлении намагничивания. Это же явление исследовали Houllévigie (1896), Roschetino (1899) и van Aubel (1902). Из них Houllévigie заметил также влияние поля на явление Томсона (гл. VI, § 6). Кроме того, он открыл, что если пропустить ток вдоль неравномерно намагниченной полосы, все части которой находятся при одинаковой температуре, то происходит как бы смещение теплоты, так что равномерность температуры нарушается.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 2.

- Cavallo*. Phil. Trans. 1787 p. 16.
Arnim. Gilb. Ann. 3 p. 59, 1800; 5 p. 394, 1800; 8 p. 279, 1801.
Rendu. Ann. d. Chim. et Phys. 38 p. 196, 1828.
Erman. Gilb. Ann. 26 p. 139, 1807.
Fossati. Bullet. del Electric. 1890.
Löb. Chem. Centralbl. 62 p. 690, 1891.
Andrews. Proc. R. Soc. 52 p. 114, 1892.
Nichols. Amer. Journ. of Sc. (3) 31 p. 272, 1886.
Berndt. Phys. Ztschr. 9 p. 512, 1908.
Hemptinne. Ztschr. f. phys. Chem. 34 p. 669, 1900.
Schweitzer. Phys. Ztschr. 4 p. 852, 1902/3 год.
Gross. Verhandl. d. Berl. Phys. Ges. 1835 p. 38; Wien. Ber. (2) 92 p. 1373, 1885.
Andrews. Proc. R. Soc. 42 p. 459, 1887; 44 p. 152, 1888; 46 p. 176, 1890.
Nichols a. Franclin. Amer. Journ. of Sc. (3) 34 p. 419, 1887; 35 p. 290, 1888; Lum. élect. 26 p. 234, 1887.
Rowland a. Bell. Amer. Journ. of Sc. (3) 36 p. 39, 1888; Phil. Mag. (5) 36 p. 105, 1893.
Squier. Lum. élect. 48 p. 588, 1893; Amer. Chem. Journ. of Baltimore 14.
Grimaldi. Rend. Acc. Linc. 1888, 1889.

- Hurmuzescu.* C. R. 119 p. 1006, 1894; Journ. de Phys. (3) 4 p. 118, 1895; Arch. de Genève (4) 5 p. 27, 1898; Rapports 2 p. 557, 1900.
- Bucherer.* W. A. 58 p. 564, 1896; 59 p. 735, 1896; 61 p. 807, 1897.
- Sala et Fournier.* C. R. 123 p. 801, 1896.
- Pailot.* C. R. 131 p. 1194, 1900; 132 p. 1318, 1901; J. de Phys. (4) 4 p. 207, 1902.
- Wyss.* Дисс. Zürich, 1900.
- Chassagny.* C. R. 116 p. 977, 1893.
- Remsen.* См. *Jueptner.* Lum. élect. 10 p. 468.
- Janet.* Journ. d. Phys. (2) 6 p. 286, 1887.
- Duhem.* De l'aimantation par influence, Thèse, p. 98, 1888.
- J. J. Thomson.* Applicat. of dynamics to phys. and chemistry, 1888, p. 240.
- Posejpal.* Annal. d. Chim. et Phys. (8) 17 p. 478, 1909; C. R. 148 p. 711, 1909; Journ. d. Phys. (4) 9 p. 316, 1910.
- Adams.* Phys. Rev. 30 p. 371, 1910.
- Urbasch.* Дисс. Giessen, 1900; Ztschr. f. Elektrochem. 8 p. 150, 559, 1902; 9 p. 511, 1903.
- Drude.* Ztschr. f. Elektrochem. 8 p. 65, 229, 1902; 9 p. 665, 1903.
- Stef. Meyer.* Wien. Ber. 108 p. 513, 1899.

K § 3.

- Wertheim.* Ann. d. Chim. et Phys. (3) 12 p. 385, 1842; 23 p. 302, 1848.
- Tomlinson.* Proc. R. Soc. 40 p. 447, 1886; Trans. R. Soc. 179 p. 1, 1888.
- Byron B. Brakett.* Phys. Rev. 5 p. 257, 1897.
- Barus.* Amer. Journ. of Sc. 34 p. 175, 1887; Phys. Rev. 13 p. 257, 1901.
- Bock.* Wied. Ann. (4) 54, p. 442, 1895; Phil. Mag. (5) 39 p. 548, 1895.
- Shakespear.* Phil. Mag. (5) 47 p. 539, 1899.
- Stevens.* Phys. Rev. 9 p. 116, 1899; 10 p. 161, 1900; 11 p. 95, 1900; Phys. Ztschr. 1 p. 234, 593, 1900; 2 p. 233, 1901.
- Tangl.* Annal. d. Physik (4) 6 p. 34, 1901.
- Honda, Shimizu u. Kusagabe.* Phil. Mag. (6) 4 p. 459, 537, 1902; Phys. Zeitschr. 3 p. 380, 381, 1902.
- Honda u. Terada.* Phil. Mag. (6) 13 p. 26, 1907; 14 p. 65, 1907; Phys. Zeitschr. 6 p. 622, 1905.
- J. J. Thomson.* Applicat. of dynamics to phys. and chem. Chap. IV, 1888.
- Koláčěk.* Annal. d. Phys. (4) 13 p. 1, 1904.
- Heydweiller.* Annal. d. Phys. (4) 12 p. 602, 1903.
- Gans.* Annal. d. Phys. (4) 13 p. 634, 1904.
- Sano.* Proc. Tokyo Math.-Phys. Soc. 2 p. 175, 207, 1904.
- Rensing.* Annal. d. Phys. 14 p. 363, 1904.
- Cantone.* Rend. d. Ist. Lomb. (2) 37 p. 435, 474, 535, 567, 1904.
- Wartmann.* Ann. de Chim. et Phys. 24 p. 360, 1848.
- Trève.* C. R. 67 p. 321, 1868; Arch. Sc. phys. et natur. (2) 33 p. 74, 1868.
- Maurain.* C. R. 121 p. 248, 1895.
- Kirstein.* Phys. Zeitschr. 4 p. 829, 1903.
- Heerwagen.* Naturf. Ges. zu Dorpat, Heft 6, 1890.
- Wiedemann.* Pogg. Ann. 103 p. 571, 1858; 106 p. 161, 1859.
- Moreau.* C. R. 122 p. 1192, 1896.
- Gray u. Wood.* Proc. R. Soc. 70 p. 294, 1902.
- Brunner u. Mousson.* Pogg. Ann. 79 p. 141, 1850.
- König.* W. A. 25 p. 618, 1885.
- Carpini.* Rend. Acc. Lincei. 12 (2) p. 341, 1903; Journ. d. Phys. (4) 4 p. 309, 1905.

K § 4.

- Koenigsberger.* Wied. Ann. 66 p. 709, 1898.
- Duhem.* Ann. école norm. (3) 7 p. 289, 1890.
- Du Bois.* Verh. d. Phys. Ges. zu Berlin 17 p. 148, 1898.

- Sano.* Tokyo K. 2 p. 248, 265, 265, 1905, Phys. Zeitschr. 6 p. 566, 1905.
Stefan. Wien. Ber. 64 p. 219, 1871.
Waszmuth. Wien. Ber. 85 p. 997, 1882; 86 p. 539, 1882; 87 p. 82, 1883.
Maggi. Arch. d. Sc. phys. 14 p. 132, 1850.
Holmgren. Ofvers. of Forh. K. Sventensb. Ak. 1862; Pogg. Ann. 121 p. 628, 1864.
Mateucci. Mondes 6, 1864.
Tomlinson. Proc. R. Soc. 27 p. 109, 1878.
Naccari e Bellati. N. Cim. (3) p. 72, 107, 1877.
Troubridge a. Penrose. Proc. Americ. Acad. 1883 p. 210; Phil. Mag. (5) 16 p. 377, 1883.
Battelli. Atti di Torino 21 p. 559, 1886.
Fossati. Firenze Lundi 1890.
Korda. C. R. 128 p. 418, 1899; Journ. de Phys. (4) 1 p. 307, 1902.
Schweitzer. Дисс. Zürich 1900.
Blyth. Phil. Mag. (6) 5 p. 529, 1903.
Lafay. C. R. 136 p. 1308, 1903.
Leduc. C. R. 104 p. 1783, 1887; Journ. de Phys. (2) 6 p. 373, 1887.
Righi. C. R. 105 p. 168, 1887; Rendic. R. Ac. d. Lincei (4) 3 p. 6, 481, 1887.
Nernst. W. A. 31 p. 760, 1887.
Etinghausen. W. A. 33 p. 129, 1888.

R § 5.

- Hall.* Amer. J. of Sc. (3) 20 p. 161, 1880.
Van Aubel. Bull. Ac. d. Sc. de Belg. (3) 10 p. 609, 1885; 12 p. 280, 1886; Arch. Sc. Phys. (4) 5 p. 142, 1898.
Palaz. Arch. Sc. Phys. (3) 17 p. 422, 427, 1887.
Drude. Wied. Ann. 52 p. 498, 1894.
Koch. Wied. Ann. 63 p. 132, 1897.
Duane. Wied. Ann. 58 p. 517, 1896; 61 p. 436, 1897.
Benndorf. Wied. Ann. 65 p. 891, 1898; Wien. Ber. 106, 1897.
Kimball. Proc. Amer. Ac. of arts a. sc. 13, I p. 193, 1885.
Campetti. Atti d. R. Acad. di Torino 32 p. 52, 1897.
W. Thomson (Lord Kelvin). Phil. Trans. 3 p. 722, 1856; Papers 2 p. 286.
Strouhal u Barus. Wied. Ann. 14 p. 54, 1881; Bull. U. S. Geol. Surv. 1885.
Петрушевский. Ж. П. Ф.-Х. Общ. 14 p. 277, 278, 1882.
Battelli. Atti R. Ist. Veneto (7) 4 p. 1452, 1893; Rend. Lincei (5) 2 p. 162, 1893.
Бахметьев. Wied. Ann. 43 p. 723, 1891.
Ewing. Trans. R. Soc. 1886 II p. 361.
Chassagny. C. R. 116 p. 977, 1893; J. de Phys. (3) 4 p. 45, 1895.
Houlevigue. Thèse Paris 1895; Ann. de Chim. et de Phys. (7) 7 p. 495, 1895; Journ. d. Phys. (3) 5 p. 53, 1896.
Posejpal. C. R. 148 p. 711, 1909; Journ. d. Phys. (4) 9 p. 316, 1910.
Grimaldi. Rend. R. Acc. dei Lincei 3 p. 134, 1887; 4 p. 353, 1888.
Pocchettino. Rend. R. Acc. dei Lincei (5), 8, II p. 50, 1899; N. Cim. (4) 10 p. 234, 1899.
Spadavecchia. N. Cim. (4) 9 p. 532, 1899; 10 p. 161, 1899.
Tomlinson, Phil. Mag. (5) 25 p. 285, 1888.
Defregger. Дисс., München, 1897.
Voigt. Götting. Nachr. 1910, Декабрь.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ*).

Методы и результаты измерений электрических сопротивлений.

§ 1. Введение. В главе IV первой части были рассмотрены наиболее важные измерения величин, играющих роль в электростатике. Теперь мы приступим к ознакомлению с приемами измерения некоторых из тех величин, с которыми мы встречались в предыдущих главах этой, второй части учения об электрических и магнитных явлениях; попутно мы укажем и на те результаты измерений, которые, по тем или иным причинам, могут представить интерес. Нет никакой возможности, да и нет особой необходимости рассматривать измерения всех электромагнитных величин в одной главе. Поневоле приходится разбор этих измерений распределять по различным главам, руководствуясь различными соображениями, дидактического или иного характера. Кое что из относящегося сюда материала уже было нами рассмотрено в предыдущих главах. В главе V, § 3 мы уже познакомились с результатами измерений сопротивления электролитов (методы будут изложены ниже); в главе VIII, §§ 5, 6 и 11 мы всесторонне разобрали методы измерения магнитной восприимчивости κ и магнитной проницаемости μ ферромагнитных, парамагнитных и диамагнитных тел, а также результаты этих измерений. С другой стороны, нам приходится перенести в следующую, третью часть IV-го тома ознакомление с методами измерений величин, с которыми мы познакомимся в учении о непостоянном магнитном поле.

Теперь мы остановимся на измерениях электрического сопротивления, силы тока, электродвижущей силы, силы магнитного поля и величины v — отношения электромагнитной единицы количества электричества к единице электростатической. При этом нам придется неоднократно считать известными такие явления и пользоваться такими законами, которые относятся к учению о непостоянном магнитном поле. Такие отступления от строгой последовательности неизбежны и далеко не впервые встречаются у нас в этой главе. В виде примера укажем на § 5 и § 6 четвертой главы первой части; здесь нам, при разборе способов измерения диэлектрической постоянной, пришлось говорить о распространяющихся вдоль проволок электрических колебаниях.

В томе I (отдел третий, глава I) были даны разнообразные общие указания по вопросу об искусстве измерять физические величины. Там же было указано (§ 1), что в учебнике физики нет возможности входить в большие подробности относительно многочисленных и разнообразных частных случаев измерений. Электрические измерения, в частности, — это целая, и притом весьма обширная наука, составляющая предмет специальных лекций во многих, особенно технических высших учебных

*) При составлении этой главы я мог широко пользоваться советами и указаниями моего покойного друга проф. А. Л. Гершуна.

заведениях. Искусству производить электрические измерения, нельзя научиться по книге; с ним можно основательно познакомиться только на практике.

Электрическим измерениям посвящены многочисленные специальные сочинения, а также обширные части тех книг, которые трактуют вообще об измерениях физических величин. В них подробно изложены многочисленные методы измерения всевозможных величин, встречающихся в учении об электричестве, описаны разнообразные измерительные приборы и даны подробные указания относительно деталей всех манипуляций. В этой книге мы ни в какие детали входить не можем; мы должны ограничиться указанием научных основ важнейших методов измерения. Число инструментов, которые могут служить для измерения каждой из упомянутых выше величин, чрезвычайно велико; непрерывно изобретаются и строятся новые, или вводятся улучшения в ранее существовавшие. Описания и рисунки этих приборов можно найти в специальных электрических и электротехнических журналах и в журналах, касающихся постройки инструментов, а также в каталогах мастерских, изготавливающих измерительные приборы. Мы ограничимся описанием немногих, наиболее типичных и современных инструментов.

§ 2. Выбор трех главных практических единиц. Ом, ампер и вольт.

В главе III, §§ 2 и 3 мы познакомились с электромагнитною (эл.-магн.) системой единиц и, в частности, с *C. G. S.* эл.-магн. системой. Кроме того, мы ввели понятие о практических единицах; между ними находились ом, как единица сопротивления, ампер, как единица силы тока, и вольт, как единица электродвижущей силы или разности потенциалов. Эти практические единицы выражаются через *C. G. S.* эл.-магн. единицы при помощи следующих условных соотношений:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ ом} &= 10^9 \text{ C. G. S. эл.-магн. ед. сопротивления} \\ 1 \text{ ампер} &= 0,1 \text{ C. G. S. эл.-магн. ед. силы тока} \\ 1 \text{ вольт} &= 10^8 \text{ C. G. S. эл.-магн. ед. электродвиж. силы} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

Мы видели, что эти величины удовлетворяют закону Ома; это значит, что если сопротивление R , сила тока J и электродвижущая сила E выражены в омах, амперах и вольтах, то они удовлетворяют формуле Ома, написанной без коэффициента пропорциональности, т. е. в виде $J = E : R$. Далее нами было показано, что система практических единиц есть система абсолютная: она правильно построена на основных единицах длины $L = 10^9$ см., массы $M = 10^{-11}$ гр. и времени $T = 1$ сек. Определение (1) трех главных единиц имеет чисто теоретический, можно сказать, несколько отвлеченный характер, мало, или почти ничего не дающий, когда речь идет о немедленном практическом применении. В этом отношении равенства (1) несколько напоминают определение метра, как определенной части земного меридиана. Теоретически говоря, можно было бы ограничиться установлением одного только эталона, напр., ома, как показал Guillaume (1911). Вольт и ампер определяются, в таком случае, законами Ома и Джюля, при чем ватт, как величина чисто

механическая, не определялся бы, как вольт-ампер, но как мощность, развиваемая, когда точка приложения силы, придающей 1 килограмму ускорение в 1 м.: сек², перемещается по направлению силы со скоростью 1 м.: сек. Является вопрос о практическом осуществлении трех единиц, если возможно, в виде удобных эталонов, способы изготовления и свойства которых были бы установлены международными конвенциями и, в отдельных государствах, точными законоположениями. Каждая из трех единиц может быть предметом такого точного установления; рассмотрим отдельно каждую из них.

I. Единица сопротивления. Эталоном может служить какое-либо твердое, или жидкое тело, сопротивление которого принимается равным единице. Вещество, из которого оно изготавливается, способ изготовления, геометрические размеры и те физические условия, при которых его сопротивление равно единице, должны быть точно установлены. Wheatstone (1843) предложил, как эталон, медную проволоку, длиною в 1 фут и весом в 100 гранов; Якоби (1848) — медную проволоку, длиною в 25 футов (7,62 м.) и толщиной около $\frac{2}{3}$ мм. (вес 22,4493 гр.); образцы такой единицы сопротивления Якоби разослал в различные физические лаборатории. Эти единицы оказались неудобными, в виду зависимости сопротивления меди от случайных примесей, а главное вследствие непостоянства во времени сопротивления такой проволоки. Единица Якоби приблизительно равнялась 0,551 ома. Pouillet, Marié-Davy и de la Rive предложили употреблять, как материал, ртуть, и с 1860 г. Werner Siemens стал изготавливать эталоны, сопротивление которых равнялось сопротивлению ртутного столба в 1 м. длины и 1 кв. мм поперечного сечения при 0°. Эта знаменитая единица Сименса и была во всеобщем употреблении в течение примерно 25-ти лет в виде проволочных эталонов, сравненных с основным эталоном — столбом ртути в стеклянной трубке.

II. Единица силы тока. Эталона, в обычном смысле слова, понятно, здесь быть не может. Единица должна быть определена каким-либо действием тока, при чем качественная и количественная стороны этого действия должны быть точно установлены. Естественнее всего избрать электролитическое действие, и в равное время предлагалось за единицу принять силу такого тока, который в одну секунду (или в одну минуту) разлагает 1 mgr. воды, или 9 mgr. воды (т. е. выделяет 1 mgr. водорода), или выделяет 1 куб. см. гремучего газа (при 760 мм. и 0°) в одну минуту (Якоби). Впоследствии остановились на электролизе соли серебра, при чем единица силы тока определяется весом серебра, выделенного в единицу времени единицею силы тока (электрохимический эквивалент серебра, см. гл. V, § 1); детали устройства вольтметра и всех манипуляций при измерении должны быть, конечно, точно установлены.

III. Единица электродвижущей силы может быть определена при посредстве нормального элемента (глава V, § 8). Так, напр., долгое время за единицу принималась электродвижущая сила элемента Даниэля.

Составные части и способы их изготовления и устройство избранного элемента, физические условия и метод пользования должны быть точно установлены.

Итак мы видим, что каждая из трех главных единиц может быть определена и установлена в отдельности. Для практически удобного определения ома, ампера и вольта возможны следующие пути:

А. Каждой из трех единиц дается „законно установленное“ определение: ома — в виде длины ртутного столба определенного сечения при 0°; ампера — в виде веса серебра, выделенного в указанное время; вольта — в виде численного коэффициента, на который следует умножить электродвижущую силу всесторонне охарактеризованного элемента.

В. Только двум, „основным“ единицам дается „законно установленное“ определение. Третья, „производная“ единица „законно“ определяется на основании этих двух только при помощи закона Ома; вопрос об ее практическом определении остается открытым. Не может быть сомнения, что одною из основных единиц должен быть ом. Проволочные эталоны, в виде копий фундаментального ртутного образца, легко воспроизводятся, хранятся и перевозятся; для них может быть выбран материал, по возможности неизменный во времени и обладающий возможно малым температурным коэффициентом сопротивления. Теперь возникает большой вопрос: которую единицу принять за вторую — ампер или вольт? Спор по этому вопросу был окончательно решен (см. ниже) только в 1908 г. в пользу ампера. Lord Kelvin указал в 1884 г. на следующие возможные пути:

1. Определить ампер тою электрическою работою, которую он производит в 1 оме в 1 сек.
2. Определить ампер электролитическим действием.
3. Определить вольт при помощи нормального элемента.

Производною единицею является в первых двух случаях вольт, в третьем — ампер. Lord Kelvin рекомендовал второй путь. Для решения разнообразных упомянутых выше вопросов состоялся целый ряд съездов ученых; из них некоторые имели официальный, международный характер, в особенности съезды (конгрессы) в Париже (1884), в Чикаго (1893) и в Лондоне (1908). Даем краткий перечень состоявшихся в разное время съездов и главнейших результатов их работ. Предварительно следует заметить, что Британская Ассоциация (British Association) избрала в 1862 г. комиссию, которая ввела термины ом и вольт и занялась практическим осуществлением ома, равного 10° *C. G. S.* эл.-магн. единицам. Полученная единица (*B. A.*) оказалась впоследствии меньше истинной, более чем на 1% (около 0,9866 ома), как показал впервые Rowland (1878). Съезд 1881 г. в Париже подтвердил общие предложения Бр. Ассоциации, добавил название „ампер“ для тока, вызванного одним вольтom в одном оме, и постановил, чтобы новыми измерениями была определена „длина ома“, т. е. длина при 0° ртутного столба в 1 кв. мм. площади поперечного сечения, сопротивление которого равнялось бы теоретическому ому. Съезд 1882 г. в Париже ничего существенного не добавил.

Международный съезд 1884 г. в Париже весьма важен тем, что на основании оконченных к тому времени измерений, установил „легальный ом“ (Ohm légal) длиной в 106 см. Этим омом и пользовались до 1893 г.

Benoit (1885), Lorenz (1885), Strecker и Kohlrausch (1885), Glazebrook и Fitzpatrick (1889), Salvioni (1889), Passavant (1890) и Lindeck (1891) построили нормальные эталоны легального ома. Dorn (1893) сравнил между собою многие из этих эталонов и нашел, что разницы достигают 0,01%. Относительно вольта было в 1884 г. сделано лишь предварительное указание, что элемент Clark'a (гл. V, § 8) дает 1,457 вольта; температура не была указана. Съезд 1889 г. в Париже ничего существенного не добавил по рассматриваемому здесь вопросу.

В 1892 г. состоялось в Эдинбурге, в связи со съездом Британской Ассоциации, совещание, в котором приняли участие Helmholtz, Guillaume, Jaeger, Kahle, Carhart и др. Здесь Helmholtz сообщил, что Dorn подверг все определения ома тщательной критической оценке, и нашел, как наиболее вероятное значение, длину 106,28 см. Поэтому совещание предложило остановиться на числе 106,3. Кроме того, было принято предложение характеризовать столб ртути не площадью поперечного сечения, но весом (при 0°), равным 14,4521 гр. Далее, ампер был определен весом 1,118 mgr. серебра в секунду, а вольт, как производная единица, основанная на оме и ампере. Кроме того, было осторожно высказано, что элемент Clark'a при 15° дает 1,434 вольта, с ошибкою, не превышающею 0,001. Работы этого совещания должны были являться подготовительными к международному съезду в Чикаго; то же самое относится к освещением „American Institute of Electrical Engineers“ в Америке и „Société International des Electriciens“ в Париже.

Международный съезд в Чикаго состоялся в 1893 г. Он, к сожалению, имел неосторожность предложить „законно обоснованные“ данные для каждой из трех единиц отдельно, а именно:

Ом, т. е. 10⁹ C. G. S. единиц, определяется длиной 106,3 см. при 0° и весом 14,4521 гр. ртути; он получает название „международного ома“, в отличие от „легального ома“.

Ампер, т. е. 0,1 C. G. S. единицы, определяется весом 1,118 mgr. серебра в секунду.

Вольт, т. е. 10⁸ C. G. S. единицы, „с достаточною точностью“ определяется, как $\frac{1000}{1435} = 0,6974$ электродвижущей силы элемента Clark'a при 15°.

Соединенные Штаты, Англия со всеми колониями и Франция поспешили закрепить эти три определения законодательным путем, что поставило эти государства в весьма затруднительное положение, так как вскоре обнаружилось, что электродвижущая сила элемента Clark'a примерно на 0,1% меньше той величины, которая была установлена в Чикаго (1,4328 вместо 1,435 вольта). Германия, а за нею Австрия и Бельгия не согласились подчиниться третьему из постановлений, принятых в Чикаго, что одно время вызвало даже нарекания. Reichsanstalt в Шарлоттенбурге изгото-

вила в 1891 и 1892 г. эталоны двух легальных омов (106 см.), а после с'езда в Чикаго еще три эталона в $\frac{1}{2}$, 1 и 2 международных ома (106,3 см.). С'езд в С.-Луи (1904 г.) ограничился пожеланием, чтобы была учреждена международная комиссия для решения вопросов, возникших вследствие неоднообразной интерпретации постановлений, принятых в Чикаго. Предполагалось для этой цели созвать международный с'езд в Лондоне в 1906 г. Для предварительной выработки предложений было в 1905 г. (с 23 до 25 октября) созвано Warburg'ом в Шарлоттенбурге „официозное“ совещание, в котором приняли участие делегаты Германии (Warburg, Kohlrusch, Lewald, Hagen, Jaeger), Австрии (v. Lang, Kusminski), Франции (Mascart, председатель), Англии (Glazebrook), Бельгии (Gérard, Clément) и Сев.-Амер. Штатов (Carhart). Представители других государств, почему то, не были приглашены. Это совещание постановило внести следующие предложения:

1. Законно установленными основными единицами должны считаться международные ом и ампер; вольт является производною единицею, связь которой с определенным элементом пока не устанавливается. Сев.-Амер. Штаты (Bureau of Standards в Вашингтоне и Carhart) остались при особом мнении, предлагая вольт считать за основную, ампер за производную единицу.

2. Вместо элемента Clark'a, принять элемент Weston'a (гл. V, § 8).

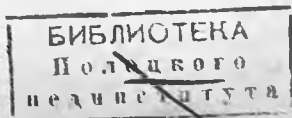
3. Теоретические определения, см. (1), не должны упоминаться в законе; длина (ом) и вес серебра (ампер) должны быть установлены раз навсегда, и независимо от будущих более точных определений отношения принятых мер к теоретическим (1), т. е. аналогично тому, как было поступлено относительно метра и килограмма.

Reichsanstalt предложил, кроме того, пользоваться проволоками из манганина для изготовления нормальных эталонов ома; спор по этому вопросу не был окончен.

Несколькими днями раньше (19 окт.) в заседании комитета электрических мер при Британской Ассоциации (присутствовали Lord Rayleigh, Glazebrook, Ayrton, Forster, Trotter и др.) также было постановлено считать за основные единицы ом и ампер, а вольт за производную.

Международный с'езд в Лондоне состоялся только в октябре 1908 г. (председатель Lord Rayleigh). При закрытии этого с'езда была избрана Научная Коммиссия из 15-ти членов (вскоре увеличенная до 20-ти членов, председатель Warburg) для дальнейшей разработки детальных вопросов. С'езд остановился на следующих постановлениях:

1. Основные международные единицы суть ом и ампер; вольт является единицею производной. Не только Сев.-Америк. Штаты, но и Франция (Lippmann, Benoit, de Neville) высказались сначала против этого постановления, предлагая считать вольт за основную, ампер за производную единицу; в конце с'езда они, однако, также подписали постановления, принятые таким образом единогласно.



2. Международный ом равен сопротивлению при 0° ртутного столба, поперечное сечение которого везде одинаковое, масса которого 14,4521 гр., и длина которого 106,300 см.

3. Международный ампер равен силе тока, выделяющего 1,11800 мгр. серебра в 1 секунду.

4. Международный вольт есть электродвижущая сила, дающая в одном междунар. оме один междунар. ампер. Предварительно можно считать, что элемент Weston'a дает 1,0184 вольта при 20° .

Не останавливаясь на разнообразных постановлениях и указаниях с'езда, относящихся к деталям практического осуществления этих международных единиц. Принципиально важным является замена чисел 106,3 и 1,118 числами 106,300 и 1,11800. Это означает, что конкретные единицы следует считать установленными раз навсегда и уже независимыми от будущих, более точных определений теоретических единиц.

В 1910 г. работала в Вашингтоне Комиссия из представителей государственных лабораторий Америки, Германии, Франции и Англии. Она определила электродвижущую силу элемента Weston'a при 20° равною

1,0183 междунар. вольта,

о чем впервые сообщил Warburg (1914). Так как во Франции узаконено, что эл. дв. сила элемента Clark'a равна 1,434 вольта без указания температуры, то явилось предложение (1911) принять, что это число относится к температуре $13,8^\circ$ (!); в этом случае французский вольт оказывается тождественным с новым международным.

В настоящее время (1911 г.) следует ждать учреждения постоянной международной комиссии, состоящей из официальных делегатов различных государств, а также нового международного с'езда и узаконения основных единиц в различных государствах.

§ 3. Абсолютное измерение сопротивлений; определение ома. Измерения сопротивлений могут быть двух родов. Во первых, измерения абсолютные, т. е. определение сопротивления R данного проволочного проводника в *C. G. S.* эл. магн. единицах, или, что одно и то же, в теоретических омах, см. § 1 (4). В тесной связи с этими измерениями находится т. наз. „определение ома“, т. е. длины L ртутного столба, поперечное сечение которого 1 кв. см., и сопротивление которого при 0° возможно близко к теоретическому ому. Такое определение L будет возможно, если сравнить сопротивление R , уже выраженное в теоретических омах, с сопротивлением ртутного столба (0° и 1 кв. мм.) произвольной длины L_0 , или же с сопротивлением проволоки, которая уже была сравнена с таким ртутным столбом, напр., с тщательно выверенным эталоном единицы Сименса, для которой $L_0 = 100$ см., или с эталоном ома ($L_0 = 106,3$ см.). О ртутных и иных эталонах будет сказано в следующем параграфе.

Во вторых, измерения сопротивлений могут быть относительные; они сводятся к сравнению искомым сопротивлений с готовыми проволочными эталонами, тщательно калиброванными и выраженными в омах. Иногда дело сводится к простому сравнению между собою сопротивлений двух тел. В этом параграфе мы рассмотрим абсолютные измерения.

За время между 1880 и 1894 годами было опубликовано большое число абсолютных измерений сопротивлений и связанных с ними определений ома, т. е. длины L , которую мы будем выражать в сантиметрах. Они были произведены различными способами, число которых по G. Wiedemann'у доходит до 13-ти. Обыкновенно отличаются, однако, только 6 способов: три способа W. Weber'a и способы Kirchhoff'a, Lorenz'a (Копенгаген) и Lippmann'a. Подробное изложение различных способов, а также деталей отдельных работ можно найти в книгах: G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität, т. IV, стр. 642—728, Braunschweig 1898 г.; Gray, Absolute Measurements in Electricity 2, стр. 538—602, 1893; Боргман, Основания учения об электрических и магнитных явлениях 2, стр. 586—599, 1899. Критическое сравнение методов дали Wiedemann (1882), Rayleigh (1882) и, в особенности, Dorn (1893) в работе, которая уже была упомянута в предыдущем параграфе

Обращаясь к обзору главнейших способов определения ома, мы повторим выше приведенное указание на необходимость считать известными некоторые еще не рассмотренные явления, напр., явления индукции токов, и пользоваться относящимися к ним формулами.

I. Первый способ W. Weber'a. На вертикальную рамку намотана тонкая проволока (индуктор) так, что поперечное сечение катушки представляет прямоугольник; рамка может быть вращаема около вертикальной оси, лежащей в плоскости средних оборотов катушки; индуктор соединен с гальванометром. Общее сопротивление R всей цепи, т. е. индуктора и гальванометра, требуется выразить в абсолютных единицах. Рамка устанавливается сперва так, чтобы плоскости оборотов проволоки были перпендикулярны к плоскости магнитного меридиана и затем она быстро поворачивается на 180° . При этом в ней электродвижущая сила $E = 2FH$, где F сумма площадей всех оборотов катушки индуктора (в кв. см.), H горизонтальная составляющая силы земного магнетизма (в C. G. S. единицах) в том месте, где находится индуктор. При этом в цепи появляется т. наз. мгновенный ток, который измеряется величиною $J = 2FH : R$, где J определяется полным количеством электричества, протекающим через цепь; отсюда

$$R = \frac{2FH}{J} \dots \dots \dots (1)$$

Магнит гальванометра получает, под влиянием тока J , мгновенный толчок, как результат действия кратковременной пары сил. Если магнит не успевает, во время толчка, заметно удалиться из положения равновесия, то он выбрасывается из этого положения с угловою скоростью v_0 , которая и будет начальною скоростью его вращения; наблюдается его первое отклонение φ . Величина $v_0 = JDM : k$, где M магнитный момент магнита,

k момент инерции магнита относительно оси вращения, $D = 2 \pi l : r$; здесь n число оборотов проволоки гальванометра, r т. наз. приведенный радиус обмотки, т. е. радиус n одинаковых оборотов, которые давали бы такое же влияние на магнит, как и данная обмотка. Мы имеем $J = k v_0 : D M$ и, след.,

$$R = \frac{2 F H D M}{k v_0} \dots \dots \dots (2)$$

Момент инерции k определяется измерением времени T качания магнита по формуле

$$(1 + \beta) M H' T^2 = \pi^2 k \dots \dots \dots (3)$$

где H' горизонтальная слагающая силы земного магнетизма в том месте, где находится гальванометр, β коэффициент кручения нити, на которой висит магнит. Скорость v_0 определяется по формуле (69, e) главы II, § 9, в которой $a_1 = \varphi$; в ней p и q должны быть заменены логарифмическим декрементом λ и временем качания T , которые определяются формулами (69, b) $\lambda = \pi p : q$ и (69, c) $T = \pi : q$. Таким образом все величины в (2) становятся известными. Заметим, что при подстановке величины k из (3) в (2), момент M сокращается. Сопротивление R получается в абсолютных *C. G. S.* эл.-магн., если выразить r в сантиметрах, T в секундах.

Этим способом производили измерения: *W. Weber* (1852), *W. Weber* и *Zöllner* (1880), *Mascart*, *de Neville* и *Benoit* (1884), *G. Wiedemann* (1891); результаты последнего перевычислил *Peter* (1894).

II. Второй способ *W. Weber*'а. Закрытое вертикальное проводочное кольцо, вращается, как в предыдущем случае, около вертикальной оси; вращение непрерывное и с большою скоростью. В центре кольца висит магнитная стрелка, которая получает некоторое постоянное отклонение φ под влиянием тока, индуктированного полем земного магнетизма во вращающемся кольце. Элементарная, но далеко не полная теория этого способа заключается в следующем. Пусть ψ угол между магнитным меридианом и плоскостью кольца в момент времени t ; угловая скорость $\omega = d\psi : dt$. В этот момент действует электродвижущая сила $E = F H \cos \psi \frac{d\psi}{dt}$, где F имеет то-же значение, как и в первом способе. Ток $J = E : R$ действует на магнит с силою (момент пары), равною $M D J \cos (\psi - \varphi)$; отсюда импульс за время dt

$$\frac{M D F H}{R} \cos (\psi - \varphi) \cos \psi d\psi.$$

Весь момент R мы получаем, вычисляя импульс в одну секунду; он равен

$$\frac{n M D F H}{R} \int_0^{2\pi} \cos (\psi - \varphi) \cos \psi d\psi = \frac{\omega M D F H \cos \varphi}{2 R},$$

где n число оборотов в одну секунду и $\omega = 2 \pi l$ угловая скорость вращения. При равновесии эта величина должна равняться моменту $M H \sin \varphi$

пары силы земного магнетизма. Отсюда

$$R = \frac{DF\omega}{2 \operatorname{tg} \varphi} \dots \dots \dots (4)$$

Однако, при этом выводе должны быть приняты во внимание самоиндукция во вращающемся кольце, так как ток J непостоянен, а также индукция, вызванная самим магнитом. Для $E dt$ мы должны, поэтому, положить

$$E dt = J R dt = FH \cos \psi d\psi + MD \cos(\psi - \varphi) d\psi - L dJ \dots (5)$$

где L коэффициент самоиндукции. Так как $d\psi : dt = \omega$, то получаем

$$JR + L \frac{dJ}{dt} = \{FH \cos \psi + MD \cos(\psi - \varphi)\} \omega.$$

Интегрируя это уравнение и отбрасывая быстро исчезающий член, содержащий величину $e^{-\frac{Rt}{L}}$, получаем значение постоянной силы тока J в кольце:

$$J = \frac{\omega}{R^2 + L^2 \omega^2} \{HF(R \cos \psi + L \omega \sin \psi) + MD[R \cos(\psi - \varphi) + L \omega \sin(\psi - \varphi)]\} \dots \dots \dots (6)$$

Среднее значение момента пары, действующей на магнит, должно равняться моменту пары сил земного поля и кручения нити. Это дает равенство

$$\frac{MD}{2\pi} \int_0^{2\pi} J \cos(\psi - \varphi) d\psi = MH(\sin \varphi + \beta \varphi) \dots \dots \dots (7)$$

Вставляя сюда (6), находим выражение для R , которое при $L = 0$ и $\beta = 0$ превращается в (4).

По этому методу производила измерения комиссия, избранная Британской Ассоциацией в 1863 г.; о результатах ее работ (единица $B. A.$) уже было сказано в § 3. Далее, этим же методом производили измерения Rayleigh и Schuster (1881) и Rayleigh (1882). Видоизменением того же метода пользовался Н. Weber (1882), который установил ось вращения горизонтально так, чтобы она совпадала с осью отклоненного магнита, что достигалось поворачиваньем всего прибора около вертикальной оси. При этом ток возбуждался вертикальной слагающей силой земного магнетизма, равной $H \operatorname{tg} i$, где i магнитное наклонение; индукционное влияние магнита на вращающееся кольцо при этом исчезало.

III. Третий способ W. Weber'a. Магнитная стрелка горизонтально подвешена в центре мультипликатора, состоящего из толстой медной проволоки. Когда эта проволока замкнута, вся ее медная масса действует, как успокоитель: при колебаниях магнита в ней индуктируются токи, задерживающие движение магнита, колебания которого делаются затухающими (гл. II, § 9). Обозначим через R сопротивление проволоки, которое и требуется определить в абсолютных единицах. Пусть, далее DM опять момент пары сил, действующей на магнит, когда через прово-

локу течет единица силы тока, при чем M магнитный момент магнита; T время качания магнита при разомкнутой проволоке, τ время качания и λ логарифмический декремент при замкнутой проволоке. Магнит отклоняется и затем предоставляется самому себе; тогда он совершает затухающие колебания. Непосредственно измеряют, прежде всего, величины λ и T_0 . Уравнение движения магнита получается следующим образом. Пусть φ переменный угол отклонения магнита. Когда угловая скорость магнита $d\varphi:dt$ равна единице, то в проволоке возбуждается электродвижущая сила, равная DM ; а потому электродвижущая сила в данный момент равна $MD \frac{d\varphi}{dt}$; отсюда сила тока

$$J = \frac{MD}{R} \frac{d\varphi}{dt}.$$

Этот ток действует на магнит с задерживающей силой (парой), момент m которой

$$m = MDJ = \frac{M^2 D^2}{R} \frac{d\varphi}{dt}.$$

Земное поле H и кручение нити дают пару сил, момент которой, при малых φ , можно принять равным $-(1+\beta)MH\varphi$, где β коэффициент кручения нити. Уравнение движения стрелки будет:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{D^2 M^2}{Rk} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{(1+\beta)MH}{k} \varphi = 0 \dots \dots \dots (8)$$

где k момент инерции магнита относительно оси вращения. В гл. II, § 9 мы рассмотрели уравнение затухающих колебаний в виде

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2p \frac{d\varphi}{dt} + c^2 \varphi = 0 \dots \dots \dots (9)$$

и мы вывели следующие формулы, полагая $q = \sqrt{c^2 - p^2}$,

$$T = \frac{\pi}{c} \dots \dots \dots (9,a)$$

$$\tau = \frac{\pi}{q} = T \frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{\pi} \dots \dots \dots (9,b)$$

$$\lambda = \frac{\pi p}{q} \dots \dots \dots (9,c)$$

Последние две формулы дают

$$p = \frac{\lambda}{\tau} = \frac{\pi \lambda}{T \sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \dots \dots \dots (9,d)$$

(9,a) и (9,d) дают

$$\frac{p}{c^2} = \frac{\lambda T}{\pi \sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \dots \dots \dots (9,e)$$

Сравнивая (8) и (9), мы видим, что $p = \frac{D^2 M^2}{2Rk}$, $c^2 = \frac{(1+\beta)MH}{k}$.

Если вставить эти значения в (9,e), то момент инерции k сокращается, и мы получаем

$$R = \frac{D^2 M \pi \sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{2(1+\beta)\lambda HT} \dots \dots \dots (10)$$

Оставляем в стороне вопрос о разного рода поправках, которые должны быть введены в эту формулу. Здесь играют роль затухание, вызываемое воздухом, зависимость величин λ и D от φ , влияние температуры, влияние местных магнитных сил, влияние тока J на момент M . Зависимость λ от φ была теоретически определена Schering'ом и мною. Величина $M : H$ определяется по способу, который будет нами рассмотрен в этой же главе. Величина D может быть вычислена по геометрическим размерам мультипликатора. Таким способом пользовались Н. F. Weber (1878) и F. Kohlrausch (1874, 1882). Однако, удобнее определять D , пропуская один и тот же ток i через тщательно выверенный тангенс-гальванометр больших размеров и через мультипликатор, который, при этом, приходится шунтировать. Показания тангенс-гальванометра дают возможность определить i в абсолютных единицах, а затем, по отклонению магнита в мультипликаторе, и величину D . Этим способом производили абсолютное измерение сопротивления R , а затем и определение ома (сравнением R с эталоном единицы Сименса) Dorn (1882 и 1889), Wild (1884), Baille (1884) и F. Kohlrausch (1888).

IV. Способ Kirchhoff'a. Под этим названием принято соединять целый ряд более или менее отличающихся друг от друга способов, общую характеристику которых является та главная роль, которую играет в них индукция токов токами. Имеются две катушки A и B , с общою осью и поставленные, либо рядом, либо так, что одна из них расположена внутри другой. В простейшей форме мы имеем такую схему: через катушку A проходит постоянный ток i ; катушка B соединена с балластическим гальванометром G ; сопротивление R вторичной цепи, содержащей катушку B , требуется измерить в абсолютных единицах. Коэффициент взаимной индукции двух катушек обозначим через L . Если внезапно прервать ток i , то во вторичной цепи получается мгновенный индуктированный ток J (интегральный), величина которого может быть измерена на гальванометре G . Мы имеем $J = Li : R$, откуда

$$R = \frac{Li}{J} \dots \dots \dots (11)$$

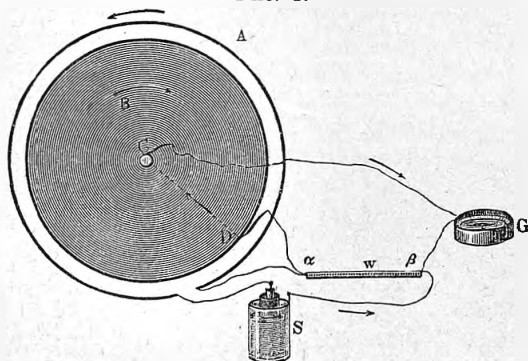
Этим способом пользовался впервые Rowland (1878); ток i измерялся тангенс-гальванометром, стрелка которого была насажена на острие, что, очевидно, неточно. Далее производили измерения F. Weber (1877, 1884), Glazebrook, Dodds и Sargent (1883, вместо размыкания, применялась перемена направления тока i), Mascart, de Nerville и Benoit (1884). Наконец Raiti (1884) и Himstedt (1886) существенно изменили этот способ. Ток i прерывался и замыкался n раз в секунду; через катушку B пропускались либо индуктированные токи размыкания, либо — замыкания, вследствие чего стрелка в G получала некоторое постоянное отклонение φ . Другое отклонение ψ получалось, когда некоторая доля ai тока i проходила через G . В этом случае $\varphi : \psi = n Li : aiR$, откуда

$$R = \frac{nLi\psi}{a\varphi} \dots \dots \dots (11, a)$$

Распределение двух цепей также существенно отличалось от выше описанного; мы не входим в эти детали.

V. Способ Lorenz'a. Основная идея этого способа может быть выяснена схематическим рис. 1. Медная, круглая пластинка B вращается с постоянною скоростью около горизонтальной оси, делая n оборотов в секунду. Она окружена неподвижною проволочною, узкою катушкою A , введенною в цепь одного, или нескольких элементов S . В эту же цепь введено то тело w , сопротивление R которого требуется измерить в абсолютных единицах. При вращении пластинки B , в ней индуцируются токи, имеющие радиальное направление. Между центром C и произвольною точкою D , лежащею на краю пластинки, действует электродвижущая сила, величина которой может быть вычислена по размерам катушки A и пластинки B . Положим, что она равна E эл.-магн. $C. G. S.$ единицам, когда сила тока в A равна единице, и когда пластинка B делает один оборот в секунду; когда сила тока в A равна J и число оборотов n ,

Рис. 1.



то электродвижущая сила индукции $E_n = nJE$. К точкам C и D приложены скользящие контакты, от которых идет ток к концам α и β тела w ; в полученную таким образом цепь включен чувствительный гальванометр G . Скорость вращения, т. е. число n , можно регулировать так, что в индукционной цепи ток исчезает, что и обнаруживается отсутствием отклонения в G . Понятно, что в этом случае разность потенциалов точек α и β , равная JR , должна уравниваться электродвижущей силой E_n ; таким образом мы получаем равенство $nJE = JR$, откуда

$$R = nE \dots \dots \dots (12)$$

Этим методом пользовался Lorenz впервые в 1873 г., а затем, с более совершенными приборами в 1885 г. Тело w представляло тщательно выверенную стеклянную трубку, наполненную ртутью, так что определялось сопротивление определенного ртутного столба в абсолютных единицах, а отсюда уже та длина L ртутного ома, о которой было сказано в § 2. Этим же способом пользовались Rayleigh и Mrs. Sidgwick (1883), Р. Э. Ленц (1884) Rowland, Kimball и Duncan (1884), Rowland (1887),

Duncan, Wilkes и Hutchinson (1889) и Jones (1890). Видоизменение этого способа предложил Rosa (1909).

VI. Способы Lippmann'a. Названный ученый предложил (1881, 1882) три различных способа, из которых один, почти одновременно, был предложен также и Carey Foster'ом. Рассмотрим лишь тот способ, который, действительно, служил для измерения ома (Wuilleumier, 1890). Через неподвижно установленную, длинную катушку проходит ток i ; в его цепи находится измеряемое сопротивление R , концы которого обозначим через A и B . Внутри катушки вращается проволоочное кольцо около оси, расположенной в плоскости поперечного сечения катушки; при каждом обращении это кольцо присоединяется к точкам A и B на весьма короткий промежуток времени, и притом когда электродвижущая E сила индукции в кольце имеет максимальное значение. Катушка состоит из одного слоя оборотов, число которых N на длине одного сантиметра. В таком случае $E = 4\pi Ni\omega F$, где ω угловая скорость вращения, F площадь, огибаемая оборотами кольца. Величину ω подбирают так, чтобы гальванометр, или капиллярный электрометр, введенный в индукционную цепь, не давал отклонения. В этом случае $E = Ri$, и, след.,

$$R = 4\pi NF\omega \dots \dots \dots (13)$$

VII. Другие способы, которых мы разбирать не будем, предлагали Brillouin (1883), Mengarini (1884), Joubert (1882), J. Fröhlich (1883) и F. Weber (1877). Заметим только, что калометрический метод последнего основан на измерении теплоты, выделяющейся при прохождении тока через исследуемый проводник.

§ 4. Эталоны сопротивления. В § 2 уже было упомянуто, что в Reichsanstalt (Шарлоттенбург) были изготовлены пять ртутных эталонов. Весьма подробные указания на способ их построения можно найти в работах Jaeger'a (1896), Jaeger'a и Kahle (1901), а также в работе Streckler'a (1885), относящейся к построению эталона ртутной единицы Сименса. Большую роль играют здесь выбор, очистка и калибрование стеклянной трубки, наполнение ее чистой ртутью, способ введения ее в цепь, измерение ее сопротивления в абсолютных единицах и вычисление той длины L , которая соответствует ому. Международные с'езды, о которых было сказано в § 2 дали некоторые указания и по этим вопросам. Так как вес ртутного столба, сопротивление которого равно международному ому (длина $L = 106,300$ см.), равен 14,4521 гр., то получается для сопротивления r одного только ртутного столба, длина которого l см. и вес p гр.

$$r = \frac{14,4521 C l^2}{(1063)^2 p} = 12,78982 \frac{C l^2}{p} \text{ ома. } \dots \dots \dots (14)$$

Здесь C множитель, мало отличающийся от единицы, зависящий от уклонения трубки от строгой цилиндричности. Способ вычисления C на основании результатов измерений, произведенных при калибровании трубки, можно найти в работе Jaeger'a (1896). Для пяти эталонов, изготовленных в Reichsanstalt, величина C колеблется между 1,001878 и 1,000021.

Когда ртутный столб введен в цепь, то к его концам присоединяются широкие сосуды, наполненные ртутью. Расходясь из сравнительно небольших отверстий трубок, ток встречает в обширной массе ртути некоторое сопротивление расхождения (Ausbreitungswiderstand, résistance d'épanouissement, end correction), которое обозначим через s . Вычисление величины s , напоминающее вычисление сопротивления бесконечного пространства, в котором расположены два шаровидные электрода (гл. III, § 5), было дано Maxwell'ом. Она равняется

$$s = \frac{a}{1063\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \text{ома} \dots \dots \dots (14, a)$$

Здесь r_1 и r_2 радиусы двух отверстий трубки, выраженные в миллиметрах; a постоянное число, которое по Maxwell'у лежит между 0,785 и 0,849. Rayleigh (1875) показал, что $a < 0,8242$ Benoit, Kohlrausch, Schrader, Glazebrook и Fitzpatrick и др. определяли величину a эмпирически, при чем получались числа между 0,789 и 0,805. В настоящее время общепринято число

$$a = 0,80 \dots \dots \dots (14, b)$$

Полное сопротивление R ртутного столба, введенного в цепь, равняется, см. (14) и (14, a),

$$R = r + s \dots \dots \dots (15)$$

Для эталонов Reichsanstalt величина s колеблется между 0,0007579 и 0,001219 ома. Кроме основных ртутных эталонов в прямых трубках, изготавливались вторичные ртутные эталоны в спирально свернутых трубках, а также в трубках U - или W -образных; их сопротивление определялось путем сравнения с основными эталонами.

На практике употребляются, главным образом, проволочные эталоны, которые могут состоять из одной проволоки (напр., нормальные эталоны ома, его кратных, или его частей), или из ряда проволок, которые помещены в одном ящике и могут быть введены в цепь отдельно, или в любой комбинации; это т. наз. магазины сопротивления, Каждая проволока, соответствующая определенному сопротивлению, обычно свертывается в виде катушки.

Для решения различных вопросов, касающихся наиболее целесообразного устройства проволочных эталонов, были произведены многочисленные и тщательные исследования, между прочим в Reichsanstalt.

Так как сопротивление металлов и сплавов, вообще говоря, довольно быстро увеличивается при повышении температуры, то ясно, что каждый эталон обладает указанным на нем сопротивлением лишь при определенной температуре, которая также должна быть указана, равно как и температурный коэффициент сопротивления.

Материал проволоки должен удовлетворять двум главным условиям: неизменности сопротивления с течением времени и, по возможности, малой зависимости его от температуры. Кроме того желательно, чтобы термо-электродвижущая сила, действующая при соприкосновении из-

бранного металла с медью, была по возможности мала, так как при введении эталона в цепь такие соприкосновения неизбежны. Прежде пользовались проволоками из нейзильбера, константана ($60 Cu + 40 Ni$), никкелина ($Ni + Zn$), патентниккеля ($75 Cu + 25 Ni$) и др. сплавов, которые, однако, не в достаточной степени удовлетворяли третьему из выше приведенных условий. В настоящее время получили весьма широкое распространение проволоки из манганина ($84 Cu + 12 Mn + 4 Ni$). Тщательные исследования Lindeck'a, Feussner'a, Jaeger'a, Raps'a, Wolf'a и др. показали, что этот сплав в высокой степени неизменчив с течением времени, обладает чрезвычайно малым температурным коэффициентом (от $+0,00001$ до $+0,00002$), не окисляется под влиянием шеллака, скипидара и т. под. веществ и дает весьма малую термо-электродвижущую силу при соприкосновении с медью ($1,5$ микровольт на 1°); кроме того, этот сплав отличается своей дешевизной.

Проволока должна быть изолированная; Burstall (1896) пользовался голой проволокой, погруженной в масло. Толщина проволоки должна быть выбрана так, чтобы ее сопротивление не менялось на заметную величину от нагревания при прохождении тока. В большинстве случаев пользуются проволокой с круглым сечением; но в некоторых случаях оказываются более целесообразными проводники в виде ленты.

Большое значение имеет способ намотки проволоки в катушку, особенно, если ее приходится вводить в цепь меняющегося тока, когда необходимо по возможности уменьшить самоиндукцию. Простейший способ заключается в том, что проволоку наматывают двойную, перегнувши ее по середине, или наматывая две проволоки и спаивая два конца, так что ток проходит чрез катушку по двум противоположным направлениям. Maxwell указал, что достигаются лучшие результаты, если пользоваться при этом проволокой не круглой, но в виде ленты. Chareron (1889) наматывает проволоку слоями, меняя направление намотки при каждом новом слое. Augton и Mather (1891) и Ohrlich (1909) пользуются (для сильных токов) проводниками в виде ленты. Paterson и Bayner (1909) построили эталоны из манганиновых труб, через которые протекает вода, при чем, благодаря особой конструкции приводов (медные трубы, обхватывающие манганиновые), самоиндукция почти уничтожена.

Эталон больших сопротивлений обладает значительною емкостью, что может приводить к ошибкам, когда приходится пользоваться переменными токами. Chareron (1889) и Ohrlich (1910) показали, каким образом следует наматывать проволоки, чтобы по возможности уменьшить эту ошибку.

Нормальные эталоны — единицы сопротивления, непосредственно сравненные с основными ртутными единицами, помещаются обыкновенно внутри деревянной или металлической коробки (рис. 2), из которой выступают горизонтальные, толстые металлические стержни, иногда снабженные на одних концах зажимными винтами, а на других вертикальными стерженьками для погружения в сосудики со ртутью; проволока, заключенная в коробке, имеет, при определенной темпе-

ратуре (обыкновенно 20° или $16,5^{\circ}$) сопротивление, равное, напр., одному ому.

Существует весьма большое число разнообразных приборов, служащих для введения в цепь сопротивлений, величину которых можно

менять скачками, наподобие разновесок при взвешивании (магазины, релостаты), или непрерывно (реохорды, агометры).

Магазины или ящики сопротивлений также бывают весьма различной конструкции. Типичный магазин, со штепселями, простейшей конструкции, изображен на рис. 3. Внутри деревянного ящика, закрытого со всех сторон, помещены катушки, концы проволоки которых присоединены к толстым стержням, соединенным с металлическими толстыми и короткими пластинами, расположенными на крышке ящика. В конусообразные промежутки между

пластинами могут быть вставлены штепселя; когда все штепселя вставлены, то они составляют непрерывную полосу, на концах которых находятся зажимные винты для введения магазина в цепь. Вынимая те или другие штепселя, мы вводим в цепь соответствующие им сопротивления,

Рис. 3.

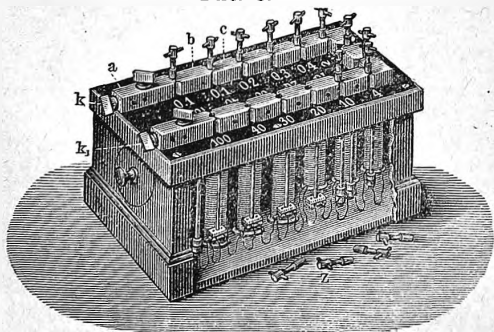
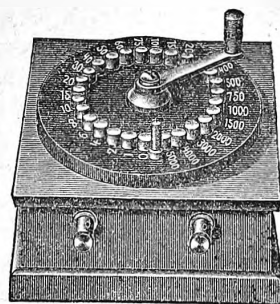


Рис. 4.



величины которых расположены, как величины разновесок, т. е., напр., в порядке: $0,1 - 0,2 - 0,2 - 0,5 - 1 - 2 - 2 - 5 - 10 - 20$ и т. д., или $0,1 - 0,1 - 0,2 - 0,5 - 1 - 1 - 2 - 5$ и т. д. Иногда употребляются т. наз. декады, содержащие по десяти равных сопротивлений $0,1 - 1 - 10$ и т. д. Устройство магазинов-мостов, содержащих три ветви моста Витстона (гл. III, § 5), мы рассмотрим ниже. На рис. 4 изображен ящик иного устройства: концы катушек присоединены к металлическим столбикам, расположенным по окружности. Радиальная пластинка, снаб-

женная, на нижней ее стороне, пружиной, плотно надавливающая на столбики, может быть поворачиваема при помощи рукоятки, при чем соответствующие катушки последовательно вводятся в цепь. Иногда ряд таких кругов помещается в одном ящике, при чем первый содержит 10 катушек по 1 ома, второй 10 по 10 омов и т. д. На рисунке 5 изображен открытый реостат, состоящий из ряда винтообразно свернутых голых проволок, которые последовательно вводятся в цепь вращением стержня, снабженного рукояткой *G* и пружиной, скользящей по металлическим стерженькам, к которым присоединены концы проволок.

Существуют различные приборы, при помощи которых можно вводить в цепь сопротивление, величина которого может быть изменена непре-

Рис. 5.

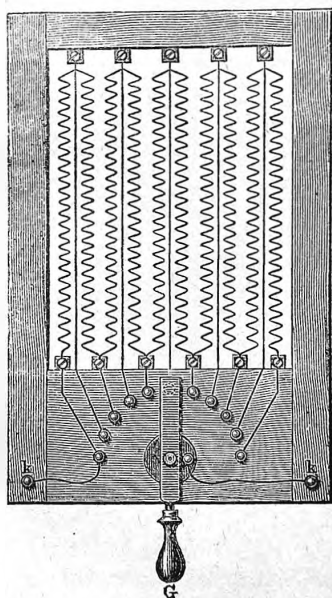


Рис. 6.

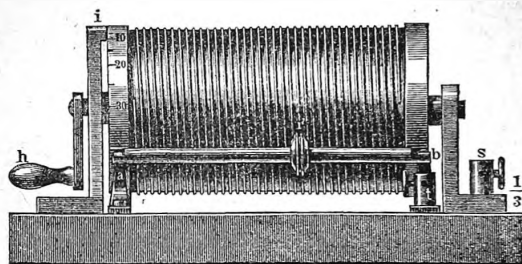
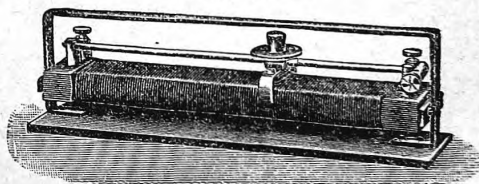


Рис. 7.

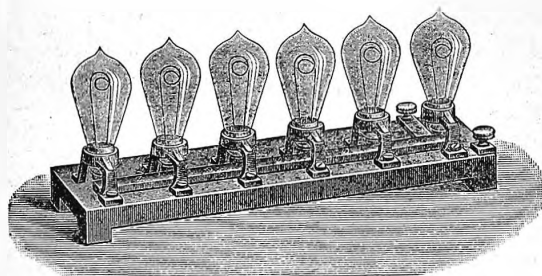


рывно. Существенною частью такого прибора является проволока, вдоль которой может перемещаться контакт; последний, а также один из концов проволоки вводятся в цепь. Часть проволоки между этим концом и контактом и определяет своею длиною введенное сопротивление. Сюда относятся реохорд Poggendorff'a, реостат (агометр) Jacobi и др. На рис. 6 изображен прибор Jacobi, которым и по ныне пользуются. На цилиндре из непроводящего материала (мрамор, фарфор) намотана проволока, один конец которой соединен с металлическою осью цилиндра. Вдоль стержня *ab* движется круглая пластинка *r*, снабженная желобком, обхватывающим проволоку. Ось соединена с зажимным винтом *s*, стержень *ab* с *t*. Если вращать рукоятку *h*, то *r* катится по проволоке и, в то же время, скользит вдоль стержня *ab*; в цепь введена часть проволоки между

b и *г*. В виду ненадежности контакта в *г*, этим прибором ныне пользуются только, когда имеют дело с разветвлением тока, которое происходит в *г*; в этом случае каждый из концов проволоки соединен с зажимным винтом, а кольцо *г* с третьим *t*. Сюда же относятся реостаты с передвижным контактом (Schieberwiderstand), которыми часто пользуются в электротехнике, и вообще в цепях, когда имеют дело с сильными токами. На рис. 7 изображен такой реостат: проволока намотана на четырехгранный стержень, вдоль которого перемещается скользящий контакт. Реостаты для сильных токов, обладающие малым коэффициентом самоиндукции построил Ohrlisch (1909), который всесторонне разработал и теорию таких приборов. Весьма часто пользуются реостатами, составленными из ряда лампочек накаливания (рис. 8); в них самоиндукция также весьма мала.

Müller, а также Якоби, построили реостаты, в которых переменное сопротивление определяется ртутным столбом, находящимся внутри

Рис. 8.



вертикальной стеклянной трубки, которая может быть опускаема до различной глубины в широкий сосуд со ртутью; прибор Якоби был исследован и описан мною после смерти этого ученого.

Весьма большие сопротивления можно получить, проводя черты графитом по матовому стеклу, эбониту и т. д.; две такие черты в 40 см. длины могут иметь сопротивление до сотни мегомов. Трубки, наполненные различными жидкостями, также могут служить для введения в цепь больших сопротивлений. Hittorf рекомендует раствор одной части CdJ_2 на 10 частей амилового алкоголя между электродами из кадмевой амальгамы. Раствор цинкового купороса и цинковая амальгама также оказываются довольно удобными. Nernst пользовался раствором 181 гр. маннита и 62 гр. борной кислоты в $1\frac{1}{2}$ литрах воды. E. Voigt (1903) пользовался при измерениях весьма больших сопротивлений, сопротивлениями из дерева (клен); стержни, толщиной 7 мм., окружались маскою из 2 частей парафина и 1 части воска.

Магазины, реостаты и т. д. должны быть тщательно калиброваны. Подробное изложение методов калибровки отдельных проволок, а также магазинов можно найти, напр., в книге: Heydweiller, Hilfsbuch für die Ausführung elektrischer Messungen, Leipzig, 1892, стр. 129—136 и в других книгах, трагующих об электрических измерениях. Методы ка-

либрирования проволок дали Strouhal и Barus (1880), Giese (1880), Carey Foster (1885), Ascoli (1885), Heerwagen (1889), G. Wiedemann (1891) и др. Метод калибрования магазинов особой конструкции был дан мною (1885).

§ 5. Главнейшие способы измерения сопротивлений. Существует весьма большое число способов измерения, или, что в сущности одно и то же, сравнения сопротивлений. Выбор способа зависит, в каждом частном случае, от вещества тела, сопротивление которого требуется определить, от величины этого сопротивления, от степени точности, которую желательно достигнуть, и, в конце концов, от тех приборов которые имеются в распоряжении производящего измерение. В книгах, посвященных физическим измерениям, можно найти подробные указания всевозможных деталей, относящихся к выполнению измерений по различным способам. Само собою разумеется, что всякий, намеревающийся приступить к измерению сопротивления, и желающий познакомиться с деталями выбранного им способа, обратится к одному из упомянутых специальных сочинений, а не к общему курсу физики. Поэтому мы здесь ограничимся изложением научных основ немногих главнейших методов, выбирая те, которыми в настоящее время фактически наиболее часто пользуются; о других способах упомянем лишь вкратце.

Измерение сопротивлений почти всегда сводится к сравнению неизвестного сопротивления x с сопротивлением R некоторых частей магазина, или, в редких случаях, проволоки, предварительно прокалиброванной.

I. Существуют многочисленные способы, при которых приходится измерять силу тока, следя за ее изменениями, или приводя ее к одному и тому же значению. Все эти способы мало надежны, так как они предполагают, что действующая в цепи электродвижущая сила, а также сопротивления всех других частей (напр., от изменения температуры) не меняются во время производства измерения. Сюда относится способ простого замещения: цепь содержит, между прочим, гальванометр G , сопротивление x и реостат A . Замечают силу тока J , выключают x и вводят в реостате такое сопротивление R , чтобы гальванометр показывал прежнюю силу тока J ; ясно, что $x = R$. В цепи можно сделать разветвление, и поместить G в одну ветвь, x и A в другую. Сюда же относится старинный способ Horsford'a измерения сопротивления жидкостей, которые наливаются в прямоугольный большой сосуд и вводятся в цепь при помощи двух больших электродов, помещаемых на концах сосуда. Когда ток J перестал меняться, т. е. поляризация приняла максимальное значение, перемещают один из электродов по направлению к другому, и вводят такое сопротивление R , чтобы ток J принял прежнее значение. Тогда R равно сопротивлению столба жидкости, длина которого равна перемещению электрода.

II. Ряд методов основан на измерении падения потенциала вдоль измеряемого сопротивления x . Испытуемый проводник, концы которого мы обозначим через A и B , вводится в цепь тока J . К точ-

кам A и B присоединяется боковое ответвление, в которое вводится амперметр, или вольтметр, или электрометр. Положим, что введен амперметр, что сопротивление ответвления равно r и что амперметр показывает силу i . В этом случае падение потенциала вдоль x равно $x(J - i)$, ибо через x проходит ток $J - i$; это же падение равно ri ; отсюда $x = ri : (J - i)$. Когда введен вольтметр или электрометр, обнаруживающие разность потенциалов e между точками A и B , то $e = xJ$, откуда $x = e : J$.

Удобнее ввести в цепь тока J последовательно сопротивление x и некоторое постоянное сопротивление R или реостат, сопротивление R которого можно менять. Боковое ответвление можно попеременно присоединять к концам x и к концам R . Если введен реостат, то его сопротивление R подбирают так, чтобы прибор, включенный в боковую цепь (амперметр, вольтметр или электрометр) давал одинаковые показания при двух положениях этой цепи. Если же R неизменное сопротивление, и если введен амперметр, обнаруживающий ток i , когда ответвление присоединено к концам x , и ток i_1 , когда оно присоединено к концам R , то в этом случае имеем $(J - i)x = ri$ и $(J - i_1)R = ri_1$. Исключая отсюда J , получаем выражение, которое, при достаточно большом r , можно написать в виде

$$\frac{x}{R} = \frac{i}{i_1} \left\{ 1 + \frac{R(i - i_1)}{ri_1} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

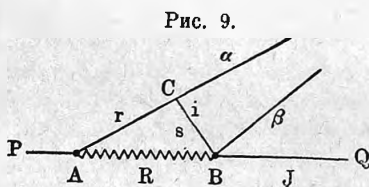
Когда r весьма велико сравнительно с x и R , то имеем

$$\frac{x}{R} = \frac{i}{i_1} \dots \dots \dots (16, a)$$

Если в боковой цепи введен вольтметр или электрометр, дающие показания e и e_1 , то

$$\frac{x}{R} = \frac{e}{e_1} \dots \dots \dots (16, b)$$

Мы познакомимся ниже еще с другим способом сравнения сопротивлений x и R , введенных последовательно в одну и ту же цепь,



при помощи боковых ответвлений, идущих от концов сопротивлений x и R . Во всех подобных случаях может оказать большие услуги остроумный метод Rayleigh'a (1883), если сопротивление x чрезвычайно мало (напр. 0,01 ома и меньше), между тем как R величина средняя (напр. 1 ом). Пусть PQ (рис. 9) та цепь, в которой течет ток J ; A и B концы сопротивления R , которое следует сравнить с малым сопротивлением x , введенным в ту же цепь PQ . Пусть α и β проволоки боковой цепи, в которую включен электрометр или вольтметр и пусть r большое, s малое сопротивление. Если бы концы проволок α и β были приложены к точкам A и B , то в боковой цепи действовала бы электродвижущая сила $E = RJ$. Когда

введено ответвление ACB , то в нем возникает ток $i = RJ : (R + r + s)$, а между точками C и B разность потенциалов $e = si$. Отсюда

$$e = \frac{s}{R + r + s} E.$$

Если, напр., $R = 1$, $s = 1$ и $r = 98$, то $e = 0,01 E$, т. е. результат тот же, как еслибы, вместо R , было введено $0,01 R$, что практически выполнить, с надлежащею точностью, было бы весьма трудно.

III. Другой ряд методов основан на применении дифференциального гальванометра, т. е. такого гальванометра, обмотка которого состоит, либо из двух отдельных катушек, либо из двух рядом намотанных проволок; во всяком случае имеются две обмотки, через которые два тока пропускаются в таких направлениях, чтобы они давали противоположно направленные действия на магнитную стрелку. Пользуются всегда „нулевым методом“, при котором эти действия равны, и магнитная стрелка остается в покое. Если допустить, что обе обмотки совершенно одинаковы, то можно ввести их в две параллельные ветви какой-либо цепи, одна из которых содержит реостат, при помощи которого приводят отклонение в гальванометре к нулю. Затем вводят сопротивление x в другую ветвь, а в реостат такое сопротивление, чтобы магнитная стрелка опять оставалась в покое. Этим способом пользовался Е. Весквел (1846). Siemens (1867) и Maiche (1865) построили удобные приборы, в которых две отдельные катушки помещались на некотором расстоянии друг от друга. Магнитная стрелка, прикрепленная к подвижному стрежню, расположенному вдоль общей оси катушек, помещается в таком положении, чтобы она не отклонялась при введении катушек в два параллельные разветвления цепи. Этот прибор служит для сравнения двух сопротивлений, которые должны быть равны между собою. Когда они введены в ветви цепи, то приходится немного передвинуть стрежень со стрелкою, чтобы вновь получить отсутствие отклонения стрелки. По величине передвижения стержня, которое может быть измерено весьма точно, судят, на основании предварительных, эмпирических определений, о разности сравниваемых сопротивлений.

Положим, что сопротивления r_1 и r_2 двух параллельных ветвей (катушек и проводов) не равны между собою, и что стрелка остается в покое при равенстве сил токов в катушках. В этом случае вводят x в одну ветвь и такое сопротивление R_1 в другую, чтобы стрелка не отклонялась. Затем переводят x и реостат, при помощи коммутатора, из одной ветви в другую, и пусть R_2 сопротивление реостата, дающее отклонение нуль. Равенство токов возможно только при равенстве сопротивлений двух ветвей. Это дает $r_1 + x = r_2 + R_1$ и $r_2 + x = r_1 + R_2$; отсюда $x = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$.

Гораздо удобнее вводить сопротивления x и R (реостат) последовательно в какую-либо цепь PQ (рис. 10), как в методах II. Пусть M и N символически обозначают две обмотки дифференциального гальванометра; их соединяют с концами A , B , C и D сопротивлений x и R , так,

чтобы токи в M и N имели противоположные направления (метод Neaviside'a, 1873); катушки M и N установлены на равенство токов. Если и их сопротивления r_1 и r_2 равны, то имеем просто $x = R$. В случае неравных, но известных r_1 и r_2 , мы имеем, очевидно,

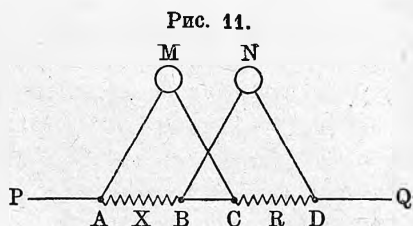
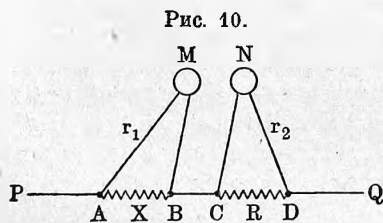
$$x : R = r_1 : r_2.$$

В случае весьма малого x можно воспользоваться способом Rayleigh'a (рис. 9) или следующим способом, предложенным Kirchhoffом (1880). В боковую ветвь CND (рис. 10) вводится такое добавочное сопротивление, чтобы стрелка не отклонялась; затем вводится в ветвь AMB некоторое добавочное сопротивление R_1 , которое уравнивается добавочным сопротивлением R_2 в ветви CND . Токи в ветвях равны, когда их сопротивления относятся, как $x : R$. Из пропорций $x : R = r_1 : r_2$ и $x : R = (r_1 + R_1) : (r_2 + R_2)$ получается

$$x : R = R_1 : R_2.$$

Strecker (1885) подробно исследовал и усовершенствовал этот способ.

Значительные преимущества имеет способ F. Kohlrausch'a (1883) перехватывающего ответвления (Uebergreifender Nebenschluss), схематически изображенный на рис. 11. Пусть R то сопротивление между C и D , при котором отклонение равно нулю. При помощи коммутатора переставляют боковые ветви так, чтобы концы проводов, бывшие в B и C , соответственно перешли бы в D и A , и наоборот; это то же самое, как еслибы мы источник тока, находившийся в цепи PQ где-нибудь вне отрезка



AD , перенесли в произвольную точку отрезка BC . Пусть теперь сопротивление R_1 между C и D дает отклонение нуль. Вычисление, которого мы не приводим, показывает, что в этом случае

$$x = \frac{1}{2}(R_1 + R_2).$$

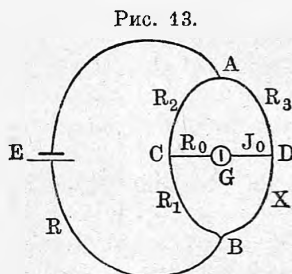
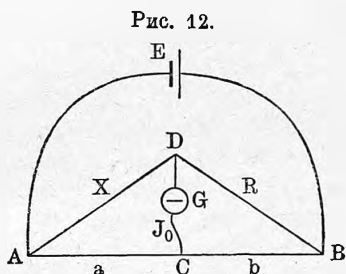
Jaeger (1904) весьма обстоятельно исследовал этот способ.

IV. Метод моста Витстона (Wheatstone, 1843); по этому методу производится, в настоящее время, большинство текущих измерений; его можно назвать наиболее общеупотребительным. Схема моста была нами рассмотрена в гл. III, § 5; она изображена на рис. 12. Источник тока есть E ; AC , AD , BC и BD ветви моста; CD мост, содержащий чувствительный

гальванометр G , или телефон, когда в E находится источник переменного тока. Мы видели, что ток J_0 в мосте исчезает, когда сопротивления ветвей составляют геометрическую пропорцию. Прибор G и источник тока E могут обмениваться местами, без нарушения условия $J_0 = 0$. Пусть x , измеряемое сопротивление, введено в ветвь BD ; R_1, R_2 и R_3 проводники (реостаты), сопротивления которых можно менять, пока не получится $J_0 = 0$. Тогда искомое x дается пропорцией

$$x : R_3 = R_1 : R_2 \dots \dots \dots (17)$$

Большое удобства представляет замена двух соседних ветвей AC и CB одной прямою проволокою, вдоль которой может скользить конец C моста CD ; схема для этого случая изображена на рис. 13. AB проволока из платины, нейзильбера, никкелина или манганина; она натянута над



шкалою, дающею возможность с точностью определить то положение скользящего контакта, при котором $J_c = 0$; проволока должна быть тщательно прокалибрована. Длины отрезков CA и CB обозначим через a и b . Измеряемое сопротивление x вводится в ветвь AD , а в ветвь DB сопротивление R , по возможности близкое к x , которое определится из пропорции

$$x : R = a : b \dots \dots \dots (18)$$

Если вся длина проволоки L и она не снабжена двумя шкалами, нули которых находятся на ее двух концах, то имеем

$$x : R = a : (L - a) \dots \dots \dots (18, a)$$

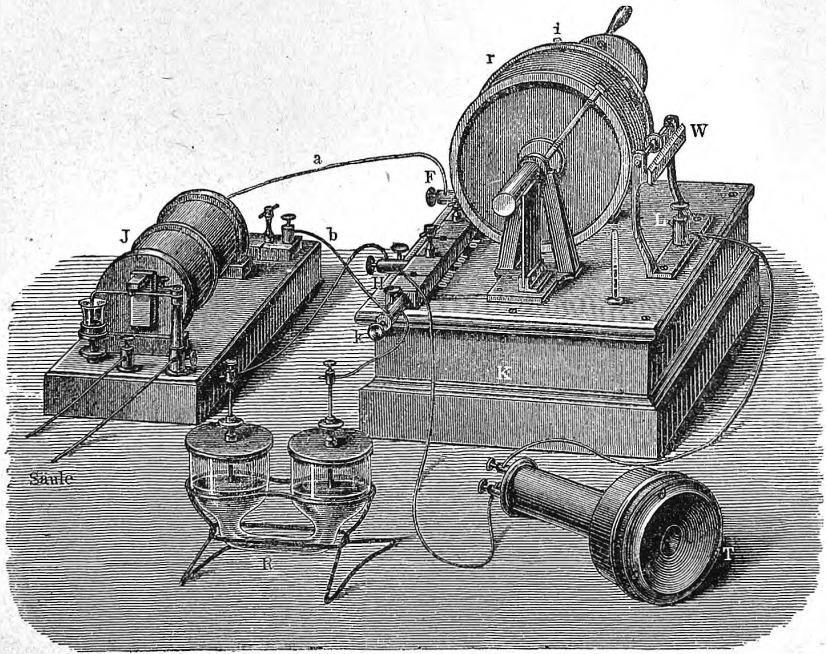
Можно и не знать всей длины L ; переставив при помощи коммутатора ветви x и R , получаем при второй установке $R : x = a_1 : (L - a_1)$. Ясно, что $L = a + a_1$ и $x : R = a : a_1$. Так как $2a = L + (a - a_1)$ и $2a_1 = L - (a - a_1)$, то можно написать

$$x : R = (L + d) : (L - d) \dots \dots \dots (18, b)$$

где $d = a - a_1$ равно перемещению контакта C при перестановке x и R . Величина L раз на всегда определяется введением вместо x известных по величине сопротивлений (Slotte, 1882). Гальванометр G можно также присоединить к концам A и B прямой проволоки, а источник тока между D и скользящим контактом C .

Вместо прямой проволоки, можно воспользоваться реостатом Якоби (рис. 6), при чем колесико заменяет контакт *C*. На рис. 14 изображен прибор Ф. Kohlrausch'a для сравнения сопротивлений электролитов. Весьма подробное описание всех деталей измерений при помощи этого прибора можно найти в книге: F. Kohlrausch и L. Holborn, *Das Leitvermögen der Elektrolyte*, Leipzig, 1898. Десять оборотов проволоки навиты на цилиндр из мрамора, эбонита или другого непроводящего вещества; ее концы соединены металлически с зажимными винтами *k* и *F*, соответствующими точкам *A* и *B* на рис. 12. К этим винтам присоединены проволоки *a* и *b*, идущие от маленькой индукционной катушки *J*, служащей

Рис. 14.

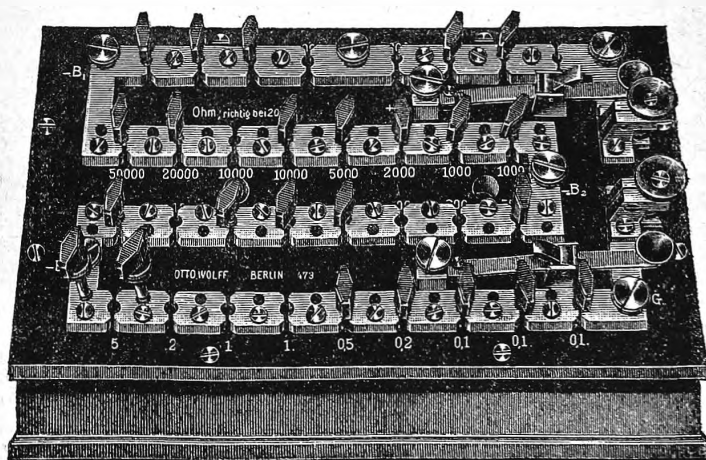


источником тока (ток постоянного направления вызывал бы поляризацию в электролите). Точка касания подвижного колесика с проволокою соответствует точке *C* на рис. 12. Положение этой точки определяется шкалою *W* (полные обороты цилиндра) и неподвижным указателем *i*, мимо которого вращается разделенный на 100 частей круг, насаженный на основание цилиндра; колесико соединено с винтом *L*. Внутри ящика *K* находятся сопротивления в 10, 100 и 1000 омов, концы которых соединены с латунными пластинками, расположенными между винтами *H* и *F*; вынимая соответствующий штепсель, мы вводим одно из этих сопротивлений между *H* и *F*. Сосуд *R* содержит испытуемую жидкость; в него опущены два платинированные электрода, соединенные с винтами *k* и *H*; винт *H* соответствует точке *D* на рис. 12. Между *H* и *L* (колесико) введен телефон *T*.

Вращая цилиндр при помощи рукоятки, подыскивают такое положение колесика, при котором не слышно звука в T . Тогда искомое сопротивление x в сосуде R относится к сопротивлению, введенному между H и F , как длины двух частей проволоки на цилиндре. Чтобы определить удельное сопротивление жидкости, мы должны предварительно налить в сосуд R одну из жидкостей, для которых удельное сопротивление уже известно. Таковыми могут служить различные, указанные Ф. Kohlrausch'ом растворы серной кислоты, серномагниевой соли, $NaCl$, KCl и гипса. Wien (1891) предложил пользоваться телефоном, в котором колебания пластинки передаются зеркальцу, от которого отражается луч к объективу зрительной трубы (оптический телефон). Можно заменить телефон еще вибрационным гальванометром Rubens'a (1898). Сосуд R может быть заменен сосудами иной формы.

Пользуясь способом моста, мы должны иметь в нашем распоряжении три сопротивления R_1 , R_2 , R_3 (рис. 12), которые могут быть изменены в широких пределах, в зависимости от величины x измеряемого сопротивления. Для этой цели были построены весьма многочисленные и разнообразные магазины-мосты, представляющие, вообще говоря, как бы комбинации трех магазинов; к ним непосредственно присоединяются измеряемое сопротивление x , концы цепи, содержащей источник тока, и концы проводников, идущих от гальванометра, т. е. концы моста, так что все части

Рис. 15.



распределяются соответственно схеме моста. Ограничиваемся одним примером моста, изображенного на рис. 15. Здесь видны в верхнем ряду, начиная от середины, две ветви, содержащие, каждая, 1,10 и 100 омов, и соответствующие сопротивлениям R_1 и R_2 на рис. 12. Затем имеется, расположенный в три ряда зигзагом, ряд сопротивлений от 0,1 до 50000 омов, соответствующий сопротивлению R_3 на рис. 12; ему можно придать всякое значение между 0,1 и 100000 омов. Четвертая ветвь, т. е. измеряемое со-

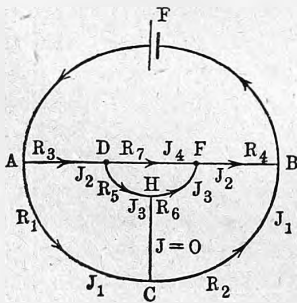
противление, включается между двумя большими винтами, которые видны с правой стороны. Гальванометр, т. е. мост, присоединяется к среднему винту верхнего ряда и к винту G в правом углу нижнего ряда; наконец, проволоки, идущие от источника тока, проводятся к двум винтам, расположенным на концах верхнего ряда. Многочисленные другие магазинные мы не рассматриваем, равно как и разнообразные т. наз. универсальные приборы, служащие для измерения сопротивлений и электродвижущих сил. Необходимые об них сведения можно найти в специальных сочинениях, к которым, несомненно, обратится каждый, кто приступает к работе с одним из этих приборов.

Существует большое число теоретических исследований о мосте Витстона и об условиях его наилучшей конструкции, т. е., прежде всего, его наибольшей чувствительности, при которой возможно малое относительное изменение сопротивления R_3 (рис. 12) вызвало бы появление возможно сильного тока J_0 в мосте. Выражение для J_0 в зависимости от шести сопротивлений R, R_0 и R_1 до R_4 внешней цепи, моста и четырех ветвей было нами выведено в гл. III, § 5, формула (32b). Теоретические исследования этого вопроса дали Maxwell, Heaviside (1873), Gray (1888), Lohfeld (1891), Rayleigh (1891), Levy (1893), Schuster (1895), Armagnac (1897), Child и Stewart (1897), Crehore и Squier (1897) и др. Органичиваемся одним указанием: если $R_4 = x$ приблизительно известно, R и R_0 даны, то наибольшая чувствительность получается, если (см. рис. 12)

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \sqrt{R_0 x \frac{R+x}{R_0+x}}, & R_3 &= \sqrt{R x \frac{R_0+x}{R+x}} \\ R_2 &= \sqrt{R R_0} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

Если R_0 и R также могут быть выбраны произвольно, то наибольшая чувствительность получается при равенстве всех шести сопротивлений.

Рис. 16.



Для измерения весьма малых сопротивлений может служить способ Rayleigh'a, который нами уже был указан выше (рис. 9). Наиболее часто пользуются, однако, мостом Томсона (Лорда Кельвина), который был рассмотрен в гл. III, § 5; схематический рисунок его мы здесь (рис. 16) воспроизводим. Мы видели, что если в мосте CH ток $J = 0$, и если из трех отношений $R_1 : R_2, R_3 : R_4$ и $R_5 : R_6$ два равны между собою, то и третье им равно. Практически устраивают мост так,

чтобы было $R_1 = R_5$ и $R_2 = R_6$; тогда при $J = 0$

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_5}{R_6} \dots \dots \dots (19, a)$$

Далее делают R_1 большим сравнительно с R_2 ; между F и B помещается испытуемое сопротивление, так что $R_4 = x$; между A и D вводится

толстая, тщательно калиброванная проволока, снабженная шкалою. Конец D проволоки HD скользит вдоль R_3 и устанавливается так, чтобы получилось $J = 0$. Тогда $x : R_3 = R_2 : R_1$ дает искомое x . Видоизменение этого моста указали Reeves (1896) и Appleyard (1896). Обстоятельное теоретическое и опытное исследование моста произвели Jaeger, Lindeck и Diesselhorst (1903). Мы видели, при каких условиях $J = 0$, если при этом равенство отношений $R_1 : R_2$ и $R_5 : R_6$ не соблюдено (гл. III, § 5). Названные ученые исследовали поправки, которые необходимо ввести в пропорцию $x : R_3 = R_2 : R_1$, когда отношения $R_1 : R_2$ и $R_5 : R_6$ отличаются друг от друга на малую величину. На устройстве магазинов, соответствующих мосту Томсона, мы не останавливаемся. Matthiessen и Noskin, а также Foster дали другие схемы для измерения малых сопротивлений.

V. Различные способы измерения сопротивлений. Из многочисленных других способов рассмотрим вкратце немногие.

Способ затухающих колебаний заключается в следующем. Внутри мультипликатора колеблется магнит; пусть λ' логарифмический декремент при разомкнутом мультипликаторе, когда затухание вызывается только сопротивлением воздуха. Когда мультипликатор, сопротивление которого R_0 , коротко замкнут, то получается декремент λ_0 ; когда он замкнут известным нам сопротивлением R , то декремент λ_1 , а когда он замкнут измеряемым сопротивлением x , то декремент λ . Величины $\lambda_0 - \lambda'$, $\lambda_1 - \lambda'$ и $\lambda - \lambda'$ обратно пропорциональны сопротивлениям цепи R_0 , $R_0 + R$ и $R_0 + x$. Отсюда легко получается

$$x = R_1 \frac{(\lambda_0 - \lambda)(\lambda_1 - \lambda')}{(\lambda_0 - \lambda_1)(\lambda - \lambda')} \dots \dots \dots (20)$$

При больших λ_0 , λ_1 и λ следует, вместо них, брать величины $\lambda_0 - 0,269 \lambda_0^3$ и т. д. или, с достаточною точностью, $\lambda_0 - \frac{1}{4} \lambda^3$ и т. д. Теоретически экспериментально исследовали этот способ F. Kohlrausch (1871) и Dorn (1882); изменения его предлагали Maughofer (1890) и R. H. Weber (1899).

Индукционные весы Hughes'a (1879) также могут служить для измерения сопротивлений, как показали работы Lodge'a (1880), Rayleigh'a (1880), Oberbeck'a и Bergmann'a (1887, 1891), Elsas'a (1888, 1891) и M. Wien'a (1893).

Существуют разные способы для измерения больших сопротивлений, напр., дурных проводников. Простейший способ заключается в пропускании тока J , измеряемого амперметром, через испытуемое сопротивление, и определении разности потенциалов E двух его точек при помощи вольтметра; тогда $x = E : J$.

Весьма интересным представляется способ Siemens'a (1860) разряда конденсатора. Конденсатор, соединенный с электрометром заряжается и затем разряжается через тело, сопротивление x которого требуется определить. В частном случае это тело может быть помещено в виде пластинки между пластинками плоского конденсатора. Пусть q емкость конденсатора, и положим, что потенциал конденсатора упал

в течение времени $t_2 - t_1$ от V_1 до V_2 . Пусть V и t переменные значения потенциала и времени. Тогда за время dt мы имеем ток $V : x$ и протекшее количество электричества $Vdt : x$; оно вызовет изменение потенциала $dV = Vdt : xq$. Интегрируя это уравнение, получаем.

$$x = \frac{t_2 - t_1}{q (I_g V_1 - I_g V_2)} \dots \dots \dots (21)$$

Fuchs (1873), Lippmann (1876), Klemenčič (1886), Cardew (1892), Rood (1900) предложили различные вариации этого способа.

Большую роль играет в телеграфном деле измерение сопротивления т. наз. изоляции кабелей, далее изоляции установок машин, цепей тока и т. д., но мы здесь не входим в рассмотрение применяемых при этом способов и инструментов (омметров).

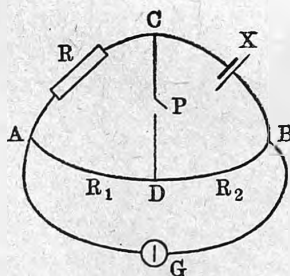
Большой интерес представляет способ, которым пользовался J. Curie (1889) в своих работах над проводимостью кристаллов. Кристаллическая пластинка покрывается с обеих сторон слоем серебра, который и заряжается; одна сторона соединена с землею, другая с одной парой квадрантов электрометра, вторая пара соединена с землею; стрелка заряжена батареей. Первая пара квадрантов соединена еще с кварцевым пьезо-электрометром, заряд которого приводит стрелку к нулю. Падение потенциала $V_1 - V_2$ определяется тем грузом, который при этом необходимо прибавить или отнять от пьезоэлектрометра.

Сопротивление обмотки гальванометра, понятно, может быть определено любым из выше рассмотренных способов, при чем самый прибор может служить для измерения проходящего через него тока. На этом основаны некоторые вариации описанных способов, но мы на них не останавливаемся, так как в них ничего существенно нового не содержится.

Измерение внутреннего сопротивления элементов играло большую роль, когда элементы представляли почти единственный источник тока, которым пользовались на практике. Тогда и был разработан целый ряд способов измерения их внутреннего сопротивления. В настоящее время элементами почти не пользуются; их заменили динамомашины и аккумуляторы, весьма малым внутренним сопротивлением которых часто можно пренебречь. Простой способ измерения сопротивления x элемента заключается в том, что элемент замыкают вольтметром и амперметром (параллельно), при чем в цепь второго включено какое-либо сопротивление. Положим, что при разомкнутой цепи амперметра вольтметр указывает электродвижущую силу e , при замкнутой же цепи мы отсчитываем на вольтметре e' , на амперметре J . Тогда $x = (e - e') : J$.

Из других способов представляет интерес способ Мансе'а (рис. 17). Элемент вводится в одну из ветвей CB моста Витстона; между A и B вводится гальванометр, между C и D замыкатель P . Если остальные сопротивления

Рис. 17.



подобраны так, что замыкание в P не меняет силы тока в AB , то x получается из пропорции $x : R = R_2 : R_1$. Это явствует из общей схемы Fröhlich'a, рассмотренной в гл. III, § 5. Lodge, Guglielmo, Золотарев (1882) и др. видоизменяли этот способ.

Из других способов следует еще упомянуть о способе Nernst'a и Naagn'a (1896), которого, однако, не рассматриваем.

В заключение статьи об измерении сопротивлений укажем на важные исследования Schuster'a (1895), Jaeger'a (1906) и Smith'a (1906), которые теоретически и экспериментально сравнили чувствительности различных способов.

§ 6. Некоторые результаты исследования проводимости. Чистые металлы. Обращаясь к изложению некоторых, более интересных результатов, полученных при исследовании проводимости различных веществ. Мы, при этом, ограничиваемся проводниками первого класса, т. е. не-электролитами, так как проводимость электролитов уже была нами рассмотрена в гл. V, § 3.

Мы встретимся здесь с двумя вопросами: зависимость проводимости от вещества проводника, и зависимость той же величины, для данного вещества, от внешних условий, к которым мы причисляем температуру, освещение, механические воздействия, магнитное поле и т. д.

В гл. I, § 2 части I этого тома уже было указано на обычное деление тел, точнее — веществ, на проводники и непроводники или диэлектрики, и там же были перечислены некоторые представители той и другой группы. Не повторяя и не расширяя этого перечисления, добавим только, что резкой границы между проводниками и диэлектриками, конечно, не существует. Многие вещества обнаруживают свойства промежуточные; их называют полупроводниками, дурными проводниками и т. под. Мы, вообще, будем предполагать, что вещество находится в виде сплошной массы. О проводимости порошков (кожерер) мы скажем немного, и совсем не будем рассматривать вопроса о проводимости совокупности двух однородных, или разнородных тел, поверхности которых не плотно соприкасаются (микрофон).

Кроме электрического сопротивления, принято рассматривать также и обратную ему величину, электропроводность или электрическую проводимость. Пусть r сопротивление, $s = 1 : r$ проводимость проволоки, длина которой l и площадь поперечного сечения q ; тогда

$$r = \rho \frac{l}{q}, \quad s = \sigma \frac{q}{l} \dots \dots \dots (22)$$

где ρ и σ называются удельным сопротивлением и удельною проводимостью; они численно равны сопротивлению или проводимости проволоки, для которой $l = 1$ и $q = 1$. Сопротивление r мы выражаем в омах, а проводимость s в обратных омах (ом^{-1}). Было предложено дать обратному ому, т. е. проводимости тела, сопротивление которого один ом, название „мо“ (обращенное слово ом), но оно не вошло в употребление. Мы видели в гл. III, § 3, что в эл.-магнитной системе сопротивление r имеет размер

$L : T$, а след., проводимость s размер $T : L$. Формулы (22) дают размеры

$$[\rho] = L^2 T^{-1}, \quad [\sigma] = L^{-2} T. \quad (23)$$

Иногда принимают величины ρ_0 и σ_0 , относящиеся к ртути при 0° , равными единице; получаемые при этом численные величины обозначим через ρ' и σ' , так что

$$\rho' = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \sigma' = \frac{\sigma}{\sigma_0}. \quad (24)$$

Понятно, что ρ' и σ' нулевого размера. В настоящее время принято относить ρ и σ к телу, для которого $l = 1$ и $q = 1$, при чем l и q выражены в соответствующих единицах, а именно $l = 1$ см. $q = 1$ см.²; это значит, что ρ и σ измеряются сопротивлением или проводимостью кубического сантиметра вещества. Чаще всего измеряют это сопротивление в омах, так что единицею удельного сопротивления обладает вещество, кубический сантиметр которого имеет один ом сопротивления. Эту единицу обозначают „ом-см.“; соответствующая единица удельной проводимости будет (ом-см.)⁻¹ или (мо : см.). Единицею удельных сопротивлений и проводимости обладает вещество, один куб. сантиметр которого имеет сопротивление, равное одному ому. Для ртути (ρ_0 , и σ_0) имеем

$$\rho_0 \frac{106,3}{10^{-2}} = 1 \text{ ом};$$

отсюда

$$\rho_0 = \frac{1}{10630} \text{ ом-см.}; \quad \sigma_0 = 10630 \text{ (ом-см.)}^{-1} = 10630 \frac{\text{МО}}{\text{СМ}}. \quad (24, a)$$

Для произвольного вещества:

$$\rho = \frac{\rho'}{10630} \text{ ом-см.}; \quad \sigma = 10630 \sigma' \text{ (ом-см.)}^{-1} = 10630 \sigma' \frac{\text{МО}}{\text{СМ}}. \quad (24, b)$$

Если ρ и σ выражать в *C. G. S.* единицах, то эти числа помножаются на 10^9 и 10^{-9} , так что получается

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &= \frac{10^5 \text{ см}^2}{1,063 \text{ сек}}, & \sigma_0 &= 1,063 \cdot 10^{-5} \frac{\text{сек}}{\text{см}^2} \\ \rho &= \frac{10^5 \rho' \text{ см}^2}{1,063 \text{ сек}}, & \sigma &= 1,063 \cdot 10^{-5} \sigma' \frac{\text{сек}}{\text{см}^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24, c)$$

Иногда помещают в таблицах длину L в метрах проволоки, для которой $q = 1$ мм² и $r = 1$ ому. Ясно, что

$$L = \frac{1,063}{\rho'} \text{ метров.} \dots \dots \dots (24, d)$$

Практически удобно помещать в таблицах сопротивление R проволоки, для которой $l = 1$ м. и $q = 1$ мм.²; очевидно, $RL = 1$, так что

$$R = \frac{\rho'}{1,063} \text{ омов.} \dots \dots \dots (24, e)$$

С повышением температуры t сопротивление ρ большинства неэлектролитов растет. Эмпирически, обыкновенно, выражают зависимость

ρ от t формулами вида

$$\rho = \rho_0(1 + at + bt^2 + ct^3 + \dots) \dots \dots \dots (25)$$

где ρ_0 относится к 0° и $a, b, c \dots$ постоянные коэффициенты. Существуют, однако, и теоретически обоснованные формулы, о которых будет сказано ниже. На влиянии температуры на сопротивление основано устройство болометра (т. II).

Существует громадное число исследований по вопросу о проводимости; мы выберем из них результаты, представляющие особый интерес, или отличающиеся хотя бы сколько-нибудь общим характером. Таблиц числовых величин проводимостей мы не приводим; их можно найти, напр., в известных таблицах Landolt-Börnstein-Meyerhoffer'a, изд. 3-ье, 1904 г., стр. 716—734.

Обращаемся прежде всего к вопросу о проводимости чистых металлов. Первые тщательные измерения проводимости, по возможности химически чистых металлов, производили Matthiessen и Bosc (1862), Lucien de la Rive (П, 1863), Erhard (In, 1881), Emo (1884), H. F. Weber (1880), Oberbeck и Bergmann (1887), van Aubel (Bi, 1889) и др. Зависимость проводимости чистых металлов от температуры исследовали, кроме названных ученых, прежде всего, Benoist (1873), Vicentini и Omodei (1889) и др. Чисел не приводим; их можно найти в упомянутых таблицах, а также в книге: G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität, т. I, стр. 468 и след., 1893 г. Новейшие исследования над весьма чистыми металлами производили Dewar и Fleming (1893) и Jaeger и Diesselhorst (1900, в Phys.-Techn. Reichsanstalt). Приводим несколько чисел ρ , чтобы показать, как велика разность результатов; для ртути, см. (24, b), имеем $\sigma = 1,063 \cdot 10^4$ (ом-см.)⁻¹.

	Dewar и Fleming.	Jaeger и Diesselhorst.
Ag (мягкое)	63,4 · 10 ⁴	61,4 · 10 ⁴
Au (жесткое)	42,3 · 10 ⁴	41,3 · 10 ⁴
Zn	16,2 · 10 ⁴	15,98 · 10 ⁴
Pt	9,17 · 10 ⁴	9,24 · 10 ⁴

Для выражения зависимости сопротивления ρ или проводимости σ чистых металлов от температуры t могут служить эмпирические формулы вида (25); во многих случаях можно ограничиваться тремя членами, т. е. формулой вида

$$\rho = \rho_0(1 + at + bt^2) \dots \dots \dots (25, a)$$

при чем $a > 0$. Для вполне чистых металлов величина b , большую частью, оказывается весьма малою величиною, так что можно положить

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_0(1 + at) \\ \sigma &= \sigma_0(1 - at) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (25, b)$$

Старинные измерения приводили некоторых ученых к заключению, что для чистых металлов a близко к $\frac{1}{273} = 0,00366$, т. е. к коэффициенту

теплого расширения идеальных газов. Однако, исследования Dewar и Fleming'a (1893) и Jaeger и Diesselhorst'a (1900) не подтвердили этого предположения. Приводим, для сравнения, некоторые из чисел a , полученных этими учеными:

	Dewar и Fleming.	Jaeger и Diesselhorst.
Ag	0,00400	0,00400
Au	0,00377	0,00368
Zn	0,00406	0,00382
Cu	0,00428	0,00415

Средние для всех металлов оказываются 0,00412 и 0,00411, т. е. почти одинаковыми и довольно далекими от числа 0,00366. Впрочем, Auerbach (1879) давно показал, что из опытов Matthiessen'a получается среднее значение $a = 0,00415$. Теоретические соображения привели его к выводу, что для металлов $a = \frac{1}{273} + 2\beta$, где β температурный коэффициент теплоемкости.

Кроме (25, a) или (25, b), были предложены и другие формулы. Ihle (1896) определил зависимость σ от t для ряда металлических стержней, которые были изготовлены W. Voigt'ом для определения постоянных упругости, внутреннего трения, теплового расширения и теплоемкостей c_p и c_v . Ihle исходит из формулы $d\sigma = k\sigma dt$, т. е.

$$\sigma = \sigma_0 e^{-k(t-t_0)} \dots \dots \dots (25, c)$$

и определяет величины k между t_0 (около 20°) и t_1 (около $92,5^\circ$). Marvin (1910) находит, что для Ni

$$\lg \rho = a + mt \dots \dots \dots (25, d)$$

где a и m постоянны. Электронные теории, развитые Rieseke, Drude, J. J. Thomson'ом и Lorentz'ом приводят к результату, что ρ должно расти пропорционально \sqrt{T} , где T абсолютная температура; этот вывод, однако, не подтверждается. Königsberger и Reichenhein (1906) дали формулу

$$\rho = A(1 + at + bt^2)e^{\frac{c}{T}} \dots \dots \dots (25, e)$$

где A, a, b, c постоянны, и притом $A = \rho_0 e^{-\frac{c}{273}}$, где ρ_0 относится к 0° . К работам названных ученых мы еще возвратимся. Обращаемся к указанию некоторых результатов измерений.

Ртуть представляет особый интерес, как в виду роли, которую она играет при определении ома, так и в виду сравнительной легкости, с которой она получается в весьма чистом виде. Для нее a весьма малая величина. Последние исследования, выше 0° и до невысоких температур, производили Kreichgauer и Jaeger (1892), которые нашли между 0° и 30°

$$\rho = \rho_0(1 + 0,000883t + 0,00000126t^2);$$

далее, Guillaume (1892), между 0° и 60° ,

$$\rho = \rho_0(1 + 0,000881 t + 0,000001010 t^2);$$

наконец F. E. Smith (1904), между 0° и 22°,

$$\rho = \rho_0(1 + 0,0008803 t + 0,00000104 t^2).$$

Платина представляет большой интерес, в виду той роли, которую она играет в пирометрии. В т. III, гл. II, § 12 мы уже рассмотрели соответствующие работы.

Сравнительно малым температурным коэффициентом обладает ρ для тантала, как показал Pirani (1907), а именно между

$a =$	— 190° и 0°	20° и 100°	20° и 380°	0° и 1750°
	0,0032	0,0029	0,0026	0,0025.

Streintz (1910) находит, что для металлов a пропорционально $\sqrt[3]{v}$, где v атомный объем (атомный вес, деленный на плотность). На другие связи между v и температурными коэффициентами сопротивления, объема и теплоемкости указал Williams (1902).

Весьма большой интерес и в теоретическом отношении представляет вопрос о сопротивлении ρ чистых металлов при весьма низких температурах, в особенности-же вопрос о пределе, к которому приближается ρ , когда абсолютная температура T стремится к нулю. Первые опыты производили Cailletet и Bouty (1885) и Wroblewski (1885); они нашли, что a растет при понижении температуры. Ряд тщательных измерений производили Dewar и Fleming до — 197°. В первой работе (1892) они нашли непрерывное уменьшение сопротивления чистых металлов, видимо-му стремящегося к нулю или к весьма малой величине при — 273°. Во второй работе (1893) они для некоторых металлов дошли до — 222°; и здесь оказалось, что для чистых металлов все кривые $\rho = f(t)$, если их продолжить, пересекают ось абсцисс около $t = -273^\circ$. Тот же результат они нашли (1896) для электролитически полученного чистого Bi, а Fleming (1900) для чистого Ni.

Однако, последующие опыты различных ученых не подтвердили этого вывода. Lord Kelvin первый высказал мысль, что при очень низких температурах величина ρ должна иметь минимум и затем бесконечно возрастать при приближении к — 273°. Dewar (1901) первый нашел для Pt и Fe, что при — 252,3° (кипение жидкого водорода) ρ значительно больше, чем при допущении, что оно стремится к нулю при — 273°. Затем Meilink (1901) и в особенности Kammerlingh-Onnes и Clay (1904—1906) нашли для Pt и Au, что кривые $\rho = f(t)$ ниже — 200° сильно изгибаются, ясно указывая на существование минимума около — 258° для Pt и около — 265° для Au. Формула (25, e) выражает именно такого рода зависимость ρ от t . При больших T , последний множитель близок к 1, так что остается зависимость вида (25, a); но при очень малых T этот множитель делается весьма большим, и когда T стремится к 0° ($t = -273^\circ$), имеем бесконечно большое ρ . Koenigsberger и Schilling (1908) в новых опытах над металлическими кремнием, титаном

и цирконием нашли температуры наименьшего сопротивления соответственно при $+800^\circ$, $+150^\circ$ и -100° ; особенно интересен результат для титана, так как температура наименьшего ρ (150°) весьма удобно достигается. Они полагают, что эта температура окажется сравнительно легко достижимой, т. е. не чрезмерно низкой для металлов, обладающих малым атомным весом (*Li, Na, Be, Mg, Al* и т. д.). С другой стороны, следует сказать, что Kammerlingh-Onnes и Clay в дальнейших работах над *Au* (до -262°), *Hg, Ag, Bi* и *Pb* (до -259°) не достигли точек наименьшего сопротивления. Эмпирически они выражают ρ формулою вида:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + at + bt^2 + ct^3 + e\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_0}\right) + f\left(\frac{1}{T_5} - \frac{1}{T_0}\right) \dots \dots (26)$$

где $T_0 = 273,09$ и ρ_0 относится к 0° . Для твердой ртути они находят (до $-258,81^\circ$)

$$\rho = \rho_0(1 + 0,003581t - 0,000000588t^2) \dots \dots (26,a)$$

Столб ртути, для которого $\rho_0 = 97,152$ ома при 0° , дает $\rho = 7,265$ ома при -83° и всего $\rho = 0,7534$ ома при $-258,81^\circ$.

Опыты Nicolai (1908), который измерял ρ для *Al, Ag, Fl, Mg, Ni, Co, Au, Pb, Pt* и *Cu* до -189° , дали результаты по характеру сходные с теми, которые нашли Dewar и Fleming.

Сопротивление ρ чистых металлов при высоких температурах исследовали Bénéoit (1873), Hopkinson (1889), Le Chatelier (1890), Gleichmann (1894), Harrison (1902), Strutt (1902) и Nicolai (1908). Bénéoit доходил до 860° (кипящий *Cb*); он выражал ρ формулами вида (25,a). При температурах превращения замечается внезапное изменение коэффициента a . Так, Hopkinson нашел, что для железа a растет от 0,0048 при 20° до 0,018 около 855° ; при 855° величина a внезапно падает до 0,0067. Le Chatelier нашел подобные же скачки для различных сортов железа, для *Ni* (при 340°) и для *Ag* в водороде (при 650°).

Когда металл плавится, то его проводимость уменьшается скачком. Когда ртуть затвердевает, то ее проводимость увеличивается в 4,087 раз, как показали Cailletet и Bouty (1885). Для жидкой *Hg* при 0° имеем $a = 0,00089$, для твердой, см. (26,a) величина a такова же, как для других твердых металлов. Подобные же результаты нашли, еще Matthiessen (1857) для *K* и *Na*, (1862) для *Pb*, Siemens (1861) для *Sn*, De la Rive (1863) для *Cd*. Для *Bi* и *Sb* De la Rive нашел, что жидкий металл проводит лучше твердого. Vicentini и Omodei (1889), а также Vassura (1892) подтвердили эти результаты. Отношение проводимостей $\sigma_1 : \sigma_2$ в твердом и жидком состояниях оказалось равным 2,21 для *Sn*, 1,95 для *Pb*, 1,96 для *Cd* и 0,45 для *Bi*. Наконец, Bernini (1903) тщательно исследовал *K, Na* и *Li*. При точке плавления скачок $\sigma_1 : \sigma_2$ определяется числами 1,337 для *Na* ($97,63^\circ$) и 1,392 для *K* ($62,04^\circ$); температурный коэффициент в жидком состоянии больше, чем в твердом. Для *Li* ($177,84^\circ$) получилось $\sigma_1 : \sigma_2 = 2,51$.

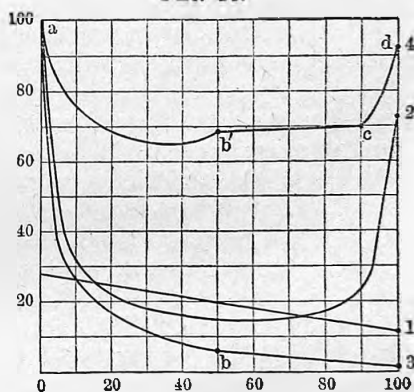
Когда металл представляется в виде анизотропного кристалла, то для него σ в различных направлениях неодинаково, как показал Matthiessen (1855) для кристаллов висмута. Для отношения $\sigma_1 : \sigma_2$ проводимостей \perp и \parallel плоскостям спайности (\perp и \parallel главной оси) он нашел число 1,6. Van Everdingen (1900) нашел 1,68 (Voigt выводит из его наблюдений число 1,55). Lownds (1902) находит $\sigma_1 : \sigma_2 = 1,78$.

Проводимость весьма тонких металлических пленок исследовали Stone (1898) и Vincent (1898), которые нашли, что σ для пленки *Ag* со временем увеличивается, и Longden (1900), открывший, что для очень тонкой пленки *Pt* температурный коэффициент отрицателен, для более толстой он равен нулю, а затем становится положительным.

§ 7. Продолжение. Сплавы. Вопрос о проводимости сплавов представляет весьма большой интерес. Для теории он важен, так как его разработка может способствовать решению вопроса о внутреннем строении сплавов, а его значение для практики основано на возможности открытия сплавов, из которых можно было бы выделять проволоки, обладающие важными для электротехники свойствами, каковы, в особенности, постоянство и малый температурный коэффициент. Мы рассмотрим, главным образом, сплавы, состоящие из двух металлов. Matthiessen (1862) исследовал такие сплавы; он нашел, что все изученные им металлы могут быть разделены на две группы. К первой относятся *Pb*, *Zn*, *Sn* и *Cd*; ко второй *Cu*, *Ag*, *Au*, *Al*, *Pt*, *Sb*, *Fe*, *Bi* и др. Для сплавов металлов первой группы между собою, проводимость σ является аддитивным свойством, т. е. вычисляется по правилу смешения.

Для сплавов металлов второй группы величина σ значительно меньше, чем получилось бы по этому правилу. Прибавление малого количества металла первой группы к металлу второй группы весьма сильно уменьшает проводимость σ . На рис. 18 изображены кривые, выражающие зависимость величины σ от содержания двух металлов M_1 и M_2 в сплаве; абсциссы представляют процентное содержание, по объему, второго металла. Прямая линия (1) относится к сплавам *Zn* и *Sn*, кривая (2) — к сплавам *Ag* и *Au*, (3) — сплавам *Ag* и *Bi*, (4) — сплавам *Ag* и *Cu*; об этой последней кривой будет сказано ниже. Температурный коэффициент α для сплавов первой группы мало отличается от α для отдельных металлов; для других сплавов он значительно меньше, чем для составных частей. Не останавливаемся на многочисленных работах других исследователей. Упомянем лишь о некоторых, особенно интересных результатах.

Рис. 18.



Мы уже упомянули, что большое практическое значение имеют сплавы, для которых температурный коэффициент α весьма малая величина. Сюда относятся:

Нейзильбер (60 *Cu*, 21 *Ni*, 19 *Zn*), $\alpha = 0,00037$.

Никкелин (54 *Cu*, 26 *Ni*, 20 *Zn*), $\alpha = 0,0002$.

Манганин (84 *Cu*, 4 *Ni*, 12 *Mn*), $\alpha = 0,00002$.

Константан (58 *Cu*, 41 *Ni*, 1 *Mn*), $\alpha = -0,00003$.

Особенно интересны два последние сплава. Манганин исследовали Jaeger и Lindeck (1898, 1906), которые указали на его выдающиеся свойства, что и вызвало предложение пользоваться им для эталонов сопротивлений (см. § 2). F. E. Smith (1908) указал на влияние влажности на проводимость манганина. Константан имеет даже отрицательный коэффициент α . Платиноид (*Ni*, *Zn*, *Cu* и *Wo*) имеет α около 0,00003. Reichard (1901) исследовал сплавы *Cu* и *Co*; оказалось, однако, что они не обладают столь малым α , как сплавы *Cu* и *Ni*; наименьшее $\alpha = 0,0008$ при 3—5% *Co*, наименьшее σ при содержании меди между 0 и 10%. Сплавы *Fe* и *Ni*, особые магнитные свойства которых мы рассматривали в гл. VIII, § 9, изучал Guillaume (1897); оказалось, что σ и α правильно меняются при изменении состава сплава, без всяких скачков; никакой связи с магнитными свойствами не обнаружилось. F. A. Schulze (1910) исследовал проводимость удивительных ферромагнитных сплавов из немагнитных металлов, открытых Heusler'ом, и также рассмотренных нами в гл. VIII, § 9. Он подвергал сплавы продолжительному нагреванию при различных температурах между 140° и 300°. Такое нагревание увеличивало проводимость на 50%, но предел достигался при 140° только через 250 часов, а при 300° уже через 7 часов.

Замечательно, какое сильное влияние на проводимость σ чистых металлов имеют весьма малые примеси других металлов, или металлоидов, каковы, напр., *S*, *P*, *As*, *C* и др. Так, напр., Le Chatelier (1891, 1898) нашел уменьшение σ для *Fe* по мере увеличения примеси углерода. Для чистой меди $\sigma = 93,08$ ($Ab = 100$); примесь 0,05% углерода низводит σ до 74,91. Rietzsch (1900) нашел, что 0,87% *P* уменьшают σ меди от 100 до 20,6, а 2,5% *P* до 7,77; далее 2,8% *As* — до 14,12.

Металлы, в которых произошло поглощение (окклюзия, т. I) газов, может быть и не соответствуют сплавам; однако, мы их здесь рассмотрим. Палладий, поглотивший водород, исследовали Dewar (1881), Knott (1892), A. A. Кракау (1892), Bruchieri (1893), Mc. Elfresh (1904) и Fischer (1906). Knott находит, что для *Pd*, насыщенного водородом, σ в $k = 1,83$ раза меньше, чем для чистого *Pd*; Bruchieri получил число $k = 1,553$. Кракау находит, что влияние малых количеств водорода зависит от того, растворен ли он в *Pd*; или образует с ним химическое соединение. До поглощения 30 объемов H_2 , сопротивление ρ растет пропорционально поглощенному объему v ; от $v = 30$ до $v = 50$ (объем *Pd* равен 1) ρ растет медленнее, а потом опять пропорционально изменению v . Elfresh находит $k = 1,67$. Fischer подтвердил результаты Кракау; ρ быстро растет пропорционально v до $v = 30$, затем остается постоянным

до $v = 950$ и наконец гораздо медленнее до насыщения при $v = 1000$; пересыщение не меняет ρ . Между $v = 30$ и $v = 950$ имеем $k = 1,0292 + + 0,000668 v$; наибольшее $k = 1,69$. Жуков (1910) нашел, что растворение азота в металлах (*Mn, Cr, Ti*) мало влияет на их проводимости, между тем как соединения металлов с азотом ($AlN, Ca_3 N_2, Mg_3 N_2$) обладают ничтожно малую проводимостью.

Амальгамы исследовали весьма многие ученые, между ними, в последнее время, Gressmann (1899), Willows (1899), H. R. Weber (1899), Larsen (1900) и др. Оказывается, что прибавление малых количеств какого либо металла к ртути значительно увеличивает проводимость σ . С увеличением количества металла, σ , для случая *Sn* и *Cd*, приближается к σ этих металлов; если прибавлять *Bi* или *Pb*, то σ сперва достигает максимума, затем минимума, после которого опять растет. Иногда замечаются неправильности в ходе кривой зависимости σ от количества металла, указывающие на образование определенных соединений. То же самое обнаруживается неправильностями в ходе температурного коэффициента, как показал Willows для амальгам *Zn, Sn, Cd* и *Mg*. Gressmann показал, что при затвердевании амальгамы σ внезапно увеличивается, иногда в 5 раз. Р. Э. Ленц (1883) нашел, что малая примесь металла к ртути, которая заметно влияет на внешний вид и на плотность ртути, еще не влияет на ее проводимость σ , между тем как растворенный воздух скорее обнаруживается изменением σ , чем видом, или изменением плотности.

Dewar и Fleming исследовали проводимость σ при весьма низких температурах, не только чистых металлов (см. выше), но и сплавов. Для продажного, след., не чистого *Bi* они нашли максимум проводимости около -2° ; при -234° проводимость меньше, чем при $+100^\circ$. Кривые $\rho = f(t)$ имеют для различных сплавов весьма различный вид и, повидимому, не стремятся к нулю при -273° . Новое исследование произвел Clay (1909) для сплавов *Ag* и *Au*. Он нашел, что избыток наблюдаемого ρ над вычисленным по правилу смешения, т. наз. „добавочное сопротивление“, увеличивается с понижением температуры (до $-252,9^\circ$); это увеличение тем больше, чем меньше содержание серебра. При 20% *Ag*, добавочное сопротивление меняется между 0° и $-252,9^\circ$ всего только на 0,5%.

Многие ученые старались открыть закономерности, относящиеся к проводимости σ сплавов, или дать теоретическое объяснение тех особенностей, которые эта величина обнаруживает. Matthiessen (1860), Barus (1888), Le Chatelier (1895), Rayleigh (1896), Liebenow (1897), Guertler (1907), Курнаков и Жемчужный (1907), Schenk (1907) и Rudolphi (1908) работали в этом направлении. Рассмотрим сперва т. наз. закон Matthiessen'a. Пусть

$$P(\sigma) = 100 \frac{\sigma_0 - \sigma_{100}}{\sigma_0} = 100 \frac{\rho_{100} - \rho_0}{\rho_{100}} \dots \dots \dots (27)$$

выраженное в процентах, относительное увеличение проводимости σ между 0° и 100° ; для чистых металлов имеем среднее значение $P(\sigma) = 29$.

Пусть σ_m и $P_m(\sigma)$ числовые значения, соответствующие правилу смешения. Тогда закон Matthiessen'a выражается формулою

$$\frac{\sigma}{\sigma_m} = \frac{P(\sigma)}{P_m(\sigma)} \dots \dots \dots (27,a)$$

Понятно, что $P_m(\sigma)$ близко к числу 29. Bagus дал аналогичный закон, рассматривая величину

$$P(\rho) = 100 \frac{\rho_{100} - \rho_0}{\rho_0} = 100 \frac{\sigma_0 - \sigma_{100}}{\sigma_{100}} \dots \dots \dots (27,b)$$

Для чистых металлов среднее $P(\rho) = 41$. Guertler в длинном ряде работ сравнивал оба закона. Он нашел, что следует отказаться от случайных температур 0° и 100° и рассматривать величину

$$Q = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \dots \dots \dots (27,c)$$

Тогда закон принимает вид

$$\frac{\sigma}{\sigma_m} = \frac{Q}{Q_m} \dots \dots \dots (27,d)$$

и подтверждается многими примерами.

Le Chatelier дал следующее объяснение указанной выше разности свойств сплавов первой (*Pb, Zn, Sn, Cd*) и второй групп, двух металлов. Если сплав представляет смесь кристаллов двух металлов, то проводимость σ вычисляется по правилу смешения (см. прямая 1 на рис. 18). Но если образуются кристаллы смеси двух металлов, то σ получается иная. Кривая 2 соответствует случаю, когда такие, сложные по составу кристаллы возможны при всяком процентном составе сплава. Если же такие кристаллы не могут иметь любой состав, то получается более сложная зависимость σ от состава. Так напр., в случае кривой 3 мы имеем от *a* до *b* только кристаллы смеси *Ag* и *Bi*; от *b* направо сплав состоит из смеси сплава *b* и чистого *Bi*. В кривой 4 имеются только кристаллы смесей *Au* и *Cu* между *a* и *b'*, и между *c* и *d*; между *b'* и *c* сплав состоит из кристаллов состава *b'* и *c*. Это разъяснение, вероятно, близко к истине, хотя оно и не исчерпывает вопроса, как показали Курнаков и Жемчужный, а также Guertler.

Rayleigh и Liebenow объясняют возникновение добавочного сопротивления $\rho - \rho_m$ сплавов (ρ_m по правилу смешения) тем, что сплав состоит из слоев различных металлов, между которыми происходит, при пропускании тока, явление Пельтье (гл. VI, § 5) и, вследствие этого появляется обратная термо-электродвижущая сила, которую нельзя отличить от возрастания сопротивления. Таким образом „добавочное“ сопротивление оказывается „ложным“ сопротивлением. Исследования Willows'a (1907), Guertler'a и Clay (1909) доказали несостоятельность этой теории. На электронной теории Schenk'a не останавливаемся.

§ 8. Продолжение. Не-металлы. Обращаемся к некоторым интересным случаям, относящимся к проводимости не-металлических веществ.

Углерод. Алмаз и чистые древесный и каменный уголь не проводят электричества. Прокаленный уголь, кокс и графит хорошие проводники. Весьма замечательно, что проводимость угля уменьшается при понижении температуры, как показал впервые Matthiessen. Beetz (1876) объяснял это тем, что при нагревании частицы плотнее прилегают друг к другу. И. И. Боргман (1877) исследовал стрежни из графита, ретортного кокса, коксового угля, употребляемого для электрического освещения, угля Карре, древесного (соснового) угля и антрацита. Он нашел следующие температурные коэффициенты a :

Сосновый уголь	23°—143°	$a = -0,00548$
	23°—260°	$a = -0,00384$
Антрацит	25°—152°	$a = -0,00390$
	25°—260°	$a = -0,00265$
Графит	25°—193°	$a = -0,00088$
	25°—279°	$a = -0,000816$
Кокс (эл. освещ.)	26°—187°	$a = -0,000319$
	26°—346°	$a = -0,000248$

С повышением температуры коэффициент a уменьшается, что согласуется с формулой (25, e). Можно думать, что точка наибольшей проводимости, которая для Au лежит около -265° , для Pt около -258° для циркония при -100° , для титана при $+150^\circ$ и для кремния при 800° (§ 6), для угля лежит очень высоко, и что, при нагревании выше этой точки, проводимость угля станет уменьшаться. И. И. Боргман считает объяснение Beetz'a неправильным. К совершенно подобным же результатам пришел и Siemens (1880). Дальнейшие исследования произвели Muraoka (1881), Dewar и Fleming (1892, уменьшение σ до -182°), Brion (1896), исследовавший переход непроводящего угля, при нагревании, в проводящий, и Cellier (1896). О сопротивлении селена будет сказано ниже.

Переходим к вопросу о проводимости различных минералов, соединений металлов с серой, кислородом и т. д., кристаллов и различных диэлектриков. Здесь представляет интерес самый факт проводимости определенных веществ, влияние температуры, неодинаковая проводимость в разных направлениях, а также вопрос о металлической, или электролитической проводимости. Уже Faraday (1833), Hittorf (1851), Braun (1874) и Beetz (1876), а затем Bellati и Lussana (1888) исследовали различные минералы и нашли, что некоторые колчеданы и окислы хорошо проводят электричество. Сюда относятся Cu_2S и Ag_2S , проводимость σ которых быстро возрастает с температурой; для Cu_2S она при 192° в 572 раза больше, чем при 0° , для Ag_2S при 195° в 700 раз больше, чем при $84,1^\circ$. Braun нашел, что псиломелан (содержит окиси K , Va и Mn , MnO_2 и воду) обладает различными σ в прямо противоположных направлениях (униполярная проводимость), при чем направление лучшего σ зависит от силы тока; под влиянием постоянного тока σ увеличивается. Beijerinck (1897) нашел, что в ряду соединений данного металла с O , S ,

Se, Te величина σ растет, а в ряду соединений с F, Cl, Br, J убывает с увеличением атомного веса электроотрицательной части соединения. J. Curie (1888) определял, какие минералы обладают металлическою (электронною) и какие — электролитическою проводимостью. Bӓdecker (1907) показал, что σ , напр., для $CuSnPbO_2$ уже приближается к σ для некоторых металлов (Bi). Многие окислы, которые при невысоких температурах весьма плохие проводники, делаются, при сильном нагревании, отличными проводниками. Так, напр., Horton (1906) нашел, что для CaO, при 490° , $\rho = 7,25 \cdot 10^8$, а при 1193° уже имеем $\rho = 9,67 \cdot 10^2$; для BaO, при 34° , $\rho = 1 \cdot 10^6$, а при 224° уже $\rho = 22,7$. Этим же свойством обладают окислы редких металлов и их смеси. На этом основано устройство лампы Нернста, штифтик которой имеет при обыкновенной температуре ρ , равное многим мегомам. При нагревании до красного каления он делается проводником и затем накаливается до-бела под влиянием пропускаемого тока, при чем его ρ падает примерно до 220 омов. Nernst и Reynolds (1900), Bose (1902), Horton (1906) исследовали это явление, в котором мы, несомненно, имеем дело, хотя бы отчасти, с электролитическою проводимостью. Bose удалось наблюдать раскисление металлов при продолжительном действии токов постоянного направления.

Koenigsberger, о работах которого уже было сказано в §§ 6 и 7, показал, что его формула (25,e) приложима ко многим минералам; для них ясно обнаруживается минимум проводимости. Особенно это ясно для пирита, как видно из следующих чисел (ом-сантиметры):

$t =$	340°	421°	20°	0°	-78°	-180°
$\rho =$	0,0388	0,0300	0,0240	0,0240	0,0251	0,550

Выше 20° температурный коэффициент примерно такой же, как у металлов. В новой работе Koenigsberger и Schilling (1910) указывают, между прочим, на магнитный железняк (Fe_3O_4), имеющий минимум ρ при 220° : при 15° — $\rho = 0,00794$, при 220° — $\rho = 0,00434$, при 485° — $\rho = 0,0112$. Вместо (25,e) они в этой работе теоретически выводят более сложную зависимость ρ от t . Проводимость минералов при высоких температурах исследовали, напр., Guinchant (1902, PbS, FeS и SnS) и Doelter (1910), который разделил исследованные им минералы на три группы: 1. Кристаллы, не обнаруживающие поляризации; σ растет с температурой (рутил, хризоберил). 2. Кристаллы, в которых при высокой температуре появляется слабая поляризация (адулар). 3. Кристаллы, которые при нагревании обнаруживают сильную поляризацию (барит, сапфир, топаз). Van Aubel (1902) исследовал ρ при низких температурах, особенно для PbS между $+81^\circ$ и -187° . Оказалось, что минимум ρ должен лежать при еще более низкой температуре; для пирита он нашел возрастание ρ от $+60^\circ$ до -180° .

В § 5 уже было указано на анизотропию кристалла из Bi по отношению к электропроводности. Такое же явление было обнаружено и на некоторых других кристаллах. Горный хрусталь хорошо проводит при 225° вдоль оси, но не проводит \perp к оси; проводимость этого кри-

сталла несомненно электролитическая. То же явление обнаруживает кварц. Каменная соль (правильная система) анизотропна по отношению к электропроводности, как и по отношению к упругим свойствам (т. I). Железный блеск исследовал Bäckström; сопротивление его вдоль оси при 0° в 1,98 раз больше, чем \perp к оси; при $236,7^\circ$ это отношение равно 1,55; с повышением температуры ρ уменьшается и притом быстрее вдоль оси, чем \perp к ней. Подобный же результат нашли Koenigsberger и Reichenheim (1906). Замечательную униполярную проводимость открыл Pierre (1907) в кристаллах карборунда; в нем σ растет с силою тока, и в одном направлении до 4000 раз больше, чем в прямо противоположном (см. гл. V, § 2).

Твердые соли исследовали Braun (1875), Fousserau (1884), Graetz (1886), Bouty и Poincaré (1888), Bädcker (1909) и многие другие. При этом кристаллы и аморфные (плавленные) вещества обнаруживают неодинаковые явления. Кристаллы проводят металлически и только при приближении к точке плавления постепенно возникает электролитическая проводимость; аморфные соли, которые можно рассматривать, как жидкости с огромным внутренним трением (т. III, гл. X, § 2), проводят главным образом электролитически. Трудно решить, какую при этом роль играют случайные примеси. Интересный пример, показывающий, как велика иногда эта роль, открыл Bädcker, заметивший, что проводимость твердых CuJ и AgJ чрезвычайно увеличивается (в 24 раза) от примеси иода, который, сам по себе, непроводник. При малых примесях температурный коэффициент сопротивления положительный; при больших примесях и малом сопротивлении он отрицательный; проводимость металлическая.

Проводимость σ стекла исследовали, напр., Becquerel (1853), Buff (1854), Beetz (1854), Gray (1880), Fousserau (1882), Warburg (1884), Tegetmeyer (1890), Denizot (1897), Leblanc и Kerschbaum (1910) и многие другие ученые; фарфор — Fousserau (1883), Poincaré (1889) и др. С повышением температуры σ быстро увеличивается; она, главным образом, электролитическая. Интересно, что уже Cavendish (1774) заметил, что нагретое стекло проводит электричество. Gray нашел, что для стекла между 10° и 200° сопротивление выражается формулою вида $lg \rho = a - bt$; Fousserau полагал $lg \rho = a - bt + ct^2$. Warburg первый изучал электролиз стекла при 300° , показав перемещение натрия к катоду. Если поместить стекло между амальгамами натрия, то натрий перемещается через стекло; при этом сопротивление остается неизменным, а закон Ома приложимым, как показали Leblanc и Kerschbaum.

Кварц исследовали Warburg и Tegetmeyer (1887) и А. Шапошников (1910), который нашел, что кварц (по направлению оси, см. выше), при интенсивности поля свыше 4000 вольт на см., тем более отклоняется от закона Ома, чем сильнее поле и чем продолжительнее прохождение тока.

Прохождение тока через т. наз. непроводники (диэлектрики), т. е. ту весьма слабую проводимость, которую они все-таки обладают, или

которую они приобретают при известных условиях, наблюдали многие ученые. Для удельной проводимости σ , которая для *Hg* равна 10630, см. (24, a), получаются при этом весьма малые числа, напр. 10^{-15} для эбонита (20°) и для *S* (69°), 10^{-18} для парафина и т. под. Leick (1898) нашел, что для этих трех веществ σ увеличивается с силою тока, так что закон Джюля к ним не приложим.

§ 9. Связь проводимости с другими свойствами вещества. В т. III, гл. VII, §§ 4 и 5 уже было указано, что теплопроводность k и электропроводность σ (она была там обозначена буквою λ) металлов и сплавов приблизительно пропорциональны друг другу. Если для произвольно выбранного металла принять k и σ численно одинаковыми, напр. для *Ag* положить $k = 100$ и $\sigma = 100$, то и для всех других должны получиться близкие друг другу числа для k и для σ . Если k и σ выражать в *C. G. S.* единицах, то, напр., для *Ag* имеем примерно $k = 1 C. G. S.$ и $\sigma = 60 \cdot 10^{-5} C. G. S.$, а потому $k : \sigma = 1660$; для *Hg* примерно $k = 0,015$, $\sigma = 1,063 \cdot 10^{-5}$, см. (24, c), так что $k : \sigma = 1400$. Итак, в среднем $k : \sigma$ колеблется для металлов около

$$\frac{k}{\sigma} 1500 C. G. S. \dots \dots \dots (28)$$

При определении k здесь принята малая калория за единицу количества тепла. Чтобы строже провести *C. G. S.* систему, мы должны за единицу тепла принять эрг, вследствие чего k умножится на $420 \cdot 10^5$. Если, кроме того, σ выразить в электростатических *C. G. S.* единицах, то необходимо его численное значение помножить на $9 \cdot 10^{20}$. При таком выборе единиц получаем

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{1500 \cdot 420 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^{20}} = 0,7 \cdot 10^{-10} C. G. S. \text{ (эл.-стат. ед.)} \dots (28, a)$$

Постоянство $k : \sigma$ для металлов иногда называется законом Видеманна и Франца. В т. III мы уже рассматривали работы этих ученых, а также те исследования, которые производили F. Kohlrausch, Jaeger и Diesselhorst, Rietzsch, van Aubel и Paillot, Giebe и Cellier. Мы видели, что приблизительное постоянство $k : \sigma$ относится и к сплавам, что для *Fe* и *Bi*, константана и марганца $k : \sigma$ имеет значительно большие значения, чем нормальное (28) и что температурный коэффициент величины $k : \sigma$ для чистых металлов равен 0,004 (Jaeger и Diesselhorst); наконец, было указано, что по опытам Cellier для различных сортов угля $k : \sigma$ имеет весьма различные значения; добавим, что они от 15 до 20 раз больше нормального. Рассмотрим еще некоторые работы. Fr. Weber находит, что отступления величины $k : \sigma$ от среднего значения довольно велики; он полагает, что следует положить

$$\frac{k}{\sigma} = a + bcd \dots \dots \dots (29)$$

где a и b постоянны, c теплоемкость данного металла, d его плотность. Kirchhoff и Hansemann (1881), L. Lorenz (1881), Berget

(1890) и др. подтвердили закон; L. Lorenz нашел, что $k : \sigma$ растет пропорционально абсолютной температуре T :

$$\frac{k}{\sigma} = aT \dots \dots \dots (29,a)$$

F. A. Schulze (1897) нашел для различных сортов железа и стали числа $k : \sigma$, колеблющиеся между 1406 (сталь с 10% Mn) и 2402 (сталь), а для чугуна огромное число 7017. Grüneisen (1900) заметил, что примеси к Cu и Fe сильнее влияют на σ , чем на k .

Весьма интересно, что Pfleiderer (1910) нашел одинаковое $k : \sigma$ для сплошного металла (Ag) и для того же металла в виде рыхлого, или сжатого порошка. Числовые относительные значения k и σ менялись в пределах от 1 до 600, но их отношение оставалось постоянным.

Считаем полезным уже здесь указать на результат, к которому привела электронная теория, когда она впервые была приложена к явлениям, происходящим в металлах. Drude (1900) вывел для $k : \sigma$ в C.G.S. эл.-стат. единицах формулу

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 T \dots \dots \dots (30)$$

Здесь α мировая постоянная, связывающая живую силу i движущейся частицы (материальной, или электрона) с абсолютной температурой T по формуле $i = \alpha T$; e заряд электрона в эл.-стат. единицах. Reinganum (1900) определил численную величину $k : \sigma$, подставив сперва $\alpha = \frac{1}{2} m u^2 : T$, где m масса и u скорость молекулы водорода; получается

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{1}{3T} \left(\frac{m u^2}{e}\right)^2 \dots \dots \dots (30,a)$$

Для $T = 291$ ($t = 18^\circ$) имеем из кинетической теории газов $u^2 = 3,605 \cdot 10^{10}$. см.² сек.⁻². Электролиз дает на основании измерения электрохимического эквивалента для водорода

$$\frac{2e}{m} = 9,654 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ эл.-стат. единиц,}$$

см. гл. V, § 1, формула (1), в которой F и есть $2Ne : Nm = 2e : m$, где N число частиц в одном грамм-эквиваленте. Подставив u^2 и $2e : m$ в (30,a), получаем

$$\frac{k}{\sigma} = 0,7 \cdot 10^{-10} \text{ C.G.S. (эл.-стат. ед.),}$$

случайно в полном согласии с (28,a). Заметим, что формула (30) согласна с формулой (29,a) L. Lorenz'а. Формула (30) была выведена Drude при допущении, что в металле существуют только отдельно движущиеся электроны заряда $\pm e$, т. е. нет „зерен“ (Kerne) $\pm 2e$, $\pm 3e$ и т. д., и что число их не зависит от температуры. Drude дал и более общую формулу для случая, когда число зерен зависит от температуры. На формуле, которую дал Riecke, мы здесь не останавливаемся.

Переходим к удивительной связи, которая существует между проводимостью σ металлов и лучеиспускающей способностью e для лучей большой длины волны λ . Пусть R выраженное в процентах отражательная способность металла для лучей длины волны λ , так что $a = 100 - R$ служит мерою поглощательной способности металла для тех же лучей. Drude (1894) вывел из электромагнитной теории света приближенную формулу, связывающую для металлов величины σ и R , а именно

$$(100 - R)\sqrt{\sigma} = \frac{C}{\sqrt{\lambda}} \dots \dots \dots (31)$$

где C постоянная, независящая от рода металла.

Пусть σ есть проводимость, выраженная в обратных омах, проволоки в 1 м. длины и один кв. мм. поперечного сечения; очевидно, эти σ 10000 раз меньше тех, которые получаются, если за единицу проводимости принять (ом-см.)⁻¹. Положим, далее, что λ выражено в микронах. В этом случае оказывается, что $C = 36,5$, так что

$$(100 - R)\sqrt{\sigma} = \frac{36,5}{\sqrt{\lambda}} \dots \dots \dots (31,a)$$

Вставим $100 - R = a$; по закону Кирхгофа (т. II), $100 - R = a = 100e : E$, где E лучеиспускающая способность абсолютно черного тела; наконец, пусть $1 : \sigma = \rho$ сопротивление в омах проволоки, в 1 м. длины и 1 кв. мм. поперечного сечения. Тогда получаем

$$\left(\frac{100e}{36,5E}\right)^2 \lambda = \frac{1}{\sigma} = \rho (\text{ом, 1 м., 1 кв. мм.}) \dots \dots \dots (31,b)$$

Эта замечательная формула дает возможность определить удельное сопротивление металла в абсолютных единицах, сравнивая его лучеиспускающую способность e с лучеиспускающей способностью абсолютно черного тела. Если принять $E = 1$ и выражать e в процентах величины E , то можно проще написать

$$e = \frac{36,5}{\sqrt{\sigma\lambda}} \dots \dots \dots (31,c)$$

Мы не останавливаемся здесь на опытах, блестяще подтвердивших эти формулы; заметим только, что для $\lambda = 26 \mu$ (остаточные лучи плавикового шпата, см. т. II) подтверждение получилось полное. Для лучей видимых и для инфракрасных не очень большого λ , формулы не могут быть верны, так как R в (31, a), а след., и $e : E$ в (31, b), или просто e в (31, c) почти не зависят от температуры, между тем, как σ сильно меняется с температурою. Наши формулы показывают, что для больших λ величина $e : E$ должна меняться с температурою в такой же мере, как величина $\sqrt{\rho}$. Формула (31, c) приближенная; более точная формула имеет вид

$$e = \frac{36,5}{\sqrt{\sigma\lambda}} = \frac{6,67}{\sigma\lambda} \dots \dots \dots (31,d)$$

Эта формула оказывается уже справедливою для всякого $\lambda > 5 \mu$.

Broniewski (1907) искал связь между ρ и коэффициентом расширения α металлов. Он делит металлы на одноатомные (*Ag, Al, Au, Cb, Cu, K, Pd, Pt, Jr*) и многоатомные (*Fe, Co, Ni, Bi, Sb, Tl, Jn, As*) и приходит к выводу, что ρ меняется пропорционально пространству, остающемуся свободным между молекулами. Для одноатомных металлов $\rho: (2T_0 + T)$ $T = \text{Const.}$, где T_0 абс. температура плавления.

§ 10. Влияние структуры. Влияние механических воздействий. Структура вещества, в зависимости от способа ее обработки, влияет на удельное сопротивление ρ . Так, напр., ρ для стали тем больше, а температурный коэффициент тем меньше, чем сильнее она закалена, как показали Stro uhal и Barus (1883) и Le Chatelier (1898). Мною (1877) было найдено, что первое, слабое нагревание жесткой проволоки уменьшает, а следующее за ним сильное прокаливание увеличивает ρ ; новая закалка еще увеличивает сопротивление. Тот же результат нашел Gleichmann (1894). Barus (1897) наблюдал постепенное уменьшение ρ для закаленной стали в течение 12-ти лет при обыкновенной температуре. За это время, для одного куска ρ уменьшилось от $\rho = 45$ до 38,25; для другого от $\rho = 42$ до 34,18. Chevalier (1900) исследовал влияние повторных температурных изменений на сопротивление сплава *Pt* и *Ag*. Streintz (1900) измерял сопротивление порошкообразных тел, подвергнутых очень сильному сжатию, а именно платиновой губки, угля, графита, окислов и серных соединений металлов. Подобные же исследования производили Du Moncel (1875), Auerbach (1886) и др.

Переходим к влиянию механических воздействий на сопротивление металлов. Растягивание проволок производил, для этой цели, впервые Mousson (1855), который нашел, что сопротивление r проволоки растет быстрее, чем можно было бы ожидать, вследствие увеличения длины и уменьшения поперечного сечения; это значит, что при растяжении увеличивается удельное сопротивление ρ металла. К тому же результату привели опыты Tomlinson'a (1876), мои (1881) и многих других. Я нашел, что при растяжении латунной проволоки (63,66%) *Cu* относительное изменение удельного сопротивления составляет, в среднем, 0,342 относительного удлинения. Для трех проволок, толщиной в 0,91 — 0,79 — 0,46 мм., модули растяжения и кручения которых последовательно уменьшаются, это отношение имело значения 0,298 — 0,316 — 0,413. Позднейшие исследования производили Cantone (1897), Williams (1907), Ercolini (1907) и N. F. Smith (1909). Cantone наблюдал, что для *Ni*, при увеличении растяжения ρ сперва уменьшается, а затем растет. N. F. Smith нашел, что для *Fe, Cu*, стали и латуни изменение ρ гораздо меньше изменения теплопроводности.

W. Thomson (Lord Kelvin, 1878) и Witkowski (1881) нашли, что при кручении трубки проводимость уменьшается по направлению наибольшего натяжения. Czily (1899) исследовал проволоки (главным образом константан) и нашел, что ρ растет быстрее, чем пропорционально углу кручения. N. F. Smith (1909) нашел, что и в случае кручения изменение

ρ (0,1 до 0,2%) гораздо меньше, чем изменение теплопроводности (3 до 5%).

Большой интерес представляет вопрос о влиянии давления на проводимость. Первые опыты производил Wartmann (1859), который подвергал проволоки боковым сжатиям, при чем замечалось возрастание ρ . Затем я (1881) сжимал проволоки из *Cu*, *Pb* и латуни (63,66 *Cu*, следы *Pb*, остальное *Zn*) в пиззометре (до 60 атм.), при чем температура воды была близка к 4°. Давление в 1 атм. дало для относительного изменения сопротивления r медной проволоки величину $\Delta r:r = -0,13 \cdot 10^{-5}$ для латунной $\Delta r:r = 0,11 \cdot 10^{-5}$, для свинцовой $\Delta r:r = -0,11 \cdot 10^{-4}$, т. е. в 10 раз больше, чем для *Cu* и латуни. Для латунной проволоки были определены модуль Юнга, модуль кручения и коэффициент Пуассона (т. I), а также отношение относительного изменения $\Delta r:r$ сопротивления к относительному удлинению при растягивании. Комбинация результатов всех этих наблюдений дала возможность судить об изменении $\Delta \rho:\rho$ удельного сопротивления. Оказалось, что поперечное сжатие вызывает в два раза большее изменение $\Delta \rho$, чем сжатие продольное. Отсюда следует, что изменение $\Delta \rho:\rho$ всегда пропорционально относительному изменению объема $\Delta v:v$; в среднем $\Delta \rho:\rho$ в 3,6 раза больше $\Delta v:v$. Влияние давления на твердые металлы исследовали далее Lussana (1899), Lisell (1902), Williams (1907) и Lafay (1909). Lussana, доходивший до 1000 атм., и Lisell (*Cu*, *Ni*, *Pb*, *Ag*, *Pt*, *Pt-Jr*, константан, *Mn-Cu*), работавший с пиззометром, подтвердили найденный мною результат относительно уменьшения r при сдавливании твердых чистых металлов и для сплавов, за исключением сплава *Mn-Cu*. Williams нашел для *Pb* величину $\Delta r:r = -0,143 \cdot 10^{-4}$, что весьма близко к найденному мною числу; для *Pt* он нашел $\Delta r:r = -0,183 \cdot 10^{-5}$, близко к числам полученным мною для *Cu* и латуни. Наконец, Lafay, нашел для платины $\Delta r:r = -0,186 \cdot 10^{-5}$, для марганца $\Delta r:r = +0,223 \cdot 10^{-5}$.

Влияние давления на проводимость ртути впервые исследовал Р. Э. Ленц (1882), который нашел, что на одну атмосферу давления удельное сопротивление ρ уменьшается на величину $\Delta \rho:\rho = -2 \cdot 10^{-4}$. Barus (1891) получил число $-30 \cdot 10^{-6}$, Forest-Palmer (1897) — $33,24 \cdot 10^{-6}$ при 9° и до давления в 4385 атм.; Bridgman (1909) дал сложную зависимость между давлением, температурой и сопротивлением; Lafay нашел $\Delta \rho:\rho = -32,7 \cdot 10^{-6}$ при 15°. Наконец Е. В. Бирон (1910) находит $\Delta \rho:\rho = -36,96 \cdot 10^{-6}$ при 20°. Точность, с которой может быть определено изменение сопротивления при весьма больших давлениях подала многим ученым мысль построить манометр, в котором мерою давления служило бы сопротивление определенного проводника. Первый манометр такого рода построил Lisell (1902) взявший для этого марганцевую проволоку; затем Forest-Palmer (1898, ртуть) и Е. В. Бирон (1910, ртуть), прибор которого дает возможность вычислять (по данной им формуле) давления до 900 атм. с ошибкою, не превышающей 0,5%.

§ 11. Влияние световых и иных лучей; селен. Световые лучи влияют на проводимость некоторых веществ, между которыми занимает совер-

шенно исключительное место селен, так как влияние освещения на его проводимость несравненно больше, чем для других веществ. Мы, поэтому, и обращаемся прежде всего к этому телу, проводимость которого при освещении увеличивается. Селен плавится при 217° . Он может быть получен в трех, а, может быть, и большем числе аллотропических (т. I) видоизменений. Обыкновенно отличают селен в трех главных состояниях: 1) стекловидный, аморфный селен, очень мало проводящий, 2) красный, кристаллический, и 3) серый кристаллический, или металлический селен. Нет сомнения, что следует отличать мелкозернистый кристаллический селен от крупнозернистого; первый получается при нагревании аморфного до 100° , второй при продолжительном нагревании до 200° . Весьма обширная литература посвящена способам получения и свойствам различных модификаций селена. Здесь, повидимому, играют роль быстрота и порядок нагреваний и охлаждений, продолжительность действия той или другой температуры и т. д.; от них зависит проводимость, температурный коэффициент и светочувствительность полученного селена. Результаты, полученные различными исследователями, крайне противоречивы, и мы должны отослать читателей к указанной ниже литературе. Обзоры всех работ составили *Amaduzzi* (1904), *Magc* (1907) и *Ries* (1908); краткий обзор главнейших результатов помещен в журнале „Вопросы Физики“ за 1901 г., стр. 175. Укажем на некоторые существенные обстоятельства.

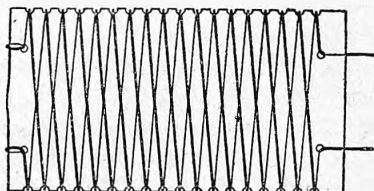
Аморфный селен весьма плохо проводит и не светочувствителен. Наиболее светочувствительна, повидимому, серая, крупнозернистая разновидность. Ее проводимость сильно увеличивается при освещении. Некоторые ученые, напр. *Magc*, полагают, что светочувствительная форма состоит из смеси двух разновидностей, из которых только одна, сама по себе, проводит, и ни одна, отдельно взятая, не светочувствительна. *Ries* (1908) также утверждает что существуют две формы светочувствительного селена. Из них первая получается при продолжительном нагревании селена до 195° и быстром его охлаждении; она обладает отрицательным температурным коэффициентом и положительною светочувствительностью. Вторая форма образуется при нагревании выше 200° ; она в некоторых пределах может обладать положительным температурным коэффициентом и отрицательною светочувствительностью. На практике почти всегда получается смесь этих двух разновидностей селена. Как сказано, результаты, полученные различными исследователями, крайне противоречивы и разноречивы, так что разобраться в них очень трудно. Изложенное относится и к новейшим исследованиям, авторы которых, *Magc*, *Pfund*, *Athanasiadis*, *Dowell*, *Brown*, *Ries*, *Schrott*, *Ruhmer* и др., отчасти полемизируют друг с другом; даже терминология, которою они пользуются, иногда совершенно различная. Ясно, что вопрос о формах селена очень сложен, и что примеси значительно влияют на свойства этого странного вещества.

Влияние света на проводимость селена открыл *Mai*, о чем впервые сообщил *Willoughby Smith* (1873), которому, неправильно, весьма

часто и приписывается честь этого открытия. Первое подробное исследование нового явления произвел W. Siemens (1876). Он нашел, что уже под влиянием диффузного дневного света проводимость σ может увеличиться в 2 и даже в 3 раза, а при ярком освещении, напр. солнцем, более, чем в 10 раз. Ruhmer наблюдал случай, когда проводимость, вследствие освещения 16-ти свечной лампочкой увеличилась в 80 раз. Но и слабый свет, напр. фосфоресцирующей пластинки, вызывает заметное действие.

Для исследования, или для применения свойств селена служат разнообразными „приемники“, из которых ныне наиболее употребительный приемник Bidwell'a; схематически изображен на рис. 19. Он состоит из четырехугольной пластинки (из слюды, шифера, фарфора или другого

Рис. 19.

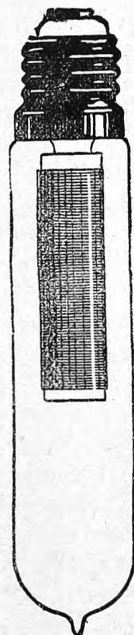


непроводящего вещества), два края которой снабжены весьма мелкими зазубринами. На нее наматываются две тонкие проволоки, напр., из Pt. Два конца проволок прикрепляются к пластинке; два других служат для введения приемника в цепь. Пластика нагревается и покрывается слоем селена, так что ток, переходя через селен от одной проволоки к другой проходит весьма короткий путь при большой площади поперечного сечения. Чтобы оградить приемник от действия влажности, его помещают в стеклянный сосуд (рис. 20), из которого выкачан воздух. Сопротивление такого приемника к темноте не менее 10000 омов, а иногда доходит до нескольких сот тысяч омов. Mercadier (1881), Ульянин (1888) и Ruhmer (1902) построили приемники иной формы.

Повидимому, все части видимого спектра действуют на селен, но максимум влияния принадлежит лучам длины волны $0,7 \mu$, т. е. средней части красных лучей, как показал Pfund (1904 и 1909); чувствительность резко понижается как к $0,4 \mu$, так и к 1μ , но бывают приемники, чувствительные даже для ультрафиолетовых лучей.

Rosse (1874), Adams (1875), Siemens (1875) и Berndt (1904) нашли, что уменьшение сопротивления пропорционально корню квадратному из силы освещения i ; но это верно лишь для малых i , так как при больших i сопротивление приближается к некоторому предельному значению. Н. А. Гезехус и Ruhmer отличают „мягкие“ и „жесткие“ приемники; мягкие получаются нагреванием селена до 200° и мед-

Рис. 20.



ленным охлаждением, жесткие — нагреванием до 100° — 150° и быстрым охлаждением. Мягкие приемники весьма чувствительны к слабому свету и мало чувствительны к сильному; жесткие обнаруживают противоположные свойства.

Скорость влияния света вначале весьма велика; затем она уменьшается, иногда вновь возрастает; предел достигается лишь через несколько часов; подобное же явление наблюдается при прекращении освещения, как показали Ruhmer (1902), Merritt (1907) и Dowell.

С повышением температуры уменьшается чувствительность, исчезающая около 200° ; но скорость достижения предельной проводимости увеличивается. Rossetino (1902) нашел, что при $—185^{\circ}$ чувствительность составляет еще около 0,75 той, которая наблюдается при обыкновенной температуре. Brown и Stebbins (1907) нашли, что давление (до 600 атм.) уменьшает чувствительность селена. Ries (1908) исследовал влияние влажности, которое весьма велико; в некоторых случаях наблюдается даже уменьшение проводимости при освещении. Van Aubel (1903) наблюдал влияние некоторых тел (каучук, камфора), находившихся в озоне; помещенные в темноте вблизи приемника, они вызывают увеличение проводимости; такое же влияние обнаруживают перекись водорода и терпентинное масло. Brown (1910) получил новую разновидность селена, которая в миллион раз лучше проводит, чем селен обыкновенный; при освещении ее проводимость уменьшается.

Мы видели, что по опытам некоторых наблюдателей приращение s проводимости σ пропорционально \sqrt{i} , где i сила освещения. Н. А. Гервежус (1883) дает формулу

$$i = a(b^s - 1) \dots \dots \dots (32)$$

где a и b постоянны. Гоппус (1903) полагает что

$$s = C\sqrt[3]{i} \dots \dots \dots (32,a)$$

Наконец, Athanasiadis (1908) выводит из своих опытов связь вида

$$i = bs(s - a) \dots \dots \dots (32,b)$$

где a и b постоянны.

Чтобы покончить с обзором свойств селена мы, ради полноты, рассмотрим еще действие на селен лучей Рентгена и лучей, испускаемых радием, хотя мы с этими лучами познакомимся лишь впоследствии. Reggeau (1899) и др. показали, что сопротивление селена уменьшается под влиянием лучей Рентгена, напр., в одном случае от 40000 ом. до 33000 ом. Athanasiadis (1908) исследовал законы этого явления. Он наблюдал уменьшение сопротивления от 41500 ом. до 20900 ом.; действие оказалось вполне аналогичным действию света, т. е. оно происходило по формуле (32,b), при чем i оказалось обратно пропорциональным квадрату расстояния от центра испускания лучей.

Himstedt и Bloch (1901) заметили, что сопротивление селена уменьшается под влиянием лучей, испускаемых радием. Это явление

исследовали Brown и Stebbins, которые нашли, что под влиянием β -лучей сопротивление селена может уменьшиться на 33%.

Нам остается рассмотреть наиболее важный вопрос о причинах изменения проводимости селена под влиянием световых лучей. Bidwell (1883) высказал гипотезу, что под действием света образуются селениды в тех местах, где селен соприкасается с металлическими проводниками. В неосвещенном селене эти вещества составляют разрозненные зерна; в освещенном, кристаллическом они образуют сплошные нити. В пользу этой теории высказался еще Carpini (1905). Однако, ее опровергли Pfund (1904) и Berndt (1904), которые исследовали совершенно чистый *Se* между угольными нитями. Светочувствительность была обычная, и максимум лежал при длине волны $0,7 \mu$.

Другая теория, которую можно назвать теорией молекулярной диссоциации была, в общих чертах, намечена Siemens'ом (1875), но ее подробное развитие, теоретическая обработка и сравнение с опытными результатами многих исследователей (Fritts, Ruhmer) всецело принадлежит Н. А. Гезехусу (1883—1906). Эта теория предполагает существование двух форм селена, которые можно обозначить через *A* и *B*. Из них *A* непроводник, *B* проводник; под влиянием света происходит переход *A* и *B*, при чем делаются свободными некоторое количество электронов или ионов, вновь присоединяющихся к молекулам при затемнении. Исходя из такого предположения, Н. А. Гезехус и вывел формулу (23). Описанный выше характер появления и исчезновения проводимости, Н. А. Гезехус находит вполне аналогичным другим последствием, наблюдаемым, напр., при упругих деформациях (т. I), в поляризованных диэлектриках (т. IV) и др. Действие света происходит почти моментально в некотором поверхностном слое и затем медленно проникает вглубь. Н. А. Гезехус находит, что когда сила освещения *i* увеличивается в 4 раза, то относительное приращение проводимости должно меняться в пределах от 4 до 1, когда начальное *i* растет от нуля до бесконечности. Это подтверждается наблюдениями Ruhmer'a, который нашел соответственные числа между 3,8 и 1,12. Постукивание ускоряет световое последствие, как и в других упомянутых случаях. Формула (32) приложима только к „мягким“ приемникам, для которых приближенно $a = 5$ и $b = 2$, если *i* измерять „люксами“ (свеча на расстоянии 1 метра) и под *s* подразумевать относительное изменение проводимости, т. е. величину $(\sigma - \sigma_0) : \sigma_0$. Последствие повиdimому следует закону $dx : dt = k \sqrt{n - x}$, т. е. скорость изменения пропорциональна корню квадратному из разности между предельным (*n*) и переменным значениям меняющейся величины. Существование двух модификаций селена, из которых одна превращается в другую, подтверждается также исследованиями Marc'a (1906), Schrott'a (1906) и др.

Свойствами селена пользовались для построения различных приборов. Любопытную игрушку построил Siemens, а именно модель глаза с подвижными веками и с селеновым приемником на месте сетчатой оболочки; если поднести к этому глазу, напр., свечу, то веки закрываются.

Далее, Siemens построил фотометр с селеновым приемником. Неоднократно пытались построить „фотофон“, который служил бы для световой телефонии. Удачными оказались попытки Когн'а (1907) воспользоваться свойствами селена для телефонографии, т. е. для передачи изображений на расстояние. Мечта весьма многих изобретателей построить селеновый „телескоп“, т. е. прибор, дающий возможность видеть предметы, находящиеся вдали (на другой станции), пока еще не осуществилась.

Покончив с селеном, нам остается рассмотреть влияние лучей света, а также радия, на проводимость других веществ. Adams (1875) заметил, что теллур обладает некоторою светочувствительностью, которая, однако, почти в 1000 раз меньше, чем у селена. Monckmann (1889) нашел влияние света на серу, но, напр., Threlfall, Brearley и Allen (1894) этого не подтверждают. Bidwell (1885) нашел влияние на сернистое серебро; этот результат подтвердили Mercadier и Chaperon (1890) и Харитоновский (1886), который нашел также влияние на чистую серу. Сажа также светочувствительна, как показали Tomlinson (1881) и Tainter (1880). Jaeger (1907) и др. обнаружили сильную светочувствительность антимонита (сернистая сурьма); наибольшее действие производят красные и голубые лучи. Особый интерес представляют вещества, обычно называемые „светочувствительными“, т. е. подвергающиеся, под влиянием света, химическим реакциям, как, напр., галоидные соли серебра. Arrhenius (1887) исследовал $AgCl$ и $AgBr$ в твердом виде. Оказалось, что при освещении их проводимость увеличивалась; при затемнении она возвращалась к прежнему значению. Действие было пропорционально силе освещения и росло от красной части спектра до фиолетовой (линия G или H), затем падая в ультрафиолетовой части. Fritsch (1897) нашел, что проводимость $AgCl$ и $AgBr$ меняется только в случае не чистых солей. Scholl (1899) и Wilson (1907) исследовали AgJ , свойства которого оказались аналогичными свойствам $AgCl$ и $AgBr$, найденным Arrhenius'ом. Наконец, Rudert (1909) исследовал CuJ , проводимость которой под влиянием света медленно возрастает и также медленно при затемнении убывает. Действие тем сильнее, чем короче длина волны. По всей вероятности здесь происходит, под влиянием света, выделение свободного иода, который, как показал Bädcker (стр. 56), значительно увеличивает проводимость CuJ . Rudert полагает, что под (J_2), растворяясь в CuJ , подвергается диссоциации на свободные ионы J , что и вызывает увеличение проводимости.

Многочисленные попытки заметить влияние освещения на чистые металлы не привели к отчетливым результатам. Эбонит, каучук, сургуч, парафин и др. подвергаются, под действием света, химическому изменению поверхностного слоя и, вследствие этого, их проводимость увеличивается.

P. Curie (1902) открыл, что сопротивление некоторых жидких диэлектриков, напр., CS_2 , CCl_4 , амилена, бензина, жидкого воздуха, вавелинового масла и др., уменьшается под влиянием лучей, испускае-

мых радием. То-же подтвердил Righi (1905), который нашел, что после удаления радия прежняя проводимость восстанавливается медленно. Затем Jaffé исследовал нефтяной эфир под влиянием γ -лучей; он пришел к результату, что в жидкости образуется „ток насыщения“ и, кроме того, ток, следующий закону Ома. Наконец, Greinacher (1909) нашел, что проводимость параффинового масла и нефтяного эфира увеличивается под влиянием α -лучей (полония).

Твердые диэлектрики исследовали Н. Becquerel (1903, парафин), Becker (1903, шеллак, парафин, слюда, эбонит), Bialobjeski (1909, сера), Hodgson (1909, парафин, эбонит, вазелин). Во всех случаях было обнаружено увеличение проводимости под влиянием лучей радия.

Paillot (1904) нашел, что сопротивление висмута уменьшается под влиянием лучей радия; влияние моментальное. Сопротивление в 15 омв уменьшилось на 0,0052 ома.

Becker (1904) нашел, что сопротивление параффина уменьшается под влиянием катодных лучей (см. ниже).

§ 12. Влияние магнитного поля. Проводимость некоторых веществ меняется под влиянием магнитного поля. Сюда относятся ферромагнитные вещества: *Fe*, *Ni*, и *Co*. Между всеми остальными веществами занимает совершенно исключительное положение диамагнитный висмут; для него влияние поля значительно больше, чем для всех других веществ, не исключая *Fe*, *Ni* и *Co*. Число исследований, посвященных вопросу о влиянии магнитного поля на проводимость веществ (главным образом, *Bi*, *Fe*, *Ni* и *Co*), весьма велико. Между ними имеют выдающееся значение исследования русских ученых Д. А. Гольдгаммера и А. И. Садовского. Главнейшие вопросы, которые возникают при изучении влияния поля на проводимость, суть следующие: Знак и величина изменения проводимости в зависимости от вещества. Зависимость от угла между линиями сил поля и направлением, в котором течет ток, т. е. определяется проводимость. Для проволок имеем два главных положения: \parallel и \perp к линиям сил; для пластинок следует отличать три главных положения: линии сил \parallel пластинке и \parallel току, \parallel пластинке и \perp току, \perp пластинке и \perp току. Далее возникают еще вопросы: о зависимости явления от напряжения *H* поля, от степени намагничивания *J* (магнитного момента единицы объема) вещества и от характера поля (постоянное или меняющееся); о зависимости изменения проводимости от температуры и др.

Мы ограничимся указанием на наиболее важные результаты произведенных исследований; в обзоре литературы помещен несколько более обстоятельный список работ. Как на главный результат укажем уже теперь, что сопротивление ρ железа, никкеля и кобальта, вообще, увеличивается параллельно, уменьшается перпендикулярно к линиям сил; для висмута, и в несравненно меньшей степени для сурьмы, получается увеличение сопротивления по всем направлениям.

Мы рассмотрим сперва ферромагнитные тела, затем висмут, и, наконец, другие вещества.

Первый, W. Thomson (Lord Kelvin, 1856) точными опытами доказал, что для железа ρ растет \parallel и убывает \perp линиям сил; изменение ρ не превышало 1:300. Для *Ni* оказался такой же результат (1858). Эти наблюдения подтвердили Beetz (1866), Adams (1876), автор этой книги (1877), Auerbach (1878), De Lucchi (1882), Tomlinson (1882), Righi (1884) и многие другие. Из них Adams нашел, что приращение сопротивления $\Delta\rho$ пропорционально квадрату силы намагничивающего тока. Tomlinson впервые искал зависимость $\Delta\rho:\rho$ от намагничения J ; он находит, что

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = aH + bJ \dots\dots\dots (33)$$

где a и b постоянны, H напряжение поля.

Обширные исследования Гольдгаммера, теоретические и экспериментальные, появились 1887—1890 г. Он, между прочим, критически разобрал работы своих предшественников и доказал несостоятельность формулы (33), которую заменил несравненно более правдоподобною формулою

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = aJ^2 \dots\dots\dots (34)$$

Гольдгаммер исследовал *Fe*, *Ni*, *Co*, *Sb*, *Te* и *Bi* (результаты, полученные для диамагнитных *Bi*, *Sb* и *Te* будут указаны ниже). Он готовил тонкие пластинки этих веществ (кроме *Bi* и *Te*), осаждая их электролитически на поверхность платинированного стекла. Каждая пластинка исследовалась в трех положениях: I. Пластинка и ток \parallel линиям сил поля; II Пластинка \parallel линиям сил, ток \perp к ним; III. Пластинка \perp линиям сил. Для *Fe*, *Ni* и *Co* получилось увеличение ρ в первом положении, т. е. \parallel линиям сил, и уменьшение во втором и третьем, т. е. \perp линиям сил. Для *Ni* уменьшение ρ при положении II в 2—5 раза меньше, чем увеличение в положении I; в положении III уменьшение ρ весьма малое; в положениях I и II обнаруживается почти одинаковое по абсолютной величине остаточное изменение сопротивления. Для *Co* возрастание $\Delta\rho$ в положении I меньше, чем для *Ni*; зато убывание в положении II всего в 1—2 раза меньше этого возрастания. Для *Fe* все изменения $\Delta\rho$ выражены еще слабее, но характер их тот же, как для *Ni* и *Co*. При постепенном изменении угла между линиями сил и током, величина $\Delta\rho$ меняется непрерывно, и при некотором значении угла получается $\Delta\rho = 0$. Beatti пользовался методом Гольдгаммера и вполне подтвердил полученные им результаты. Из последующих работ, которые приведены в обзоре литературы, упомянем следующие.

Dumermuth (1907) тщательно исследовал железо. При циклическом намагничивании наблюдается гистерезис и для сопротивления. При $H = 100$ C. G. S., сопротивление увеличивается на 0,1%; отношение $\Delta\rho:H$ имеет максимум около $H = 35$ C. G. S. при 0° , и при меньшем H , при 18° .

Grunmach и Weidert (1907) исследовали *Fe*, *Ni* и *Co* в виде тонких и плоских спиралей, расположенных \perp к магн. полю, так что можно

было всегда ожидать уменьшения сопротивления ρ . Однако для некоторых сортов *Fe*, они получили, при возрастающем H , сперва увеличение ρ , которое при 4000 *C. G. S.* достигает максимума; при 8000 *C. G. S.* ρ имеет первоначальное значение и затем продолжает убывать до 30000 *C. G. S.*; и для *Ni* оказался максимум $\Delta\rho$: $\rho = 0,0005$ при $H = 600$ *C. G. S.* При больших H получается наибольшее уменьшение ρ для *Ni*, меньшее для *Co* и еще меньшее для *Fe*. Опыты d'Agostino (1908) не подтвердили главного из этих результатов: он для *Fe* и *Ni* не находил возрастания ρ при поперечном намагничивании. Но и Grimshch заметил это явление не у всех сортов железа; кроме того Blake (1909) нашел его для *Ni*, хотя и не с полною достоверностью (см. ниже). Для зависимости величины $\Delta\rho$ от поля H или от намагничивания J были выведены из опытов самые разнообразные формулы. Находили, что $\Delta\rho$ пропорционально H , H^2 , J , J^2 и даже J^4 (Gray a. Jones, 1901). Мы уже привели формулу (34) Гольдгаммера, вероятно, наиболее близкую к действительности. J. J. Thomson (1901) теоретически получает, что $\Delta\rho$ должно быть пропорционально H^2 . Принимая во внимание магнитострикцию, Гольдгаммер (1888) предлагает формулу

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = aJ^2 + bHJ \dots \dots \dots (34,a)$$

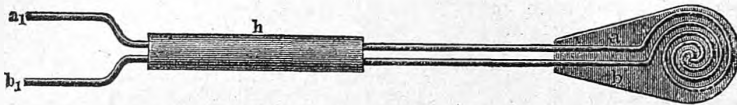
Зависимость $\Delta\rho$ от температуры для ферромагнитного вещества исследовал впервые Blake (1909). Он приводил плоскую спираль из *Ni* к температурам -190° , -57° , 0° , 18° , 100° и 182° , и подвергал ее действиям поперечных полей до 36600 *C. G. S.* При низких температурах он наблюдал увеличение сопротивления, которое могло быть следствием деформации спирали, при чем могли явиться продольные намагничивания. Абсолютное уменьшение ρ при наибольших H тем больше, чем выше температура.

Переходим к телам диамагнитным, из которых особенно были исследованы *Bi*, *Sb* и *Te*. Висмут занимает, как уже было сказано, совершенно исключительное положение: изменение его сопротивления ρ в магнитном поле наибольшее; оно может доходить до многих десятков процентов и даже превышать удвоение. Притом ρ при всех положениях увеличивается; этим отличаются вообще все диамагнитные вещества от веществ ферромагнитных. Заметим, что удельное сопротивление ρ висмута и его температурный коэффициент сильно меняются, а последний даже меняет знак под влиянием столь ничтожных примесей, что их присутствие может быть обнаружено только путем спектрального анализа, как показали van Aubel (1889) и Lenard (1890); для абсолютно чистого *Bi*, полученного электролитически, температурный коэффициент положительный.

Влияние поперечного магнитного поля на сопротивление висмута (пластинки) открыли почти одновременно (1883) Leduc, Righi и Hugiou; влияние продольного поля заметил еще раньше Tomlinson (1881). Дальнейшие исследования производили v. Ettinghausen и Nernst

(1886), van Aubel (1889), Lenard (1890), Kundt (1893) и др. В упомянутой выше работе, Гольдгаммер (1887) исследовал также и висмут. Он нашел, что в I и III положениях возрастание $\Delta\rho$ одинаковое; в положении II (пластинка \parallel линиям сил, ток \perp к линиям сил) $\Delta\rho$ в полтора раза больше, чем в двух других; при постепенном изменении положения пластинки, ρ меняется непрерывно. Lenard готовил чистый *Bi* электролитически и продавливанием через малое отверстие получал тонкую проволоку, которую располагал в виде плоской спирали. Такая спираль, концы которой припаяны к двум медным проволокам aa_1

Рис. 21.



и bb_1 , изображена на рис. 21. Когда Lenard установил ее нормально к линиям сил, он получил при разных H следующие значения для ρ :

$H =$	0	2000	6000	10000	12000	14000	16000	<i>C. G. S.</i>
$\rho =$	1	1,049	1,217	1,420	1,527	1,634	1,740	

Когда плоскость спирали была параллельна линиям сил, то при $H = 7390$ *C. G. S.* получилось $\rho = 1,203$ и при $H = 10930$ *C. G. S.* — $\rho = 1,302$, т. е. меньше, чем в предыдущем случае. Для зависимости ρ от угла φ между плоскостью спирали и линиями сил, Lenard находит формулу вида

$$\rho = a + b \sin^2 \varphi - c \sin^2 2\varphi \cos 2\varphi \dots \dots \dots 35)$$

где a , b и c постоянны. Carpinì (1904) находит формулу

$$\rho = \rho_0 + A(1 + \cos 2\varphi) \dots \dots \dots (35,a)$$

Patterson (1901) нашел, что весьма тонкий слой *Bi* менее подвержен влиянию поля, чем проволока. V. Everdingen (1897) исследовал кристаллы висмута, и нашел, что наименьшее изменение ρ в направлениях, перпендикулярных к линиям сил, получается, когда ось кристалла параллельна линиям сил. Когда линии сил перпендикулярны к оси, то в магнитном поле получаются три различные значения для ρ в направлениях линий сил, оси и перпендикулярном к этим двум.

Зависимость $\Delta\rho$ от H для *Bi* исследовалась многими учеными. Leduc (1886) находит, что $z = \Delta\rho$; ρ связано с H уравнением вида $z^2 + \beta z - \alpha H^2 = 0$, где α и β постоянны; в других случаях он находит $z = aN + bH^2 - cH^3$. Carpinì (1904) находит формулу, тождественную с первою формулою Leduc'a. Гольдгаммер полагает, что и для *Bi* должна быть приложима формула (34).

Зависимость величины $\Delta\rho$ от температуры исследовали для висмута Righi, van Aubel, Leduc, Drude и Nernst (1891), Fleming и Dewar (1897), Jewett (1903), Lownds (1903), Blake (1909) и др.

зывается, что с повышением температуры $\Delta \rho$ быстро убывает. Drude и Nernst нашли при 18° величину $100 \cdot \Delta \rho$: $\rho = 21,9$, при 100° уже $8,0$, при 223° — $0,96$ и при 290° (плавление) только $0,41$. Замечательный результат получили Dewar и Fleming (1896) при низкой температуре. Проволока из электролитически полученного *Bi* имела при 19° вне поля $\rho_0 = 1,46$ ома; в поперечном магнитном поле ($H = 14150$ C. G. S.) оказалось $\rho = 2,34$ ом, так что ρ увеличилось в $1,6$ раз. При -186° было вне поля $\rho = 0,53$ ома, в магнитном поле $\rho = 22,4$ ома; оно увеличилось в $42,2$ раза. Под влиянием поля $H = 22000$ C. G. S. сопротивление возросло даже в 150 раз! Для продажного *Bi* такие числа не получались, но все же наблюдалось увеличение ρ в $4,5$ раза: в одном случае при -202° и $H = 0$ сопротивление $\rho = 0,5723$ возросло до $\rho = 2,6801$ при $H = 2756$ C. G. S. С понижением температуры ρ уменьшается вне поля или при малом H ; при больших H сопротивление ρ растет с понижением температуры. Это видно, напр., из следующих чисел для ρ Everdingen'a (1901):

<i>T</i> абс.	$H = 0$	3000	6000 C. G. S.
91	1,711	2,826	4,718
250	1,600	1,744	2,020
373	2,094	2,129	2,212

Lownds (1903) нашел, что в кристаллах *Bi* разность $\Delta \rho$ вдоль оси и \perp к ней увеличивается с понижением температуры. Так при $H = 4980$ C. G. S. и $22,5^\circ$ получалось \parallel оси $\Delta \rho = 19,8\%$, \perp оси $\Delta \rho = 14,3\%$; при -186° оказалось \parallel оси $\Delta \rho = 56,5\%$, \perp оси $\Delta \rho = 11,4\%$. Влияние весьма низких температур исследовали также Du Bois и Wills (1899 $\rho = 1$ при $H = 0$ и $t = 0^\circ$, $\rho = 230$ при $H = 37500$ C. G. S. и $t = -180^\circ$) и Blake (1907), который дал кривые (изотермы) для $\rho = f(H)$ при температурах от -192° до $+184^\circ$, и от $H = 0$ до $H = 36600$ C. G. S. При $H > 30000$ наблюдается максимум ρ между -160° и -190° . Jewett (1903) нашел следующие увеличения ρ в процентах в поле $H = 12000$ C. G. S. при различных температурах:

$t = 24^\circ$	80°	100°	140°	200°
$\Delta \rho = 16,3$	6,6	5,6	5,4	0,52.

Van Aubel (1888) и Faë (1887) исследовали сплавы *Bi* и *Sn*; при 20% *Sn* влияние поля уже весьма слабое.

Нам остается рассмотреть весьма интересный вопрос о сопротивлении ρ висмута непостоянному току. Lenard и Howard (1888), Lenard (1890) и Zahn (1891) заметили, что при $H = 0$ или весьма малом получается ρ немного меньшим ($0,23\%$), если его измерять переменным током, чем когда пользоваться током постоянным. Но в сильном магнитном поле, наоборот, переменный ток как бы встречает большее сопротивление (до 7%), чем ток постоянный. Этот вопрос был всесторонне выяснен А. И. Садовским (1895), с работами которого, повидимому, не были знакомы некоторые из ученых, занимавшихся впоследствии тем же вопросом. Садовский разделил, при

помощи остроумно устроенного коммутатора, переменный ток на три части одинаковой продолжительности, которым соответствуют токи нарастающий, максимальный и убывающий; для каждой из этих частей измерялось сопротивление четырех висмутовых спиралей вне поля и под влиянием поперечного поля. При помощи магнитоэлектрической машины получались токи вида $J_1 = J_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}$, $J_2 = J' + J_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}$, где $J' < J_0$, и $J_3 = J'' + J_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}$, где $J'' > J_0$. Время T менялось от $\frac{1}{3}$ до $\frac{1}{6}$ сек. Обозначим сопротивление при постоянном токе через ρ , при нарастающем через ρ' , при максимальном через ρ'' , при убывающем через ρ''' . Для тока J_1 , оказалось следующее: в не магнитного поля нельзя было заметить разницы между четырьмя сопротивлениями; в магнитном же поле, под влиянием которого ρ увеличивалось в 2,20—2,23 раз, обнаружилось следующие неравенства:

$$\rho' > \rho'' > \rho > \rho''' \dots \dots \dots (36)$$

Наибольшее сопротивление соответствует нарастающему (ρ'), наименьшее — убывающему (ρ''') току; максимальный, не вполне постоянный, ток давал несколько большее сопротивление (ρ''), чем ток постоянный (ρ). Принимая $\rho'' = 1$, получалось для четырех спиралей (4,5 колебания тока в сек.).

ρ'	ρ	ρ'''
1,0056 — 1,0060	0,9988 — 0,9976	0,9984 — 0,9902.

При 3,5 колебаниях тока в сек. получались числа, более близкие к единице. Для тока J_2 разности между четырьмя сопротивлениями меньше, чем для тока J_1 , и еще меньше для тока J_3 , уже не меняющего знак. Ясно, что все разности должны исчезнуть, когда J'' весьма велико сравнительно с J_0 . Для общей зависимости J от ρ была Садовским предложена формула вида

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{k}{J} \frac{dJ}{dt} \right) \dots \dots \dots (36, a)$$

Позднейшие исследования производили Wolf (1897), Eichhorn (1899), Wachsmuth и Bamberger (1899), Bamberger (1901), Simpson (1901), Sagnac (1902), Schnorr von Carolsfeld (1904), Carpinì (1904), Pallme König (1908) и Seidler (1910).

Eichhorn исследовал ρ в меняющемся магнитном поле; оказалось, что величина ρ отстает от поля, т. е. при возрастающем поле она меньше, а при убывающем — больше, чем было бы при постоянном поле. Висмут обнаруживает таким образом нечто вроде гистерезиса. Wolf, а также Wachsmuth и Bamberger лишь подтвердили результаты Leonard'a. Simpson нашел, что при прохождении переменного тока, в магнитном поле, через висмут, в последнем возникает нечто вроде переменной электродвижущей силы e , фаза которой сдвинута на некоторый угол φ против фазы самого тока. Этот угол равен 100° , когда число n перемен тока равно 3; он равен $126^\circ 30'$ когда $n = 60$. Величина силы e про-

порциональна силе тока; она линейная функция напряжения поля, увеличивается с частотой n , и имеет максимум при -70° ; угол φ не зависит ни от напряжения поля, ни от температуры. Pallme König и Seidler подробно исследовали силу c ; все работы подтвердили основные результаты исследования Садовского.

Из других диамагнитных веществ обнаруживают влияние поля теллур и сурьма. Гольдгаммер нашел, что теллур обнаруживает те же явления, как и висмут, но в значительно меньшей степени. Для сурьмы увеличение ρ одинаковое во всех трех положениях. Те же результаты подтвердили Lenard, Vamberger и др. Последний нашел, что ρ для Sb меньше для переменного тока, чем для постоянного, и притом для всех H .

Немагнитные металлы исследовали впервые Balfour Stewart и Schuster (1874) и Auerbach (1878), которые нашли слабое влияние поля на Cu , Pb , графит и др. Далее Patterson (1902), Grunmach (1907), d'Agostino (1908) и Laws (1910) исследовали влияние поля на проводимость металлов. Patterson нашел для поперечного поля H следующие увеличения сопротивления:

	<i>Cu</i>	<i>Hg</i>	<i>Cd</i>	<i>Zn</i>	<i>Au</i>	<i>Pt</i>	<i>Sn</i>	<i>Ag</i>	Уголь
H (C. G. S.)	26500	24900	29200	29200	29200	29200	29200	29200	24400
$\frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot 10^4$	2,01	3,18	21,16	6,35	3,02	0,44	1,87	2,02	2,73.

Приближенно $\Delta\rho$ пропорционально H^2 . Для продольного поля получились меньшие $\Delta\rho$. Grunmach также нашел увеличение сопротивления ρ десяти пара- и диамагнитных металлов в поперечном магнитном поле. Порядок оказался следующий: Cd , Zu , Ag , Au , Cu , Sn , Pd , Pb , Pt , Ta . Для Cd при $H = 16220$ C. G. S. получились $\Delta\rho$: $\rho = 0,000683$; для Ta при $H = 16180$ C. G. S. всего $\Delta\rho$: $\rho = 0,0000079$. D'Agostino нашел увеличение ρ для Cd , Au , Zn , Mg , Pd , никакого влияния на Cu , Ag , Al , уменьшение ρ для Pt , нейзильбера, манганина и инвара. Laws исследовал Cd , Zn и графит; закон Гольдгаммера ($\Delta\rho = cH^2$) оказался справедливым. С понижением температуры $\Delta\rho$ быстро увеличивается, и для Cd и Zn увеличение $\Delta\rho$ при -186° в 20 раз, а для графита в 3 раза больше, чем при $+16^\circ$. Для графита получилось поразительно громадное влияние поля, а именно: $\Delta\rho$: $\rho = 0,01$ при $H = 11000$ C. G. S.

Neeser (1884) не нашел влияния поперечного поля на сопротивление ρ раствора железного купороса; продольное поле вызвало небольшое уменьшение ρ . Lussana (1893), Hurmuzescu (1897) и Milani (1897) не нашли влияние поля на проводимость растворов солей железа. Bagard (1899) исследовал раствор $CuSO_4$; замеченное им изменение ρ в магнитном поле имело побочные причины. Наконец, Berndt (1907) исследовал длинный ряд растворов солей железа, никкеля, кобальта, висмута и меди, а также ртуть и расплавленный Bi ; никакого влияния поля на их проводимость не обнаружилось.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 2.

- Jacobi*. C. R. 33 p. 277, 1851.
Siemens. Pogg. Ann. 110 p. 1, 1860.
Mercadier. C. R. 116 p. 800, 872, 974, 1893.
Mascart. C. R. 109 p. 393, 1889.
De Bailhache. La Technique moderne 1 No. 11, 12; 2 No. 2, 4, 5, 6, Rivista di Scienza 15 No. 3, 1910; Lum. électr. (2) 7 No. 31, 32, 33, 1909.
Wolf. Bull. of the Bur. of Standards 1, p. 39 (Reprint No. 3), 104; 5 p. 243 (Reprint No. 102), 1908; Trans. St. Louis Int. Electr. Congr. 1 p. 448, 1904.
Janet. Journ. de Phys. (4) 8 p. 530, 1909.
Jaeger u. Lindeck. Elektrotechn. Zeitschr. 1905 No. 10; 1909 No. 19.
Warburg. Verh. d. internat. Konferenz über elektr. Maßarbeiten in Charlottenburg 23.—25. Okt. 1905, Berlin, 1906; Zeitschr. f. Phys. Chem. 75 p. 674, 1911.
Lippmann. Unités électriques absolues, Paris, 1899.
Guillaume. C. R. 152 p. 47, 1911.

К § 3.

- G. Wiedemann*. Phil. Mag. (5) 14 p. 258, 1882, Elektrotechn. Zeitschr., 1882.
Rayleigh. Phil. Mag. (5) 14 p. 329, 1882.
Dorn. Über den wahrscheinlichen Wert des Ohm nach den bisherigen Messungen, Instrumentenkunde 1893, Beiheft.

Первый способ W. Weber'a:

- W. Weber*. Elektrodynamische Maßbestimmungen 2 p. 226, 1885.
W. Weber u. Zöllner. Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 1880 p. 77.
Mascart, de Neville et Benoît. Résumé d'expériences sur la détermination de l'Ohm etc., Paris, Gauthier Villars 1884; Annal. de Chim. et de Phys. (6) 6 p. 5, 1885.
G. Wiedemann. Abhandl. Berl. Akad. der Wissensch. 1884; W. A. 42 p. 227, 425, 1891.
Peter. Ber. mathem. phys. Classe d. K. Sächs. Ges. d. Wiss., 4 Июнь 1894.

Второй способ W. Weber'a:

- Коммиссия Британской Ассоциации*. Rep. Brit. Assoc. 1863, p. 111; 1864 p. 350
 Reprint of Reports of the Committee on Electrical Standards, London, Spon, 1873.
Rayleigh a. Schuster. Proc. R. Soc. 32 p. 104, 1881.
Rayleigh. Phil. Trans. 173, II p. 661, 1882.
H. Weber. Der Rotationsinduktor, Leipzig, Teubner, 1882.

Третий способ W. Weber'a:

- W. Weber*. Abh. k. sächs. Ges. d. Wiss. 1 p. 232, 1852.
Schering. Wied. Ann. 9 p. 287, 1880.
Хоальсон. Мém. de l'Acad. d. St. Pétersb. 26 Nr. 14, 1879; 28 Nr. 3, 1880; О магнитных успокоителях, Спб. 1880.
H. F. Weber. Absolute elektromagn. und kalorimetr. Messungen, Zürich, 1877; Züricher Vierteljahrsschrift 22 p. 273, 1877.
F. Kohlrausch. Pogg. Ann. Ergbd. 6 p. 1, 1873. Götting. Nachr. 1882 p. 660; W. A. 35 p. 700, 1888; Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss 16 p. 629, 1888.
Dorn. Wied. Ann. 17, p. 773, 1882; 36, p. 22, 398, 1889.
W'ld. Мém. de l'Acad. de St. Pétersb. 32 Nr. 2, 1884; W. A. 23 p. 665, 1884.
Baille. Ann. télégr. 1884 p. 89, 131.

Способ Kirchhoff'a:

- Kirchhoff*. Pogg. Ann. 76, 1849; Gesammelte Abhandlungen p. 118, 1878.
Rowland. Amer. J. of Science (3) 15 p. 15, 281, 325, 430, 1881.

H. F. Weber. Der absolute Wert der Siemenschen Quecksilbereinheit und der Größe des Ohms als Quecksilbersäule, Zürich, 1884.

Glazebrook, Dodds a. Sargent. Proc. R. Soc. 34, p. 86, 1882.

Glazebrook a. Sargent. Phil. Trans. 174 p. 223, 1883.

Mascari, de Nerville et Benoit, см. выше.

Kimball, 1883, см. Elektrotechn. Zeitschr. 6 p. 441, 1885.

Rowland a. Kimball, 1884, см. Elektrotechn. Zeitschr. 6 p. 441, 1885.

Roiti. N. Cim. (3) 12 p. 60, 1882; 15 p. 97, 1884; Atti di Torino 17, 1882; 18, 1884.

Himstedt. Wied. Ann. 22 p. 281, 1884; 26 p. 547, 1886; 28 p. 339, 1886; 54 p. 305, 1895; Ber. d. Naturf. Ges. zu Freiburg i. B. 1886, Heft 1.

Способ Lorenz'a:

L. Lorenz. Pogg. Ann. 149 p. 251, 1873; W. A. 25 p. 1, 1885; Journ. de Phys. (2) 1 p. 477, 1882; Conférence internat. pour la détermination de l'Ohm, 2 Session, Paris, 1884, p. 34.

Rayleigh a. Mrs.'Sidgwick. Phil. Trans. 174 p. 295, 1883; Chem. News 47 p. 21, 1883.

P. Ленц. Conférence internat pour la détermination de l'Ohm, 2 Session, Paris, 1884, p. 30.

Rowland, Kimball u. Duncan. Elektrotechn. Zeitschr. 6 p. 441, 1885.

Rowland. Brit. Assoc. 1887.

Duncan, Wilkes a. Hutchinson. Phil. Mag. (5) 28 p. 17, 98, 1889.

Jones. Electrician 25 p. 556, 1890; 35 p. 231, 253, 1890; Lum. électr. 38 p. 379, 1890; Phil. Trans. 182 p. 1, 1891; Brit. Assoc. Leeds, 1891.

Rosa. Bull. Bur. of Stand. 5 p. 499, 1909; Electrician 63 p. 1023, 1909.

Способы Lippmann'a:

Lippmann. C. R. 93 p. 713, 955, 1881; 95 p. 634, 1154, 1348, 1882.

Carey Foster. Electrician 7 p. 266, 1881; Rep. Brit. Assoc. 1881 p. 426.

Brillouin. C. R. 93 p. 845, 1069, 1881; 94 p. 36, 1882.

Wuilleumier. Journ. de phys. (2) 9 p. 220, 1890.

Leduc. C. R. 118 p. 1246, 1894.

Другие способы:

Brillouin. C. R. 96 p. 190, 1883.

Mengarini Atti d. R. Acad. dei Lincei (3) 8 p. 318, 1884.

Joubert. C. R. 94 p. 1519, 1882.

J. Fröhlich. Wied. Ann. 19 p. 106, 1883.

F. Weber. Absolute elektromagn. und calorimetr. Messungen, Zürich, 1877.

К § 4.

Ртутные эталоны:

Strecker. Wied. Ann. 25 p. 252, 456, 1885.

Jaeger. Zeitschr. f. Instr. 16 p. 134, 1896; Wiss. Abhandl. d. Phys.-Techn. Reichsanst. 2 p. 379, 1895.

Jaeger u. Kahle. Zeitschr. f. Instr. 21 p. 1, 1901; W. A. 64 p. 456, 1898; Wiss. Abhandl. d. Phys.-Techn. Reichsanst. 3 p. 95, 1900.

Maxwell. Electric. and Magnet. I § 308, 309.

Rayleigh. London Math. Soc. Proc. 7 p. 74, 1875—1876.

Schrader. Wied. Ann. 44 p. 222, 1891.

Kreichgauer u. Jaeger. W. A. 47 p. 562, 1892.

Glazebrook a. Fitzpatrick. Phil. Trans. 179 p. 351, 1888.

Проволочные эталоны:

Feussner. Zeitschr. f. Instr. 10 p. 425, 1890; W. A. 40 p. 139, 1890.

Feussner u. Lindeck. Wiss. Abhandl. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt 2 p. 501, 1895; Zeitschr. f. Instr. 15 p. 394, 426, 1895.

- Lindeck.* Zeitschr. f. Instr. 23 p. 1, 1903.
Jaeger u. Lindeck. Wied. Ann. 65 p. 572, 1898; Zeitschr. f. Instr. 18 p. 97, 1898; 26 p. 15, 1906; Verhandl. d. internat. Konferenz über elektr. Maßeinheiten (Warburg), Berlin, 1906, p. 63.
Raps. Zeitschr. f. Instr. 16 p. 22, 1896.
Wolf. Zeitschr. f. Instr. 18 p. 19, 1898.
Burstall. Phil. Mag. (5) 42 p. 209, 1896.
Chaperon. C. R. 108 p. 799, 1889.
Ayrton a. Mather. Proc. Phys. Soc. London 11 p. 269, 1892.
Paterson a. Bayner. Journ. Instr. Electr. Eng. 42 p. 455, 1909; Zeitschr. f. Instr. 29 p. 238, 1909.
Ohrlich. Zeitschr. f. Instr. 29 p. 241, 1909.
Poggendorff. Pogg. Ann. 52 p. 511, 1841.
Jacobi. Pogg. Ann. 54 p. 340, 1841; 59 p. 145, 1843.
Chaperon. C. R. 108 p. 799, 1889.
Ohrlich. Zeitschr. f. Instr. 29 p. 241, 1909; Verh. d. d. phys. Ges. 1910 p. 949.
Müller. Progr. d. Gymnas. zu Wesel, 1857.
Хвольсон (прибор Якоби). Bull. de l'Acad. d. St. Pétersb., Mélanges 22 p. 665, 1876.
E. Voigt. Wied. Ann. (4) 12 p. 385, 1903.
Strouhal u. Barus. Wied. Ann. 10 p. 326, 1880.
Giese. Wied. Ann. 11 p. 443, 1880.
Carey Foster. Wied. Ann. 26 p. 239, 1885.
Carey Foster a. Lodge. Phil. Mag. (4) 49 p. 368, 1875.
Ascoli. Mém. R. Acc. d. Lincei (4) 4 p. 409, 1887; Rend. R. Acc. d. Lincei 1 p. 197, 1885.
Heerwagen. Zeitschr. f. Instr. 9 p. 165, 1889.
Wiedemann. Wied. Ann. 42 p. 227. 425, 1891.
Хвольсон. Wied. Ann. 24 p. 45, 1885.

K § 5.

- Rayleigh.* Phil. Trans. 174 p. 173, 295, 1883.
E. Bequerel. Ann. d. Chim. et Phys. (3) 17 p. 242, 1846.
Maiche. Bull. intern. des Électriciens 2 p. 67, 1865.
Siemens. Report Brit. Assoc. 1867 p. 479.
Heaviside. Phil. Mag. (4) 45 p. 245, 1873.
Kirchhoff. Wied. Ann. 11 p. 801, 1880, Ber. Berl. Akad. 1880 p. 601; Ges. Abhandl. p. 66.
Kirchhoff und Hansemann. Wied. Ann. 13 p. 410, 1881; Ges. Abhandl., Nachtrag p. 1.
Strecker. Wied. Ann. 25 p. 464, 1885.
Kohlrausch. Wied. Ann. 20 p. 76, 1883; Ber. Berl. Akad. 1883 p. 465.
Jaeger. Zeitschr. f. Instr. 24 p. 288, 1904.
Wheatstone. Phil. Trans. 1843, II p. 323; Pogg. Ann. 62 p. 535, 1844.
Slotte. Wied. Ann. 15 p. 176, 1882.
F. Kohlrausch. Wied. Ann. 11 p. 653, 1880.
F. Kohlrausch u. L. Holborn. Das Leitvermögen der Elektrolyte, Leipzig 1898.
Wien. Wied. Ann. 42 p. 593, 1891; 44 p. 681, 1891.
Rubens. Wied. Ann. 56 p. 27, 1898.
Maxwell. Treatise on Electr. and Magn. I, § 490.
Heaviside. Phil. Mag. (4) 45 p. 114, 1873.
Gray. Absol. Measur. in El. and Magn. 1 p. 331, 1888
Lehfeld. Phil. Mag. (5) 32 p. 60, 1891.
Rayleigh. Proc. R. Soc. 49 p. 203, 1891.
Levy. Wied. Ann. 49 p. 196, 1893.
Schuster. Phil. Mag. (5) 39 p. 175, 1895.
Armagnac. L'éclairage élect. 11 p. 59, 1897.
Child a. Stewart. Phys. Rev. 4 p. 502, 1897.

- Crehore a. Squier.* Phil. Mag. (5) 43 p. 161, 1897.
W. Thomson. Phil. Mag. (4) 24 p. 149, 1862.
Keeves. Phil. Mag. (5) 41 p. 414, 1896.
Appleyard. Phil. Mag. (5) 41 p. 506, 1896.
Jaeger, Lindeck u. Diesselhorst. Zeitschr. f. Instr. 23 p. 33, 65, 1903; Wiss. Abhandl. d. Phys.-Techn. Reichsanst. 4 p. 118, 1903.
Matthiessen a. Hockin, см. Maxwell. Electr. a. Magn. 1. § 352.
Foster. Journ. Tel. Eng. 1872; W. A. 26 p. 239, 1885.
F. Kohlrausch. Pogg. Ann. 42 p. 218, 1871.
Dorn. Wied. Ann. 17 p. 773, 1882.
Mayrhofer, Дисс. Erlangen, 1890.
R. H. Weber. Wied. Ann. 68 p. 705, 1899.
Hughes. Phil. Mag. (5) 8 p. 50, 1879.
Lodge. Phil. Mag. (5) 9 p. 123, 1880.
Rayleigh. Rep. Brit. Assoc. 1880 p. 472.
Oberbeck u. Bergmann. W. A. 31 p. 792, 1887.
Oberbeck. Wied. Ann. 31 p. 812, 1887.
Bergmann. Wied. Ann. 36 p. 784, 1889; 42 p. 90, 1891.
Elsas. Wied. Ann. 35 p. 828, 1888; 42 p. 165, 1891.
M. Wien. Wied. Ann. 49 p. 306, 1893.
Siemens. Rep. Brit. Assoc. 1860; Wiss. Arb. 1 p. 128.
Fuchs. Pogg. Ann. 156 p. 162, 1873.
Lippmann. C. R. 83 p. 192, 1876.
Candew. Proc. R. Soc. 50 p. 340, 1892.
Klemenčić. Wien. Ber. 93 p. 470, 1886.
Rood. Amer. J. of Sc. (4) 10 p. 285, 2990.
J. Curie. Ann. de chim. et phys. (5) 17 p. 385, 1889; 18 p. 203, 1889.
Mance. Proc. R. Soc. 19 p. 248, 1871.
Lodge. Phil. Mag. (5) 3 p. 515, 1877.
Guglielmo. Atti di Torino 16, 1881; 20 p. 279, 1885.
Золотарев. Ж. П. Ф.-Х. Общ. 16 p. 142, 1882.
Nernst u. Haagn. Zeitschr. für Elektrochemie 2 p. 483, 1896.
Haagn. Zeitschr. f. phys. Chemie 23 p. 97, 1897.
Schuster. Phil. Mag. (5) 39 p. 175, 1895.
Jaeger. Zeitschr. f. Instr. 26 p. 69, 360, 1906.
Smith. Electrician 57 p. 976, 1009, 1906.

К § 6.

- Matthiessen u. v. Bose.* Pogg. Ann. 115 p. 353, 1862.
Lucien de la Rive (Fl.). Arch. sc. phys. (2) 17 p. 67, 1863.
Erhard (In). W. A. 14 p. 504, 1881.
Emo. Atti R. Ist. Venet. (6) 2, 1884.
Van Aubel (Bi). Arch. sc. phys. (3) 19 p. 108, 1888.
Benoist. C. R. 76 p. 342, 1873; Carl's Repert. 9 p. 55, 1873.
Vicentini e Omodei. Atti R. Acad. di Torino 1889, p. 25.
H. F. Weber. Berl. Ber. 1880 p. 476.
Oberbeck u. Bergmann. W. A. 31 p. 792, 1887.
Dewar u. Fleming. Phil. Mag. (5) 36 p. 271, 1893.
Jaeger u. Diesselhorst. Abhandl. Phys.-Techn. Reichsanst. 3 p. 269, 1900.
Auerbach. Wied. Ann. 8 p. 479, 1879.
Marvin. Phys. Rev. 30, p. 522, 1910.
Kreichgauer u. Jaeger. Wied. Ann. 47 p. 513, 1892.
Guillaume. C. R. 115 p. 414, 1892.
F. E. Smith. Proc. R. Soc. 73, p. 239, 1904.
Pirani см. Koenigsberger. Jahrb. d. Radioaktiv. 4 p. 182, 1907.
Streintz. Ann. d. Phys. (4) 8 p. 847, 1902; 33 p. 436, 1910.

- Williams*. Phil. Mag. (6) 3 p. 515, 1902.
Wroblewski. Wied. Ann. 26 p. 27, 1885.
Cailletet et Bouty. C. R. 100 p. 1188, 1885.
Dewar a. Fleming. Phil. Mag. (5) 34 p. 326, 1892; 36 p. 271, 1893; 40 p. 303, 1895;
 Proc. R. Soc. 60 p. 76, 1896.
Fleming. Proc. R. Soc. 66 p. 50, 1900.
Dewar. Proc. R. Soc. 68 p. 360, 1901; Chem. News 84 p. 49, 1901; Ann. de chim. et
 de phys. (7) 17. p. 5, 1899.
Meilink. Comm. Labor. Leiden 1904, Suppl. 9; Amsterd. Akad. 1904 p. 212.
Kammerlingh, Onnes u. Clay, Comm. Labor. Leid. Nr. 95; 99, c; 107, c; Amsterd.
 Akad. 15 p. 349, 1906; 16 p. 169, 1907.
Koenigsberger u. Reichenheim. Phys. Zeitschr. 7 p. 570, 1906; 8 p. 833, 1907; Verh.
 d. d. phys. Ges. 1907 p. 387.
Koenigsberger. Jahrb. d. Radioaktiv. 4 p. 158, 1907.
Koenigsberger u. Schilling. Phys. Zeitschr. 9 p. 347, 1908; Annal. d. Physik (4) 32
 p. 179, 1910.
Nicolai. Journ. de Phys. (4) 7 p. 937, 1908; Phys. Zeitschr. 9 p. 367, 1908.
Benoit. C. R. 76 p. 342, 1873.
Gleichmann. Дисс., Marburg, 1894.
Harrison. Phil. Mag. (6) 3 p. 177, 1902.
Strutt. Phil. Mag. (6) 4 p. 596, 1902.
Hopkinson. Proc. R. Soc. 45, p. 457, 1889.
Le Chatelier. C. R. 110 p. 283, 1890; 111 p. 454, 1890; Journ. de Phys. (2) 10 p. 369,
 1891.
De la Rive. C. R. 57 p. 698, 1863.
Siemens. Pogg. Ann. 113 p. 99, 1861.
Vassura. N. Cim. (3) 31 p. 25, 1892.
Bernini. N. Cim. (5) 6 p. 21, 1903; Phys. Zeitschr. 5 p. 241, 406, 1904; 6 p. 74, 1905.
Matteucci. C. R. 40 p. 541, 913, 1855; 42 p. 1133, 1856; Ann. d. chim. et phys. (3)
 43 p. 467, 1855.
van Everdingen. Leiden Comm. No. 61, 1900; Supl. No. 2, 1901.
Lownds. Annal. d. Physik (4) 9 p. 677, 1902.
Voigt. Lehrbuch der Kristallphysik, 1910 p. 345.
Stone. Phys. Rev. 6 p. 1, 1898.
Vincent. C. R. 126 p. 820, 1898.
Longden. Phys. Rev. 11 p. 40, 84, 1900.

К § 7.

- Matthiessen*. Pogg. Ann. 110 p. 190, 1860; 116 p. 369, 1862; 122 p. 19, 68, 1864.
Jaeger u. Lindeck. Zeitschr. f. Instr. 18 p. 97, 1898; 26 p. 15, 1906; W. A. 65 p. 572,
 1898.
F. E. Smith. Phil. Mag. (6) 16 p. 450, 1908.
Reichard. Ann. d. Phys. (4) 6 p. 832, 1901.
Guillaume. C. R. 125 p. 235, 1897; Journ. de Phys. (3) 7 p. 262, 1898.
F. A. Schulze. Verh. d. d. phys. Ges. 1910 p. 822; Phys. Zeitschr. 11 p. 1004, 1910.
Le Chatelier. C. R. 112 p. 40, 1891; 126 p. 1709, 1898.
Rietzsch. Ann. d. Phys. (4) 3 p. 403, 1900.
Dewar (Pd + H₂). Trans. R. Soc. Edinb. 27, 1881.
Knot. Proc. R. Soc. Edinb. 1882—83 p. 181; 83 p. 171, 1887.
Крпакъ. Ж. Р. Ф.-Х. О. 24 p. 628, 1892; Ztschr. f. phys. Chem. 17 p. 689, 1898.
Brucchiari. Electrician. 32 p. 91, 1893.
Fischer. Wied. Ann. (4) 20 p. 503, 1906.
Mc. Elfresh. Proc. Amer. Acad. 39 No. 14, 1904; Contrib. Harvard-Univ. 1903, I p. 305.
Жуков. Ж. Р. Ф.-Х. Общ., Отд. Химии, 42 p. 40, 1910.

- Gressmann.* Phys. Rev. 9 p. 20, 1899; Phys. Ztschr. 1 p. 345, 1900.
Willows. Phil. Mag. (5) 48 p. 433, 1899; Phys. Ztschr. 8 p. 173, 1907.
H. R. Weber. W. A. 68 p. 705, 1899.
Larsen. Wied. Ann. (4) 1 p. 123, 1900.
Р. Ленц. Электро-метрологические исследования I, Спб. 1883.
Clay. Comm. Labor. Leiden No. 107, d. 1909.
Barus. Amer. J. of Sc. (3) 36 p. 427, 1888.
Rayleigh. Nature 54 p. 154, 1896; Scient. Papers 4 p. 232.
Liebenow. Zeitschr. f. Elektrochemie 4 p. 201, 1897—98; Elektr. Widerst. der Metalle, Halle, 1898.
Guertler. Zeitschr. f. anorg. Chem. 51 p. 397, 1906; 54 p. 58, 1907; Zeitschr. f. Elektrochemie 13 p. 441, 1907; Phys. Zeitschr. 8 p. 424, 1130, 1907; 9 p. 29, 401, 1908; Jahrb. d. Radioakt. 5 p. 17—81, 1908.
Rudolfi. Phys. Zeitschr. 9 p. 198, 607, 1908.
Курнаков и Жемчужный. Zeitschr. f. anorg. Chem. 54 p. 149, 1907.
Schenk. Phys. Zeitschr. 18 p. 239, 1907; Metallurgie 4 p. 161, 1908.
Le Chatelier. Rev. gén. des sc. 6 p. 531, 1895, Contribution à l'étude des alliages, 1901; Bull. d. la Soc. d'Encour. (4) 10 p. 384, 1895.

К § 8.

- Beetz.* Pogg. Ann. 158 p. 653, 1876; Münch. Ber. 1876 p. 26; W. A. 12 p. 73, 1881.
Боргман. Ж. Р. Ф.-Х.О. 9 p. 163, 1877; Дисс. Спб. 1877; W. A. 11 p. 1041, 1880.
Siemens. Wied. Ann. 10 p. 560, 1880.
Muraoka. Wied. Ann. 13 p. 307, 1881.
Dewar a. Fleming. Phil. Mag. (5) 34 p. 326, 1892.
Brion. Wied. Ann. 59 p. 715, 1896.
Cellier. Wied. Ann. 61 p. 511, 1897; Дисс. Zürich 1896.
Faraday. Exp. Research. § 380 и след., 1833; Pogg. Ann. 31 p. 241, 1834.
Beetz. Pogg. Ann. 158 p. 653, 1876; Münch. Ber. 1876 p. 26.
Hittorf. Pogg. Ann. 84 p. 1, 1851.
Braun. Pogg. Ann. 153 p. 556, 1874; 154 p. 161, 1875; W. A. 4 p. 95, 1877; 4 p. 476, 1878.
Bellati e Lussana. Atti R. Istit. Veneto (8) 6, 1888.
Beijerinck. Дисс. Freiburg i. B., 1897; Jahrb. f. Mineral., Beilagebd. 11 p. 403, 1897.
J. Curie. Thèses, Paris, 1888.
Bädecker. Wied. Ann. (4) 22 p. 749, 1822.
Horton. Phil. Mag. (6) 11 p. 505, 1906.
Nernst. Zeitschr. f. Elektrochemie 6 p. 41, 1899.
Bos. Wied. Ann. (4) 9 p. 164, 1902.
Nernst u. Reynolds. Götting. Nachr. 1900 p. 328.
Königsberger и др. см. § 6.
Guinchant. C. R. 134 p. 1224, 1902.
Doelter. Wien. Ber. 116 p. 1263, 1907; 117 p. 849, 1908; 119 p. 49, 1910, Monatshefte f. Chem. 31 p. 493, 1910; Ztschr. f. anorgan. Chem. 67 p. 387, 1910.
van Aubel. C. R. 135 p. 456, 734, 1902.
Bäckström. Ofvers. k. Vetensk. Ak. Förhandl. 1887 p. 343; 1888 p. 533; 1894 p. 545.
Pierce. Phys. Rev. 25 p. 31, 1907.
Graetz. Wied. Ann. 29 p. 314, 1886; 40 p. 18, 1890.
Fousserau. C. R. 95 p. 216, 1882; 96 p. 785, 1883; 97 p. 996, 1883; 98 p. 1326, 1884; Ann. de Chim. et Phys. (6) 5 p. 354, 1885; Journ. de Phys. (2) 11 p. 254, 1883.
Bouty et Poincaré. C. R. 108 p. 138, 1889; 109 p. 174, 1889; Journ. d. Phys. (2) 9 p. 473, 1890.
Bädecker. Wied. Ann. (4) 22 p. 757, 1907; 29 p. 566, 1909.
Poincaré. Ann. de Chim. et Phys. (6) 17 p. 52, 1889; 21 p. 289, 1890; C. R. 109 p. 174, 1889.
Becquerel. C. R. 38 p. 905, 1853.

- Buff.* Ann. d. Chem. u. Pharmacie 90 p. 257, 1854.
Beetz. Pogg. Ann. 92 p. 462, 1854; Jubelband p. 23, 1874.
Denizo'. Дисс. Berlin, 1897.
Le Blanc u. Kerschbaum. Ztschr. f. phys. Chem. 72 p. 468, 1910.
Cavendish. Franklin, experiments and observations on electricity, 5. ed. London 1774, p. 411.
Gray. Phil. Mag. (5) 10 p. 226, 1880; Chem. News 45 p. 27, 1882; Proc. R. Soc. 34 p. 222, 1883; 36 p. 488, 1884.
Warburg. Wied. Ann. 21 p. 622, 1884.
Warburg u. Tegetmeier. Wied. Ann. 32 p. 442, 1887; 35 p. 455, 1888.
Tegetmeier. Wied. Ann. 41 p. 18, 1890.
Curie. Ann. de Chimie et de Phys. 18 p. 244, 1889.
A. Шапошников. Ж. П. Ф.-X.O. 37 p. 376, 1910.
Leick. Wied. Ann. 66 p. 1107, 1898.

K § 9.

- Fr. Weber.* Zürich. Vierteljahrsschrift 25 p. 184, 1880.
Kirchhoff u. Hansemann. Wied. Ann. 13 p. 417, 1881.
L. Lorenz. Wied. Ann. 13 p. 598, 1881.
Berget. C. R. 110 p. 76, 1890.
F. A. Schulze. Wied. Ann. 63 p. 23, 1897.
Grüneisen. Wied. Ann. (4) 3 p. 43, 1900.
Pfleiderer. Wied. Ann. (4) 33 p. 707, 1910.
Drude. Wied. Ann. (4) 1 p. 566, 1900; 3 p. 369, 1900.
Reinganum. Wied. Ann. (4) 2 p. 398, 1900.
Broniewski. Journ. Chim. phys. 4 p. 285, 1906; 5 p. 57, 609, 1907.

K § 10.

- Хоольсон.* Ж. П. Ф.-X.O. 9 p. 100, 1877; Bull. de l'Acad. des Sc. de St. Pétersb. 23 p. 465, 1877; Mélanges phys.-chim. 10 p. 397, 1877.
Gleichmann. Дисс. Marburg, 1894.
Strouhal u. Barus. Wied. Ann. 20 p. 529, 1883.
Le Chatelier. C. R. 126 p. 1782, 1898.
Barus. Phil. Mag. (5) 26 p. 397, 1888; 44 p. 486, 1897.
Chevalier. C. R. 130 p. 120, 1612, 1900; 131 p. 1192, 1900.
Streintz. Wien. Ber. 109 p. 345, 1900; 111 p. 345, 1902; W. A. (4) 3 p. 1, 1900; 9 p. 854, 1902; Phys. Ztschr. 4 p. 106, 1902; 5 p. 159, 1904; Voits Sammlung elektrotechn. Vorträge 4 p. 95—146, 1903
Auerbach. Wied. Ann. 28 p. 604, 1886.
Du Moncel. C. R. 81 p. 766, 1875; 87 p. 131, 1878.
Mousson. Neue Schweizer Zeitschr. 14 p. 33, 1855.
Tomlinson. Proc. R. Soc. 25 p. 451, 1876; 26 p. 401, 1877; 37 p. 386, 1885; 39 p. 503, 1886.
Хоольсон. Ж. П. Ф.-X.O. 13 p. 153, 1881; 14 p. 226, 1882; Bull. de l'Acad. de St. Pétersb. 11 p. 551, 1882; Repertor. d. Physik 18 p. 253, 1881; 19 p. 155, 1882.
Cantone. Rendic. R. Acc. dei Lincei. (5) 6, I, p. 175, 1897.
Williams. Phil. Mag. (6) 13 p. 635, 1907.
Ercolini. N. Cimento 14 p. 537, 1907.
N. F. Smith. Phys. Rev. 28 p. 107, 429, 1909.
W. Thomson (Lord Kelvin). Nature 17 p. 180, 1878.
Witkowski. Proc. R. Soc. Edimb. 1881; Nature 23 p. 475, 1881; Wied. Ann. 16 p. 161, 1882.
Scily. Journ. de Physique (3) 8 p. 329, 1899; C. R. 128 p. 927, 1899.
Wartmann. Archiv. sc. natur. 4 p. 12, 1859.
Lussana. N. Cim. (4) 10 p. 73, 1899; (5) 5 p. 305, 1903.
Lisell. Öfversigt K. Vetensk. Akad. Förh. 55 p. 697, 1898; Дисс. Upsala 1902.
Williams. Phil. Mag. (6) 13 p. 635, 1907.

- Lafay.* C. R. 149 p. 566, 1909; *Annal. de Chimie et de Phys.* (8) 19 p. 289, 1910.
- R. Lenz.* De l'influence exercée sur la resist. galv. du mercure par la pression. Stuttgart, 1882.
- Barus.* Amer. J. of Sc. (3) 40 p. 219, 1891.
- Forest-Palmer.* Amer. J. of Sc. (4) 4 p. 1, 1897; 6 p. 451, 1898.
- Bridgman.* Proc. of the Amer. Ac. of Arts a. Sc. 44 p. 201, 221, 1909.
- Бирон.* Ж. Р. Ф.-Х. О. 42 p. 223, 1910.
- К § 11.
- Amaduzzi.* Il selenio (*Attualità scientifiche* N° 7), Bologna, 1904.
- Marc.* Die physikalisch-chemischen Eigenschaften des Selen, Hamburg und Leipzig, 1907.
- Ries.* Die elektr. Eigenschaften und die Bedeutung des Selen für die Elektrotechnik Berlin-Nikolassæe, 1908.
- Mai,* см. *Willoughby Shmith.* Amer. Journ. of Sc. (3) 5 p. 301, 1873.
- Siemens.* Pogg. Ann. 156 p. 334, 1875; 159 p. 117, 1876; W. A. 2 p. 534, 1877; Ges. Abhandl. p. 364, 417, 1881.
- Ульянин.* Wied. Ann. 34 p. 241, 1888.
- Ries.* Дюсс. Erlangen, 1902; *Phys. Ztschr.* 9 p. 164, 228, 569, 1908.
- Marc.* *Ztschr. f. anorg. Chemie* 37 p. 459, 1903; 48 p. 393, 1906; 50 p. 446, 1906; 53 p. 298, 1907; *Ber. deutsch. chem. Ges.* 39 p. 697, 1906; *Die phys.-chem. Eigenschaften des Selen, Hamburg,* 1907.
- Bidwell.* *Phil. Mag.* (5) 20 p. 178, 1885; 31 p. 251, 1891; 40 p. 233, 1895; *Electrician* 26 p. 213, 1890.
- Mercadier.* C. R. 92 p. 705, 789, 1881; 105 p. 801, 1887.
- Pfund.* *Phil. Mag.* (6) 7 p. 26, 1904; *Phys. Zeitschr.* 10 p. 340, 1909; *Phys. Rev.* 28 p. 324, 1909.
- Ruhmer.* *Phys. Zeitschr.* 3 p. 468, 1902.
- Berndt.* *Phys. Zeitschr.* 5 p. 121, 1904.
- Rosse.* *Phil. Mag.* (4) 47 p. 161, 1874.
- Adams.* *Proc. R. Soc.* 23 p. 535, 1875; 24 p. 163, 1875; 25 p. 113, 1876; *Pogg. Ann.* 159 p. 629, 1876.
- Merritt.* *Phys. Rev.* 25 p. 502, 1907; *Electrician* 60 p. 715, 1908.
- Pochettino.* *Rendic. R. Acc. d. Lincei* (5) 11, 1 p. 286, 1902.
- Van Aubel.* C. R. 136 p. 929, 1189, 1903.
- Brown a. Stebbius.* *Phys. Rev.* 25 p. 501, 505, 1907; 26 p. 273, 1908.
- Brown.* *Phys. Zeitschr.* 11 p. 481, 482, 1910.
- Dowell.* *Phys. Rev.* 29 p. 1, 1909; 31 p. 524, 1910.
- Athanasiadis.* *Annal. d. Phys.* (4) 25 p. 92, 1908; 27 p. 890, 1908.
- Н. А. Геаеуе.* *Журн. Р. Физ.-Хим. Общ.* 15 p. 123, 149, 201, 1883; 17 p. 215, 229, 1885; 35 p. 661, 1903; *Repert. d. Phys.* 20 p. 490, 565, 1884; 21 p. 631, 1885; *Phys. Zeitschr.* 7 p. 163, 1906.
- Гонуе.* Ж. Р. Физ.-Хим. Общ. 35 p. 581, 1903.
- Perreau.* C. R. 129 p. 956, 1899.
- Bloch.* C. R. 132 p. 914, 1901.
- Carpini.* *Rend. R. Acc. dei Lincei* (5) 14 p. 667, 1905.
- Schrott.* *Wien. Ber.* 115 p. 1031, 1906; *Phys. Zeitschr.* 8 p. 42, 1907.
- Korn.* *Elektrische Fernphotographie,* Leipzig, 1907; *L'Illustration,* февр. 1907; *Физич. Обзорение* 8 p. 88, 1907; *Phys. Zeitschr.* 8 p. 18, 19, 118, 1907.
- Monckmann.* *Proc. R. Soc.* 46 p. 136, 1889.
- Threlfall, Brearley a. Allen.* *Proc. R. Soc.* 56 p. 32, 1894.
- Mercadier et Chaperon.* *Journ. d. Phys.* (2) 9 p. 366, 1890.
- Харитоновский.* Ж. Р. Физ.-Хим. Общ. 18 p. 53, 1886.
- Tomlinson.* *Nature* 23 p. 457, 1881.
- Tainter.* см. *Bell.* C. R. 91 p. 726, 1880; *Amer. J. of S.* 22 p. 305, 1880.
- Jaeger.* *Versl. K. Akad. v. Wet.* 15 p. 724, 1907; *Zeitschr. f. Krystallograph.* 44 p. 45, 1907

- Rudert.* Wied. Ann. (4) 31 p. 559, 1910; Дисс. Jena, 1909.
Arrhenius. Wien. Ber. 96 p. 831, 1887.
Fritsch. Wied. Ann. 60 p. 300, 1897.
Scholl. Wied. Ann. 68 p. 149, 1899; (4) 16 p. 193, 417, 1905; Zeitschr. f. wiss. Photographie 4 p. 1, 1906.
Wilson. Дисс. Leipzig, 1907; W. A. (4) 23 p. 107, 1907.
F. Curie. C. R. 134 p. 420, 1902.
Righi. Phys. Zeitschr. 6 p. 877, 1905.
Jaffé. Journ. de Phys. (4) 5 p. 263, 1906; W. A. (4) 25 p. 257, 1908.
H. Becquerel. C. R. 136 p. 1173, 1903.
Becker. Wied. Ann. (4) 12 p. 124, 1903; 13 p. 394, 1904.
Bialobjeski. C. R. 149 p. 120, 1909.
Hodgson. Phil. Mag. (6) 18 p. 252, 1909.

R § 12.

- W. Thomson.* Phil. Trans. 3 p. 737, 1856; Math. a. Phys. Papers II p. 307; Inst. 1858 p. 243.
Beetz. Pogg. Ann. 128 p. 202, 1866.
Balfour-Stewart u. Schuster. Pogg. Ann. 153 p. 205, 1874.
Adams. Phil. Mag. (5) 1 p. 153, 1876.
De Lucchi. Atti R. Ist. Venet. 8 p. 17, 1882.
Хвольсон. Rep. d. Phys. 13 p. 230, 1877.
Tomlinson. Proc. R. Soc. Lond. 33 p. 72, 1882; Phil. Trans. 174 p. 1, 1883; Phil. Mag. (5) 25 p. 285, 1888; Electrician 25 p. 376, 416, 1890.
Righi. Journ. d. Phys. (2) 3 p. 355, 1884; N. Cim. (3) 17 p. 42, 92, 1885.
Auerbach. Wied. Ann. 5 p. 298, 1878.
Des Coudres. Verh. Berl. phys. Ges. 10 p. 50, 1891.
Cantone. Atti Acc. Lincei (5) 1, I p. 424, 1892; 1, II p. 119, 227, 1892.
Gray a. Jones. Proc. R. Soc. 67 p. 208, 1900.
Lownds. Wied. Ann. (4) 6 p. 146, 1901; 9 p. 677, 1902; Phil. Mag. (6) 5 p. 141, 1903.
Sagnac. Journ. de Phys. (4) 1 p. 237, 1902.
Jewett. Phys. Rev. 16 p. 51, 1903.
Гольдгаммер. Ж. Р. Ф.-Хим. О. 19 p. 145, 1887; О влиянии магнитного поля на свойства металлов, Москва 1888; Об изменении электропроводности металлов при намагничивании, Казань 1890; Учен. Записки Имп. Моск. Унив. вып. VIII, 1888; W. A. 31 p. 360, 1887; 36 p. 804, 1889.
Carbasso. Atti di Torino 27 p. 839, 1891.
Faè. Atti R. Ist. Venet. (6) 5, 1887.
v. Ettinghausen. Wien. Ber. 95 p. 714, 1887.
Lenard u. Howard. Elektrotechn. Zeitschr. 9, 1888; Lum. électr. 29 p. 434, 1888.
Von Wyss. Wied. Ann. 36 p. 447, 1889.
Beatti. Phil. Mag. (5) 45 p. 243, 1898.
Lenard. Wied. Ann. 36 p. 363, 1890.
Bamberger. Дисс. Rostock, 1901.
Gray a. Jones. Proc. R. Soc. 67 p. 208, 1901.
Williams. Phil. Mag. (6) 4 p. 430, 1902; 6 p. 693, 1903; 9 p. 77, 1905.
Knott. Edinb. Trans. 40 p. 535, 1902.
Barlow. Proc. R. Soc. 71 p. 30, 1902.
Dumermuth. Дисс. Zürich, 1907.
Blake. Verh. d. d. Phys. Ges. 9 p. 294, 1907; W. A. (4) 23 p. 449, 1909.
Grunmach u. Weidert. Verh. d. d. Phys. Ges. 8 p. 359, 1906; Phys. Zeitschr. 7 p. 729, 1906; W. A. (4) 22 p. 141, 1907.
Adams. Phys. Rev. 24 p. 428, 1907.
d'Agostino. Atti R. Acc. dei Linc. (5) 17 p. 531, 1908.
J. J. Thomson. Cambridge Proc. (2) 9 p. 120, 1901.

- van Aubel.* Bull. Ac. R. de Belg. 15 p. 198, 1888; Ann. d. chim. et phys. (6) 18 p. 433, 1889; Phil. Mag. (5) 28 p. 332, 1889; Journ. d. Phys. (3) 2 p. 407, 1893; Arch. d. sc. phys. et natur. (3) 69 p. 105, 1888; (4) 4 p. 365, 1897.
- Leduc.* Journ. de Phys. (2) 3 p. 362, 1884; 5 p. 116, 1886; 10 p. 112, 1891; C. R. 98 p. 673, 1884; 102 p. 358, 1886; 110 p. 130, 1890.
- Hurion.* Journ. de Phys. (2) 4 p. 171, 1885; C. R. 98 p. 1257, 1884; 100 p. 348, 1885.
- Kundt.* Wied. Ann. 49 p. 257, 1893.
- Ettinghause u. Nernst.* Wien. Ber. 94 p. 560, 1886.
- Henderson.* Wied. Ann. 53 p. 912, 1894; Verh. d. d. phys. Ges. 13 p. 57, 1894; Phil. Mag. (5) 38 p. 488, 1894.
- Zahn.* Wied. Ann. 42 p. 351, 1891.
- Wac smuth u. Bamberger.* Phys. Zeitschr. I p. 127, 1899.
- Patter n.* Cambridge Proc. (2) 9 p. 118, 1901; Phil. Mag. (6) 3 p. 643, 1902.
- van Everdingen.* Communic. Leiden N° 37, 41, 53, 58, 61; Arch. Néerl. (2) 4 p. 371, 1901; Дисс. Leiden 1897; Arch. Sc. phys. (4) 11 p. 433, 1901.
- Vataguchi.* Wied. Ann. (4) 1 p. 214, 1900.
- Dewar u. Fleming.* Proc. R. Soc. 60 p. 72, 425, 1897; Phil. Mag. (5) 40 p. 303, 1895; L'Éclair. élect. 27 p. 41, 1896; Electrician 37 p. 267, 1896.
- Jewett.* Phys. Rev. 16 p. 51, 1903.
- Carpini.* N. Cim. (5) 8 p. 171, 1904; Phys. Zeitschr. 5 p. 819, 1904.
- Drude u. Nernst.* Wied. Ann. 42 p. 573, 1891.
- Du Bois u. Wills.* Verh. d. d. Phys. Ges. 1 p. 169, 1890.
- Садовский.* К вопросу о сопротивлении висмута переменному току. Спб. 1894; Ж. Р. Физ.-Хим. О. 25, p. 295, 1893; 26 p. 81, 1894.
- Wolf.* Дисс. Würzburg, 1897.
- Eichhorn.* Phys. Zeitschr. 1 p. 81, 1899; W. A. (4) p. 20, 1900.
- Wachsmuth u. Bamberger.* Phys. Zeitschr. 1 p. 127, 1899.
- Simpson.* Phil. Mag. (6) 2 p. 300, 1901; 4 p. 554, 1902.
- Sagnac.* Journ. de Phys. (4) 1 p. 237, 1902.
- Schnorr von Carolsfeld.* Дисс. München, 1904.
- Pallme König.* Wied. Ann. (4) 2 p. 921, 1908.
- Seidler.* Wied. Ann. (4) 32 p. 337, 1910; Дисс. Leipzig, 1909.
- Laws.* Phil. Mag. (6) 19 p. 685, 1910.
- Åeesen.* Wied. Ann. 23 p. 482, 1884.
- Hurtmuzescu.* Arch. sc. phys. (4) 4 p. 545, 1897; Éclair. élect. 13 p. 361, 1897.
- Lussana.* N. Cim. (3) 34 p. 149, 1893.
- Milani.* N. Cim. (4) 6 p. 191, 1897.
- Bagard.* C. R. 128 p. 91, 1899.
- Berndt.* Verh. d. d. phys. Ges. 9 p. 240, 1907; Phys. Zeitschr. 8 p. 778, 1907; W. A. (4) 23 p. 932, 1907; Journ. de Phys. (4) 7 p. 221, 1908.

ГЛАВА ОДИННАДЦАТАЯ*).

Измерение силы тока, электродвижущей силы и напряжения магнитного поля.

§ 1. Измерение силы тока. Силу тока можно измерять либо в абсолютной мере — в абсолютных *C. G. S.* единицах силы тока (вебер), либо в международных амперах; последняя единица, долженствуя по заданию представлять 0,1 *C. G. S.* единицы силы тока, практически узаконена

* Эта глава составлена, до § 7, покойным проф. А. Л. Гершуном.

(1908 г.) равной току, который в одну секунду выделяет 1,11800 мгр. серебра из раствора азотнокислого серебра.

А) Измерение силы тока в абсол. единицах. Все многочисленные определения, которые можно дать абсолютной *C. G. S.* единице силы тока, сводятся к выражению единицы силы тока чрез величину того магнитного поля, которое этот ток создает в известных условиях. Поэтому измерение силы тока в абсолютных единицах сводится к измерению того магнитного поля, которое создает измеряемый ток. Это магнитное поле может быть измерено либо сравнением его с земным магнитным полем (электромагнитные способы), либо по механическому действию его на проводник с током (электродинамические способы).

а) Электромагнитные способы. Мы видели (т. IV, 1), что круговой ток силы *J* создает в центре своем магнитное поле, напряжение которого равно

$$H_0 = \frac{2\pi J}{R},$$

где *R* радиус кругового тока. Если ток расположен в плоскости магн. меридиана, то он отклоняет расположенную в центре его небольшую магнитную стрелку на угол φ , причем

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\pi J}{RH},$$

где *H* есть горизонтальная слагаемая напряжений земного магнетизма. Если ток обтекает не один оборот проволоки, а *n* плотно сложенных круговых оборотов радиуса *R*, то напряжение создаваемого им поля будет в *n* раз больше и соответственно этому и

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\pi J}{RH} n.$$

На основании приведенного равенства можно определить *J* в абсолютных единицах, измерив *R* и φ , сосчитав *n* и определив *H* по одному из известных способов (см. ниже). Именно

$$J = \frac{RH}{2\pi n} \operatorname{tg} \varphi = C \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (1)$$

Дифференцируя $J = C \operatorname{tg} \varphi$, деля полученный результат на $J = C \operatorname{tg} \varphi$ и полагая $2\varphi = \alpha$ мы приходим к выражению

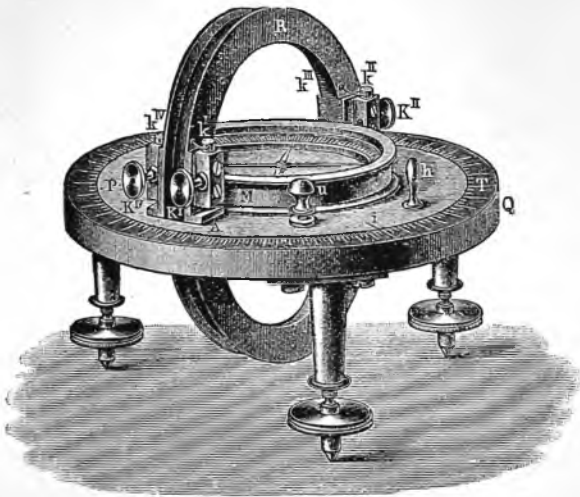
$$\frac{dJ}{J} = \frac{d\alpha}{\sin \alpha} \dots \dots \dots (2)$$

откуда видим, что процентная ошибка в определении *J*, проистекающая от ошибок *dφ* в отсчете угла φ , тем меньше, чем ближе φ к 45° .

Прибор для определения силы тока, основанный на вышеуказанном принципе, называется тангенс-гальванометром и был предложен Pouillet (1837) и впервые применен в своих исследованиях Weber'ом. Долгое время тангенс-гальванометр был единственным и основным измерительным инструментом в учении о токе. Им пользовались чаще всего для

сравнения сил токов; действительно, из (1) видно, что силы двух токов относятся друг к другу как тангенсы углов отклонения, даваемых этими

Рис. 22.

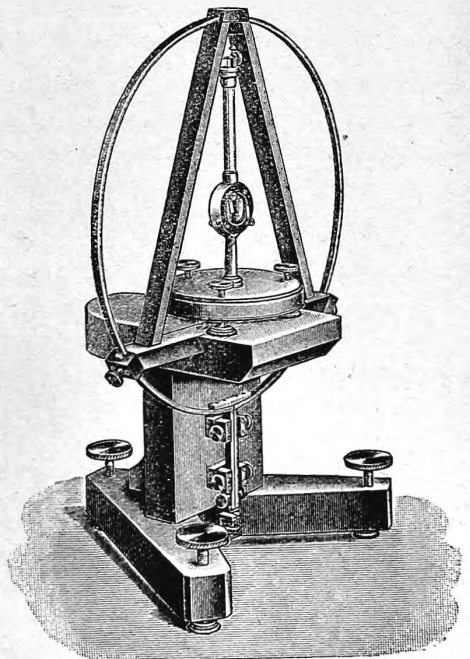


токами в каком-либо данном тангенс-гальванометре. Из множества типов этих инструментов особою известностью пользовался тангенс-гальванометр Сименса и Гальске (рис. 22), сохранившийся еще во многих лабораториях (он мог служить и синус-гальванометром, см. ниже); кольцо его *R* несет две разные обмотки, из которых выбирают при измерении ту, которая дает при данном токе углы более близкие к 45° .

Вместе с развитием электротехники явилась потребность приспособить прибор для точного измерения и более сильных токов. Из многих предложенных для этой цели видоизменений прибора упомянем только конструкции, которые дали Obach, Himstedt и Oberbeck.

В настоящее время тангенс-гальванометром пользуются в науке исключительно для точного измерения силы тока в абсолютной мере. Такие абсолютные тангенс-гальванометры снабжаются обыкновенно одним или немногими оборотами проволоки, в центре которых подвешен очень небольшой снабженный зеркалом магнитик, углы поворота которого отсчитывают при помощи трубы и шкалы. Такой гальванометр (тип F. Kohlrausch'a) показан на рис. 23. Простую конструкцию абсолютного тангенс-гальванометра описал E. Quincke. При пользовании таким прибором для точных измерений в выражение (1) для силы тока необходимо ввести целый ряд поправок; действительно, при выводе (1) предполагалось, что магнитная стрелка ничтожно мала, что обороты прово-

Рис. 23.



локи сосредоточены все по одной круговой линии, что подвес стрелки не создает вращательного момента и т. д. — предположения, которые на практике неосуществимы. Полная теория этих поправок (см. также IV, 1, гл. 7, § 3). дана в исследованиях R. Kohlrausch'a и Weber'a и в работах F. Kohlrausch'a и F. и W. Kohlrausch'ев. В этих же исследованиях можно найти изложение тех многочисленных предосторожностей, которые должны быть приняты во внимание при точных работах с абсолютным тангенс-гальванометром, а также приемы для точного измерения величин, входящих в формулу, выражающую силу измеряемого тока. Окончательная точность, достижимая при измерении силы тока абсолютным тангенс-гальванометром, зависит все же главным образом от точности определения H , каковую величину в настоящее время можно определить с ошибкой не превышающей 0,01%.

В т. IV, гл. 7, § 3 мы видели, что влияние конечной длины магнитной стрелки значительно уменьшается, если расположить центр магнитной стрелки не в плоскости кругового тока, а по оси его на расстоянии $b = \frac{R}{2}$ от плоскости тока. Helmholtz и независимо от него Gauguain предложили на основании этого строить тангенс-гальванометры с вынесенной на $\frac{R}{2}$ вперед магнитной стрелкой. Если гальванометр несет целый ряд оборотов проволоки, то эти обороты располагаются по части поверхности конуса, высота которого равна половине радиуса его основания (угол отверстия конуса $126^{\circ}52'$); тогда, очевидно, магнитная стрелка по отношению к каждому из оборотов будет удовлетворять вышеуказанному условию. Незначительное влияние длины магнитной стрелки на величину отклонения указывает на то, что магнитное поле, создаваемое круговым током на оси его на расстоянии $\frac{R}{2}$ от его плоскости на значительном протяжении достаточно однородно; Helmholtz еще увеличил однородность поля, поместив магнитную стрелку между двумя симметрично расположенными коническими обмотками, последовательно обтекаемыми током. Теорию этих тангенс-гальванометров подробно исследовал Bravais.

Maxwell и F. Neumann показали, что точные формулы, выражающие зависимость φ от J , могут быть значительно упрощены, если усложнить конструкцию тангенс-гальванометра введением целого ряда добавочных оборотов, расположенных соответственным образом в разных плоскостях вокруг магнитной стрелки. Все эти предложения имеют целью создать вокруг стрелки возможно однородное магнитное поле тока; той же цели значительно более простым путем пытался достигнуть Riecke, расположив магнитную стрелку внутри проволочной катушки, обвитой по поверхности эллипсоида вращения; такая обмотка создает во внутренней полости эллипсоида совершенно однородное поле. Однако трудности конструкции упомянутых более сложных тангенс-гальванометров не искупаются упрощением формул и поэтому в измерениях высокой точности прибегают к простейшим тангенс-гальванометрам, вроде указанной выше конструкции F. Kohlrausch'a. Для измерения в абсолютной мере очень

сильных токов (до 1000 амп.) Chopin недавно построил тангенс-гальванометр, в котором дополнительная круговая обмотка, перпендикулярная к основной, усиливает земное поле.

У синус-гальванометра, предложенного также Pouillet, обмотка, в центре которой, параллельно оборотам, расположена магнитная стрелка, может вращаться вокруг вертикальной оси. Ее поворачивают вслед отклоненной током стрелке до тех пор, пока плоскость обмотки не станет вновь параллельно стрелке. Пусть для этого пришлось повернуть обмотку на угол φ ; тогда, очевидно,

$$H_0 = \frac{2\pi J}{R} = H \sin \varphi,$$

где H_0 — поле, создаваемое током, а H — горизонтальная слагаемая земного поля. Отсюда

$$J = \frac{RH}{2\pi} \sin \varphi = C \sin \varphi \quad (3)$$

Изображенный на рис. 22 прибор может служить и синус-гальванометром; обмотка R вместе с диском A поворачивается вокруг вертикальной оси, а углы поворота отсчитываются на неподвижной шкале T . Этот, не применяемый в настоящее время прибор имеет то неудобство, что не позволяет измерять токов, сила которых $J > C$ см. (3); за то показания его всегда, очевидно, пропорциональны синусам углов поворота, независимо от длины и формы магнитной стрелки.

К абсолютным гальванометрам этой категории должен быть причислен бифилярный гальванометр W. Weber'a (1840), при помощи которого знаменитый ученый первый определил количество воды, разлагаемое в единицу времени одной абсолютной единицей силы тока. Прибор состоит из бифилярно подвешенной в плоскости магнитного меридиана круговой обмотки. Пусть n будет число оборотов обмотки, S — площадь круга, охватываемого одним оборотом, J — сила тока, проходящего по обмотке; тогда в плоскости магнитного меридиана обмотка будет испытывать под влиянием земного поля вращающий момент $S n H J$; под влиянием его она выйдет из плоскости меридиана на такой угол α , чтобы вращающий момент земного поля $S n H J \cos \alpha$ сделался равным противодействующему моменту бифилярного подвеса (т. I, отдел III, гл. VI, § 11). Тогда

$$S J n H \cos \alpha = C \sin \alpha,$$

где C — коэффициент бифилярного подвеса. Отсюда

$$J = \frac{C}{S n H} \operatorname{tg} \alpha \quad (4)$$

F. Kohlrausch указал на то, что пропустив ток последовательно через тангенс-гальванометр и чрез бифилярный гальванометр, можно определить силу тока в абсолютной мере, не зная величины H . Действительно, приравняв (1) и (4), мы можем вычислить H и подставить найденную величину H в (1) или в (4). Видоизменение этого способа, при чем

тангенс-гальванометр и бифилярный гальванометр были соединены в одном инструменте, предложил W. Thomson.

Особняком стоит метод, предложенный Helmholtz'ем и примененный Коерсел'ем. Между двумя прямоугольными обмотками, обтекаемыми током в противоположных направлениях, висит вертикально расположенный магнит, привешенный к одному плечу весов. Центр магнита лежит в той же горизонтальной плоскости, что и центры обмоток, но не на общей оси их, а несколько в стороне от нее. При прохождении тока по обмоткам на магнит действует вертикально направленная сила, величина которой определяется взвешиванием. В формулу, связывающую J с измеренной силой, входит, однако, магнитный момент магнита, что должно делать этот метод не особенно точным.

б) Электродинамические способы. Взаимодействие двух контуров, обтекаемых токами J_1 и J_2 , выражается, как мы видели (т. IV, гл. 7 § 4), чрез

$$P = J_1 J_2 \mu \frac{\partial L_{1,2}}{\partial x} = C_1 J_1 J_2 \quad \text{или}$$

$$\mathfrak{M} = J_1 J_2 \mu \frac{\partial L_{1,2}}{\partial \alpha} = C_2 J_1 J_2.$$

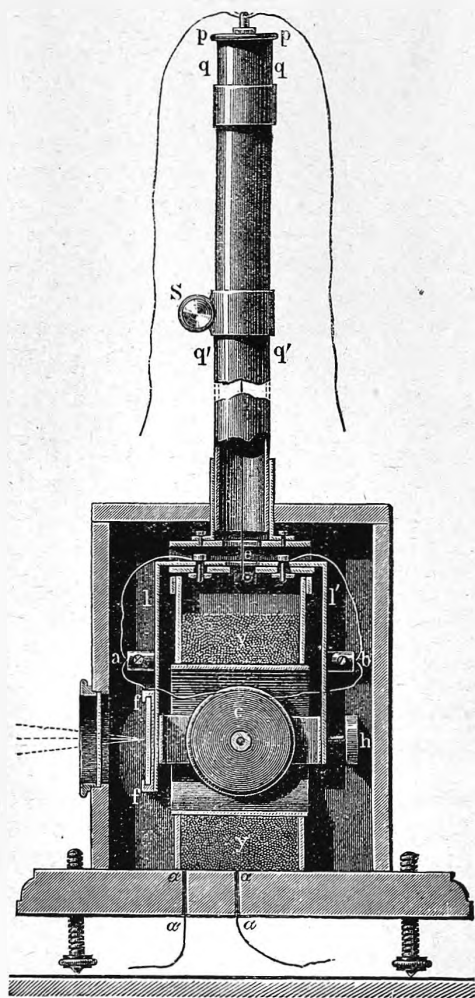
Если один из контуров неподвижен, а другой может перемещаться лишь параллельно самому себе, то P есть сила, стремящаяся переместить подвижной контур и изменить расстояние x между ними, а $L_{1,2}$ есть коэффициент взаимной индукции контуров при данном расстоянии x между ними. Если один из контуров неподвижен, другой же может вращаться вокруг некоторой оси, то \mathfrak{M} изображает момент сил, стремящихся повернуть подвижной контур и изменить угол α между плоскостями контуров; в этом случае $L_{1,2}$ есть коэффициент взаимной индукции контуров в положении, характеризуемом углом α между ними. Если оба контура обтекаются последовательно одним и тем же самым током J , то P и \mathfrak{M} приобретают вид

$$\left. \begin{aligned} P &= C_1 J^2 \\ \mathfrak{M} &= C_2 J^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Измерив P или \mathfrak{M} и зная C_1 и C_2 , мы в состоянии определить силу тока J в абсолютной мере. Приборы для измерения силы тока, основанные на указанном принципе, называются абсолютными электродинамометрами. В этих приборах измерение P или \mathfrak{M} не представляет трудностей, так как определение P может быть сведено к взвешиванию, определение же \mathfrak{M} к измерению угла поворота катушки, подвешенной на унифилярном или бифилярном подвесе. Значительно большее затруднение представляет определение коэффициентов C_1 и C_2 на основании формулы (23,с) т. IV, 1, гл. 7, § 4. Это вычисление, выполнимое лишь для простейших форм контуров (т. IV, 1, гл. 7, § 4), обыкновенно значительно усложняется тем, что в действительности контуры токов представляют обмотки катушек с целым рядом оборотов; даже точное определение размеров катушек с обмоткой представляет немалые затруднения. Ввиду этих

трудностей Lirrmann предложил даже определять C_1 и C_2 из опыта. Действительно, если мы измерим $L_{1,2}$ для нескольких близких к положению равновесия подвижной катушки величин x и α , то будем в состоянии вычислить C_1 или C_2 ; измерение же $L_{1,2}$ может быть сведено к сравнению его с коэффициентом взаимной индукции $L_{3,4}$ некоторых двух катушек, построенных и расположенных так, чтобы коэффициент $L_{3,4}$ легко и точно мог быть рассчитан.

Рис. 24.



Таким образом конструкция каждого абсолютного электродинамометра должна удовлетворять следующим главным условиям: 1) взаимодействующим катушкам должна быть придана такая форма и расположение, чтобы возможно было точно рассчитать коэффициенты C_1 и C_2 ; 2) подвижная катушка должна быть расположена так, чтобы возможно было точное измерение P или \mathcal{M} ; 3) провода, вводящие ток в подвижную катушку, должны быть расположены так, чтобы они не препятствовали полной подвижности ее.

Влияние земного поля на подвижную катушку может быть всегда исключено либо соответственным расположением катушек относительно магнитного меридиана, либо измерением P или \mathcal{M} при двух противоположных направлениях тока в неподвижной катушке.

Родоначальником всех электродинамометров является уже упомянутый в т. IV, 1, гл. 7, § 6 электродинамометр W. Weber'a (рис. 24), послуживший для классических исследований Weber'a по проверке законов Ампера. Внутри неподвижной катушки y висит на бифилярном подвесе (на чертеже в проекции

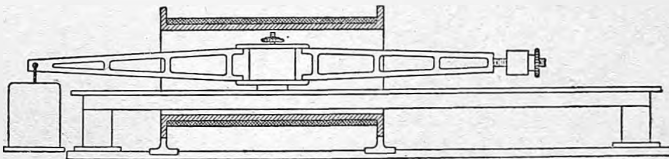
видна лишь одна нить) поддерживаемая вилкой l' подвижная катушка s , ось которой перпендикулярна к оси неподвижной катушки. При последовательном прохождении тока по катушкам, подвижная катушка s стремится стать параллельно неподвижной и поворачивается, закручивая бифилярный подвес; углы поворота отсчитываются при помощи прикрепленного к раме l' зеркала f . Описанному прибору совершенно

подобен электродинамометр F. Kohlrausch'a; только подвижная катушка его висит на унифилярном подвесе.

Трудность определения C_2 в приборах такой конструкции побудила O. Fröhlich'a, а затем I. Fröhlich'a предложить шаровые электродинамометры. Maxwell показал, что внутри шаровой катушки, сплошь обмотанной проволокой, образуется при прохождении тока однородное по всему его протяжению магнитное поле; внешнее действие подобной катушки подобно бесконечно-малому магниту с конечным магнитным моментом. Отсюда непосредственно видно, что маленькая шаровая катушка, подвешенная внутри большей шаровой катушки так, что оси катушек перпендикулярны, будет испытывать при последовательном прохождении тока через обе катушки вращательный момент, пропорциональный синусу угла между осями катушек. Если подвижная катушка висит на бифилярном подвесе, то квадрат силы тока, обтекающего катушки, будет пропорционален тангенсу угла поворота внутренней катушки. Однако конструкция такого теоретически чрезвычайно простого электродинамометра должна представлять большие затруднения.

По типу прибора Weber'a был построен большой абсолютный электродинамометр, которым пользовалась Электрическая Коммиссия Британской Ассоциации. В нем как неподвижная, так и подвижная части состояли из двух узких катушек, удаленных друг от друга на расстояние, равное диаметру катушек, и намотанных на поверхности конуса, как это сделал Helmholtz (стр. 83) у тангенс-гальванометра. К тому же типу принадлежит абсолютный электродинамометр Pellat (рис. 25), в котором

Рис. 25.



внутри длинной горизонтальной катушки (длина 70 см., диаметр около 26 см.) прикреплена к середине небольших весов катушка с вертикально расположенной осью (диаметр 17 см., длина 12 см.). Если большая катушка несет n оборотов на единицу длины, то магнитное поле в середине ее будет равно $4\pi nJ$, а малая катушка с n' оборотами радиуса r будет испытывать вращающий момент $4\pi nJ \cdot n' \pi r^2 J = 4\pi^2 n n' r^2 J^2$. Этот момент будет уравновешиваться грузом P действующим на плечо длины l ;

$$\mathfrak{M} = 4\pi^2 n n' r^2 J^2 = Pgl.$$

Pellat дает вытекающую отсюда формулу в виде

$$J = \frac{1}{2\pi r} \sqrt{\frac{gl}{n n' (1 - \alpha)}} \sqrt{P} \dots \dots \dots (6)$$

где множитель $(1 - \alpha)$ есть поправка, ввести которую необходимо, так

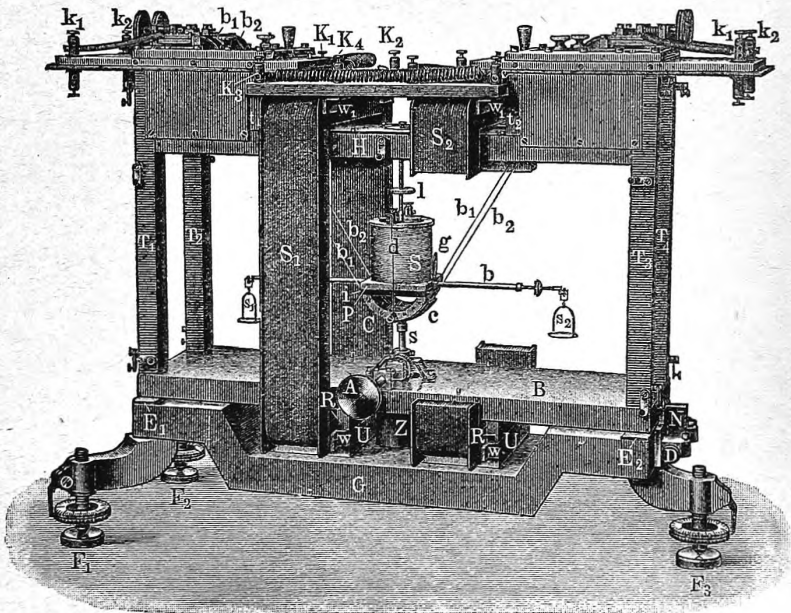
как мы применили к катушке конечной длины формулу, данную для бесконечно-длинной катушки.

Gray, а затем и Patterson показали, что чрезвычайно сложное выражение вращающего момента, испытываемого подвижной катушкой электродинамометра Weber'a поразительно упрощается, если у обеих катушек длину сделать в $\sqrt{3}$ раза больше радиуса. В этом случае с высокой степенью точности

$$\mathfrak{M} = \frac{2\pi^2 r^2 N_1 N_2 J^2}{c} \dots \dots \dots (7)$$

где N_1 и N_2 полное число оборотов на подвижной и неподвижной катушках, r — радиус подвижной катушки, а $c = \sqrt{R_2 + l^2}$, где R — радиус неподвижной катушки, $2l$ — длина ее, причем, как уже сказано выше $\frac{R}{2l} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Patterson и Guthe построили по этому принципу абсолютный электродинамометр, в котором подвижная катушка висела на уни-

Рис. 26.

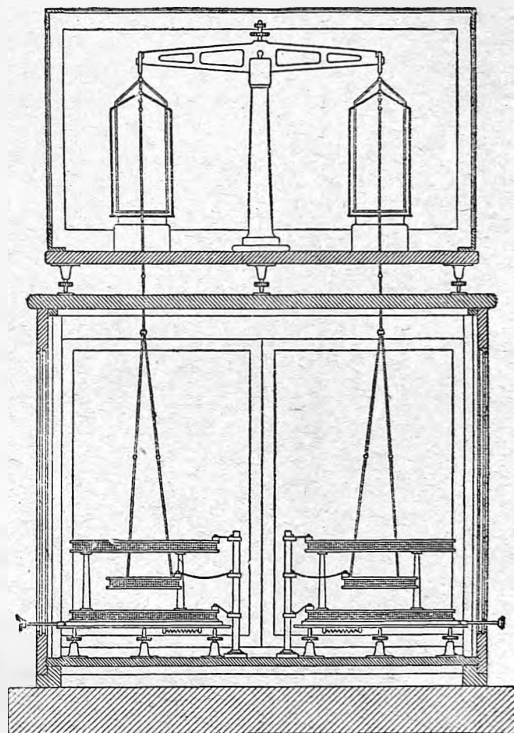


филярном подвесе, а ток вводился в нее снизу при помощи ртутных чашечек.

Абсолютный электродинамометр, построенный по идее Helmholtz'a с величайшей тщательностью Физико-Техническим Имперским Институтом в Шарлоттенбурге, изображен на рис. 26. Две неподвижные прямоугольные катушки S_1 и S_2 (последняя для ясности рисунка показана разрезанной) создают магнитное поле, которое поворачивает подвижную катушку S прикрепленную к коромыслу чувствительных весов над осью

вращения его. Коромысло висит на серебряных лентах $b_1 b_2$, вводящих ток в S , и при качаниях катится полуцилиндром C по лентам. Вращающий момент $S_1 S_2$ на S уравнивается грузом на чашках s_1 и s_2 . Коэффициент C_2 в (5) был определен опытным путем по способу, аналогичному вышеуказанному способу Lippmann'a. Раньше всего был вычислен по формулам, выведенным Wien'ом и Diesselhorst'ом, коэффициент C_0 для комбинации из катушки S и особо построенного и тщательно измеренного прямоугольника из одного оборота металлической ленты, который мог быть расположен между S_1 и S_2 в плоскости параллельной им; затем сравнивалось опытным путем электродинамическое действие прямоугольника и обеих катушек на ту же самую катушку S и находилось из опыта число n , показывавшее во сколько раз при одной и той же силе тока действие $S_1 S_2$ больше действия прямоугольника; тогда, очевидно, искомое $C = n C_0$. Своеобразный абсолютный электродинамометр построил недавно (1910) Mc. Collum. В этом приборе небольшая подвижная катушка висит внутри большой горизонтальной неподвижной катушки так, что оси катушек параллельны; сила тока определяется из отношения между периодом колебаний подвижной катушки, когда по катушкам не проходит ток, и периодом колебания, когда по катушкам проходит измеряемый ток.

Рис. 27.



В другом основном типе электродинамометров подвижная катушка перемещается параллельно самой себе под влиянием пондеромоторных сил, исходящих от неподвижной катушки. Такие приборы построили Joule, Sazin, Neumann. Первым электродинамометром этого типа, заслуживавшим название абсолютного, был прибор Helmholtz'a (1881); усовершенствованием его является известный абсолютный электродинамометр Rayleigh'a, которым Rayleigh и г-жа Sidgwick пользовались при определении электрохимического эквивалента серебра (1884). В этом приборе две подвижные катушки, подвешенные к обоим концам коромысла точных весов, расположены каждая между двумя неподвижными катушками; последние соединены так, что действия их на подвиж-

ную катушку складываются. Неподвижные катушки имели в среднем радиус около 25 см., подвижные около 10 см.; сечение обмотки представляло квадрат стороной около 1,5 см. Расстояние между неподвижными катушками равнялось их радиусу, что дает, как показывает исследование относящихся сюда формул, максимум силы притяжения на подвижную катушку. Ток вводился в подвижную катушку спиралью из чрезвычайно тонкой проволоки. Совершенно по тому же типу построен был абсолютный электродинамометр, которым пользовались Janet, Laporte и Jouaust в 1908 г. при определении электрохимического эквивалента серебра, и который изображен на рис. 27. В приборе Heydweiller'a между двумя параллельными вертикальными неподвижными круговыми катушками помещена подвижная, которая может вращаться вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к общей оси катушек, проходящей через среднюю плоскость подвижной катушки, но расположенной выше ее. В абсолютном электродинамометре Mascart'a (1882) длинная (500 мм.) подвижная катушка втягивалась в невысокую (40 мм.) неподвижную катушку; в приборе который недавно описали Ayrton, Mather и Smith короткая подвижная катушка висит внутри двух примыкающих друг к другу длинных неподвижных катушек.

Электродинамометры типа Helmholtz-Rayleigh'a представляют ту существенную особенность, что в них, как показал Rayleigh, для получения коэффициента C_1 выражения (5) нет необходимости производить точный обмер размеров обмоток. Основную формулу такого электродинамометра дал Maxwell: если назвать через R и r радиусы двух коаксиальных параллельных круговых токов, расположенных на расстоянии l друг от друга, то

$$C_1 = \pi \frac{ly}{\sqrt{Rr}} \left[2F - \frac{2-\gamma^2}{1-\gamma^2} E \right] \dots \dots \dots (8)$$

где

$$\gamma = 2 \sqrt{\frac{Rr}{(R+r)^2 + l^2}};$$

здесь F и E суть полные эллиптические интегралы первого и второго рода от модуля γ ; расчет выражения (8) весьма облегчается таблицами, составленными Rayleigh'ем, в которых для заданных γ сразу даны логарифмы величин выражения, стоящего в (8) в квадратных скобках. Легко убедиться, что C_1 есть функция лишь $\frac{r}{R}$ и $\frac{l}{R}$; при выше уже упомянутом, условии $l = R$, единственная величина, которую необходимо знать для вычисления C_1 , есть $\frac{r}{R}$. Эту величину можно определить либо на основании обмера катушек, либо измерить ее простым опытным путем, впервые указанным Bosscha: исследуемые круговые проводники устанавливаются концентрически один внутри другого в плоскости магнитного меридиана. Последовательно к проводникам включаются магазины W_1 и W_2 (рис. 28) и обе цепи соединяются, как разветвления одного и того же тока, однако так, чтобы магнитные поля, создаваемые круговыми проводниками были обратно направлены. W_1 и W_2 подбирают так, чтобы магнитные поля

совершенно компенсировали друг друга, т. е. чтобы магнитная стрелка, подвешенная в общем центре кругов не давала отклонения при прохождении тока. Если J_1 и J_2 суть силы тока в ветвях разветвления, а w_1 и w_2 сопротивления обмоток, то, очевидно, в этом случае

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{R}{r} = \frac{W_2 + w_2}{W_1 + w_1},$$

т. е. измерение отношения $\frac{R}{r}$ сводится к измерению отношения двух сопротивлений, которое можно произвести с высокой степенью точности.

Все сказанное выше относится, строго говоря, лишь к двум круговым токам, между тем как в действительности в электродинамометрах мы имеем дело с круговыми катушками, несущими большое количество оборотов. Способы и формулы для перехода от теоретического случая двух круговых токов к реальному случаю обмоток даны были Purkiss'ом и затем Lyle'ем; критическим исследованием этих способов занимался Rosa.

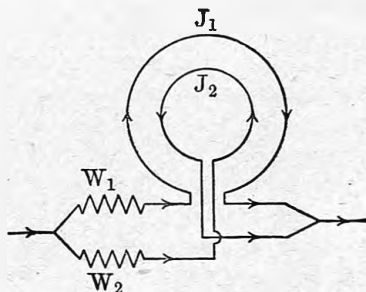
Нам остается упомянуть еще о технических электродинамометрах, применяемых в электротехнике для проверки калиброванных измерительных инструментов, напр. амперметров. Из приборов этого рода наиболее известны ампер-весы W. Thomson'a, устроенные по подобию электродинамометра Rayleigh'a; нарушенное электродинамическими действиями равновесие восстанавливается передвижением вдоль коромысла весов особого грузика, положение которого на коромысле определяет силу тока; приборы этого рода делаются для токов от сотой доли ампера до тысяч ампер.

В) Измерение силы тока при помощи вольтметров. Явление электролиза, совершеннейшим образом подчиняющееся законам Фарадея (IV, I), дает точнейшие способы для измерения силы тока. Если мы назовем через p электрохимический эквивалент того металла, раствор соли которого подвергается электролизу, а измеряемый постоянной силы ток в T сек. выделит из раствора P миллиграммов металла, то сила тока J равна

$$J = \frac{P}{pT} \dots \dots \dots (9)$$

Определение силы тока сводится таким образом к измерению веса и определению промежутка времени — измерениям, которые можно произвести с высокой степенью точности. Из второго закона Фарадея следует, что достаточно знать электрохимический эквивалент одного иона, чтобы знать эту величину для всех ионов. Отсюда следует, что для возможности применения электролитического способа измерения силы тока необхо-

Рис. 28.



димо с величайшей тщательностью определить электрохимический эквивалент одного какого-нибудь металла. В качестве такого металла оставались на серебре; действительно, высокий эквивалентный вес серебра (107,88), одновалентность его во всех соединениях, способность давать прекрасные осадки делают серебро особенно применимым для указанной цели.

Главнейшие работы по определению электрохимического эквивалента серебра были уже приведены вместе с их результатами в т. IV, ч. I. Все эти исследования производились по одной и той же схеме: сила тока, производившего электролиз водного раствора $AgNO_3$, определялась в абсолютной мере, при помощи тангенс-гальванометра (F. и W. Kohlrausch, Dijk и Kunst) или электродинамометра (Rayleigh и Mrs. Sidgwick, Pellat и Potier, Patterson и Guthe), либо на основании закона Ома измерением той разности потенциалов, которую давал измеряемый ток на концах проводника известного сопротивления (Kahle). К упомянутым работам в последнее время прибавилось еще несколько исследований (все при помощи электродинамометра), а именно:

	p
Guthe (1906)	1,1773 mgr. и 1,182 mgr.
Smith, Mather и Lowry (1907)	1,1827 „
Janet, Laporte и De la Gorce (1908)	1,1821 „
Laporte и De la Gorce (1910)	1,1829 „

Кроме того F. Kohlrausch (1908) подверг новому критическому исследованию работы F. и W. Kohlrausch (1884) и остановился на полученном этими исследователями результате — 1,183 mgr., необыкновенно, близко совпадающем с результатами последних работ по этому вопросу.

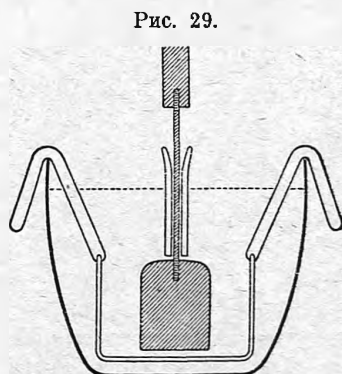
Если мы при электролитическом определении силы тока будем пользоваться одной из приведенных выше величин для электрохимического эквивалента серебра, то мы получим силу тока в абсолютной мере (в теоретических амперах = 0,1 C. G. S. ед. силы тока) со степенью точности не превышающей той, с которой была получена та величина p , которой мы пользуемся. Чтобы получить силу тока в международных амперах мы должны принять условную величину $p = 1,1800$, установленную Международной Конференцией 1908 г. для определения ампера (гл. X, § 3) и точность окончательного результата будет тогда зависеть исключительно от точности нашего измерения.

Для определения силы тока электролиз производится в особых приборах, названных Faraday'ем „вольта-электрометрами“ или вольтаметрами. Точнее, конечно, было бы их назвать „кулонметрами“, так как непосредственно они дают $Q = \int_0^T J dt$; лишь при постоянной величине J мы можем считать $J = \frac{Q}{T}$.

а) Серебряный вольтметр. Электролитом служит 10—20% водный раствор чистого нейтрального азотнокислого серебра $AgNO_3$, добы-

ваемого перекристаллизацией продажного химически чистого $AgNO_3$. Катодом служит обыкновенно платиновая чашка, содержащая раствор. В качестве анода применяется пластинка или стержень из чистого серебра, погружаемый сверху в раствор. Серебро оседает на стенках платиновой чашки в виде связанного мелко-кристаллического осадка. Для того чтобы частички серебра, могущие отделиться механически при раз'едании анода током, не могли попасть на дно платиновой чашки и увеличить вес осажденного серебра, анод окружают мешечком из пропускной бумаги, цилиндром из пористой глины, или подвешивают под анод стеклянную чашечку. Внешние формы, которые принял серебряный вольтметр в руках различных исследователей весьма разнообразны; критическим исследованием их занимались Guthe (1904), Smith (1908) и Jaeger и Steinwehr (1908), причем выяснилось, что при рациональном пользовании все формы дают близко тождественные результаты. Только применение мешечков из органических веществ (бумаги) вокруг анода вызывает сомнения, так как вольтметры с пропускной бумагой дают заметно большие осадки, чем вольтметры со стеклянными чашечками; Rosa, Vinal и Mc. Daniel (1910) объяснили это тем, что целлюлоза бумаги при электролизе путем сложного химического процесса выделяет из раствора коллоидальное серебро, оседающее на катод. Типичным образцом современного серебряного вольтметра может служить вольтметр Kohlrausch'a (1883 и 1908), изображенный на рис. 29 в разрезе в $\frac{2}{3}$ нат. величины. Массивный серебряный анод висит на серебряном стерженьке, защищенном стеклянной трубкой; на краях платинового тигля на 3 стеклянных крючках висит стеклянный защитный стаканчик. Этот стаканчик не только удерживает отпадающие от анода частицы, но и недопускает до катода часть электролита, близкую к аноду, в которой образуются кислородные соединения серебра, могущие повлиять, как показали Richards и Heimrod, на процесс электролиза. Для того, чтобы осадок серебра был достаточно плотный и связанный требуется, чтобы плотность тока на катоде не превосходила 0,02 амп. на 1 кв. см., а на аноде 0,2 амп. на 1 кв. см.; для того, чтобы осадок легко было вымыть перед взвешиванием, обыкновенно не осаждают на 1 кв. см. катода более 100 мгр. серебра. Здесь не у места приводить подробно разработанные правила пользования серебряными вольтметрами, ни те предосторожности, которые должны быть приняты во внимание при точных измерениях с помощью этого инструмента; с ними можно ознакомиться у вышеупомянутых авторов, а также из работ Kahle, Jaeger'a и Steinwehr'a, Richard'a, Collins и Heimrod'a, и из отчетов Международной Комиссии 1908 г.

Большое количество исследований было посвящено изучению влияния различных факторов на серебряный вольтметр, а также важному



вопросу о том, не влияют ли температура и давление на заряд серебряного иона, т. е. на электрохимический эквивалент. Исследования Мергi'я (1900) показали, что ни давление (до 12 атм.), ни температура (до 90°) на эквивалент не влияют; отсутствие влияния температуры подтверждается также опытами Kohlrusch'a и Weber'a (1907).

Из особенных видов серебряного вольтметра следует упомянуть о титрационном вольтметре В. Кистяковского, в котором отделившееся от анода количество серебра определяется титрованием; этот прибор особенно применим для быстрого измерения слабых (до 0,2 амп.) токов. Микровольтметры Bose и Conradt'a, а также Brill'я и Evans'a представляют видоизменения серебряного вольтметра, приспособленные для измерения очень слабых токов в пределах нескольких миллиампер. Faupur измерял даже токи в 0,1 миллиампер в серебряном вольтметре, содержащем раствор серебряносинеродистого калия, защищенный от доступа кислорода воздуха.

б) Медный вольтметр. Электрохимический эквивалент меди неоднократно был определяем опытным путем. Более старые определения (Vanni, Meikle) дали результаты, несколько меньшие истинных, вероятно вследствие побочных химических процессов, сопровождавших электролиз раствора медного купороса. Весьма тщательные определения Richard'a, Heimrod'a и Collins'a (1900 и 1902) дали результаты 0,3292 мг. и 0,32929 мгр., чрезвычайно близкие к тем, которые могут быть получены вычислением, исходя из электрохимического эквивалента серебра. Если мы примем условный электрохимический эквивалент серебра $\rho = 1,11800$, послуживший для определения международного ампера, то при эквивалентном весе серебра 107,88 (как он был принят Международной Коммиссией по атомным весам в 1909 г.) и эквивалентном весе меди 31,8, мы получим, что международный ампер осаждает в 1 сек. из раствора медного купороса 0,3296 мгр. меди.

В медном вольтметре анодом должна служить пластинка чистой меди, катодом — медная или платиновая пластинка. Электролитом служит не вполне насыщенный раствор чистого $CuSO_4$ (от 15 до 20 гр. кристаллизованной $CuSO_4$ на 100 гр. воды); раствор иногда подкисляют небольшими количествами H_2SO_4 . Oettel рекомендует прибавление к раствору алкоголя (125 гр. $CuSO_4$, 50 гр. H_2SO_4 и 50 гр. алкоголя на 1 литр воды). Плотность тока на катоде не должна превышать 0,04 ампера на 1 кв. см. для того, чтобы осадок получился связным и плотным. Результаты, даваемые медным вольтметром, не могут иметь той высокой степени точности, какая присуща измерениям с серебряным вольтметром, как по причине малого сравнительно электрохимического эквивалента меди, так и вследствие тех довольно сложных химических процессов, которые сопровождают электролиз $CuSO_4$ и могут изменить количество осажденной током меди. Изучением этих процессов занимались Foerster, Meyer и Richards, Collins и Heimrod. Однако последние авторы, а также еще ранее Shepard показали, что при принятии должных мер предосторожности медный вольтметр по точности даваемых результатов не многим уступает серебряному вольтметру.

Медный вольтметр находит применение главным образом при измерении сильных токов, т. е. в электротехнике. Для более удобного пользования им катод нередко предлагали подвешивать непосредственно к одному из плеч весов (Wendler).

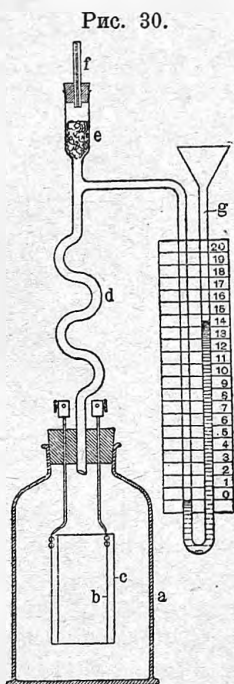
с) Водяной вольтметр. Количества водорода и кислорода, выделяемые от прохождения 1 кулона при разложении воды, могут быть легко вычислены. Если мы примем электрохимический эквивалент серебра (эквивалентный вес 107,88) равным 1,11800 mgr., то для водорода (1,008) получим 0,010446 mgr., для кислорода (8,000) — 0,08291 mgr.; это соответствует 0,09335 mgr. разложившейся воды; выделившиеся газы занимают объем 0,1740 куб. см. при 0° и 760 мм., при чем две трети этого объема заняты водородом, одна треть кислородом. Весьма тщательное опытное определение электрохимического эквивалента водорода и кислорода, произведенное Lehfeldt'ом (1908), дало $0,17394 \pm 0,00001$ куб. см. газа на 1 кулон, что чрезвычайно близко к приведенному выше вычисленному результату.

В водяном вольтметре электролизу подвергается обычно 10—20% раствор чистой серной кислоты между платиновыми электродами. У анода, кроме кислорода, выделяется еще в незначительных количествах озон, перекись водорода и надсернистая кислота; вследствие этого при более точных измерениях в особенности слабых токов собирают и подвергают измерению один лишь водород. Coehn и Osaka показали, что при никкелевых электродах в растворе едкого кали, предложенного Oettel'ем в качестве электролита, не замечается выделения озона; но с другой стороны Riesenfeld показал, что электроды из Ni вызывают ряд побочных химических процессов, могущих вызвать в результате ошибки до 15%. Особенно тщательно вопрос о наиболее целесообразном электролите был изучен Lehfeldt'ом; сравнивая вольтметр, наполненный различными другими электролитами, с серебряным, он находит, что совершенно точные результаты дают лишь 10—30% раствор Na_2SO_4 и 5—10% раствор $K_2Cr_2O_7$ между платиновыми электродами; H_2SO_4 дает отступления до 1%. При определении силы тока водяным вольтметром полученный при электролизе объем газа должен быть приведен вычисленным к объему его при температуре 0° и нормальном давлении 760 мм. Если мы назовем через V объем газа, выделившегося при температуре t^0 , через H барометрическое давление, через h разность уровней электролита в части сосуда, над которой стоит газ, и в части сосуда, сообщающейся со внешней атмосферой, через δ плотность электролита, через s упругость паров электролита при температуре t , то приведенный объем V_0 будет, очевидно, равняться

$$V_0 = V \cdot \frac{H - \frac{h\delta}{13,6} - s}{760(1 + 0,00367t)} \dots \dots \dots (10)$$

Наиболее обычные типы водяных вольтметров — вольтметры А. W. Hoffmann а и F. Kohlrausch'a — были уже описаны в т. IV, ч. II,

гл. V, § 2. Другие конструкции водяных вольтметров предлагали Müller, Кольбе, Grimsehl, Turrentine и др. Водяные вольтметры, специально приспособленные для точных измерений силы тока, были описаны Brüggenmann'ом и Lehfeldt'ом; с помощью этих приборов сила тока может быть измерена с точностью до десятой доли процента. Неоднократно описывались и весовые водяные вольтметры, в которых количество выделившегося газа определяется взвешиванием вольтметра до и после опыта. Своеобразный тип водяного вольтметра представляет



ампер-манометр Bredig'а и Hahn'а (рис. 30). В этом приборе гремучий газ, образуемый электролизом слабого раствора едкого натра между никкелевыми электродами *b* и *c*, непрерывно вытекает из вольтметра через капиллярную трубку *f*; изогнутая трубка *d* и слой ваты *e* задерживают уносимые потоком газа капельки электролита. При прохождении тока давление в вольтметре повышается до тех пор, пока количество вытекающего в единицу времени через *f* газа не сделается равным количеству газа, выделяемому электролизом; это давление отсчитывается по водяному манометру *g*. Так как, согласно закону Poiseuille'я, количество вытекающего газа пропорционально давлению, давление же в свою очередь пропорционально количеству выделяемого в единицу времени газа, т. е. силе тока, то показания манометра должны быть пропорциональны силам тока; по опытам Hahn'а для влажного гремучего газа при комнатной температуре $P = \frac{8,4lJ}{10^4 r^4}$, где *l* — длина капилляра в см., *r* — радиус его в мм., *J* — сила тока в амперах, *P* — показания манометра в см. водяного столба. Подбором длины и радиуса капилляра легко достигнуть того, чтобы 1 см. водяного столба отвечал 1 амперу, 10 амперам или другой желаемой силе тока.

Как показали работы вышеупомянутых исследователей, а также работы Nabega, водяной вольтметр может при надлежащих мерах предосторожности давать результаты, точные до небольших долей процента. Общим недостатком всех водяных вольтметров является большая обратная электродвижущая сила поляризации, допускающая применение их лишь при электродвижущих силах источника больших, чем означенная поляризация.

d) Высокий атомный вес иода (126,5) побудил Неггоип'а предложить иодовый вольтметр, в котором количество свободного иода, образуемого электролизом иодистого цинка между платиновым анодом и цинковым катодом, определялось титрованием серноватистокислым натром. Иодовый вольтметр был подробнее исследован Danneel'ем и

Kreider'ом; последний показал, что этот вольтметр дает повидимому результаты всегда до 0,1% более высокие, чем серебряный вольтметр. Из других типов вольтметров можно упомянуть о свинцовом вольтметре Betts'a и Korn'a, о бромовом вольтметре Hatfield'a, и в особенности о ртутных вольтметрах Wright'a (описан Dick'ом и Danneel'em), Hatfield'a и других, нашедших в последнее время применение в технике в качестве счетчиков ампер-часов; ртутный вольтметр для слабых токов описан был Lehfeld'ом.

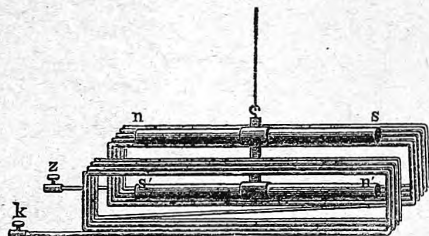
С. Измерение силы тока на основании закона Ома. Пусть ток неизвестной силы J проходит по цепи, в которую включено известное нам сопротивление R . Измерив разность потенциалов E на концах этого сопротивления, мы можем на основании закона Ома найти искомую силу тока $J = \frac{E}{R}$. Если разность потенциалов и сопротивление будут измерены в абсолютных единицах, то и сила тока получится в абсолютной мере. Если R будет измерено в международных омах, а E в международных вольтах, то J получится в международных амперах, при чем в измерение J войдет вся та неточность, с которой эталон электродвижущей силы был определен через посредство J и R . Описанный чрезвычайно удобный способ для быстрого и точного измерения силы тока получил особое распространение после того, как высокое развитие компенсационных методов дало возможность быстро и точно сравнивать всякую разность потенциалов с эталоном электродвижущей силы — нормальным элементом. Подробнее об этом способе измерения силы тока мы поговорим при рассмотрении компенсационных методов; здесь упомянем еще только, что все лучшие современные технические приборы для измерения силы тока — амперметры — основаны в принципе на описанном способе измерения силы тока.

Д. Электрометрический способ измерения силы тока. Если измеряемый ток J в t секунд заряжает тело емкостью в C фарад до потенциала в V вольт, то количество электричества, перешедшее на тело, равно $Q = Jt = VC$, откуда $J = \frac{VC}{t}$. Этот способ, дающий возможность измерить, правда с невысокой точностью, токи силою до 10^{-15} ампера, широко применяется в настоящее время при исследовании электрических токов в ионизированных газах.

§ 2. Гальванометры. Для обнаружения и измерения слабых токов применяются гальванометры, представляющие в настоящее время одно из самых основных орудий физика, наравне с весами и термометром. Первым гальванометром был „мультипликатор“ Schweigger'a (1820), построенный тотчас после открытия Oersted'ом действия тока на магнитную стрелку; он состоял из прямоугольной рамы, обмотанной изолированным проводником, внутри которой на тонкой нити висела магнитная стрелка. В 1826 г. Nobili предложил двойную аstaticкую стрелку (рис. 31) и этим сразу чрезвычайно увеличил чувствительность гальванометра; действительно, направляющая сила земного поля на такую стрелку может быть сделана сколь угодно малой, между тем как поле тока отклоняет обе стрелки в одну и ту же самую сторону; таким гальванометром

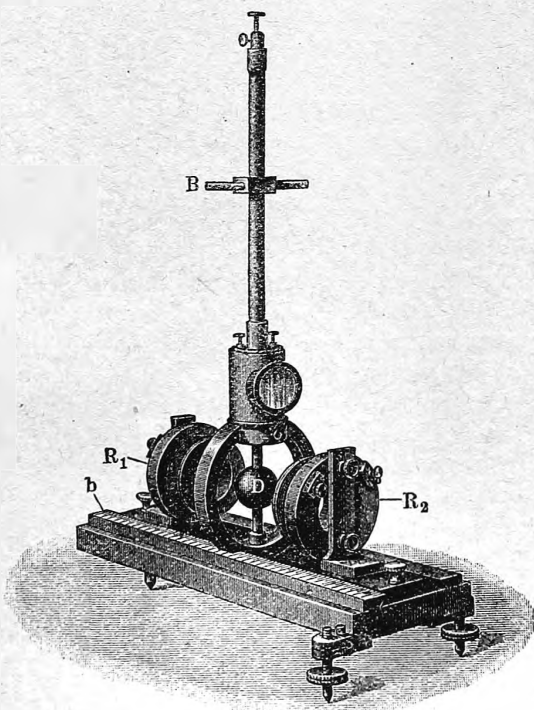
пользовался во всех своих работах Faraday (1832—1855). Gauss и Weber в своих знаменитых работах (1833—1846) применяли большой мультипликатор эллиптического сечения с тяжелым магнитом весом около 0,5 кгр., подвешенным на длинной шелковой нити; в этом гальванометре пользовались зеркальным отсчетом, предложенным еще в 1826 г. Roggendorf'ом. Огромный (30 см.) тяжелый магнит имел период качания около 14 сек.

Рис. 31.



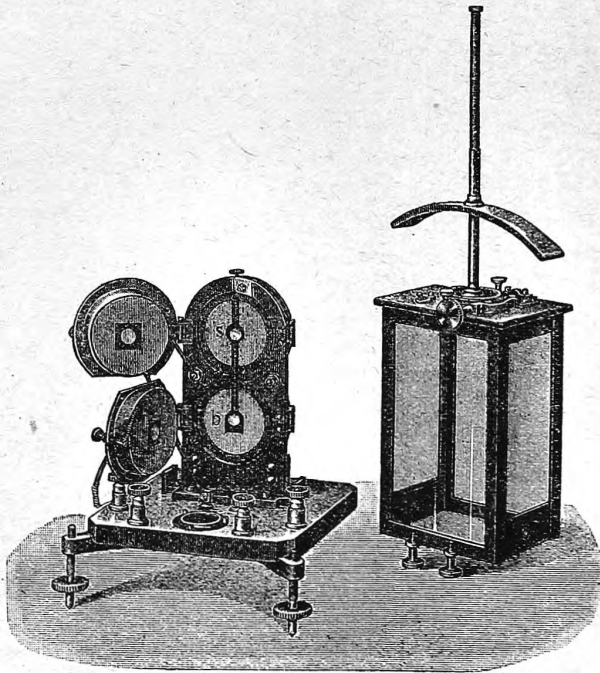
и никогда не находился в покое, что заставляло исследователей прибегать к сложным способам вычисления окончательного отклонения магнита на основании отклонений его при отдельных качаниях; эти же причины привели Weber'a к „способу отбрасывания“ и к „способу мультипликации“ (см. ниже) при наблюдении слабых токов. В этом же гальванометре впервые был применен „успокоитель“ (демпфер), основанный на индукционных токах, возбуждаемых колебаниями магнита в медном окружающем магнит теле. В 1853 г. G. Wiedemann описал весьма удобный тип гальванометра, нашедший широкое распространение и применяемый и до сих пор (рис. 32); в нем магнитное поле создается катушками R_1 и R_2 , между которыми внутри шарового медного успокоителя D подвешен на тонкой коконовой нити магнит; отклонение наблюдается через окно в трубке подвеса при посредстве трубы и легкого зеркала, прикрепленного к стерженьку, несущему магнит. На трубке подвеса виден „астазирующий магнит“ B , применение которого для увеличения чувствительности гальванометров было предложено еще в 1841 г. Melloni; такой магнит располагается так, чтобы он ослаблял силу земного поля в том месте, где находится подвижной магнитик и тем уменьшал пару сил, стремящуюся вернуть отклоненный магнитик в положение равновесия. Перемещением астазирующего магнита и сближением и удалением катушек R_1 и R_2 можно в значительных пределах изменять чувствительность галь-

Рис. 32.



ванометра. Следующий крупный шаг в гальванометрии был сделан W. Thomson'ом, который в 1851 г. построил для нужд трансатлантической телеграфии особенно чувствительный астатический гальванометр. Отличительной особенностью гальванометров Thomson'a является чрезвычайная легкость подвесной астатической системы, состоящей из ряда ничтожной величины магнитиков, наклеенных на зеркальце *s* и слюдяной кружок *b* (рис. 33); *b* и *s* скреплены вместе соединяющей их тонкой проволокой и подвешены на короткой чрезвычайно тонкой коконовой нити внутри двойной пары катушек (показаны на рисунке раскрытыми); движения зеркальца наблюдаются чрез окно в верхней (левой) катушке. Гальванометр покры-

Рис. 33.



вается стекляннм колпаком; к крышке колпака прикреплен латунный стержень, вдоль которого может перемещаться астазирующий магнит. Необыкновенно чувствительные гальванометры типа Thomson'a вытеснили все предшествовавшие типы этих приборов и являются в настоящее время наиболее употребительными. Весьма совершенным образцом гальванометра этого типа является „бронированный гальванометр“ Du Bois и Rubens'a (1900), изображенный в двух образцах на рис. 34. Слева изображен обыкновенный Томсоновский астатический гальванометр, вроде показанного на рис. 33, заключенный внутри двух concentрических цилиндров из литой стали. Назначение этой „броневой защиты“ — ослабить земное магнитное поле внутри гальванометра, а главным образом

предохранить подвесную систему от внешних переменных магнитных влияний вблизи расположенных магнитов, токов динамомашин и т. д. Рядом с гальванометром видны астазирующие магниты и катушки. Справа изображен шаровой неастигматический бронированный гальванометр, магнит-

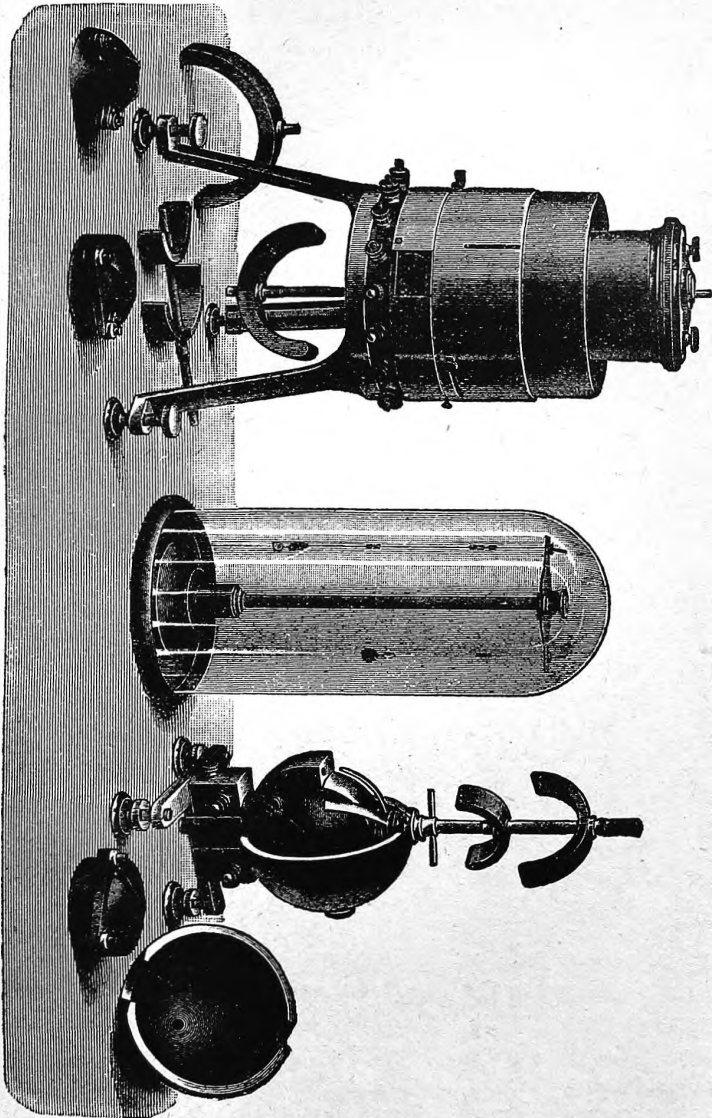


Рис. 34.

ная защита которого состоит из стальной оболочки полушаровых катушек и из двух стальных полых полушарий (одно показано снятым), охватывающих весь гальванометр. Так как магнитная защита сильно ослабляет действие внешних астазирующих магнитов, то внутри брони помещаются до-

полнительные тонкие дугообразные астазирующие магниты, хорошо видные на рис. шарового гальванометра. Чрезвычайно легкие магнитные системы (показаны под стеклянным колпаком в середине рисунка) подвешены на кварцевых нитях (т. I) длиной только в 40 мм. и имеют вес всего только в 50—300 mgr.; прикрепленные к нижним концам систем легкие зеркала наблюдаются через окна в броне. С гальванометрами такого рода можно еще обнаружить ток силой не больше 10^{-12} ампер, т. е. ток, который в 30 000 лет выделил бы 1 mgr. серебра.

Совершенно особый тип гальванометров развился из предложенного W. Thomson'ом в 1867 г. прибора, предназначенного для обнаружения слабых токов, передающих знаки в трансатлантической телеграфии (рис. 35). В сильном магнитном поле, образованном полюсами *N* и *S* электромагнита, подвешена на тонкой проволоке легкая катушка; для того чтобы сосредоточить линии сил на боковых поверхностях катушки, в середине между полюсами помещается тело *D* из мягкого железа. При

Рис. 35.

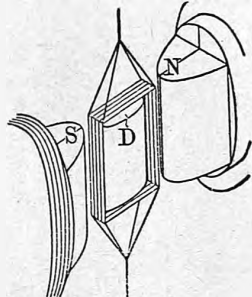


Рис. 36.

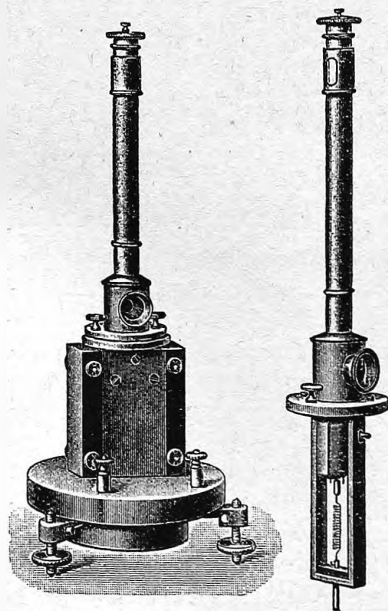
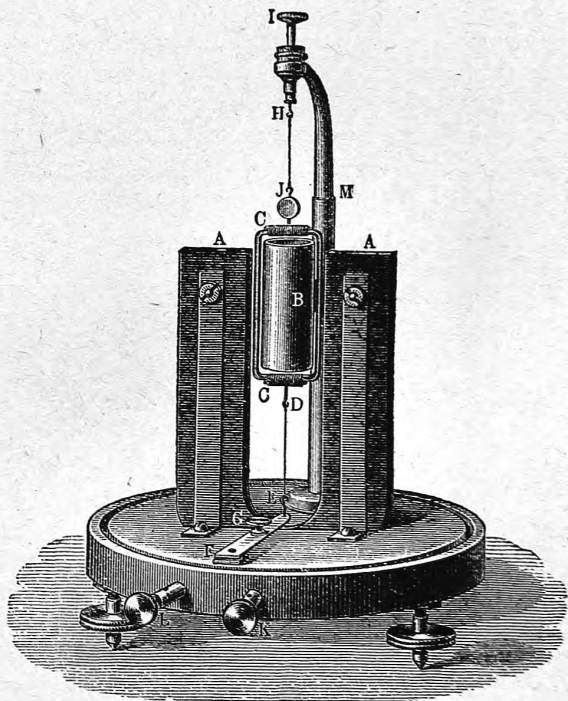


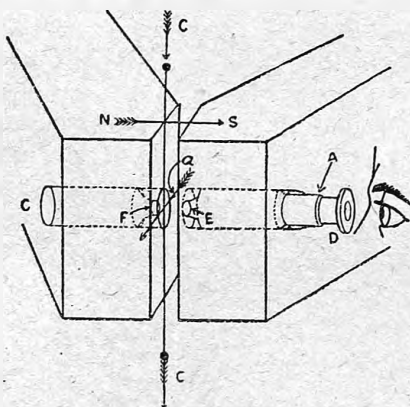
Рис. 37.



прохождении по катушке тока она стремится стать перпендикулярно к линиям сил, закручивая подвесную проволоку. Deprez (1880) и d'Ar-

sonval (1881) применили указанный принцип к устройству гальванометра, заменив электромагнит постоянным стальным магнитом (рис. 36); катушка CC висит на тонкой серебряной проволоке H , вводящей в катушку ток и соединенной с зажимом L ; другой конец обмотки катушки чрез проволоку DE сообщается с зажимом K . Сильный стальной магнит AA и железное тело B создают вокруг CC сильное магнитное поле. Зеркало J служит для отчета поворотов подвижной рамки. Гальванометры этого типа, называемые „гальванометрами Дебрэ-д'Арсонваля“ или „гальванометрами с подвижной катушкой,“ получили большое распространение благодаря тому драгоценному их свойству, что отклонения подвижной катушки совершенно не зависят от величины и случайных изменений магнитного поля, создаваемого землей, окружающими токами, магнитами и т. д.: действительно, поле стального магнита, в котором движется катушка, столь сильно, что всякие внешние случайные поля, создаваемые токами и магнитами, а также и земное поле, ничтожно малы сравнительно с ним. Другим немаловажным преимуществом их является чрезвычайная простота их конструкции, удобство в обращении, а также возможность устанавливать их в каком угодно положении, независимо от направления магнитного меридиана. Существует весьма большое количество различных конструкций гальванометров этого типа; в качестве примера современного гальванометра с подвижной рамкой укажем на гальванометр фирмы Сименс и Гальске (рис. 37). В этом приборе магнитное поле образуется сложным вертикальным стальным магнитом. Подвижная рамка, подвешенная на тонкой ленте из фосфористой бронзы, вместе с железным цилиндром помещается в отдельной трубке (изображена отдельно), которая вдвигается в полость, образуемую полуцилиндрически выточенными

Рис. 38.



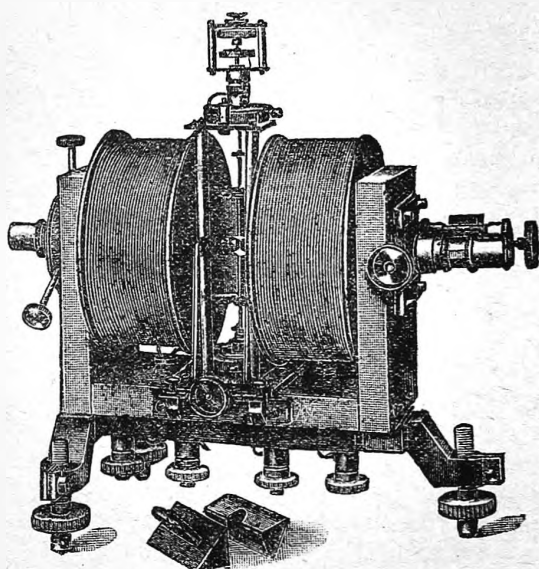
полюсными наконечниками магнитов. Конструкцию гальванометров с подвижной рамкой нельзя еще считать окончательно разработанной; чувствительность лучших гальванометров этого типа не вполне еще достигает таковой у наиболее чувствительных гальванометров с подвижными магнитами.

К гальванометрам с подвижным проводником принадлежат также струнные гальванометры, предложенные Адер'ом (1897) и разработанные и тщательно исследованные Einthoven'ом (1903). В этих приборах (рис. 38) подвижным проводником является тончайшая (до 0,003 мм. диаметром) посеребренная

кварцевая нить CC , натянутая подобно струне в сильном магнитном поле NS , создаваемом электромагнитом или постоянным магнитом. При прохождении тока по посеребренной нити она выгибается как струна по направлению стрелки a перпендикулярно к направлению поля: боковое

смещение нити наблюдается сквозь просверленные в полюсах отверстия микроскопом EA с сильным (до 1000 раз) увеличением; F — конденсатор, освещающий нить. На рис. 39 изображен один из многих типов этого прибора, построенных Edelmann'ом в Мюнхене; мы видим на нем электромагнит, раму несущую кварцевую нить и микроскоп, проходящий через сердечник правой ветви электромагнита. Струнные гальванометры могут обнаруживать токи столь же ничтожные (10^{-12} ампер), как и лучшие гальванометры типа Thomson'a; но в то время, как у чувствительных гальванометров с подвижными магнитами период качания подвижной системы измеряется секундами, в струнных гальванометрах он может доходить до сотых и тысячных долей секунды. Поэтому струнные гальванометры особенно применимы для наблюдения слабых токов, быстро периодически меняющихся в силе.

Рис. 39



Гальванометр представляет столь важное орудие физика, что мы считаем долгом в нижеследующем подробнее остановиться на теории и деталях основных типов гальванометров.

А) Гальванометры с подвижными магнитами. Предположим, что под влиянием силы тока J магнитная система гальванометра отклонилась на небольшой угол φ ; в этом положении вращающий момент тока равен противодействующему вращающему моменту поля, стремящемуся вернуть магнитную систему в положение равновесия. Назовем магнитный момент всей системы через M , магнитный момент той части ее, на которую действует ток, через M_1 ; пусть сила поля, стремящегося вернуть магнитную систему в положение равновесия, равна H_1 . Тогда при отклонении системы на угол φ

$$M H_1 \sin \varphi = M_1 G J \cos \varphi \quad \dots \dots \dots (11)$$

где через G выражена гальванометрическая постоянная — т. е. сила магнитного поля, создаваемая обмотками гальванометра, когда по ним проходит ток, сила которого равна единице. В сущности к левой стороне (11) следовало бы добавить еще вращающий момент закрученной подвесной нити, но в современных чувствительных гальванометрах с подвижной магнитной системой он столь мал, что им вполне можно пренебречь. Из

(11) следует для малых отклонений φ

$$S = \frac{\varphi}{J} = \frac{M_1}{M} \cdot \frac{G}{H_1} = \frac{q}{D} \dots \dots \dots (12)$$

Величина S , дающая отклонение магнитной системы при токе, сила которого равна единице, называется чувствительностью гальванометра; $M_1 G = q$ есть момент вращения подвижной системы от тока, сила которого равна единице, и называется динамической постоянной гальванометра; $M H_1 = D$ называется направляющей силой и есть момент вращения при повороте подвижной системы на угол $\varphi = 1$.

Период полуколебания магнитной системы T равен

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{M H_1}} = \pi \sqrt{\frac{K}{D}} \dots \dots \dots (13)$$

где K есть момент инерции подвижной магнитной системы.

Определяя из (13) величину H_1 и подставляя в (12) находим для S другое выражение

$$S = \frac{M_1}{K} \cdot G \cdot \frac{T^2}{\pi^2} \dots \dots \dots (14)$$

При конструкции чувствительных гальванометров стремятся к возможно увеличению S , не увеличивая при этом чрезмерно T . Для этой цели необходимо: 1) по возможности увеличить M_1 и уменьшить M , как видно из (12); но так как уменьшение M влечет за собой увеличение периода T , то мы должны одновременно 2) по возможности уменьшить момент инерции K , как следует из (14). Далее мы должны по возможности 3) увеличить G и 4) уменьшить H_1 ; но уменьшение H_1 вновь влечет за собой неудобное для практики пользования гальванометром увеличение T , которое мы можем опять компенсировать возможным уменьшением момента инерции K .

В гальванометрах с одной магнитной системой (не-астатиической) $M_1 = M$. Чтобы не увеличивать чрезмерно периода T , необходимо $\frac{M}{K}$ сделать по возможности большим. Большой магнитный момент M может быть достигнут лишь применением наилучшей стали для магнита и достаточным объемом магнита; при этом, однако магнит должен быть коротким, чтобы K было не слишком велико. Но в коротком магните весьма заметно размагничивающее действие концов его, сильно уменьшающее момент магнита. W. Thomson показал, как избежать этого затруднения: он первый вместо короткого массивного магнита применил ряд параллельных тонких коротких магнитов; в них, благодаря их тонкости, размагничивающее действие значительно меньше, между тем как магнитный момент суммы их и общий момент инерции тот же самый, как у более толстого магнита, который они образовали бы, будучи сложены; на рис. 40 изображена такая магнитная система W. Thomson'a, наклеенная на тонкий слюдяной кружок. W. Sie-

Рис. 40.

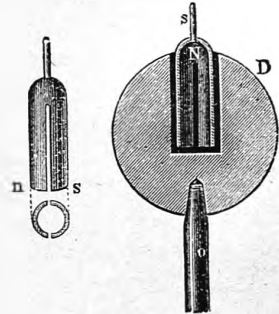


man's system of thin magnets on a mica disc.

mens для той же цели применял подковообразный магнит; действительно, согнув магнитный стержень и уменьшив расстояние его концов в n раз, мы лишь в n раз уменьшаем его магнитный момент, между тем как момент инерции его вокруг оси вращения уменьшается в n^2 раз; таким образом дробь $\frac{M}{K}$ увеличивается в n раз. На рис. 41 показан такой магнит, которому, обыкновенно, придают вид взрезанного колокола (Glockenmagnet); справа он изображен внутри успокоителя (см. ниже).

Значительно большей чувствительности можно достигнуть применением астазированной системы, т. е. увеличением дроби $\frac{M_1}{M}$. Предположим, что астатическая система состоит из двух магнитных систем с магнитными моментами m_1 и m_2 (рис. 42), образующими с направлением магнитного меридиана углы α и $\beta = \pi + \alpha + \delta$, где δ угол между магнитными осями систем. Такая совокупность m_1 и m_2 равносильна одному магниту с магнитным моментом

Рис. 41.



$$M = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 - 2m_1m_2 \cos \delta} = \sqrt{(m_1 - m_2)^2 + 4m_1m_2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}.$$

Если катушки гальванометра отклоняют m_1 и m_2 в одну и ту же самую сторону, то в выражении (12) $M_1 = m_1 + m_2$ и

$$\frac{M_1}{M} = \frac{m_1 + m_2}{\sqrt{(m_1 - m_2)^2 + 4m_1m_2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}} \dots \dots \dots (15)$$

Мы видим из (15), что m_1 и m_2 нужно сделать по возможности большими, по возможности равными по величине и по возможности параллельными. На практике труднее всего соблюсти последнее условие, равенство же m_1 и m_2 может быть достигнуто соответственным изготовлением и намагничиванием магнитов; Wadsworth построил даже специальный электромагнит для намагничивания таких систем. Астатическая система, будучи подвешена в земном магнитном поле, может принять самое неожиданное положение равновесия. Действительно, она установится в таком положении, в котором сумма моментов вращения, производимых на нее земным полем H_0 , равна нулю, т. е. когда (рис. 42)

$$H_0 m_1 \sin \alpha + H_0 m_2 \sin \beta = 0 \dots \dots \dots (16)$$

Если мы назовем через φ угол, образуемый с магнитным меридианом линией ab , делящей угол δ пополам, то $\alpha = \varphi - \frac{\delta}{2}$, а $\beta = \pi + \varphi + \frac{\delta}{2}$ и (16) приобретает вид

$$m_1 \sin \left(\varphi - \frac{\delta}{2} \right) + m_2 \sin \left(\pi + \varphi + \frac{\delta}{2} \right) = 0 \dots \dots \dots (17)$$

откуда

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} \operatorname{tg} \frac{\delta}{2} \dots \dots \dots (18)$$

Если $\delta = 0$, то $\varphi = 0$, т. е. система устанавливается в магнитном меридиане; если $\delta > 0$, а $m_1 - m_2 = 0$, то $\varphi = 90^\circ$ и система становится перпендикулярно к меридиану; вообще же при $m_1 \geq m_2$ и $\delta > 0$ система может принять самое неожиданное положение равновесия.

В астатическом гальванометре еще важнее, чем в неастатическом, возможное уменьшение момента инерции всей подвешенной системы. В этом отношении исследователи, строившие гальванометры исключительной чувствительности, дошли до замечательных результатов. Так в гальванометре Snow магнитная система состояла из двух комплектов магнетиков, по 6 в каждом комплекте, приклеенных к тончайшей стеклянной трубочке, и весила вместе с зеркалом только 80 мгр. Магнетики галь-

Рис. 42.

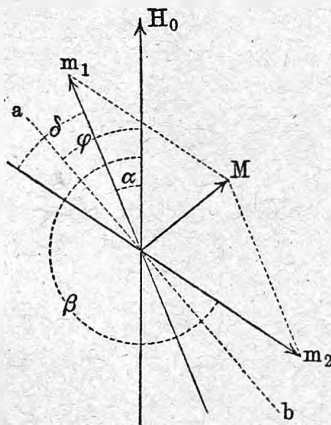


Рис. 43.

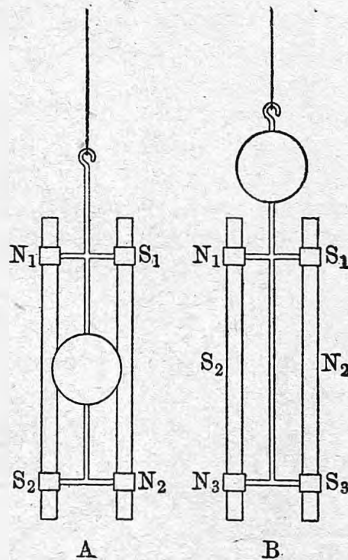
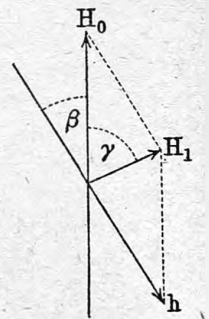


Рис. 44.



ванометра Paschen'a сделаны были из тончайшего часового стального волоска и имели длину около 1—1,5 мм.; вся система из 26 магнетиков вместе с зеркалом весила только 5 мгр. Астатическая система V. Boys'a весила даже только 2 мгр.

Пытались и другим путем идти к уменьшению момента инерции в астатических системах — располагать магниты параллельно оси вращения. На рис. 43 показаны подобные магнитные системы Weiss'a (A) и Hartmann и Braun'a, Gray'я и Вроса (B). Однако такие системы при одинаковом M должны все же обладать большим моментом инерции, чем системы, построенные по способу W. Thomson'a.

Дальнейшим шагом к увеличению чувствительности гальванометра может служить уменьшение H_1 — силы поля, возвращающей магнитную

систему в положение равновесия. Для этой цели обычно пользуются внешним астазирующим магнитом. Пусть H_0 (рис. 44) есть горизонтальная составляющая земной магнитной силы, а h — есть сила поля, создаваемого астазирующим магнитом; тогда оба поля сложатся в одно поле силы

$$H_1 = \sqrt{H_0^2 + h^2 - 2H_0h \cos \beta},$$

образующее с направлением магнитного меридиана угол γ , где

$$\sin \gamma = \frac{h}{H_1} \cdot \sin \beta.$$

Соответственным подбором величины магнитного момента астазирующего магнита и положения его можно полю H_1 дать любую величину и любое направление; теоретическому исследованию этого вопроса посвящена работа Charpentier. Однако в случае чрезвычайной малости H_1 неизбежные периодические изменения H_0 могут столь заметно отзываться на величине H_1 и γ , что магнитная система будет испытывать непрерывные перемещения, а чувствительность гальванометра весьма заметные колебания. Поэтому значительно удобнее ослабить поле, возвращающее систему в положение равновесия при помощи магнитной брони, как это сделал W. Thomson (1858) и впоследствии Du Bois и Rubens (1900). Действительно, магнитная броня, ослабляя земное магнитное поле в то же время пропорционально ослабляет и все изменения его, а также все его возмущения, вызываемые внешними источниками магнитного поля. Вопрос о магнитной защите гальванометров был теоретически разработан Stefan'ом и в особенности Du Bois, Wills'ом и Эсмархом. Du Bois теоретически и опытным путем показал, что защитное действие брони приблизительно пропорционально кубу проницаемости (весьма малой при столь малых силах поля, как поле земли), а потому для брони применимо лишь наилучшее мягкое железо или наилучшая мягкая литая сталь. В бронированных гальванометрах Du Bois и Rubens'а (рис. 34) тройной панцырь ослабляет магнитное поле земли почти в 1000 раз; Nichols и Williams построили гальванометр с 6 бронями, в котором магнитная защита была еще в 40 раз больше.

Вопрос об возможном увеличении гальванометрической постоянной G сводится к вопросу о наивыгоднейшей форме обмотки гальванометрических катушек, такой —, чтобы они при данном числе оборотов создавали наиболее сильное поле. Этот вопрос был теоретически рассмотрен Maxwell'ем и катушки современных гальванометров и строятся более или менее близко к его теоретическим указаниям; этому же вопросу посвящена недавняя работа A. Volkman'n'a. Толщина проволоки применяемой для обмотки катушек, а, следовательно, и сопротивление катушек ρ вполне зависит от той цели, для которой предназначен гальванометр. Пусть N будет число оборотов проволоки на катушках, d — диаметр проволоки; тогда при заданном объеме обмотки можно считать приближенно

$$N = \frac{\alpha}{d^3}, \quad \rho = \beta \frac{N}{d^3} = \frac{\gamma}{d^4} \dots \dots \dots (19)$$

где α, β, γ , точно также, как встречающиеся в следующих формулах δ, ϵ, k, μ суть некоторые коэффициенты. Из (19) следует

$$N = \delta \cdot \sqrt{\varrho} \dots \dots \dots (20)$$

Гальванометрическая постоянная G при заданном объеме обмотки пропорциональна N , а поле H , создаваемое катушками, пропорционально GJ . Отсюда

$$H = \epsilon GJ = kNJ = \mu \sqrt{\varrho} J \dots \dots \dots (21)$$

Если ток создается электродвижущей силой E , а внешнее сопротивление цепи равно r , то $J = \frac{E}{r + \varrho}$ и

$$H = \frac{\mu \sqrt{\varrho}}{r + \varrho} E \dots \dots \dots (22)$$

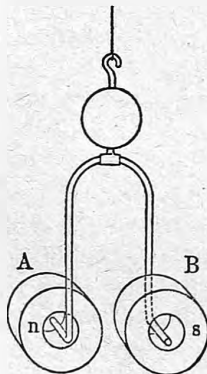
Выражение (22) имеет максимум при $r = \varrho$, т. е. при прочих равных условиях наибольшее отклонение дает гальванометр, сопротивление которого равно внешнему сопротивлению цепи. Поэтому напр. при исследовании термоэлектрических явлений в цепях, имеющих обычно очень малые сопротивления, применяются гальванометры с небольшим сопротивлением, при исследовании же прохождения тока через очень плохие проводники (напр. ионизированные газы) выгоднее пользоваться гальванометрами с очень тонкой обмоткой и большим сопротивлением.

Выбор наиболее подходящего сопротивления гальванометра в более сложных случаях, напр. в мосте Витстона, требует каждый раз отдельного исследования, общим же правилом можно считать применение в каждом отдельном случае гальванометра с сопротивлением того же порядка, что и сопротивление внешней цепи.

Стремление увеличить гальванометрическую постоянную G привело к конструкции гальванометров с цилиндрическими узкими катушками, в которые втягиваются полюса магнита. На рис. 45 изображена такая конструкция, примененная в чувствительном „микрогальванометре“ Rosenthal'я; подковообразный легкий магнитик с отогнутыми полюсами поворачивается при втягивании полюсов в катушки A и B или выталкивании полюсов из них. Аналогичные конструкции предложили Gray и Kollert; Ayrton построил астатический гальванометр по типу Rosenthal'я. Все эти приборы не имеют, однако, каких-либо существенных преимуществ перед обычными гальванометрами типа Thomson'а.

Важным фактором в каждом гальванометре является успокоитель колебаний подвижной магнитной системы. Выше был уже упомянут успокоитель, предложенный впервые Weber'ом и основанный на возбуждении колеблющимся магнитом в металлической массе индуктирован-

Рис. 45.



ных токов и на обратном тормозящем воздействии этих токов на магнит; на рис. 41 изображен такой успокоитель в виде массивного медного шара, в полости которого колеблется цилиндрический магнит Siemens'a. Кроме успокоителей этого рода применяются еще воздушные успокоители, представляющие собой скрепленные с подвижной системой алюминиевые или слюдяные пластинки, тормозящие движения системы вследствие сопротивления воздуха; в гальванометре типа Thomson'a роль таких успокоителей часто играет самое зеркало системы, или те пластинки, которые несут магниты. Исследованием воздушных успокоителей занимался А. Тоерлер. Успокоители с пластинками, погруженными в жидкость, больше не применяются, так как при ничтожной малости сил, действующих на подвижную систему современного гальванометра, слишком значительное влияние на движение системы имеют капиллярные силы на поверхности жидкости.

Какова бы ни была система успокоителя, создаваемый им тормозящий момент всегда пропорционален угловой скорости вращения магнита. Теоретическое исследование движения магнита, колеблющегося в магнитном поле при тормозящей паре сил, пропорциональной угловой скорости магнита, дано было в т. IV, часть II, гл. 2, § 9. Если момент пары сил, тормозящей движение, равен $\dot{a} = -n \frac{d\varphi}{dt}$, где n — коэффициент пропорциональности („успокоение“) и мы назовем $p = \frac{n}{2K}$, где K — момент инерции магнита относительно его оси вращения, и $c = \sqrt{\frac{MH}{K}}$, то движение отклоненного магнита вполне зависит от того, как велико p сравнительно с c . Если успокоение незначительно и $p < c$, то отклоненный магнит возвращается в положение равновесия последовательно убывающими в амплитуде колебаниями, тем более быстро убывающими, чем больше p . Если мы предположим, что φ_0 есть наименьшее отклонение, которое мы можем еще заметить, то мы будем считать магнит остановившимся, когда амплитуда его колебания сделается меньше φ_0 ; интересно, что время потребное для уменьшения амплитуды до φ_0 , не зависит при прочих равных условиях от периода колебания системы, а лишь от величины p . Если $p > c$, то движение аperiodическое, т. е. отклоненный магнит возвращается к положению равновесия не совершая колебаний и не переходя через положение равновесия; теоретически он достигает положения равновесия через бесконечное время, практически — когда отклонение сделается менее φ_0 , что наступит тем скорее, чем ближе p к c . Если p очень велико, то магнит так медленно возвращается к положению равновесия („ползет“), что наблюдения с таким гальванометром чрезвычайно затрудняются. В переходном случае, когда $p = c$, движение еще аperiodическое и магнит быстрее всего аperiodически возвращается к положению равновесия. На основании формул, отвечающих этому случаю (см. т. IV, часть II, гл. 2, § 9) легко рассчитать, что после момента поворота магнита к положению равновесия через $t = 2,1 T$ (где T — период колебания системы без успокоения) φ уменьшается до 1%, через 2,9 T до 0,1%, а через 3,7 T до 0,01%

величины первоначального отклонения. Очевидно, как еще указал Du Bois-Reymond (1869), что наиболее выгодным успокоением в гальванометре будет такое, которое дает $p = c$; к этому условию и стремятся приблизиться при конструкции и установке гальванометров, но в существующих типах гальванометров с подвижным магнитом успокоение слишком мало, чтобы можно было вполне достигнуть переходный случай.

Приведенное в т. IV, гл. 2 исследование колебаний магнита выведено в предположении очень малых углов φ . Более подробным исследованием этого вопроса при условии конечной величины углов отклонения занимались Хвольсон, Schering, Riecke и Lemke.

Нередко при помощи гальванометра приходится следить за изменением силы тока. Если эти изменения происходят не слишком медленно, то по необходимости приходится прибегать к гальванометрам с довольно сильным успокоением. Очевидно, что в этом случае мгновенное положение подвижной системы не изображает соответственной данному моменту мгновенной силы тока — подвижная система всегда отстает от силы тока. Довольно сложный вопрос о зависимости между мгновенной силой тока в данный момент и соответствующим данному моменту отклонением гальванометра был рассмотрен Хвольсоном, Schulze и Schaufelberger'ом.

При практическом обозначении чувствительности зеркальных гальванометров принято за единицу силы тока принимать один микроампер (10^{-6} ампера), за единицу угла — угол поворота подвижной системы, при котором на шкале, находящейся на расстоянии 1000 ед. длины, получается отклонение, равное одной единице длины (соответствует углу поворота зеркала около $1',7$). Но так как при равной степени астазирования, а, следовательно, разном периоде колебания, чувствительность данного гальванометра может быть разная, то принято указывать чувствительность его при полном периоде колебания в 10 секунд. Таким образом чувствительность S гальванометра есть даваемое им при одном микроампере и полном периоде колебания в 10 сек. отклонение, выраженное в делениях шкалы, отстоящей на 1000 таких делений от зеркала. Если при периоде колебания в T сек. была наблюдаена чувствительность S_T , то, как видно из (14), чувствительность его S , приведенная к 10 сек., будет

$$S = S_T \left(\frac{10}{T} \right)^2.$$

При сравнении различных гальванометров нельзя непосредственно сравнивать даваемые ими величины S , так как сопротивление ρ гальванометров может быть разное, а соответственно этому будет различным и число оборотов проволоки N на катушках, которому пропорциональна гальванометрическая постоянная G . Поэтому принято сравнивать нормальные чувствительности \mathcal{S} гальванометров, т. е. чувствительности гальванометров при такой обмотке их катушек, общее сопротивление которой равнялось бы одному ому. Из (20) и (21) видно, что если чувствительность гальванометра сопротивления ρ есть S , то нормальная его чувствитель-

ность \mathcal{S} равна

$$\mathcal{S} = \frac{S}{\sqrt{e}}.$$

Наибольшая до сих пор достигнутая величина \mathcal{S} равна повидимому $\mathcal{S} = 3900$ и была получена Paschen'ом в построенном им гальванометре. Прекрасный астатический бронированный гальванометр Du Bois и Rubens'a дает при наиболее легком подвесе (60 мгр.) $\mathcal{S} = 1000$. Очень чувствительные гальванометры, построенные Wadsworth'ом, Weiss'ом, Abbot'ом и др. не превосходили повидимому результатов, полученных Paschen'ом.

Кроме чувствительности S для тока рассматривают нередко, еще и чувствительность $P = \frac{\varphi}{e}$ для малых разностей потенциалов e . Так как $e = JR$, где R есть сопротивление всей цепи, на которую замкнуто e , то $P = \frac{\varphi}{e} = \frac{\varphi}{JR} = \frac{S}{R}$. Наибольшая величина S достигается, см. (22), когда $r = \rho$, т. е. $R = r + \rho = 2\rho$; поэтому наибольшая величина $P = \frac{S}{2\rho}$.

В) Гальванометры с подвижной катушкой. В этих приборах катушка, отклоненная действием тока, останавливается в том положении, в котором момент сил, даваемых магнитным полем, равен обратному моменту, создаваемому закрученной подвесной нитью. Если мы назовем через H силу магнитного поля, в котором вращается катушка, через s назовем сумму площадей, охватываемых отдельными оборотами катушки, то динамическая постоянная гальванометра $q = Hs$ и ток силы J создаст момент вращения HsJ . Если D есть направляющая сила подвеса, то противодействующая сила закрученной на угол φ подвесной нити будет $D\varphi$ и равновесие наступит при $HsJ = D\varphi$, откуда

$$S = \frac{\varphi}{J} = \frac{q}{D} = \frac{Hs}{D} \dots \dots \dots (23)$$

В гальванометрах с подвижной катушкой чрезвычайно важную роль играет вопрос об успокоении колебаний. В обмотке подвижной катушки при движении ее в магнитном поле возникает индуктированный ток, который, согласно закона Ленца, тормозит ее движение; если обмотка навита на металлическую рамку, представляющую замкнутый прямоугольник, то и в рамке возникает ток, тормозящий движение; взрезав рамку в одном месте, мы можем предотвратить возникновение этого тока. Успокоение вследствие сопротивления воздуха обыкновенно столь мало, сравнительно с электромагнитным успокоением, что им можно пренебречь. Электродвижущая сила индукции, возникающая в подвижной рамке, равна в абсолютной мере $e = \frac{d\Phi}{dt}$, где Φ есть магнитный поток, пронизывающий рамку; когда плоскость рамки образует с направлением магнитных силовых линий угол φ , то в предположении однородного магнитного поля $\Phi = Hs \sin \varphi$ и $e = \frac{d\Phi}{dt} = Hs \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt}$. Если углы φ небольшие, то можно считать $e = Hs \frac{d\varphi}{dt}$, а

силу тока индукции и $i = \frac{e}{W} = \frac{Hs}{W} \frac{d\varphi}{dt}$, где W полное сопротивление (сопротивление обмотки плюс внешнее сопротивление), по которому замыкается ток индукции. Ток i , обегая обмотку, возбуждает тормозящий момент $Hsi = Hs \frac{Hs}{W} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{(Hs)^2}{W} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{q^2}{W} \frac{d\varphi}{dt}$. Таким образом коэффициент успокоения (противодействующий момент при угловой скорости равной единице) будет

$$n = \frac{q^2}{W} \dots \dots \dots (24)$$

Мы видим отсюда, что при увеличении q мы не только повышаем чувствительность S гальванометра, но еще более повышаем его успокоение. Если момент инерции подвижной системы мы назовем через K , то для движения системы мы получим таким образом уравнение

$$K \frac{d^2\varphi}{dt^2} + n \frac{d\varphi}{dt} + D\alpha = 0 \dots \dots \dots (25)$$

Назовем $\frac{n}{K} = 2p$, а $\frac{D}{K} = c^2$; тогда (25) примет вид

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2p \frac{d\varphi}{dt} + c^2\varphi = 0 \dots \dots \dots (26)$$

тождественный с (66) §9 гл. II т. IV, ч. 1. Следовательно, и в данном случае при $p < c$ получаются затухающие колебания, при $p > c$ аperiodическое движение, при $p = c$ переходный случай, которому отвечает наиболее быстрое возвращение подвижной системы к положению равновесия. Чтобы не иметь случая $p > c$, при котором подвижная обмотка „ползет“ к положению равновесия, мы можем с целью повысить чувствительность S увеличивать q лишь до тех пор, пока $p = \frac{n}{2K} = \frac{q^2}{2WK}$ не сделается равным $c = \sqrt{\frac{D}{K}}$. В этом случае у нас будут существовать соотношения:

$$\frac{q^2}{2WK} = \sqrt{\frac{D}{K}} = \frac{\pi}{T} \dots \dots \dots (27)$$

где $T = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}$ есть полупериод колебания подвижной системы без успокоения, т. е. в разомкнутой цепи. Представим себе, что мы установили этот наиболее выгодный переходный случай. Тогда, пользуясь (27), мы можем придать $S = \frac{q}{D}$ следующие виды:

$$S = \sqrt{\frac{2WT}{\pi D}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2WT^3}{\pi K}} \dots \dots \dots (28)$$

Jaeger, тщательно изучивший гальванометр с подвижной катушкой, показал, что более точное выражение для S будет

$$S = \sqrt{\frac{2WT}{\pi D}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n_0 T}{K}} \cdot \sqrt{1 + \frac{w_1}{w_2}} \dots \dots \dots (28, a)$$

где n_0 есть успокоение в разомкнутой цепи, w_1 — сопротивление обмотки, $w_2 = W - w_1$, сопротивление внешней цепи.

Чувствительность P для разностей потенциалов будет

$$P = \frac{\varphi}{e} = \frac{\varphi}{JW} = \frac{S}{W} = \sqrt{\frac{2T}{W\pi D}} \cdot \dots \dots \dots (29)$$

Более точное ее выражение по Jaeger'у имеет вид

$$P = \sqrt{\frac{2T}{\pi WD}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n_0 T}{2K}} \left[1 + \frac{w_1}{w_2} \right]^{-1/2} \dots \dots \dots (29, a)$$

Из (28) и (29) мы видим, что для достижения большой чувствительности S нам нужно по возможности повысить T , однако не дальше тех пределов, за которыми наблюдение становится затруднительным. Если мы остановимся на некотором определенном T , то мы можем достигнуть его соответственным подбором D и K , причем из (28) и (29) видно, что нам выгоднее достигнуть большого T уменьшением D , а не увеличением K . Сопротивление W , при котором должен иметь место переходный случай („предельное сопротивление“), обычно тоже указано заданием тех целей, для которых назначен гальванометр. Заданные величины T и W определяют в этом случае наибольшее $g = Hs$, допустимое в гальванометре. Увеличение чувствительности может быть достигнуто таким образом лишь уменьшением направляющей силы подвеса, т. е. главным образом утончением подвесной проволоки, так как D изменяется пропорционально четвертой степени радиуса проволоки (т. I) и незначительное уменьшение радиуса проволоки вызывает значительное уменьшение D . В недавнее время Reinganum указал на другой путь для уменьшения направляющей силы подвеса — именно на астазирование подвеса. Для этой цели к подвесной проволоке прикрепляют кусочек тонкой проволоки из мягкого железа перпендикулярно к линиям сил поля и вне наиболее сильной части его; при поворачивании катушки железная палочка способствует увеличению отклонения; другой способ состоит в применении тонкого слабого магнетика, расположенного параллельно линиям сил так, что полюса его лежат в том же самом направлении, как и полюса магнита, создающего поле. Таким путем Reinganum'у удавалось увеличить S у готового гальванометра больше чем в 10 раз, увеличивая, конечно, одновременно и период колебания его. Dibbern, исследовавший эти способы астазирования, находит, что астазия магнитиком удобнее астазии мягким железом и что посредством такой астазии можно значительно увеличить S , но лишь немного увеличить P .

Мы не будем останавливаться более подробно на довольно сложной теории этих инструментов; она изложена в работах Jaeger'a, Diesselhorst'a, Stewart'a, White'a, Abraham'a, Féry и др.; вопрос о наиболее выгоднейшей форме обмотки катушки этих гальванометров исследовал Mather. Чувствительные гальванометры с подвижной катушкой небольшого сопротивления описали Jaeger и Zahn.

Чувствительность струнных гальванометров зависит при заданном магнитном поле от толщины колеблющейся нити и от натяжения ее; в значительных пределах чувствительность можно считать обратно пропорциональной натяжению. Период колебания уменьшается с натяжением струны; при сильных натяжениях он доходит до тысячных долей секунды, при слабых натяжениях (большой чувствительности) он исчисляется секундами. Успокоение нити в струнном гальванометре зависит и от сопротивления воздуха и от тормозящего действия токов, индуцированных в проводящей поверхности нити; воздушное сопротивление растет со скоростью движения нити, так что при сильном натяжении нити (малый период, малая чувствительность) движение может сделаться аperiodическим. При большой чувствительности (малое натяжение, большой период) успокоение обыкновенно незначительно и его необходимо увеличить. Einthoven указал интересный прием для изменения успокоения, применимый и к гальванометрам других типов, если только период колебания их достаточно мал, а сопротивление достаточно велико; прием состоит в том, что гальванометр шунтируется двумя параллельно к нему расположенными ветвями, из которых одна содержит некоторую емкость, а другая сопротивление; соответственным подбором емкости и сопротивления можно по желанию сделать колебания периодическими или аperiodическими. Чем длиннее период колебания и чем меньше сопротивление гальванометра, тем больше емкость, потребная для возможности изменения успокоения; применение этого приема к гальванометрам большого периода и малого сопротивления потребовало бы, как показывает Einthoven, необыкновенно больших емкостей.

Возможность менять в значительных пределах период колебания делает струнный гальванометр удобно применимым в качестве „вибрационного гальванометра“ для слабых переменных токов (см. ниже). Salomonson, построивший особый тип струнного гальванометра, в котором магнитное поле создается двумя обегаемыми током и параллельными струне проволоками, показал, что в этой форме струнный гальванометр может быть также применяем в качестве электродинамометра или ваттметра (см. ниже).

Струнные гальванометры и общая теория их описаны в уже упомянутых выше исследованиях Einthoven'a, подробный реферат которых можно найти в статье М. Левитской; более тщательному исследованию теории этого инструмента посвящена работа Hertz'a. Описание целого ряда конструкций струнных гальванометров дано в брошюре Hausgath'a, „Die Saitengalvanometer“, Leipzig 1911.

С) Вибрационные гальванометры применяются почти исключительно для измерения слабых переменных токов.

Д) Для обнаружения равенства силы двух токов служат дифференциальные гальванометры, впервые предложенные Е. Вескетел'ем в 1846 г. В этих приборах имеются две независимые обмотки, обегаемые каждая одним из двух сравниваемых токов, причем токи по обмоткам пропускаются в таком направлении, чтобы создаваемые ими магнитные поля

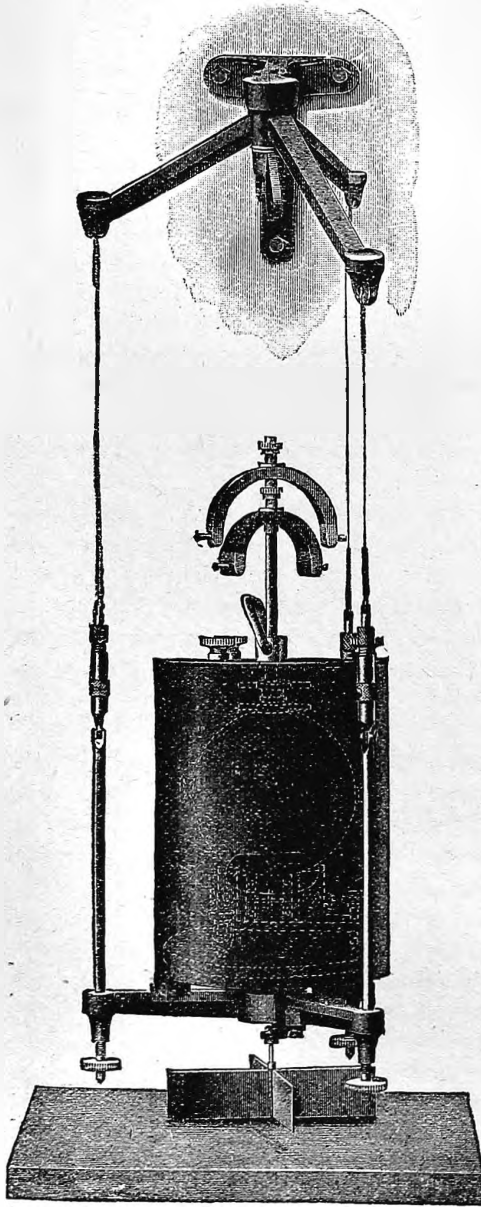
были направлены друг против друга. Если гальванометрическая постоянная G у обеих обмоток гальванометра с подвижным магнитом одинакова и сопротивления обмоток равны, то подвижная магнитная система не отклонится лишь в том случае, если силы токов, обтекающих обмотки, равны; точно так же лишь при равенстве токов не отклонится подвижная рамка гальванометра типа Deprez-d'Arsonval'я, несущего на рамке две обмотки из одинакового числа оборотов проволоки. Однако до настоящего времени в качестве дифференциальных гальванометров пользуются почти исключительно гальванометрами с подвижным магнитом, так как введение двух токов в подвижную катушку и уравнение гальванометрического действия обеих обмоток подвижной катушки представляет немалые технические затруднения. Гальванометры типа Wiedemann'a (рис. 32) можно непосредственно применять в качестве дифференциальных, пропуская один из токов через правую катушку, другой через левую и сравнивая гальванометрическое действие катушек изменением расстояния их до подвижной системы. Однако, в более точных измерениях пользуются всегда гальванометрами, в которых каждая катушка несет две рядом намотанные и тщательно друг от друга изолированные обмотки из одинакового числа оборотов; хорошие современные гальванометры, как, напр., гальванометры Du Bois и Rubens'a, снабжены обыкновенно катушками из нескольких параллельных обмоток и могут быть, следовательно, непосредственно применяемы в качестве дифференциальных.

Дифференциальный гальванометр должен удовлетворять двум условиям: 1) стрелка его не должна отклоняться при пропускании одного и того же самого тока последовательно через обе обмотки и 2) сопротивления обмоток должны быть равны. Если эти условия не соблюдены, то требуется добавление дополнительных оборотов к одной из обмоток и включение сопротивления в цепь той из обмоток, сопротивление которой меньше. Дифференциальными гальванометрами пользуются в некоторых из наиболее совершенных методов для сравнения сопротивлений. Техника пользования ими разработана была в исследованиях Kirchhoff'a и Hansemann'a, Kohlrausch'a, Dieterici и Jaeger'a. Дифференциальный гальванометр с подвижной рамкой описан был Shedd'ом.

Е) Пользование гальванометрами. Высокая чувствительность современных гальванометров, достигнутая чрезвычайным уменьшением направляющей силы в них, вызывает необходимость целого ряда предосторожностей при пользовании этими приборами. Раньше всего необходимо установить гальванометр так, чтобы неизбежные сотрясения стен и пола не отзывались на движениях подвижной части прибора. Du Bois и Rubens указали на то, что сотрясения точки подвеса подвижной части не будут вызывать вращательных моментов у подвешенной части, если главная ось инерции этой последней лежит на продолжении подвесной нити. Но даже при возможном соблюдении этого условия необходимо всегда предохранить прибор от передачи ему сотрясений. Теоретические работы Hamу и исследования Julius'a выяснили условия, которым должен удовлетворять способ установки гальванометра для этой цели. По способу Julius'a галь-

ванометр устанавливается на рамке или треноге, подвешенной к стене или потолку на трех равной длины равно натянутых стальных проволоках;

Рис. 46.



центр тяжести всей подвешенной на проволоках системы располагается так, чтобы он лежал в плоскости прикрепления проволок к раме; та часть прибора, которую больше всего нужно предохранить от сотрясений (место прикрепления подвесной нити) располагается в той же самой плоскости. На рис. 46 изображен подвес Julius'a, несущий шаровой бронированный гальванометр Du Bois и Rubens'a; прикрепленный снизу треноги крестообразный успокоитель опускается в чашку с маслом и успокаивает могущие возникнуть вращательные колебания всей системы. Einthoven помещал изолируемые от сотрясения приборы на тяжелую железную плиту (1 м. \times 1 м. \times 11 мм.), плавающую в железной чашке на слое ртути всего в 1 мм. толщины; White, исследовавший способы изоляции от сотрясений, предложил другие видоизменения способов Julius'a и Einthoven'a; простой подвес по типу подвеса Julius'a описал Volkmanн. Изолированные от сотрясения чувствительные гальванометры обнаруживают, однако, еще самопроизвольные легкие повороты подвижной системы („смещения нуля“), тем более заметные и тем более неприятные, чем чувствительнее гальванометр. У приборов с подвижным магнитом, сильно астазированных, они могут происходить вследствие слабых изменений внешнего магнитного поля и до некоторой степени могут быть предотвращены маг-

нитной броней; у приборов с подвижной рамкой эти смещения нуля происходят иногда вследствие слабой магнитности материалов, послу-

живших для конструкции рамки и подвеса и изменения магнитного момента их от различных причин; White, а также Zeleny занимались исследованием этих движений и способов их предотвращения.

Поворот подвижной системы у чувствительных гальванометров наблюдается обыкновенно субъективно при помощи трубы и шкалы (т. I). Чувствительность этого метода ограничена, как показали Rayleigh и Wadsworth, разрешающей способностью всей оптической системы, зависящей обычно лишь от размеров зеркала; уже на расстоянии равном 4000 радиусам зеркала штрихи миллиметровой шкалы сливаются друг с другом вследствие диффракции. Увеличение трубы не играет при этом никакой роли, но оно не должно быть слишком малым, иначе способность различать деления будет ограничена разрешающей способностью глаза; Volkmann, исследовавший эти обстоятельства, рекомендует увеличение от 3 до 6 раз большее, чем число миллиметров в радиусе зеркала. Увеличение размеров зеркала увеличивает разрешающую способность, но вызывает в то же время уменьшение чувствительности гальванометра вследствие увеличения момента инерции подвесной части; по расчетам Volkmann'a, наиболее выгодное соотношение наступает тогда, когда момент инерции одного зеркала составляет одну пятую часть полного момента инерции всей системы.

Повторным отражением луча между подвижным зеркалом и дополнительным неподвижным можно заметно увеличить угол отклонения, отмечаемый на шкале; подобные методы предложили Пильчиков, Julius, Geiger и другие; критическое рассмотрение их дано было Volkmann'ом, в статьях которого можно найти указания и на другие (между прочим и интерференционные) методы, предлагавшиеся в разное время, но не представляющие обычно существенных выгод перед простым методом зеркального отсчета.

Когда требуется точное измерение угла поворота по методу трубы и шкалы, то необходимо введение целого ряда поправок, как уже было упомянуто в т. I; подробный разбор этих поправок дан был F. Kohlrausch'ем.

В последнее время часто применяется графическая регистрация колебаний подвижной части гальванометров. В менее чувствительных гальванометрах скрепленная с подвижной частью стрелка, заканчивающаяся пером, вычерчивает движения подвижной части на вращающемся с постоянной скоростью барабане или перемещающейся с постоянной скоростью бумажной ленте; подобный гальванометр с подвижной катушкой (для пирометрических целей) описан фирмой Siemens и Halske. В более чувствительных гальванометрах применяется фотографическая регистрация, причем отраженный от зеркала пучек света записывает свой путь на движущемся листе фотографической бумаги; примеры такой регистрации движений гальванометра описали Schering и Zeissig, Diesselhorst, Schmidt и др.

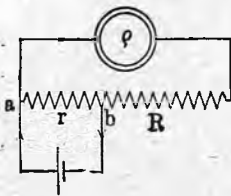
Для уменьшения чувствительности гальванометров служат шунты, уже упомянутые в § 5 гл. III т. IV, часть 2, причем сопротивление r шунта, уменьшающего чувствительность гальванометра с сопротивлением q в n раз

должно быть $r = \frac{e}{n-1}$. Ayrton и Mather предложили универсальный шунт, годный для всякого гальванометра; принцип этого прибора легко понять из рис. 47. Гальванометр g замыкается очень большим сопротивлением R , к части ab которого присоединяется цепь, несущая измеряемый ток J ; легко видеть из закона Ома, что сила тока в цепи гальванометра будет

$$i = J \frac{r}{R+r} = J ar \dots \dots \dots (30)$$

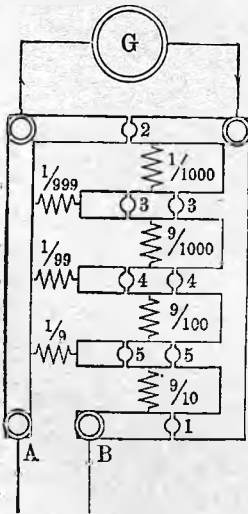
где r есть сопротивление той части R , которая заключена между точками a и b . Мы видим из (30), что i пропорционально r , независимо от сопротивления гальванометра e , но для различных гальванометров величина a будет разная; кроме того изменение r вызовет и изменение J , однако тем меньшее, чем больше R и r сравнительно с сопротивлением остальной части цепи.

Рис. 47.



Такой универсальный шунт легко может быть осуществлен при помощи всякого большого магазина сопротивления, из которого вынуты все штепселя, и в который вводится ток посредством двух ответвительных штепселей. Если желательно, чтобы общее сопротивление цепи не менялось при изменении чувствительности гальванометра, то можно пользоваться шунтом Armagnat, изображенным на рис. 48. Ток вводится в зажимы A и B ; если вставить штепсель 1, то ток непосредственно поступает в гальванометр; если вставить штепсель 2, то ток замыкается помимо гальванометра. На рис. показаны заключающиеся внутри шунта сопротивления, выраженные в долях сопротивления гальванометра; легко видеть, что при замыкании штепселями отверстий 3 и 3 мы пропустим в гальванометр 0,001 тока, при замыкании 4 и 4 — одну сотую, а 5 и 5 — одну десятую; при этом, как легко убедиться, общее сопротивление между A и B остается всегда неизменным и равным сопротивлению гальванометра.

Рис. 48.



При шунтировании гальванометров с подвижной катушкой не следует упускать из вида, что вместе с изменением сопротивления, на которое замкнут гальванометр, меняется и успокоение его. Volkman построил специальный шунт для гальванометров с подвижной катушкой, в котором не только общее сопротивление цепи остается постоянным, но не меняется и сопротивление, на которое замкнута катушка гальванометра.

Чувствительными гальванометрами пользуются обыкновенно при столь небольших углах отклонения, что силы тока J можно считать про-

порциональными углом отклонения: $J = \frac{1}{S} \varphi$. При больших углах отклонения $J = \frac{1}{S} F(\varphi)$, где $F(\varphi)$ сложная функция, зависящая от формы гальванометрических катушек, от расположения и размеров магнитов и т. д., ее находят эмпирически, калибрируя гальванометр при помощи каких-либо известных разностей потенциалов. В небольших пределах φ функция $F(\varphi)$ обыкновенно довольно точно может быть выражена в виде $F(\varphi) = \varphi (1 + \mu \varphi^2)$, где μ есть некоторый коэффициент, находимый из опыта.

Более или менее полное изложение гальванометрии можно найти, кроме упомянутых уже выше работ (в особенности работ Du Bois и Rubens'a и Jaeger'a), еще в статьях Ayrton'a, Mather'a и Sumpner'a и в статье Des-Coudres'a; описание большого количества современных гальванометров дано в брошюре Hausrath'a „Die Galvanometer“, Leipzig, 1909.

§ 3. Баллистический гальванометр. В электрических измерениях нередко приходится иметь дело с весьма кратковременными токами, сила i которых непрерывно меняется в течение их существования, быстро нарастая от нуля до некоторого максимума и затем быстро спадая от этого максимума вновь до нуля; таковы, напр., токи, получающиеся при разряде конденсатора, в некоторых явлениях индукции и т. д. Весьма часто нам нет необходимости знать характер изменения i с временем, а достаточно знать полное количество электричества Q , протекшее за время существования тока, т. е.

$$Q = \int_0^{\tau} i dt (31)$$

где τ — продолжительность существования тока. Для определения величины Q , как мы сейчас убедимся ниже, достаточно пропустить исследуемый ток через обмотку гальванометра, период колебания T которого столь велик, что τ можно считать ничтожно малым сравнительно с T ; тогда угол первого отклонения, которое получит гальванометр от толчка, сообщенного ему мгновенным током, дает возможность определить Q . Для того, чтобы период колебания T был достаточно велик, приходится прибегать для таких измерений к гальванометрам с большим моментом инерции K подвижной части; если, как это обыкновенно бывает у чувствительных гальванометров, K недостаточно велико, то его увеличивают, нагружая подвижную часть грузиками, симметричными вокруг оси вращения. Гальванометры, приспособленные для подобного рода измерений, называются баллистическими гальванометрами.

Предположим, что мы пропустили такой мгновенный ток через обмотку баллистического гальванометра без успокоения и с периодом колебания T ; пусть динамическая постоянная гальванометра равна g . Ток силы i создает в таком гальванометре вращательный момент gi ; если ток i проходил в течение dt сек., то мгновенный вращательный импульс будет

$qidt$, а полный импульс за время τ существования тока будет $q \int_0^{\tau} i dt = qQ$.

Приравнявая его произведению из момента инерции K на скорость вращения $\frac{d\alpha}{dt}$, где α есть угол поворота, получаем

$$K \frac{d\alpha}{dt} = qQ \quad \text{или} \quad Q = \frac{1}{q} K v_0 \quad \dots \dots \dots (32)$$

где v_0 есть скорость, полученная подвижной системой от толчка тока; мы предполагаем при этом, что в момент $t = 0$ и $\alpha = 0$, т. е. гальванометр находился в покое. Для определения v_0 мы можем рассуждать так: кинетическая энергия, полученная подвижной системой, будет $\frac{1}{2} K v_0^2$ и должна быть равна всей работе, совершенной подвижной системой против направляющей силы D . Пусть элементарная работа потребная на поворот системы на угол α , будет $D\varphi(\alpha)d\alpha$, где $\varphi(\alpha)$ зависит от характера причины, стремящейся вернуть систему в положение равновесия; тогда полная работа поворота системы на наибольший угол отклонения ее α_1 будет $D \int_0^{\alpha_1} \varphi(\alpha) d\alpha = DF(\alpha_1)$. Мы имеем таким образом

$$\frac{1}{2} K v_0^2 = DF(\alpha_1) \quad \text{и} \quad v_0 = \sqrt{2F(\alpha_1)} \cdot \sqrt{\frac{D}{K}} \quad \dots \dots \dots (32, a)$$

Подставляя v_0 в (32) получаем:

$$Q = \frac{1}{q} \sqrt{K} \sqrt{D} \sqrt{2F(\alpha_1)} \quad \dots \dots \dots (32, b)$$

Подставляя в (32, b) величину \sqrt{K} из $T = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}$ и замечая, см. (23), что $S = \frac{q}{D}$, находим:

$$Q = \frac{T}{\pi} \frac{1}{S} \sqrt{2F(\alpha_1)} \quad \dots \dots \dots (32, c)$$

У неастирированного гальванометра с подвижным магнитом $\varphi(\alpha_1) = \sin \alpha$ и $F(\alpha_1) = 2 \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}$, откуда

$$Q = \frac{T}{\pi} \frac{1}{S} 2 \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad \dots \dots \dots (32, d)$$

У неастирированного гальванометра с подвижной катушкой $\varphi(\alpha) = \alpha$, $F(\alpha_1) = \frac{\alpha_1^2}{2}$ и

$$Q = \frac{T}{\pi} \frac{1}{S} \alpha_1 \quad \dots \dots \dots (32, e)$$

При небольшом угле α_1 формулы (32, d) и (32, e) приобретают для обоих гальванометров общий вид

$$Q = \frac{T}{\pi} \frac{1}{S} \alpha_1 \quad \dots \dots \dots (32, f)$$

Если мы назовем через J_0 силу того постоянного тока, который в данном гальванометре дал бы то же самое постоянное α_1 , то пользуясь (12)

и (23) мы можем выразит Q чрезвычайно простой формулой

$$Q = J_0 \frac{T}{\pi} \dots \dots \dots (32, g)$$

В случае астазированных гальванометров без успокоения $\varphi(\alpha)$ имеет более сложный вид; этот случай в применении к баллистическому гальванометру рассмотрен был Wilson'ом.

Если разряд количества электричества Q чрез баллистический гальванометр повторяется правильно N раз в секунду, то это равносильно протеканию через гальванометр тока $J = QN$, каковой ток дает постоянное отклонение $\alpha = SJ = SQN$, откуда

$$Q = \frac{\alpha}{NS} \dots \dots \dots (33)$$

Если гальванометр снабжен успокоителем, то мы опять должны были бы рассмотреть три отдельных случая — затухающих колебаний, когда $p < c$, аperiodического движения, когда $p > c$ и переходный случай $p = c$. В первом случае ($p < c$) зависимость между v_0 и α_1 дана выражением (69, e) § 9 гл. II т. IV, которое легко привести к виду

$$v_0 = \alpha_1 \frac{\pi}{T} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}} \dots \dots \dots (33, a)$$

Подставляя (33, a) в (32), и пользуясь выражением $T = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}$, находим:

$$Q = \frac{1}{S} \cdot \frac{T}{\pi} \cdot e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}} \alpha_1 \dots \dots \dots (33, b)$$

Точно таким же путем, пользуясь формулой (78, c) § 9 гл. II т. IV, часть 2, мы находим для наиболее интересного переходного случая

$$Q = \frac{1}{S} \frac{T}{\pi} e \alpha_1 \dots \dots \dots (33, c)$$

где e есть основание натуральных логарифмов. Случай $p > c$ представляет меньший интерес; выражение для Q в этом случае можно было бы получить, пользуясь формулой (74, c) § 9 гл. II т. IV, часть 2.

Множитель $e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}$ в (33, b) при небольших λ близок к $e^{\frac{\lambda}{2}}$ или \sqrt{k} , если мы через k назовем отношение абсолютных величин двух последовательных амплитуд колебания $k = \frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}}$; заметив, например, α_1 и α_3 , мы можем упомянутый множитель выразить чрез $\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right)^{\frac{1}{2}}$. Еще точнее и в более значительных пределах множитель можно выразить чрез $1 + \frac{\lambda}{2}$; так, например, даже при $\lambda = 1$ ($k = 2,7$) разница между точной величиной множителя и величиной $\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right)$ менее одного процента. По мере роста λ величина $\operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}$ приближается к $\frac{\pi}{\lambda}$, а весь множитель к величине e .

Вышеприведенные формулы (33)—(33,с) предполагают, что время существования тока ничтожно мало в сравнении с периодом гальванометра; если этого нет, то зависимость между Q и отклонением гальванометра значительно усложняется; этот случай был рассмотрен Dorn'ом, Diesselhorst'ом и Weiss'ом.

Если отклонение, даваемое прохождением Q , незначительно и поэтому трудно измеримо, но мы имеем возможность повторять разряд Q через гальванометр в желаемые нами моменты, то для большей точности измерения Q можно прибегнуть к указанному W. Weber'ом способу „мультипликации“. Для этого, дав гальванометру первый толчок, выжидают момент, когда подвижная часть, пройдя максимум отклонения, вновь дойдет до положения равновесия, и в это мгновение дают новый толчок, равный первому, но обратно направленный; при следующем прохождении через положение равновесия толчок повторяют в первоначальном направлении и т. д. Если гальванометр снабжен успокоением и, следовательно, колеблется затухающими колебаниями, то при повторении этого процесса „раскачивания“ гальванометр через некоторое время дойдет до предельного неизменного отклонения; чем сильнее успокоение, тем скорее наступит это предельное отклонение. Если мы назовем через α_m половину угла между крайними положениями магнита, качающегося при предельном отклонении, а через α_0 то отклонение, которое дал бы тот же самый гальванометр при одном только толчке, то, как показывает теоретический разбор этого способа,

$$\frac{\alpha_m}{\alpha_0} = \frac{e^\lambda}{e^\lambda - 1} \cdot e^{-\frac{\pi}{\lambda} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}} \dots \dots \dots (34)$$

Влияние несвоевременных толчков и значительной продолжительности их при пользовании этим методом исследовал Dorn; Guillet описал коммутатор, автоматически пропускающий в гальванометр в надлежащем направлении толчки тока в те моменты, когда подвижная часть гальванометра проходит через положение равновесия. Weber'ом был предложен кроме способа мультипликации еще другой способ раскачивания подвижной части баллистического гальванометра („метод отбрасывания“); мы, однако, не будем останавливаться на этом методе, так как при современных чувствительных баллистических гальванометрах оба метода Weber'a в значительной мере потеряли свое значение.

В качестве баллистического гальванометра может служить как гальванометр с подвижным магнитом, так и гальванометр с подвижной катушкой. Diesselhorst, исследовавший гальванометр с подвижной катушкой в качестве баллистического, доказал, что и в этом применении переходный случай аperiodичности является наиболее выгодным. Тому же самому вопросу посвящены работы Patterson'a, Stewart'a, Peirce'a и Zeleny; при этом Peirce рассматривает также интересный случай, когда успокоение (как это может иметь место при воздушном успокоении) не пропорционально скорости подвижной системы.

При пользовании баллистическими гальванометрами предпочитают определять из опыта „переводный множитель“ прибора, т. е. величину $\frac{T}{\pi S}$ формулы (33, с). Для этой цели через гальванометр пропускают разряд конденсатора известной емкости C , заряженного до определенной разности потенциалов $V (Q = VC)$, либо индукционный толчок, получающийся во вторичной обмотке известной катушки, когда в первичной обмотке ее размыкается ток; М. Wien показал, что для этой цели удобно также пользоваться катушкой с известной самоиндукцией. Заметим еще, что при пользовании баллистическим гальванометром вполне возможно применять шунты для уменьшения чувствительности гальванометра; при этом возможная самоиндукция этих шунтов не играет никакой роли, так как для *fidt* точно так же действительны законы Кирхгоффа, как и для постоянных токов.

Удобно и многосторонне применимый баллистический гальванометр

Рис. 49.

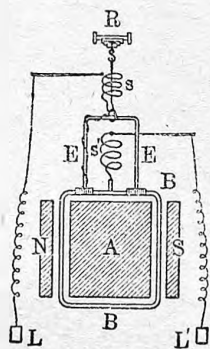
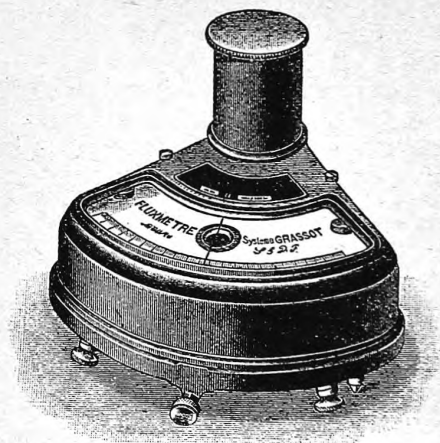


Рис. 50.



с подвижной рамкой представляет флюметр (fluxmètre) Grassot, специально приспособленный для измерения силы магнитного потока (flux). Этот интересный прибор (рис. 49) представляет гальванометр, подвижная рамка которого BB подвешена на столь тонкой коконовой нити, что направляющая сила ничтожно мала и период колебания в разомкнутой цепи близок к одной минуте; ток вводится в катушку и выводится из нее при помощи тонких мягких серебряных пружин s и s' ; при не очень больших сопротивлениях (менее 500—1000 омов) движения катушки аperiodические, при малых сопротивлениях (порядка десятков омов) катушка чрезвычайно медленно возвращается к положению равновесия. Катушка снабжена стрелкой, движущейся над деленной шкалой и зеркалом, которое допускает применение метода трубы и шкалы. Когда катушка замкнута на небольшое сопротивление и отклонена действием кратковременного тока, она благодаря ничтожной направляющей силе и сильному

успокоению столь долго остается в положении первого отклонения, что отсчет этого отклонения становится весьма удобным; для быстрого возвращения катушки в положение равновесия ей можно дать толчок в обратном направлении. Чувствительность флюметра весьма высокая: 1 мм. шкалы, расположенной на расстоянии 1 м., соответствует около 10^{-7} кулона. Внешний вид этого прибора показан на рис. 50.

Применение флюметра для измерения силы магнитного поля будет рассмотрено ниже. Теорию флюметра рассматривал В. Миткевич, разносторонние применения его — А. Корольков.

§ 4. Измерение разностей потенциалов. Для измерения потенциалов у нас имеются следующие единицы: А) Абсолютная электростатическая единица потенциала, определяемая из закона Кулона по пондеромоторным действиям двух зарядов друг на друга; А') Абсолютная электромагнитная единица потенциала, в $3 \cdot 10^{10}$ раз меньшая абсолютной электростатической единицы; она определяется из явления индукции и в определение ее входит, следовательно, понятие о силе магнитного поля; 10^8 абсолютных электромагнитных единиц потенциала приняты за практическую единицу потенциала: 1 вольт = 10^8 абс. электромагн. ед. пот. = $\frac{1}{3} \cdot 10^{-2}$ абс. электростат. ед. пот. В) Практическая единица: 1 международный вольт, вытекающая из закона Ома на основании определения величины ампера и ома; С) Практическая единица 1 вольт, вытекающая из условно принятой выраженной в вольтах разности потенциалов, даваемой нормальным элементом.

Все эти единицы по существу должны слегка различаться друг от друга. Единицы А и А' определены теоретически; действительное измерение потенциалов можно произвести, повидимому, лишь в единицах А, а отсюда уже вывести значение потенциала в единицах А'. Измерение потенциала в единицах В основывается на условно принятых узаконенных величинах международных ампера и ома, и результат измерения получается в условных узаконенных международных вольтах; при этом предполагается, что сила тока определена вольтметром, а не электродинамометром, дающим силу тока в абсолютных (не условных) амперах. Измерение потенциала в единицах С сводится к сравнению измеряемой разности потенциалов с разностью потенциалов, даваемой эталоном электродвижущей силы — нормальным элементом, при чем выраженная в вольтах электродвижущая сила эталона условно принята на основании тщательных измерений ее, произведенных обычно в единицах В. Если бы мы имели возможность с абсолютной точностью измерить одну и ту же самую неизменную разность потенциалов в различных вышеупомянутых единицах, то мы получили бы различные результаты; но при обычных измерениях, точность которых значительно ниже точности тех в высшей степени тщательных исследований, на основании которых были установлены и узаконены основные электрические величины, разницы этой, практически, не существует; несмотря на это, необходимо при каждом точном измерении отдавать себе ясный отчет в том, в каких единицах произведено измерение.

При измерении разностей потенциалов нередко приходится прибегать, в особенности, если разности потенциалов большие, к дроблению измеряемой разности потенциалов на части. Для этой цели точки *A* и *B*, разность потенциалов *E* между которыми желательно измерить, соединяют большим сопротивлением *R* (рис. 51) и измеряют разность потенциалов *e* между двумя какими-либо точками цепи *R*, между которыми заключается сопротивление *r*. Тогда, очевидно,

$$E = \frac{R}{r} \cdot e \dots \dots \dots (35)$$

При этом предполагается, что включение *R* между *A* и *B* не меняет разности потенциалов *E*, что будет тем более верно, чем больше *R* в сравнении с сопротивлением *ρ* всей остальной части цепи, соединяющей *A* и *B*. Поэтому сопротивление *R* желательно иметь по возможности большим; при дроблении очень больших разностей потенциалов *E*. Voigt применял в качестве *R* даже сухие стержни из дерева (клена), имевшие при длине в 120 см. и при 7 мм. диаметра сопротивление около 10⁴ мегомов. Теоретически еще более совершенно при электрометрическом измерении (*A*) дроб-

Рис. 51.

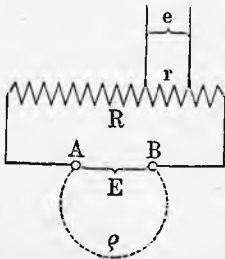
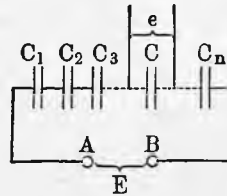


Рис. 52.



вление разности потенциалов при помощи конденсаторов (рис. 52); если замкнуть точки *A* и *B* рядом последовательно соединенных конденсаторов, емкости которых *C*₁, *C*₂ . . . *C*_{*n*}, и измерить разность потенциалов *e* на пластинках одного из конденсаторов емкости *C*, то полная разность потенциалов *E* между *A* и *B* будет

$$E = C e \sum_1^n \frac{1}{C_m} \dots \dots \dots (36)$$

При электрометрическом измерении очень малых разностей потенциалов между зажимами источников тока прибегали иногда к умножению (мультипликации) измеряемой разности потенциалов. R. Kohlrausch заряжал для этой цели исследуемую разностью потенциалов *E* воздушный конденсатор, соединенный с электрометром; затем, отделив конденсатор от источника разности потенциалов, он раздвигал пластины конденсатора; уменьшение емкости конденсатора от *C* до *C'* < *C* вызывало увеличение разности потенциалов между пластинками до величины *nE*, причем число *n* приходилось определять эмпирически; его нельзя определить расчетом,

полагая $n = \frac{C}{C'}$, так как в него входит емкость электрометра, переменная в зависимости от положения его подвижной части. Умножители (мультипликаторы) потенциала, предложенные W. Thomson'ом и Hallwachs'ом, представляют в сущности лишь дальнейшее развитие того же самого принципа. Особенно интересен мультипликатор, построенный Habicht'ом по идее Einstein'a; в этом приборе потенциал повышается последовательно 6 ступенями, причем n между первой и последней ступенью равно 360 000. Благодаря столь огромному коэффициенту мультипликации при помощи этого прибора могут быть замечены и измерены на обыкновенном калиброванном электроскопе потенциалы порядка десятитысячных долей вольта.

Мы рассмотрим последовательно способы измерения разностей потенциалов по схеме, приведенной в начале этого параграфа.

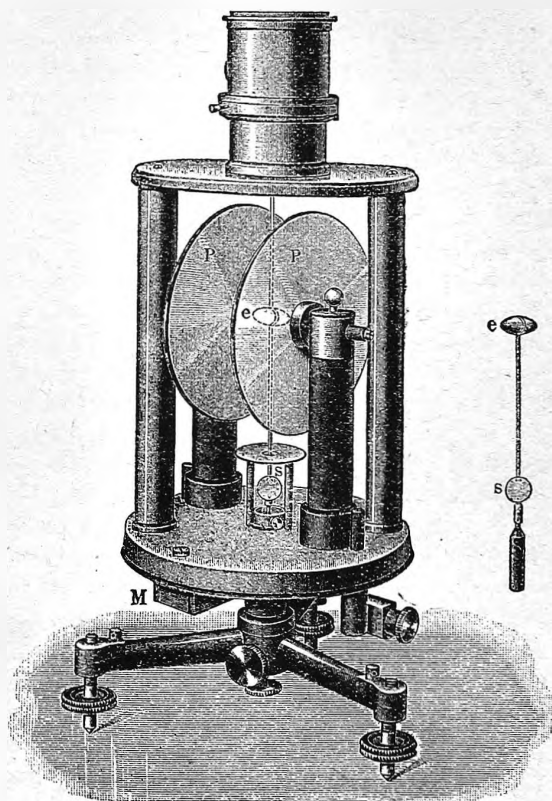
А) Электрометрическое измерение разностей потенциалов. Для измерения разностей потенциалов в абсолютных электростатических единицах служат абсолютные электрометры, о которых уже было подробно сказано в т. IV, часть 1, гл. IV. К изложенному там мы только добавим, что большинство существующих абсолютных электрометров представляют видоизменения абсолютного электрометра W. Thomson'a; таковы электрометры Kirchhoff'a (описан Quincke) и Abraham'a и Lemoine'a, в которых притяжение подвижной пластины, висящей на одном плече весов, компенсируется грузом, положенным на чашку весов; прибор Abraham'a и Lemoine'a предназначен для измерения разностей потенциалов до 40 000 вольт с ошибкой, не превышающей 0,1%. Сюда же относится чувствительный абсолютный электрометр Fabry и Perot, в котором смещение подвижной стеклянной, снизу полупосеребренной пластины, висящей на трех легких пружинках, определяется по движению интерференционных полос, образующихся между нижней поверхностью этой пластины и верхней поверхностью неподвижной пластины. При помощи этого прибора Fabry и Perot непосредственно измерили электродвижущую силу нормального элемента L. Clark'a при 0°, которую нашли равной $484,51 \cdot 10^{-5}$ абс. электростат. единиц потенциала; измерив в то же время ту же величину в единицах B (см. ниже), они нашли ее при 0° равной 1,4522 международным вольтам; отсюда следует непосредственно соотношение v между абсол. электростатической единицей потенциала и международным вольт-ом $v = \frac{1,4522}{484,51 \cdot 10^{-5}} = 299,73$.

На другом принципе основан абсолютный электрометр Ebert'a и Hoffmann'a, предназначенный для измерения очень высоких потенциалов. В этом приборе (рис. 53) небольшой алюминиевый эллипсоид e висит на бифиляре между заряженными пластинками PP воздушного конденсатора так, что большая ось его образует угол в 45° с направлением линий сил электрического поля. При заряде эллипсоида e он поворачивается, закручивая бифиляр; угол поворота его отсчитывается при помощи зеркала s . Стержень, несущий e и s , кончается снизу медным цилиндром, погруженным в междуполюсное пространство сильного стального магнита, скрытого в основании прибора и служащим успокоителем. Так как силы,

действующие на проводящий заряженный эллипсоид, помещенный в однородное электрическое поле, могут быть теоретически рассчитаны, то описанный прибор может служить абсолютным электрометром.

К абсолютным электрометрам следует также причислить приборы, устроенные по идее Сгэмьеу, в которых взаимодействие между электростатически заряженными частями уравнивается электродинамическим притяжением между двумя катушками, обтекаемыми одним

Рис. 53.



и тем же самым током J . Схема таких приборов дана на рис. 54; если равенность потенциалов между частями a и b равна V , то сила притяжения между ними равна $F_1 = mV^2$; с другой стороны сила притяжения между катушками c и d равна $F_2 = nJ^2$. Если подогнать J так, чтобы наступило равновесие, то $mV^2 = nJ^2$ и $V = \sqrt{\frac{m}{n}} J = kJ$. Для определения k Сгэмьеу, в приборе которого a и b имели вид полого цилиндра и конуса, предлагал уравновесить с помощью прибора разность потенциалов V_0 на зажимах той батареи, которая дает ток в притягивающиеся катушки; если R есть сопротивление, которое необ-

ходимо включить для этого в цепь батареи, а r есть сопротивление катушек, то $V_0 = k \frac{V_0}{R+r}$, откуда $k = R+r$ и $V = (R+r) J$; не нужно упускать из вида, что в этом случае мы меряем V не в единицах A , а в единицах B . Müller, пользовавшийся прибором Crémieu, определял k измерением при помощи прибора известной разности потенциалов. На том же принципе основан интересный абсолютный электрометр А. Чернышева, годный для измерения разностей потенциалов от 10 до 180 тысяч вольт. В этом приборе части a и b устроены, как в электрометре Thomson'a почему коэффициент m может быть вычислен; коэффициент n определяется непосредственным сравнением силы F_2 с силою тяжести, откуда следует, что прибор Чернышева дает величину V в единицах A .

Рис. 54.

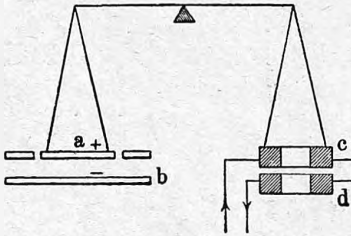
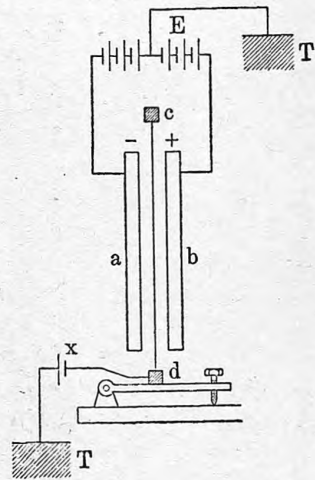


Рис. 55.



Каждый электрометр, в котором сила взаимодействия F между заряженными частями может быть измерена и для которого известна зависимость $F = \alpha \varphi(V)$, может быть применен в качестве абсолютного, если определить коэффициент α сравнением данного прибора с абсолютным электрометром. Целый ряд таких электрометров был уже упомянут в главе IV части первой; присоединим к ним еще только электрометр Neudweiller'a, усовершенствованный впоследствии Müller'ом и примененный им для измерения разностей потенциалов до 100 000 вольт. Теория электрометров в наиболее общем виде дана была Pulgar'ом и Wulf'ом, и приложена ими к квадрантному электрометру; практически важному вопросу о выверке электрометров этого типа посвящена работа Scholl'я.

Воспользуемся здесь случаем, чтобы упомянуть о более новых типах чувствительных электроскопов, появившихся в самое последнее время и потому не описанных еще в 1 части этого тома, причем начнем со струнных электрометров (вернее электроскопов), в которых, как в струнных гальванометрах, подвижной частью является натянутая посеребренная

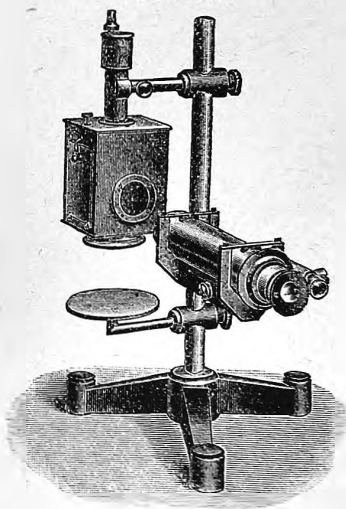
кварцевая нить или тончайшая металлическая проволока. Все они имеют следующий общий принцип (рис. 55): между пластинами *a* и *b* висит натянутая между точками *c* и *d* тончайшая проводящая нить. Если приложить к *a* и *b* равные, но противоположного знака большие потенциалы, то уже при самом незначительном заряде нити она изогнется, притягиваясь к одной пластине и отталкиваясь от другой; смещение нити наблюдается посредством микроскопа, снабженного окулярным микрометром. В таком приборе, совершенно аналогичном квадрантному электрометру (пластины *a* и *b* — квадранты, нить — стрелка), возможны, конечно, все те способы пользования, которые были описаны в т. IV, 1, гл. 4 § 3, применительно к квадрантному электрометру. Струнные электрометры представляют преимущества малой емкости (от 5 до 15 см.) и большой чувствительности при весьма удобном обращении.

В струнном электрометре Cremer'a, построенном Edelmann'ом, при потенциале нити в 1500 в. разность потенциалов между *a* и *b* в 10^{-4} вольта вызывает смещение нити, кажущаяся величина которого в микроскопе, увеличивающем в 1000 раз, равна 1 мм. Аналогичные приборы построены были Lutz'ом, Laby и Jones'ом.

Быстрое развитие учения о радиоактивности и об ионизации газов вызвало вообще потребность в чувствительных и удобных в обращении электроскопах и побудило работать в направлении усовершенствования этих приборов. Таким образом, кроме уже упомянутых струнных электроскопов, появились электроскопы Wulf'a, Wiechert'a и Elster'a и Geitel'я, в которых традиционные золотые листочки были заменены проводящими по поверхности кварцевыми нитями, смещение которых наблюдается тоже при помощи микроскопа. И обычный электроскоп с золотым листочком получил в руках Wilson'a новую усовершенствованную форму, в которой движение листочка наблюдается микроскопом; внешний вид этого весьма распространенного прибора показан на рис. 56.

В) Определение разностей потенциалов на основании закона Ома. Если две точки *a* и *b*, между которыми поддерживается разность потенциалов e_0 , соединить гальванометром сопротивления ρ , и гальванометр покажет ток силы i , то, согласно закона Ома, $e_0 = i\rho$, если только присоединение гальванометра к *a* и *b* не изменило самой величины e_0 . Величина e_0 не изменится, если ρ весьма велико, сравнительно с остальными частями цепи, соединяющими *a* и *b*. В общем случае (рис. 57), когда точки *a* и *b* составляют часть цепи, замыкающей источник с электродвижущей силой E и внутренним сопротивлением r , разность потенциалов e_0 до приключения гальванометра будет иметь величину

Рис. 56.



$$e_0 = \frac{Er_1}{R+r+r_1} \dots \dots \dots (37)$$

где r_1 есть сопротивление цепи между a и b , а R есть сопротивление всей остальной части цепи. После приключения гальванометра e_0 уменьшится и делается равным

$$e = \frac{Er_1}{(r+R)\left(\frac{r_1}{e}+1\right)+r_1} = e_0 \frac{R+r+r_1}{(R+r)\left(\frac{r_1}{e}+1\right)+r_1} \dots \dots \dots (38)$$

Как видно отсюда, e тем ближе к e_0 , чем больше q сравнительно с r_1 . Желая определить e_0 при помощи гальванометра, мы получаем таким образом в действительности $e < e_0$ и для определения истинного e_0 должны либо ввести в наблюдаемое e поправки, либо применять гальванометр с очень большим сопротивлением q . Когда $r_1 = \infty$, то $e_0 = E$ и $e = E \frac{1}{\frac{r+R}{e}+1}$;

если еще $R = 0$, т. е. источник непосредственно замкнут на гальванометр, то

$$e = E \frac{1}{\frac{r}{e}+1} \dots \dots \dots (38, a)$$

До введения принципа компенсации (см. ниже) все способы определения разностей потенциалов основывались на вышеприведенных, вытекаю-

Рис. 57.

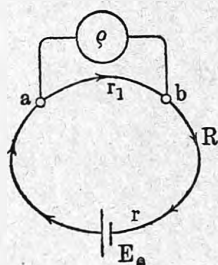
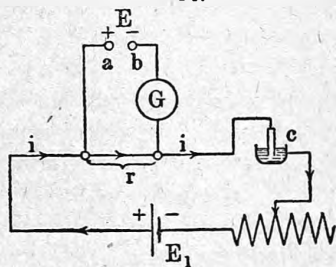


Рис. 58.



щих из закона Ома, рассуждениях. Гальванометр, калиброванный в единицах силы тока, приключался к точкам a и b , разность потенциалов между которыми требовалось определить, и на основании наблюдаемой силы тока по вышеприведенным формулам вычисляли e_0 или E . Если внутреннее сопротивление источника r или даже вся величина $r + R$ была неизвестна, то для определения E (при $r_1 = \infty$), по предложению Ohm'a, наблюдали силы тока i_1 и i_2 при двух различных сопротивлениях R_1 и R_2 ; из формул $i_1 = E(r + R_1 + q)$ и $i_2 = E(r + R_2 + q)$ следует тогда:

$$E = \frac{i_1 i_2}{i_2 - i_1} (R_1 - R_2) \dots \dots \dots (38, b)$$

Необходимо заметить, что все методы определения e_0 и E , основанные на приведенных рассуждениях, могут дать определенные результаты лишь

в том случае, если электродвижущая сила источника E не зависит от даваемой им силы тока, т. е. если источник (напр. гальванический элемент) „постоянный“. Между тем у всех элементов E уменьшается в большей или меньшей степени по мере роста силы тока, даваемого элементом, и истинное E , относящееся к случаю элемента, не дающего ток, по этим способам определить было невозможно. Поэтому огромным успехом в этом деле было указание Poggendorff'ом в 1841 г. способа компенсации, который дает возможность при помощи гальванометра определить разность потенциалов между двумя точками, в то время когда эта разность потенциалов не дает тока. Идея способов компенсации состоит в следующем (рис. 58): точки a и b , между которыми желательнее определить разность потенциалов E (напр. зажимы гальванического элемента), соединяются через чувствительный гальванометр с отрезком r цепи, по которой проходит ток от вспомогательной батареи E_1 , причем соединение производится так, что в цепи abr разности потенциалов между a и b и на концах r включены друг против друга. Силу тока i , проходящего по r или сопротивление r отрезка меняют до тех пор, пока гальванометр G не покажет отсутствия тока; в этом случае (см. IV, ч. 1, гл. 3 § 5) искомая разность потенциалов E равна падению потенциала вдоль отрезка сопротивления r , т. е.

$$E = ri$$

Обычно, выбрав подходящее r , меняют i введением сопротивления в цепь батареи E_1 до тех пор, пока в цепи E не будет тока; силу тока i измеряют при помощи точного калиброванного в амперах гальванометра (напр. шунтированного миллиамметра системы Weston'a), или серебряного вольтметра (с на рис. 58), или электродинамометра, или тангенс-гальванометра. Когда i известно в легальных амперах, r — в легальных омах, то E получается в легальных вольтах. Описанный способ есть несомненно наилучший из способов для измерения разностей потенциалов в единицах B ; он применялся между прочим для всех современных определений электродвижущей силы нормальных элементов. Lindeck и Rothe изготовили особый компенсационный прибор (работы Siemens и Halske) для определения по этому методу электродвижущей силы термоэлементов, предназначенных для температурных измерений.

С) Сравнение разностей потенциалов. До изобретения компенсационного метода для сравнения электродвижущих сил служили методы, в большинстве случаев совершенно аналогичные тем, которые были упомянуты в начале (B). Укажем лишь некоторые из них: а) если два элемента E_1 и E_2 давали при замыкании на одну и ту же самую цепь из сопротивления R и гальванометра g , силы тока i_1 и i_2 , то

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{i_1(R + g + r_1)}{i_2(R + g + r_2)}$$

где r_1 и r_2 внутренние сопротивления элементов; если r_1 и r_2 чрезвычайно малы сравнительно с $(R + g)$, то можно считать $\frac{E_1}{E_2} = \frac{i_1}{i_2}$. б) Элемент E_1

дает в цепи $R_1 + \rho$ некоторую силу тока i ; подыскивают то сопротивление цепи $R_2 + \rho$, при котором элемент E_2 дает в цепи $R_2 + \rho$ ту же самую силу тока i ; тогда

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1 + \rho + r_1}{R_2 + \rho + r_2}.$$

Величины r_1 и r_2 обыкновенно неизвестны; ими можно пренебречь, если $R + \rho$ достаточно велико сравнительно с ними. с) В схеме т. IV, ч. I, гл. III, рис. 206 в среднюю ветвь AB включают чувствительный гальваноскоп и подбирают сопротивления R_1 и R_2 магазинов сопротивлений, включенных в правую и левую ветвь, так, чтобы по AB не проходило тока; тогда $\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1 + r_1}{R_2 + r_2}$ (Poggendorff). При достаточно больших, сравнительно с r_1 и r_2 сопротивлениях R_1 и R_2 можно считать $\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R_2}$.

Все эти методы страдают тем общим недостатком, что сравнивают электродвижущие силы источников, в то время, когда последние дают ток; эти методы совершенно неприменимы, если одним из источников является нормальный элемент, который нельзя замыкать на незначительное сопротивление. Лишь компенсационный метод, в том виде, в котором он был разработан для целей сравнения электродвижущих сил Bouscha и затем Du Bois-Reymond'ом и Clark'ом свободен от этого недостатка. Идея этого метода схематически изображена на рис. 59. Вспомогательный источник тока A замкнут сопротивлением (проволокой) ab , вдоль которого потенциал падает от a до b ; по проволоке передвигаются два контакта I — II, которые при помощи коммутатора U могут быть соединены через гальванометр G (вместо него может служить и капиллярный электрометр) поочередно с каждым из двух сравниваемых элементов E и N ; в качестве одного из этих элементов N изображен нормальный элемент Westo'n'a. Включив в цепь один из элементов, например N (3—5, 4—6), мы ищем то расстояние между контактами, при котором в G нет тока; пусть длина отрезка I—II будет при этом l см.; включив элемент E (1—3, 2—4) ищем вновь то расстояние l' см. между I и II, которое дает отсутствие тока в G . Если мы обозначим через r сопротивление 1 см. проволоки ab , а через i силу проходящего через нее от источника A тока, то

$$\frac{E}{N} = \frac{lr i}{l' r i} = \frac{l}{l'},$$

т. е. определение отношения двух электродвижущих сил сводится к измерению отношения двух сопротивлений или даже двух длин, причем сравниваемые электродвижущие силы во время измерения не дают тока.

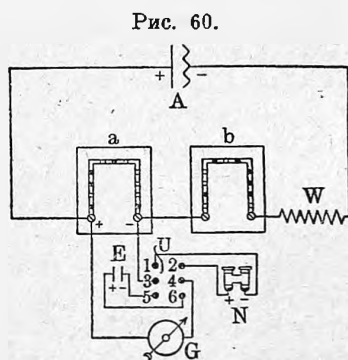
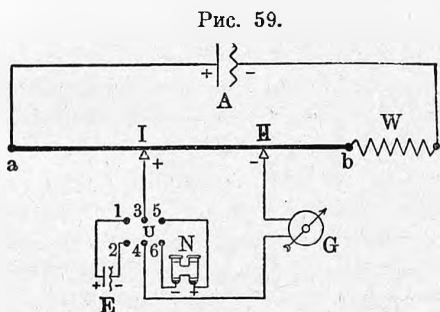
Из многих видоизменений компенсационного способа упомянем лишь способ Орлова, дающий возможность одновременно компенсировать несколько электродвижущих сил.

Вouty предложил заменить проволоку со скользящими контактами, двумя совершенно одинаковыми магазинами сопротивления (рис. 60). До начала измерения из магазина a вынимают все штепселя, оставив в b все

штепселя воткнутыми; включив один из элементов, напр. N , начинаем вынимать штепселя из b и переносить их в соответственные штепсельные гнезда в a до тех пор, пока гальванометр G не покажет отсутствия тока; пусть тогда сопротивление a будет R_1 . Очевидно, что при таком переносе штепселей общее сопротивление цепи остается равным $a + b$, а, следовательно, и сила тока в ней не меняется; лишь отношение сопротивлений a и b подвергается перемене. Повторив описанный процесс с элементом E , найдем что в G отсутствует ток при некотором сопротивлении a равном R_2 . Тогда очевидно,

$$\frac{E}{N} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Компенсационный метод получает особенно важное значение, если в качестве одной из двух сравниваемых электродвижущих сил применять

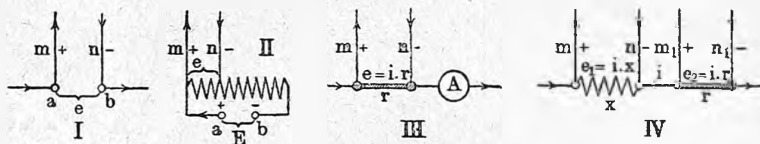


нормальный элемент, электродвижущая сила которого точно определена в международных узаконенных вольтах, напр. элемент Weston'a (1,0183 междун. вольта при 20°). В этом случае электродвижущая сила элемента, сравниваемого с нормальным, получается непосредственно в междун. вольтах. Так как нормальные элементы быстро поляризуются при замыкании тока, то необходимо последовательно с элементом N включить большое сопротивление (несколько десятков тысяч омов), которое оставляют в цепи, пока подыскивают компенсирующее сопротивление. Когда G не показывает более присутствия тока, сопротивление выключают и тогда уже окончательно подгоняют величину компенсирующего сопротивления. Очень удобен также следующий метод. Если электродвижущая сила нормального элемента есть N вольт, то сопротивлению a (рис. 60) заранее придают величину например в $1000 N$ омов; тогда по цепи $a - b$ должен протекать ток в 10^{-3} ампера, чтобы падение потенциала вдоль a компенсировало N . Посредством сопротивления W и амперметра, включенного в цепь A , подгоняют силу тока в этой цепи как можно ближе к 10^{-3} ампера; тогда при замыкании коммутатора U на элемент N , этот последний окажется уже очень близко компенсированным, и достаточно будет незначительного изменения сопротивления W для полной компен-

сации. Включив затем элемент E ищем сопротивление R_2 , компенсирующее его; тогда, очевидно, $E = 10^{-3} \cdot R_2$ вольт.

Компенсационный метод с нормальным элементом столь прост, столь удобен и способен дать столь высокую степень точности, что он в настоящее время сделался универсальным измерительным методом для определения в международных единицах не только разностей потенциалов, но и силы тока и сопротивлений. На рис. 61 схематически показаны различные способы применения компенсационного метода, при чем нужно себе пред-

Рис. 61.

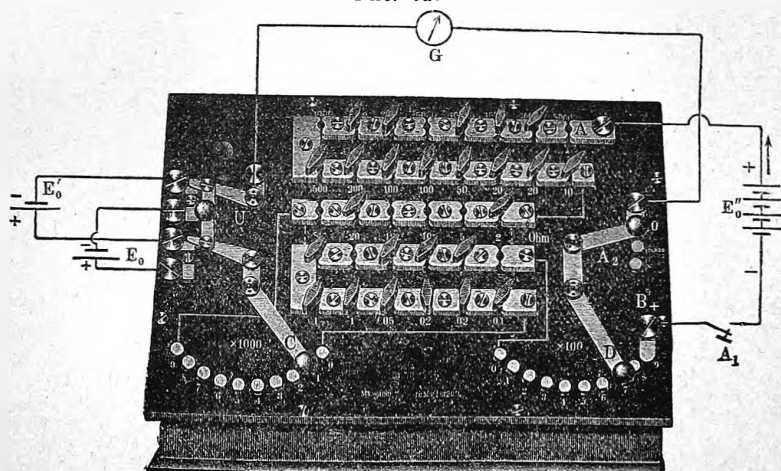


ставить, что провода $m (+)$ и $n (-)$ ведут в схеме рис. 59 к зажимам 1 и 2, а в схеме рис. 60 к зажимам 6 и 5. На схеме I рис. 61 показано измерение разности потенциалов между точками a и b цепи, обтекаемой током; если разность потенциалов столь велика, что не может быть непосредственно сравнена с нормальным элементом, то ее дробят, как показано в II, и измеряют дробную часть ее, например 0,1 или 0,01 ее. Силу тока, подлежащую измерению (III), определяют, сравнивая разность потенциалов, даваемую ею на концах точно известного сопротивления r (смотря по силе тока 1 ом, 0,1 ома или 0,01 ома) с нормальным элементом; этим путем удобно проверить или прокалибровать амперметр A , включенный в цепь. Измеряемое сопротивление x (IV) включают в цепь постоянного тока последовательно с точно известным сопротивлением r и измеряют последовательно разности потенциалов e_1 и e_2 на концах x и r ; очевидно, $x = r \frac{e_1}{e_2}$.

Широкое развитие и распространение компенсационных способов привело к устройству особых компенсационных приборов, в которых в удобной форме собрано вместе все необходимое для этого рода измерений; впервые приборы этого рода, построенные по идее Fleming'a, появились в Англии под названием „потенциметров“. На рис. 62 показан первоначальный компенсационный прибор Feussner'a работы Wolf'a. Вспомогательная батарея E_0'' замкнута через ключ A_1 на цепь, составленную из последовательно соединенных магазинов — верхнего от 10 до 5000 Ω (омы; всего 10 100 Ω), среднего от 2 до 50 Ω (всего 97 Ω), нижнего от 2 до 50 Ω (всего 97 Ω) и от 1 до 0,1 Ω (всего 3 Ω) и двух рычажных реостатов $9 \times 1000 \Omega$ и $9 \times 100 \Omega$. Первому, второму и пятому штепсельному ряду можно придавать любое сопротивление, сумма же третьего и четвертого рядов остается постоянной и равной 97 Ω , так как при вынутии штепселя из одного из этих рядов он тотчас переносится в соответственное штепсельное гнездо другого ряда. Таким образом полное сопротивление цепи, замыкающей E_0'' , может быть изменяемо между пределами 111000 Ω и 9997 Ω . Между рычагами C и D включена цепь, содержащая гальвано-

метр и один или другой из двух сравниваемых элементов; части цепи между C и D , как видно из рисунка, можно передвижением рычагов, переносом штепселей из третьего ряда в четвертый и наоборот, и выниманием штепселей из пятого ряда придать любое сопротивление между 0 и 10000Ω ; правда, при вынимании штепселей из пятого ряда меняется общее сопротивление цепи, замыкающей E_0'' , но даже полное сопротивление этого ряда (3Ω) так ничтожно в сравнении с общим сопротивлением цепи, что этими изменениями можно пренебречь. Рычаг A_2 , замыкающий цепь гальванометра, может быть в начале измерений переставлен на нижний контакт; при этом в цепь гальванометра включается добавочное сопротивление в 100000Ω , предохраняющее нормальный элемент и гальванометр от слишком сильного тока; когда первоначальная подгонка

Рис. 62.



компенсирующего сопротивления выполнена, рычаг A_2 для более точной подгонки возвращают на контакт O . Коммутатор U служит для включения одного или другого из двух сравниваемых элементов.

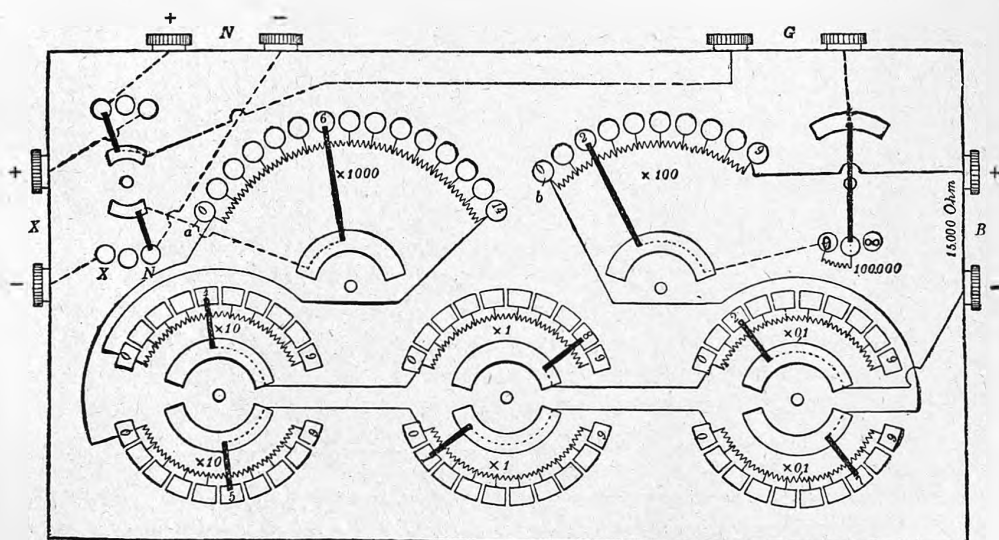
В более новых компенсационных аппаратах Feussner'a (рис. 63) неудобная перестановка штепселей заменена автоматическим включением и выключением дополнительных сопротивлений, поддерживающих сопротивление между зажимами B постоянным и равным $14999,9 \Omega$. Для этой цели серии из 9 сопротивлений в $0,1, 1$ и 10Ω расположены по кругам, в виде двух совершенно одинаковых полукруговых реостатов; связанные механически друг с другом контактные рычаги, вводящие в нижних полукруговых реостатах большее или меньшее сопротивление в цепь гальванометра, в то же время в верхних половинках реостатов выводят такой же величины сопротивления из цепи вспомогательной батареи B . На рис. 63 сплошной чертой обозначена цепь батареи B , пунктирной чертой цепь гальванометра G ; справа изображен ключ, замыкающий цепь гальванометра непосредственно или через добавочное предохранительное

сопротивление в 100000Ω ; слева показан коммутатор, включающий в цепь гальванометра либо нормальный элемент (зажимы *N*), либо измеряемую разность потенциалов (зажимы *X*).

Из других различных типов компенсационных аппаратов упомянем приборы Raps'a (работы Siemens и Halske), Hausgath'a, Franke и Carpentier. Конструкции компенсационных аппаратов небольшого сопротивления специально для измерения очень малых разностей потенциалов были разработаны Lehfeldt'ом, Harker'ом, Diesselhorst'ом и White'ом. В недавней (1911) работе Feussner описывает новый усовершенствованный тип своего прибора и излагает историю компенсационных аппаратов.

При пользовании компенсационными методами важнейшую роль играет нормальный элемент, сделавшийся в настоящее время, благодаря

Рис. 63.



развитию компенсационных методов, одним из основных инструментов физика. Если вспомнить, что результат почти всех современных точных измерений силы тока, разностей потенциалов, а иногда даже сопротивлений сводится в конце концов к электродвижущей силе нормального элемента, то понятен будет тот огромный труд, который положен был и до сих пор еще кладется на разработку этого прибора — эталона разности потенциалов — и на точнейшее определение электродвижущей силы его в международных вольтах. Из рассмотренных уже в т. IV, ч. II, гл. 5 § 8 нормальных элементов в настоящее время применяется почти исключительно кадмиевый элемент Weston'a, причем по большей части тип этого элемента с избытком кристаллов $CdSO_4$. Сечение такого элемента, которому обычно по предложению Rayleigh'a придают форму буквы *H*, показано на рис. 64: *M* обозначает ртуть, *P* — паста из Hg_2SO_4 , *C* — кри-

сталлы $CdSO_4$, S — насыщенный раствор $CdSO_4$, A — кадмиевая амальгама; благодаря сужению трубок у C , введенному по предложению Smith'a кристаллы $CdSO_4$ спекаются и образуют как бы пробку, недопускающую перемешивание слоев при переноске или пересылке элементов; по наполнении элемента обе стеклянные трубки его запаиваются. Весьма распространенные элементы изготовления Weston European Co. содержат раствор $CdSO_4$, насыщенный при 4° (не насыщенный при более высоких температурах) без избытка кристаллов $CdSO_4$; разрез такого элемента показан на

Рис. 64.

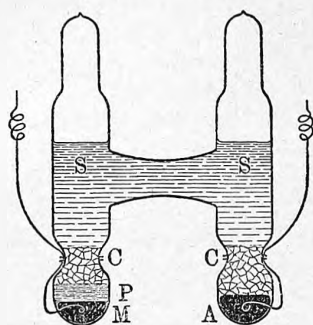


Рис. 65.

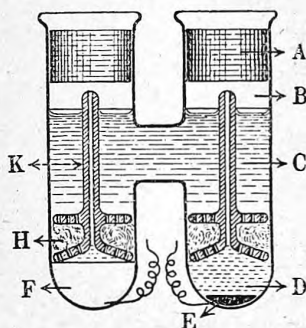


рис. 65: A — пробки, залитые сверху смолой, B — слой парафина, C — раствор $CdSO_4$, D — Hg_2SO_4 , E — ртуть, F — амальгама кадмия (12,5%), K фарфоровые пестики. Элементы W. E. Co представляют то особенное преимущество, что температурный коэффициент их ничтожно мал; по опытам, произведенным в Laboratoire Central d'Electricité в Париже, между 10° и 20° электродвижущая сила изменилась не более, чем на $5 \cdot 10^{-5}$ вольта. Причиной этого является то обстоятельство, что падение электродвижущей силы вследствие повышения температуры в элементе W. E. Co как раз компенсируется увеличением электродвижущей силы от вызванного повышением температуры уменьшения концентрации раствора $CdSO_4$. Повидимому, однако, электродвижущая сила элементов W. E. Co слегка падает с течением времени, почему в качестве нормального эталона остановились на элементах с насыщенным раствором и избытком $CdSO_4$. Величайшие труды были положены на разработку методов добывания в возможно чистом виде веществ, входящих в состав элемента, и на исследование влияния не только состава, но и молекулярной структуры их на электродвижущую силу и на работу элемента. Трудями отдельных исследователей (к именам, упомянутым в т. IV, гл. 5, § 8 прибавим еще v. Steinwehr'a, Hulett'a, Wolff'a, Waters'a, Smith'a и Cohen'a) и целых учреждений вопросы эти разработаны настолько, что изготовленные различными исследователями в разных странах элементы не отличаются друг от друга более, чем на $1/100000$ вольта. Работы в этом направлении продолжают; обзор вопросов, подлежащих еще решению, дан был недавно (1910) Cohen'ом. Подробные инструкции для составления нормальных элементов

Weston'a (а также Clark'a) даны были Wolff'ом и Waters'ом, в работах которых приведена и литература вопроса (до 1907 г.), а также многими другими исследователями, например Janet, Laporte и Jouaust. В качестве введения в изучение вопроса о нормальных элементах весьма полезна книга W. Jaeger'a „Die Normalelemente und ihre Anwendung in der elektrischen Messtechnik“ (Halle, 1902).

Электродвижущая сила элементов Weston'a с избытком $CdSO_4$ неоднократно была определяема. В ниже приводимой таблице мы даем результаты главнейших определений последнего времени:

1906	Guthe	1,01847	при 20°
1906	„	1,01877	„ 20°
1908	Ayrton, Mather и Smith	1,01830	„ 17°
1908	Pellat	1,01841	„ 20°
1908	Janet, Laporte и Jouaust	1,01885	„ 16°
1910	Haga и Voerema	1,01836	„ 17°
1911	Janet, Laporte и Jouaust	1,01836	„ 20°

Все эти исследования, за исключением работы Haga и Voerema, применявших абсолютный тангенс-гальванометр, произведены были при помощи абсолютных электродинамометров и все дают, следовательно, E в единице — международный ом $\times 10^{-1}$ абсолютной электромагнитной единицы силы тока, непосредственно не связанной с международным вольт-ом = межд. ом \times междун. ампер. Попутно Guthe определил и электродвижущую силу элемента Clark'a — 1,43300 при 15°, а Ayrton, Mather и Smith отношение $\frac{\text{Clark } 15^\circ}{\text{Weston } 17^\circ} = 1,4066$.

На основании постановлений Международной Конференции в Лондоне 1908 г. электродвижущая сила элемента Weston'a должна быть дана в межд. вольтах. Для этой цели Международный Комитет, избранный в Лондоне, произвел в 1910 г. в Вашингтоне ряд вольтметрических работ, на основании которых рекомендовал пользоваться с 1 янв. 1911 г. величиной электродвижущей силы элемента Weston'a в 1,0183 межд. вольта при 20° (Warburg). В качестве температурной формулы Международная Конференция рекомендует формулу, найденную Wolff'ом в National Bureau of Standards в Вашингтоне:

$$E_t = E_{20} - 406 \cdot 10^{-7} (t - 20^\circ) - 95 \cdot 10^{-8} (t - 20^\circ)^2 + 1 \cdot 10^{-8} (t - 20^\circ)^3.$$

При пользовании элементом Weston'a, как и всяким другим нормальным элементом, необходимо тщательно избегать замыкания его на небольшое сопротивление. Такое замыкание, даже мгновенное, сразу заметно понижает электродвижущую силу элемента и требуется довольно продолжительное время отдыха, пока элемент вернется к нормальной электродвижущей силе. Так (по Smith'y) после 5-минутного короткого замыкания для этого потребовалось $1\frac{1}{2}$ часа отдыха, после 5-часового замыкания — три недели отдыха. Вопросом о коротком замыкании элемента Weston'a занимался в особенности Jaeger, давший полный теоретический

разбор этого вопроса. Элементы должны сохраняться в темноте, ввиду возможного действия света на Hg_2SO_4 . Сопротивление элемента обычных размеров колеблется от 500 до 1000 омов.

§ 5. Измерение работы тока. В проводнике сопротивления r омов, по которому проходит ток силою в J ампер, и между концами которого поддерживается разность потенциалов $e = Jr$ вольт, выделяется работа W (см. т. IV, ч. II, гл. III, § 3)

$$W = J^2 r = Je = \frac{e^2}{r} \text{ джоулей в 1 секунду (39)}$$

Мощность (работоспособность) тока в этом проводнике равна W ваттам. Если данный проводник составляет часть неразветвленной цепи, общее сопротивление которой равно $R = r + \rho$, и которая замыкает источник электродвижущей силы E , то W будет лишь частью полной работы W_0 , выделяемой во всей цепи. Действительно,

$$W_0 = \frac{E^2}{\rho + r}; \quad W = \frac{E^2 r}{(\rho + r)^2} = W_0 \frac{r}{\rho + r} (39, a)$$

Если у нас полезно расходуется работа лишь в отрезке цепи r , остальная же работа пропадает бесполезно для нас, то

$$\pi = \frac{W}{W_0} = \frac{r}{\rho + r} (39, b)$$

есть полезное действие нашей цепи. Из (39, a) видно, что если при заданном ρ (например внутреннем сопротивлении элемента) мы заставим расти r (внешнее сопротивление, замыкающее элемент), то по мере роста r будет возрастать и W до тех пор, пока при $r = \rho$ величина W не достигнет максимума $W_m = \frac{E^2}{4r}$; при дальнейшем росте r величина W будет непрерывно падать. Полезное действие π при росте r от $r = 0$ до $r = \infty$ непрерывно растет от $\pi = 0$ до $\pi = 1$, причем при $r = \rho$, когда $W = W_m$, полезное действие $\pi = 0,5$.

Из (39) видно, что для определения работы W необходимо знать два из трех элементов e , J , r , характеризующих данный отрезок цепи тока. Обыкновенно W вычисляют на основании e и J , так как 1) сопротивление r часто неизвестно, нередко меняется в течение опыта, а иногда даже не может быть определено (вольтова дуга) и 2) так как e и J с точностью, достаточной для большинства случаев, могут быть легко измерены при помощи калиброванных инструментов — вольтметров и амперметров (см. ниже) — которые, будучи включены в цепь, непрерывно указывают величины e и J . На рис. 66 показано включение в цепь амперметра A и вольтметра B при измерении работы, выделяемой в отрезке проводника ab ; при этом, однако, из показания амперметра A должен быть вычтен ток, обтекающий обмотку вольтметра; этот ток $i = \frac{e}{r}$, где e есть показание вольтметра, r его сопротивление.

Всякий электродинамометр может послужить для измерения работы, выделяющейся в цепи; для этой цели одну из взаимодействующих кату-

шек *A* (рис. 67) включают последовательно с проводником, в котором желательно измерить работу, а другую катушку *B* вместе с некоторым большим сопротивлением вводят в ответвление к концам этого проводника. Пусть *r* будет сопротивление катушки *A*, а *R* будет сопротивление всей ответвленной цепи, содержащей катушку *B*. Предположим затем, что сила *F* взаимодействия между катушками выражается чрез $F = \alpha \cdot J \cdot i$, где *J* есть ток, обтекающий катушку *A*, *i* — ток идущий по катушке *B*, α — коэф-

Рис. 66.

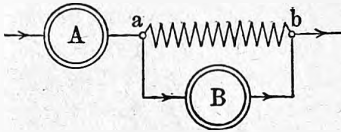
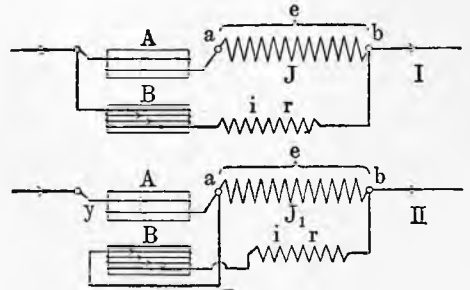


Рис. 67.



фициент пропорциональности (см. § 1). Если катушки включены так, как показано на рис. 67, I, то сила взаимодействия между катушками будет

$$F = \alpha J i = \alpha J \left(\frac{e + Jr}{R} \right) \dots \dots \dots (40)$$

где *e* — есть разность потенциалов на концах *ab* проводника. Отсюда следует:

$$W = J e = \frac{F}{\alpha} R - J^2 r \dots \dots \dots (40, a)$$

При включении катушек, показанном на рис. 67, II, сила тока проходящего по проводнику, равна $J_1 = J - \frac{e}{R}$ и

$$F = \alpha J i = \alpha \left(J_1 + \frac{e}{R} \right) \cdot \frac{e}{R} \dots \dots \dots (40, b)$$

откуда

$$W = J_1 e = \frac{F}{\alpha} R - \frac{e^2}{R} \dots \dots \dots (40, c)$$

В (40, a) величина $J^2 r$ есть энергия, выделяющаяся в единицу времени в катушке *A*, а в (40, c) величина $\frac{e^2}{R}$ — энергия, выделяющаяся в единицу времени в катушке *B*. Если они очень невелики сравнительно с *W*, т. е. *r* очень мало, а *R* очень велико, сравнительно с сопротивлением проводника *ab*, то можно полагать

$$W = \frac{F}{\alpha} R \dots \dots \dots (40, d)$$

т. е. электродинамометр непосредственно дает работу, выделяющуюся в отрезке цепи, к которому он приложен. Технические электродинамо-

метры, специально, приспособленные для этой цели (ваттметры), и состоят обыкновенно из двух электродинамически взаимодействующих цепей, из которых одна малого сопротивления включается последовательно к исследуемой цепи, другая очень большого сопротивления включается в ответвление к этой цепи; приборы этого рода градуированы непосредственно в ваттах. Однако на этих приборах, точно так же, как и на основанных на том же принципе счетчиках электрической энергии, мы останавливаться не будем, так как эти приборы представляют только технический интерес.

§ 6. Калиброванные (технические) приборы для измерения сил тока и разностей потенциалов.

Физику в каждодневной практике постоянно приходится пользоваться электротехническими калиброванными приборами для измерения разностей потенциалов (вольтметры) и силы тока (амперметры или сокращенно амметры). Эти приборы в настоящее время достигли столь высокого совершенства, что ими можно пользоваться не только для грубых, приближенных измерений, но и для более точных определений, ошибка которых не должна превышать нескольких десятых долей процента измеряемой величины; действительно, наилучшие из современных амперметров и вольтметров дают, при соблюдении необходимых для достижения наибольшей точности условий, ошибки, не превышающие 0,1% измеряемой величины. Ввиду важной роли, которую играют эти инструменты в лабораторной практике физика, мы считаем необходимым остановиться на них, причем, однако, рассмотрим лишь наиболее совершенные системы этих инструментов, т. е. А) приборы с подвижной катушкой и В) тепловые приборы. Существует огромное множество вольтметров и амперметров, основанных на перемещениях легкой железной массы под влиянием магнитного поля, даваемого катушкой, по которой пробегает измеряемый ток; эти приборы значительно менее точны и постоянны, в большинстве случаев не аperiодичны и в практике физика почти не применяются; мы ограничимся указанием на них; интересующиеся могут найти описание их во всех более подробных курсах электротехники.

А) Технические приборы с подвижной катушкой, введенные Weston'ом и называемые поэтому часто Вестоновскими приборами, устроены на подобие гальванометров Deprez и d'Arsonval'я. Главные части устройства этих приборов показаны на рис. 63. Между полуцилиндрическими полюсными наконечниками KK сильного стального магнита MM и коаксиальным цилиндром F из мягкого железа создается сильное радиальное магнитное поле; в узком (1,25—1,5 мм.) кольцевом пространстве между F и MM висит чрезвычайно легкая (1,5—3 гр.) алюминиевая катушка с обмоткой, вращающаяся на тонких каленых стальных осях в упорах d из сапфира или другого твердого камня. Спиральные пружины aa из немагнитного материала служат для введения тока в обмотку катушки и в то же время создают противодействующую силу, стремящуюся вернуть отклоненную катушку в ее положение равновесия; легкая, ребром поставленная, плоская алюминиевая стрелка b , соединенная с катушкой,

ходит над деленной шкалой и указывает отклонения катушки; для избежания параллакса при отсчете под шкалой расположена обыкновенно полоска зеркала. Внешний вид такого прибора (вольтметра) работы

Рис 68.

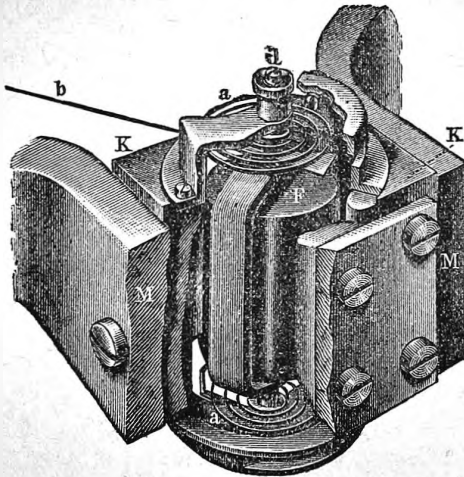
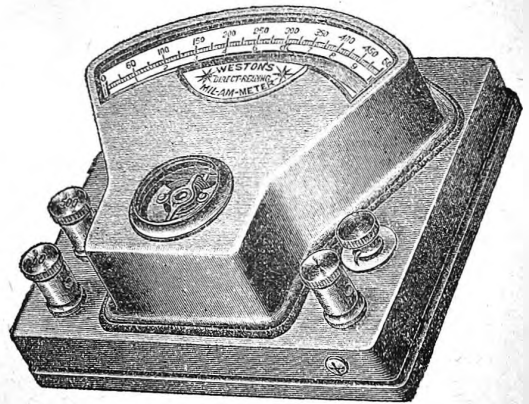
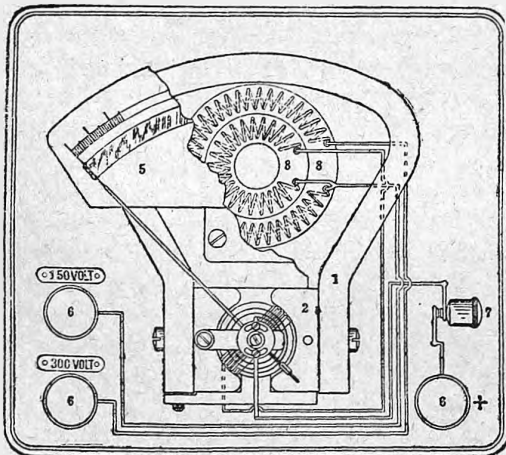


Рис. 69.



Weston Electrical Instrument Co показан на рис. 69; внутреннее устройство такого прибора видно на рис. 70. Благодаря сильному магнитному полю и малой противодействующей силе такие приборы очень чувствительны — один миллиампер, проходящий по обмотке катушки, дает отклонение в несколько градусов

Рис. 70.



(существуют приборы и значительно более чувствительные, см. ниже); вследствие однородности радиального поля, отклонения в значительных пределах строго пропорциональны силе тока; приборы вполне аperiодичны и показания их не зависят от внешних магнитных полей.

Предположим, что подобный прибор снабжен шкалой, деленной на миллиамперы, и представляет милли-амметр. Если сопротивление его обмотки равно r омам, то при отклонении в n делений шкалы между зажимами его будет разность потенциалов в $nr \cdot 10^{-3}$ вольт; следовательно, зная r , мы можем пользоваться прибором, как милливольтметром. Для удобства прибору придают часто сопротивление $r = 1 \Omega$ и тогда n дает одно-

отклонения в n делений шкалы между зажимами его будет разность потенциалов в $nr \cdot 10^{-3}$ вольт; следовательно, зная r , мы можем пользоваться прибором, как милливольтметром. Для удобства прибору придают часто сопротивление $r = 1 \Omega$ и тогда n дает одно-

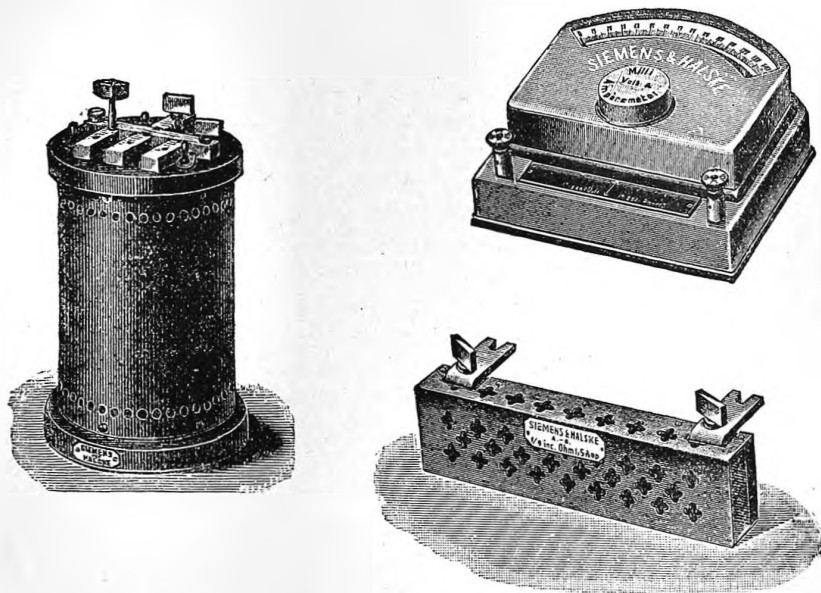
временно и силу тока, проходящего по прибору, в миллиамперах и разность потенциалов на зажимах его в милливольтгах; в таком виде прибор называется милливольт-амметром. Чтобы превратить прибор в вольтметр для больших разностей потенциалов последовательно к нему присоединяют добавочные сопротивления; если мы этому добавочному сопротивлению дадим величину $(10^k \cdot m - r)$ омов, то одно деление шкалы будет соответствовать, как легко убедиться, разности потенциалов в $10^{k-3} m$ вольт между концами цепи из вольтметра и добавочного сопротивления. Так, напр., если $r = 1$, то добавочное сопротивление в 999 омов превратит наш милли-вольт-амметр в вольтметр, одно деление которого равно 1 вольту ($m = 1, k = 3$). Если прибор предназначен служить только вольтметром, то добавочное сопротивление помещают обыкновенно внутри самого корпуса прибора, а r дают довольно большую величину, чтобы общее сопротивление прибора было по возможности большим (см. § 4); обыкновенно на каждый вольт шкалы прибора берут общее сопротивление прибора от 100 до 300 омов. Рис. 70 изображает такой вольтметр с шкалой в 150 делений и с двумя добавочными сопротивлениями (8,8) для 0—150 и 0—300 вольт (одно деление 1 в. и одно деление 2 в.). Легко проследить по чертежу, что при включении измеряемой разности потенциалов между (6 +) и (6 — 150) мы заставляем ток при нажатии на кнопку (7) пройти лишь через одно из добавочных сопротивлений, при включении же (6 +) и (6 — 300) — через оба последовательно.

Чтобы превратить милли-амперметр в амперметр для более сильных токов его снабжают ответвлением (шунтом) (см. § 2). Если сопротивление шунта равно $\frac{r}{10^k - 1}$, то одно деление прибора будет соответствовать 10^{k-3} ампер; напр. при $r = 1$ шунт в $\frac{1}{999}$ ома превратит милли-амперметр в амперметр, у которого каждое деление отвечает 1 амперу. Если прибор назначен только для измерения сил тока и притом не очень больших, то шунт помещают часто внутри самого прибора. Рис. 69 изображает милли-амперметр до 10 миллиампер (нижняя шкала, непосредственно можно отсчитать $\frac{1}{10}$ миллиампера), внутри которого заключен шунт в $\frac{r}{49}$, увеличивающий пределы шкалы его до 500 миллиампер (0,5 ампера); плюс цепи соединяется с правым зажимом; минус цепи, смотря по силе тока, которую мы измеряем, с верхним или нижним левым зажимом; коммутатор справа включает или выключает шунт. Если прибор предназначен для измерения очень сильных токов, то заметно нагревающиеся от тока громоздкие шунты помещают вне прибора и соединяют с ним проводами. Все лучшие современные амперметры представляют подобные милли-амперметры, снабженные соответственными шунтами.

Такой милли-амперметр, с достаточным набором добавочных сопротивлений и шунтов представляет идеальный лабораторный инструмент, позволяющий мерять с сравнительно высокой точностью (на конце шкалы с точностью до 0,1 % измеряемой величины) силы тока от тысячных ампера до тысяч ампер, а при достаточном сопротивлении прибора с тою

же точностью и разности потенциалов от тысячных вольт до сотен вольт (очень высокие разности потенциалов посредством такого прибора нельзя

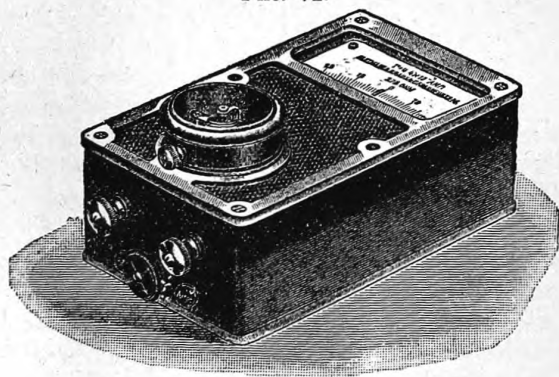
Рис. 71.



измерять, так как они требуют особой изоляции прибора). На рис. 71 изображен такой милли-амметр работы Siemens и Halske с магазином добавочных сопротивлений и шунтом (до 1,5 ампер), зажимаемым непосредственно под зажимы прибора.

В очень чувствительных приборах с подвижной рамкой эта последняя подвешивается на тонкой бронзовой ленточке. Такие приборы могут обнаруживать токи до 10^{-7} ампера и во многих случаях, где не требуется

Рис. 72.



очень большой чувствительности, могут с успехом заменить зеркальные гальванометры в мостиках Витстона и компенсационных схемах. На рис. 72 изображен такой „гальванометр со стрелкой“ работы фирмы Hartmann и Braun (описан Mohs'ом), одно деление которого отве-

чает $0,4 \cdot 10^{-8}$ ампера, так что ток менее 10^{-7} ампера может быть еще обнаружен.

Милли-вольт-амметр в 1 ом сопротивлением представляет основную часть весьма удобного универсального гальванометра фирмы Siemens и Halske, могущего служить как для измерения силы тока и разностей потенциалов, так и для измерения сопротивлений по способу линейного мостика Витстона. Внешний вид этого полезного прибора показан на рис. 73, схема его на рис. 74. Основанием прибора служит шиферный диск, по окружности которого натянута проволока линейного мостика aKb ; на верхней плоскости диска нанесена шкала, расположенная так, что число, стоящее на шкале, показывает всегда отношение длин тех двух отрезков, на которые делится проволока в данной точке. По прово-

Рис. 73.

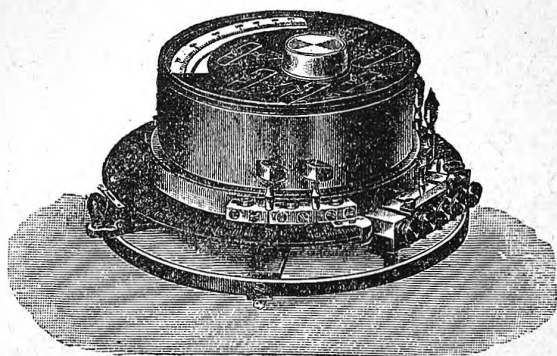
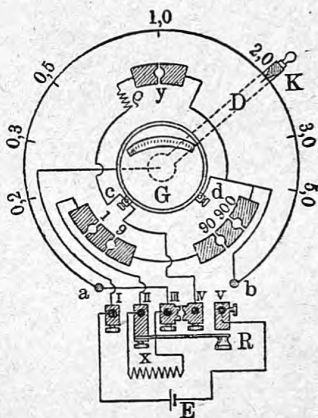


Рис. 74.



локе скользит контакт K рычага D , служащий подвижным контактом мостика. На диске расположен гальванометр G , обмотку которого вставлением штепселя в y можно шунтировать сопротивлением ρ ; у шунтированного гальванометра одно деление шкалы отвечает 10^{-3} ампера, а сопротивление равно 1 ому; у нешунтированного гальванометра чувствительность, конечно, больше. Под гальванометром расположен магазин в 1, 9, 90, 900 Ω . Соединения гальванометра с магазином, проволокой и 5 зажимами прибора ясно видны на рис. 74, представляющем пользование прибором при измерении сопротивления x ; штепсель между III и IV должен быть вставлен, в y — вынут. Перемещая контакт K , ищем то положение его, при котором замыкание ключа R не вызывает отклонения гальванометра; тогда произведение отсчета по шкале на сопротивление магазина дает нам искомое сопротивление x ; например, согласно схеме рис. 74 сопротивление $x = 2000 \Omega$. Для пользования инструментом в качестве амперметра все штепсельные гнезда, за исключением гнезда между III и IV, должны быть закрыты штепселями. Если измеряемый ток менее 0,15 ампера, то он вводится непосредственно в зажимы II и IV (шкала инструмента содержит 150 делений в 1 миллиампер), если он сильнее, то между II и IV зажимается шунт в $\frac{1}{9} \Omega$ (1 дел. = 10^{-2} амп.), $\frac{1}{99} \Omega$ (1 дел. = 10^{-1} амп.)

или $\frac{1}{999} \Omega$ (1 дел. = 1 амперу). Для пользования прибором в качестве вольтметра, гнезда магазина 9, 90, 900 Ω , а также отверстие между III и IV держат открытыми, гнездо же в 1 Ω и отверстие *y* закрывают штепселями. Измеряемая разность потенциалов соединяется с II и IV; тогда одно деление шкалы будет отвечать 1 вольту и прибор представит собой вольтметр до 150 вольт с сопротивлением в 1000 Ω . Если вставить штепсель 900 Ω , то общее сопротивление прибора будет 100 Ω и одно деление будет отвечать 0,1 вольта, а вся шкала 15 вольтам; присоединение штепселя в 90 Ω превратит прибор в вольтметр до 1,5 вольт, одно деление которого равно 0,01 вольта.

В) Тепловые приборы. Стационарная температура, до которой нагревается данный проводник, обтекаемый током, есть некоторая функция силы тока, проходящего по нему. На основании этой температуры, а следовательно и на основании теплового удлинения, получаемого проволокой

Рис. 75.

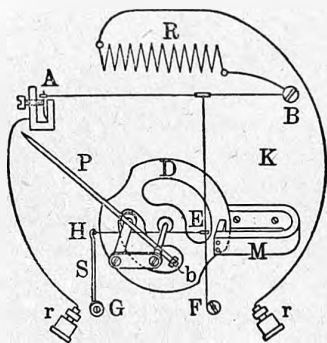
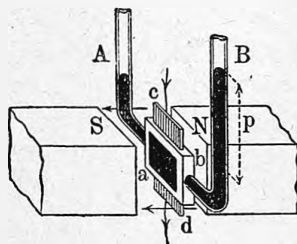


Рис. 76.



под влиянием этого нагревания, можно судить о силе тока, проходящего по проволоке. На этом принципе основаны тепловые измерительные приборы, введенные Cardew и разработанные впоследствии фирмой Hartmann и Braun. Схема устройства приборов этой фирмы видна на рис. 75. Нагреваемая током проволока *AB* оттягивается вниз нитью *EF*, которая в свою очередь оттягивается влево нитью *EH*, прикрепленной одним концом к легкому ролику, несущему стрелку *P*; чрез посредство проволоки *H* пружинка *s* закручивается против часовой стрелки и натягивает таким образом как проволоку *EF*, так и *AB*. Малейшее удлинение *AB* скажется довольно значительным перемещением точки *E* влево и соответственным поворотом ролика и стрелки. Действительно, пусть *l* будет первоначальная длина проволоки от *A* до места прикрепления вертикальной нити, а *dl* удлинение этой части проволоки *AB*; тогда при удлинении на *dl* точка скрепления двух проволок опустится на $a = \sqrt{(l+dl)^2 - l^2} = \sqrt{2ldl}$, если пренебрежем величиной $(dl)^2$. Точно так же часть λ вертикальной проволоки от точки скрепления до *E*, опустившись на *a*, заставит переместиться *E* на величину $b = \sqrt{2\lambda a} = \sqrt[4]{8\lambda^2 l dl}$, во много раз большую, чем *dl*. Если, например, $l = \lambda = 50$ мм., а $dl = 0,01$ мм., то $b = 10$ мм., т. е.

dl увеличено в 1000 раз. Для того, чтобы изменения температуры воздуха не могли влиять на положение стрелки P , всю систему проволок располагают на рамке, имеющей тот же самый коэффициент расширения, что и проволоки. Успокоение колебаний стрелки достигается магнитным успокоителем, состоящим из медного диска D , скрепленного с роликом и движущегося при вращении ролика в узком междуполюсном пространстве сильного магнита M . Если прибор должен служить вольтметром, то между зажимами TT и проволокой AB вставляется добавочное сопротивление R ; если прибор должен служить амперметром, то параллельно к TT примыкается соответственный шунт. Деления шкалы такого прибора конечно не равны друг другу, и в начале шкалы весьма малы, так что прибором пользуются не от нуля делений, а от некоторого определенного предела, равного приблизительно 10—15 % наибольшего показания прибора. Главнейшая область применений тепловых приборов — это измерение переменных токов, для коих они пригодны одинаково, как и для постоянных токов.

На описанном принципе основаны и более чувствительные тепловые гальванометры с зеркальным отсчетом, построенные К. Е. F. Schmidt'ом, Fleming'ом и др.; но так как эти приборы, точно так же как и термогальванометрические приборы Dudell'я и др. применяются почти исключительно для измерения переменных токов, то мы и отнесем описание их к главе о переменных токах.

В различное время было предложено множество приборов для технического измерения силы постоянного тока, часто основанных на весьма интересных принципах; все они, однако, не привились на практике и совершенно вытеснены приборами с подвижной катушкой и тепловыми. Из всех этих приборов упомянем лишь об одном — о ртутном амперметре Lippmann'a основанном на пондеромоторном действии магнитного поля на жидкий проводник с током. Главную часть прибора, схема которого дана на рис. 76, представляет плоская стеклянная или эбонитовая коробка ab , наполненная ртутью и сообщающаяся с двух сторон с трубками A и B , тоже содержащими ртуть. Коробка помещена между полюсами сильного стального магнита NS так, что линии сил поля перпендикулярны к тонкому ртутному слою в ней. Сверху и снизу в коробку введены платиновые пластинки c и d , при посредстве которых сквозь вертикальный ртутный слой может быть пропущен измеряемый ток. Назовем через l длину столба ртути, обтекаемого током, через J силу тока; тогда сила, испытываемая жидким проводником под влиянием магнитного поля H , будет HJl . Поперечное сечение проводника есть la , где a — толщина ртутного слоя, а, следовательно, давление ртути на единицу поверхности стенки b коробки будет $\frac{HJl}{la} = \frac{HJ}{a}$; оно будет тем больше, чем сильнее ток и поле и чем тоньше коробка. Под влиянием этого давления ртуть подымается в трубке B до тех пор, пока давление столба ее не уравновесит давления ртути в коробке; если сосуд A настолько широк, что поднятие ртути в B не меняет заметно уровня в A , то высота поднятого

столба ртути пропорциональна силе тока и, после эмпирической градуировки прибора, может служить для измерения силы тока. Наоборот, такая система из коробки ab и трубок AB , опущенная в неизвестной силы магнитное поле перпендикулярно к линиям сил его, может послужить для измерения силы поля, если мы пропустим через коробку ток известной силы и измерим вызываемое им поднятие ртути.

§ 7*). Измерение горизонтальной слагаемой напряжения земного поля. Исследование всякого постоянного магнитного поля сводится к определению его напряжения и его направления в данной точке пространства. Когда исследуются искусственно полученные поля (катушки, магнита), то, в большинстве случаев, можно считать направление поля известным и вопрос сводится к определению его напряжения. В исключительных случаях, направление поля, если оно горизонтальное, может быть определено при помощи маленькой магнитной стрелки. Но когда речь идет о магнитном поле земли, то одинаково важными представляются исследования, как напряжения, так и направления поля.

Обозначим напряжение поля через H ; мы нашли измерение этой величины, см. т. IV часть 2, гл. II, § 6, формула (47, a),

$$[H] = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (41)$$

Там же мы говорили о *C. G. S.* единицах и сравнили их с единицами, которыми пользовался Gauss (мм., mgr., сек.). В настоящее время *C. G. S.* единице напряжения поля дано название „гаусс“. Итак

$$1 \text{ гаусс} = 1 \frac{\text{mgr.}^{\frac{1}{2}}}{\text{мм.}^{\frac{1}{2}} \text{ сек.}} \text{ ед. напряжения поля} \dots \dots \dots (41, a)$$

Обращаемся к рассмотрению земного поля. Мы вводим следующие обозначения: напряжение поля F , его горизонтальная слагаемая H , его вертикальная слагаемая V . Как известно, вертикальная плоскость, проходящая через направление F , называется магнитным меридианом; угол δ между магнитным и географическим меридианами называется магнитным склонением, а угол i между F и горизонтальною плоскостью — магнитным наклонением. Величины H , δ и i обычно называются элементами земного магнетизма. Мы имеем следующие связи:

$$F = \sqrt{H^2 + V^2} = \frac{H}{\cos i} \dots \dots \dots (42)$$

$$\text{tg } i = \frac{V}{H} \dots \dots \dots (42, a)$$

Через δ выражаются северная слагаемая ($H \cos \delta$) напряжения H и его западная слагаемая ($H \sin \delta$, если считать положительным δ западное).

*) Последние три параграфа этой главы составлены мною. О. Х.

Элементы H , δ и i зависят от места; кроме того они, в данном месте, меняются со временем. Изучением этих трех величин занимается обширная наука о „земном магнетизме“, которая имеет своих многочисленных ученых представителей, и которой посвящены специальные сочинения и журналы. Особые „магнитные обсерватории“ следят за изменениями этих величин со временем, пользуясь специальными приборами, между тем как другие приборы служат для измерения абсолютных величин H , δ и i в обсерваториях, или при „магнитных с’емках“ данной части земной поверхности. Существуют также приборы, служащие для измерения величины V . Науки о земном магнетизме мы здесь касаться не будем, ограничиваясь беглым рассмотрением способов измерения упомянутых нами величин.

Обращаемся к рассмотрению способов измерения горизонтальной слагаемой H напряжения земного поля. Poisson (1828) впервые дал способ сравнения величины H с полем искусственного магнита, но мы на этом способе не останавливаемся, так как им ныне уже не пользуются. Основы ныне применяемых способов дал Gauss (1832). Прибор, которым приходится пользоваться при определении величины H , называется магнитометром. Ограничиваясь изложением научных основ различных методов измерений, мы не описываем тех, большую частью весьма сложных приборов, которыми ныне пользуются в магнитных обсерваториях. Важнейшую часть магнитометра представляет стальной магнит, подвешенный на одной нити (унифиляр), или на двух, близких друг к другу нитях (бифиляр). В т. I мы, рассматривая крутильные весы, познакомились с этими двумя способами привеса стержней, свободно качающихся в горизонтальной плоскости.

Пусть M магнитный момент (т. IV, часть 2, гл. II) определенного, выбранного нами стального магнита. Один из главных способов определения напряжения H заключается в комбинации двух измерений, из которых первое дает нам численное значение A величины MH , а второе — численное значение B величины $M:H$. Зная A и B , находим:

$$H = \sqrt{\frac{A}{B}}, \quad M = \sqrt{AB} \dots \dots \dots (43)$$

Таким образом этот способ дает, как бы попутно, и величину M магнитного момента выбранного нами стального магнита. Рассмотрим отдельно способы определения величин MH и $M:H$, предполагая пока, что мы пользуемся исключительно только унифилярным подвесом; случай бифилярного подвеса мы рассмотрим позже.

I. Определение величины MH . Наиболее простой и обычно применяемый способ определения величины MH заключается в измерении времени T одного колебания (точнее — полупереода) магнита, момент которого M . Для этого магнит подвешивается на нити, которая должна быть вполне раскручена, когда ось магнита, качающегося в горизонтальной плоскости, расположена в магнитном меридиане; при этом направление оси совпадает с направлением H . В т. IV часть 2, глава II, § 9 мы рассмотрели

качание магнита, и на основании формулы (60, а):

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{MH}{K} \varphi \dots \dots \dots (44)$$

вывели выражение (65)

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MH}} \dots \dots \dots (44, a)$$

Здесь φ переменный угол отклонения магнита от положения равновесия, t время и K момент инерции магнита относительно оси вращения. При выводе этих формул мы предполагали, что на магнит действуют только силы земного поля, дающие вращающий момент, равный $-MH\varphi$. Но когда магнит висит на нити, то он при своих колебаниях подвергается еще паре сил, возникающей вследствие кручения нити. Момент этой пары сил пропорционален углу кручения, так что его можно принять равным $D\varphi$. Отношение $\theta = D : MH$ определится, если повернуть верхний конец нити на некоторый угол α и измерить малый угол φ поворота магнита. В этом случае уравниваются момент пары сил земного магнетизма $MH\varphi$ и момент кручения нити $D(\alpha - \varphi)$. Приравняв эти две величины, получаем

$$\theta = \frac{D}{MH} = \frac{\varphi}{\alpha - \varphi} \dots \dots \dots (45)$$

В формуле (44) следует, вместо MH , теперь вставить $MH + D = MH(1 + \theta)$ вследствие чего и (44, а) принимает вид

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MH(1 + \theta)}} \dots \dots \dots (45, a)$$

Отсюда

$$MH = \frac{\pi^2 K}{T^2(1 + \theta)} \dots \dots \dots (46)$$

Величина K может быть определена методом, аналогичным тому, который был рассмотрен в т. I, в главе об измерении времени (§ 4, момент инерции маятника).

Существует возможность определить MH , не наблюдая времени качания T под влиянием земного поля. Для этого повертывают верхний конец нити на такой, весьма большой угол α , чтобы ось магнита составляла с магнитным меридианом угол φ , весьма близкий к 90° ; угол $\varphi_0 = 90^\circ - \varphi$ может быть весьма точно измерен. Из равенства $MH \sin \varphi = D(\alpha - \varphi)$ получаем, при весьма малом φ_0 ,

$$MH = \frac{D(\alpha + \varphi_0 - 90^\circ)}{1 - \frac{1}{2} \varphi_0^2} \dots \dots \dots (46, a)$$

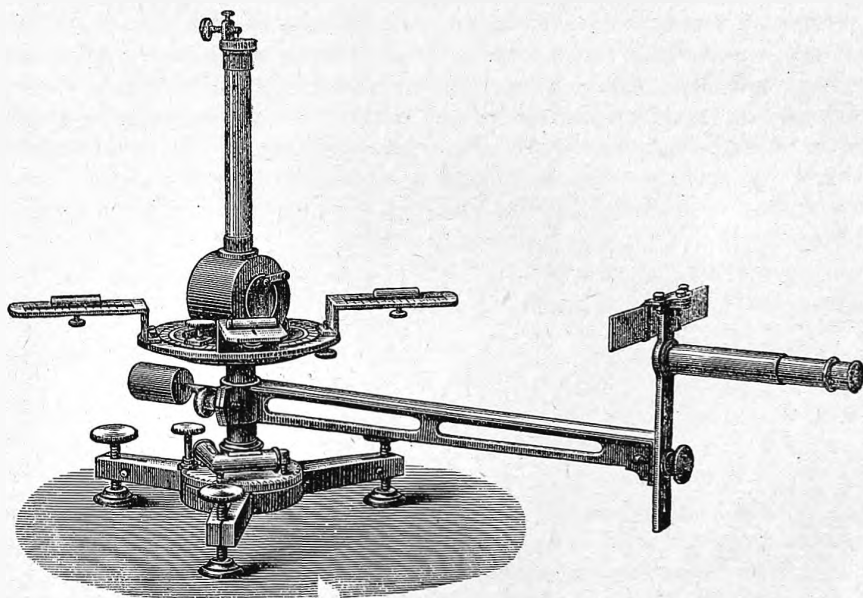
Время T_0 одного качания магнита в этом положении определится по формуле

$$T_0 = \pi \sqrt{\frac{K_1}{D}} \dots \dots \dots (46, b)$$

так как качания (весьма медленные) вызываются только кручением нити. Наблюдая T_0 , мы найдем D , а затем MH по формуле (46, а).

Тоерлер (1884) дал любопытный способ определения MH при помощи весов. Чувствительные весы с легкими коромыслом и чашечками. устанавливаются так, чтобы их можно было вращать около вертикальной оси, проходящей через точку опоры коромысла. Средин магнита прикрепляется к середине коромысла так, чтобы ось магнита была вертикальна. Сперва устанавливают коромысло весов перпендикулярно к магнитному меридиану и производят их уравнивание. Затем поворачивают весы на 90° . Тогда на магнит, а след., и на коромысло действует пара сила, момент которой равен MH . Чтобы восстановить равновесие,

Рис. 77.



кладем на чашку, расположенную с южной стороны, p гр. = pg динов, где $g = 981$ см. (сек.)⁻². Если l длина всего коромысла, то равенство

$$MH = \frac{1}{2} p g l$$

дает искомое MH . Freiberg (1885) изучал этот способ, а Guglielmo (1900) видоизменил его.

II. Определение величины $M:H$. Эта величина определяется путем измерения угла φ , на который отклоняется вспомогательный магнит (магнитная стрелка) под влиянием того магнита, момент которого равен M . Стрелка висит на унифиляре внутри магнетометра, устройство которого мы здесь не описываем. Сравнительно простой магнетометр изображен на рис. 77. Укажем еще, что P. Schulz (1902), Du Bois (1902—1903) и

Ф. Kohlrausch и Holborn (1903) усовершенствовали устройство магнетометра. При выводе формул, определяющих угол φ , следует иметь в виду, что на отклоняемую стрелку действует, кроме H , также кручение D нити. Величина θ , равная $D : mH$, где m магнитный момент подвижной стрелки, определяется по формуле (7), полагая в ней m вместо M . Величину m знать не нужно, так как она не входит в окончательные формулы.

Отклонения φ стрелки наблюдаются в двух Гауссовых положениях, которые были нами рассмотрены в т. IV, часть 2, гл. VII, § 2.

Первое Гауссово положение. Ось отклоняющего магнита (M) устанавливается перпендикулярно к магнитному меридиану (см. т. IV, часть 2, гл. VII, рис. 257), на восток или на запад от отклоняемой стрелки (m), причем продолженная ось магнита встречает центр стрелки.

Пусть r расстояние центров магнита и стрелки, $2a$ длина стрелки, $2a_1$ длина магнита. В т. IV, часть 2, гл. VII мы дали точные формулы (5) и (5, a) для определения угла отклонения φ . В (5) мы теперь должны вставить M вместо M_1 , m вместо M , и с правой стороны $mH(1 + \theta)$ вместо MH , чтобы принять во внимание кручение нити. Сократив на m , ограничиваясь первым добавочным членом, мы отбрасываем последний член в выражении для p_2 . Кроме того мы полагаем $2a = l$, $2a_1 = L$; строго говоря, l и L не длины стрелки и магнита, но расстояния их полюсов. Мы переписываем упомянутую формулу (5) в виде

$$\frac{2M}{r^3} \cos \varphi \left(1 + \frac{p}{r^2}\right) = H(1 + \theta) \sin \varphi,$$

откуда

$$\frac{M}{H} = \frac{r^3(1 + \theta) \operatorname{tg} \varphi}{2 \left(1 + \frac{p}{r^2}\right)} \dots \dots \dots (47)$$

Здесь

$$p = \frac{1}{2} L^2 - \frac{3}{4} l^2 \dots \dots \dots (47, a)$$

Для более точного определения угла φ , наблюдают его при четырех положениях магнита: магнит на востоке от стрелки, северный конец обращен к стрелке; то же, но южным концом к стрелке; те же два положения магнита на западе от стрелки; берут затем среднее из четырех значений угла φ . Чтобы не вводить поправки p , можно наблюдать в двух расстояниях r_1 и r_2 , дающих два отклонения φ_1 и φ_2 . Тогда (47) дает

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2} (1 + \theta) \frac{r_1^5 \operatorname{tg} \varphi_1 - r_2^5 \operatorname{tg} \varphi_2}{r_1^2 - r_2^2} \dots \dots \dots (47, b)$$

Ф. Kohlrausch (1887) дал видоизмененные формулы для случая малых L , l и r .

Второе Гауссово положение. К нему относятся, в т. IV, часть 2, гл. VII, § 2, рис. 258 и формулы (7) и (7, a). Ось магнита и здесь перпендикулярна к магнитному меридиану; но его центр находится к северу или к югу от стрелки на продолжении ее магнитной оси. Угол отклонения стрелки обозначим через φ' ; остальные величины обозначаем теми же буквами, как

прежде. Угол φ' определяем при четырех положениях отклоняющего магнита. Указанные формулы (7) и (7, a) дают:

$$\frac{M}{H} = \frac{r^3 (1 + \theta) \operatorname{tg} \varphi'}{1 + \frac{q}{r^2}} \dots \dots \dots (47, c)$$

$$q = \frac{3}{8} l^2 - \frac{3}{2} L^2 \dots \dots \dots (47, d)$$

$$\frac{M}{H} = (1 + \theta) \frac{r_1^5 \operatorname{tg} \varphi_1' - r_2^5 \operatorname{tg} \varphi_2'}{r_1^2 - r_2^2} \dots \dots \dots (47, e)$$

Окончательно берут среднее из двух значений $M:H$, полученных из наблюдений в двух Гауссовых положениях. И для этого случая F. Kohlrausch (1887) дал измененные формулы, пригодные, когда L , l и r малы. Не входя в дальнейшие подробности, заметим только, что, комбинируя полученные выражения для MH и для $M:H$, см. (43), необходимо ввести поправку в виду того, что при определении MH магнит расположен параллельно, а при определении $M:H$ — перпендикулярно к магнитному меридиану. В первом случае он находится под влиянием земного поля, и потому его M несколько больше, чем во втором.

Вместо того, чтобы измерять углы φ_1 и φ_2 (или φ_1' и φ_2'), соответствующие двум расстояниям r_1 и r_2 , Edelmann (1882) предложил измерять те расстояния r_1 и r_2 (или r_1' и r_2'), при которых получают определенные раз навсегда отклонения φ_1 и φ_2 . Исследования метода Gauss'a, в особенности степени достижимой точности, произвели Wild (1880, 1883), Schering (1884) и др.; изменения метода дали F. и W. Kohlrausch (1886), van Dijk (1904), Hansemann (1886) и др.

Величину $M:H$ можно определить, измеряя времена колебаний магнитной стрелки (m) при 16-ти положениях магнита (M), вполне соответствующих его 16-ти положениям при двух „Гауссовых положениях“ (север, юг, восток, запад, два расстояния r_1 и r_2 , вращение магнита на 180°), с тою однако разницею, что ось магнита устанавливается параллельно магнитному меридиану. При этом магнит не вызывает отклонения, но меняет напряжение поля. Для $M:H$ получается формула

$$\frac{M}{H} = k (1 + \theta) \frac{D_1 r_1^5 - D_2 r_2^5}{r_1^2 - r_2^2} \dots \dots \dots (48)$$

где

$$D_1 = \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t_2^2} + \frac{1}{t_3^2} - \frac{1}{t_4^2} \right\}, \quad D_2 = \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau_2^2} + \frac{1}{\tau_3^2} - \frac{1}{\tau_4^2} \right\}. \quad (48, a)$$

Здесь времена качаний t относятся к расстоянию r_1 , а времена τ к расстоянию r_2 . Когда магнит находится на восток или на запад от стрелки, то $k = -1$; когда он расположен на север или на юг, то $k = +\frac{1}{2}$. Этим способом пользовался Pfannstiel (1880); Häbler (1884) подверг его весьма тщательному и всестороннему теоретическому исследованию.

Бифиляр. Мы предполагали до сих пор, что подвижной магнит висит на одной нити; переходим к определению величин MH и $M:H$ при

помощи бифиляра, общая теория которого была изложена в т. I (методы измерения, гл. VI, § 11). Мы видели, что для повертывания нижнего конца бифиляра на угол φ необходима пара сил, момент которой равен $C \sin \varphi$, где C постоянная для данного бифиляра. Gauss (1837), F. Kohlrausch (1882) и в особенности Wild (1880, 1886) разработали экспериментально и теоретически бифилярный метод.

Для определения MH устанавливают плоскость нитей перпендикулярно к магнитному меридиану; привешенный магнит поворачивает нижний конец на угол φ . Тогда $MH \cos \varphi = C \sin \varphi$, откуда $MH = C \operatorname{tg} \varphi$. Величина $M:H$ определяется, как прежде, путем наблюдения отклонения стрелки тем же магнитом. Wild придумал способ определения H при помощи трех магнитов одинакового веса, но различного магнитного момента; он же сравнил (1898) точность результатов, полученных унифилярно и бифилярно.

Определение H (без определения M). Существует большое число способов, дающих величину H без одновременного определения величины M . Сюда относится компенсационный способ Weber'a, развитый F. Kohlrausch'em (1871) и целый ряд гальванометрических способов; мы рассмотрим только эти последние.

Пропуская ток, сила которого известна, через тангенс-гальванометр, мы по величине отклонения стрелки можем судить о величине H . Пусть n число оборотов проволоки гальванометра, R радиус этих оборотов, J сила тока в *C. G. S.* единицах, φ отклонение стрелки гальванометра. В таком случае, см. т. IV, часть, 2, гл. VII, § 3,

$$H = \frac{2 \pi n J}{R \operatorname{tg} \varphi} \dots \dots \dots (49)$$

Для измерения силы тока J можно пользоваться вольтметром (§ 1).

Легко написать формулы для случая применения синус гальванометра, а также произвольного гальванометра, для которого известна зависимость угла отклонения от силы тока. Tanakadaté (1889) и Lehfeldt (1892) развивали этот способ.

F. Kohlrausch (1869) предложил пользоваться бифилярным гальванометром, катушка которого висит на двух нитях (проволоках), причем плоскость нитей и оборотов проволоки катушки совпадают с магнитным меридианом. При пропускании тока J подвижная катушка поворачивается на некоторый угол φ ; тот же ток одновременно пропускается через тангенс-гальванометр, где вызывает отклонение стрелки на некоторый угол α . Мы имеем

$$J = \frac{D \operatorname{tg} \varphi}{H f} = \frac{H R}{2 n \pi} \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (49, a)$$

где J выражено в *C. G. S.* единицах, R и n имеют то же значение, как в (49), D коэффициент кручения бифиляра и f вся площадь, огибаемая проволокою подвижной катушки. Два выражения для J дают:

$$H^2 = \frac{2 n \pi D \operatorname{tg} \varphi}{R f \operatorname{tg} \alpha} \dots \dots \dots (49, b)$$

В эту формулу величина J силы тока уже не входит. Позже Ф. Kohlrausch (1882) заменил тангенс-гальванометр простым магнетометром, расположенным на восток или на запад от подвижной катушки, причем центры магнита и катушки должны лежать на одной высоте; расстояние центров обозначим через r , радиус подвижной катушки через R . Когда ток J проходит через катушку, и последняя повернулась на угол φ , то она отклоняет магнит на некоторый угол α , определяемый уравнением

$$H \operatorname{tg} \alpha = 2fJ \cos \varphi (r^2 + R^2)^{-\frac{3}{2}}$$

Прибавив первое из равенств (49, a), и исключив величину fJ , получаем

$$H^2 = \frac{2D \sin \varphi}{(r^2 + R^2)^{\frac{3}{2}} \operatorname{tg} \alpha} \dots \dots \dots (49, c)$$

Dunoyer (1901) построил прибор, состоящий из двух магнитов одинаковой длины $2l$ и одинакового момента M ; они расположены один над другим и свободно вращаются, каждый отдельно, около общей вертикальной оси. Действуя друг на друга, они располагаются так, что их оси составляют между собою угол 2α . В этом случае

$$H = \frac{M}{8l^3} \cos \alpha \left\{ \frac{1}{\left(\frac{h^2}{4l^2} + \sin^2 \alpha\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left(\frac{h^2}{4l^2} + \cos^2 \alpha\right)^{\frac{3}{2}}} \right\} = \varphi(\alpha) \dots (49, d)$$

где h расстояние центров магнитов, и вся правая часть, для краткости, обозначена через $\varphi(\alpha)$. Когда $\frac{2}{hl} > 2$, то можно принять $\varphi(\alpha) = A \cos \alpha$, где A величина постоянная.

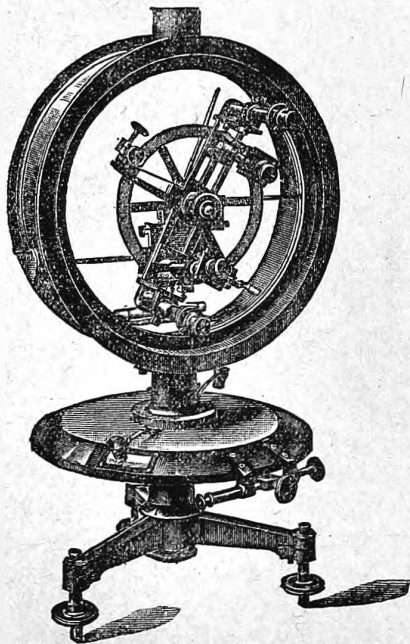
§ 8. Измерение величин V , δ и i ; вариационные приборы. Вертикальная слагаемая V и полное напряжение F земного поля почти исключительно определяются по формулам (42) и (42, a), $V = H \operatorname{tg} i$ и $F = H : \cos i$, т. е. на основании непосредственного измерения горизонтальной слагаемой H и магнитного наклонения i . Однако Lloyd (1838, 1858), Wild (1872), Riecke (1881), Töpler (1883), Brunhes и David (1908) построили приборы, служащие для непосредственного измерения величины V . Brunhes и David установили ось вращения стрелки наклонения (см. ниже) в плоскости магнитного меридиана, вследствие чего магнитная ось стрелки располагалась вертикально. Затем они измеряли угол φ отклонения стрелки под влиянием горизонтального магнита, расположенного на восток или на запад от стрелки. Очевидно $V = K \cotg \varphi$, где K постоянная, определяемая раз на всегда в таком месте, где V определено на основании измерения H и i .

Магнитное склонение δ определяется при помощи приборов, называемых магнитными теодолитами или деклинаторамц. Это угломерные приборы, дающие возможность весьма точно измерить угол между магнитною осью стрелки склонения, свободно вращающейся около вертикальной оси, и географическим меридианом. Мы не можем вхо-

дять в описание их весьма сложного устройства. Простейший прибор, указывающий направление магнитного меридиана, есть компас.

Магнитное наклонение i измеряется двумя способами: при помощи обыкновенного инклинатора и при помощи инклинатора индукционного. Главнейшую часть обыкновенного инклинатора представляет магнитная стрелка наклонения, свободно вращающаяся около оси, перпендикулярной к магнитному меридиану и проходящей через ее центр тяжести. Вертикальный круг с делениями, который расположен возможно близко к стрелке, и центр которого лежит на ее оси вращения, дает возможность определить направление прямой, соединяющей приостренные концы стрелки. Весь прибор может быть повернут около вертикальной оси. Нулевая линия круга с делениями должна быть установлена строго горизонтально. На рис. 78 изображена одна из

Рис. 78.



форм инклинатора, устройство которого легко понять. Отсчет производится при помощи двух подвижных микроскопов, и притом на обоих концах стрелки, так как ось вращения стрелки может не вполне точно проходить через центр круга. Затем поворачивают стрелку на 180° около ее магнитной оси, оставляя круг неподвижным; этим исключается ошибка от несовпадения магнитной оси с прямою, соединяющей острия стрелки. Те же наблюдения повторяют, повернув весь прибор на 180° около вертикальной оси, чтобы исключить ошибку от неполной горизонтальности нулевой линии круга. Наконец перемещают стрелку, так что ее верхний конец делается нижним, и наоборот; этим исключается ошибка, происходящая от несовпадения центра тяжести стрелки с ее осью вращения. Если все полученные таким образом отсчеты весьма мало разнятся друг от друга, то достаточно взять их среднее значение.

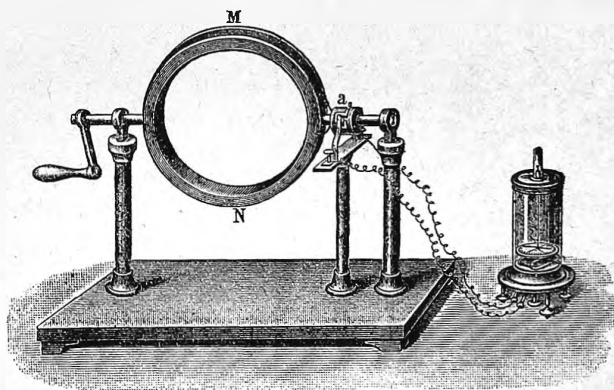
Если же разницы значительные, то следует пользоваться более сложными формулами, которые дали F. Kohlrausch в своем „Lehrbuch der praktischen Physik“, (11-ое изд., 1910, p. 395) и Leyst (1887).

Индукционный инклинатор. Устройство этого прибора основано на явлении индукции, о котором нам уже приходилось говорить неоднократно, хотя мы только ниже подробно с ним познакомимся. Схему индукционного инклинатора можно понять из рис. 79. На наружном крае кольца MN навита проволока, концы которой прикреплены к двум металлическим полоскам a , которых касаются пружины, соединенные с гальванометром. Плоскость кольца установим сперва горизонтально,

а ось вращения также горизонтально и притом в плоскости магнитного меридиана. Если теперь быстро повернуть кольцо на 180° , то под влиянием вертикальной слагаемой V земного поля появляется индукционный ток J_1 , который и измеряется гальванометром; его величина пропорциональна V . Если же установить ось вращения вертикально, а плоскость кольца сперва перпендикулярно к магнитному меридиану и затем повернуть кольцо на 180° , то получается индукционный ток J_2 , пропорциональный горизонтальной слагаемой H земного тока. Наклонение i вычисляется по формуле $\operatorname{tg} i = J_1 : J_2$. Прибор должен иметь приспособления для правильной установки в двух положениях, и для поворачивания ровно на 180° . При измерении J_1 и J_2 пользуются баллистическим гальванометром (§ 3), снабженным успокоителем, и многократно поворачивают ось на 180° , попеременно в ту и другую сторону, применяя способ мультипликации (§ 3).

Метод индукционного инклинометра был предложен W. Weber'ом

Рис. 79.



(1838, 1853). Разного рода видоизменения вводили Wild (1878—1895), Schering (1882), Mascart (1883), Leonh. Weber (1885), G. Meyer (1898) и др. Из них Wild и Mascart устанавливают ось вращения так, чтобы при вращении кольца индукции вовсе не происходило; в этом случае направление оси и есть искомое направление силы F . Этот способ исследовал Venske (1909). G. Meyer заставляет ось непрерывно вращаться в одном направлении, причем получаются токи переменного направления, воспринимаемые телефоном. Звук в телефоне исчезает, когда ось вращения имеет направление силы F . Taudin-Chabot (1908) построил чрезвычайно остроумное приспособление, дающее возможность непрерывно вращать кольцо в одном направлении, не пользуясь скользящими контактами.

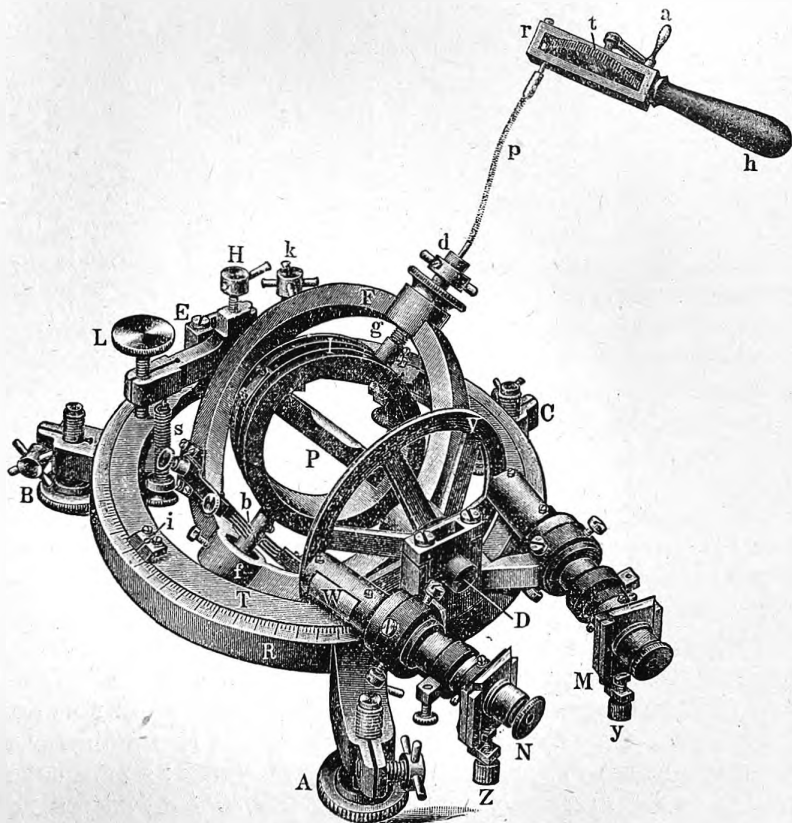
Вильд построил прибор, изображенный на рис. 80. Кольцо J вращается около оси df , которую можно установить во всяком направлении; коммутатор b служит для выпрямления токов, направляемых в чувствительный гальванометр. С осью DE соединен круг V с делениями,

которые отсчитываются при помощи микроскопов M и N ; наклон этой оси к горизонту равняется искомому углу i .

Другие способы измерения наклонения дали Pscheidl (1879), Litznar (1888) и др.

Вариационные приборы. Величины H , V , δ , ι подвергаются непрерывным изменениям, следить за которыми весьма важно. Вариационные приборы, которыми для этой цели пользуются, бывают двух родов: в приборах первого рода наблюдатель должен отмечать происходя-

Рис. 80.



щие изменения; приборы второго рода — самопишущие (магнетографы). Обращаемся к приборам первого рода.

Изменения склонения наблюдаются на простом, унифилярном магнетометре, по способу зеркала и шкалы. Исследования и усовершенствования таких приборов производили в сравнительно недавнее время Heydweiller (1898, 1908), v. Eschenhagen (1899), Bidlingmaier (1907), Edelmann (1908), Maurer (1908), Erich Meyer (1908) и др. Изменения наклонения почти никогда не наблюдаются непосредственно; немногие сюда относящиеся работы произвели Wild (1900), Cady (1901) и v. Eschen-

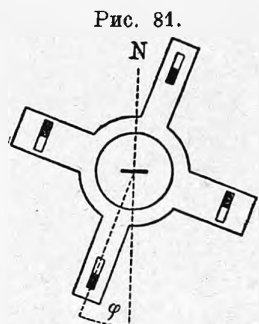
hagen (1901). Весы Lloyd'a, о которых будет сказано ниже, могут служить для указанной цели. Для наблюдения изменений горизонтальной слагаемой H подвешивают магнит так, чтобы его магнитная ось была перпендикулярна к магнитному меридиану. Это достигается обыкновенно при помощи бифилярно го подвеса, верхний конец которого надлежащим образом повернут. Можно также дать унифилярно подвешенному магниту необходимое направление, пользуясь нитью из стали, платины или кварца (Eschenhagen, 1899) и вращая надлежащим образом ее верхний конец. Наконец можно пользоваться обыкновенным унифиляром, приблизив к нему отклоняющий магнит. Ad. Schmidt (1907) пользуется двумя отклоняющими магнитами. F. Kohlrausch (1871, 1882) распределяет четыре отклоняющие магнита, как показано на рис. 81, на общей вращающейся рамке. Теорию этого способа развили Wind (1894) и в особенности Poppendieck (1911).

Выше был указан прибор Duncuег и приведена формула (49,d); мы видели, что при большом $h:2l$ прибор удобно может служить для измерения H . При весьма малом $h:2l$ (0,01 до 0,1) функция имеет минимум около $\alpha = 49,5^\circ$. В этом случае весьма малое изменение силы H вызывает значительное изменение угла α , так что прибор может служить чувствительным вариометром.

Для наблюдения вариаций вертикальной слагаемой V служат магнитные весы Lloyd'a (1838), в которых магнитная стрелка играет роль коромысла, причем ось стрелки устанавливается перпендикулярно к плоскости магнитного меридиана. С изменением V меняется наклон коромысла, за которым можно следить по методу зеркала и шкалы. Watson (1904) видоизменил весы Lloyd'a, прикрепив стрелку к горизонтальной оси, состоящей из двух натянутых кварцевых нитей. Новые вариационные приборы для величины V построили Andreesen (1905) и von Bűky (1905).

Самопишущие (регистрирующие) приборы устанавливаются на магнитных обсерваториях в особых, иногда подземных помещениях, в которых температура остается по возможности постоянной. На достаточном расстоянии друг от друга устанавливают унифиляр (вариации δ), бифиляр (H) и весы Lloyd'a (V). Лучи света от ламп отражаются от зеркалец, соединенных с подвижными магнитами, и попадают на светочувствительные ленты, намотанные на поверхностях равномерно вращающихся цилиндров. Wild (1889) дал подробное описание установки приборов в Константиновской Обсерватории около Павловска. Новые приборы построили Schmidt (1906, 1907), Cady (1906), Kashiwagi (1907), K. Schering (1911) и др.

Особую группу составляют приборы переносные, которыми пользуются во время путешествия при магнитных съемках. Такие приборы построили Wild, Haussmann (1906), Brunner, Wagner и многие другие; мы этих приборов не рассматриваем.



§ 9. Измерение напряжения искусственных магнитных полей. Искусственными мы называем поля, вызванные магнитами, токами и их комбинацией, т. е. электромагнитами. В отличие от земного поля (менее одного гаусса), мы здесь обыкновенно имеем дело с полями высокого напряжения. В катушке из медной проволоки можно дойти примерно до 800 гаусс, а прибегая к непрерывному ее охлаждению, даже до 1500 гаусс. Между полюсами электромагнита можно достигнуть 50000 гаусс, как было уже сказано в т. IV, часть 2, гл. VIII, § 3. Существует большое число способов измерения магнитных полей; рассмотрим главнейшие из них.

I. Определение поля вычислением. Напряжение поля, вызванного током, во многих случаях, может быть вычислено. Примеры таких вычислений были нами приведены в т. IV, часть 2, гл. III, § 7 и в гл. VII, § 3. Интересный случай получения весьма равномерного поля в довольно большом пространстве указал Bestelmeyer (1911). Это поле образуется внутри катушки, длина которой всего в 2,4 раза превышает ее диаметр, причем на каждом из концов вставлено по добавочной катушке, как это видно в разрезе на рис. 82.

II. Метод индукционный. Кольцо из одного или нескольких оборотов изолированной проволоки помещают перпендикулярно к линиям сил магнитного поля и быстро удаляют его в такое место, где напряжение поля практически равно нулю, или производят движение в противоположном направлении. При этом в кольце появляется кратковременный ток, который дает в баллистическом гальванометре (§ 3) некоторое отклонение s . В таком случае s пропорционально площади, огибаемой оборотами катушки, и искомому напряжению поля. Отсюда

$$H = \frac{cs}{f} \dots \dots \dots (50)$$

где c постоянная, зависящая от свойств баллистического гальванометра. Та же формула относится к случаю, если кольцо быстро повернуть на 90° ; при поворачивании на 180° получается в знаменателе $2f$ вместо f . Постоянную c можно определить при помощи земного индуктора по формуле $c = 2H_0 f_0 : s_0$, где H_0 слагаемая земного поля, вызывающая индукцию, f_0 относится к кольцу земного индуктора, s_0 показание гальванометра. Можно также вдвигать магнит, момент M которого известен, в длинную катушку, имеющую n оборотов на 1 см. Тогда $c = 4\pi n M : s'$. Hibbert (1892), Gauss (1907) и Duddel (1908) построили эталоны напряжения поля, служащие для определения постоянной c . Прибор Hibbert'a изображен на рис. 83. Он состоит из стального магнита, помещенного внутри сосуда BB из мягкого железа, почти закрытого железной крышкой AA . Проволочное кольцо PP , прикрепленное к головке K , может быть вдвинуто в круглую щель между A и B , при чем кольцо перемещается всегда на одно и то же расстояние.

Весьма любопытно, что Koenigsberger (1901) заменил баллистический гальванометр квадрантным электрометром. Цепь подвижной катушки оказалась, таким образом, незамкнутой. В момент передвиже-

ния катушки действующая в ней электродвижущая сила вызывает на квадрантах разность потенциалов, вследствие чего стрелка получала толчек. Ее отклонение служило мерою электродвижущей силы индукции.

На индукции основан также интересный способ Вouty (1898). Струя воды или ртути течет по направлению, перпендикулярному линиям сил магнитного поля. В этой струе является поперечная электродвижущая сила E , которая измеряется при помощи капиллярного электрометра

Рис. 82.

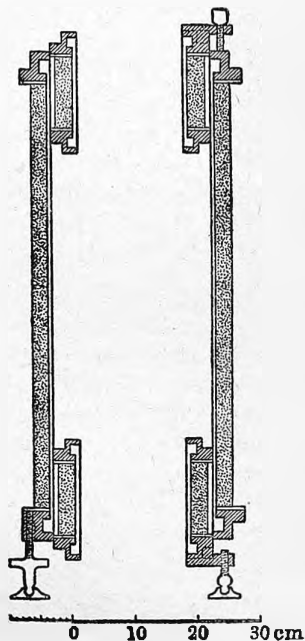
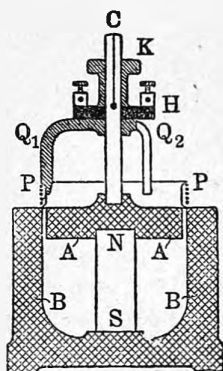


Рис. 83.



(т. IV, часть 1, гл. II, § 8). Если d диаметр струи, q масса жидкости, протекающей в одну секунду, то $H = Ed : q$.

К индукционным методам можно отнести и метод вращающейся пластинки. Небольшая металлическая пластинка, стороны которой перпендикулярны к направлению поля H , приводится в быстрое вращение (n оборотов в сек.). Тогда между двумя точками ее поверхности, находящимися на расстояниях r_1 и r_2 от оси вращения, появляется разность потенциалов.

$$E = \pi n H (r_1^2 - r_2^2) \text{ C. G. S.} = 10^{-8} \pi n H (r_1^2 - r_2^2) \text{ вольт. . . (50, a)}$$

Измеряя E можно определить H . Fischer (1905) построил прибор, в котором пластинка из фосфористой бронзы (диаметр 3,1 см.) делает 18,5 оборотов в секунду; она приводится во вращение часовым механизмом. Hartmann и Braun доводят число вращений до 50-ти в секунду. E из-

меряется милли-вольтаметром. Этот прибор дает отчетливые показания даже под влиянием земного поля.

К индукционным относится и метод наблюдения затухающих колебаний катушки. Небольшая катушка (кольцо) подвешена унифилярно, или бифилярно; ее обороты параллельны линиям сил поля. Она может быть разомкнута или замкнута со введением сопротивления w (реостата). Пусть f площадь, огибаемая оборотами ее проволоки, T время ее качаний и λ_0 логарифмический декремент качаний при разомкнутой цепи; λ то же при замкнутой цепи, K момент инерции катушки; общее сопротивление замкнутого контура W омов = $10^9 w$ C. G. S. В таком случае

$$H = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{2\pi 10^9 w K (\lambda - \lambda_0)}{T \sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}} \dots \dots \dots (50, b)$$

Можно поступить иначе, подыскивая такое сопротивление w , при котором колебания катушки как раз делаются аperiodическими. Тогда (Gray, 1893)

$$H = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{4\pi 10^9 w K}{T}} \dots \dots \dots (50, c)$$

III. Способ висмутовой спирали. В гл. IX, § 12 мы видели, что электрическое сопротивление висмута зависит от напряжения магнитного поля. На рис. 21 была изображена висмутовая спираль, по сопротивлению которой можно судить о напряжении поля, если ее плоскость расположить перпендикулярно к линиям сил поля. Существуют таблицы, которые дают возможность, зная температуру и сопротивление спирали, определить напряжение поля, в котором она находится. Leduc (1866) первый предложил пользоваться висмутом для измерения магнитного поля. Спираль (рис. 21) устроил Lenard (1890). Henderson (1894) указал на важную роль температуры и предложил поместить вблизи висмутовой спирали чувствительный термометр, напр. платиновую спираль, сопротивление которой может служить мерою температуры.

IV. Измерение пондеромоторного действия на ток. В т. IV, часть 2, гл. III мы рассмотрели силы, действующие на проводник, в котором течет электрический ток, когда этот проводник находится в магнитном поле. Величина этого действия может служить мерою напряжения поля. Сюда относятся следующие методы:

1. Через бифилярно подвешенную катушку, обороты которой параллельны направлению поля, пропускается ток определенной силы. При этом катушка поворачивается на некоторый угол φ . Формула

$$H = \frac{D \operatorname{tg} \varphi}{f J} \dots \dots \dots (50, d)$$

в которой D постоянная кручения бифиляра, f площадь, огибаемая оборотами катушки, J сила тока в C. G. S. единицах, дает искомое напряжение поля. Этот способ разрабатывали Himstedt (1880), Luggin (1887) и Stenger (1888). Простым кручением пользовались A. Du Bois-Rey-

mond (1891), а также Edser и Stansfield (1892), приборы которых представляют как бы обращение гальванометра Deprez-d'Arsonval'я. (§ 2) в котором измеряется J при неизменном магнитном поле.

2. Действие поля на ток может быть измерено на весах при помощи гирь. Сюда относятся приборы К. Angstroem'a и в особенности Cotton'a (1900). Прямая, короткая часть проволоки, через которую течет ток J C. G. S., расположена перпендикулярно к линиям сил; она присоединена к одному концу коромысла весов. Сила HlJ , где l длина короткой проволоки, уравнивается p граммами, т. е. pg динами, так что

$$H = \frac{pg}{lJ} \dots \dots \dots (50, e)$$

Faerber (1902), Weiss (1907), Jordan (1909) и Sève (1910, 1911) видоизменяли и усовершенствовали метод Cotton'a. Прибор Sève'a дает возможность измерить напряжение поля с точностью до 0,1%.

Чувствительный прибор, служащий для измерения весьма слабых полей (порядка 10^{-6} C. G. S.) построили Crémieu и Pender (1903).

3. Lord Kelvin устроил прибор, схематически изображенный на рис. 84. Нижняя часть FW вертикально натянутой проволоки f помещается в измеряемое поле H (напр. между полюсами w электромагнита); через нее проводится ток от батареек при помощи чашечек CC со ртутью. Проволоки t_1 и t_2 прикреплены к f и к двум проволокам, натянутым гирями P_1 и P_2 ; верхние концы этих проволок прикреплены к подвижным кольцам p_2 и p_3 . Линии сил измеряемого поля перпендикулярны к плоскости чертежа; на проволоку FW действует сила налево; она уравнивается тягою проволок t_1 и t_2 , когда p_1 и p_2 перемещены направо. Величина тяги, а следовательно и поля H может быть вычислена по отсчетам на шкалах S_1 и S_2 , когда известны сила тока, грузы P_1 и P_2 и геометрические размеры проволок.

V. Способ Leduc'a (1887) также основан на измерении пондеромоторного действия поля на проводник, через который проходит ток. Здесь проводник жидкий, а именно ртуть, помещенная между E_1 и E_2 (рис. 85) в пространстве, ширина d которого по направлению магнитного поля, перпендикулярного к плоскости чертежа, весьма мала. Ток силы J C. G. S. проходит по направлению E_1E_2 , вследствие чего на ртуть действует сила, уравниваемая давлением P столба ртути, переходящей от R_1 к R_2 . В этом случае

$$H = \frac{Pd}{J} \dots \dots \dots (51)$$

Du Bois (1888), Field и Walker (1893) усовершенствовали этот прибор, представляющий как бы обращение амперметра Lippmann'a (стр. 147).

VI. Метод Quincke наблюдения высоты жидкости в трубке. В т. IV, часть 2, гл. VIII, § 11 мы познакомились с методом Quincke (1885) измерения магнитной восприимчивости жидкостей. Формула (48) дала нам эту

величину, когда напряжение поля H известно. Ее можно переписать в виде

$$H = C\sqrt{h} \dots \dots \dots (52)$$

где h высота поднятия парамагнитной жидкости и C постоянная, которую можно определить, измеряя h в поле, напряжение которого известно. Работы Quinke (1885), Du Bois (1888), Liebknecht'a и Wills'a (1900) были указаны в т. IV, часть 2, гл. VIII, §11. Добавим, что недавно Chéneveau (1910) построил весьма чувствительный прибор, поместив в трубке внизу парамагнитную, а над нею диамагнитную жидкость. Мениск

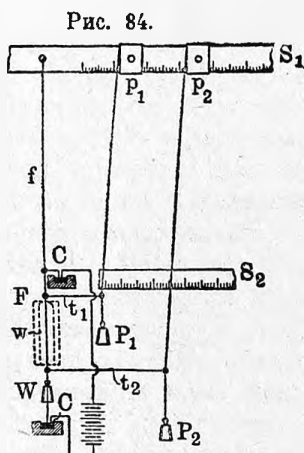


Рис. 84.

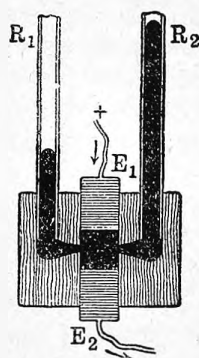


Рис. 85.

на границе двух жидкостей наблюдается микроскопом. Смещение мениска уничтожается при помощи дифференциального манометра; чувствительность примерно в 130 раз больше, чем при обычном способе измерения.

VII. Методы оптические. 1. Мы увидим ниже, что в телах, находящихся в магнитном поле, происходит вращение плоскости поляризации лучей, распространяющихся по направлению линий сил поля. Величина вращения пропорциональна напряжению поля H , на чем и основана возможность измерения последней величины. Quinke (1885) и Du Bois (1894) развили этот способ.

2. Мы также познакомимся ниже с явлением Зееманна (Zeemann), заключающемся в том, что если источник света, дающий линейчатый спектр, поместить в магнитном поле, и наблюдать в спектроскопе лучи, испускаемые перпендикулярно к линиям сил, то для „нормальных“ веществ каждая спектральная линия разделяется на три линии, причем разность $\Delta\lambda$ длин волн средней (λ) и одной из крайних линий выражается формулою

$$\Delta\lambda = 4,7 \cdot 10^{-5} H\lambda^2 \dots \dots \dots (53)$$

Зная λ и измеряя $\Delta\lambda$, можно определить H .

3. Corbino (1910) и Tenani (1910) изучали вопрос о возможности исследования магнитного поля путем изучения происходящего в нем

двойного лучепреломления. Это явление также будет рассмотрено ниже.

VIII. Метод, основанный на явлении Холля (Hall). Положим, что через тонкую проводящую пластинку пропускается электрический ток, напр., через прямоугольную пластинку, к серединам двух коротких сторон которой приделаны проволоки, служащие для введения пластинки в цепь. Если две эквипотенциальные точки на длинных сторонах прямоугольника, напр. их середины, соединить с чувствительным гальванометром, то последний, понятно, тока не обнаружит. Но если поместить пластинку перпендикулярно к линиям сил магнитного поля, то происходит вращение эквипотенциальных линий, и в гальванометре обнаруживается ток. К этому явлению мы также возвратимся ниже. Сила тока для многих веществ и в некоторых пределах пропорциональна напряжению H поля, напр. для Ag и Au до $H = 22000$ гаусс. Peukert (1910) предложил воспользоваться этим явлением (в пластинке из Bi) для измерения H . Zahn (1910) указал на возможные при этом источники погрешностей.

IX. Разные способы. Можно определить напряжение H поля, сравнивая его с полем внутри катушки. Такой способ предложил Paschen (1905) и его изучил Prüm (1907). На одной оси насажены два индуктора, из которых один находится в измеряемом поле H , другой внутри катушки, через обмотку которой пропускается ток такой силы, чтобы оба индуктора, соединенные друг против друга, не давали никакого тока. В этом случае H равно напряжению поля внутри катушки. На подобном же принципе основан метод Voege (1909), который компенсирует действие поля (от 1 до 100 гаусс) на магнитную стрелку действием катушки. Gaus и Gmelin (1909) видоизменили и усовершенствовали метод Paschen'a; они могли измерять сильные поля с точностью до 0,2%. Еще дальше пошли Gehrcke и Wogau (1909), которые подобным же методом сравнивали поля двух катушек с точностью до 0,10%.

Флюметр Grassot (§ 3) также может служить для измерения напряжения поля.

Заключение. В последних двух главах мы познакомились с методами измерения различных электрических и магнитных величин, а также с некоторыми результатами измерения электрической проводимости. Мы при этом даже не исчерпали перечня тех величин, которые могут быть измерены. Существуют, напр., методы измерения магнитного момента, расстояния полюсов магнита и т. д. Относительно первого вопроса, см. формулы § 7, содержащие магнитный момент. По второму вопросу были даны некоторые указания в т. IV, часть 2, гл. II, § 7. Подробности, как по этим, так и по другим вопросам, касающимся электрических и магнитных измерений, могут быть найдены в специальных сочинениях, посвященных этим вопросам.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

- Pouillet*. C. R. 4 p. 267, 1837. Pogg. Ann. 42 p. 284, 1837.
Weber. Pogg. Ann. 55 p. 27, 1842.
Obach. Carl's Rep. 14 p. 507, 1878. Phil. Mag. (5) 16, p. 77, 1883.
Himstedt. Wied. Ann. 41 p. 871, 1890.
Oberbeck. Wied. Ann. 42 p. 502, 1891.
F. Kohlrausch. Wied. Ann. 15 p. 550, 1882.
G. Quincke. Wied. Ann. 48 p. 29, 1893.
R. Kohlrausch u. Weber. W. Webers Werke, т. 3 p. 645, 1893. Abhandl. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 3, p. 257, 1857.
F. Kohlrausch. Wied. Ann. 15 p. 550, 1882; 17 p. 737, 1882; 18 p. 513, 1883; 19 p. 130, 1883.
F. u. W. Kohlrausch. Wied. Ann. 27 p. 21, 1886.
Gauguin. C. R. 36 p. 191. 1853; Pogg. Ann. 88 p. 442.
Helmholtz (1849), см. *G. Wiedemann*, Elektrizität, III p. 275, 1895.
Bravais. Ann. ch. et phys. (3) 38 p. 301, 1853; Pogg. Ann. 88 p. 446, 1853.
Maxwell. Treatise on electricity, т. II, §§ 708—715.
Riecke. Wied. Ann. 3 p. 36, 1878; 4 p. 226, 1878.
Chopin. C. R. 151 p. 1037, 1910.
Weber. Resultate aus d. Beob. d. magn. Vereins p. 96, 1840.
F. Kohlrausch. Pogg. Ann. 138, p. 1, 1869.
W. Thomson, см. *Maxwell*. Treatise on electricity, т. II, § 724.
Helmholtz. Sitzungsber. Berlin. Ak. 1883. p. 405.
Koepsel. Wied. Ann. 31 p. 250, 1881.
Lippmann. C. R. 142 p. 69, 1906.
W. Weber. Elektrodyn. Maßbestimmungen, p. 10, 1846. Pogg. Ann. 73 p. 194, 1848.
F. Kohlrausch. Wied. Ann. 15 p. 550, 1882.
O. Fröhlich. Pogg. Ann. 143 p. 643, 1871.
J. Fröhlich. Wied. Ann. 8 p. 563, 1879.
Pellat. C. R. 103 p. 1189, 1886; J. de phys. 6 p. 175, 1887; Bull. de la Soc. intern. des Electriciens 8 p. 573, 1908; Instr. 30 p. 21, 1910.
Gray. Absolute Measurements, II p. 276; Phil. Mag. 33 p. 62.
Patterson. Phys. Rev. 20 p. 300, 1905.
Patterson and Guthe. Phys. Rev. 7 p. 261, 1898.
Kahle. Wied. Ann. 59 p. 532, 1896; Instr. 17 p. 97, 1907.
Wien. Wied. Ann. 59 p. 523, 1896.
Diesselhorst. Inaug.-Diss. Berlin 1896.
Mc. Collum. Bull. Bur. Stand. 6 p. 503, 1910.
Helmholtz. Wied. Ann. 14 p. 52, 1881.
Rayleigh u. Sidgwick. Trans. R. Soc. 175 p. 411, 1884; Rayleigh. Scient. Pap. II p. 278, 1900.
Janet, Laporte, Jouaust. Bull. de la Soc. intern. des Electriciens 8 p. 573, 1908; Instr. 30 p. 21, 1910.
Heydweiller. Wied. Ann. 44 p. 533, 1891.
Mascart. J. de phys. 1 p. 109, 1882; 3 p. 283, 1884. Repert. d. Phys. 19 p. 220, 1883.
Ayrton, Mather, Smith. Trans. R. Soc. 207 p. 463, 1908; Instr. 28 p. 278, 1908.
Maxwell. Treatise on electricity II p. 338, § 701, 1892.
Bosscha. Pogg. Ann. 113 p. 393, 1854.
Purkiss, см. *Maxwell*. Treatise on electricity II p. 350 App. II, 1892.
Lyle. Phil. Mag. 3 p. 310, 1902.
Rosa. Bull. Bureau of Stand. 2 p. 71 и 359, 1906; 3 p. 232, 1907.
Guthe. Annal. d. Phys. (4) 20 p. 429, 1906; 21 p. 913, 1906; Phys. Rev. 22 p. 117, 1906; Bull. Bur. of Stand. 2 p. 33, 1906.

- Smith, Mather u. Lowry.* Phil. Trans. (A) 207 p. 463 и 545, 1908.
Janet, Laporte u. de la Gorce. Bull. Soc. Intern. d. Electriciens 8 p. 459, 1908.
Laporte u. De la Gorce. Bull. Soc. Intern. d. Electriciens 10 p. 157, 1919 C. R. 150 p. 278, 1910.
F. Kohlrausch. Wied. Ann. (4) 26 p. 580, 1908.
Guthe. Phys. Rev. 18 p. 445, 1904; 19 p. 138, 1904.
Smith. Proc. Roy. Soc. (A) 80 p. 77, 1908; Phil. Trans. (A) 207 p. 545, 1908.
Jaeger u. Steinwehr. Instr. 28 p. 327, 1908.
Rosa, Vinal u. Mc. Daniel. Phys. Rev. 30 p. 658, 1910.
Richards u. Heimrod. Z. f. phys. Chem. 41 p. 302, 1902.
Kahle. Wied. Ann. 67 p. 1, 1899; Instr. 18 p. 229, 1898.
Richards, Collins u. Heimrod. Proceed. Amer. Acad. 35 p. 123, 1899; 37 p. 415, 1902.
Merril. Phys. Rev. 10 p. 167, 1900.
F. Kohlrausch u. Weber. Verh. d. D. Phys. Ges. 9 p. 681, 1907.
В. Кустяковский. Z. f. phys. Chem. 6 p. 105, 1890; Z. f. Elektroch. 12 p. 718, 1906.
Bose u. Conrat. Z. f. Elektroch. 14 p. 86, 1908.
Brill u. Evans. J. Chem. Soc. 93 p. 1442, 1908.
Farup. Z. f. Elektroch. 8 p. 569, 1902.
Vanni. Wied. Ann. 44 p. 214, 1891.
Meik'e. Proceed. Phys. Soc. Glasgow, Jan. 27, 1888.
Richards, Heimrod u. Collins. Z. f. Phys. Chem. 32 p. 321, 1900; 41 p. 302, 1902.
Foerster. Z. f. Elektroch. 3 p. 479 и 493, 1897; 15 p. 73, 1909.
Meyer. Z. f. Elektroch. 15 p. 12 и 65, 1909.
Shepard. Chem. News 84 p. 226, 1901.
Wendler. Phys. Zeitschr. 9 p. 806, 1908.
Lehfeldt. Phil. Mag. (6) 15 p. 614, 1908.
Coehn u. Osaka. Z. f. anorg. Chem. 34 p. 86, 1903.
Riesenfeld. Z. f. Elektroch. 12 p. 621, 1906.
Müller. Z. f. phys. chem. Unterr. 14 p. 140, 1901.
Кольбе. Z. f. phys. chem. Unterr. 10 p. 75, 1897; 14 p. 77, 1901.
Grimsehl. Z. f. phys. chem. Unterr. 18 p. 283, 1905.
Turrentine. J. phys. chem. (5) 13 p. 349, 1909.
Brüggemann. Instr. 13 p. 417, 1893.
Bredig u. Hahn. Phys. Z. 1 p. 560, 1900.
Naber. Elektrochem. Z. 5 p. 45, 1898.
Herroun. Phil. Mag. (5) 40 p. 91, 1895.
Danneel. Zeitschr. f. Elektrochemie. 4 p. 154, 1897.
Kreider. Phys. Z. 6 p. 582, 1905.
Baits u. Korn. Electrician 54 p. 16, 1904.
Hatfield. Zeitschr. f. Elektrochemie 19 p. 728, 1909.
Dick. Electrician 47 p. 997; 48 p. 22, 1901.
Danneel. Zeitschr. f. Elektrochemie 11 p. 139, 1905.
Lehfeldt. Proceed. Phys. Soc. 18 p. 82, 1902.

K § 2.

- Schweigger.* Allgemeine Literaturzeitung Nr. 296 p. 622, 1820. Schweiggers Journ. 32 p. 48, 1821.
Nobili. Pogg. Ann. 8 p. 338, 1826.
Weber. Elektrodynamische Maßbestimmungen p. 337, 1846. Gött. Anz. 1833 p. 205.
Poggendorff. Pogg. Ann. 7 p. 121, 1826.
G. Wiedemann. Pogg. Ann. 89 p. 504, 1853.
Melloni. Arch. de l'électr. 1 p. 662, 1841.
Du Bois u. Rubens. W. A. 48, p. 236, 1893; 2 p. 84, 1900; Elektrot. Z. 15 p. 321, 1894; Instr. 20, p. 65, 1900.
D'Arsonval. Lum. électr. 4 p. 309, 1881; 32 p. 263, 1889.

- Eindhoven.* Wied. Ann. (4) 12 p. 1059, 1903; 14 p. 182, 1904.
Edelmann. Instr. 26 p. 231, 1906; Saitengalvanometer, München, s. a.
Wadsworth. Phil. Mag. (5) 38 p. 482, 1894.
Snow. Wied. Ann. 47 p. 213, 1892.
Paschen. Wied. Ann. 48 p. 272, 1893; 50 p. 415, 1893.
Weiss. C. R. 120 p. 728, 1895.
Broca. C. R. 123 p. 101, 1896; Journ. d. Phys. (3) 6 p. 67, 1897.
Charpentier. Ecl. Electr. 40 p. 380, 1904.
Stefan. Wied. Ann. 17 p. 928, 1882.
Du Bois. Wied. Ann. 63 p. 348, 1897; 65 p. 1, 1898.
Du Bois u. Wills. Ann. d. Phys. (4) 2 p. 78, 1900.
Wills. Phys. Rev. 9 p. 193, 1899.
Эсмарк. Ж. П. Ф.-Х. О. 43 p. 347, 1911.
Nichols u. Williams. Phys. Rev. 27 p. 250, 1908.
Maxwell. Treatise on Electr. II, §§ 716—720.
Rosenthal. Wied. Ann. 23 p. 677, 1884.
Gray. Proceed. Royal Soc. 36 p. 287, 1884.
Kollert. Wied. Ann. 29 p. 491, 1886.
Toepler. Pogg. Ann. 149 p. 416, 1873.
О. Д. Хвольсон. О магнитных успокоителях СПб., 1880.
Schering. Wied. Ann. 9 p. 287 и 452, 1880.
Riecke. Wied. Ann. 51 p. 156, 1894.
Lemke. Wied. Ann. 67 p. 828, 1899.
Paschen. Wied. Ann. 48 p. 272, 1893; 50 p. 415, 1893; Instr. 13 p. 13, 1893.
Wadsworth. Phil. Mag. (5) 38 p. 553, 1894.
Weiss. C. R. 120 p. 728, 1895.
Abbot. Astrophys. Journ. 18 p. 1, 1903.
Jaeger. Instr. 23 pp. 261 и 353, 1903; 28 p. 206, 1908. W. A. (4) 21 p. 64, 1906.
Reinganum. Phys. Ztschr. 10 p. 91, 1909.
Dibbern. Instr. 31 p. 105, 1911.
Diesselhorst. Instr. 31 p. 247, 1911.
Stewart. Phys. Rev. 16 p. 158, 1903.
White. Phys. Rev. 19 p. 305, 1904; 23 p. 382, 1906.
Abraham. Journ. de Phys. (3) 6 p. 455, 1897.
Féry. C. R. 128 p. 663, 1899; 150 p. 524, 1910.
Mather. Phil. Mag. (5) 29 p. 434, 1890.
Zahn. Instr. 31 p. 145, 1911.
Eindhoven. Annal. d. Phys. (4) 16 p. 20, 1905.
Salomonson. Phys. Ztschr. 8 p. 195, 1907.
Eindhoven. Wied. Ann. (4) 12 p. 1059, 1903; 14 p. 182, 1904; 21 p. 483 и 665, 1906.
Hertz. Z. f. Mathem. u. Phys. 58 p. 1, 1910.
М. Лесумская. Ж. П. Ф.-Х. О. 40 (2) p. 114, 1908.
E. Becquerel. Ann. d. chim et de phys. (3) 17 p. 242, 1846.
Kirchhoff u. Hansemann. W. A. 13 p. 406, 1881.
Kohlrausch. Wied. Ann. 20 p. 76, 1883.
Dieterici. Wied. Ann. 16 p. 234, 1882.
Jaeger. Instr. 24 p. 288, 1904.
Du Bois u. Rubens. W. A. 48 p. 241, 1893.
Hamy. C. R. 136 p. 990, 1903.
Julius. Wied. Ann. 56 p. 151, 1895; W. A. (4) 18 p. 206, 1905; Instr. 16 p. 268, 1896.
Eindhoven. Wied. Ann. 56 p. 161, 1895.
White. Wied. Ann. (4) 22 p. 195, 1907; Phys. Rev. 19 p. 323, 1904.
Volkman. Phys. Ztschr. 12 p. 75, 1911.
White. Phys. Rev. 30 p. 782, 1910.
Rayleigh. Phil. Mag. (5) 20 p. 360, 1885.
Wadsworth. Phil. Mag. (5) 44 p. 83, 1897.

- Volkman.* Phys. Zeitschr. 12 p. 76, 1911.
Пильчиков. Journ. d. Phys. (2) 8 p. 330, 1889.
Julius. Instr. 18 p. 205, 1898.
Geiger. Phys. Zeitschr. 12 p. 67, 1911.
Volkman. Phys. Zeitschr. 11 p. 814, 1910; 12 pp. 30, 76, 183, 223, 1911.
F. Kohlrausch. Wied. Ann. 31 p. 95, 1887.
Siemens u. Halske. Instr. 24 p. 350, 1904; 25 p. 273, 1905.
Schering u. Zeissig. Wied. Ann. 53 p. 1039, 1894.
Diesselhorst. Verhandl. d. Phys. Gesellschaft. 7 p. 32, 1905.
Schmidt. Instr. 26 p. 269, 1906; 27 p. 137, 1907.
Ayrton and Mather. Electrician 32 p. 627, 1894.
Armagnat. Instruments et méthodes de mesures élect. 2-ое изд. Paris. 1902.
Volkman. Wied. Ann. (4) 10 p. 217, 1903.
Ayrton, Mather and Sumpner. Phil. Mag. (5) 30 p. 58, 1890; 46 p. 350, 1898.
Des Coudres. Zeitschr. f. Elektroch. 3 p. 417, 1896—7

К § 3.

- Wilson.* Phil. Mag. (6) 12 p. 269, 1906.
Dorn. Wied. Ann. 17 p. 654, 1882.
Diesselhorst. Wied. Ann. (4) 9 p. 712, 1902.
Weiss. J. de Phys. (3) 4 p. 420, 1905.
Guillet. C. R. 147 p. 45, 1903; Journ. de Phys. (3) 6 p. 585, 1907.
Diesselhorst. Wied. Ann. (4) 9 p. 458, 1902.
Patterson. Wied. Ann. 69 p. 39, 1899.
Stewart. Phys. Rev. 16 p. 158, 1903.
Peirce. Proceed. American Acad. 44 pp. 61 и 283, 1909; 52 p. 161, 1906.
Zeleny. Phys. Rev. 23 p. 399, 1906.
M. Wien. Wied. Ann. 62 p. 702, 1897.
Grassot. Journ. de Phys. (3) 3 p. 696, 1904.
Мумкесич. Ж. П. Ф.-Х. О. 38 p. 86, 1906.
Корольков. Ж. П. Ф.-Х. О. 40 (2) p. 388, 1908.

К § 4.

- E. Voigt.* Wied. Ann. (4), 12 p. 385, 1903.
F. Kohlrausch. Pogg. Ann. 72 p. 353, 1847.
Halwachs. Wied. Ann. 29 p. 300, 1886.
W. Thomson. Phil. Mag. (4) 35 p. 66, 1868.
Einstein. Phys. Zeitschr. 9 p. 216, 1908.
Habicht. Phys. Ztschr. 11 p. 532, 1910.
Quincke. Wied. Ann. 19 p. 561, 1883.
Abraham u. Lemoine. C. R. 120 p. 726, 1895. Journ. d. Phys. (3) 4 p. 466, 1885.
Fabry et Perot. Ann. d. Chim. et d. Phys. (7) 13 p. 404, 1898; Journ. d. Phys. (3) 7 p. 650, 1898.
Crémieu. C. R. 138 p. 563, 1904.
Müller. Wied. Ann. (4) 28 p. 585, 1909.
Чернышев. Ж. П. Ф.-Х. О. 42 p. 161, 1910; Phys. Ztschr. 11 p. 445, 1910.
Heydweiller. Instr. 12 p. 377, 1892.
Pulgar u. Wulf. Wied. Ann. (4) 30 p. 697, 1909.
Scholl. Phys. Zeitschr. 9 p. 915, 1908.
Cremer. Mitteil. Phys.-mech. Instituts Th. Edelmann, München N^o 6 p. 22; Instr. 27 p. 291, 1907.
Lutz. Phys. Ztschr. 9 p. 100, 642, 1908.
Laby. Proceed. Cambr. Phil. Soc. 15 p. 106, 1909.
Jones. Phil. Mag. (6) 14 p. 238, 1907.

- Wulf.* Phys. Ztschr. 8 p. 246, 527, 780, 1907; 10 p. 251, 1909.
Wiechert. Instr. 29 p. 381, 1909.
Elster u. Geitel. Phys. Ztschr. 10 p. 664, 1909.
Wilson. Proceed. Cambr. Phil. Soc. 12 p. 135, 1903.
Poggendorff. Pogg. Ann. 54 p. 161, 1841.
Lindeck u. Rothe. Instr. 20 p. 293, 1900.
Boescha. Pogg. Ann. 94 p. 172, 1855.
Du Bois Reymond. Berl. Ber., 1862 p. 707.
Clark. Proc. Roy. Soc. London 20 p. 444, 1872.
Орлов. Ж. Р. Ф.-Х. О. 41 p. 86, 1909.
Feussner. Instr. 10 p. 113, 1890; 21 p. 227, 1901; 23 p. 301, 1903; Elektrot. Ztschr. 32 p. 187, 1911.
Raps. Instr. 15 p. 215, 1895; Elektrot. Ztschr. 16 p. 507, 1895.
Hausath. Wied. Ann. (4) 17 p. 735, 1905.
Francke. Elektrot. Ztschr. 24 p. 978, 1903.
Carpentier. Electricien 21 p. 1, 1901.
Lehfeldt. Phil. Mag. (6) 5 p. 668, 1903.
Harker. Phil. Mag. (6) 6 p. 41, 1903.
Disselhorst. Instr. 26 p. 173, 297, 1906.
White. Phys. Rev. 23 p. 447, 1906; Instr. 27 p. 210, 1907.
v. Steinwehr. Instr. 25 p. 205, 1905. Ztschr. f. Elektroch. 12 p. 578, 1906.
Hulett. Ztschr. phys. Chemie 49 p. 483, 1904; Electrician 55 p. 856, 1905; 58 p. 708, 1906; 59 p. 341, 1907; Phys. Review 22 p. 47 и 321, 1906; 23 p. 166 и 321, 1906; 25 p. 16, 1907; 27 p. 33 и 237, 1908; 30 p. 648, 1910; 32 p. 257, 1911.
Wolff. Trans. Amer. Electrochem. Soc. 5 p. 49, 1904; Bull. Bur. of Standards 5 p. 309, 1908.
Wolff и Waters. Bull. Bur. of Standards 3 p. 623, 1907; 4 p. 1 и 81, 1907; Phys. Rev. 24 p. 251, 1907; Electrician 60 p. 674 и 711, 1907.
Smith. Electrician 55 p. 856, 1905; 60 p. 403, 1908; 65 p. 943, 1910; Phil. Trans. Roy. Soc. 207 p. 393, 1908; Phil. Mag. (6) 19 p. 250, 1910; 20 p. 206, 1910.
Cohen и его сотрудники. Ztschr. phys. Chemie 68 p. 706, 1907; 65 p. 359, 1909; 72 p. 38 и 84, 1910; 75 p. 427, 1910.
Cohen. Phys. Ztschr. 11 p. 852, 1910.
Jouaust. C. R. 147 p. 42, 1908.
Guthe. Bull. Bur. of Standards 2 p. 33, 1906. W. A. (4) 21 p. 913, 1906.
Ayrton, Mather и Smith. Phil. Trans. Roy. Soc. 207 p. 463, 1908.
Pellat. Bull. d. l. Société intern. d. Electriciens 8 p. 573, 1908.
Janet, Laporte, Jouaust. Bull. d. l. Société intern. d. Electriciens 8 p. 459, 1908. C. R. 153 p. 718, 1911.
Haga и Boerema. Versl. K. Ak. van Wet. 19 p. 621, 1910; Arch. d. Genève (4) 31 p. 185, 1911.
Warburg. Instr. 31 p. 20, 1911.
Jaeger. W. A. (4) 14 p. 726, 1904.

K § 6.

- Mohs.* Phys. Ztschr. 11 p. 55, 1910.
R. E. F. Schmidt. Instr. 25 p. 10, 1905.
Fleming. Phil. Mag. (6) 7 p. 595, 1904.
Lippmann. C. R. 98 p. 1256, 1884. Journ. de Phys. (2) 3 p. 384, 1884.

K § 7.

- Lamont.* Handbuch des Erdmagnetismus, Berlin, 1849.
Mascart. Traité du Magnétisme terrestre. Paris, 1900.
Poisson. Connaissance des Temps pour 1828, p. 113.

- Gauss.* Göttinger Abhandl. 8, 1832; Pogg. Ann. 27 p. 241, 581, 1833; Resultate aus d. Beob. des magn. Vereins 1, 1837 p. 58; ges. Werke 5 p. 107, 1877.
- W. Weber.* Resultate aus d. Beob. des magn. Ver. 1836 p. 63.
- Töpler.* Wied. Ann. 21 p. 158, 1884.
- Freiberg.* Wied. Ann. 25 p. 511, 1885.
- Guglielmo.* Arch. Néerl. (2) 5 p. 175, 1900.
- P. Schulz.* Wied. Ann. (4) 8 p. 714, 1902; 12 p. 893, 1903.
- Du Bois.* Wied. Ann. (4) 9 p. 938, 1902; 11 p. 609, 1903.
- F. Kohlrausch* и *L. Holborn.* W. A. (4) 10 p. 287, 1903; 13 p. 1054, 1904.
- F. Kohlrausch.* Wied. Ann. 31 p. 613, 1887; Lehrbuch der prakt. Physik, 11-ое изд. p. 377, 1910; W. A. 17 p. 737, 765, 1882; Pogg. Ann. 142 p. 551, 1871; Gött. Nachr. 1871 p. 50; 1869 p. 36; Pogg. Ann. 138 p. 1, 1869.
- Edelmann.* Neuere Apparate и т. д., Stuttgart 1882, т. I p. 8.
- Wild.* Wied. Ann. 10 p. 597, 1880; Meteorol. Сборник 8 N° 7, 1883; Bull. de l'Acad. de St Petersb. (5) 8 p. 239, 1898.
- F. и W. Kohlrausch.* W. A. 27 p. 1, 1886.
- Van Dijk.* Arch. Néerl. (2) 9 p. 442, 1904.
- Schering.* Gött. Nachr. 1881 p. 133.
- Hausemann.* Wied. Ann. 28 p. 245, 1886.
- Pfannstiel.* Zeitschr. f. Math. u. Phys. 25 p. 271, 1880.
- Häbler.*, Дрец. Jena, 1884.
- Tanakadaté.* Phil. Soc. Glasgow, 1889.
- Lehfeldt.* Phil. Mag. (5) 33 p. 78, 1892.
- Dunoyer.* Journ. d. Phys. (4) 9 p. 994, 1910; C. R. 150 p. 1679, 1910; Soc. franç. de Phys. N° 310 p. 5, 1910; N° 315 p. 3, 1910.

К § 8.

- Lloyd.* Proc. Irish. Acad. 1 p. 334, 1838; 2 p. 210, 1842; Trans. Ir. Ac. 23, 1858.
- Töpler.* Berl. Ber. 1883 p. 1042.
- Wild.* Bull. Acad. d. St. Pétersb. 1872 p. 456.
- Brunhes et David.* C. R. 146 p. 878, 1908.
- Riecke.* Wied. Ann. 13 p. 198, 1881.
- Wild.* Mém. de l'Acad. de St. Pétersb. 26 N° 8, 1878; 37 N° 4, 1889; 27 N° 6. 1890; 38 N° 3, 1891 Mélanges tirés du Bull. de l'Acad. de St. Petersb., 11 p. 467, 1881; Bull. de l'Acad. de St. Pétersb. (4) 27 p. 320, 1881; (5) 2 p. 205, 1895; 13 p. 509, 1900.
- Venske.* Götting. Nachr. 1909, p. 219.
- Leyst.* Repert. f. Meteorologie 10 N° 5, 1887.
- W. Weber.* Pogg. Ann. 43 p. 293, 1838; 90 p. 209, 1853; Abhandl. Gött. Ges. (5) 2 p. 3, 1853; Ges. Werke 2 p. 277, 1892.
- Schering.* Gött. Nachr. 1882 p. 345.
- Mascart.* C. R. 97 p. 1191, 1883.
- L. Weber.* Berl. Ber. 1885 p. 1105.
- G. Meyer.* Wied. Ann. 64 p. 742, 1898.
- Tandin-Chabot.* Phil. Mag. (6) 16 p. 916, 1908; Phys. Zeitschr. 9 p. 226, 1908.
- Pscheidl.* Wien. Ber. 80 p. 1, 1879.
- Liznar.* Reper. d. Phys. 23 p. 306, 1888.
- Heydweiller.* Wied. Ann. 64 p. 735, 1898; Phys. Zeitschr. 8 p. 302, 1907.
- v. Eschenhagen.* Verh. Phys. Ges. 1899 p. 147; Terr. Magn. 6 p. 59, 1901.
- Bidlingmaier.* Phys. Zeitschr. 8 p. 176, 440, 1907.
- Edelmann.* Phys. Zeitschr. 8 p. 416, 1907.
- Maurer.* Instr. 28 p. 211, 1908.
- E. Meyer.* Wied. Ann. (4) 25 p. 783, 1908.
- Cady.* Terr. Magn. 6 p. 63, 1901; Phys. Zeitschr. 7 p. 710, 1906.
- Ad. Schmidt.* Instr. 27 p. 137, 1907.
- Wind.* Дрец. Groningen, 1894.

- F. Kohlrausch.* Pogg. Ann. 142 p. 547, 1871; W. A. 15 p. 533, 1882.
Poppendieck. Дисс. Giessen, 1911.
L'yođ. Proc. R. Irish. Acad. 183839 p. 334.
Watson. Phil. Mag. (6) 7 p. 393, 1904; Proc. Phys. Soc. 19 p. 102, 1904; Terr. Magn. 9 p. 62 p. 1904; Electr. Rev. 44 p. 480, 1904.
Andresen. Дисс. Kiel, 1905.
Vou Buky. Phys. Zeitschr. 6 p. 536, 1905.
Schmit. Instr. 26 p. 269, 1906; 27 p. 137, 1907.
Kashiwagi. Memoirs. Coll. Kyoto 1 p. 217, 1907.
Schering. Phys. Zeitschr. 12 p. 1047, 1911.
Hausmann. Instr. 26 p. 2, 1906.
O. E. Meyer. Wied. Ann. 40 p. 489, 1890.
Wagner. Wien. Ber. 114 p. 1221, 1905.

К § 9.

- Bestelmeyer.* Phys. Zeitschr. 12 p. 1107, 1911.
Hibbert. Phil. Mag. (5) 33 p. 307, 1892.
Duddell. Cambridge scientific instrument company, list. N° 53, p. 42 (N° 2575), рис. 25 и 25а, 1908.
Gans. Phys. Zeitschr. 8 p. 523, 1907.
Königsberger. Wied. Ann. (4) 6 p. 506, 1901.
Bouty. C. R. 126 p. 238, 1898; J. de Phys. (3) 7 p. 253, 1898.
Leduc. C. R. 102 p. 358, 1886; 103 p. 926, 1886; J. de Phys. (2) 5 p. 116, 1886, 6 p. 184, 1887.
Lenard. Wied. Ann. 39 p. 619, 1890.
Gray. Absol. measur. in El. a. Magn. 2, II p. 708, 1893.
Henderson. Wied. Ann. 53 p. 912, 1894.
Himstedt. Wied. Ann. 11 p. 328, 1880.
Luggin. Wien. Ber. 95 p. 646, 1847.
Stenger. Wied. Ann. 33 p. 312, 1888.
A. Du Bois Reymond. Elektrotechn. Zeitschr. 12 p. 305, 1891.
Edser a. Standsfield. Phil. Mag. (5) 34 p. 186, 1892.
Angstroem. Repert. d. Physik 25 p. 383, 1889.
Cotton. J. d. Phys. (3) 9 p. 383, 1900; Eclairage électr. 24 p. 257, 1900.
Faerber. Wied. Ann. (4) 9 p. 886, 1902 (см. p. 892).
Weiss. J. de Phys. (4) 6 p. 436, 1907.
Sève. C. R. 150 p. 1309, 1910; 152 p. 1478, 1911.
Jordan. Proc. R. Soc. 21 p. 922, 1909.
Lord Kelvin. См. Gray, Absol. Measur. in El. and Magn. 2, II p. 701, 1893.
Fischer. Verh. d. d. phys. Ges. 1905 p. 434.
Chéneveau. C. R. 150 p. 1046, 1910; J. de Phys. (4) 9 p. 692, 1910.
Du Bois. Wied. Ann. 35 p. 142, 1888; 51 p. 549, 1894.
Field a. Walker. Electrician 32 p. 186, 1893.
Quincke. Wied. Ann. 24 p. 606, 1885.
Crémieu u. Pender. C. R. 136 p. 607, 1903.
Peukert. Elektrotechn. Zeitschr. 31 p. 636, 1910.
Zahn. Elektrotechn. Zeitschr. 31 p. 1319, 1910.
Paschen. Phys. Zeitschr. 6 p. 371, 1905; 8 p. 522, 1907.
Gans u. Gemelin. W. A. (4) 28 p. 925, 1908.
Voege. Elektrotechn. Zeitschr. 30 p. 871, 1909.
Prümm. Дисс. Tübingen, 1907.
Gehrcke u. Wogau. Verh. d. d. phys. Ges. 1909 p. 664.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ.

ПЕРЕМЕННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Введение.

§ 1. Общие замечания. В первых двух частях этого тома мы рассмотрели постоянные поля, как электрическое, так и магнитное. Наиболее характерным здесь являлась независимость напряжения полей от времени, которое и вообще упоминалось лишь весьма редко; об нем шла речь в немногих законах и оно появлялось в соответствующих формулах исключительно только как множитель, пропорционально которому растет та или другая величина. Так, в учении о тепловых действиях тока (т. IV, часть 2, гл. 4), количество выделяющейся теплоты, а в учении об электролизе (т. IV, часть 2, гл. 5), количества освобождающихся ионов оказывались пропорциональными времени, в течение которого происходит соответствующее явление.

Изучая постоянные поля, мы могли почти вполне ограничиться описанием явлений и указанием тех законов, которыми они управляются. Разбирая эти явления более подробно, мы пользовались механикою, и, где это оказалось возможным, основными положениями термодинамики. Все, что было изложено, или таким путем выведено, является абсолютно достоверным и независимым от гипотетических представлений о сущности основной причины всей совокупности разобранных явлений, и потому эти представления большой роли не играли. В начале части первой были рассмотрены три „картины,“ соответствующие трем различным гипотезам, почти одинаково пригодным в той области явлений, которая была нами рассмотрена. Можно было с самого начала остановиться на одной из них, и наш выбор пал бы тогда на картину *C*, соответствующую гипотезе электронной. По причинам, которые подробно были нами изложены (см. введение), мы этого не сделали и предпочли временно пользоваться чаще всего картиною *A*, с которою связана привычная нам терминология. Мы считали дидактически важным выделить большое число основных, более или менее твердо установленных фактов, ознакомление с которыми

возможно, не останавливаясь окончательно на какой-либо одной гипотезе.

Несомненно, что и в учении о переменных полях, к которому мы приступаем, существует огромное число явлений, которые можно описать, не пользуясь определенной гипотезой, но для правильного уразумения дела этот путь невозможен. Слишком велика здесь роль той связующей гипотезы, которая ведь и возникла почти исключительно на почве явлений, сопровождающих переменные поля — гипотезы электронной. Из всех явлений, рассмотренных в первой части почти только явления электролиза наталкивали на эту гипотезу и служили ей опорой. Нетрудно было бы выделить, напр., обширную главу об основных явлениях электромагнитной индукции, дать и ей более или менее описательный характер и не прибегать к определенным гипотезам. И, действительно, мы помещаем изложение основ электронной теории после главы об электромагнитной индукции, ограничиваясь в этом введении указанием одной формулы, которую придется воспользоваться в немногих местах учения об индукции.

Явления радиоактивности мы подробно рассмотрим в одной из последних глав. Но некоторые из них тесно связаны с такими явлениями, которые будут нами изучены раньше. Поэтому мы помещаем в этом введении краткую статью об основных радиоактивных явлениях.

Ученые, разрабатывающие теорию электромагнитных явлений, широко пользуются в настоящее время особым сокращенным и весьма удобным методом писать встречающиеся уравнения и производить математические выкладки. Этот метод получил название векториального анализа. Не совсем легко к нему привыкнуть и еще менее легко — научиться им самостоятельно пользоваться. Во многих, сравнительно простых случаях можно обойтись и без него, но в более сложных он чрезвычайно упрощает формулы и вычисления. Избежать вполне его применения мы считаем невозможным и, кроме того, весьма целесообразным, так как наши читатели неминуемо встретятся с ним, когда обратятся к серьезным современным сочинениям и статьям, посвященным теории электрических явлений. Мы умеренно будем пользоваться методом векториального анализа, где это окажется желательным. Полагая, что из наших читателей не все знакомы с этим методом, мы помещаем здесь небольшую статью, которая ему посвящена.

§ 2. Основания векториального анализа. Свойства векторов. Величины, с которыми приходится иметь дело в физике, можно разделить на скаляры и на векторы. Скаляр вполне определяется числом и для него мыслима та непрерывная изменяемость, которая характерна для числа; он, вообще говоря, приурочивается к определенной точке пространства. Температура, плотность, теплоемкость, потенциал и т. д. суть примеры скаляров. О векторах уже было вкратце упомянуто в т. I (введение, § 11); вектор — физическая величина, обладающая числовою величиною и определенным направлением. Скорость, ускорение, сила, сила тока и т. д. представляют примеры векторов. Во многих сочинениях, в особенности немецких, принято все векторы обозначать готическими бук-

вами; в других они печатаются особым жирным и прямым шрифтом. В этой статье мы и будем все векторы обозначать готическими буквами. Историю возникновения векториального анализа можно найти в замечательном сочинении Burali-Forti и Marcolongo, упомянутом в обзоре литературы. Намереваясь ограничиться здесь изложением только элементов векториального анализа, мы, особенно в конце, приведем ряд формул без доказательств.

К сожалению, не существует общепринятых обозначений тех величин, с которыми мы встретимся ниже. Мы будем пользоваться наиболее распространенными, попутно указывая и на другие, встречающиеся в различных сочинениях.

Векториальным анализом можно пользоваться во всех отделах физики; в зависимости от отдела приходится вводить те или другие дополнения, изучать свойства особого рода векторов, важных для данного отдела физики и не играющих большой роли в других. Примером может служить кристаллофизика (см. классическое сочинение W. Voigt'a в обзоре литературы), в которой роль векторов несколько иная, чем в занимающем нас учении об электрических и магнитных явлениях.

Вектор может относиться к определенной точке пространства, которую мы назовем его точкою приложения. Сюда относятся скорость точки, сила, действующая на определенную частицу вещества и др. Но бывают векторы, которые расположены вдоль определенной заданной прямой, причем точка приложения может быть произвольно избрана на этой прямой; сюда относится, напр., сила, действующая на твердое тело. Такой вектор называют приложенным, аксиальным, передвижным (Сомов), ротором (Clifford), Linienteil (Grassmann). Вектор называется свободным (Сомов), когда он имеет только величину и направление, но точка приложения может быть взята в любой точке пространства. Сюда относится, напр., скорость и ускорение поступательного движения неизменной системы, момент пары сил, момент количества движения и др.

В большинстве случаев вектор имеет одно определенное направление; замена направления противоположным соответствует замене вектора другим, имеющим обратный знак. Существуют, однако, векторы, расположенные вдоль данной прямой, причем у них не имеется преимущественного направления. Такие векторы Voigt называет тензорами. Примером может служить растяжение (полярный тензор) и кручение (аксиальный тензор). И для них возможна перемена знака, когда, напр., растяжение заменяется сжатием, или кручение — кручением в обратную сторону. Необходимо заметить, что термин „тензор“ имеет у различных авторов неодинаковое значение.

Векторы изображаются стрелками, что не требует раз'яснения.

Абсолютное (числовое) значение данного вектора \mathfrak{A} мы будем обозначать через $|\mathfrak{A}|$; это уже скаляр. Вектор, величина которого равна единице, мы назовем единичным вектором; Heaveside называет его „орт“. Единичный вектор, имеющий направление вектора \mathfrak{A} , мы обо-

значим через \mathcal{M}_1 . Единичные векторы имеющие направление трех взаимно перпендикулярных координатных осей, принято обозначать буквами

$$i \quad j \quad k \dots \dots \dots (1)$$

Произведение вектора \mathcal{M} на скаляр a есть вектор, который в a раз больше вектора \mathcal{M} . Отсюда следует, что всякий вектор \mathcal{M} можно представить, как произведение его скаляра на соответствующий единичный вектор \mathcal{M}_1 :

$$\mathcal{M} = |\mathcal{M}| \mathcal{M}_1 \dots \dots \dots (2)$$

Под суммой и разностью двух векторов всегда подразумеваются геометрические сумма или разность; они называются также векториальными. Об них мы уже говорили в т. I (введение § 12); из рис. 86 видно, что сумма и разность двух векторов \mathcal{M} и \mathcal{B} изображаются двумя

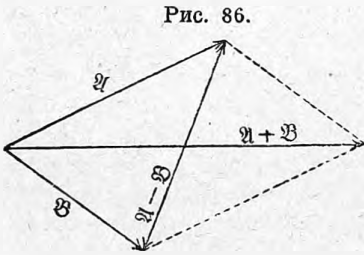


Рис. 86.

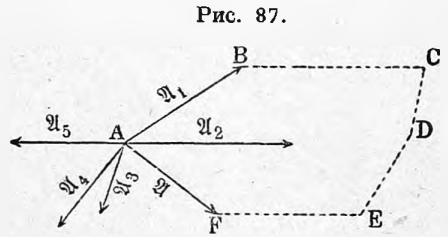


Рис. 87.

диагоналями параллелограмма, построенного на \mathcal{M} и \mathcal{B} . Сумма произвольного числа векторов $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3 \dots$ (рис. 87) есть замыкающая \mathcal{M} многоугольника $ABCDEF$, стороны которого параллельны этим векторам (т. I). Под приращением $\Delta \mathcal{M}$ вектора всегда подразумевается векториальное приращение (рис. 88). Если вектор \mathcal{M} есть функция какой-либо величины t , то производная

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = \lim \frac{\Delta \mathcal{M}}{\Delta t} \dots \dots \dots (3)$$

имеет предельное направление вектора $\Delta \mathcal{M}$. Когда, напр., вектор, меняясь по направлению, не меняется по величине, то производная к нему перпендикулярна (ускорение при равномерном криволинейном движении). Вектор \mathcal{M} можно разложить на два или большее число векторов, напр. на слагаемые $\mathcal{M}_x, \mathcal{M}_y, \mathcal{M}_z$ вдоль обыкновенных координатных осей; тогда мы имеем

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_x + \mathcal{M}_y + \mathcal{M}_z \dots \dots \dots (4)$$

или, см. (1),

$$\mathcal{M} = i |\mathcal{M}_x| + j |\mathcal{M}_y| + k |\mathcal{M}_z| \dots \dots \dots (4, a)$$

Далее:

$$|\mathcal{M}| = \sqrt{\mathcal{M}_x^2 + \mathcal{M}_y^2 + \mathcal{M}_z^2} \dots \dots \dots (4, b)$$

где величины, стоящие под корнем суть скаляры, см. ниже (6, b). Если три вектора $\mathcal{M}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ удовлетворяют уравнению вида

$$a \mathcal{M} + b \mathcal{B} + c \mathcal{C} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

где a, b, c три числа, то эти векторы компланарны, т. е. лежат в одной плоскости, ибо, разделив все члены на a и перенеся два последние члена на другую сторону уравнения, мы видим, что \mathcal{A} есть сумма двух векторов, направления которых совпадают с направлениями векторов \mathcal{B} и \mathcal{C} (или им противоположны). Из определения суммы векторов следует, что проекция суммы векторов на какое либо направление равна сумме (алгебраической, совпадающей с геометрической) проекций слагаемых векторов на то же самое направление.

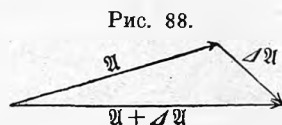


Рис. 88.

Отличают два рода произведений двух векторов: скалярное и векториальное.

Под скалярным произведением двух векторов \mathcal{A} и \mathcal{B} мы будем подразумевать произведение их числовых величин, помноженное на косинус угла между ними; оно иногда называется геометрическим (Соме), а также внутренним произведением. Мы его будем обозначать символом $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$, или просто $(\mathcal{A}\mathcal{B})$; итак

$$(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = |\mathcal{A}| \cdot |\mathcal{B}| \cos(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \dots \dots \dots (6)$$

Употребляются также обозначения $\mathcal{A}\mathcal{B}$ (Abraham), $S\mathcal{A}\mathcal{B}$, $a \times b$ (Bugali-Forti и Marcolongo) и др. Ясно, что величина $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ есть скаляр. Порядок множителей роли не играет, так что

$$(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = (\mathcal{B}, \mathcal{A}) \dots \dots \dots (6, a)$$

$$(\mathcal{A}, \mathcal{A}) = \mathcal{A}^2 \dots \dots \dots (6, b)$$

$$ij = jf = if = 0 \dots \dots \dots (6, c)$$

$$ii = jj = ff = 1 \dots \dots \dots (6, d)$$

Пользуясь формулой $\cos(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \cos(\mathcal{A}, x)\cos(\mathcal{B}, x) + \cos(\mathcal{A}, y)\cos(\mathcal{B}, y) + \cos(\mathcal{A}, z)\cos(\mathcal{B}, z)$, получаем основное выражение

$$(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \mathcal{A}_x \mathcal{B}_x + \mathcal{A}_y \mathcal{B}_y + \mathcal{A}_z \mathcal{B}_z \dots \dots \dots (7)$$

Легко, далее, доказать формулы:

$$(\mathcal{A}, \mathcal{B} + \mathcal{C}) = (\mathcal{A}, \mathcal{B}) + (\mathcal{A}, \mathcal{C}) \dots \dots \dots (7, a)$$

$$(\mathcal{A} + \mathcal{B}, \mathcal{C} + \mathcal{D}) = (\mathcal{A}, \mathcal{C}) + (\mathcal{A}, \mathcal{D}) + (\mathcal{B}, \mathcal{C}) + (\mathcal{B}, \mathcal{D}) \dots \dots (7, b)$$

Действительно, $(\mathcal{A}, \mathcal{B} + \mathcal{C}) = |\mathcal{A}| \cdot |\mathcal{B} + \mathcal{C}| \cos(\mathcal{A}, \mathcal{B} + \mathcal{C})$, причем $\mathcal{B} + \mathcal{C}$ есть векториальная сумма, а потому $|\mathcal{B} + \mathcal{C}| \cos(\mathcal{A}, \mathcal{B} + \mathcal{C}) = |\mathcal{B}| \cos(\mathcal{A}, \mathcal{B}) + |\mathcal{C}| \cos(\mathcal{A}, \mathcal{C})$. Производная

$$\frac{d(\mathcal{A}, \mathcal{B})}{dt} = \lim \frac{\Delta(\mathcal{A}, \mathcal{B})}{\Delta t} = \lim \frac{(\mathcal{A} + \Delta \mathcal{A}, \mathcal{B} + \Delta \mathcal{B}) - (\mathcal{A}, \mathcal{B})}{\Delta t}$$

Формула (7, b) дает в пределе

$$\frac{d(\mathcal{A}, \mathcal{B})}{dt} = \left(\mathcal{A}, \frac{d\mathcal{B}}{dt}\right) + \left(\mathcal{B}, \frac{d\mathcal{A}}{dt}\right) \dots \dots \dots (7, c)$$

Если сила f действует на точку, перемещающуюся на элемент Δs кривой, то работа ΔR равна

$$\Delta R = (f, \Delta s) \dots \dots \dots (7, d)$$

Векториальное произведение двух векторов \mathcal{A} и \mathcal{B} мы обозначим символом $[\mathcal{A}, \mathcal{B}]$ и определим его численное значение формулой

$$|[\mathcal{A}, \mathcal{B}]| = |\mathcal{A}| \cdot |\mathcal{B}| \sin(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \dots \dots \dots (8)$$

Численное значение величины $[\mathcal{A}, \mathcal{B}]$ очевидно равно площади параллелограмма $ABCD$, построенного на векторах \mathcal{A} и \mathcal{B} , см. рис. 89, в котором предположено, что \mathcal{A} и \mathcal{B} расположены в горизонтальной плоскости, и притом \mathcal{A} ближе к читателю, чем \mathcal{B} . Мы рассматриваем величину $[\mathcal{A}, \mathcal{B}]$, как некоторый вектор \mathcal{C} , направление которого перпендикулярно к плоскости $ABCD$ векторов \mathcal{A} и \mathcal{B} . При этом мы определяем направление AF вектора \mathcal{C} по правилу винта (буравчика или штопора): положим, что вдоль AF расположен винт, головку которого, находящуюся в A , мы вращаем по направлению от \mathcal{A} к \mathcal{B} , как показано сплошной стрелкой; тогда винт получит поступательное движение по направлению AF вектора \mathcal{C} . Поэтому вектор $[\mathcal{B}, \mathcal{A}]$ соответствовал бы вращению от \mathcal{B} к \mathcal{A} (стрелка пунктиром) и имел бы противоположное направление AG . Отсюда ясно что

$$[\mathcal{B}, \mathcal{A}] = -[\mathcal{A}, \mathcal{B}] \dots \dots \dots (8, a)$$

и что в векториальном произведении порядок букв имеет большое значение. Ясно, что

$$[\mathcal{A}, \mathcal{A}] = 0 \dots \dots \dots (8, b)$$

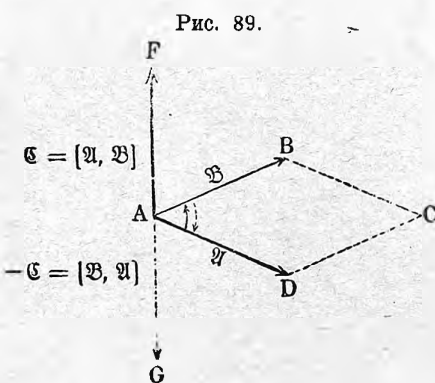
Для векториального произведения употребляются еще обозначения $\mathcal{A}\mathcal{B}$, $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$, $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$ (Burali-Forti и Marcolongo); можно также просто писать $[\mathcal{A}\mathcal{B}]$. Легко видеть, что

$$[i] = \mathbf{f}, [j] = \mathbf{i}, [f] = \mathbf{j}; [j] = -\mathbf{f}, [f] = -\mathbf{i}, [if] = -\mathbf{j} \dots \dots (8, c)$$

если оси x, y и z расположить не так, как обыкновенно, но по правилу винта, чтоб вращение от x к y дало бы движение винта по направлению z (напр. z вверх, y направо, x к читателю). Далее имеем

$$[ii] = [jj] = [ff] = 0 \dots \dots \dots (8, d)$$

В аналитической геометрии даются формулы для проекций на координатные плоскости параллелограмма, построенного на векторах \mathcal{A}



и \mathfrak{B} . Это очевидно будут проекции вектора $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}] = \mathfrak{C}$ на координатные оси. Эти формулы дают:

$$\left. \begin{aligned} [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]_x &= \mathfrak{A}_y \mathfrak{B}_z - \mathfrak{A}_z \mathfrak{B}_y \\ [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]_y &= \mathfrak{A}_z \mathfrak{B}_x - \mathfrak{A}_x \mathfrak{B}_z \\ [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]_z &= \mathfrak{A}_x \mathfrak{B}_y - \mathfrak{A}_y \mathfrak{B}_x \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Из (9) следует:

$$[\mathfrak{A}, \mathfrak{B} + \mathfrak{C}]_x = \mathfrak{A}_y (\mathfrak{B} + \mathfrak{C})_z - \mathfrak{A}_z (\mathfrak{B} + \mathfrak{C})_y = \mathfrak{A}_y (\mathfrak{B}_z + \mathfrak{C}_z) - \mathfrak{A}_z (\mathfrak{B}_y + \mathfrak{C}_y) + \mathfrak{C}_y = \mathfrak{A}_y \mathfrak{B}_z - \mathfrak{A}_z \mathfrak{B}_y + \mathfrak{A}_y \mathfrak{C}_z - \mathfrak{A}_z \mathfrak{C}_y = [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]_x + [\mathfrak{A}, \mathfrak{C}]_x.$$

Так как направление оси x произвольное, то отсюда следует, что

$$[\mathfrak{A}, \mathfrak{B} + \mathfrak{C}] = [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}] + [\mathfrak{A}, \mathfrak{C}] \dots \dots \dots (9, a)$$

Легко доказать, что

$$[\mathfrak{A} + \mathfrak{B}, \mathfrak{C} + \mathfrak{D}] = [\mathfrak{A}, \mathfrak{C}] + [\mathfrak{A}, \mathfrak{D}] + [\mathfrak{B}, \mathfrak{C}] + [\mathfrak{B}, \mathfrak{D}] \dots \dots (9, b)$$

и далее обобщить эту формулу. Рассматривая производную

$$\frac{d}{dt} [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}] = \lim \frac{[\mathfrak{A} + \Delta \mathfrak{A}, \mathfrak{B} + \Delta \mathfrak{B}] - [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]}{\Delta t}$$

и пользуясь формулою (9, b), мы легко находим

$$\frac{d}{dt} [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}] = \left[\mathfrak{A}, \frac{d\mathfrak{B}}{dt} \right] + \left[\frac{d\mathfrak{A}}{dt}, \mathfrak{B} \right] \dots \dots \dots (9, c)$$

Само собою разумеется, что суммы, встречающиеся в формулах (9, a), (9, b) и (9, c) суть суммы векториальные. Рассмотрим еще некоторые сочетания векториальных и скалярных произведений.

Величина $(\mathfrak{C}[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}])$, где $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}$ и \mathfrak{C} три произвольные вектора, представляет скалярное произведение вектора \mathfrak{C} на вектор $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$; оно равно $|\mathfrak{C}| \cdot |[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]| \cos(\mathfrak{C}, [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}])$. Но $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ есть вектор, перпендикулярный к параллелограмму, построенному на \mathfrak{A} и \mathfrak{B} , и равный его площади. Легко понять, что все произведение равно объему параллелепипеда, построенного на трех векторах $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$, при чем это произведение следует считать положительным, когда угол между векторами \mathfrak{C} и $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ острый, и отрицательным когда он тупой. Первое будет иметь место, когда порядок $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$ соответствует винтовому движению; тому же соответствует порядок $\mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{A}$ и $\mathfrak{C}, \mathfrak{A}, \mathfrak{B}$, так как за основание параллелепипеда можно взять любую из трех его сторон, то ясно, что

$$(\mathfrak{C}[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]) = (\mathfrak{A}[\mathfrak{B}, \mathfrak{C}]) = (\mathfrak{B}[\mathfrak{C}, \mathfrak{A}]) \dots \dots \dots (10)$$

Но, напр.,

$$(\mathfrak{C}[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]) = -(\mathfrak{B}[\mathfrak{A}, \mathfrak{C}]) \dots \dots \dots (10, a)$$

Если векторы $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$ лежат в одной плоскости, то

$$(\mathfrak{A}[\mathfrak{B}, \mathfrak{C}]) = 0 \dots \dots \dots (10, b)$$

Понятно также, что

$$(\mathcal{A}[\mathcal{A}, \mathcal{B}]) = 0.$$

Формула (7) дает

$$(\mathcal{A}[\mathcal{B}, \mathcal{C}]) = \mathcal{A}_x[\mathcal{B}, \mathcal{C}]_x + \mathcal{A}_y[\mathcal{B}, \mathcal{C}]_y + \mathcal{A}_z[\mathcal{B}, \mathcal{C}]_z.$$

Если теперь воспользоваться формулами (9), то получается рассматриваемая величина в виде определителя:

$$(\mathcal{A}[\mathcal{B}, \mathcal{C}]) = \begin{vmatrix} \mathcal{A}_x & \mathcal{A}_y & \mathcal{A}_z \\ \mathcal{B}_x & \mathcal{B}_y & \mathcal{B}_z \\ \mathcal{C}_x & \mathcal{C}_y & \mathcal{C}_z \end{vmatrix} \dots \dots \dots (10, c)$$

Перейдем к рассмотрению величины $[\mathcal{A}[\mathcal{B}, \mathcal{C}]] = \mathcal{D}$; этот вектор \mathcal{D} перпендикулярен к \mathcal{A} и к вектору $\mathcal{C} = [\mathcal{B}, \mathcal{C}]$, который сам перпендикулярен к плоскости векторов \mathcal{B} и \mathcal{C} . Отсюда следует, что вектор \mathcal{D} расположен в плоскости векторов \mathcal{B} и \mathcal{C} перпендикулярно к вектору \mathcal{A} . Пользуясь два раза первую из формул (9), мы находим:

$$\mathcal{D}_x = \mathcal{A}_y(\mathcal{B}_z \mathcal{C}_y - \mathcal{B}_y \mathcal{C}_z) - \mathcal{A}_z(\mathcal{B}_z \mathcal{C}_x - \mathcal{B}_x \mathcal{C}_z) = \mathcal{B}_x(\mathcal{A}_x \mathcal{C}_y + \mathcal{A}_y \mathcal{C}_z + \mathcal{A}_z \mathcal{C}_x) - \mathcal{C}_x(\mathcal{A}_x \mathcal{B}_y + \mathcal{A}_y \mathcal{B}_z + \mathcal{A}_z \mathcal{B}_x)$$

или, см. (7),

$$\mathcal{D}_x = [\mathcal{A}[\mathcal{B}, \mathcal{C}]]_x = \mathcal{B}_x(\mathcal{A}, \mathcal{C}) - \mathcal{C}_x(\mathcal{A}, \mathcal{B}).$$

Координатная ось x вполне произвольна, а потому

$$\mathcal{D} = [\mathcal{A}[\mathcal{B}, \mathcal{C}]] = \mathcal{B}(\mathcal{A}, \mathcal{C}) - \mathcal{C}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \dots \dots \dots (11)$$

Здесь с правой стороны стоит геометрическая разность двух векторов \mathcal{B} и \mathcal{C} , соответственно умноженных на скалярные величины $(\mathcal{A}, \mathcal{C})$ и $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$.

Скалярное произведение двух векториальных произведений, т. е. $([\mathcal{A}, \mathcal{B}], [\mathcal{C}, \mathcal{D}])$, можно заменить, по формуле (10), выражением $(\mathcal{C}, [\mathcal{D}[\mathcal{A}, \mathcal{B}]])$. Тогда (11) дает:

$$([\mathcal{A}, \mathcal{B}], [\mathcal{C}, \mathcal{D}]) = (\mathcal{C}, \{\mathcal{A}(\mathcal{D}, \mathcal{B}) - \mathcal{B}(\mathcal{D}, \mathcal{A})\}).$$

Наконец получается, см. (7, a),

$$([\mathcal{A}, \mathcal{B}], [\mathcal{C}, \mathcal{D}]) = (\mathcal{A}, \mathcal{C})(\mathcal{B}, \mathcal{D}) - (\mathcal{B}, \mathcal{C})(\mathcal{A}, \mathcal{D}) \dots \dots (11, a)$$

С обеих сторон мы имеем скаляры.

Основы электронной теории будут изложены в одной из следующих глав. Укажем здесь лишь на одну формулу, которую придется воспользоваться в главе II.

Положим, что электрон, заряд которого e , подвержен электрическому полю напряжения \mathcal{E} и магнитному полю напряжения \mathcal{H} , и пусть он движется со скоростью \mathcal{v} . В таком случае на него действует электрическое поле с силою $e\mathcal{E}$. Магнитное поле действует на него совершенно так, как оно действует на элемент ds тока i_e , для которого $i_e ds = \mathcal{v}e$, причем \mathcal{v} имеет направление ds , и сила тока i_e должна быть выражена

в электростатических единицах. Мы видели, что магнитное поле \mathfrak{H} действует на элемент ds тока i с силою равною

$$\mathfrak{H} \, i \, ds \sin(ds, \mathfrak{H});$$

здесь i выражено в электромагнитных единицах, так что $i = i_e : c$, где c скорость света; эта сила перпендикулярна к плоскости, содержащей направления \mathfrak{H} и ds ; ясно, что эта сила равна $[ids, \mathfrak{H}] = \frac{1}{c} [i_e ds, \mathfrak{H}] = \frac{1}{c} [ve, \mathfrak{H}]$. Обозначая через F силу, действующую на эл.-стат. единицу количества электричества, а след. через Fe силу, действующую на движущийся электрон, имеем

$$F = \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [v, \mathfrak{H}] \dots \dots \dots (12)$$

В этой формуле \mathfrak{E} выражено в электростатических, \mathfrak{H} — в электромагнитных единицах.

§ 3. Основания векториального анализа. Векториальные поля.

Пространство, ко всем точкам которого приурочены скаляр или вектор, соответственно называется скалярным или векториальным полем. Пространство, в котором распределены весомые, или электрические, или магнитные массы, представляет скалярное поле потенциала этих масс и в то же время, векториальное поле действующих в нем сил, или, точнее, тех напряжений, которыми поле обладает. Нам придется пользоваться векториальным анализом только при рассмотрении явлений электрических и магнитных, а потому мы, для иллюстраций, и будем ссылаться на формулы, выведенные в первой половине этого тома. Заметим здесь только, что пространство, в котором движутся жидкости, скорости частиц которых имеют „потенциал скоростей“, представляет скалярное поле этого потенциала; во всех случаях оно может быть рассматриваемо, как векториальное поле скоростей этих частиц. Пространство, в котором имеются электрические токи, есть векториальное поле магнитных сил, которые в нем действуют.

Произвольный скаляр мы будем обозначать через V ; векторы, как в § 2, готическими буквами. Нам придется, прежде всего, познакомиться с четырьмя величинами, которые играют весьма большую роль в векториальном анализе.

1. Выражение Лапласа. Скаляр V в скалярном поле есть функция координат x, y, z точки, к которой он относится. Мы обозначим через ΔV величину

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \dots \dots \dots (13)$$

и назовем (13) выражением Лапласа. Это скаляр, который Laplace называет дифференциальным параметром второго порядка. Мы можем воспользоваться тем же символом, имея дело с полем некоторого вектора \mathfrak{U} , но значение этого символа будет уже совсем другое. Обозначим через $\Delta \mathfrak{U}$ некоторый вектор, а через $\Delta \mathfrak{U}_x, \Delta \mathfrak{U}_y, \Delta \mathfrak{U}_z$, (где $\mathfrak{U}_x, \mathfrak{U}_y, \mathfrak{U}_z$ слагаемы

вектора \mathfrak{A}), слагаемая его вдоль координатных осей. При этом

$$\Delta \mathfrak{A}_x = \frac{\partial^2 \mathfrak{A}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{A}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{A}_x}{\partial z^2} \dots \dots \dots (14)$$

и подобные же выражения определяют $\Delta \mathfrak{A}_y$ и $\Delta \mathfrak{A}_z$. Имеем

$$\Delta \mathfrak{A} = \Delta \mathfrak{A}_x + \Delta \mathfrak{A}_y + \Delta \mathfrak{A}_z \dots \dots \dots (14, a)$$

где все величины векторы и сложение, понятно, векториальное. Формула (13) непосредственно к вектору не применяется; выражение (14, a) не построено аналогично выражению (13).

II. Градиент. Положим, что мы имеем поле везде непрерывного и конечного скаляра V , величину которого можно рассматривать, как функцию координат x, y, z . Поверхности $V = \text{Const.}$ называются поверхностями уровня скаляра V . Если в точке M этой поверхности провести нормаль n , то величина $\lim \frac{\Delta V}{\Delta n}$ представит численное значение некоторого вектора \mathfrak{A} , который называется градиентом скаляра V ; мы будем его обозначать $\text{grad } V$. Итак мы пишем

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A} &= \text{grad } V \\ |\mathfrak{A}| &= \frac{\partial V}{\partial n} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

Когда V есть потенциал, то $-\mathfrak{A}$ есть напряжение поля в данной точке см. часть I, гл. I, § 6. Линии, в каждой точке которых вектор \mathfrak{A} имеет направление касательной, мы будем называть линиями вектора \mathfrak{A} ; это суть ортогональные траектории поверхностей уровня скаляра V . Для слагаемых вектора \mathfrak{A} мы имеем:

$$|\mathfrak{A}_x| = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad |\mathfrak{A}_y| = \frac{\partial V}{\partial y}, \quad |\mathfrak{A}_z| = \frac{\partial V}{\partial z} \dots \dots \dots (15, a)$$

Следовательно,

$$|\mathfrak{A}| = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2} \dots \dots \dots (15, b)$$

Вектор, который является градиентом некоторого скаляра, называется потенциальным вектором. Слагаемая потенциального вектора \mathfrak{A} , очевидно, удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (15, c)$$

Если вектор не потенциальный, то и для него, вообще говоря, могут существовать векториальные линии.

Пусть s произвольная кривая в пространстве. Численное значение элемента этой кривой обозначим через ds ; как вектор мы его обозначим через $d\mathfrak{s}$, так что $|d\mathfrak{s}| = ds$. Мы назовем интегралом вектора \mathfrak{A} вдоль кривой s величину

$$\int_{s_0}^{s_1} \mathfrak{A} d\mathfrak{s} = \int_{s_0}^{s_1} \mathfrak{A}_s ds,$$

где в первом интеграле $\mathcal{A} d\mathfrak{s}$ скалярное произведение двух векторов. Если \mathcal{A} потенциальный вектор, то

$$\int_{s_0}^{s_1} \mathcal{A} d\mathfrak{s} = \int_{s_0}^{s_1} \mathcal{A}_s ds = \int_{s_0}^{s_1} \frac{\partial V}{\partial s} ds = V_1 - V_0. \quad (16)$$

где V_1 и V_0 значения скаляра V в точках на концах кривой.

Из (16) следует, что интеграл потенциального вектора вдоль кривой зависит только от положения концов кривой, но не зависит от вида кривой. Для замкнутой кривой

$$\int \mathcal{A} d\mathfrak{s} = \int \text{grad } V \cdot d\mathfrak{s} = 0 \quad (16, a)$$

Отсюда получается весьма важное следствие: линии потенциального вектора не могут быть замкнуты, ибо, если приложить формулу (16, a) к такой линии самого вектора, то \mathcal{A} и $d\mathfrak{s}$ имеют общее направление, все элементы интеграла положительны и он не может равняться нулю. Итак, линии потенциального вектора должны иметь начало (источник, Quelle) и конец (сток, Senke). Так, напр., линии сил, т. е. линии градиента потенциала электрических, или магнитных масс, начинаются и кончаются там, где находятся эти массы.

Легко доказать, что если интеграл вектора по кривой, соединяющей две произвольные точки, не зависит от вида этой кривой, то вектор есть градиент некоторого скаляра V .

Мы отнесли символ grad только к скаляру. Однако, подобно тому, как мы условно ввели символ $\Delta \mathcal{A}$, определив его формулами (14) и (14, a), мы можем и здесь условно ввести символ $(\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B}$ для некоторого вектора, слагаемая которого обозначим через $(\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B}_x, (\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B}_y, (\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B}_z$, так что

$$(\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B} = (\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B}_x + (\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B}_y + (\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B}_z \quad (17)$$

при чем

$$(\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B}_x = \mathcal{A}_x \frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial x} + \mathcal{A}_y \frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial y} + \mathcal{A}_z \frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial z} \quad (17, a)$$

Подобные же выражения имеем для двух других слагаемых. Понятно, что в (17) мы имеем сложение векториальное. Ясно, что и вообще

$$(\mathcal{A} \text{ grad}) \mathfrak{B} = \mathcal{A}_x \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial x} + \mathcal{A}_y \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial y} + \mathcal{A}_z \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial z} \quad (17, b)$$

ибо

$$\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial x} = \frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{B}_y}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{B}_z}{\partial x} \quad (17, c)$$

Некоторые авторы называют величину $-\frac{\partial V}{\partial n}$ градиентом скаляра V ; Hamilton предложил обозначение ∇V и им пользуется, напр., Abraham (знак ∇ иногда называют nabla).

III. Расхождение или дивергенц (Divergenz, divergence). Этими названиями (первое введено П. О. Сомовым) и символом div обозначают величину

$$\operatorname{div} \mathfrak{A} = \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial z} \dots \dots \dots (18)$$

Очевидно

$$\operatorname{div}(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) = \operatorname{div} \mathfrak{A} + \operatorname{div} \mathfrak{B} \dots \dots \dots (18, a)$$

$\operatorname{Div} \mathfrak{A}$ есть величина скалярная. Если \mathfrak{A} вектор потенциальный, т. е. $\mathfrak{A} = \operatorname{grad} V$, то получаем, см. (13),

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} V = \Delta V \dots \dots \dots (19)$$

Если V есть потенциал, то, как мы видели, $\Delta V = -4\pi\rho$, где ρ объемная плотность электрических или магнитных масс, т. е. $\operatorname{div} \mathfrak{A} = \operatorname{div} \operatorname{grad} V = \Delta V$ не равно нулю в тех местах, где линии сил начинаются или кончаются. Здесь \mathfrak{A} равно взятому с обратным знаком напряжению F поля. Если во всем бесконечном пространстве $\operatorname{div} \mathfrak{A} = \Delta V = 0$, то линии сил должны быть замкнуты; нет ни источников, ни стоков и поле называется „свободным от источников“ (quellenfrei). Таковым является магнитное поле электрического тока.

Теорема Гаусса. Мы даем ее без доказательства, которое напоминает доказательство частного случая этой теоремы, рассмотренного в части I, гл. I, § 4. Представим себе некоторую замкнутую поверхность S ; элемент ее dS , нормаль к этому элементу имеет направление n ; объем, ограниченный поверхностью S , обозначим через v ; элемент объема $dv = dx dy dz$. Пусть, далее, \mathfrak{A} какой либо непрерывный, однозначный и конечный вектор, \mathfrak{A}_n проекция вектора, относящегося к элементу dS на нормаль n . Тогда $\mathfrak{A}_n dS$ называется потоком вектора \mathfrak{A} через элемент dS поверхности S . Интеграл

$$\iint \mathfrak{A}_n dS,$$

распространенный по всей поверхности S , представляет весь поток вектора \mathfrak{A} через всю поверхность S . Если n_1 есть единичный вектор, взятый по направлению нормали n , то можно написать $\mathfrak{A}_n = \mathfrak{A} n_1$ (скалярное произведение, скобки опускаем). Путем довольно простого преобразования можно доказать формулу

$$\iiint \left\{ \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial z} \right\} dx dy dz = \iint \mathfrak{A}_n dS \dots \dots \dots (20)$$

Обозначая кратные интегралы, как это принято, сокращенно знаком одного интеграла, мы имеем, см. (17),

$$\int \operatorname{div} \mathfrak{A} dv = \int \mathfrak{A}_n dS \dots \dots \dots (21)$$

Интеграл расхождения вектора \mathfrak{A} , взятый по некоторому объему, равен всему потоку вектора \mathfrak{A} через поверхность, ограничивающую этот объем. Это и есть теорема Гаусса. Приложим формулу (20) к бесконечно малому объему Δv ; тогда с левой стороны останется один элемент интеграла, и мы получаем

$$\operatorname{div} \mathfrak{A} = \lim \frac{\int \mathfrak{A}_n dS}{\Delta v} \dots \dots \dots (21, a)$$

Здесь интеграл с правой стороны бесконечно мал, так как поверхность S объема Δv бесконечно мала. Если приложить (21,а) к параллелепипеду $dx dy dz$, то интеграл, стоящий с правой стороны, оказывается состоящим из шести бесконечно малых элементов; тогда для $\text{div } \mathfrak{A}$ вновь получается формула (17); вывод вполне совпадает с выводом формулы (20) в ч. I, гл. I, § 4. Отсюда ясно, что формула (21,а) может служить определением величины $\text{div } \mathfrak{A}$. Из (21,а) следует, что в данной точке величина $\text{div } \mathfrak{A}$ только тогда не равна нулю, когда поток вектора \mathfrak{A} через бесконечно малую поверхность S , окружающую эту точку, не равен нулю, а это возможно только в том случае, когда в этой точке находится источник ($\text{div } \mathfrak{A} > 0$) или сток ($\text{div } \mathfrak{A} < 0$) линий вектора \mathfrak{A} . Если в данной точке нет ни источника, ни стока, то поток, входящий в поверхность S , равен потоку, из нее выходящему, так что интеграл в (21,а) равен нулю, а след. и $\text{div } \mathfrak{A} = 0$. Итак, где $\text{div } \mathfrak{A}$ не равно нулю, находятся начала (источники, $\text{div } \mathfrak{A} > 0$) или концы (стоки, $\text{div } \mathfrak{A} < 0$) линий вектора \mathfrak{A} . Где нет ни источников, ни стоков, везде $\text{div } \mathfrak{A} = 0$. Это вполне подтверждается для случая, когда V есть потенциал и $\text{div grad } V = -4\pi\rho$, а след. $\text{div } \mathfrak{F} = 4\pi\rho$, где \mathfrak{F} , напряжение поля, равно $-\text{grad } V$.

Если во всем бесконечном пространстве $\text{div } \mathfrak{A} = 0$, то линии вектора \mathfrak{A} замкнуты и пространство свободно от источников, как мы это уже видели для случая, когда V есть потенциал. Мы можем сказать: в поле потенциального вектора $\mathfrak{A} = \text{grad } V$ должны быть места, в которых $\text{div } \mathfrak{A}$ не равно нулю.

Вместо $\text{div } \mathfrak{A}$, некоторые авторы пишут $\nabla \mathfrak{A}$ или $S \nabla \mathfrak{A}$.

IV. Вихрь (curl или rot). В поле вектора \mathfrak{A} можно, при известных условиях, построить другой вектор \mathfrak{B} , который называется вихрем вектора \mathfrak{A} (это название ввел П. О. Сомов). Мы его обозначим символом

$$\mathfrak{B} = \text{curl } \mathfrak{A} \dots \dots \dots (22)$$

Весьма часто, в особенности немецкими авторами, употребляется символ $\mathfrak{B} = \text{rot } \mathfrak{A}$. Вихрь \mathfrak{B} мы определяем его слагаемыми:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B}_x = \text{curl}_x \mathfrak{A} &= \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial z} \\ \mathfrak{B}_y = \text{curl}_y \mathfrak{A} &= \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial x} \\ \mathfrak{B}_z = \text{curl}_z \mathfrak{A} &= \frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

Формулы (15,с) показывают, что вихрь потенциального вектора равен нулю, т. е. если $\mathfrak{A} = \text{grad } V$, то

$$\text{curl } \mathfrak{A} = \text{curl grad } V = 0 \dots \dots \dots (24)$$

Если по формуле (18) составить $\text{div } \mathfrak{B} = \text{div curl } \mathfrak{A}$, то все члены сокращаются и получается

$$\text{div curl } \mathfrak{A} = 0 \dots \dots \dots (25)$$

Эта формула показывает, что вектор \mathfrak{B} , который есть вихрь другого вектора \mathfrak{A} , не имеет расхождения; его поле свободно от источников и все линии вектора \mathfrak{B} замкнуты. Вектор $\mathfrak{B} = \text{curl } \mathfrak{A}$ называется соленоидальным вектором.

Теорема Стокса. В части I, гл. I, § 5 мы познакомились с формулой (43) Стокса. Мы ее написали в виде

$$\int_{(s)} \left\{ \varphi dx + \psi dy + \theta dz \right\} = \iint \left\{ \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right\} dS \quad \dots (26)$$

Здесь φ , ψ , θ три произвольные, но конечные, непрерывные и однозначные функции точки; S незамкнутая поверхность, n нормаль к ее элементу dS ; s кривая, ограничивающая поверхность S ; dx , dy , dz слагаемые элемента ds этой кривой. Первый интеграл берется по всему контуру s в таком направлении, которое вместе с направлением нормали n соответствует правилу винта. Положим теперь, что $\varphi = \mathfrak{A}_x$, $\psi = \mathfrak{A}_y$, $\theta = \mathfrak{A}_z$, слагаемые некоторого вектора \mathfrak{A} . Тогда в первом интеграле имеем, полагая, как прежде, $ds = |d\mathfrak{s}|$, $\varphi dx + \psi dy + \theta dz = \{ \mathfrak{A}_x \cos(n, x) + \mathfrak{A}_y \cos(n, y) + \mathfrak{A}_z \cos(n, z) \} ds = \mathfrak{A}_s ds = \mathfrak{A}_s d\mathfrak{s}$. Под знаком второго интеграла получаем

$$\text{curl}_x \mathfrak{A} \cos(n, x) + \text{curl}_y \mathfrak{A} \cos(n, y) + \text{curl}_z \mathfrak{A} \cos(n, z) = \text{curl}_n \mathfrak{A}.$$

Ставя, как выше, везде один знак интеграла, получаем

$$\int \mathfrak{A}_s d\mathfrak{s} = \int \text{curl}_n \mathfrak{A} dS \quad \dots (27)$$

Интеграл вектора вдоль замкнутой кривой равен потоку вихря этого вектора через произвольную поверхность, ограниченную этой кривой. Мы видим отсюда, что через все поверхности, ограниченные данной замкнутой кривой проходит один и тот же поток соленоидального вектора, и, далее, что поток соленоидального вектора через всякую замкнутую поверхность равен нулю.

Если во всем пространстве $\text{curl } \mathfrak{A} = 0$, то $\mathfrak{A} = \text{grad } V$ и (27) дает вновь формулу (16, a). Но может случиться, что во всех точках кольцевидного пространства, окружающего замкнутую кривую s , имеем $\text{curl } \mathfrak{A} = 0$, но в пространстве, огибаемом этим кольцом, есть места, в которых $\text{curl } \mathfrak{A}$ не равно нулю, причем всякая поверхность S , ограниченная кривою s , непременно пройдет через эти места. Тогда интеграл вектора \mathfrak{A} вдоль кривой s не равен нулю, хотя во всех точках этой кривой имеем $\text{curl } \mathfrak{A} = 0$.

Мы рассмотрели четыре величины: ΔV , $\text{grad } V$, $\text{div } \mathfrak{A}$, $\text{curl } \mathfrak{A}$ и, кроме того, векторы $\Delta \mathfrak{A}$ и $(\mathfrak{A} \text{ grad}) \mathfrak{B}$. Приведем еще следующие важные формулы:

$$\text{div} (\mathfrak{A} V) = V \text{div } \mathfrak{A} + (\mathfrak{A}, \text{grad } V) \quad \dots (28)$$

$$\text{div} [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}] = \mathfrak{B} \text{curl } \mathfrak{A} - \mathfrak{A} \text{curl } \mathfrak{B} \quad \dots (29)$$

$$\text{curl} (\mathfrak{A} V) = V \text{curl} \mathfrak{A} + [\text{grad} V, \mathfrak{A}] \dots \dots \dots (30)$$

$$\text{curl curl} \mathfrak{A} = \text{grad div} \mathfrak{A} - \Delta \mathfrak{A} \dots \dots \dots (31)$$

$$\text{curl} [\mathfrak{A}, \mathfrak{B}] = \mathfrak{A} \text{div} \mathfrak{B} - \mathfrak{B} \text{div} \mathfrak{A} + (\mathfrak{B} \text{grad}) \mathfrak{A} - (\mathfrak{A} \text{grad}) \mathfrak{B} \dots (32)$$

$$(\mathfrak{A} \text{grad}) \mathfrak{B} + (\mathfrak{B} \text{grad}) \mathfrak{A} = \text{grad} (\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) - [\mathfrak{A} \text{curl} \mathfrak{B}] - [\mathfrak{B} \text{curl} \mathfrak{A}] \dots (33)$$

Все эти формулы легко прочесть; произведение двух векторов без скобок, напр. $\mathfrak{B} \text{curl} \mathfrak{A}$ везде обозначает скалярное произведение. Все члены в (28), (29) суть скаляры, в (30), (31), (32) и (33) — векторы и сложение их, понятно, векториальное. Все приведенные формулы выводятся без труда, хотя выводы иногда довольно длинные. Формула (28) выводится очень просто; (18) дает

$$\text{div} (\mathfrak{A} V) = \frac{\partial (\mathfrak{A}_x V)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathfrak{A}_y V)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathfrak{A}_z V)}{\partial z} = V \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial x} + \mathfrak{A}_x \frac{\partial V}{\partial x} + \text{и т. д.}$$

затем (7) дает (28); подобным же образом получается (29) при помощи (18), (9), (7) и (23). В остальных случаях следует вычислить слагаемую по оси x вектора, стоящего с левой стороны, при чем получается сумма слагаемых по оси x векторов, находящихся с правой стороны. Так, напр., при выводе (31) следует сперва вычислить $\text{curl}_x \text{curl} \mathfrak{A}$. Нам остается рассмотреть еще два важные вопроса.

А. Изменение скаляра и вектора со временем. Положим, что скаляр V отнесен к определенной частице вещества, движущейся со скоростью v , и находящейся в момент времени t в некоторой точке M пространства. За время dt координаты частицы изменились на dx, dy, dz . Характеризуем через $\frac{\partial V}{\partial t}$ изменение скаляра, связанного с частицею, а через $\frac{dV}{dt}$ изменение скаляра в неподвижной точке M . Тогда

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

т. е.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + (v, \text{grad} V) \dots \dots \dots (34)$$

Аналогично легко вывести для вектора \mathfrak{A}

$$\frac{d\mathfrak{A}}{dt} = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} + (v, \text{grad}) \mathfrak{A} \dots \dots \dots (35)$$

Приводим без доказательства еще одну весьма важную формулу. Пусть S некоторая незамкнутая поверхность, которая движется вместе с частицами вещества, через которые она проходит, и в данный момент t занимает положение S_0 . Охарактеризуем через $\frac{d}{dt} \int \mathfrak{A}_n dS$ изменение потока вектора \mathfrak{A} через переместившуюся за время dt поверхность S и через $\frac{\partial}{\partial t} \int \mathfrak{A}_n dS$ изменение потока через неподвижную поверхность S_0 . Поверхности S, S_0 и соединяющая их кольцевидная, бесконечно узкая поверхность, описанная краевой кривою при ее движении, образуют зам-

кнутую поверхность, к которой мы приложим формулу (21) Гаусса. Пользуясь еще формулой (27) Стокса, мы получаем

$$\frac{d}{dt} \int \mathcal{A}_n dS = \int \left\{ \frac{\partial \mathcal{A}_n}{\partial t} + v_n \operatorname{div} \mathcal{A} + \operatorname{curl}_n [\mathcal{A}, v] \right\} dS \dots (36)$$

В. Определение вектора по данным div и curl . Можно строго доказать, что вектор \mathcal{A} вполне определяется следующими условиями: 1) дано $\operatorname{div} \mathcal{A}$ во всем бесконечном пространстве; 2) дано $\operatorname{curl} \mathcal{A}$ также во всем пространстве; 3) в бесконечно удаленных точках M вектор \mathcal{A} бесконечно мал по крайней мере порядка $1:r^2$, где r расстояние точки M от произвольной точки, не весьма удаленной, напр., от начала координат. Третьему условию удовлетворяют электрические и магнитные силы, с которыми нам приходится встречаться. Третьего условия мы в дальнейшем вовсе указывать не будем, полагая, что оно во всех случаях удовлетворено. Разберем сперва две частные задачи, а затем и общую.

I. Задача: Требуется найти потенциальный вектор \mathcal{A} , для которого $\operatorname{div} \mathcal{A} = m$ дано. Так как вектор потенциальный, то мы имеем

$$\operatorname{div} \mathcal{A} = m \dots (37)$$

$$\operatorname{curl} \mathcal{A} = 0 \dots (38)$$

След. вектор \mathcal{A} вполне определен (третье условие мы считаем всегда удовлетворенным). Потенциальный вектор можно рассматривать, как градиент некоторого скаляра, который обозначим через U ; итак

$$\mathcal{A} = \operatorname{grad} U \dots (39)$$

Формулы (19) и (37) дают

$$\Delta U = m \dots (39, a)$$

Мы знаем, что потенциал V масс, объемная плотность которых ρ , удовлетворяет уравнению $\Delta V = -4\pi\rho$, причем

$$V = \int \frac{\rho dv}{r} \dots (39, b)$$

Здесь dv элемент объема, координаты которого обозначим через x', y', z' ; далее r есть расстояние от dv до той точки x, y, z , к которой относится значение V ; ρ есть функция от x', y', z' , между тем как r содержит все шесть координат. Интеграл распространен на все пространство, в котором ρ не равно нулю. Полагая $m = -4\pi\rho$, т. е. $\rho = -m:4\pi$, мы находим

$$U = - \int \frac{m dv}{4\pi r} \dots (39, c)$$

Величина U называется скалярным потенциалом. Обозначив через $\operatorname{div}' \mathcal{A}$ значение, относящееся к точке x', y', z' , в которой находится

dv , мы получаем на основании (39) и (37)

$$\mathfrak{A} = -\text{grad} \int \frac{div' \mathfrak{A} dv}{4\pi r} \dots \dots \dots (40)$$

II. Задача: Требуется найти соленоидальный вектор \mathfrak{A} , для которого $\text{curl} \mathfrak{A} = \mathfrak{B}$ дано. Так как вектор соленоидальный, то мы имеем

$$\text{curl} \mathfrak{A} = \mathfrak{B} \dots \dots \dots (41)$$

$$\text{div} \mathfrak{A} = 0 \dots \dots \dots (42)$$

след. вектор \mathfrak{A} , вполне определен. Введем новый вектор \mathfrak{C} , положив

$$\mathfrak{A} = \text{curl} \mathfrak{C} \dots \dots \dots (42, a)$$

Этим удовлетворено условие (42), на основании формулы (25). Вектор \mathfrak{C} не определяется равенством (42, a), ибо если вектор \mathfrak{C} удовлетворяет равенству (42, a), то и всякий вектор $\mathfrak{C} + \mathfrak{D}$, где \mathfrak{D} потенциальный вектор, т. е. градиент какого либо скаляра V , также удовлетворяет равенству (42, a), ибо $\text{curl grad } V = 0$, см. (24). Это дает нам возможность подвергнуть \mathfrak{C} добавочному условию. Вставляя (42, a) в (41), мы находим,

$$\text{curl curl} \mathfrak{C} = \mathfrak{B}$$

или, см. (31)

$$\text{grad div} \mathfrak{C} - \Delta \mathfrak{C} = \mathfrak{B} \dots \dots \dots (42, b)$$

Введем добавочное условие

$$\text{div} \mathfrak{C} = 0 \dots \dots \dots (42, c)$$

Тогда остается

$$\Delta \mathfrak{C} = -\mathfrak{B} \dots \dots \dots (43)$$

Разлагая оба вектора, мы находим

$$\Delta \mathfrak{C}_x = -\mathfrak{B}_x, \quad \Delta \mathfrak{C}_y = -\mathfrak{B}_y, \quad \Delta \mathfrak{C}_z = -\mathfrak{B}_z \dots \dots (43, a)$$

Эти уравнения вполне аналогичны уравнению, которому удовлетворяет величина (39, b), где $4\pi q$ заменено величинами $\mathfrak{C}_x, \mathfrak{C}_y, \mathfrak{C}_z$;

$$\mathfrak{C}_x = \int \frac{\mathfrak{B}_x dv}{4\pi r}, \quad \mathfrak{C}_y = \int \frac{\mathfrak{B}_y dv}{4\pi r}, \quad \mathfrak{C}_z = \int \frac{\mathfrak{B}_z dv}{4\pi r} \dots \dots (43, b)$$

Наконец, мы для $\mathfrak{C} = \mathfrak{C}_x + \mathfrak{C}_y + \mathfrak{C}_z$ находим

$$\mathfrak{C} = \int \frac{\mathfrak{B} dv}{4\pi r} \dots \dots \dots (44)$$

где сложение, выраженное интегралом, есть сложение векториальное. Величина \mathfrak{C} называется вектор-потенциалом. Не останавливаясь на доказательстве, что (44) действительно удовлетворяет допущенному нами условию (42, c), и что, следовательно, (44) и есть исконое решение уравнения (42, b). Вводя опять координаты x', y', z' для элемента dv и обозначение curl' для этой точки, мы находим на основании

(42,a) и (41)

$$\mathcal{A} = \text{curl} \int \frac{\text{curl}' \mathcal{A}}{4\pi r} dv \dots \dots \dots (45)$$

Решив два частных случая, переходим к общей задаче.

III. Задача: Требуется найти вектор \mathcal{A} , для которого даны:

$$\text{div} \mathcal{A} = m \dots \dots \dots (46)$$

$$\text{curl} \mathcal{A} = \mathcal{B} \dots \dots \dots (47)$$

Положим

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 \dots \dots \dots (48)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \text{div} \mathcal{A}_1 = m, \quad \text{curl} \mathcal{A}_1 = 0 \\ \text{div} \mathcal{A}_2 = 0, \quad \text{curl} \mathcal{A}_2 = \mathcal{B} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (49)$$

Ясно, что \mathcal{A}_1 есть вектор потенциальный, а \mathcal{A}_2 — соленоидальный; отсюда следует, что во всяком векториальном поле можно вектор разложить на два вектора, из которых один потенциальный, другой же — соленоидальный. Формулы (40) и (45) дают нам векторы \mathcal{A}_1 и \mathcal{A}_2 , и потому имеем

$$\mathcal{A} = -\text{grad} \int \frac{m dv}{4\pi r} + \text{curl} \int \frac{\mathcal{B} dv}{4\pi r} \dots \dots \dots (50)$$

так как $\text{div} \mathcal{A}_1 = \text{div} \mathcal{A}$ и $\text{curl} \mathcal{A}_2 = \text{curl} \mathcal{A}$. Иначе:

$$\mathcal{A} = -\text{grad} \int \frac{\text{div}' \mathcal{A} dv}{4\pi r} + \text{curl} \int \frac{\text{curl}' \mathcal{A} dv}{4\pi r} \dots \dots \dots (51)$$

Таким образом искомый вектор \mathcal{A} равняется векториальной сумме градиента некоторого скалярного потенциала и вихря некоторого вектор-потенциала.

В заключение нашего разбора элементарных основ векториального анализа скажем несколько слов о случае, когда у заданной поверхности S происходит разрыв вектора \mathcal{A} . Положим сперва, что нормальная слагаемая \mathcal{A}_n имеет с двух сторон от поверхности S в точках M' и M'' различные значения \mathcal{A}_n' и \mathcal{A}_n'' . В этом случае $\text{div} \mathcal{A}$ бесконечно велико в точках поверхности S , но $h \text{div} \mathcal{A}$ остается величиною конечною, если h бесконечно малое расстояние точек M' и M'' . Если же тангенциальная слагаемая \mathcal{A}_t имеет в точках M' и M'' различные значения \mathcal{A}_t' и \mathcal{A}_t'' , то бесконечно большим оказывается $\text{curl}_s \mathcal{A}$, где s тангенциальное к S направление, перпендикулярное к направлению t ; величина $h \text{curl}_s \mathcal{A}$ остается конечною, когда M' и M'' бесконечно приближаются к поверхности S . Доказательства сказанного читателю найдут в указанных ниже сочинениях, которые дают несравненно более глубокое и обширное знакомство с векториальным анализом, чем те немногие страницы, которые мы могли ему посвятить в учебнике физики.

§ 4. Предварительная заметка о радиоактивных явлениях. Мы ниже посвятим радиоактивным явлениям особую главу; но некоторые основные сведения об этих явлениях нам понадобятся раньше, а потому мы их

здесь изложим, не входя ни в какие подробности, и ограничиваясь простым перечнем немногих фактов и указанием на основу современных взглядов на сущность радиоактивных явлений. Эти факты и взгляды находятся в весьма тесной связи с учением об электронах, которое уже было нами вкратце характеризованно в начале первой половины этого тома. Добавим здесь некоторые подробности.

Электрон представляет из себя как бы атом, т. е. мельчайшую, по-видимому, неделимую частицу отрицательного электричества. Его заряд близок к

$$e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ C. G. S. эл.-стат.} \dots \dots \dots (52)$$

единицам количества электричества, что составляет $1,6 \cdot 10^{-19}$ кулона.

О положительном электричестве, как самостоятельном субстрате, мы ясных сведений не имеем. В тех случаях, когда мы имеем дело с положительною электризацией, можно всегда допустить, что она заключается в потере одного или нескольких отрицательных электронов. Материальный атом несомненно содержит некоторое число электронов; существует гипотеза, что их внешнее влияние компенсируется влиянием ядра атома, состоящего из положительного электричества, около или внутри которого движутся электроны. Если внутри тела находятся свободные электроны, или если к его атомам присоединились электроны сверх тех, которые в нем находятся в его нейтральном состоянии, то тело представляется нам наэлектризованным отрицательно; если же атомы потеряли один или несколько электронов, то тело обнаруживает те свойства, которые мы соединяем с понятием о положительной электризации. Свободные „положительные электроны“ до сих пор (1912) еще не были с достоверностью обнаружены.

Если через трубку, в которой находятся два металлических электрода, и в которой заключен чрезвычайно разреженный газ, пропускать электрический ток высокого напряжения, то из катода выходит прямолинейный поток электронов, составляющий т. наз. катодные лучи, которые, как мы видим, могут быть получены и иными путями, напр., освещением ультрафиолетовыми лучами поверхности металлов, помещенных в пустоте. Скорость катодных лучей зависит от условий их возникновения и колеблется от $0,025c$ до $0,3c$ и больше, где c скорость света. Лучи медленные (их называют мягкими) сильнее отклоняются магнитным полем, чем лучи быстрые (твердые). При ударе катодных лучей о поверхность твердого тела образуются лучи Рентгена, которые вовсе не отклоняются магнитным полем.

В той трубке, в которой образуются катодные лучи, могут, при определенных условиях, возникнуть другого рода лучи — каналовые или закатодные. Они представляют потоки материальных частиц, наэлектризованных положительно. Эти лучи гораздо слабее отклоняются магнитным полем, чем лучи катодные.

Переходим к явлениям радиоактивным. До открытия этих явлений считали атомы материи за однородные тела, которые остаются неиз-

менными при всех физических и химических явлениях. В конце истекшего столетия были однако, открыты элементы, атомы которых подвергаются самопроизвольному распаду, что и привело к учению о весьма сложном внутреннем строении атома. Такие элементы называются радиоактивными. К ним принадлежат, из давно известных элементов, уран и торий; из вновь открытых — радий, полоний, актиний и еще большое число других веществ, из которых немногие будут указаны ниже. Явления, которые обнаруживаются радиоактивными телами, с особенною резкостью наблюдаются на соединениях радия, что и привело к ныне употребляемой номенклатуре. Заметим уже теперь, что все химические соединения радиоактивного элемента, обладают одинаковыми по качеству и по интенсивности радиоактивными свойствами, которые зависят, следовательно, только от количества этого элемента в данном соединении. Радиоактивные вещества обнаруживают ряд явлений, на которые мы вкратце укажем.

Воздух и другие газы, окружающие радиоактивные вещества подвергаются ионизации, т. е. в них появляются свободные положительные и отрицательные ионы, вследствие чего эти газы делаются как бы проводниками электричества. Если поднести радиоактивное вещество к наэлектризованному телу, напр. электроскопу, то оно быстро теряет свой заряд.

Радиоактивные вещества действуют на светочувствительные (фотографические) пластинки. Далее они вызывают свечение флуоресцирующих тел. Оба эти действия, во многих случаях, обнаруживаются и в том случае, когда между радиоактивным веществом и светочувствительным или флуоресцирующим телом поместить слой бумаги, дерева и т. д., и также металлические пластинки, толщина которых не превышает определенных для каждого частного случая размеров.

Наиболее существенным явлением следует, однако, признать испускание радиоактивными телами разного рода лучей и в нем заключается причина появления ионизации, флуоресценции и фотографического действия. Отличают, прежде всего, четыре рода лучей, которые называют α -, β -, γ - и δ -лучами. Радий испускает все четыре рода лучей; большинство других радиоактивных веществ испускают лишь один или два из этих лучей. Впрочем и радий, повидимому, испускает только α и β лучи; лучи же γ и δ суть вторичные лучи, вызываемые лучами α и β , подобно тому, как лучи Рентгена вызываются лучами катодными.

Лучи α представляют поток атомов гелия, из которых каждый несет заряд положительного электричества, по абсолютной величине равный $2e$, см. (52); это можно понимать в том смысле, что каждый атом лишен двух отрицательных электронов. Атомный вес гелия 4. По своему характеру α -лучи напоминают каналовые лучи, но их скорость, равная $\frac{c}{30}$ до $\frac{c}{15}$, где c скорость света, значительно превышает обычную скорость каналовых лучей. Газы и твердые тела сильно поглощают α -лучи. Стекло

и слюда толщиной в 0,1 мм. почти их не пропускают; пластинка *Al* толщиной в 0,0034 мм. уже поглощает примерно половину этих лучей. Их фотографическое действие незначительно; ионизирующее же их влияние весьма сильно. Магнитное и электрическое поля сравнительно слабо их отклоняют и притом в сторону, соответствующую отклонению потока положительного электричества.

Лучи β состоят из потока свободных электронов и, след., вполне подобны катодным лучам. Однако, их скорость громадна: от 0,5 с до 0,97 с, т. е. она иногда почти достигает скорости света. Они проходят через слой воздуха в 30 см., через слюду и т. д.; слой в 0,5 мм. *Al* пропускает около 50 % этих лучей. Магнитное поле отклоняет их сильнее, чем α -лучи, и притом, понятно, в противоположную сторону. Они вызывают слабую ионизацию, весьма сильную флуоресценцию и также интенсивное фотографическое действие.

Лучи γ , по своим свойствам, весьма похожи на лучи Рентгена, но они обладают большою способностью проникать через разные тела. Они проходят через слой *Pb* или *Fe* в несколько сантиметров толщины, и через слой 70 мм. *Al*. Они дают сильную флуоресценцию, но слабую ионизацию и слабое фотографическое действие. Весьма возможно, что они вызываются β -лучами, исходящими от частиц, лежащих внутри радиоактивного вещества, на некотором расстоянии от его поверхности. Магнитное и электрическое поля не производят заметного действия на γ -лучи.

Лучи δ отличаются от β -лучей только меньшею скоростью, равной, примерно 0,01 с. Они соответствуют весьма мягким катодным лучам; магнитным полем они чрезвычайно сильно отклоняются. Возможно, что и δ -лучи суть лучи вторичные, вызываемые α -лучами.

Испускание лучей сопровождается, как уже было сказано, распад атомов радиоактивного вещества. Быстрота распада не зависит от рода химического соединения, в которое входит радиоактивный элемент; она не зависит и от физических условий, напр., от температуры. Когда радиоактивный элемент испускает лучи α , т. е. атомы гелия, то из него образуется новое вещество, атомный вес которого меньше его атомного веса на 4 ($He = 4$). Атомный вес радия 226,4; при испускании α -лучей радий обращается в тело, называемое эманацией радия. Это — газообразное вещество, которое обладает всеми свойствами газа. Оно следует закону Бойль-Мариотта и ожидается при -150° . Ramsay и Gray (1911) определили вес 0,0730 куб. мм. этого газа на весах, на которых можно было заметить изменение веса в $3 \cdot 10^{-6}$ гр. (при изменении упругости воздуха на 0,1 мм. ртутного столба); он оказался равным $710 \cdot 10^{-6}$ гр., откуда атомный вес „нитона“, т. е. эманации радия, оказался равным 223, что весьма близко к разности атомных весов радия (226,4) и гелия (4). Эманация радия также испускает α -лучи, превращаясь в новое вещество „радий А“. Время, в течение которого половина наличного количества радиоактивного вещества подвергается распаду, обозначим через *T*. Для радия $T = 1900$ лет, для эманации радия $T = 3,8$ дня, для радия А время $T = 3$ мин. Далее образуются радий В ($T = 26,7$ мин.), радий С ($T = 19,5$ мин.),

радий D ($T = 40$ лет), радий E ($T = 5,6$ дней); вероятно, существуют E_1 и E_2 и радий F (полоний, $T = 143$ дня). Радий B и радий E испускают только β -лучи, радий C — α , β и γ -лучи.

Родоначальником радия и его потомков служит, вероятно, уран (T порядка 10^9 лет), из которого образуется уран X ($T = 22$ дням), затем ионий и, наконец, радий.

Подобные же „поколения“ радиоактивных веществ дают торий и актиний; для газообразных эманаций: тория $T = 54$ сек., актиния — $T = 3,9$ сек.

Распад радиоактивных веществ сопровождается выделением огромного количества тепловой энергии, вследствие чего температура таких веществ всегда выше температуры окружающей среды. Один грамм-атом (226,4 гр.) радия выделил бы при полном его распаде $142 \cdot 10^6$ больших калорий.

Весьма возможно, что все вещества радиоактивны; но распад их атомов происходит весьма медленно, т. е. время T для них колоссально даже в сравнении с временем T для урана.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 2.

- П. О. Сомов.* Векториальный анализ и его приложения. Спб. 1907.
Ganz. Einführung in die Vektoranalysis. Leipzig, 1905.
Ignatowski. Die Vektoranalysis und ihre Anwendung, 2 части (Mathem. Physikal. Schriften, herausgeg. von E. Jahnke Nr. 6), Leipzig, 1909 и 1910.
Valentinov. Vektoranalysis (Sammlung Göschen Nr. 354), Leipzig, 1907.
Burali-Forti et Marcolongo, перевод *Lattès*, Elements de calcul vectoriel и т. д., Paris, Hermann et fils, 1910.
Bucherer. Elemente der Vektoranalysis, 2-е изд., Leipzig, 1905.
Gibbs-Wilson. Vectoranalysis, New-York и London, 1907.
Jahnke. Vorles. über die Vektorenrechnung, Leipzig, 1905.
Coffin. Vectoranalysis, 2-ое изд. London, 1911.
 Специальные статьи по векториальному анализу находятся в следующих сочинениях:
В. Иенатовский. Решение некоторых вопросов электростатики и электродинамики при помощи учения о векторах (литографир.), Спб. 1902.
H. A. Lorentz. Versuch einer Theorie и т. д., Leiden, 1895 p. 9—13.
Abraham u. Föppl. Theorie der Elektrizität, т. I, Leipzig, 2-ое изд., 1904, p. 4—122.
H. A. Lorentz. Maxwells elektromagnetische Theorie. Enzyklop. der mathemath. Wissenschaften, т. V, 2, Leipzig, 1904, p. 67—78.
Voigt. Kristallphysik, Leipzig, 1910, p. 122—155.

ГЛАВА ВТОРАЯ*).

Индукция.

§ 1. Явление индукции. Представим себе некоторый проволочный контур, помещенный в магнитное поле. Если по каким бы то ни было

*) Эту главу составил проф. А. А. Добшап.

причинам станет меняться число линий магнитной индукции, пронизывающих данный контур, то в этом контуре возникает ток. Ток этот носит название индуктированного. Он прекращается, как только прекращается вызвавшая его причина, т. е., когда останавливается дальнейшее изменение числа пронизывающих контур линий магнитной индукции.

Явление это открыто Фарадеем в 1831 г. В своих исканиях Фарадей руководствовался следующим соображением: электрический заряд вызывает в соседних проводах появление индуктированных зарядов. Так как электрический ток есть течение электрических зарядов, то текущий заряд должен увлекать индуктированные им заряды в соседних проводах (гальваническая или вольтаическая индукция).

Попытки наблюдать подобный длительный ток в проводах, помещенных по соседству с проводами, обтекаемыми током, не увенчались успехом. Однако, Фарадею удалось подметить появление кратковременного тока в проводе, вблизи которого помещается провод, обтекаемый изменяющимся по своей силе током.

Этот первый опыт был выполнен следующим образом. На деревянный цилиндр были наложены рядом 2 взаимно изолированные проволочные обмотки. Одна из них присоединялась к батарее, другая соединялась с гальванометром. В момент включения или выключения тока в первой

Рис. 90.

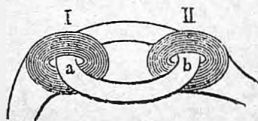
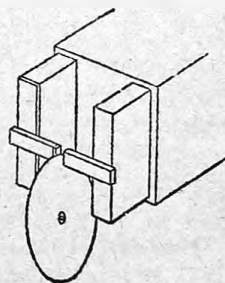


Рис. 91.



обмотке — гальванометр, присоединенный ко второй обмотке, давал кратковременные отбросы.

Явление значительно усилилось, когда обмотки были наложены не на деревянный цилиндр, но на кольцо из мягкого железа (рис. 90). Это заставило Фарадея предположить магнитную природу явления, и, действительно, в дальнейших опытах ему удалось доказать, что в катушке возникает индукционный ток всякий раз, когда меняется число пронизывающих ее линий сил независимо от того, были ли эти линии созданы током или каким-нибудь иным путем (электромагнитная индукция).

Фарадей, признававший реальное существование линий магнитной индукции, полагал, что явление индукции возникает в момент пересечения проводом магнитной линии. Рис. 91 показывает соответственный опыт Фарадея. Между полюсами магнита, в плоскости, перпендикулярной к линии соединения полюсов, вращается медный диск. Своей верхней

частью во время вращения он пересекает линии магнитной индукции. При этом в нем возникает электродвижущая сила (см. часть I, гл. III, § 1), направление которой, как увидим впоследствии, совпадает с направлением радиуса. В зависимости от направления вращения, эта электродвижущая сила направлена либо от центра к окружности, либо наоборот. Две проволоки, касающиеся вращающегося диска при помощи 2-х скользящих контактов на оси и в верхней точке — отводят индуктированный ток к гальванометру. Этот замечательный прибор является прототипом современных динамо-машин.

Однако, относительно интерпретации этого опыта следует повторить сказанное в части II, гл. III, § 9. Разомкнутые токи наблюдению не подлежат. Действительно, всякий ток является током замкнутым. Это достаточно ясно по отношению к постоянным токам, о которых речь была в части II. Но и те кратковременные токи, которые мы наблюдаем в явлениях индукции, должны быть токами замкнутыми. Это составляет одно из основных положений теории Махwell'a, как мы увидим в следующей главе. Даже в тех случаях, когда короткий электрический импульс распространяется вдоль по разомкнутому проводу, в окружающем пространстве возникают особые „токи смещения,“ равносильные обыкновенным токам и дополняющие данный импульс до полного, замкнутого тока. Так, например, когда соединяют при помощи проволоки обкладки заряженной лейденской банки, то в соединительной проволоке течет обыкновенный ток проводимости, банка разряжается, и ослабевает то электростатическое натяжение, которое существовало в изолирующем слое банки. Этот процесс ослабления натяжений и является „током смещения,“ дополняющим ток проводимости до полного замкнутого тока. В силу этого мы не можем наблюдать незамкнутого тока, а потому интерпретации, подобные вышеуказанной, проверке не подлежат. Тем не менее, исходя из представлений Фарадея, мы приходим к верным интегральным законам, а потому и будем ими часто пользоваться в дальнейшем.

Опыты, произведенные с проволочными гибкими контурами, части которых могли перемещаться в магнитном поле, показали, что всякий раз тогда (но и только тогда), когда провод пересекал магнитные линии, в нем возникал индукционный ток. Когда же провод этот перемещался в магнитном поле параллельно линиям, то индукционный ток не возникал. Вследствие этого при движении провода в магнитном поле, когда направление перемещения составляет некоторый произвольный угол с направлением поля — значение имеет только составляющая движения, перпендикулярная к направлению поля. Сила индукционного тока пропорциональна числу пересеченных в 1 сек. магнитных линий. Так в опыте, описанном выше, см. рис. 91, сила получаемого тока пропорциональна скорости вращения диска.

§ 2. Правила, определяющие направление электродвижущей силы индукции. Итак, электродвижущая сила возникает в проводе, пересекающем линии магнитной индукции. Три направления (рис. 92) — магнитное поле, движение и электродвижущая сила — должны быть взаимно перпен-

дикулярны, как оси прямоугольной координатной системы. Из большого числа мнемонических правил для запоминания направления электродвижущей силы упомянем правило правой руки, соответствующее правилу левой руки, см. часть II, гл. III, § 8. Оно гласит: если большой, указательный и средний пальцы правой руки расположить под прямыми углами друг к другу, и если указательный палец имеет направление магнитного поля, большой палец покажет направление электродвижущей силы. Рис. 92 изображает соответственное расположение векторов. Точки изображают следы магнитных линий, направленных перпендикулярно к плоскости рисунка к читателю; поперек поля слева направо движется провод; при этом в нем возникает электродвижущая сила сверху вниз. Заметим, что вектор, изображающий собою векториальное произведение двух векторов $\mathcal{E} = [\mathcal{V}\mathcal{B}]$, будет совпадать по направлению с электродвижущей силой индукции, если \mathcal{V} совместить с направлением движения, а \mathcal{B} с направлением магнитного поля. Обозначая электродвижущую силу через \mathcal{E} , скорость движения через v и магнитный поток через \mathcal{B} , мы видим, что электродвижущая сила определится формулой

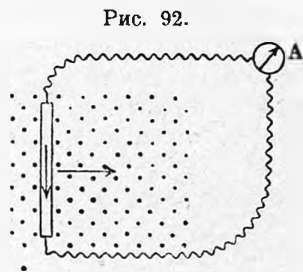


Рис. 92.

$$\mathcal{E} = [v, \mathcal{B}] = -[\mathcal{B}, v].$$

Аналогично сказанному в части II, гл. III, § 8, мы и здесь можем высказать другое правило, определяющее направление индукции в замкнутом контуре.

Рассматривая рис. 92, мы видим, что, при движении отрезка вправо, число магнитных линий, охватываемых контуром, уменьшается. Наоборот, при движении отрезка влево, число пронизывающих контур линий будет увеличиваться, но вместе с тем переменится и направление электродвижущей силы. Если неизменяемый замкнутый контур переносится параллельно самому себе в равномерном магнитном поле, то не происходит изменения числа пронизывающих контур линий; вместе с тем в таком контуре не возникает электродвижущей силы, так как электродвижущая сила, индуктированная в одной половине контура, будет компенсироваться электродвижущей силой второй половины.

Иначе обстоит дело, если контур движется в неравномерном поле. Тогда возможно, что одна часть контура будет двигаться в более густой или иначе направленной части поля, чем другая, и в таком случае останется некоторая некомпенсированная электродвижущая сила, но вместе с тем будет меняться и число пронизывающих контур линий магнитной индукции.

Применяя правило правой руки ко всем таким случаям, мы получаем правило: в замкнутом контуре появляется электродвижущая

сила, если меняется число пронизывающих его магнитных линий. Электродвижущая сила направлена в одну сторону при возрастании числа магнитных линий, и в противоположную сторону при их уменьшении.

Изменение числа магнитных линий может происходить не только вследствие движения контура, но и вследствие изменения в состоянии магнитного поля. И в этом случае в замкнутом контуре появится электродвижущая сила, направление которой зависит от того, увеличивается или уменьшается напряжение магнитного поля. Представим себе, напр., что на рис. 92 контур неподвижен, но магнитный поток внутри контура растет, перемещаясь слева направо.

Очевидно, при этом в контуре возникнет ток по направлению движения часовой стрелки, так как перемещению поля слева направо эквивалентно перемещение провода справа налево. Наоборот, при движении поля справа налево, что будет сопровождаться уменьшением числа пронизывающих контур линий, получится электродвижущая сила против часовой стрелки. Легко получить такое общее правило: если линии сил направлены к наблюдателю, то он увидит электродвижущую силу действующую по часовой стрелке при возрастании поля (положительная производная по времени); наоборот, в случае убывания поля (отрицательная производная), направление электродвижущей силы будет против часовой стрелки.

Так как электродвижущая сила действует в однородном замкнутом контуре, т. е. ее интеграл по замкнутой кривой не равен нулю, то она представляет собою „вихрь“ (curl), см. гл. I. Следовательно, она связана с производной от вектора магнитного поля по времени формулой $\text{curl } \mathcal{E} = -\frac{d\mathcal{B}}{dt}$, где \mathcal{E} есть электродвижущая сила, а \mathcal{B} магнитная индукция.

§ 3. Величина электродвижущей силы индукции. Направление, равно как и величина электродвижущей силы, могут быть выведены из теоретических соображений. Ленц в 1834 г. первый указал на закономерность реакции между индуктированным током и индуктирующим полем. Правило Ленца относится к случаю провода, движущегося в магнитном поле и гласит: „Если металлический проводник перемещается вблизи тока или магнита, то в нем возникает гальванический ток. Направление этого (возбужденного) тока таково, что покоящийся провод пришел бы от него в движение, прямо противоположное действительному перемещению. Предполагается, что провод может двигаться только в направлении действительного движения или в прямо противоположном направлении.“ Впоследствии F. Neumann и другие дали более краткие формулировки этого закона Ленца. В 1847 г. Helmholtz впервые теоретически обосновал явление индукции.

Представим себе, что некоторая замкнутая цепь, состоящая из гальванического элемента с электродвижущей силой E и из сопротивления w ,

перемещается в магнитном поле постоянных магнитов. При этом совершается некоторая работа dR против реакции тока и поля, и в проводе выделяется джоулево тепло. Последнее равно $J^2 w dt$, ср. часть II, гл. IV, где J есть сила тока. Механическая работа, совершенная за промежуток времени dt равна, см. часть II, гл. III, § 8, формула (68), $dR = J \frac{dN}{dt} dt$, где N есть число линий магнитной индукции, проходящих сквозь контур тока от южной его стороны к северной. Эти энергии должны быть покрыты либо энергией, выделяемой элементом за время dt , каковая энергия равна $EJ dt$, либо изменением потенциальной энергии тока относительно магнитов. Однако, последняя энергия, как было упомянуто в части II, гл. VII, § 3, равна нулю. Следовательно, остается равенство

$$EJ dt = J^2 w dt + J \frac{dN}{dt} dt;$$

сокращая на $J dt$, имеем

$$Jw = E - \frac{dN}{dt} \dots \dots \dots (4)$$

т. е. в цепи, перемещающейся в магнитном поле, кроме извне-приложенной электродвижущей силы E , появляется дополнительная электродвижущая сила, равная $-\frac{dN}{dt}$.

Из этой формулы получается, что, при отсутствии извне-приложенных электродвижущих сил, электродвижущая сила индукции e по величине равна

$$e = wJ = -\frac{dN}{dt} \dots \dots \dots (2)$$

Выражая поток индукции в абсолютных электромагнитных единицах (часть II, гл. II, § 6), мы получаем e в абсолютных электромагнитных единицах. Так как 1 вольт равен 10^8 абс. эл. м. ед. (часть II, гл. III, § 3), то в практических единицах

$$e = -10^{-8} \frac{dN}{dt},$$

где N выражено в абс. единицах. Заметим, что $N = j \mu \oint d\sigma$, где \oint напряжение поля, μ магнитная проницаемость, а $d\sigma$ элемент площади контура. Практическая единица напряжения, так называемый „гаусс“, равна абсолютной. Поэтому \oint мы можем выражать в „гауссах“ (не смешивать с гауссовой системой единиц, о которой была речь в части II, гл. II, § 6).

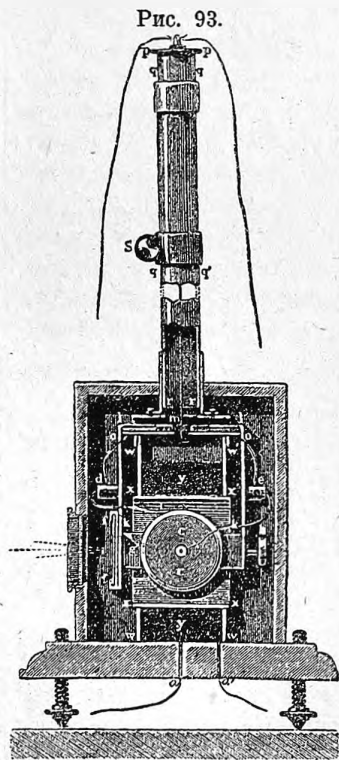
§ 4. Опытная проверка законов индукции. Так как явления индукции очень кратковременны, то оказывается затруднительным следить за изменением электродвижущих сил. Гораздо лучше поддается наблюдению полное количество электричества q , протекшее по цепи за промежуток времени $t_2 - t_1$, в течение которого продолжалось явление индукции. Это количество равно $\int_{t_1}^{t_2} i dt$, где i есть сила создаваемого ин-

дукцией тока. Так как этот последний равен $i = -\frac{1}{w} \frac{dN}{dt}$, то

$$q = -\int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{w} \cdot \frac{dN}{dt} dt = -\frac{N_2 - N_1}{w} \dots \dots \dots (3)$$

где $N_2 - N_1$ есть изменение полного потока индукции сквозь контур за время $t_2 - t_1$.

Результаты Фарадея подтвердил и расширил тщательными опытами Э. Ленц. Он пропускал индукционный ток через баллистический гальванометр. Количество электричества, протекшего (в весьма короткий срок) сквозь такой гальванометр, пропорционально $\text{Sin } \frac{\alpha}{2}$, где α есть угол откло-



нения стрелки гальванометра (часть II, гл. XI, § 3, форм. [32, d]). Ленц показал, что: 1) количество электричества, возникающее в индуктируемой катушке, при прочих равных условиях, пропорционально числу оборотов проволоки в такой катушке; 2) количество электричества не изменяется с изменением размеров катушки, если в катушки разных размеров, но одинакового числа оборотов и сопротивления, вставлять одинаковые магниты (одинаковое w и $N_2 - N_1$); 3) количество электричества не зависит от материала катушки, если сопротивления различных катушек одинаковы.

Особенно тщательно исследовал явления индукции W. Weber. Для этой цели он воспользовался электродинамометром следующего устройства (ч. II, гл. VII, § 6). Внутри катушки yy , изображенной на рис. 93 в разрезе, помещена другая, подвижная катушка ss , плоскость оборотов которой перпендикулярна к плоскости оборотов катушки yy . Внутренняя катушка ss скреплена с особой подвижной рамой, свободно охватывающей катушку yy . К двум взаимно изолированным зажимам на этой раме d и e подведены концы обмотки ss ; вся рама висит на двух изолированных металлических нитях, металлически соединенных с зажимами e и d . Приведенная в колебание вокруг вертикальной оси, внутренняя катушка успокаивается благодаря сопротивлению воздуха и трению подвеса. Колебания эти наблюдаются через окошко, по зеркалу ff . Логарифмический декремент затуханий катушки был $\lambda = 0,002541$ (часть II, гл. II, § 9). Весь прибор помещался так, что магнитный меридиан шел по оси подвижной катушки (перпендикулярно к плоскости чертежа). Затем вблизи прибора располагалось несколько (4) магнитов, обращенных

своими полюсами в одну сторону (восток-запад). Теперь вторично наблюдалось затухание колебаний катушки *сс* при сомкнутых накоротко концах бифилярного подвеса; при этом в катушке циркулировали индукционные токи, реакция которых с внешним магнитным полем влияла задерживающим образом на амплитуду колебания, не изменяя его периода; новый логарифмический декремент равнялся 0,002638. Разница, равная 0,000097, определяла величину реакции. Затем магниты были удалены, и по катушке *уу*, магнитное поле которой направлено также по линии восток-запад, пропускался ток. Наблюдая уменьшение амплитуд колебаний в случаях разомкнутой и коротко замкнутой подвижной катушки, Weber получил для логарифмических декрементов числа 0,002796 и 0,005423. Разница, равная 0,002627, определяла величину реакции. Отношение реакций в этих двух опытах было $= \frac{0,002627}{0,000097} = 27,1$.

Затем по подвижной катушке *сс* пропускался слабый ток, и наблюдались те отклонения, какие испытывала катушка *сс* в поле магнитов и в поле катушки *уу*. Эти отклонения были равны 19,1 и 101,9. Их отношение являлось мерой относительной напряженности магнитных полей магнитов и катушки *уу*. Если принять, что сила индукционного тока пропорциональна напряженности индуктирующего поля, и вспомнить, что величина электромагнитной реакции пропорциональна произведению из напряженности поля на силу тока, то величины реакции в 2-х опытах должны относиться, как квадраты напряженностей полей, т. е. как $\left(\frac{101,9}{19,1}\right)^2$, что дает 28,5. Это число удовлетворительно совпадает с числом 27,1, что и подтверждает сделанное допущение.

§ 5. Теории F. Neumann'a и W. Weber'a. Первую математическую теорию явлений индукции, создаваемой токами, дал F. Neumann, основываясь на следующих уже высказанных нами опытных данных: 1) Индукционный ток возникает всякий раз, когда изменяется „виртуальное“ действие индуктирующего тока на провод, т. е. когда изменяется электродинамическое действие, которое испытал бы индуктируемый провод от индуктирующего, если бы сила тока в первом равнялась единице. 2) Индуктированная электродвижущая сила не зависит от материала проводника. 3) При прочих равных условиях электродвижущая сила индукции пропорциональна скорости перемещения индуктируемого проводника. 4) Проекция электродинамического взаимодействия между индуктирующим и индуктированным током на направление перемещения имеет всегда отрицательное значение (правило Ленца). 5) При прочих равных условиях сила индуктированного тока пропорциональна силе тока индуктирующего. При вычислении Neumann опирается на электродинамический закон Ампера (часть II, гл. VII, § 5), вследствие чего за теорией этой остается ныне лишь историческое значение. Основное рассуждение такое. Обозначая через *R* электродинамическое действие, оказываемое индуктирующим током на единицу длины индуктируемого провода в том случае, когда в этом последнем сила тока равна 1, мы получаем для действия на элемент *ds* выражение $JRds$, где *J* есть сила ин-

дуктированного тока. Полагая, что индуцируемый провод движется со скоростью v , образующей угол α с направлением электродинамической силы R , замечаем, что, согласно положению 3, сила индуцированного тока пропорциональна v , т. е. $J = vJ_1$, где J_1 есть множитель пропорциональности. Тогда полное выражение для электродинамической реакции на направление движения равно

$$J_1 v \int R \cos \alpha ds.$$

Так как, согласно положению 4, написанное выражение всегда должно быть отрицательным, каков бы ни был знак интеграла, то необходимо, чтобы знаки J_1 и $\int R \cos \alpha ds$ всегда были противоположны, а это ведет к требованию, чтобы J_1 было нечетною функцией от $\int R \cos \alpha ds$. Согласно положению 5, J пропорционально R ; следовательно, получается для J_1 выражение $J_1 = -K \int R \cos \alpha ds$, где K есть множитель пропорциональности, и, наконец,

$$J = -Kv \int R \cos \alpha ds$$

для электродвижущей силы E , отнесенной к единице длины, отсюда получается выражение

$$E = -\varepsilon v R \cos \alpha, \dots \dots \dots (4)$$

где ε есть коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц. Это выражение является исходным в теории Neumann'a. Для вычисления R он прилагает, как сказано, теорию Ампера, при чем вычисление опирается на выражение

$$W_{12} = -\frac{1}{2} J_1 J_2 \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2,$$

как уже было упомянуто в части II, гл. VII, § 5.

В истории установления теории индукции важную роль сыграла теория Weber'a. Weber дал формулу, которая должна была объединить Кулоновский закон взаимодействия покоящихся электрических масс с электродинамическими законами для зарядов, находящихся в движении. Согласно этой формуле (часть II, гл. VIII, § 5), два заряда η_1 и η_2 , действующие друг на друга на расстоянии r , меняющемся во времени, взаимно отталкиваются с силою

$$f = C \frac{\eta_1 \eta_2}{r^2} \left\{ 1 - a^2 \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + 2a^2 r \frac{d^2 r}{dt^2} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Когда расстояние r остается неизменным, формула (5) превращается в формулу Кулона. Понимая электродинамические воздействия, как взаимодействия самих зарядов (без рассмотрения процессов в промежуточной среде), Weber подобными же соображениями выводит из своего закона явления индукции. Рассматривается влияние покоящегося проводника, обтекаемого током, на другой проводник, меняющий свое расстояние от первого. Ток понимается, как совокупность движений положительного заряда e со скоростью c в одну сторону и отрицательного за-

ряда — e в противоположную сторону с такою же скоростью c . В индуктируемом проводнике предполагаются присутствующими первоначально покоящиеся в нем заряды $\pm e$, имеющие совместное с проводом движение. Вычисляя взаимодействие всех этих зарядов друг на друга, Weber получает разницу между силами, действующими на положительный и отрицательный заряд в движущемся проводе. Благодаря этому появляется „раз'единяющая сила“ (Scheidungskraft), которая играет роль электродвижущей силы индукции. Аналогично был разобран случай перемещения проводника вблизи магнита, отождествляемого с электромагнитом. Weber получил результаты, во многих отношениях сходные с результатами F. Neumann'a. Теория эта вызвала весьма обширную полемику. Особенно замечателен спор W. Weber'a и H. Helmholtz'a, во время которого был затронут ряд весьма важных принципиальных вопросов. Спор этот не закончился чем-либо определенным, так как появление Максвелловской теории отвлекло внимание от теории Weber'a, стоявшей на точке зрения дальнего действия.

В последнее время интерес к теории Weber'a вновь возродился, так как заложенные в ней атомистические взгляды на природу электричества стоят в известном соотношении к современной электронной теории. Эта последняя рассматривает возникновение индукционного тока в проводнике, пересекающем магнитное поле, как результат воздействия магнитного поля на электроны, находящиеся в проводнике, и совершающие совместное с ним движение. Действительно, представим себе провод, который вместе с покоящимися в нем электронами движется поперек магнитного поля. Принимая такой перемещающийся электрон за ток и прилагая к нему правило левой руки (часть II, гл. III, § 8), мы получим смещение электрона в проводе в сторону, предписываемую правилом правой руки. Подробнее вопрос этот изложен в главе, посвященной теории электронов.

§ 6. Самоиндукция. Во всяком проводе, который находится в меняющемся магнитном поле, возникает явление индукции, независимо от того, какими причинами было вызвано магнитное поле. Между прочим, причиною, вызывающею изменение окружающего поля, может служить изменение силы тока в самом изучаемом проводе. Явления индукции, вызываемые изменением самого исследуемого тока, носят название явлений самоиндукции. Предположим, что число линий индукции, пронизывающих контур, по которому идет ток J , равно N . Число это пропорционально силе тока J , т. е.

$$N = \mu LJ, \dots \dots \dots (6)$$

где μL есть коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом самоиндукции (часть II, гл. III, § 8), и $\mu =$ магнитная проницаемость среды. В дальнейшем будем полагать, что явления происходят в воздухе, и будем принимать $\mu = 1$. При изменении N в проводнике возникает электродвижущая сила — $\frac{dN}{dt}$, где знак — показывает,

что сила эта направлена навстречу току, который вызвал бы увеличение N . Если извне приложена к проводу электродвижущая сила E , то полная электродвижущая сила равна

$$E - \frac{dN}{dt} = E - L \frac{dJ}{dt} \dots \dots \dots (7)$$

Сила тока в цепи, определяемая в любой момент законом Ома, выразится формулой

$$J = \frac{E - L \frac{dJ}{dt}}{w}, \dots \dots \dots (8)$$

где w есть сопротивление провода. Для нахождения закона, по которому меняется ток с течением времени, следует проинтегрировать уравнение

$$Jw = E - L \frac{dJ}{dt} \dots \dots \dots (9)$$

В частном случае, если E есть величина постоянная, т. е. если к проводу, обладающему сопротивлением w и самоиндукцией L , внезапно прилагается электродвижущая сила E , мы получаем линейное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами, но неоднородное:

$$\frac{dJ}{dt} + \frac{w}{L} J = \frac{E}{L} \dots \dots \dots (10)$$

Интеграл его равен

$$J = C e^{-\frac{wt}{L}} + \frac{E}{w}, \dots \dots \dots (11)$$

где C есть постоянная интегрирования.

Если в первый момент ($t = 0$) сила тока была равна нулю, что соответствует процессу замыкания тока, то, удовлетворяя начальным условиям, мы имеем $C = -\frac{E}{w}$ и, окончательно,

$$J = \frac{E}{w} \left(1 - e^{-\frac{wt}{L}} \right) \dots \dots \dots (12)$$

Эта формула показывает, что, если к системе, обладающей сопротивлением w и самоиндукцией L , приложить электродвижущую силу E , то ток не сразу достигнет своего предельного значения $\frac{E}{w}$, но будет приближаться к нему асимптотически, и тем быстрее, чем больше w и меньше L . Наоборот, при малом w и большом L , нарастание тока происходит относительно медленно. Так, например, в больших электромагнитах нарастание тока может иногда продолжаться несколько секунд.

Иногда приходится решать обратную задачу. В цепи господствовали некоторая электродвижущая сила E и сила тока J_1 , равная $E : w$. Представим себе, что эта электродвижущая сила мгновенно падает до нуля, при чем цепь остается включенной на сопротивление w . Опре-

делить закон уменьшения тока. Уравнение (10) примет в этом случае форму

$$\frac{dJ}{dt} + \frac{w}{L} J = 0 \quad \dots \dots \dots (13)$$

Интеграл этого уравнения равен

$$J = C e^{-\frac{w}{L} t}, \quad \dots \dots \dots (14)$$

где C есть постоянная интегрирования, определяемая тем, что в момент $t = 0$ сила тока была J_1 ; следовательно, окончательно имеем

$$J = J_1 e^{-\frac{w}{L} t} \quad \dots \dots \dots (15)$$

§ 7. Коэффициент самоиндукции. Коэффициент L в формуле (6) есть коэффициент пропорциональности, численно равный силовому потоку сквозь контур, если сила тока J равна 1. Если контур состоит из нескольких витков, то надо суммировать потоки сквозь все обороты. Измерения этого коэффициента в электромагнитных единицах, следовательно, $= \frac{[\text{поток}]}{[\text{ток}]}$, но так как размер потока (часть II, глава II, § 6) $[\Psi] = [\mu] [\Phi] = [\mu] [\Phi] = [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$, а размер тока (часть II, глава III, § 2) $[\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$, то размер коэффициента индукции $[L]$ есть длина L , т. е. тот же, что и размер коэффициента взаимной индукции (часть II, гл. II, § 6).

Согласно формуле (6), мы имеем для электродвижущей силы самоиндукции выражение

$$E = -L \frac{dJ}{dt}.$$

Это выражение может служить для определения единицы самоиндукции. Провод обладает самоиндукцией, равной единице, если, при изменении силы тока в нем на одну э.-м. ед. силы тока в 1 сек. $\left(\frac{dJ}{dt} = 1\right)$, в нем возникает электродвижущая сила, равная э.-м. единице разности потенциалов. Так как практическая единица силы тока есть 1 ампер, равный 0,1 абс. эл.-м. ед. силы тока, а практическая единица разности потенциалов есть 1 вольт, равный 10^8 эл.-м. ед. разности потенциалов, то практическая единица коэффициента самоиндукции, называемая генри (Henry), равна 10^9 C. G. S. эл.-м. единиц.

Величина ее, следовательно, 10^9 сантиметров, т. е. приблизительно длина $\frac{1}{4}$ земного меридиана. Отсюда другое название для нее — квадрант.

Таким образом мы говорим, что провод обладает самоиндукцией в 1 квадрант, если изменение силы тока на 1 ампер в 1 секунду вызывает в нем появление электродвижущей силы индукции в 1 вольт. Мы уже указали на основную формулу, определяющую коэффициент самоиндукции (часть II, глава III, § 8), а именно:

$$L = \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds', \dots \dots \dots (16)$$

где ds и ds' суть элементы одного и того же контура. Мы видели также, что коэффициент этот нужен для вычисления потенциальной энергии тока самого на себя

$$W = -\frac{1}{2} J^2 \mu L \dots \dots \dots (17)$$

Теперь мы можем придать этой формуле новое толкование. Когда в неподвижном металлическом проводнике течет ток J , то вся энергия источника тока тратится на выделяющееся Джулево тепло (часть II, глава IV, § 1), определяемое формулой

$$Q = AJ^2 Rt \dots \dots \dots (18)$$

Если сопротивление R достаточно мало, то энергия эта также мала и в пределе равна нулю, т. е. для поддержания тока в цепи, сопротивление которой равно нулю, не приходится затрачивать никакой энергии. Но при создании такого тока приходится преодолевать электродвижущую силу самоиндукции, равную $-L \frac{dJ}{dt}$. На это затрачивается энергия

$$-JL \frac{dJ}{dt} dt, \dots \dots \dots (19)$$

а за весь период возникновения тока, когда он дойдет от значения $J = 0$ до значения $J = J_1$, затратится энергия

$$-\int_0^{J_1} LJ dJ = -\frac{1}{2} LJ_1^2.$$

В случае, если явление происходит в среде, с магнитной проницаемостью μ , то вместо L надо поставить μL . Таким образом получается формула (17). Следовательно, энергия, затраченная на преодоление электродвижущей силы самоиндукции, оказывается запасенной в форме потенциальной магнитной энергии тока самого на себя.

Вычисление коэффициента самоиндукции может быть строго проведено лишь для немногих случаев. Однако, для многих случаев имеются формулы, позволяющие произвести это вычисление с высокою степенью приближения.

Очень просто вычисляется коэффициент самоиндукции для катушки, длина которой велика по сравнению с диаметром поперечного сечения. В части II, гл. III, § 7 мы имели выражение для потока в такой катушке, а именно

$$\Phi = 4\pi n \sigma J, \dots \dots \dots (20)$$

где J есть сила тока, n — число оборотов проволоки на 1 см. длины катушки, r σ — площадь поперечного сечения катушки. Так как число всех оборотов равно nl , где l длина катушки в см., то полный поток, пронизывающий все обороты, равен

$$4\pi n \sigma J \times nl = 4\pi n^2 l \sigma J.$$

Согласно формуле (6), это дает для коэффициента самоиндукции длинной и тонкой катушки выражение

$$L = 4\pi n^2 \sigma l = 4\pi^2 R^2 n^2 l \dots \dots \dots (21)$$

Эта формула приложима и к случаю кольцевой обмотки, когда длина окружности кольца велика по сравнению с радиусом поперечного сечения.

Имеются весьма точные формулы и для катушек иной формы. Критическая обработка всего материала имеется в обширном исследовании Rosa and Grover, Bulletin of Bureau of Standards, January 1, 1912, Washington. Круговой контур, изготовленный из провода с круговым сечением, имеет, согласно Kirchhoff'a, самоиндукцию

$$L = 4\pi a \left\{ \lg \frac{8a}{\rho} - 1,75 \right\} \dots \dots \dots (22)$$

Здесь a обозначает радиус осевой линии тока, а ρ радиус сечения провода. Интересна зависимость самоиндукции такого провода от его толщины. Для бесконечно тонкого провода коэффициент самоиндукции равен бесконечности. Аналогичные формулы дали Maxwell и Rayleigh. Формула последнего такого вида:

$$L = 4\pi a \left\{ \left(1 + \frac{\rho^2}{8a^2}\right) \lg \frac{8a}{\rho} + \frac{\rho^2}{24a^2} - 1,75 \right\} \dots \dots \dots (23)$$

Обе формулы приближительные. Они тем точнее, чем меньше отношение $\rho : a$. Grover дал формулу для трубчатых проводников, согнутых в кольцо. На практике чаще всего приходится встречаться с катушками, имеющими конечные размеры. Для катушки, намотанной в один слой, средний радиус которой равен a , а осевая длина равна b , Rayleigh дал формулу

$$L = 4\pi a n^2 \left\{ \lg \frac{8a}{b} - \frac{1}{2} + \frac{b^2}{32a^2} \left(\lg \frac{8a}{b} + \frac{1}{4} \right) \right\}, \dots \dots \dots (24)$$

где n есть полное число оборотов. Другие формулы дали Coffin, Lorenz, Nagaoka, Webster, Havelock, Kirchhoff и др.

Для катушки, намотанной в несколько слоев, при чем поперечное сечение обмотки имеет прямоугольную форму, существует очень большое число формул. Maxwell дал формулу

$$L = 4\pi a n^2 \left(\lg \frac{8a}{R} - 2 \right), \dots \dots \dots (25)$$

где n — число оборотов проволоки, a средний радиус катушки; что же касается R , то это есть так называемое геометрическое среднее расстояние поперечного сечения обмотки.

Геометрическое среднее расстояние точки P от линии S получается следующим путем. Разобьем линию S на достаточно большое

число n участков; из точки P проведем n линий ко всем n участкам. Корень n -ой степени из произведения всех n расстояний, называется геометрическим средним расстоянием. Соответственно, геометрическим средним расстоянием R линий самой от себя называется корень n -ой степени из n расстояний между попарно взятыми соответственными отрезками прямой, при чем число n сколь угодно велико. Математически это сводится к формуле

$$\lg R = \iint \lg r ds_1 ds_2,$$

где ds_1 и ds_2 попарно выбранные отрезки. Геометрическим средним расстоянием какой-нибудь плоской фигуры называется выражение

$$\lg R = \iiint \lg r dx dy dx_1 dy_1.$$

Для прямоугольного сечения обмотки, осевая длина которой равна b , а радиальная толщина равна c , получается следующая формула:

$$\begin{aligned} \lg R = & \lg \sqrt{b^2 + c^2} - \frac{1}{6} \frac{c^2}{b^2} \lg \sqrt{1 + \frac{b^2}{c^2}} - \\ & - \frac{1}{6} \frac{b^2}{c^2} \lg \sqrt{1 + \frac{c^2}{b^2}} + \frac{2}{3} \frac{c}{b} \operatorname{arctg} \frac{b}{c} + \frac{2}{3} \frac{b}{c} \operatorname{arctg} \frac{c}{b} - \frac{25}{12} \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

Другие более точные формулы дали Stefan, Weinstein, Perry и др. Все эти формулы дают достаточно согласные результаты. Чрезвычайно подробную критику их вместе с примерными вычислениями можно найти в указанной статье Rosa and Grover.

В теории электрических колебаний, возникающих в прямолинейных проводах, играет большую роль коэффициент самоиндукции прямого провода. Для сплошного цилиндрического провода этот коэффициент равен

$$L = 2l \left\{ \lg \frac{2l}{\rho} - \frac{3}{4} \right\}, \dots \dots \dots (27)$$

где l длина провода, а ρ радиус поперечного сечения. Однако, как будет изложено ниже, быстрые колебания не проникают вглубь проводов, распространяясь по их поверхности; поэтому для колебаний играет роль коэффициент самоиндукции трубчатого цилиндрического проводника, со стенками ничтожной толщины. Такой проводник обладает коэффициентом самоиндукции

$$L = 2l \left\{ \lg \frac{2l}{\rho} - 1 \right\} \dots \dots \dots (28)$$

Эти формулы были даны первоначально Neumann'ом. Впоследствии Rayleigh обобщил их на случай, когда магнитная проницаемость сплошного проводника отлична от единицы.

Для проводки переменного тока часто применяют концентрические кабели, в которых прямой провод концентрически охватывает провод обратный. Коэффициент самоиндукции такого провода равен

$$L = 2l \left\{ \lg \frac{a_2}{a_1} + \frac{1}{4} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

где a_2 радиус внешнего провода и a_1 радиус внутреннего провода.

§ 8. Взаимная индукция. Коэффициент взаимной индукции. Для вычисления электродвижущей силы индукции, вызываемой во вторичной цепи изменениями, которые испытывает ток J_1 , текущий по первичной цепи, мы должны знать, как изменяется, в зависимости от силы тока J_1 , полный поток магнитной индукции, исходящий из первичного контура и пронизывающий вторичный. Для этого мы должны знать коэффициент взаимной индукции $L_{1,2}$, ибо, как было выяснено в части II, гл. III, § 8, поток индукции $\Phi_2 = L_{1,2} J_1$, где $L_{1,2}$ есть коэффициент взаимной индукции.

$L_{1,2}$, как показано в упомянутом месте II части, зависит только от геометрических данных 2-х цепей, а потому, пока цепи остаются неизменны и неподвижны, может быть принят за величину постоянную. В таком случае электродвижущая сила E_2 взаимной индукции во вторичном проводе равна

$$E_2 = - \frac{d\Phi}{dt} = - L_{1,2} \frac{dJ_1}{dt}.$$

В гл. III этой части было доказано, что $L_{1,2} = L_{2,1}$, т. е., что поток, пронизывающий все обороты вторичной цепи, когда по первичной течет ток, равный единице, равен потоку, пронизывающему все обороты первичной цепи, когда по вторичной течет ток, равный единице. Иначе говоря, коэффициент индукции первичной цепи на вторичную равняется коэффициенту индукции второго провода на первый. Отсюда наименование — коэффициент взаимной индукции. Коэффициент этот определяется формулой Neumann'a

$$L_{1,2} = \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2,$$

где ds_1 и ds_2 элементы первого и второго провода. Число формул, относящихся к частным случаям и выведенных различными учеными, чрезвычайно велико. Коэффициенты взаимной индукции вычислены для многих случаев с большою точностью, но соответственные формулы часто слишком сложны. Отсылая читателя за справками к неоднократно упомянутой книге Rosa and Grover, укажем здесь лишь немногие, важнейшие формулы.

Для двух параллельных проводов, длина которых l и взаимное расстояние d получается

$$L_{1,2} = l \lg \frac{\sqrt{l^2 + d^2} + l}{\sqrt{l^2 + d^2} - l} - 2\sqrt{l^2 + d^2} + 2d \dots \dots \dots (30)$$

Более простое, приближенное значение получится, если d мало по сравнению с l . Пренебрегая d^2 под знаком корня, имеем

$$L_{1,2} = 2l \left\{ \lg \frac{2l}{d} - 1 + \frac{d}{l} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

Махвелл дал выражение для взаимной индукции двух кругов, радиусов A и a , имеющих общую ось, если расстояние их плоскостей равно d :

$$L_{1,2} = 4\pi \sqrt{Aa} \left\{ \left(\frac{2}{k} - k \right) F - \frac{2}{k} E \right\} \dots \dots \dots (32)$$

где $k = \frac{2\sqrt{Aa}}{\sqrt{(A+a)^2 + d^2}}$, а F и E эллиптические интегралы первого и второго рода Лежандра, по модулю k , равному $\sin \gamma$.

Значение этих интегралов в зависимости от аргумента γ приведено в книге Legendre, *Traité des Fonctions elliptiques*. Vol. II, Table VIII. Сравни также Махвелл, *Treatise*, II, § 701. Append. I, где приведены значения $\frac{\lg L_{2,1}}{4\pi\sqrt{Aa}}$ для γ между 60° и 90° . Для случая, когда взаимное расстояние 2-х кругов d и разность радиусов $(A - a)$ достаточно малы по сравнению с a , выгодно применять другую формулу Махвелл'а, которая, в указанных предположениях, принимает вид

$$L_{1,2} = 4\pi a \left\{ \lg \frac{8a}{r} - 2 \right\} \dots \dots \dots (33)$$

где $r = \sqrt{(A - a)^2 + d^2}$ — кратчайшее расстояние между проводами 2-х цепей. Другие формулы предложили Weinstein, Nagaoka, Havelock, Mathy, Wiedemann и др. Очень большое значение имеют формулы для коэффициента самоиндукции двух коаксиальных катушек, обмотки которых обладают конечной шириной и толщиной. Как первое приближение, можно принять,

$$L_{1,2} = n_1 n_2 M_0, \dots \dots \dots (34)$$

где n_1 и n_2 числа оборотов катушек, M_0 коэффициент взаимной индукции двух круговых контуров, радиус которых равен арифметическому среднему радиусов отдельных оборотов катушки, а расстояние равно расстоянию средних плоскостей. Второе приближение, согласно Махвелл'у (*Treatise* II, § 700), определяется формулой

$$L_{1,2} = L_{1,2}^0 + \frac{1}{24} \left\{ (b_1^2 + b_2^2) \frac{d^2 L_{1,2}^0}{dx^2} + c_1^2 \frac{d^2 L_{1,2}^0}{da^2} + c_2^2 \frac{d^2 L_{1,2}^0}{dA^2} \right\} \dots \dots (35)$$

где b_1 и b_2 длина катушек в осевом направлении, c_1 и c_2 их толщина в радиальном направлении, и x равно расстоянию средних плоскостей обеих катушек. В частном случае, когда обе коаксиальные катушки вполне одинаковы, вышеуказанные производные получают значения:

$$\frac{d^2 L_{1,2}^0}{dx^2} = \pi \frac{k^3}{a} \left\{ F - \frac{1-2k^2}{1-k^2} E \right\} \dots \dots \dots (36)$$

$$\frac{d^2 L_{1,2}^0}{da^2} = \pi \frac{k}{a} \left\{ (2-k^2) F - \left(2-k^2 \frac{1-2k^2}{1-k^2} \right) E \right\} \dots \dots \dots (37)$$

где F и E имеют те же значения, как и в формулах (32); формула (35)

перепишется так:

$$L_{1,2} = n_1 n_2 \left\{ M_0 + \frac{1}{12} \left(b^2 \frac{d^2 L_{1,2}^0}{dx^2} + c^2 \frac{d^2 L_{1,2}^0}{da^2} \right) \right\} \dots \dots \dots (38)$$

Не приводим других формул. Соответственные литературные справки помещены в обзоре литературы.

§ 9. Опытное определение коэффициентов взаимной индукции и самоиндукции. Основной метод определения коэффициентов самоиндукции был предложен Maxwell'ем. Впоследствии он был несколько изменен Rayleigh'ем. Составляется мост Wheatstone'a, в котором три ветви r_2, r_3, r_4 не должны обладать ни заметной емкостью, ни самоиндукцией. В четвертую ветвь включается испытуемая катушка, самоиндукцию которой желательнее определить. Подбирается такое положение точки C (рис. 94), чтобы гальванометр не отклонялся. При этом всегда следует включать сначала батарею, а гальванометр лишь после того, как ток в цепи установится (доли секунды), так как в противном случае индукционные токи замыкания будут нарушать равновесие. Напротив, при размыкании надо выключать сначала гальванометр. При отсутствии тока в гальванометре соблюдено условие

$$r_1 : r_2 = r_3 : r_4$$

Гальванометр должен быть взят баллистический. Если теперь, наоборот, включить ток и гальванометр, а затем, не выключая гальванометра, разомкнуть цепь ASD , то в гальванометре наблюдается баллистический отброс, благодаря явлению самоиндукции в цепи r_1 . Если установившийся ток в цепи r_1 имеет величину i_1 , то мы можем считать, что в период исчезновения тока в цепи r_1 как будто действует электродвижущая сила $-L \frac{di_1}{dt}$. (В дальнейшем мы будем опускать знак $-$). Ток i_g , текущий в гальванометр, будет пропорционален этой электродвижущей силе, и будет определяться законами о разветвленных токах (часть II, гл. III, § 5), при чем сопротивления r_1 и r_3 являются неразветвленными частями цепи, а линии BC и BDC — двумя параллельными ветвями. В таком случае, ток в линии BC , обладающей сопротивлением r_g , определится формулой

$$i_g = L \frac{di_1}{dt} \frac{r_2 + r_4}{r_g(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_3)(r_2 + r_4)} \dots \dots \dots (39)$$

Обозначая последнюю дробь через K , пишем:

$$i_g = L \frac{di_1}{dt} \cdot K \dots \dots \dots (40)$$

Умножая все на dt и интегрируя по всему промежутку времени, необходимому для исчезновения экстратока, имеем

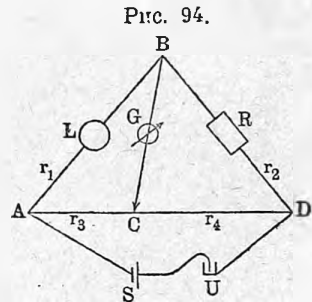


Рис. 94.

$$Q_g = L i_1 K \dots \dots \dots (41)$$

где Q_g есть полное количество электричества, протекшего через гальванометр.

Зная Q_g (для чего следует определить постоянную баллистического гальванометра), i_1 и все сопротивления, входящие в выражение для K , мы можем определить L . Однако, существует (Rayleigh) прием, дающий возможность избежать определения всех этих величин. Согласно теории баллистического гальванометра (часть II, гл. XI, § 3, форм. [33b]), имеем для катушечного гальванометра со слабым успокоением

$$Q_g = L i_1 K = \frac{T a \left(1 + \frac{\lambda}{2}\right)}{S \pi} \dots \dots \dots (42)$$

Отсюда

$$L = \frac{T a \left(1 + \frac{\lambda}{2}\right)}{S K i_1 \pi} \dots \dots \dots (42, a)$$

Для определения $S K i_1$ поступают следующим образом. Изменим несколько сопротивление r_1 , введя весьма небольшое дополнительное сопротивление Δr_1 . Тогда в гальванометре появится небольшое постоянное отклонение φ , равное, согласно часть I, гл. XI, § 3,

$$\varphi = i' g S \dots \dots \dots (43)$$

где $i' g$ определится согласно формуле (32, b) часть II, гл. III, § 5. Для упрощения положим в этой формуле $R = 0$. Заменяем, соответственно нашим обозначениям, R_1 через r_3 ; $R_2 = r_1 + \Delta r_1$; $R_3 = r_4$; $R_4 = r_2$; $R_0 = r g$. Ввиду малости Δr_1 , мы в знаменателе пренебрежем величиною Δr_1 ; кроме того, заменим E через $i_1(r_1 + r_2)$. Приняв во внимание, что $r_1 : r_2 = r_2 : r_4$, легко показать, что

$$i'_g = K i_1 \Delta r_1 \dots \dots \dots (44)$$

где K имеет то же значение, что и в (41). В таком случае можно, вместо $S K i_1$ в (42, a), подставить $\varphi : \Delta r_1$; окончательно имеем

$$L = \frac{T a \left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) \Delta r_1}{\varphi \pi} \dots \dots \dots (45)$$

В первоначальном методе Maxwell'a-Rayleigh'a сопротивление Δr_1 вводилось в другую ветвь. В таком случае в формуле (45) появляется еще множитель, зависящий от сопротивления ветвей.

Имеется несколько методов определения коэффициента самоиндукции катушки, через сравнение данной катушки с другою, самоиндукция которой известна. Для этого катушку с искомой самоиндукцией L_1 включают последовательно с некоторым переменным сопротивлением r , в цепь AB , рис. 94, а другую катушку, с известной самоиндукцией L_2 и сопротивлением r_2 включают в ветвь BD . Подбирают положение точки C , изменяя в то же время сопротивления r_1 и r_2 , так, чтобы ни при длитель-

ном включении тока, ни в моменты замыкания и размыкания не наблюдалось отклонений гальванометра. В этом случае, как оказывается, соблюдено условие

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_3}{r_4} = \frac{r_1}{r_2} \dots \dots \dots (46)$$

В самом деле, ток i_g в гальванометре, в момент размыкания, получается от наложения 2-х токов, возникающих вследствие существования в ветви AB электродвижущей силы $-L_1 \frac{di_1}{dt}$ и в ветви BD электродвижущей силы $-L_2 \frac{di_2}{dt}$. Соответственно токи в гальванометре будут $K_1 L_1 \frac{di_1}{dt}$ и $K_2 L_2 \frac{di_2}{dt}$, при чем направления этих токов противоположны. В случае отсутствия тока в гальванометре, имеет место равенство

$$K_1 L_1 \frac{di_1}{dt} = K_2 L_2 \frac{di_2}{dt} \dots \dots \dots (47)$$

где K_2 , см. (39), в силу полной симметрии будет отличаться от K_1 тем, что, вместо $r_2 + r_4$, будет стоять $r_1 + r_3$ и наоборот; а, следовательно, $L_1 : L_2 = K_2 : K_1 = (r_1 + r_3) : (r_2 + r_4)$. Отсюда легко получается (46), если принять во внимание, что одновременно соблюдено условие $r_1 : r_3 = r_2 : r_4$.

Для удобства, при подобных измерениях, употребляется особый „диз’юнктор“, позволяющий многократно размыкать или замыкать цепь и посылающий в гальванометр по выбору или только экстратоки размыкания или только экстратоки замыкания. Применение телефона или вибрационного гальванометра позволяет пользоваться переменными токами. Для того, чтобы определять путем сравнения коэффициенты самоиндукции, существуют наборы катушек, для которых этот коэффициент известен. Эти катушки собираются в ящиках, напоминающих магазинны сопротивления. Применяется также следующая система, дающая возможность плавно менять самоиндукцию. Внутри катушки, плоскость оборотов которой расположена вертикально, помещается другая катушка, также с вертикальной плоскостью оборотов, но могущая вращаться внутри первой катушки вокруг своего вертикального диаметра. Ток, пройдя по первой катушке, вступает во вторую. Магнитное поле одной катушки налагается на поле другой, при чем, в зависимости от взаимного расположения катушек, эти поля могут либо усиливать, либо ослаблять друг друга. Вместе с тем и коэффициент самоиндукции такой системы плавно меняется, в зависимости от угла между плоскостями оборотов двух катушек, от некоторого наибольшего значения, имеющего место при одинаковых направлениях токов в обеих катушках, до некоторого наименьшего значения, получаемого при противоположном направлении токов. Шкала, помещаемая наверху прибора, позволяет отсчитывать угол поворота, а особая таблица, прилагаемая к прибору, дает величину самоиндукции в зависимости от угла. Эту систему предложил Rayleigh и разработал М. Wien. В последнее время потребность в переменных, и сравнительно небольших самоиндукциях, выдерживающих большое

напряжение, применяемое в беспроволочной телеграфии, вызвала целый ряд новых типов переменных самоиндукций, основной принцип которых состоит в том, что в цепь вводится большее или меньшее число оборотов проволоки, согнутой в плоскую спираль, или винтовую линию.

Мы оставляем пока без рассмотрения методы, где влияние самоиндукции компенсируется емкостью, или где применяются колебания, хотя именно эти методы в последнее время пользуются наибольшим распространением.

Для нахождения коэффициентов взаимной индукции существует также довольно много приемов. Из самого определения этого коэффициента вытекает, напр., такой прием. По одной из двух катушек, взаимная индукция которых подлежит определению, пропускают ток определенной силы, и при помощи баллистического гальванометра, включенного последовательно со вторичной катушкой наблюдают ток, возникающий в этой катушке в момент разрыва тока в первой. Согласно определению, коэффициент взаимной индукции измеряется числом линий индукции, пронизывающих все обороты вторичной катушки, когда по первичной пропускается ток в один ампер. Если этот ток равен i_1 ампер, то и число линий N равно

$$N = L_{1,2} i_1 \dots \dots \dots (48)$$

При размыкании тока возникает во вторичной катушке электродвижущая сила

$$e = -L_{1,2} \frac{di_1}{dt}.$$

Соответственный ток обладает силой

$$i_2 = \frac{e}{r_2} = -\frac{L_{1,2}}{r_2} \frac{di_1}{dt} \dots \dots \dots (49)$$

где r_2 сопротивление вторичной катушки вместе с гальванометром. Полное количество протекшего электричества равно $\int i_2 dt$, взятому за весь период исчезновения тока. Это количество, измеряемое баллистическим гальванометром, обозначим через Q ; тогда получаем окончательно

$$L_{1,2} = \frac{r_2 Q}{i_1} \dots \dots \dots (50)$$

Maxwell предложил следующую методику для сравнения двух коэффициентов взаимной индукции. Имеются две пары катушек: одна пара AS , коэффициент взаимной индукции которой подлежит определению, и другая пара A_1S_1 , для которой этот коэффициент известен. Катушки A и A_1 включаются последовательно в цепь от батареи B , а из катушек S и S_1 и из магазинов сопротивлений R и R_1 составляется замкнутая цепь. В месте этой цепи помещается гальванометр G . В момент разрыва тока в точке u в катушках S и S_1 возникают электродвижущие силы, которые посылают свои токи в гальванометр. Согласно вышесказанному и формулам (46) и (47), ток в гальванометре не возникнет, если

соблюдено условие

$$KL_{1,2} \frac{di}{dt} = K'L'_{1,2} \frac{di}{dt} \dots \dots \dots (51)$$

где $L_{1,2}$ коэффициент взаимной индукции для катушек A и S , $L'_{1,2}$ для катушек A_1 и S_1 ; K и K' имеют значения, отвечающие форм. (47); i есть сила тока в цепи AA_1B . Отсюда получается

$$\frac{L_{1,2}}{L'_{1,2}} = \frac{K'}{K} = \frac{r'}{r} \dots \dots \dots (51, a)$$

где r и r' обозначают полные сопротивления ветвей $bRSa$ и bR_1S_1a .

Максвелл предложил еще следующий способ для определения коэффициента взаимной индукции $L_{1,2}$ двух катушек. Одна из двух катушек, взаимная индукция которых должна быть определена, помещается в ветви AC , см. рис. 96, моста Wheatstone'a. Предварительно должен

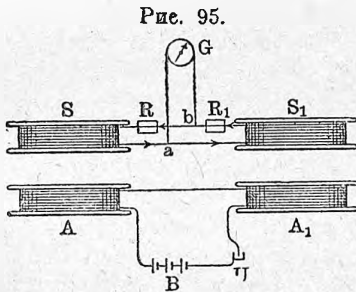


Рис. 95.

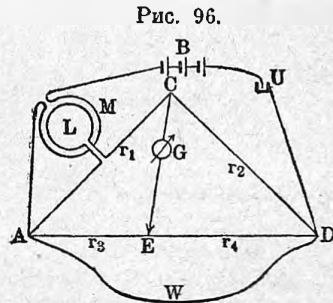


Рис. 96.

быть определен коэффициент самоиндукции $L_{1,1}$ этой катушки. Вторая катушка M включается в цепь батареи $ABUD$, и притом так, чтобы поле катушки M было противоположно полю катушки L . Перемещая контакт E , и изменяя в то же время сопротивление r_2 , подбирают такие условия, чтобы гальванометр G не отклонялся ни при установившемся токе, ни в моменты замыкания и размыкания. В этом случае, очевидно, электродвижущая сила самоиндукции, возникающая в катушке L при исчезновении в ней тока i_L , компенсируется электродвижущей силой взаимной индукции катушки M на катушку L , возникающую при исчезновении в катушке M тока i_M . Получается соотношение

$$L_{1,1} \frac{di_L}{dt} = L_{1,2} \frac{di_M}{dt} \dots \dots \dots (52)$$

Но не разветвленный ток i_M , при отсутствии тока в гальванометре, связан с током i_L равенством (часть II, гл. III, § 5, форм. [30,d])

$$i_M : i_L = (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) : (r_3 + r_4).$$

Отсюда получаем равенство

$$L_{1,1} = L_{1,2} \frac{r_1 + r_2 + r_3 + r_4}{r_3 + r_4} = L_{1,2} \left(1 + \frac{r_1 + r_2}{r_3 + r_4} \right) \dots \dots \dots (53)$$

В силу уравнения моста Wheatstone'a, это можно переписать так:

$$L_{1,1} = L_{1,2} \left(1 + \frac{r_2}{r_3}\right) = L_{1,2} \left(1 + \frac{r_1}{r_3}\right) \dots \dots \dots (54)$$

Можно поступить еще и следующим образом: включить испытуемые катушки последовательно в одну цепь, и притом один раз так, чтобы их магнитные поля совпадали, а другой раз — чтобы они противодействовали друг другу, и определить коэффициенты самоиндукции подобных двух комбинаций. В первом случае общий коэффициент самоиндукции L_+ , очевидно, равен

$$L_+ = L_{1,1} + L_{2,2} + 2L_{1,2},$$

где $L_{1,1}$ и $L_{2,2}$ суть коэффициенты самоиндукции отдельных катушек, а $L_{1,2}$ — искомый коэффициент взаимной индукции. Число 2 стоит потому, что надо принимать во внимание и индукцию первой катушки на вторую, и обратно. Во втором случае, коэффициент самоиндукции системы — L_- равен

$$L_- = L_{1,1} + L_{2,2} - 2L_{1,2}.$$

Отсюда определяется $L_{1,2}$; именно,

$$L_{1,2} = \frac{1}{4}(L_+ - L_-) \dots \dots \dots (54, a)$$

Оставляем здесь без рассмотрения приемы, основанные на применении электрических колебаний.

До сих пор мы полагали, что $L_{1,1}$ и $L_{1,2}$ сами по себе остаются неизменными. Легко понять, что явления самоиндукции и взаимной индукции наступают и тогда, когда при неизменных токах меняется конфигурация цепей. Наконец, изменение свойств среды, например, приближение железного сердечника, может изменить магнитный поток и вызвать явления самоиндукции или взаимной индукции. Во всех этих случаях следует для электродвижущей силы самоиндукции применять формулу

$$E = -J_1 \frac{dL_{1,1}}{dt},$$

а для электродвижущей силы взаимной индукции формулу

$$E = -J_1 \frac{dL_{1,2}}{dt}.$$

§ 10. Энергия электромагнитного поля. Модели. Явление индукции позволяет нам несколько иначе истолковать формулу (78) второй части, гл. III, § 8. Ток, вступая в катушку, обладающую самоиндукцией $L_{1,1}$, прежде чем достигнуть своей конечной силы J_1 , должен преодолеть электродвижущую силу самоиндукции — $L_{1,1} \frac{dJ_1}{dt}$, затрачивая на это мощность $J_1 L_{1,1} \frac{dJ_1}{dt}$. Если по близости имеется другая катушка, связанная с первой коэффициентом взаимной индукции $L_{1,2}$, и обтекаемая током J_2 , то при

скорости изменении тока в первой катушке, равной $\frac{dJ_1}{dt}$, во второй появится электродвижущая сила $-L_{1,2} \frac{dJ_1}{dt}$ и тратится мощность $L_{1,2} J_2 \frac{dJ_1}{dt}$. Написав аналогичные выражения для процесса изменения тока J_2 во второй катушке, мы видим, что для создания в катушках 1-ой и 2-ой токов J_1 и J_2 , при неизменных коэффициентах индукции $L_{1,1}$, $L_{2,2}$ и $L_{1,2}$, надо затратить энергию

$$dW = \left[L_{1,1} J_1 \frac{dJ_1}{dt} + L_{1,2} J_2 \frac{dJ_1}{dt} + L_{1,2} J_1 \frac{dJ_2}{dt} + L_{2,2} J_2 \frac{dJ_2}{dt} \right] dt \quad (55)$$

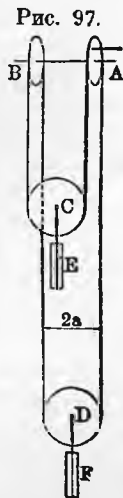
Это дает для энергии поля, полагая постоянную интегрирования равной нулю (нет энергии при отсутствии токов),

$$W = \frac{1}{2} L_{1,1} J_1^2 + \frac{1}{2} L_{2,2} J_2^2 + L_{1,2} J_1 J_2,$$

т. е. формулу, квадратичную относительно сил токов.

Способность самоиндукции (и взаимной индукции) препятствовать изменениям сил токов в цепях представляет собою как бы некоторый аналог инертности масс в обычной механике. Действительно, самое выражение энергии $\frac{1}{2} L_{1,1} J_1^2$ напоминает выражение живых сил $\frac{1}{2} M V^2$, где скорость V играет роль тока, а инертная масса M — роль самоиндукции $L_{1,1}$. Эта аналогия дала повод для построения многочисленных моделей (J. J. Thomson, Rayleigh, Lodge и др.), т. е. таких механических комбинаций, в которых механические явления связаны между собою аналогично явлениям электромагнитным. Модели эти не претендуют на то, чтобы изображать собою истинный механизм электромагнитного поля. Они являются только иллюстрациями. Рассмотрим одну такую модель, описанную Rayleigh'ем. Через 2 блока (рис. 97) A и B , могущие независимо друг от друга вращаться вокруг одной и той же оси, перекинут бесконечный шнур, на котором висят два другие подвижные блока C и D , несущие на себе два одинаковых груза E и F . Блоки предполагаются не обладающими массой. Если сообщить вращение блоку A , то, вследствие инерции грузов E и F , грузы эти не изменят своей высоты, и шнур, придя в движение, заставит колесо B вращаться в сторону, противоположную вращению блока A . Это иллюстрирует собою явления индукции, отвечающие замыканию тока в первичной цепи.

Если оба блока A и B вращаются в одну сторону, вследствие чего один из грузов, напр. F , опускается, а E подымается, и если вдруг остановить блок A , то инерция грузов заставит шнур быстрее скользить по блоку B , который и начнет теперь вращаться скорее. Это отвечает явлению индукции, имеющему место при размыкании тока в первичной цепи. В соответствующих механических уравнениях



можно подыскать выражения, составленные из масс, и аналогичные коэффициентам самоиндукции и взаимной индукции.

В связи с вопросом о построении модели, которая иллюстрировала бы некоторые явления индукции, стоит вопрос о механическом истолковании энергии электромагнитного поля.

Согласно взглядам Фарадея-Максвелла, энергия эта сосредоточена в эфире, в виде каких-то деформаций или вихрей, электрических смещений и магнитных линий. Спрашивается, возможна ли чисто механическая интерпретация этих эфирных деформаций? Четыре принципиально различных точек зрения можно себе представить. 1) Можно признать за электрической энергией потенциальный характер, а за магнитной — кинетический. Обозначим группу соответственных теорий символом [потен., кинет.]. 2) Можно, наоборот, электрическую энергию признать за кинетическую, а магнитную за потенциальную [кинет., потен.]. 3) Обе энергии признать за кинетические [кинет., кинет.]. 4) Обе за потенциальные [потен., потен.]. Затем возможны 5 подгрупп, когда одна или обе энергии признаются смешанного характера (потен., кинет.). Эти подгруппы суть: 1) [потен., (потен., кинет.)], 2) [кинет., (потен., кинет.)], 3) [(потен., кинет.), потен.], 4) [(потен., кинет.), кинет.], 5) [(потен., кинет.), (потен., кинет.)].

Н. Witte в своей книге „Über den gegenwärtigen Stand der Frage nach einer mechanischen Erklärung der elektrischen Erscheinungen,“ Berlin, 1906, приходит к выводу, что последовательное проведение какой-либо из этих единственно мыслимых теорий невозможно, если не принять атомистической структуры эфира, что является не решением, а лишь отодвиганием вопроса. Тем не менее, с известными оговорками и ограничениями, возможно построение подобных моделей эфира. Maxwell первый построил такую модель, остановившись на типе [потен., кинет.]. При этом электрическую энергию он представляет себе, как некоторое упругое смещение вдоль линии сил; магнитную же энергию — в виде живой силы вращения вокруг магнитной линии сил.

Укажем соображения, заставляющие принять вращательный характер у магнитного вектора и полярный у электрического. На стр. 178 показано, что векториальное произведение 2-х векторов определяет собою новый вектор $\mathfrak{C} = [\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}] = -[\mathfrak{Y}, \mathfrak{X}]$. Этот новый вектор не во всех отношениях одинаков с первоначальными векторами, из которых он получен. Назовем первообразные векторы полярными, а производный вектор \mathfrak{C} — аксиальным, ибо мы видели, что направление его подчинено направлению векторов \mathfrak{X} и \mathfrak{Y} при помощи правила винта (ось!). Эта разница 2-х родов векторов сказывается, если мы изменим направления всех осей координат на противоположные. Для простоты, представим один раз полярный вектор, расположенным по оси z , а другой раз аксиальный, расположенный тоже по оси z и полученный, как векториальное произведение 2-х векторов, из которых один расположен по оси, x а другой по оси y , так что $\mathfrak{Z} = [\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}]$. Изменяя направление оси z на противоположное, мы тем самым изменяем знак проекции полярного

вектора на ось z . Не то с аксиальным вектором. Изменяя направление осей x и y , мы изменяем знаки проекций векторов \mathcal{X} и \mathcal{Y} на оси x и y . При этом произведение их сохраняет свой знак. Но так как изменилось направление положительной оси z , то и направление вектора, характеризующего положительное векториальное произведение, изменилось. Таким образом, благодаря этому изменению направления, сохраняется знак, и наоборот. Заметим, что такое превращение всех положительных направлений в отрицательные знаменует собою переход от правого винта к левому, так как наблюдатель, расположенный вдоль по новой оси z , увидит движение, переводящее новую ось x к совпадению с новой осью y , совершающимся по часовой стрелке.

Далее, не трудно показать, что векториальное произведение двух однородных векторов (оба полярные, или оба аксиальные) дает вектор аксиальный, тогда как векториальное произведение двух неоднородных векторов дает вектор полярный. Действительно, в векториальном произведении однородных векторов перемена одного направления осей на противоположное либо изменяет знак у обоих множителей, либо ни у одного, и, следовательно, знак произведения не изменится. Не то при образовании векториального произведения из двух неоднородных векторов. Мы указали, что изменение знака является типичным признаком полярного вектора, тогда как отсутствие изменения свидетельствует об аксиальности вектора. В § 1 указана формула, определяющая направление индукционной электродвижущей силы

$$\mathcal{E} = [v, \mathcal{B}].$$

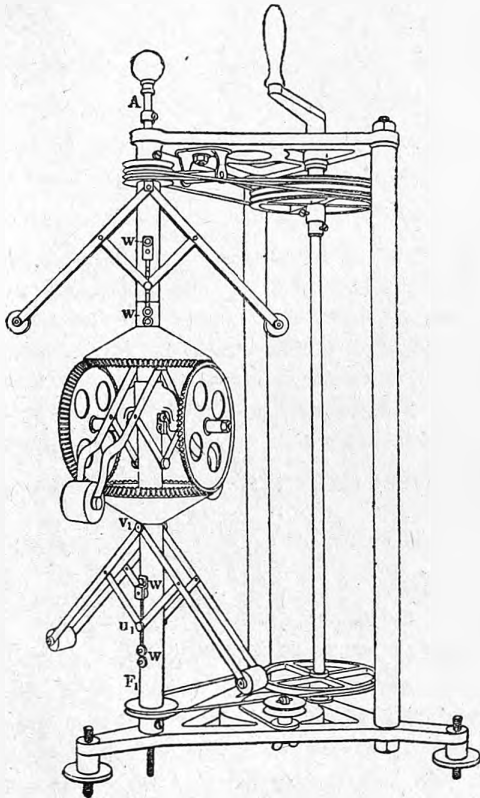
Изменяя направления движения (v) и магнитного поля (\mathcal{B}) на противоположные, мы не изменяем направления вектора \mathcal{E} ; но если переменить направление всех осей на противоположные, то знак \mathcal{E} изменится, именно потому, что направление его в пространстве сохраняется, а следовательно это есть вектор полярный. Но так как в векториальном произведении $[v, \mathcal{B}]$ есть вектор полярный, то мы должны признать аксиальный характер вектора \mathcal{B} .

Эфир Максвелла представляется, таким образом, в виде вихрей, окружающих магнитную линию. Все эти вихри имеют общее направление вращения, благодаря чему обращенные друг к другу стороны этих вихрей имеют противоположно направленные скорости; эти вихри отделены более мелкими частицами, являющимися как бы шариковыми подшипниками вихрей и, в то же время, носителями электрических свойств. Электрический „ток“ частиц приводит в движение вихри, напротив, вихри, приходя в движение, могут, подобно вальцам, сообщить поступательное движение слою частиц (индукционный ток). Соответственная модель описана в 3-ем издании трактата Maxwell'a.

Гораздо более сложную, но и совершенную модель предложил Boltzmann. Ему же мы обязаны и наиболее глубоким анализом самой идеи моделей. Модель Boltzmann'a была впоследствии упрощена Ebert'ом. Рис. 98 изображает модель Boltzmann'a. На общую вертикальную

ось насажены независимо друг от друга 3 системы: верхний зубчатый конус, нижний зубчатый конус и передаточная пара зубчатых колес, могущих вращаться не только в совместном движении вокруг вертикальной оси, но и каждое в отдельности вокруг горизонтальной оси. Вращающиеся

Рис. 98.



системы заставляют подниматься грузы центрифугальных регуляторов, которые таким образом запасают энергию, отчасти в виде энергии вращения, отчасти в виде энергии поднятых грузов. Верхний зубчатый конус, вращаясь вокруг вертикальной оси, заставляет передаточную систему катиться по нижнему конусу. Инерция передаточной системы препятствует ей немедленно получить полную угловую скорость вокруг вертикальной оси, вследствие чего, в период устанавливающегося движения, передаточная система оказывает реакцию на нижнюю систему, заставляя ее вращаться в сторону, противоположную верхней системе. Наоборот, когда установилось вращение верхнего конуса, и передаточная система катится по неподвижному нижнему конусу, то внезапная остановка верхнего конуса заставляя передаточную систему, в своем дальнейшем вращательном движении вокруг вертикальной оси, увлекать нижний конус. Первое явление

отвечает явлению индукции в период замыкания первичного тока, второе явление отвечает размыканию тока.

Первый дал обобщенную постановку излагаемой проблемы Maxwell в гл. VI, II-го тома своего трактата. Он исходит из Фарадеевского воззрения, что ток представляет из себя какой-то род кинетической энергии — „нечто, движущееся поступательно.“ В целях большей общности Maxwell пишет уравнения механики не в декартовых, но в обобщенных координатах Лагранжа.

Не приводя здесь вывода уравнений Лагранжа, который можно найти в курсах механики, напомним только встречающиеся в них обозначения. Пусть имеется n независимых декартовых координат x_1, x_2, \dots, x_n и n параметров a_1, a_2, \dots, a_n , связанных с декартовыми координатами n уравнениями типа

$$a_k = \varphi_k(x_1 \dots x_n) \dots \dots \dots (56)$$

не заключающими времени явным образом. Кроме того, введем обозначение

$$\alpha = \frac{da}{dt} \dots \dots \dots (57)$$

Тогда уравнения Лагранжа (второго рода) напишутся так:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \alpha} - \frac{\partial T}{\partial \alpha} = A \dots \dots \dots (58)$$

В этом выражении T обозначает живую силу системы в новых параметрах и их производных по времени. Выражение $\frac{\partial T}{\partial \alpha}$ носит название обобщенного момента, по аналогии с обычными выражениями, так как, напр., в простейшем случае одной точки, движущейся прямолинейно, где $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ и $\alpha = \dot{x}$ (здесь $\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$), мы имеем $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m \dot{x}$, т. е. количество движения или момент движения. Величина A называется обобщенной силой по параметру, a опять-таки по аналогии, потому что $A da$, как не трудно показать, изображает собою работу при изменении параметра a на da . В частных случаях A может совсем не обозначать силы в обычном смысле. Так, например, если материальная точка вращается вокруг оси по окружности радиуса r , и если мы в качестве параметра, определяющего ее положение, выберем азимут радиуса вектора f , и угловую скорость обозначим через φ , то $T = \frac{1}{2} r^2 \dot{\varphi}^2$, и уравнение Лагранжа напишется так:

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = m r^2 \dot{\varphi} = F \dots \dots \dots (59)$$

Здесь, очевидно, F есть не сила, но момент силы, так как $F = m g \varphi \cdot r$, где $r \varphi$ есть ускорение.

Цель таких обобщенных выражений та, что параметр a и его производная \dot{a} остаются неопределенными в своем физическом значении, а потому применение таких формул позволяет избегать введения преждевременных гипотез и под указанной формой может скрываться большое многообразие механических толкований. Но благодаря этому, как показал Boltzmann, модели, конструируемые для иллюстрации таких механических уравнений, будут лишь „образами“ (Bild) истинного механизма, и могут не иметь с ним ничего общего по существу, а лишь совпадать по форме уравнений движения.

Если имеется система проводов, обтекаемых током, то ее положение может быть вполне охарактеризовано системой параметров (a), определяющих положение проводов, и другою системой параметров (b), определяющих положение электрических зарядов внутри проводов. Если можно такую систему понимать чисто механически, то живая сила такой системы, согласно теореме, доказываемой в механике, изобразится одной функцией второй степени от производных по времени α и β параметров a и b . Общий вид этой функции будет, следовательно, такой:

$$T = \sum_i \sum_j \mathfrak{A} \alpha_i \alpha_j + \sum_i \sum_j \mathfrak{B} \beta_i \beta_j + \sum_i \sum_j \mathfrak{C} \alpha_i \beta_j \dots \dots \dots (60)$$

где \mathcal{A} , \mathcal{B} и \mathcal{C} суть коэффициенты, представляющие собою функции от параметров (a, a_1) , (b, b_1) и (a, b_1) . Сокращенно это выражение можно переписать так:

$$T = T_m + T_e + T_{me} \dots \dots \dots (61)$$

где T_m есть энергия движения материальных масс, T_e есть энергия движения масс электрических, а T_{me} есть энергия, происходящая вследствие сосуществования движения масс материальных и электрических.

Однако, согласно Maxwell'у, член T_{me} равен нулю. А именно, Maxwell'у не удалось наблюдать электрической инерции материальных масс, и механической инертности электричества. Первая проявилась бы возникновением электродвижущих сил в проводах исключительно от перемещения их (без внешнего магнитного поля); вторая сказалась бы в сотрясениях, направленных вдоль по проводам в период замыкания и размыкания токов. Современная электронная теория, признающая инерцию электрона, допускает эффекты, отвечающие члену T_{me} , хотя эффекты эти должны быть весьма слабы. Итак, энергия движения проводов и электричества измеряется суммой энергий движения проводов и электрических масс в отдельности. Кроме того, принимается, что энергия T не зависит от b , т. е., что абсолютные координаты электрических зарядов не играют роли, что имеют значение лишь токи, господствующие в данной точке (β). Такая особенность присуща так называемым циклическим системам (Helmholtz), т. е. системам вроде волчка, где, по мере вращения, в данную точку пространства, вместо одной индивидуальной точки m_1 , немедленно вступает другая m_2 , обладающая почти или точно такой же массой и скоростью. Вследствие этого, несмотря на быстрое движение индивидуальных точек, события в данной точке пространства лишь медленно или вовсе не меняются. По проводам течет, с громадной скоростью, ток и тем не менее, при прохождении постоянного тока, явления вокруг провода имеют стационарный характер. Модель Boltzmann'a является примером циклической системы.

С такими оговорками мы можем написать выражение для обобщенных сил по параметрам a и b , которые мы обозначим через A и B :

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \alpha} - \frac{\partial T}{\partial a} \\ B &= \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \beta} - \frac{\partial T}{\partial b} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (62)$$

Но в силу уравнения (61), где $T_{me} = 0$, это можно переписать так

$$\left. \begin{aligned} A &= A_e + A_m = \frac{d}{dt} \frac{\partial T_e}{\partial \alpha} - \frac{\partial T_e}{\partial a} + \frac{d}{dt} \frac{\partial T_m}{\partial \alpha} - \frac{\partial T_m}{\partial a} \\ B &= B_e + B_m = \frac{d}{dt} \frac{\partial T_e}{\partial \beta} - \frac{\partial T_e}{\partial b} + \frac{d}{dt} \frac{\partial T_m}{\partial \beta} - \frac{\partial T_m}{\partial b} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (63)$$

Замечая, что T_e не зависит от α , T не зависит от β , и T вообще не содержит b , мы получаем следующие 4 выражения:

$$\left. \begin{aligned} A_e &= -\frac{\partial T_e}{\partial \alpha}; & A_m &= \frac{d}{dt} \frac{\partial T_m}{\partial \alpha} - \frac{\partial T_m}{\partial \alpha} \\ B_e &= \frac{d}{dt} \frac{\partial T_e}{\partial \beta}; & B_m &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (64)$$

Значение этих обобщенных сил таково: A_m есть обыкновенная механическая сила, действующая на провода; A_e — сила, действующая механически на провода, но имеющая электрическое происхождение. Следовательно, это есть электродинамическая реакция. B_e есть сила, действующая на электрические заряды и имеющая электрическое происхождение. Эту обобщенную силу мы называем электродвижущей силой, не определяя точнее содержание этого термина.

Как уже упомянуто, отсутствие энергии T_{me} нельзя считать окончательно доказанным. А. Garbasso установил предел точности, с которою можно признавать этот член равным нулю.

Гораздо серьезнее те трудности, которые стоят на пути механистического толкования явлений электромагнитного поля. Н. А. Lorentz показал в своем сочинении: „La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants,“ что рассуждения Maxwell'a строго справедливы, если принять следующую гипотезу: если известны положение материальных точек системы и положение электрических масс в некоторый момент, если, далее, известно положение одних материальных точек в следующий момент, и полное количество электричества, протекшее по проводам за данный промежуток времени, то второе положение системы является вполне и однозначно определенным. Lorentz показывает, что принимать такую гипотезу без оговорок нельзя, и что, напротив, больше вероятия, что электромагнитная система этим требованиям не удовлетворяет, и в таком случае динамическая теория Максвелла является лишь приближением.

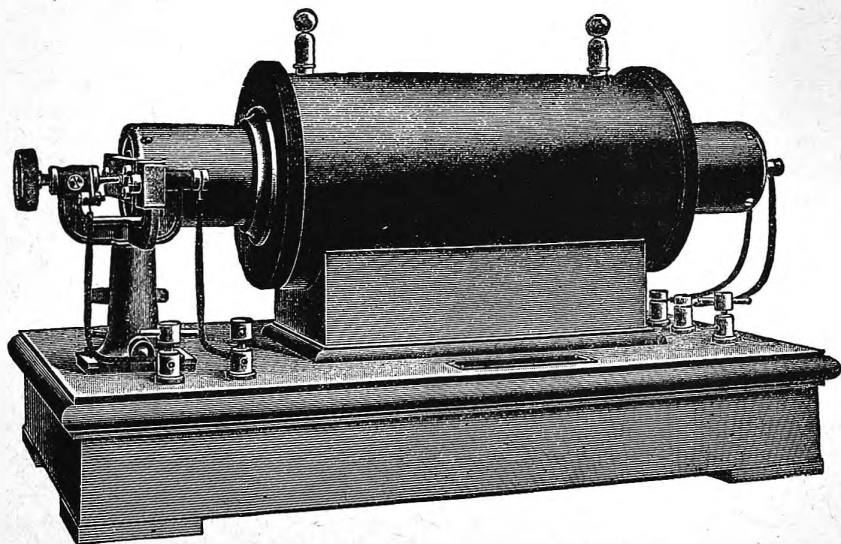
Poincaré высказал мысль, что если бы возможно было построить один механизм, с точностью иллюстрирующий электромагнитное поле, то можно было бы построить еще бесчисленное множество разновидностей этого механизма. Повидимому, однако, построение одного такого механизма является неразрешимой задачей.

§ 11. Приложения явлений индукции. Индукционные катушки. Прерыватели. Явлением индукции весьма широко пользуется электротехника. Из технических приборов мы здесь разберем два: индукционную катушку и трансформатор.

Индукционная катушка назначается для получения искр, длина которых, в зависимости от размеров катушки, доходит до метра и более. Рис. 99 изображает катушку, дающую искру в 30 см. длиною. Опишем сперва ее устройство. Внутреннюю часть катушки занимает цилиндрический железный сердечник, составленный из полос листового железа, на подобие распиленного на доски бревна, или из пучка железных проволок. Делается это для избежания токов Фуко, о которых будет сказано ниже. Поверх этого сердечника накладывается первичная обмотка,

состоящая из сравнительно небольшого числа (100—500) оборотов толстой проволоки, диаметр которой обычно равен 2—3 мм. Концы этой обмотки присоединяются к двум зажимам (на рис. 99 справа). В некоторых катушках эта обмотка разбивается на 2 самостоятельные обмотки, присоединяемые к 4 зажимам. Соответствующим переключением можно соединить эти две обмотки либо последовательно, либо параллельно. В последнем случае получается как бы одна, вдвое более короткая, но и вдвое более

Рис. 99.



толстая обмотка, с коэффициентом самоиндукции, приблизительно, в 4 раза меньшим, чем при последовательном включении. Поверх этой обмотки накладывается вторичная, состоящая из громадного числа, достигающего до нескольких сот тысяч, оборотов очень тонкой проволоки (диаметр пригл. 0,2 мм.). Длина этой вторичной обмотки в больших катушках достигает нескольких десятков и даже сотен километров. Для примера приводим данные катушки, изображенной на рис. 99. Первичная катушка имеет 360 оборотов проволоки диаметром в 2 мм., наложенных на железный сердечник, состоящий из пучка железных проволок. Диаметр сердечника 5 см. Сопротивление катушки равно 0,36 ома, а коэффициент самоиндукции равен 0,02 генри. Вторичная катушка состоит из 25 километров проволоки, образующей около 50000 оборотов. Толщина этой проволоки 0,18 мм. Ее сопротивление равно 6600 омам, а самоиндукция 460 генри. Коэффициент взаимной индукции равен 2,75 генри. Действие катушки состоит в следующем. По первичной обмотке пропускается ток, который затем очень резко размыкается, благодаря чему производная $dN:dt$ принимает чрезвычайно большое значение, а вместе с тем в каждом обороте вторичной обмотки индуктируется кратковременная, но весьма значительная электродвижущая сила (около 1—2 вольт на оборот в среднем). Благодаря гро-

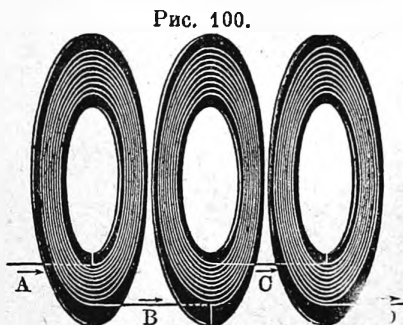
мадному числу оборотов общая электродвижущая сила во вторичной обмотке получает весьма большие значения, доходящие до 100000 вольт и более. В этот момент и проскакивает искра.

Так как разность напряжения возрастает от одного оборота к следующему, то приходится принимать меры предосторожности, чтобы не оказались в соседстве друг с другом части обмотки, отделенные друг от друга большим числом оборотов. Простая обмотка слоями, как на обык-

новенных катушках для ниток, не удовлетворяет этому требованию. Обмотка производится секциями, см. рис. 100, т. е. проволока накладывается в форме плоских спиралей, отделенных друг от друга изолирующей прослойкой. Качество изоляции играет при этом особенно важную роль. Многие изоляторы, окисляясь насчет кислорода окружающего (или растворенного в них) воздуха, особенно под влиянием тихих разрядов, с течением времени начинают плохо изолировать. Поэтому удаление следов растворенного воздуха из изолирующей массы особенно важно (Ср. описание катушек Boas'a, Берлин).

Для того, чтобы возможно реже обрывать ток и производить эту операцию возможно чаще, применяются специальные прерыватели, число которых очень велико, и конструкции весьма разнообразны. Мы опишем только немногие. Основная задача их: 1) производить замыкание и замыкание тока настолько часто, сколько только можно, принимая во внимание время, необходимое для достижения первичным током своего максимума; 2) производить размыкание возможно быстрее и резче, чтобы не дать образоваться в месте разрыва вольтовой дуге, появляющейся благодаря экстратокам размыкания. Важнейшие прерыватели суть: 1) молоточный, 2) турбинный, 3) „Rotax“, и 4) электролитический.

Молоточный прерыватель, или молоточек Neef'a, применяется только для небольших катушек. Он является первым удачным прерывателем, благодаря резкости производимого им разрыва. В современном своем виде он чаще всего конструируется так (английский тип). Железный стержень H (рис. 101) притягивается к намагниченному сердечнику первичной катушки. Благодаря этому происходит разрыв между платиновыми наконечниками CC . Если первичный ток прежде, чем попасть в катушку должен пройти по этому контакту, то в момент разрыва контакта CC обрывается и первичный ток, размагничивается сердечник катушки, и якорь H , увлекаемый пружиной S , отходит обратно, пока не восстановится контакт между C и C , после чего процесс начинается сначала. Регулируя натяжение пружины S при помощи винта N и степень прикосновения контактов CC , можно варьировать режим прерывателя. При более сильных токах контакт выгорает, и потому этот прерыватель не годится для сильных токов.



Турбинный прерыватель устраивается различно. На рис. 102 изображен прерыватель М. Леву. Центральный вал приводится в очень быстрое вращение при помощи постороннего двигателя. Нижний конец вала снабжен рядом лопастей, вращающихся в резервуаре со ртутью. Центробежная сила заставляет ртуть вступать в трубку f и бить струей в противостоящую пластинку i , чем и осуществляется замыкание тока. На том же валу насажен венец зубцов, вращающихся вместе с валом. При этом зубцы перерезают струю ртути и разобщают соединение f и i .

Рис. 101.

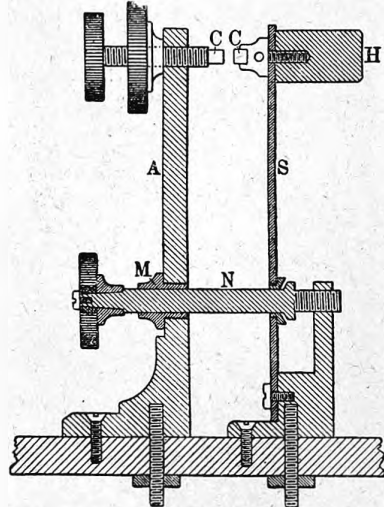
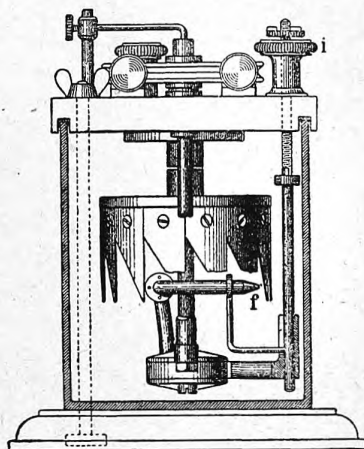


Рис. 102.



Ртуть, бьющая из f , падает вниз и вновь поступает в нижнюю камеру. В других ртутных прерывателях неподвижны зубцы, а вращается струя ртути, при чем контакт осуществляется в тот момент, когда струя ртути ударяет в один из зубцов. Остальная часть сосуда, во избежание горения и окисления ртути, заполняется спиртом или керосином.

В последнее время получили распространение прерыватели „Rotaх“. Железный сосуд, в который налито немного ртути, приводится в быстрое вращение, благодаря чему поверхность ртути принимает параболическую форму. При достаточной скорости вращения ветви параболы поднимаются настолько высоко, что зацепляют внешние зубчики свободно вращающегося внутри сосуда и эксцентрично расположенного колесика, которое в свою очередь приходит во вращение. Колесо изготовлено из непроводящего материала, кроме одного металлического зубца. Когда в ртуть попадает этот зубец, получается контакт между стенками сосуда и осью колесика. Остальная часть сосуда наполняется керосином.

Большим распространением пользуется электролитический прерыватель Wehnelt'a (рис. 103). Он состоит из стеклянного сосуда, наполненного 20% раствором серной кислоты. В этот сосуд погружается другой, фарфоровый, в дне которого имеется малое отверстие. Через

это отверстие проходит кончик платиновой проволоки. Вращая винт, имеющийся наверху фарфорового сосуда, можно увеличивать и уменьшать длину выдвигающегося платинового кончика. Если в цепь прямого тока ввести последовательно некоторую самоиндукцию и этот сосуд, сделав платиновый кончик анодом (катодом является пластина из свинца), то ток получается прерывистый. Повидимому, кислород, а, может быть и пары воды, испаренной Джулевым теплом (явление Пельтье, быть может, также играет роль, как думает Klupathy), обволакивают платиновый электрод газовой оболочкой, разобщая его от серной кислоты. При этом платиновая проволоочка окружена особым сиянием, которое впервые наблюдал Слугинов.

Прерыватель работает хорошо, если разность потенциалов, приложенная к его концам больше 30 и меньше 80 вольт. Впрочем, очень маленькие прерыватели работают и при 10—12 вольтах. При подходящем

Рис. 103.

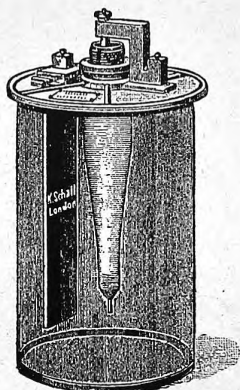
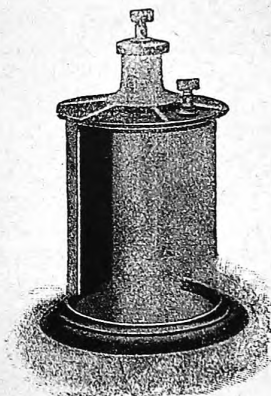


Рис. 104.



подборе самоиндукции и длины платинового кончика, получается очень большое число прерываний, достигающее до 2000 в 1 секунду. Теория электролитического прерывателя недостаточно выяснена. Несомненно, что мы имеем в нем дело с каким-то колебательным процессом (S. Thompson, Гольдгаммер, Ruhmer, Th. Simon и др.), так как для хорошего действия необходима наличность самоиндукции. В. Миткевич полагает, что в прерывателе Wehnelt'a должны происходить явления, аналогичные явлениям вольтовой дуги, и что односторонность действия прерывателя, т. е. необходимость соединять платину с положительным полюсом источника тока, определяется именно тем, что в противном случае платина, будучи нагрета, оказывается в состоянии испускать поток отрицательно заряженных частиц (электронов), и разрыва тока не происходит.

Любопытное видоизменение прерывателя Wehnelt'a предложил Th. Simon. В его прерывателе оба электрода имеют почти одинаковые размеры. Один электрод помещен во внешний стеклянный сосуд, а другой внутри фарфоровой трубки, см. рис. 104, сообщающейся с внешним сосудом при помощи одного или нескольких маленьких отверстий. Электролитом служит серная кислота. Прерыватели Wehnelt'a часто включают по несколько параллельно.

Как мы видели, для достижения наилучшего эффекта во вторичной цепи, необходимо возможно резко оборвать первичный ток. Lord Rayleigh показал, что, разрезая провод пулей, т. е. производя этот разрыв с чрезвычайной резкостью, можно получить максимальный эффект. Но большинство механических прерывателей не удовлетворяют этому требованию. Fizeau первый (1853) указал средство устранить этот недостаток. Две точки, между которыми производится разрыв, присоединяются к двум обкладкам конденсатора. В зависимости от качеств прерывателя меняется и емкость конденсатора, дающего наилучший эффект. Так, к прерывателю Wehnelt'a вообще не следует присоединять конденсатора, если имеется ввиду получить возможно более длинную искру. Чем резко обрывает прерыватель, тем меньше должна быть первичная емкость. Так Trowbridge, употребляя резко обрывающий прерыватель без конденсатора, увеличил вдвое длину искры, доставляемую катушкой, работавшей обычно молоточным прерывателем с конденсатором.

Кроме того, размеры конденсатора, дающего наилучший эффект, зависят от размеров катушки, ее самоиндукции мощности первичного тока и т. д. Для всякой катушки существует *optimum*, отвечающий определенному режиму.

Что касается теории подобного действия конденсатора, то их существует несколько. Первоначально предполагалось, что единственное назначение конденсатора — тушить искру в месте разрыва. В самом деле, в момент разрыва возникает в первичной обмотке значительная электродвижущая сила. Если емкость около точек разрыва не велика, то в этих точках появляется значительная разность потенциалов, которая заставляет проскакивать искру, и, следовательно, первичный ток обрывается не столь резко, как это желательно. Присоединение емкости параллельно к точкам разрыва позволяет электродвижущей силе нести к точкам разрыва большие количества электричества, потенциал не достигает такого большого значения, и искра не проскакивает. Однако, увеличение емкости дает возможность экстратоку размыкания циркулировать в уже разомкнутой цепи (заряджение конденсатора). Таким образом замедляется процесс уничтожения первичного магнитного поля, что уже вредно влияет на потенциал вторичной обмотки. Таким образом делается очевидным существование некоторого *optimum* для величины конденсатора. Однако, повидимому, роль конденсатора, в действительности, сложнее. В момент, когда обрывается первичный ток благодаря разрыву в прерывателе, экстратоки создают на обкладках конденсатора значительные потенциалы, во много раз превышающие потенциал извне приложенной батареи. Но

в этот момент всю цепь можно рассматривать, как состоящую из последовательно включенных: 1) конденсатора, 2) первичной обмотки катушки, 3) батареи. По этому пути и происходит разряд конденсатора, принимающий в этих условиях характер колебательный (см. ниже). Эти колебания, в свою очередь, могут различно влиять на характер явлений во вторичной цепи. Во-первых, они уменьшают остаточное намагничение железного сердечника (Fleming), и этим способствуют возрастанию значения величины $dN:dt$; во-вторых, как будет разобрано ниже, может наступить резонанс между собственными колебаниями первичной и вторичной обмоток, что опять таки должно вызвать значительное повышение напряжения во вторичной цепи. Однако, по исследованиям Argagnat, Walter'a, В. Лебединского и др., присутствие токов во вторичной катушке весьма сильно влияет на режим прерывателя. В зависимости от длины вторичной искры, число и характер колебаний могут испытать весьма существенные изменения. Изучение вопроса весьма осложняется тем, что большинство механических прерывателей увеличивают расстояние между контактами в месте разрыва довольно медленно, а потому 2 или 3 разряда совершаются через прерыватель, и только после того начинается колебание зарядов конденсатора при разомкнутом прерывателе. Теоретические исследования также весьма затруднены недостаточной определенностью качеств искры в месте разрыва, так как расстояния и состояние электродов подвержены изменениям, которые трудно определить.

§ 12. Приближенная теория индукционной катушки. Полная теория индукционной катушки, питаемой постоянным током с прерывателем, представляет почти непреодолимые трудности, в виду неустойчивости таких факторов, как сопротивление искры во вторичной цепи и искры в прерывателе. Общее уравнение для двух т. нав. „связанных“ цепей можно написать в дифференциальной форме, но интегралы можно найти только в отдельных частных случаях. Предположим, что имеются 2 цепи, первичная и вторичная, обладающие сопротивлениями R_1 и R_2 , коэффициентами самоиндукции L_1 и L_2 и коэффициентом взаимной индукции $L_{1,2}$. Пусть к концам этих цепей приложена извне разность потенциалов E_1 и E_2 , и в цепях циркулируют токи J_1 и J_2 . Полная электродвижущая сила для первой цепи складывается из: 1) извне приложенной электродвижущей силы E_1 ; 2) электродвижущей силы $-L_1 \frac{dJ_1}{dt}$, вызываемой самоиндукцией; 3) электродвижущей силы, вызываемой взаимной индукцией второй цепи на первую, и равной $-L_{1,2} \frac{dJ_2}{dt}$.

По закону Ома, совокупность этих электродвижущих сил равна $J_1 R_1$, что дает уравнение

$$E_1 - L_1 \frac{dJ_1}{dt} - L_{1,2} \frac{dJ_2}{dt} = R_1 J_1 \dots \dots \dots (65)$$

и аналогично

$$E_2 - L_2 \frac{dJ_2}{dt} - L_{1,2} \frac{dJ_1}{dt} = R_2 J_2 \dots \dots \dots (66)$$

E_2 обыкновенно равно 0; E_1 в катушках питаемых, постоянным током, постоянно, но изменчивость R_1 и R_2 не дает возможности интегрировать эти уравнения в общем виде. Однако, это легко сделать для периодов, когда R_1 и R_2 установились. Рассмотрим два случая. Случай, когда первичная цепь замкнута, и случай, когда она разомкнута, а самый процесс замыкания и размыкания выделим из наших рассмотрений. Вторичную цепь представим себе включенной на-коротко и обладающей определенным сопротивлением R_2 .

Замыкание первичного тока. Представим, что самый процесс замыкания совершается в весьма короткий промежуток времени Δt . Замечая, что в уравнениях (65) и (66) величины E_1 , $R_1 J_1$ и $R_2 J_2$ остаются конечными, мы заключаем, что и выражения $L_1 \frac{dJ_1}{dt} + L_{1,2} \frac{dJ_2}{dt}$, а также $L_2 \frac{dJ_2}{dt} + L_{1,2} \frac{dJ_1}{dt}$ остаются конечными за весь промежуток времени Δt , а следовательно, в пределе

$$\left. \begin{aligned} L_1 \Delta J_1 + L_{1,2} \Delta J_2 &= 0 \\ L_2 \Delta J_2 + L_{1,2} \Delta J_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (67)$$

где ΔJ_1 и ΔJ_2 суть полные изменения токов J_1 и J_2 за промежуток времени Δt .

Написанные уравнения могут быть удовлетворены только значениями

$$\Delta J_1 = \Delta J_2 = 0 \dots \dots \dots (68)$$

если только не соблюдено условие $L_1 L_2 = L_{1,2}^2$. А это значит, что за период включения тока, токи как в первичной, так и во вторичной обмотке не успеют измениться существенно. Начиная же с момента, когда ток уже включен, дальнейшие явления протекают при постоянном R_1 . Соответствующие уравнения напишутся в виде:

$$R_1 J_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} + L_{1,2} \frac{dJ_2}{dt} = E_1 \dots \dots \dots (69)$$

$$R_2 J_2 + L_2 \frac{dJ_2}{dt} + L_{1,2} \frac{dJ_1}{dt} = 0 \dots \dots \dots (70)$$

Интегралы этих уравнений легко могут быть получены. Дифференцируем оба уравнения по t и исключаем из имеющихся у нас 4 уравнений один раз

$$J_2, \quad \frac{dJ_2}{dt} \quad \text{и} \quad \frac{d^2 J_2}{dt^2}$$

а другой раз

$$J_1, \quad \frac{dJ_1}{dt} \quad \text{и} \quad \frac{d^2 J_1}{dt^2}.$$

Мы получим тогда следующие два уравнения:

$$\frac{d^2 J_1}{dt^2} (L_1 L_2 - L_{1,2}^2) + \frac{dJ_1}{dt} (L_2 R_1 + L_1 R_2) + J_1 R_1 R_2 = E_1 R_2 \dots (71)$$

и $\frac{d^2 J_2}{dt^2} (L_1 L_2 - L_{1,2}^2) + \frac{dJ_2}{dt} (L_2 R_1 + L_1 R_2) + J_2 R_1 R_2 = 0 \dots \dots (72)$

Из самых определений коэффициентов самоиндукции и взаимной индукции следует, что $L_1 L_2 \geq L_{1,2}^2$. Действительно, коэффициент самоиндукции определяется, как сумма магнитных потоков, пронизывающих все обороты (n) катушки, когда по ней течет ток в 1 ампер. Обозначая этот, поток через Ψ , имеем

$$L_1 = n_1 \Psi_1; \quad L_2 = n_2 \Psi_2 \dots \dots \dots (73)$$

Коэффициент взаимной индукции определяется, как сумма потоков, пронизывающих все обороты вторичной катушки (n_2), когда по первичной циркулирует ток в 1 ампер, или наоборот. В лучшем случае, если нет утечки, т. е. если весь поток Ψ_1 пронизывает все обороты n_2 , или наоборот, этот коэффициент равен

$$L_{1,2} = n_2 \Psi_1 = n_1 \Psi_2.$$

Следовательно, в лучшем случае имеем

$$L_1 L_2 = L_{1,2}^2.$$

В большинстве же случаев, существует весьма заметная утечка магнитного потока, благодаря чему $L_{1,2} < n_2 \Psi_1$ и $L_{1,2} < n_1 \Psi_2$, что и доказывает положение $L_1 L_2 \geq L_{1,2}^2$. В виду этого все коэффициенты в уравнениях (71) и (72), стоящие при J и их производных, суть величины положительные. Обозначим их через A , B и C . Перепишем уравнения так:

$$A \frac{d^2 J_1}{dt^2} + B \frac{dJ_1}{dt} + C J_1 = E_1 R_2 \dots \dots \dots (71, a)$$

$$A \frac{d^2 J_2}{dt^2} + B \frac{dJ_2}{dt} + C J_2 = 0 \dots \dots \dots (72, a)$$

Интегралы этих уравнений имеют вид

$$J_1 = P_1 e^{-\alpha_1 t} + Q_1 e^{-\alpha_2 t} + \frac{E_1 R_2}{C} \dots \dots \dots (71, b)$$

$$J_2 = P_2 e^{-\alpha_1 t} + Q_2 e^{-\alpha_2 t} \dots \dots \dots (72, b)$$

где P и Q суть постоянные интегрирования, $C = R_1 R_2$, а α_1 и α_2 должны удовлетворять характеристическому уравнению

$$A \alpha^2 - B \alpha + C = 0 \dots \dots \dots (74)$$

Легко убедиться, что $B^2 - 4AC > 0$, а так как коэффициенты A , B и C положительны, то получаются для α_1 и α_2 вещественные положительные корни. Полагая, что в начальный момент времени $J_1 = J_2 = 0$, получаем два уравнения для определения P_1 , P_2 , Q_1 , Q_2 :

$$P_1 + Q_1 + \frac{E_1}{R_1} = 0 \dots \dots \dots (71, c)$$

$$P_2 + Q_2 = 0 \dots \dots \dots (72, c)$$

Но уравнения (71,b) и (72,b) должны иметь только 2 независимые постоянных интегрирования. Значения для J_1 и J_2 , определяемые интегралами (71,b) и (72,b), должны удовлетворять основным уравнениям (69) и (70). Достаточно, чтобы одно из уравнений было удовлетворено. Как мы сейчас покажем, второе уравнение удовлетворяется при этом, если принять во внимание равенство (74). Подставив (71,b) и (72,b) в (69), имеем

$$\{P_1(R_1 - L_1\alpha_1) - P_2L_{1,2}\alpha_1\}e^{-\alpha_1 t} + \{Q_1(R_1 - L_1\alpha_2) - Q_2L_{1,2}\alpha_2\}e^{-\alpha_2 t} + E_1 = E_1.$$

Уравнение это удовлетворится тождественно, если соблюсти 2 условия:

$$P_1(R_1 - L_1\alpha_1) - P_2L_{1,2}\alpha_1 = 0 \quad \dots \quad (71,d)$$

$$Q_1(R_1 - L_1\alpha_2) - Q_2L_{1,2}\alpha_2 = 0 \quad \dots \quad (72,d)$$

Уравнение (70) дает соответственную пару условий

$$P_2(R_2 - L_2\alpha_1) - L_{1,2}P_1\alpha_1 = 0 \quad \dots \quad (71,e)$$

$$Q_2(R_2 - L_2\alpha_2) - L_{1,2}Q_1\alpha_2 = 0 \quad \dots \quad (72,e)$$

Из (71,d) и (71,e) мы получаем

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{L_{1,2}\alpha_1}{R_1 - L_1\alpha_1} \quad \text{и} \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2 - L_2\alpha_1}{L_{1,2}\alpha_1}$$

Приравнивая правые части, имеем $(R_2 - L_2\alpha_1)(R_2 - L_1\alpha_1) = L_{1,2}^2\alpha_1^2$, выражение, тождественное с (74), если, вместо A , B и C , вставить их значения, а это доказывает, что равенство (71,e) есть следствие равенства (71,d); точно также равенство 72e является следствием равенства 72d. Выражения (71,c), (72,c), (71,e), (72,e), или (71,d) и (72,d), определяют все 4 постоянных интегрирования. Решая соответственные уравнения, мы получаем:

$$J_1 = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_1\alpha_2(R_2 - L_2\alpha_1)e^{-\alpha_1 t} - \alpha_1(R_2 - L_2\alpha_2)e^{-\alpha_2 t}}{(R_2 - L_2\alpha_2)\alpha_1 - (R_2 - L_2\alpha_1)\alpha_2} \quad \dots \quad (75)$$

$$J_2 = \frac{E_1}{R_2} \frac{L_{1,2}\alpha_2\alpha_1(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t})}{(R_2 - L_2\alpha_2)\alpha_1 - (R_2 - L_2\alpha_1)\alpha_2} \quad \dots \quad (75,a)$$

Первое выражение равно 0 при $t = 0$ и постепенно возрастает до предельного значения $\frac{E_1}{R_1}$. Второе начинается с 0, достигает максимума и вновь падает до 0.

Подобным же образом может быть разобран случай внезапного размыкания первичной цепи. Начальные условия таковы: в первичной цепи циркулирует ток, сила которого $\frac{E_1}{R_1}$; во вторичной цепи нет тока. Происходит разрыв первичного тока, при чем в некоторый, весьма малый промежуток времени Δt сила тока J_1 падает до 0, и сопротивление R_1 возрастает до ∞ . Вторичная цепь замкнута, и к ней не приложено никакой внешней электродвижущей силы, т. е. $E_2 = 0$ и R_2 остается конечным так же, как и J_2 . Из уравнения (66), согласно предыдущему, можно заключить, что и выражение

$$L_2 \frac{dJ_2}{dt} + L_{1,2} \frac{dJ_1}{dt} \dots \dots \dots (76)$$

должно оставаться конечным, чего нельзя сказать про выражение (65), так как в нем величина R_1 возрастает до бесконечности. Умножая (76) на Δt , мы пишем, в виду малости Δt ,

$$L_2 \Delta J_2 + L_{1,2} \Delta J_1 = 0,$$

где, однако, ΔJ_2 и ΔJ_1 в отдельности уже не равны нулю, как в (67). Так как ток в первичной цепи падает от $\frac{E_1}{R_1}$ до 0, то $\Delta J_1 = -\frac{E_1}{R_1}$, а следовательно,

$$\Delta J_2 = \frac{L_{1,2}}{L_2} \frac{E_1}{R_1} \dots \dots \dots (77)$$

Это и есть выражение для силы тока в момент, когда закончился процесс разрыва первичной цепи. С этого момента первичная цепь не влияет (почти!) на процессы во вторичной, и ток во вторичной убывает по общим законам, соответственно формуле (14):

$$J_2 = \frac{L_{1,2}}{L_2} \frac{E_1}{R_1} e^{-\frac{R_2}{L_2} t} \dots \dots \dots (78)$$

На самом деле явления чрезвычайно осложняются присутствием конденсатора в первичной цепи, наличием колебаний в раскрытой цепи, и железным сердечником, искажающим явления, благодаря гистерезису, токам Фуко и т. п.

Мы вывели приближенные формулы, определяющие силы тока в первичной и вторичной катушках. Что касается напряжения, то Rayleigh полагает, что наивысшее достижимое напряжение на концах разомкнутой катушки будет получено, если вся магнитная энергия первичной катушки, равная $\frac{1}{2} L_1 J_1^2$, превратится в электростатическую энергию заряженной до потенциала E_2 емкости C_2 вторичной цепи. Эта последняя энергия равна $\frac{1}{2} C_2 E_2^2$. Отсюда получается

$$E_2 = J_1 \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \dots \dots \dots (79)$$

При опытах Rayleigh'a, когда он разрывал первичную цепь пулею из ружья, ему удавалось достигнуть напряжения, близкого к вычисляемому по этой формуле. При этом под емкостью C_2 подразумевается емкость самой обмотки, вместе с присоединенными к полюсам емкостями. Емкость самой обмотки не велика; она порядка 10^{-12} фарады. В последнее время часто стали питать катушки не прерывчатым, но синусоидальным переменным током. Такая работа катушки приближает ее к трансформатору переменного тока, который будет разобран ниже.

§ 13. Переменный ток. Переменным током обычно называется ток, меняющий много раз (до 100 и более) в одну секунду свое направление. Переменный ток получается, если в цепи действует переменная электро-

движущая сила. Наиболее простым законом для изменения электродвижущей силы с течением времени является закон синусоидального изменения. Обычные технические токи довольно существенно отличаются от тока синусоидального, но так как, по теореме Фурье, всякое периодическое изменение может быть изображено, как наложение ряда синусоид с кратными периодами колебаний, то исследование синусоидальных электродвижущих сил составляет наиболее важную, основную часть учения о переменных токах. Итак, представим, что электродвижущая сила меняется по закону

$$E = E_0 \sin 2\pi \frac{t}{T} \dots \dots \dots (80)$$

где E_0 есть наибольшее напряжение за весь период T . Весьма часто вместо T вводят величину, ν равную $\frac{2\pi}{T}$. Она представляет число полных перемен в течение 2π сек. Кроме того, иногда пользуются величиною $n = \frac{1}{T}$; это число периодов в единицу времени называется „частота.“ Обычный переменный ток имеет $n = 50$ и, следовательно, ν около 314.

Приборами, служащими для измерения переменного напряжения, определяется обыкновенно некоторая средняя его величина. Для подобных измерений годятся лишь приборы, показания которых не зависят от направления тока. Такими приборами прежде всего являются различные виды тепловых вольтметров (часть II, гл. XI, § 6 B), в которых отклонение указателя вызывается нагревающим действием тока, а также приборы, в которых отклонение указателя происходит вследствие втяжения железной арматуры в полость катушки, обтекаемой током. Чтобы уяснить, что собственно показывает такой тепловой прибор, сравним его показания под постоянным током и под переменным. Показания его определяются количеством выделяемой в единицу времени теплоты. За единицу времени возьмем период переменного тока T . Так как прибор этот не обладает ни самоиндукцией, ни емкостью, то для него, когда он включен в переменный ток, в любой момент (см. ниже) имеет силу равен-

ство $J = \frac{E_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}}{R}$, где R сопротивление вольтметра. Полное количество выделившегося за время T тепла, по закону Джуля, равно

$$Q = \int_0^T \frac{E_0^2 \sin^2 2\pi \frac{t}{T}}{R} dt = \frac{E_0^2}{R} \int_0^T \sin^2 2\pi \frac{t}{T} dt \dots \dots \dots (81)$$

Интеграл в выражении (81) равен $\frac{T}{2}$, а следовательно,

$$Q = \frac{E_0^2}{R} \cdot \frac{T}{2}.$$

Количество тепла, выделенное в том же приборе за время T прямым током, имеющим напряжение E_1 , определится формулой

$$\frac{E_1^2}{R} T.$$

Если показания прибора в обоих случаях равны, мы говорим, что E_1 равносильно напряжению переменного тока в смысле способности выделить тепловую энергию. Это напряжение E_1 называется эффективным напряжением переменного тока E_{eff} и, согласно предыдущему, связано с E_0 формулой

$$E_{eff}^2 = E_1^2 = \frac{E_0^2}{2}$$

или

$$E_{eff} = E_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots (82)$$

Соответственно, эффективной силой синусоидального тока называется величина

$$J_{eff} = \frac{J_0}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots (83)$$

Таким образом, когда вольтметр переменного тока показывает 110 вольт, это значит, что в периоды максимального напряжения в цепи господствует 156 вольт.

Рассмотрим теперь законы, которыми определяется прохождение переменного тока по цепям, обладающим самоиндукцией и емкостью. Начнем с влияния самоиндукции L . Если к цепи, обладающей самоиндукцией L и сопротивлением R , приложено напряжение $E_0 \sin vt$, где v обозначает $2\pi : T$, то в цепи появится дополнительная электродвижущая сила самоиндукции, и полная разность потенциалов, равная по закону Ома JR , сложится из двух электродвижущих сил:

$$JR = E_0 \sin vt - L \frac{dJ}{dt}$$

или иначе

$$L \frac{dJ}{dt} + JR = E_0 \sin vt \dots \dots \dots (84)$$

Это уравнение имеет следующий интеграл:

$$J = A e^{-\frac{R}{L}} + B \sin(vt - \gamma) \dots \dots \dots (85)$$

где A есть постоянная интегрирования, определяемая по начальным условиям, а B и γ , суть постоянные, которые должны быть так подобраны, чтобы подстановка (85) в (84) превращала это последнее выражение в тождество. Разлагая $\sin(vt - \gamma)$ и $\cos(vt - \gamma)$ по тригонометрическим формулам, и приравнявая коэффициенты при $\sin vt$ величине E_0 , а коэффициенты при $\cos vt$ нулю, получаем два уравнения

$$\left. \begin{aligned} BR \cos \gamma + BvL \sin \gamma &= E_0 \\ BR \sin \gamma - BvL \cos \gamma &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (86)$$

Отсюда

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \frac{\nu L}{R} \\ B &= \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \nu^2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (87)$$

Таким образом окончательно получается формула

$$J = A e^{-\frac{R}{L} t} + \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \nu^2}} \operatorname{Sin}(\nu t - \gamma),$$

где γ определяется формулой (87).

Член $A e^{-\frac{R}{L} t}$ довольно быстро стремится к нулю, так как сопротивление R обыкновенно велико по сравнению с L .

Вспомнив, что $[R]$, выраженное в омах, равно $[R \cdot 10^9]$ электромагнитных *C. G. S.* единиц, и имеет размер $\frac{L}{T}$, а самоиндукция $[L]$, выраженная в генри, равна тоже $[L 10^9]$ электромагнитным *C. G. S.* единицам и имеет размер L , мы заключаем, что в выражении $\frac{R}{L} t$ мы можем вместо R и L вставить практические единицы, и что $\frac{R}{L} t$ есть отвлеченное число. Так, напр., для отдельных обмоток катушки мы имеем: 1) В первичной обмотке $\frac{R}{L} = \frac{0,36}{0,02} = 18$. 2) Во вторичной обмотке $\frac{R}{L} = \frac{6600}{460} = 14,4$. Следовательно, по истечении некоторого времени, член $A e^{-\frac{R}{L} t}$ исчезнет и режим определится формулой

$$J = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \nu^2}} \operatorname{Sin}(\nu t - \gamma) = J_0 \operatorname{Sin}(\nu t - \gamma) \dots \dots \dots (88)$$

где $J_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \nu^2}}$, а γ имеет значение, определяемое формулой (87). Эффективный ток выразится соответственно формулой

$$J_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + L^2 \nu^2}} \dots \dots \dots (89)$$

Так как размер $[L]$ есть L , а размер $[\nu]$ есть $\frac{1}{T}$, то размер $[L\nu]$ есть размер скорости, т. е. тот же, что и размер $[R]$. Кроме того, так как генри и ом оба равны 10^9 абсолютных единиц, то в формулах, выраженных в практических единицах, можно употреблять выражение для L прямо в генри.

В результате произойдет следующее. Синусоида, характеризующая ток, будет сдвинута назад (γ положительное) относительно синусоиды электродвижущих сил. При большом L , малом R и большом ν значение для $\operatorname{tg} \gamma$ может получиться довольно большим. Так, полагая $\nu = \frac{2\pi}{0,02} = 314$, мы для отдельно взятой первичной обмотки индукционной спирали имеем $\frac{L\nu}{R} = 17$, что дает $\gamma = 86,7^\circ$. В предельном

случае, когда $\gamma = 90^\circ$ наступают интересные явления: максимум тока имеет место в тот момент, когда электродвижущая сила падает до нуля и наоборот.

Формула (89) дает силу тока, которая при наличии самоиндукции L и при большой частоте оказывается гораздо меньшею, чем это должно быть, если принять во внимание только сопротивление R . Так, для отдельно взятой первичной обмотки катушки, описанной в § 11, имеем $R = 0,36$, а $\sqrt{R^2 + \nu^2 L^2} = 6,3$, т. е. кажущееся сопротивление в 17 раз больше R .

Выражением (89) можно воспользоваться, для определения L . В самом деле, если известны сила тока J_{eff} , напряжение E_{eff} , сопротивление R и ν , то можно определить L . Выражение $\sqrt{R^2 + \nu^2 L^2}$ носит название кажущееся сопротивление или импеданс (Impedanz), тогда как выражение νL имеет специальное название индуктивное сопротивление или индуктанс (Inductanz). Сопротивление R часто называют омическим сопротивлением или резистанс (Resistanz)¹⁾.

Если цепь не содержит заметной самоиндукции, но состоит из последовательно включенных сопротивлений R и емкости C , то в такой цепи, присоединенной к источнику переменной электродвижущей силы, может циркулировать ток. Составим уравнение для этого случая. Разность потенциалов на обкладках конденсатора равняется количеству электричества, притекшему к конденсатору за все время, т. е. $\int_0^t J dt$, деленному на емкость C . К электродвижущей силе $E_0 \sin \nu t$, приложенной извне, надо прибавить противодействующую (отрицательно взятую) разность потенциалов на обкладках конденсатора, и тогда мы получим окончательную электродвижущую силу, равную, по закону Ома, JR . Получаем уравнение

$$E_0 \sin \nu t - \frac{\int J dt}{C} = JR \dots \dots \dots (90)$$

Дифференцируя это выражение, имеем

$$E_0 \nu \cos \nu t - \frac{J}{C} = R \frac{dJ}{dt}$$

или

$$R \frac{dJ}{dt} + \frac{J}{C} = E_0 \nu \cos \nu t \dots \dots \dots (91)$$

Это уравнение имеет интеграл

$$J = A e^{-\frac{t}{RC}} + B \sin(\nu t - \gamma) \dots \dots \dots (92)$$

¹⁾ В последнее время, согласно постановлению электротехнического съезда, принята такая терминология: импеданс — полное сопротивление, индуктанс — безваттное сопротивление, резистанс — ваттное сопротивление. Значение терминов ваттное и безваттное выяснено ниже.

где A есть постоянная интегрирования, а B и γ должны быть определены подстановкой (92) в (91), что приводит к уравнениям

$$\left. \begin{aligned} BR\nu \cos \gamma - \frac{B \sin \gamma}{C} &= E_0 \nu \\ BR\nu \sin \gamma + \frac{B \cos \gamma}{C} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (93)$$

Отсюда имеем

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= -\frac{1}{R\nu C} \\ B &= \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\nu^2 C^2}}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (94)$$

Член $Ae^{-\frac{t}{RC}}$ с течением времени замирает, и тем скорее, чем меньше R и C , после чего устанавливается режим

$$J = \frac{E_0 \sin(\nu t - \gamma)}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\nu^2 C^2}}} = J_0 \sin(\nu t - \gamma) \dots \dots \dots (95)$$

где $J_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\nu^2 C^2}}}$, а для эффективных значений получается

$$J_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\nu^2 C^2}}} \dots \dots \dots (96)$$

Из формулы (95) мы заключаем, что синусоида, характеризующая ток, упреждает синусоиду, характеризующую электродвижущую силу, на фазу γ (γ отрицательное), определяемую формулой (94). Так как ν обыкновенно довольно велико, то это упреждение достигает больших значений только при малых R и C . Формула (96) показывает, что в цепи, замкнутой на конденсатор, циркулирует ток, и тем более сильный, чем больше C . При очень большом C ($\frac{1}{\nu C} = 0$) сила тока такова, как будто бы не было конденсатора, и цепь была бы замкнута на сопротивление R . В то же время при большом C упреждение тока равно 0. Так как емкость C измеренная в фарадах, равна 10^{-9} электромагнитных $C. G. S.$ един. (часть II, гл. III, § 3) и имеет размер $L^{-1} T^2$, то выражение $\frac{1}{\nu C}$ имеет размер скорости (тот же, что и R) и подобно ему, равно 10^9 своих электромагнитных единиц. Следовательно, если R выражено в омах, то C следует в формуле (95) писать в фарадах. Член $t: RC$ имеет размер 0, как то и должно быть. Выражение $\frac{1}{\nu C}$ называется *капацитанс* (Capacitanz).

Наиболее общий случай, встречающийся во многих технических приложениях, состоит в том, что последовательно включается емкость C , самоиндукция L , и сопротивление R . Общее уравнение, согласно преды-

дущему, напишется так

$$E_0 \sin \nu t - L \frac{dJ}{dt} - \frac{\int J dt}{C} = JR \dots \dots \dots (97)$$

которое, будучи дифференцировано, дает $E_0 \nu \cos \nu t - L \frac{d^2 J}{dt^2} - \frac{J}{C} = R \frac{dJ}{dt}$, или, иначе,

$$L \frac{d^2 J}{dt^2} + R \frac{dJ}{dt} + \frac{J}{C} = E_0 \nu \cos \nu t \dots \dots \dots (98)$$

Это уравнение имеет общий интеграл

$$J = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} + B \sin(\nu t - \gamma) \dots \dots \dots (99)$$

где A_1 и A_2 суть произвольные постоянные, определяемые начальными условиями, а α_1 и α_2 определяются подстановкой (99) в (98). Они должны быть подобраны так, чтобы $A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t}$ удовлетворяло уравнению (98) без второй части. Это приводит к требованию, чтобы α_1 и α_2 были корнями „характеристического“ уравнения

$$L\alpha^2 - R\alpha + \frac{1}{C} = 0.$$

B и γ в выражении $B \sin(\nu t - \gamma)$ должны быть подобраны так, чтобы $B \sin(\nu t - \gamma)$ представило частное решение уравнения (98) со второй частью. Разлагая $\sin(\nu t - \gamma)$ и $\cos(\nu t - \gamma)$ по общим формулам и приравнявая нулю отдельно члены, содержащие $\sin \nu t$ и $\cos \nu t$, получаем два уравнения

$$\left. \begin{aligned} BL\nu^2 \sin \gamma + BR\nu \cos \gamma - B \frac{\sin \gamma}{C} &= E_0 \nu \\ -BL\nu^2 \cos \gamma + BR\nu \sin \gamma + B \frac{\cos \gamma}{C} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (100)$$

Отсюда

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \frac{L\nu^2 - \frac{1}{C}}{R\nu} = \frac{L\nu}{R} - \frac{1}{R\nu C} \\ B &= \frac{E_0 \nu}{\sqrt{\left(\frac{1}{C} - L\nu^2\right)^2 + R^2 \nu^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\nu} - L\nu\right)^2 + R^2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (101)$$

и окончательно, когда установится режим и исчезнут члены $A_1 e^{-\alpha_1 t}$ и $A_2 e^{-\alpha_2 t}$,

$$J = \frac{E_0 \sin(\nu t - \gamma)}{\sqrt{R^2 + \left(L\nu - \frac{1}{C\nu}\right)^2}} = J_0 \sin(\nu t - \gamma) \dots \dots \dots (102)$$

где $J_0 = E_0 : \sqrt{R^2 + \left(L\nu - \frac{1}{C\nu}\right)^2}$. Выражение $\left(L\nu - \frac{1}{C\nu}\right)$ носит название реактанс (Reactanz). Для эффективного тока получается

$$J_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + \left(L\nu - \frac{1}{C\nu}\right)^2}} \dots \dots \dots (102, a)$$

Из формулы (102) мы заключаем, что синусоида, характеризующая ток, может или отставать от синусоиды электродвижущих сил, или опережать ее, в зависимости от знака в выражении для $\operatorname{tg} \gamma$ в (101), а эффективная сила тока, согласно (102, а), вообще говоря, меньше той, которая определяется законом Ома. Но в одном, чрезвычайно важном частном случае, когда соблюдено равенство

$$\frac{1}{C\nu} = L\nu$$

или, иначе, когда $\nu = 1 : \sqrt{LC}$, емкость компенсирует самоиндукцию. Ток быстро возрастает до величин, определяемых омическим сопротивлением цепи, как будто бы ни емкости, ни самоиндукции в цепи не было. В то же время, согласно (101), для такого соотношения емкости и самоиндукции разность фаз тока и электродвижущей силы равна нулю. Случай этот весьма важен потому, что он отвечает явлению резонанса (см. ниже), так как собственный период колебаний цепи определяется формулой $T = 2\pi\sqrt{LC}$, и число колебаний $\nu = 1 : \sqrt{LC}$, и в данном случае, значит, период внешней электродвижущей силы совпадает с собственным периодом колебаний системы.

Взаимная компенсация емкости и самоиндукции применяется в таких случаях, где благодаря большим самоиндукциям ток испытывает слишком большое кажущееся сопротивление.

Весьма важен вопрос об энергии переменного тока. В каждый данный элемент времени dt энергия тока равна $EJdt$, но при вычислении средней мощности нельзя просто перемножить J_{eff} и E_{eff} , так как ток J смещен по фазе относительно электродвижущей силы. Мощность тока равна

$$W = \frac{1}{T} \int_0^T E_0 \sin \nu t \cdot \frac{E_0 \sin(\nu t - \gamma)}{R'} dt \dots \dots \dots (103)$$

где R' обозначает полное сопротивление. Заменяя $\sin(\nu t - \gamma)$ через $\sin \nu t \cos \gamma - \cos \nu t \sin \gamma$ и вспоминая, что $\int_0^T \sin^2 \nu t dt = \frac{T}{2}$, а $\int_0^T \sin \nu t \cdot \cos \nu t dt = 0$, имеем

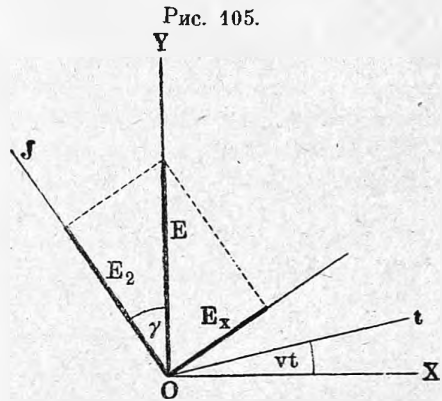
$$W = \frac{1}{2} E_0 \cdot \frac{E_0}{R'} \cos \gamma = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{J_0}{\sqrt{2}} \cos \gamma = E_{\text{eff}} \cdot J_{\text{eff}} \cdot \cos \gamma \dots \dots (104)$$

Таким образом мощность тока зависит от γ . При γ близком к 90° мощность далеко не равна $J_{\text{eff}} \cdot E_{\text{eff}}$. Например, в упоминавшемся нами не раз случае первичной обмотки индукционной катушки, описанной в § 11, мы имеем $\gamma = 86^\circ, 7$, $\cos \gamma = 0,075$ и $R' = 6,3$. Включая эту катушку в цепь переменного тока в 100 вольт, имеем $100 : 6,3 = 15,9$ ампер. Мощность будет равна

$$W = 100 \cdot 15,9 \cdot 0,075 = 116 \text{ ватт.}$$

Выражению (104) можно придать еще такое толкование. Если изображать E_{eff} и J_{eff} в виде векторов, образующих между собою угол γ , то $J_{eff} \times E_{eff} \cdot \cos \gamma$ есть скалярное произведение этих двух векторов, т. е. вектор E_{eff} должен быть разложен на 2 вектора, $E_{eff} \cdot \cos \gamma$ и $E_{eff} \cdot \sin \gamma$. Из них первый есть проекция вектора E_{eff} на вектор J_{eff} , а второй расположен перпендикулярно к вектору J_{eff} . Энергия доставляется только первой слагаемой, тогда как вторая, $E_{eff} \cdot \sin \gamma$, представляет собою безваттную слагающую электродвижущей силы.

Графический прием, к которому прибегают при решении соответственных задач, состоит в следующем. Отрезок, равный E (максимальная электродвижущая сила, или амплитуда электродвижущей силы), наносят на ординате Y , а под углом γ от оси Y , отсчитываемом вправо, если γ отрицательно, и влево, в случае положительного значения γ , проводят вектор, равный J (максимальная сила тока). Линия Ot равномерно вращается вокруг начала O , с угловой скоростью ν . Проекция векторов J и E на эту вращающуюся линию в любой момент изображает величину силы тока и величину электродвижущей силы. На рис. 105 линия Ot сначала пересекает вектор E и потом вектор J , что отвечает отставанию тока от электродвижущей силы. Разложим E на две взаимно перпендикулярные слагаемые: E_r (на рис. 105 ошибочно E_2) и E_x , т. е. представим, что действуют 2 электродвижущие силы: E_r и E_x , из которых первая совпадает по фазе с током, а вторая упередает ток на 90° . Электродвижущая сила в любой момент t , равная $E \sin \nu t$, выразится суммой:



$$E \sin \nu t = E_r \sin(\nu t - \gamma) + E_x \cos(\nu t - \gamma).$$

Первая слагаемая, будучи в одинаковой фазе с током, доставляет мощность

$$W = \frac{1}{T} \int_0^T E_r \sin(\nu t - \gamma) J \sin(\nu t - \gamma) dt = \frac{E_r J}{2}.$$

Вторая же слагаемая, упередая ток на 90° , не доставляет никакой энергии. Она то и представляет собою безваттную слагаемую электродвижущей силы.

Не трудно показать, что $E_r = J_r$, где r омическое сопротивление цепи. Обозначим полное сопротивление (импеданс) через R . Из выражения для $\tan \gamma$ в (101) заключаем, что $\cos \gamma = \frac{r}{R}$; следовательно:

$$E_r = E \cos \gamma = \frac{Er}{R} = Jr.$$

Соответственно

$$\sin \gamma = \frac{Lv - \frac{1}{vC}}{R},$$

следовательно

$$E \sin \gamma = \frac{E}{R} \left(Lv - \frac{1}{vC} \right) = J \left(Lv - \frac{1}{vC} \right) = Jx,$$

т. е. $E \sin \gamma$ представляет собою электродвижущую силу, преодолевающую электродвижущую силу индукции. Работа $W = \frac{E_r J}{2}$ идет на джоулево тепло, и равна $J^2 r_{eff}$, тогда как безваттная слагаемая электродвижущей силы идет на создание магнитного поля и на зарядание конденсатора. Она потому и безваттна, что затрачиваемая энергия возвращается впоследствии в виде электродвижущей силы, индуктируемой исчезающим магнитным полем, и разности потенциалов заряженного конденсатора. Подобное разложение на безваттную и ваттную составляющую можно произвести и над током, при чем первая составляющая равна $J \cos \gamma$ и находится в фазе с электродвижущей силой, а вторая равна $J \sin \gamma$ и на нашем чертеже отстает от электродвижущей силы на 90° .

Чтобы дать пример решения подобных задач, разберем случай, когда сила тока J течет последовательно через две цепи, обладающие разными

Рис. 106.

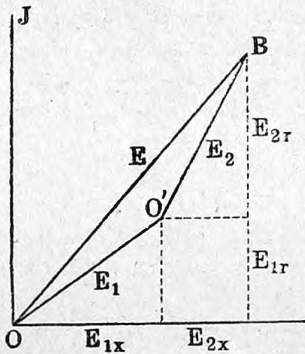
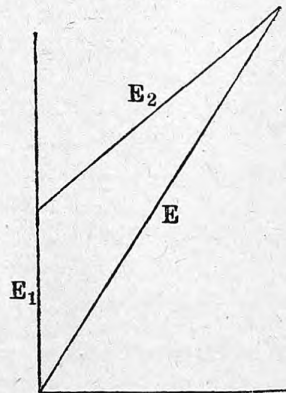


Рис. 107.



импедансами. Пусть импеданс первой цепи R'_1 , а импеданс второй R'_2 . Соответственно реактансы пусть равны x_1 и x_2 , а резистансы r_1 и r_2 . Требуется определить напряжение на зажимах каждого из импедансов. Соответственные E_{1r} и E_{2r} будут равны Jr_1 и Jr_2 . С другой стороны, E_{1x} и E_{2x} равны Jx_1 и Jx_2 , причем E_{1x} и E_{2r} совпадают по фазе с током, а E_{1r} и E_{2x} направлены перпендикулярно к вектору тока.

Нанеся J на ось Y и построив E_{1x} и E_{1r} мы получаем гипотенузу E_1 , представляющую напряжение на зажимах первого импеданса. Начиная

от точки O' , строим катеты E_{2x} и E_{2y} . Это дает нам гипотенузу E_2 , изображающую напряжение на зажимах второго импеданса.

Замыкающая E представляет общее напряжение на зажимах. Если оно дано, то из него, обратное, может быть вычислено J .

Так как E , E_1 и E_2 составляют треугольник, то $E_1 + E_2 > E$, т. е. в общем случае общее напряжение на зажимах двух последовательно включенных импедансов не равно сумме напряжений на зажимах каждого импеданса в отдельности. В частном случае, если один импеданс, напр. R'_1 , не заключает реактанса, т. е. представляет исключительно омическое сопротивление (резистанс), то соответствующая ему величина $Jx_1 = 0$, следовательно, напряжение E_1 в одинаковой фазе с током, и на нашем чертеже должно быть параллельно току J .

Если, кроме направления, E_1 известны величины всех трех напряжений E_1 , E_2 и E , то мы можем построить треугольник (рис. 107), и, следовательно, определить γ_2 и γ , т. е. отставание или упреждение по фазе, которую дают 1) общее напряжение на зажимах E , 2) напряжение на зажимах импеданса r_2 , равное E_2 , по сравнению с током. Это составляет основание метода определения γ , и отсюда $\cos \gamma$, величина которого играет большую роль в теории переменных токов.

Мы не останавливаемся на технике этого определения известного под именем способа трех вольтметров.

До сих пор мы полагали, что электродвижущая сила (а при постоянных R , L и C , значит, и ток) изображалась чистой синусоидой. На самом деле, в зависимости от конструкции динамо, электродвижущая сила изменяется по кривой, более или менее отличной от синусоиды. Полагая R , L и C постоянными, мы и для J получаем некоторую кривую, отличную от синусоиды. Прежде всего ответим на вопрос, что показывают вольтметр и амперметр, когда по ним текут такие токи, т. е. чему теперь равны E_{eff} и J_{eff} . Соответственно выводу формулы (82), мы и теперь можем полагать

$$E_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f(vt)^2 dt} \dots \dots \dots (105)$$

Здесь $f(vt)$ изображает зависимость электродвижущей силы от времени, при чем эта функция периодическая, с периодом T .

Согласно теореме Фурье, подобную однозначную периодическую функцию можно изобразить в виде ряда

$$f(vt) = A_1 \cos vt + B_1 \sin vt + A_2 \cos 2vt + B_2 \sin 2vt + A_3 \cos 3vt + \\ + B_3 \sin 3vt + \dots \dots \dots (106)$$

где A и B определяются по формулам

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(vt) \cos nvt \cdot d(vt) \\ B_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(vt) \sin nvt \cdot d(vt) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (107)$$

Соединяя члены $A_n \cos nvt$ и $B_n \sin nvt$ в выражение типа $C_n \sin(nvt + \delta_n)$, мы получаем для $f(vt)$ окончательно

$$f(vt) = C_1 \sin(vt + \delta_1) + C_2 \sin(2vt + \delta_2) + \dots \dots \dots (108)$$

т. е. $f(vt)$ может считаться сложной гармонической функцией, состоящей из основного колебания и ряда высших гармонических. Подставляя выражение (108) в (105) и замечая, что интеграл

$$\int_0^T \sin(nvt + \delta_n) \sin(mvt + \delta_m) dt$$

равен нулю всякий раз когда, $n \neq m$, и равен vT при $n = m$, мы находим, что под корнем в (105) останутся только интегралы, заключающие $\sin^2(nvt + \delta_n)$, каковые интегралы дают квадрат эффективных электродвижущих сил для гармонических колебаний, входящих в состав сложного гармонического. Мы получаем окончательно

$$E_{eff} = \sqrt{E_1^2{}_{eff} + E_2^2{}_{eff} + E_3^2{}_{eff} + \dots} \dots \dots \dots (109)$$

Аналогично можно получить

$$J_{eff} = \sqrt{J_1^2{}_{eff} + J_2^2{}_{eff} + J_3^2{}_{eff} + \dots} \dots \dots \dots (110)$$

Не трудно показать, что и при вычислении мощности, т. е. величины

$$W = \frac{1}{T} \int_0^T J E dt,$$

значение будут иметь только произведения тока и электродвижущей силы одного и того же периода. Напротив, ток по отношению к электродвижущей силе иного периода является безваттным и окончательно получается формула

$$W = J_{1eff} \cdot E_{1eff} \cos \gamma_1 + J_{2eff} \cdot E_{2eff} \cos \gamma_2 + \dots \dots \dots (111)$$

Таким образом энергия, доставляемая током, состоящим из ряда гармонических, является суммой энергий, доставляемых каждой гармонической в отдельности.

§ 14. Приближенная теория трансформатора переменного тока. Индукционная катушка, разобранный в § 11 и § 12, представляет собою частный случай приборов, носящих общее название трансформаторов. Технический трансформатор, преследуя цель по возможности без по-

терь превращать электрическую энергию одного типа в электрическую же энергию другого типа, обладает некоторыми принципиальными отличиями по сравнению с индукционной катушкой. Устройство его таково. На железную раму K_1, K_2 (рис. 108), составленную из листового железа, накладываются две обмотки, толстая и тонкая. Последняя имеет большее число оборотов, чем первая. Одна из этих двух обмоток, напр., тонкая, питается переменным током, напряжение которого равно $E_0 \sin \nu t$. Вторичная обмотка получает при этом, по индукции, определенную разность потенциалов $E_2 \sin (\nu t - \gamma)$. Допустим, что омическое сопротивление первичной и вторичной обмоток достаточно мало, т. е. пренебрежем потерей энергии на Джулево тепло ($J_2 R$). Тогда можно считать, что вся электродвижущая сила $E_0 \sin \nu t$ идет на преодоление

Рис. 108.

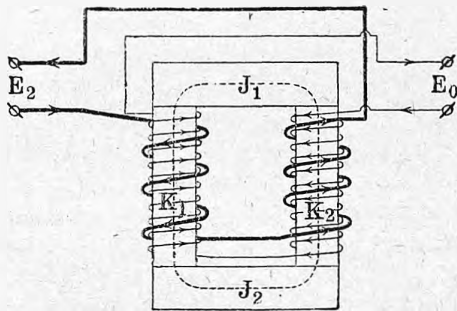
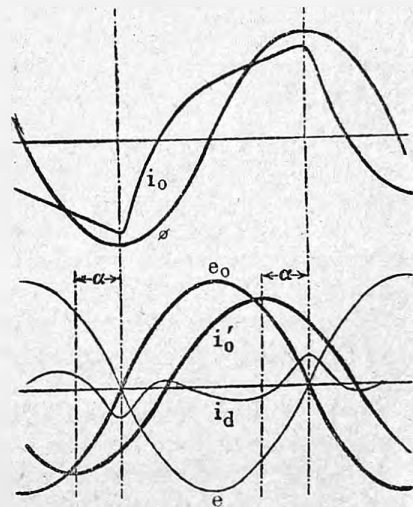


Рис. 109.



электродвижущих сил самоиндукции и взаимной индукции. Разберем сначала случай, когда вторичная обмотка разомкнута. Тогда отсутствует явление взаимной индукции, и мы получаем равенство

$$E_0 \sin \nu t = -w_1 \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \dots \dots \dots (112)$$

где w_1 есть число оборотов первичной катушки, пронизываемых полным потоком Φ .

Отсюда получается для Φ выражение

$$\Phi \cdot 10^{-8} = \frac{E_0}{w_1 \nu} \cos \nu t = \frac{E_0}{w_1 \nu} \sin \left(\frac{\pi}{2} + \nu t \right) \dots \dots \dots (113)$$

т. е. магнитный поток упередает электродвижущую силу на 90° , сохраняя характер синусоидальный. Однако, сила тока, циркулирующего в первичной обмотке, не сохраняет синусоидального характера. Благо-

даря гистерезису (т. IV, часть 2, гл. VIII, § 6), ток должен быть сильнее в период нарастания потока, и слабее в период его убывания, так что кривая тока описывает на кривой потока петли, подобные гистеретическим петлям, см. рис. 109 верхний.

Если бы не было гистерезиса, то кривая тока была бы синусоидой, синхронной с синусоидой магнитного потока, т. е. выражалась бы формулой $J = J_0 \sin\left(\nu t + \frac{\pi}{2}\right)$. В таком случае ненагруженный трансформатор, как уже выяснено в предыдущем параграфе, не потреблял бы никакой энергии, так как

$$\frac{1}{T} \int_0^T E_0 \sin(\nu t) J_0 \sin\left(\nu t + \frac{\pi}{2}\right) dt = 0.$$

Сдвиг кривой тока вследствие гистерезиса вызывает потерю, которая называется потерей на гистерезис. Согласно замечанию в конце § 13, можно кривую измененного тока i_0 заменить совокупностью синусоид, из которых только синусоида главного периода будет доставлять энергию с электродвижущей силой $E_0 \sin \nu t$. Эта главная синусоида изображена на рис. 109 внизу (i'_0). Соответственная потеря на гистерезис равна

$$W_0 = E_{\text{eff}} \cdot J'_{0,\text{eff}} \cos(90 - \alpha),$$

где α есть угол, показывающий, на сколько смещена линия тока влево от идеального смещения, равного 90° . Кривая i_d изображает разность между i_0 и i'_0 , которая, согласно сказанному, не вызывает потерь, и следовательно составляет безваттную слагающую тока i_0 .

Теперь обратимся к вопросу, какие изменения вызовет в режиме трансформатора нагрузка вторичной цепи на безиндукционное сопротивление R_2 , которое пусть и представит собою полное сопротивление вторичной цепи (ввиду малости сопротивления обмотки). Рассмотрим сначала идеальный случай, когда нет утечки, т. е. когда магнитный поток первичной катушки пронизывает все обороты вторичной. Опыт показывает, что современные трансформаторы, в нормальных условиях работы, отдают до 97% потребленной энергии. Из этого ясно, что допущенное упрощение рассуждений позволительно. Такое полное использование потока и составляет отличительную особенность трансформатора по сравнению с индукционной катушкой. Указанное упрощение равносильно с утверждением, что коэффициенты самоиндукции обеих обмоток $L_{1,1}$, $L_{2,2}$ и коэффициент взаимной индукции $L_{1,2}$ связаны следующей связью: обозначим число оборотов первичной и вторичной обмотки через n_1 и n_2 ; пусть первичная катушка, обтекаемая током в 1 ампер, создает поток Φ_1 . Тогда коэффициенты $L_{1,1} = n_1 \Phi_1$, $L_{1,2} = n_1 \Phi_1 \frac{n_2^2}{n_1}$, или иначе

$$L_{1,2} : L_{1,1} : L_{2,2} = n_2 : n_1 : \frac{n_2^2}{n_1} \dots \dots \dots (114)$$

Зная $L_{1,2}$, мы можем положить

$$L_{1,1} = \frac{n_1}{n_2} L_{1,2}; \quad L_{2,2} = \frac{n_2}{n_1} L_{1,2} \dots \dots \dots (114, a)$$

Отсюда следует равенство $L_{1,1} L_{2,2} = L_{1,2}^2$ (§ 12). В таких предположениях мы можем написать для первой цепи

$$E_0 \sin \nu t = \frac{n_1}{n_2} L_{1,2} \frac{dJ_1}{dt} + L_{1,2} \frac{dJ_2}{dt} \dots \dots \dots (115)$$

и для второй цепи, обладающей заметным сопротивлением R_2 , но лишенной извне приложенной электродвижущей силы, получим

$$0 = J_2 R_2 + \frac{n_2}{n_1} L_{1,2} \frac{dJ_2}{dt} + L_{1,2} \frac{dJ_1}{dt} \dots \dots \dots (116)$$

Легко убедиться, что эта совокупность дифференциальных уравнений отождествляется следующей системой решений

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= A \sin(\nu t - \delta) \\ J_2 &= B \sin(\nu t - \epsilon) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (117)$$

где A , B , δ и ϵ должны удовлетворять 4 уравнениям, получаемым после подстановки (117) в (115) и (116):

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= L_{1,2} A \nu \sin \delta + L_{1,2} B \nu \sin \epsilon \\ 0 &= L_{1,2} A \nu \cos \delta + L_{1,2} B \nu \cos \epsilon \\ 0 &= B R_2 \cos \epsilon + L_{1,2} B \nu \frac{\sin \epsilon}{p} + L_{1,2} A \nu \sin \delta \\ 0 &= -B R_2 \sin \epsilon + \frac{L_{1,2} B \nu}{p} \cos \epsilon + L_{1,2} A \nu \cos \delta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (118)$$

где p обозначает $n_1 : n_2$. Эти 4 уравнения дают следующие решения:

$$\begin{aligned} 1) \quad \epsilon &= \pi; & 2) \quad \operatorname{tg} \delta &= \frac{R_2 p}{L_{1,2} \nu}; & 3) \quad A &= \frac{E_0}{R_2 p L_{1,2} \nu} \sqrt{R_2^2 p^2 + L_{1,2}^2 \nu^2}; \\ & & 4) \quad B &= -\frac{E_0}{R_2 p} \dots \dots \dots (118, a) \end{aligned}$$

Эти последние формулы дают следующие результаты:

1) Вторичный ток, который находится в фазе со своей электродвижущей силой, отстоит на 180° от электродвижущей силы первичного тока.

2) Первичный ток обладает разностью фаз со своей электродвижущей силой, которая приближается к 90° по мере увеличения сопротивления вторичной цепи, при чем ток становится безваттным, и наоборот, при уменьшении R_2 первичный ток все больше приближается по фазе к своей электродвижущей силе, при чем растет потребляемая первичной обмоткой энергия.

3) Третья формула дает довольно сложную зависимость амплитуды первичного тока от элементов трансформатора. Любопытна зависимость этой амплитуды от сопротивления вторичной цепи R_2 . Если $L_{1,2} \cdot \nu$ до-

статочно велико, так что под корнем можно отбросить $R_2^2 p^2$, то зависимость эта выражается формулой

$$A = \frac{E_0}{R_2 p} \dots \dots \dots (119)$$

т. е. сила тока первичной цепи обратно пропорциональна сопротивлению вторичной обмотки.

4) Четвертая формула дает амплитуду вторичного тока.

Заметим, что при допущенных упрощениях формулы (115) и (116) дают непосредственно значения для $J_2 = -\frac{n_2 E_1}{n_1 R_2} \sin vt$, как то и получается из первой и четвертой формул (118, а).

Теория трансформатора много осложняется, если принять во внимание утечку магнитного потока, и мы не будем останавливаться на этих более сложных случаях.

§ 15. Механические взаимодействия между токами индуктирующим и индуктированным. Ток индуктирующий взаимодействует с током индуктированным по общим законам электродинамики, изложенным в т. IV, часть 2, гл. VII, § 4. Потенциальная энергия двух взаимодействующих токов J_1 и J_2 друг на друга выражается формулой

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu L_{1,2} \dots \dots \dots (120)$$

где μ магнитная проницаемость среды, а $\mu L_{1,2}$ коэффициент взаимной индукции. Сила взаимодействия определяется формулой

$$P = J_1 J_2 \mu \frac{\partial L_{1,2}}{\partial p} \dots \dots \dots (121)$$

где p параметр, определяющий взаимное расположение токов. Если первичный ток есть ток переменный, то электродинамическое взаимодействие приобретает стационарный характер. При этом возможны несколько случаев. Если разность фаз тока первичного и вторичного близка к $\frac{\pi}{2}$, то в среднем не получится почти никакого взаимодействия. В самом деле, в таком случае в течение полного периода токи первичный и вторичный два раза будут иметь одинаковое направление, и будут взаимно притягиваться, и два раза направление их будет противоположно, и они будут столь же сильно отталкиваться. В том же случае, когда токи первичный и вторичный смещены больше, чем на $\frac{\pi}{2}$ — мы получаем более или менее сильное отталкивание.

Разберем один замечательный, относящийся сюда случай. Имеется прямая катушка, в которую вставлен длинный железный сердечник из пучка проволоки. Ось катушки расположена вертикально, и на железный сердечник надето кольцо из очень толстой медной проволоки. По катушке пропускается переменный ток, при чем в кольце индуктируются весьма сильные индукционные токи. Кольцо испытывает при этом отталкивание со стороны катушки, подымается вдоль по сердечнику, и, если не соскочит с сердечника, то останавливается на некоторой высоте, на кото-

рой и остается, пока по катушке циркулирует ток. Этот замечательный опыт принадлежит Elisha Thomson'у. Обозначим ток, циркулирующий в катушке, через J_1 , коэффициент самоиндукции катушки через $L_{1,1}$, сопротивление ее через R_1 . Соответственные элементы для кольца обозначим через J_2 , $L_{2,2}$, R_2 ; коэффициент взаимной индукции кольца и катушки обозначим через $L_{1,2}$. Пусть к зажимам катушки приложена электродвижущая сила $E \sin mt$, где $m = \frac{2\pi}{T}$. Уравнения тока для катушки и кольца, согласно вышесказанному напишутся так

$$L_{1,1} \frac{dJ_1}{dt} + L_{1,2} \frac{dJ_2}{dt} + R_1 J_1 = E \sin mt \quad \dots \dots \dots (122)$$

$$L_{2,2} \frac{dJ_2}{dt} + L_{1,2} \frac{dJ_1}{dt} + R_2 J_2 = 0 \quad \dots \dots \dots : (123)$$

Частное решение этой совокупности, которое единственно нас интересует, как определяющее токи при установившемся режиме, есть

$$J_1 = A \sin(mt - \alpha) \quad \dots \dots \dots (124)$$

$$J_2 = B \sin(mt - \beta) \quad \dots \dots \dots (125)$$

где постоянные A , B , α и β должны быть подобраны путем подстановки выражений (124) и (125) в уравнения (121) и (123). При этом второе уравнение даст такие два тождества для коэффициентов при $\cos mt$ и $\sin mt$:

$$m L_{1,2} A \cos \alpha = -m L_{2,2} B \cos \beta + R_2 B \sin \beta \quad \dots \dots \dots (126)$$

$$m L_{1,2} A \sin \alpha = -m L_{2,2} B \sin \beta - R_2 B \cos \beta \quad \dots \dots \dots (127)$$

Умножая эти тождества один раз на $\sin \beta$ и $-\cos \beta$, а другой раз на $\cos \beta$ и $\sin \beta$, и складывая попарно, имеем:

$$\sin \beta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \beta = \sin(\beta - \alpha) = R_2 B : m L_{1,2} A \quad \dots (126, a)$$

$$\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos(\beta - \alpha) = -L_{2,2} B : m L_{1,2} A \quad \dots (127, a)$$

Отсюда окончательно имеем

$$\operatorname{tg}(\beta - \alpha) = -R_2 : m L_{2,2} \quad \dots \dots \dots (128)$$

Последнее выражение, в связи со знаком выражения $\sin(\beta - \alpha)$ показывает, что $\beta - \alpha > \frac{\pi}{2}$ и при том, чем меньше R_2 и больше $m L_{2,2}$, тем ближе $\beta - \alpha$ к π . В пределе, при весьма малом R_2 и большом числе перемен тока в секунду ($L_{2,2}$ обыкновенно не велико) получается относительный сдвиг фаз почти на пол периода, т. е. токи в катушке и в кольце имеют на протяжении почти всего периода противоположное направление, чем и объясняется сильное отталкивание кольца и катушки. В других опытах E. Thomson'a кольцо, могущее свободно вращаться вокруг своего вертикального диаметра, подвешивалось в горизонтальном переменном магнитном поле. При этом кольцо поворачивается, устанавливаясь своею плоскостью параллельно внешнему полю, так что магнитный поток не пронизывает кольца и не вызывает в нем токов индукции. Это явление есть

прямое следствие отталкиваний между первичным током и токами индуктированными. На этом принципе Flemming построил особый амперметр для переменных токов.

§ 16. Индукция в сплошных телах. Токи Foucault. До сих пор мы имели дело с линейными проводниками. При незначительности их поперечного сечения электродвижущая сила по всему сечению имеет одну величину и направление, а потому токи могут течь только вдоль провода, и не могут образовываться внутри проводников односвязных замкнутых токовых нитей. Но если в переменное магнитное поле поместить металлическую (медную) пластинку, то в ней могут образоваться „вихри“ (Wirbelströme) — носящие специальное название токов Фуко. Точно также, если часть медной пластины пересекает магнитное поле, то в этой части возникают электродвижущие силы, которые вызывают появление тока, смыкающегося через остальные части пластины. Распределение токовых линий при этом довольно трудно определить. Первый сделал попытку теоретического разбора этого вопроса Felici в 1853 г. Затем этот вопрос подробно рассмотрел Jochmann. В 1872 г. Maxwell дал теорию индукции для бесконечно большой очень тонкой пластины; наконец 1880 Н. Hertz в своей диссертации „Über die Induction in rotierenden Kugeln“ дал наиболее полное решение проблемы для шара и пластины. Экспериментально удастся проследить распределение токовых линий по способу, напоминающему собою способ Quincke (т. IV, часть 2-ая, гл. III, § 5). А именно, прикасаясь двумя скользящими контактами к двум точкам вращающегося диска, разыскивалось такое положение контактов, при котором между ними не возникало разности потенциалов. Так вычерчивались „изоэлектрические“ линии. Matteucci, делавший подобные определения, полагал, что токовые линии должны быть нормальны к изоэлектрическим. Дальнейшие исследования показали, что подобное простое предположение не оправдывается.

Если подобные индукционные токи вызваны перемещением металлических масс поперек магнитного поля, то, по закону Ленца, они вызывают реакцию, сопротивляющуюся перемещению. Например, если привести во вращение медный диск так, чтобы один его край пересекал магнитное поле, то на вращение этого диска придется затратить известное усилие. Точно также придется затратить усилие, чтобы вдвинуть медный кружок в магнитное поле, или чтобы вынуть его оттуда, тогда как движение кружка поперек равномерного поля не требует подобных усилий. Таким образом магнитные поля действуют успокоительно на колеблющиеся медные массы, на чем основано устройство успокоителей для сейсмографов, катушечных гальванометров и т. п.; наоборот, медные массы действуют успокоительно на колеблющиеся магниты, на чем основано устройство успокоителей магнитных гальванометров. Мы приходим к выводу, что медные массы стремятся сохранить неизменным свое взаимное положение относительно магнитных полей, и если источники магнитных полей приходят в движение, то медные массы стремятся следовать за ними в этом движении. Faraday первый (1831) объяснил таким обра-

зом загадочные явления „вращательного магнетизма,“ открытого Arago в 1826 г. Согласно Arago, если подвесить горизонтальную магнитную стрелку над вращающимся горизонтально медным диском, то стрелка увлекается вращением диска. Наоборот, вращение магнитной стрелки может вызвать вращение медного диска. Не упоминаем других более сложных явлений, наблюдавшихся под именем „магнетизма вращения.“ Математически задача о диске Arago была разрешена Maxwell'ем (Treatise II, § 668).

Ferraris (1888) первый применил этот принцип для получения постоянных вращений. Вращая магнитное поле, Ferraris заставил непрерывно вращаться помещенный в этом поле медный диск; при этом Ferraris впервые применил принцип „вращающихся магнитных полей.“ А именно он поместил две пары электромагнитных полюсов под прямыми углами. Каждая пара противоположащих полюсов питалась переменным током, так, чтобы противостоящие полюсы имели противоположную полярность; ток питающий одну пару был смещен относительно тока питающего вторую пару на $\frac{\pi}{2}$. Таким образом, вектор, определявший равнодействующее магнитное поле, слагался из двух взаимно перпендикулярных векторов, синусоидальных, и смещенных на фазу $\frac{\pi}{2}$. По теории сложения гармонических колебательных взаимно перпендикулярных движений, результирующий вектор совершает равномерное вращение по окружности, не меняя при этом своей интенсивности. Помещенный в такое вращающееся поле медный барабан очевидно должен вращаться вслед за магнитным вектором, стремясь в своем вращении приблизиться к синхронизму с вращающимся магнитным полем. Синхронизм никогда не достигается, и всегда имеется известное „скольжение“ вращающегося барабана („ротора“) относительно вращающегося магнитного поля неподвижных электромагнитов („статора“). Чем больше скольжение, тем сильнее развивающиеся в барабане индукционные токи, и тем сильнее механическое взаимодействие статора и ротора. Указанный принцип лег в основу устройства асинхронных двигателей.

Но часто индукционные токи, возникающие в металлических частях индукционных приборов (трансформаторов, индукционных катушек и т. д.), являются вредными, почему они и получили название „паразитных“ токов. Особенно вредными эти токи оказываются, если они возникают в железных сердечниках индукционных приборов, так как эти токи играют тогда роль внутренних, коротко замкнутых вторичных обмоток трансформатора, поглощающих значительную часть энергии первичного магнитного потока, и обрабатывающих ее на нагревание железа сердечника. Во избежание этого железные сердечники „подразделяют,“ т. е. собирают из железных прутьев, лент и пластин, с таким расчетом, чтобы поверхности раздела, покрывающиеся непроводящею железной окалиной, шли параллельно магнитному потоку, не увеличивая магнитного сопротивления цепи (ср. т. IV, 2-ая ч., гл. VIII, § 3) и не позволяя возникнуть поперечным токовым вихрям большого радиуса. Пока-

жем значение подобного подразделения. Рассмотрим железный сердечник, составленный из железных прутьев, подвергаемый продольному переменному намагничению. Выделим внутри такого прута полый цилиндр, с радиусом r и толщиной стенок dr . Пусть удельное сопротивление железа равно ϱ . Обозначая магнитную индукцию вдоль стержня через B , имеем для электродвижущей силы вдоль окружности трубки выражение

$$e = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \dots \dots \dots (129)$$

Сопротивление трубчатого проводника, длина которого l , радиус r и толщина dr , току, текущему по окружности, равно

$$W = \frac{2\pi r \varrho}{l dr} \dots \dots \dots (130)$$

Количество теплоты dq , выделенное индукционным током за время dt , в таком трубчатом проводнике равно

$$dq = J^2 W dt = \frac{(\pi r^2 \frac{dB}{dt})^2 dt}{2\pi r \varrho / l dr} = \pi r^3 \frac{l}{2\varrho} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dr dt \dots \dots (131)$$

Количество тепла dQ , выделившееся во всем стержне радиуса R за время dt , равно

$$dQ = dt \int_0^R \pi r^3 \frac{l}{2\varrho} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dr = \frac{\pi R^4 l}{8\varrho} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt \dots \dots (131, a)$$

Количество тепла, выделившееся в 1 куб. сант. железа за время dt , равно

$$dQ_1 = dt \frac{R^4}{8\varrho} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \dots \dots \dots (131, b)$$

откуда видно, что количество теплоты быстро уменьшается с уменьшением радиуса стержня (и увеличивается с увеличением частоты). Но так как уменьшение радиуса увеличивает пространство, занимаемое изоляцией, что в свою очередь вредно отзываясь на проницаемости, то отсюда ясно существование некоторого optimum для степени подразделения сердечника. Наряду с потерей на гистерезис, о которой было упомянуто во 2-ой части, гл. VIII, § 6, (т. IV,) потери на токи Foucault составляют главные потери в железе трансформаторов и динамо.

Хорошо проводящие медные пластины, помещенные на пути переменного магнитного потока, поглощают его энергию, превращая ее в тепло. Таким образом они „заслоняют“ (Schirmwirkung) магнитный поток. Действительно, мы видели в предыдущем параграфе, что индукционные токи в хорошо проводящих пластинах сдвинуты относительно первичного тока на 180° ; следовательно, эти паразитные токи ослабляют магнитный поток, создаваемый первичным током. Если над катушкой, питаемой переменным током поместить другую катушку, то напряжение тока, индуцируемого в этой катушке чрезвычайно ослабляется, если между на-

тушками индуктирующею и индуктируемою поместить медную пластину. Zenneck в ряде статей, а также в книге „Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie“ развил интересную теорию заслоняющего действия медных пластин. Он исходит из идеи магнитной цепи, упомянутой во 2-й части гл. VIII, § 3 (т. IV), форм. (25)—(25,e). Представим себе замкнутое железное кольцо, равномерно покрытое обмоткой. Согласно формуле (25,b), для магнитодвижущей силы M мы получаем выражение

$$M = C n_1 i_1,$$

где C есть коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц, n_1 число оборотов обмотки кольца, i_1 сила тока в обмотке. Соответственно, обозначая магнитное сопротивление цепи через r , где $r = l : \mu \sigma$, мы для магнитного потока ψ_1 получаем выражение

$$\psi_1 = \frac{C n_1 i_1}{r} \dots \dots \dots (132)$$

справедливое и для случая, когда i_1 есть ток переменный. Наложим на кольцо дополнительную, коротко замкнутую обмотку, число оборотов которой равно n_2 . Ток i_2 , возникающий по индукции в этой обмотке, создает дополнительную магнитодвижущую силу, равную $C n_2 i_2$, так что окончательный поток ψ будет равен

$$\psi = \frac{C n_1 i_1 + C n_2 i_2}{r} \dots \dots \dots (132, a)$$

Величина i_2 вычисляется по общим законам индукции. Она равна

$$i_2 w_2 = -L_{1,2} \frac{d\psi}{dt} \dots \dots \dots (132, b)$$

где $L_{1,2}$ есть коэффициент взаимной индукции и w_2 есть омическое сопротивление вторичной катушки. Вводя вместо i_2 в выражение (132,a) значение, полученное из (132,b), и заменяя $\frac{C n_2 L_{1,2}}{w_2}$ через p , имеем

$$\psi = \frac{C n_1 i_1 - p \frac{d\psi}{dt}}{r} \dots \dots \dots (133)$$

или окончательно, заменяя $C n_1 i_1$ величиною M , получаем

$$\psi = \frac{M - p \frac{d\psi}{dt}}{r} \dots \dots \dots (133, a)$$

Эта формула замечательна по своему внешнему сходству с формулой (8). Она расширяет аналогию между электрическим током и магнитным потоком. Мы приходим к выводу, что в магнитной цепи, по которой циркулирует меняющийся магнитный поток, кроме извне приложенной магнитодвижущей силы M , возникает „индуктированная магнитодвижущая сила“ — $p \frac{d\psi}{dt}$, где коэффициент p играет роль самоиндукции цепи

по отношению к магнитному потоку. Формальное сходство исходных формул ведет к формальному сходству дальнейших выводов. В случае действия синусоидальной магнитодвижущей силы эффективная величина магнитного потока будет такая, как если бы в цепи имелось магнитное сопротивление не r , но „полное магнитное сопротивление“

$$r_1 = \sqrt{r^2 + \left(\frac{2\pi}{T} p\right)^2} \dots \dots \dots (134)$$

аналогично знаменателю форм. (89) на стр. 236. Соответственно магнитный поток будет изменять свою фазу относительно магнитодвижущей силы по законам, имеющим место по отношению к току.

Таким образом введение медной пластинки на пути магнитного потока кажущимся образом увеличивает магнитное сопротивление цепи. Если медная пластинка загораживает собою лишь часть потока, то магнитный поток, избегая пути сквозь пластину, сосредоточится в оставшемся незаслоненном пространстве. Таким образом получается возможность „отражать“ и направлять магнитный поток при помощи медных экранов. С этой точки зрения вышеописанные опыты *Elihu Thomson'a* приобретают новое значение. Пространство, охваченное медным кольцом, является как бы диамагнитным по сравнению с остальным пространством, так как оно обладает большим магнитным сопротивлением, и в качестве такого диамагнитного тела, оно отталкивается от электромагнита. Также можно истолковать и роль паразитных токов в сердечниках.

Увеличение магнитного сопротивления, вызываемое паразитными токами, обуславливает собою еще одно явление. Если внутрь катушки обтекаемой переменным током, вставить полый цилиндрический железный сердечник (трубку), то происходит увеличение первичного потока. Но если внутрь первого сердечника вставить другой, массивный железный сердечник, то дальнейшего усиления потока не происходит. Обмотка, вложенная внутрь полого сердечника не обнаруживает явлений индукции. Все это свидетельствует, что магнитный поток не проникает сквозь толщу полого железного сердечника, ограничиваясь лишь его поверхностным слоем. Таким образом сплошные (неподразделенные) проводящие массы представляют собою тела, сквозь которые не проникает переменный поток. Исследования *Zenneck'a* показали, что действие это тем сильнее, чем больше произведение из электропроводности, магнитной проницаемости матерьяла и числа перемен тока в 1 сек. Это явление известно под названием *Skin-effect* или *Hautwirkung*. Кроме явления быстрого убывания амплитуды магнитного потока вглубь проводящих стержней, замечается еще запаздывание магнитного потока по фазе, по мере удаления от поверхности. Величина диаметра испытуемого сердечника тоже играет роль. Явление отчетливо для сердечников, диаметр которых превышает 1 сантиметр. Так в железном сердечнике, диаметром более 1 сантиметра при 100 переменах тока 1 сек. на глубине 3 мм. господствует магнитная индукция, составляющая лишь 0,02 от индукции на поверхности. Для подобного же медного стержня явление менее резко, так как магнит-

ная проницаемость меди много меньше, чем железа, хотя электропроводность ее и лучше.

Для тока также известно явление неравномерного распределения по поперечному сечению, называемое Skin-effect или Hautwirkung. Понять причину такого явления не трудно. Мы отметили (см. § 7), что самоиндукция кольцевого проводника зависит от радиуса поперечного сечения провода. Аналогичная зависимость существует и для самоиндукции прямого провода, ср. форм. (27), Физический смысл этого обстоятельства понятен. Если мы возьмем массивное кольцо, обтекаемое током, то часть магнитных линий будет проходить в массе самого проводника; таким образом только центральные токовые линии будут охватываться полным числом магнитных линий, создаваемых током, тогда как магнитный поток, охватываемый поверхностными токовыми линиями, не будет отвечать полной силе тока. Соответственно, для вычисления коэффициента самоиндукции данной токовой линии надо будет принять во внимание поток, охваченный данной токовой линией, или, что то же самое, охватывающий токовую линию.

Благодаря этому, когда переменный электрический ток циркулирует по проводу, то центральные токовые линии представляют для него большее кажущееся сопротивление, чем поверхностные линии, и ток, свободно распространяясь по поверхности, не может достигнуть полной силы внутри проводника благодаря развивающейся в этих частях проводника значительной самоиндукции.

Zenneck указал одну неправильность, которая часто встречается. Утверждают, что токовые линии вытесняются изнутри провода наружу. На самом деле ток вблизи поверхности не больше того, который определяется проводимостью и самоиндукцией данного поверхностного слоя.

Явление это, как и Skin-effect магнитного потока тем резче, чем больше произведение из электропроводности и магнитной проницаемости матерьяла и числа перемен тока в 1 сек. Так для медного провода при 10^6 перемен тока и 1 сек. сила тока на глубине 0,3 мм. составляет всего $\frac{1}{3}$ силы тока на поверхности. Железо показывает это явление в более резкой степени. Явление это весьма важно в технике токов большой частоты. Так оказывается невыгодным употребление сплошных проводов — можно ограничиться трубчатыми проводниками. Там, где по конструктивным соображениям выгодно употребить сталь — достаточно покрыть ее медным слоем. Луженные медные провода оказываются невыгодными, так как оловянный слой представляет дурную проводимость.

Теоретическая разработка обоих явлений — магнитного и электрического — вполне аналогична, ввиду сходства основных формул для электрического тока и магнитного потока. Первый указал на существование электрического эффекта Maxwell (Treatise II, § 689). Затем Rayleigh дал более полную теорию. Впоследствии этими вопросами занимались Stefan, Poincaré, A. Sommerfeld, Cohn, и др. Zenneck распространил выводы, приведенные у Cohn'a для электрического эффекта, на магнитный. Предположим, что к концам достаточно длинного пря-

мого цилиндрического провода приложена переменная разность потенциалов E . Число перемен примем не очень большим для того, чтобы можно было считать в любой момент силу тока неизменной по всей длине. Магнитные линии будут иметь вид концентрических кругов. Рассматривая внутри провода два коаксиальных цилиндра с радиусами r и $r + dr$, мы замечаем, что первый будет охвачен большим числом линий магнитной индукции, а именно на величину

$$\mu \mathfrak{H} l dr (135)$$

где μ магнитная проницаемость, \mathfrak{H} сила поля, l длина провода. Во 2 части гл. III, § 6 (т. IV), формула (47) были выведены уравнения Maxwell'a для магнитного поля внутри проводов, обтекаемых током. В векториальных обозначениях эти уравнения можно написать так

$$4\pi j = \text{curl } \mathfrak{H} (136)$$

где j есть вектор, изображающий плотность тока. Теорема Stokes'a гласит, что

$$\int df \text{curl}_n \mathfrak{H} = \int d\mathfrak{z} \mathfrak{H} (136, a)$$

т. е. что интеграл, взятый по поверхности f от нормальной слагающей вектора $\text{curl } \mathfrak{H}$ равен интегралу по контуру, охватывающему поверхность f от вектора \mathfrak{H} . Примем за поверхность f часть поперечного сечения провода. В нашем случае $\text{curl } \mathfrak{H}$ расположен нормально к поперечному сечению; кроме того, величина вектора \mathfrak{H} постоянна для всех точек окружности радиуса r , проведенной в поперечном сечении с центром на оси провода и сам вектор направлен по этой окружности. Для такой окружности мы можем, следовательно, написать

$$\int_0^r 2\pi r . dr \text{curl } \mathfrak{H} = 2\pi r \mathfrak{H} (136, b)$$

или, заменяя $\text{curl } \mathfrak{H}$ через $4\pi j$ и сокращая имеем

$$4\pi \int_0^r j r dr = r \mathfrak{H} (136, c)$$

Дифференцируя по r , имеем

$$4\pi r j = \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{H}) (137)$$

Заменяя j через $\frac{E\sigma}{l}$, где σ есть проводимость данного материала, имеем

$$\frac{4\pi r E \sigma}{l} = \frac{\partial}{\partial r} (r \mathfrak{H}) (137, a)$$

Дифференцируя еще раз по t получаем

$$\frac{4\pi r \sigma}{l} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \right) (138)$$

Согласно предыдущему, извне приложенная электродвижущая сила ослабляется по мере приближения к оси провода все возрастающей электродвижущей силой самоиндукции. Изменение электродвижущей силы индукции с удалением от оси, согласно (135), равняется $-\mu l dr \frac{\partial \Phi}{\partial t}$, откуда имеем для электродвижущей силы

$$\frac{\partial E}{\partial r} dr = \mu l \frac{\partial \Phi}{\partial t} dr \dots \dots \dots (139)$$

Подставляя полученное отсюда выражение для $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ в уравнение (138), сокращая и выполняя дифференцирование по r , получаем

$$4\pi\sigma\mu \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} \dots \dots \dots (140)$$

Таково окончательное уравнение, определяющее E , как функцию r . Это дифференциальное уравнение интегрируется при помощи Бесселевых функций.

§ 17. Униполярная индукция. В истории развития теории индукции важную роль сыграл вопрос о так называемой „униполярной ин-

Рис. 110.

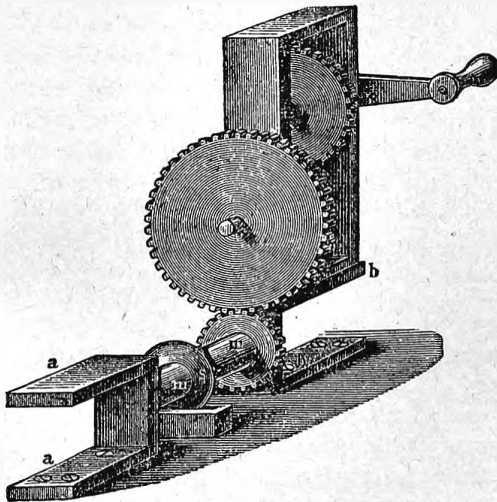
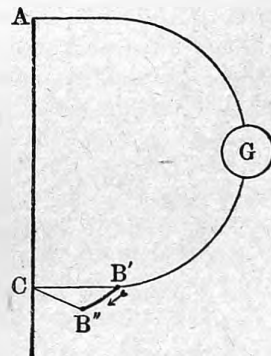


Рис. 111.



дукции.“ Явление, известное под этим не вполне удачным названием, представляет собою обращение электромагнитного вращения магнита вокруг своей оси, ср. часть 2-ая гл. VII, § 3 (т. IV). Явление состоит в следующем. Магнит mm (рис. 110 V), установленный на подшипниках ab может быть приведен в быстрое вращательное движение вокруг своей оси при помощи зубчатой передачи. Колесо z вращается при этом в чашечке со ртутью a . Если точку соприкосновения колеса со ртутью соединить через гальванометр с одним из подшипников, то во время вращения магнита в соеди-

нительных проводах потечет ток. Вопрос этот, теория которого в первом приближении не представляет, повидимому трудностей, весьма осложнился, вследствие искусственно связанного с ним вопроса об увлечении вращающимся магнитом линий магнитной индукции. Faraday полагал, что когда симметричный магнит вращается вокруг своей оси, то присущее ему магнитное поле остается неподвижным. Понятно, что при этом необходима полная симметрия магнита вокруг оси, так как в противном случае во время вращения меняются физические свойства поля. При этом объяснение явления по Faraday'ю наталкивалось на следующую трудность. Ток возникает в тех частях провода, которые пересекаются магнитными линиями. В данном случае контур тока состоит 1) из оси магнита от подшипника до колеса s , 2) из радиуса, соединяющего ось магнита с ртутной каплей в точке касания, 3) из гальванометрической ветви. Если магнитное поле покоится, то единственной частью цепи, пересекающей магнитные линии, является подвижный радиус; если же магнитное поле увлекается магнитом, то местом зарождения электродвижущей силы индукции является гальванометрическая ветвь, пересекаемая вращающимися магнитными линиями. В этой постановке вопрос не может быть решен экспериментально, так как для замкнутой цепи (а только такие и возможны) результаты обеих точек зрения оказываются тождественны. Действительно, пусть AC (рис. 111) изображает ось магнита, CB' и CB'' два соседних положения вращающегося радиуса, AGB' гальванометрическую цепь. При повороте радиуса CB' из положения CB' в положение CB'' контур $ACB'GA$ растягивается увеличиваясь до $ACB''B'GA$. Вместе с тем увеличивается на сектор $B'CB''$ и площадь, пронизываемая магнитным потоком. Электродвижущая сила измеряется при этом изменением числа охватываемых контуром линий магнитной индукции, независимо от того как эти линии проникли в контур. Таковы выводы обычной теории, к тому же выводу приводит и теория индукции в движущихся телах Н. Hertz'a (Ges. Werke Bd. II, § 14). Теория Hertz'a нуждается, правда, повидимому в некоторой поправке, но и измененная Lorentz'ом теория приводит к тем же результатам, по крайней мере, относительно токов. Таким образом получается результат, что электродвижущая сила индукции остается та же, независимо от того, оставались ли линии магнитной индукции неподвижны, или они вращаются вместе с магнитом.

Многочисленные изменения опыта с униполярной индукцией, принятые для того, чтобы произвести *experimentum crucis*, не привели к положительным результатам, так как всегда оказывалось, что полученный результат объясним с обеих точек зрения. Abraham признает самую постановку вопроса неудачной. Признавая линии магнитной индукции лишь символом, характеризующим магнитное поле в данный момент, Abraham не считает возможным следить за судьбою индивидуальных линий, характеризующих изменяющееся во времени или в пространстве поле.

ЛИТЕРАТУРА.

K § 1—5.

- Faraday*. Experimental researches in electricity. Lond. 1837. Serie I—III, IX.
Flemming. Electrician. 14 p. 396, 1884.
E. Lenz. Pogg. Ann. 31 p. 483, 1834; 34 pp. 385, 457, 1835.
H. Helmholtz. Wissensch. Abhandl. I. p. 12, 545.
Nobili. Pogg. Ann. 33 p. 3, 407.
Henry. Pogg. Ann. Erg.-Bd. p. 282, 1842.
F. Neumann. Abhandl. Berl. Akad. 1845 p. 1, 1847 p. 1. Vorles. über elektr. Ströme.
 Leipzig 1884 p. 257.
Hermann. Pogg. Ann. 142 p. 587, 1871.
W. Weber. Elektromagnetische Maßbestimmungen. Lpz. 1846, p. 269, 334.
Reiff und A. Sommerfeld. Standpunkt der Fernwirkung. Encyclop. der Mat. Wissenschaft. V₂ p. 1.
Felici. Ann. de Chim. et de phys. (3) 34; 1852.

K § 6, 7, 8.

- Kirchhoff*. Pogg. Ann. 121 p. 551, 1864.
Rosa and Grover. Bull. of Stand. v. 8 Nr. 1, 1912.
Rayleigh. Collect papers v. II p. 15.
M. Wien. Wied. Ann. 53 p. 928, 1894.
Grover. Phys. Rev. 30 p. 787, 1910.
J. J. Thomson. Phil. Mag. 23 p. 384, 1886.
Minchin. Phil. Mag. 37 p. 300, 1894.
Hicks. Phil. Mag. 38 p. 456, 1894.
Blatty. Electrician. 24 p. 630, 1890.
Rosa. Bull. of Stand. 4 p. 149, 1907.
Rayleigh. Proc. R. Soc. 32 p. 104, 1881; Coll. Pap. 2 p. 15.
L. Lorenz. Wied. Ann. 7 p. 161, 1879.
Coffin. Bull. of Stand. 2 p. 113, 1906; Phys. Rev. 22 pp. 193, 365, 1906.
Brillouin. C. R. 93 p. 1010, 1881.
H. Hertz. Wied. Ann. 10 p. 414, 1886.
Nagaoka. Journ. Coll. Sc. Tokio art. 6 p. 18, 1909; Phil. Mag. 6 p. 19, 1903.
Kirchhoff. Ges. Abh. p. 117.
Maxwell. Treatise v. II § 701, 705. Append. II Ch. XIV.
Weinstein. Wied. Ann. 21 p. 344, 1884.
Havelock. Phil. Mag. 15 p. 332, 1908.
Mathy. Journ. de Phys. 10 p. 33, 1901.
Rowland. Coll. Pap. p. 162.
Lyle. Phil. Mag. 3 p. 310, 1902.
Rosa. Bull. of Stand. 2 p. 351, 1906; 4 p. 348; 1907.
Weinstein. Wien. Ann. 21 p. 350, 1884.
Stefan. Wied. Ann. 22 p. 107, 1884; Wiener Stz.-Ber. 88 II a. 1902.
Searle and Airey. Electrician. 56 p. 318, 1905.
Russel. Phil. Mag. 13 p. 420, 1907.
Himstedt. Wied. Ann. 26 p. 551, 1885.
Lorenz. Wied. Ann. 7 p. 167, 1879; 25 p. 1, 1885.
Rosa and Cohen. Bull. of Stand. 2 Nr. 3, 1907; 3 Nr. 2, 1907; 5 Nr. 1, 1908.
Grover. Bull. of Stand. 6 Nr. 4. 1911.

K § 9.

- Rayleigh*. Phil. Trans. 173 A p. 661, 1882; Proc. R. Soc. 32 p. 104, 1880.
Zeleny. Ztschr. für Instrum. 27 p. 167, 1907.

- Maxwell*. Phil. Trans. 1865. Scient. pap. I p. 549, 1890.
Dorn. Wied. Ann. 17 p. 783, 1882.
Anderson. Phil. Mag. 33 p. 352, 1892.
Maxwell. Treatise II § 757, 778.
Heydweiller. Hilfsbuch für die Ausführungen der elektrischen Messungen, 1892.
Joubert. Ann. de l'école normale Sup. 10 p. 131, 1881.
Steinmetz. Electrician. 26 p. 79, 1890.
Puluj. Electrot. Ztschr. 12 p. 346, 1891.
Oberbeck. Wied. Ann. 17 pp. 816, 1040, 1882.
Kohlrausch. Wied. Ann. 31 p. 594, 1887.
Sahulka. Elektrot. Ztschr. 12 p. 371, 1891.
Klementič. Wied. Ann. 46 p. 315, 1892.
Troje. Wied. Ann. 47 p. 501, 1892.
Cractz. Wied. Ann. 50 p. 766, 1893.
Heydweiller. Wied. Ann. 53 p. 499, 1894; Boltzmanns Festschrift. Lpz., 1904.
Prerauer. Wied. Ann. 53 p. 772, 1894.
M. Wien. Wied. Ann. 44 p. 689, 1891; 53 p. 928, 1894.
Himstedt. Wied. Ann. 54 p. 385, 1895.
Sumpner. Lumière élect. 26 p. 287, 1887.
Strasser. W. A. 17 p. 763, 1905; 24 p. 960, 1907.
Giebe. W. A. 24 p. 941, 1907; Ztschr. für Instrum. 29 p. 150, 1909.
Dolezalek. Ztschr. für Instr. 23 p. 240, 1903.
Blondel. L'éclair. élect. 21 p. 138, 1899.
Fleming and Clinton. Phil. Mag. (6) 5 p. 493, 1903; Proc. Phys. Soc. London. 18 p. 386.
Fleming. Phil. Mag. (6) 7 p. 586, 1904.
Anderson. Phil. Mag. (5) 31 p. 329, 1891. Electrician 27 p. 10.
Taylor. Phys. Rev. Oct., 1904.
H. Abraham. C. R. 117 p. 624, 1893; 118 p. 1251, 1894.
Linde. Exners Repert. 27 p. 385, 1891.
Rimington. Phil. Mag. (5) 24 p. 54, 1887.
Niven. Phil. Mag. (6) 24 p. 225, 1887.
Stefan. Messungen an Wechselstrommaschinen.
Roiti. N. Cimento (3) 16 p. 175, 1884; 17 p. 185, 1885.
Rayleigh. Phil. Mag. 22 pp. 469, 800, 1886.
M. Wie. Wied. Ann. 57 p. 249, 1896.
Campbell. Phil. Mag. 14 p. 494, 1907; 15 p. 155, 1908. Ztschr. f. Instr. 23 p. 222, 1908.
 Proc. R. Soc. 79 p. 428, 1905.
Maxwell. Treatise II § 755.
Carey Forster. Phil. Mag. 23, 121, 1887; Chem. News. 54 p. 288, 1886; 55 p. 282, 1887.
Bosanquet. Phil. Mag. (5) 23 p. 412, 1887.
Grant. Phil. Mag. (5) 12 p. 330, 1879.
Swinburne. Phil. Mag. (5) 24 p. 85, 1887.
Ayrton and Perry. Lum. élect. 24 p. 401, 1887.
Colard. L'éclair. él. 10 pp. 337, 397, 1897.
Allen. Electrician. 39 p. 379, 1897.
Duane. Phys. Rev. 13 p. 250, 1901.
Trowbridge. Phys. Rev. 18 p. 184, 1903.
Dolezalek. Wied. Ann. 12 p. 1142, 1903.
Hausrath. Ztschr. f. Instrum. 27 pp. 153, 302, 1907.

K § 10.

- Poincaré, H.* Électricité et Optique. Introduction.
Lorentz, H. Encyklop. der math. Wissensch. V₂ 122. La théorie électromagnétique.
 § 55—71; Journ. de Phys. (4) 4 p. 533, 1905.
Fanklin, A. W. Phys. Rev. 4 p. 388, 1897.
Heinke. Elektrot. Ztschr. 18 p. 57, 1897.

- Garbasso.* Nuovo Cim. (4) 5 p. 260, 1897; (5) 1 p. 401; 2 p. 97, 1901.
Hasenöhrl. Wien Ber. 105 p. 900, 1896.
Hemming and Ashton. Phil. Mag. (6) 2 p. 228, 1901.
Maccarone. N. Cim. (5) 2 p. 88, 1901.
Poynting. Electrician, 31 p. 575.
Lodge. Modern views of electricity, 1889.
Lord Kelvin. Rep. Brit. Assoc. p. 567, 1888; Phil. Mag. (5) 26; 1888 (6) 2 p. 161, 1901.
Rayleigh. Proc. Phys. Soc. London, 1890.
Maxwell. Treatise II ch. VII.
Boltzmann. Vorlesungen über die Maxwellsche Theorie. Lpz. 1891.
Ebert. Wied. Ann. 49 p. 642, 1893; 51 p. 268, 1894; 52 p. 417, 1894.
Томсон, Д. Математические основания электричества и магнетизма пер. С. П. Б.; 1901.
Colley. Wied. Ann. 17 p. 55, 1882.
Day, W. Phys. Rev. 15 p. 154, 1902.
Kamp. Diss. Leyden, 1897.
Möller. Phys. Zeitschr. 3 p. 216, 1902.
Wassmuth. Wied. Ann. 54 p. 164, 1895.
Sarrau. C. R. 133 p. 42, 1901.
Duhem, Journ. d. Phys. (4) 2 p. 616, 1903.
Lienard. C. R. 134 p. 163, 1902.
Carvallo. C. R. 133 p. 924, 1901.
Larmor. Aether and Matter ch. VI. Phil. Trans. 185 A 2 p. 719, 1894; 186 A 2 p. 695, 1895; 190 A p. 205, 1897.
Poincaré. Électricité et optique 2 изд. p. 427.
Kühne. Phil. Mag. 19 p. 461, 1910.
Rayleigh. Phil. Mag. (5) 30, 1890.
H. Witte. W. A. (4) 26 p. 235, 1908.
Mie. Phys. Ztschr. 2 p. 181 и 312, 1901; 7 p. 785, 1906; Wied. Ann. 68 p. 129, 1899.
Wien W. W. A. 5 p. 501, 1901.
Maxwell. Phil. Mag. (4) 21 p. 161, 1861; 23 pp. 12, 85, 1862.
Sommerfeld, A. Wied. Ann. 46 p. 139, 1892.
Abraham. Wied. Ann. 10 p. 105, 1905.
Schwarzchild. Gött. Nachrichten 1903. Phys. Zeitschr. 4 p. 431, 1901.
Herglotz. Gött. Nachrichten 1903.
Bjerknes, C. Nature 24 p. 360, 1881; C. R. 73 p. 303, 1881; Wied. Ann. 63 p. 91, 1893;
 Vorlesungen über Hydrodynamische Fernkräfte (nach C. Bjerknes) Leipzig 1900—1902.
Santer. Wied. Ann. 6 p. 331, 1901.
Glasebrook, R. Phil. Mag. (5) 2 p. 397, 1881.
Graetz. Wied. Ann. (4) 5 p. 375, 1901.
Helm. Wied. Ann. 14 p. 149, 1881.

R §§ 11 и 12.

- Levy.* Electr. Ztschr. 20 p. 717, 1899; Wied. Ann. 68 p. 233, 1899.
Wehnelt. Electr. Ztschr. 20, 1899. Electrician 42 pp. 721, 728, 842.
Bary. C. R. 128 p. 925, 1899.
Сыгуинов. Ж. П. Ф.-Х. О. 10 p. 241, 1878; 12 p. 193, 1880; 15 p. 232, 1883.
Deguisne und Ludewig. Phys. Ztschr. 11 p. 337, 1910.
Marchant. Electrician. 42 p. 841, 1899.
Thomson, S. a. Marchant. Electrician. 42 pp. 731, 841, 1899.
Мумкеевич. Ж. П. Ф.-Х. О. 24 p. 17, 1902.
Voller u. Walter. Wied. Ann. 68 p. 526, 1899.
Blondel, A. C. R. 128 p. 815, 1899.
Armagnat. C. R. 128 p. 988, 1899.
Rossi. Atti R. Acad. d. Torino. 34, 1899.

- Corbino*. N. Cimento (4) 11 p. 62, 1900.
Zehnder. Wied. Ann. (4) 12 pp. 417, 1174, 1903.
Van Dam. Wied. Ann. (4) 12 p. 1172, 1903.
Simon. Wied. Ann. 68 pp. 273, 860, 1899.
Ruhmer. Phys. Ztschr. 1 pp. 166, 211, 303, 1900.
Klupathy. Wied. Ann. (4) 9 p. 147, 1902.
Goldhammer. Wied. Ann. (4) 9 p. 1070, 1902.
Starke. Verh. d. d. phys. Ges. 3 p. 125, 1901.
Walter. Wied. Ann. (4) 15 p. 407, 1904.
Klingelfuss. Wied. Ann. (4) 5 p. 837, 1901; 9 p. 1198, 1902; Mitt. d. Phys. Ges. Zürich, 1903 Nr. 4.
Armagnat. La bobine d'induction L'éclair El. 22 p. 121, 1900.
Колли. Ж. Р. Ф.-Х. О. 1890 и 1891. W. A. 44 p. 109, 1891.
Oberbeck. Wied. Ann. 62 p. 109, 1897; 64 p. 193, 1898.
Лебединский. Электричество p. 265, 1901.
Лебединский. Электромагнитные волны. СПб. 1908. Ж. Р. Ф. Х. О. 35 p. 531, 1903.
Fizeau. C. R. 36 p. 418, 1853; Pogg. Ann. 89 p. 173, 1863.
Walter. Wied. Ann. 62 p. 300, 1897.
Klingelfuss. Wied. Ann. (4) 5 pp. 853, 860, 1901.
Ives. Phys. Rev. 14 p. 5, 1902; 17 p. 175, 1903; Phil. Mag. (6) 6 p. 411, 1903.
Rayleigh. Phil. Mag. (6) 2 p. 581, 1901.
Dubois. Wied. Ann. 65 p. 86, 1898.
Mizuno. Phil. Mag. 45 p. 447, 1898.
Johnson. Phil. Mag. 49 p. 216, 1900.
Beattie. Phil. Mag. 50 p. 139, 1900.
Trowbridge. Phil. Mag. (6) 3 p. 393, 1902.
Volge. Wied. Ann. (4) 14 p. 556, 1904.
Almy. Wied. Ann. (4) 1 p. 508, 1900.
Dvořák. Wied. Ann. 44 p. 344, 1891.

K § 13.

- Arnold*. Wechselstromtechnik. 4 Bd. Berlin 1902.
Steinmetz. Theorie und Berechnung d. Wechselstromerscheinungen. Berlin, 1900.

K § 14.

- Elihu Thomson*. Lum. electr. 24 p. 638, 1887; 43 p. 35, 1893; Electr. World. N. Y. Mai 1887.
Fleming. Electrician. 26 p. 601, 1893; Proc. R. Inst. 13 p. 311.
Борзман. Ж. Р. Ф.-Х. О. 22 pp. 130, 223, 1890; C. R. 110 p. 233, 1890.
Thomson and Wightmann. Lum. electr. 30 p. 341, 1888.
Foucault. C. R. 41 p. 450, 1885; Pogg. Ann. 96 p. 622.
Poggendorf. Pogg. Ann. 96, 624.
Zenneck. Wied. Ann. (4) 9 p. 497, 1903.
Faraday. Researches I. Exp. 81—139, 149—169, 181—192, 217—230, 244—254.
Arago. Ann. d. Chim. et d. Phys. 27 p. 363, 1824; 32 p. 213, 1826.
Seebeck. Pogg. Ann. 7 p. 203, 1826; 12 p. 352, 1828.
Nobili. Pogg. Ann. 27 p. 401, 1833.
Nobili and Bacelli. Bibl. univ. 31 p. 47, 1876.
Matteucci. Ann. d. Chim. et de phys. 49 p. 129, 1857.
Lochmann. Pogg. Ann. 122 p. 214, 1864.
Lorberg. Borchardts Journal. 71 p. 53, 1870.
Maxwell. Proc. of Roy. Soc. 20 p. 160, 1872.
Oberbeck. Grunters Archiv. 56 p. 394, 1872.
Niven. Proc. of Roy. Soc. 30 p. 113, 1880.

- Larmor.* Phil. Mag. (5) 17 p. 1, 1884.
Hertz. Dissert.; Gesammelte Werke I, p. 37.
Gans. Ztschr. f. Math. u. Phys. p. 481, 1902.
Boys. Proc. Phys. Soc. III p. 127; IV p. 55.
Ferraris. Rotazioni elettrodinamiche. Turin 1888; Electrician. 33 pp. 110, 129, 152, 184, 1894.
Baily. Chem. News. 45 p. 230, 1882.
Himstedt. Wied. Ann. 11 p. 812, 1880.
Basset. Phil. Mag. (5) 22, 140, 1885.
Lamb. Proc. Roy. Soc. 42 p. 196, 1887.
Pittoni. Nuovo Cim. 22 p. 45, 1887.
Arons. Wied. Ann. 65 p. 590, 1898.
Zenneck. Wied. Ann. (4) 9 p. 497, 1902; 10 p. 845, 1903; 11 pp. 1121, 1135, 1903.
Cohn. Das electromagnetische Feld p. 354, Leipzig 1900.
Maxwell. Treatise II p. 689.
Rayleigh. Phil. Mag. 21 p. 369, 1886.
Stefan. Wied. Ann. 41 p. 421, 1890; Stzb. Wicn. Ak. 95, IIa p. 319, 1887; 99, IIa pp. 319, 534, 1890.
Heaviside. Phil. Mag. (3) 22 p. 118; 23 pp. 10, 173; 24 p. 68.
W. Thomson. Math. a. phys. papers 3 p. 493, 1890.
H. Poincaré. C. R. 120 pp. 1046, 1229, 1892.
J. J. Thomson. Rec. resear. p. 262, 1893.
A. Sommerfeld. Wied. Ann. 67 p. 233, 1899; Wied. Ann. (4) 15 p. 673, 1904. 24 p. 609, 1907.
Black. Diss. Strassburg 1903; Wied. Ann. 19 p. 157, 1906.
Bastelli. Phys. Ztschr. 8 pp. 296, 530, 533, 809, 1097, 1907.
Brylinski. Bull. de la Soc. intern. des electriciens, (2) 6 p. 255, 1906.
M. Wien. Wied. Ann. (4) 14 p. 1, 1904.
Battelli a. Magri. Phil. Mag. (6) 5 p. 1, 1903.

K § 17.

- Faraday.* Exp. Res. Ser. II § 217—230, 1832; Ser. 28, 1851.
Weber. Werke II p. 153.
Ptücker. Pogg. Ann. 87 p. 382, 1852.
Felici. N. Cimento 1 p. 325, 2 p. 321, 1855; 3 p. 198, 1856; 9 p. 75, 1859; Ann. d. chim. et d. phys. (3) 40 p. 251, 1854; 51 p. 378, 1857; 56 p. 106, 1859.
Beer. Pogg. Ann. 94 p. 177, 1855.
Riecke. Wied. Ann. 1 p. 110, 1877; 11 p. 426, 1880.
Lorberg. Wied. Ann. 36 p. 171, 1889.
Koch. Wied. Ann. 19 p. 143, 1883.
Edlund. Wied. Ann. 29 p. 420, 1886; 30 p. 655, 1887.
Hoppe. Wied. Ann. 28 p. 478; 29 p. 544, 1886; 32 p. 297, 1887; Phys. Ztschr. 5 p. 650, 1904; 6 p. 340, 1905.
Budde. Wied. Ann. 30 p. 358, 1887.
Exner u. Czermak. Wien. Ber. 94 p. 357, 1889.
Lecher. Wien. Ber. 103 p. 949, 1894; Wied. Ann. 54 p. 276.
Fleischmann. Ztschr. f. phys. u. chem. Unt. 8 p. 361, 1895.
König. Wied. Ann. 60 p. 519, 1897; Wied. Ann. 2 p. 854, 1900; 3 p. 513, 1900.
Hagenbach. Progr. d. Univer. Basel 1900; Wied. Ann. 4 p. 233, 1901.
Raveau. L'ecl. electr. 23 p. 41, 1900.
Grottrian. Wied. Ann. 6 p. 794, 1901; 10 p. 270, 1903.
Dorn. Wied. Ann. 11 p. 589, 1903.
Valentiner. Phys. Ztschr. 6 p. 10, 1905.
Weber. Phys. Ztschr. 6 p. 143, 1905.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ.*)

Теория Максвелла.

§ 1. Введение. Во всех предыдущих главах обеих половин этого тома мы, главным образом, ознакомлялись с феноменологической стороной электрических и магнитных явлений, которая рассматривает все то, что фактически наблюдается и что ни от каких гипотез о более глубокой сущности этих явлений не зависит. Можно думать, что такой способ изложения и в будущем останется рациональным, пока теория явлений не примет устойчивого характера, от которого она в настоящее время весьма удалена. Конечно, мы и в предыдущем старались, в некотором смысле слова, „объяснять“ явления, соединять их некоторою связующей идеей. Но таковою служил нам дуалистический взгляд, которым мы пользовались только потому, что он удобен, что на нем основана укоренившаяся терминология и, главным образом, потому, что рассмотренные явления фактически происходят так, как еслибы старый дуалистический взгляд соответствовал действительности, иначе говоря, потому что эти явления хорошо укладывались в рамки старой теории, игравшей у нас роль удобной картины.

В дальнейшем нам придется иметь дело с явлениями, изучение которых привело к великому множеству современных теорий, и которые в старые рамки уже плохо, или вовсе не укладываются. В основу нам придется положить электронную теорию, если только в настоящее время (1912) можно говорить об определенной теории, заслуживающей этого названия. Исторически электронная теория развилась на почве теории Максвелла; уравнения, к которым приводят эти две теории не очень резко отличаются друг от друга, хотя принципиальное между ними различие весьма велико; оно относится ко взгляду на основной субстрат рассматриваемых явлений и в частности к той роли, которую играет в них эфир.

Уравнения Максвелла были приведены к стройному виду Hertzom и Heaviside'om; их весьма часто называют уравнениями Максвелла-Герца. Мы, для краткости, будем называть их именем только первого из этих великих ученых; следует, однако, помнить, что в сочинениях самого Максвелла уравнения не встречаются в том виде, в котором их ныне обычно пишут.

Не легко ответить на вопрос: в чем заключается теория Максвелла? В ней следует отличать три части: 1) основные гипотетические взгляды и представления, 2) вывод следствий, вытекающих из этих взглядов и 3) как результат этого вывода, группа уравнений, связывающих величины, с которыми нас знакомяют наблюдение и опыт.

Сущность первой части заключается в широком развитии идей Фарадея о роли диэлектрической среды, а также эфира, т. е. пустоты, в

*) Эта глава составлена мною. О. Х.

разбираемых явлениях. Это развитие приводит к той „картине В“, о которой было сказано в начале первой половины этого тома. Электричеству, как реально существующему субстрату, в этой теории нет места. Самое слабое место теории Максвелла — это ее вторая часть: вывод уравнений на основании определенных исходных представлений. Выводы самого Максвелла, как показали Hertz, Poincaré, Duhem и др., не выдерживают строгой критики. Приходится иметь дело не столько с выводом, сколько с раз'яснением уравнений, в абсолютной верности которых для определенного круга явлений не может быть ни малейшего сомнения. С особенною резкостью это выразил Герц в знаменитых словах: „Теория Максвелла — это уравнения Максвелла“. И на такую точку зрения, действительно, можно стать, если смотреть на уравнения, как на гипотетически установленную связь между определенными, хорошо нам известными физическими величинами, характеризующими среду, и существующими в нем электрическим и магнитным полями. Недаром Boltzmann ставит в начале своей книги, посвященной теории Максвелла, эпитафю „Ist es ein Gott, der diese Zeichen schrieb?“ (Уж не один ли из богов начертал эти знаки?)

Наиболее характерным является в основных представлениях теории Максвелла, как уже было сказано, роль диэлектрической материальной среды, а также эфира и связанное с нею недопущение каких бы то ни было дальностей (actiones in distans). Глубокое, принципиальное различие между теорией „близкодействия“ Максвелла и старыми теориями дальностей заключается еще в следующем. Обратимся к электростатике; по старой теории, появление электрической силы обуславливается наличием двух зарядов; один отдельный заряд ничего физически реального в окружающем пространстве не вызывает. Потенциал и напряжение поля имеют исключительно только математическое значение; это величины, которые оказываются полезными для вычисления сил, возникающих, когда в данном месте помещается второй заряд. В теории Фарадей-Максвелла отдельно взятый заряд, сам по себе, вызывает в окружающем пространстве реально существующие изменения в виде тех натяжений и давлений, которые уже были нами подробно рассмотрены, как фикции, удобные для описания явлений.

Укажем еще на одну, может быть, наиболее характерную особенность теории Максвелла. Мы видели, что в диэлектриках, помещенных в электрическое поле, происходит особое явление, которое мы назвали диэлектрической поляризацией (часть I, гл. I, § 5 и гл. III, § 3) и которое мы рассматривали, как появление разноименных зарядов на частицах вещества. Максвелл рассматривает всякое изменение диэлектрической поляризации, как нечто, обладающее всеми свойствами электрического тока в проводниках; оно, поэтому, вызывает в окружающем пространстве магнитное поле. В части I, гл. I, § 4 уже было указано, что Максвелл вводит особую величину, которую он называет электрическим смещением (electric displacement), и которая реально существует во всех сечениях трубки сил,

и притом не только внутри материального диэлектрика, но и в пустоте, т. е. в эфире. Последнее особенно характерно для теории Максвелла, признающей лишь количественное различие между материальными диэлектриками и эфиром, который также может подвергаться действию электрических и магнитных сил.

Максвелл отождествляет, как сказано, всякое электрическое смещение электрическому току. Вследствие этого теория Максвелла не допускает существования незамкнутых токов. Если в проводнике, напр. в куске проволоки, происходит течение электричества, то ток следует считать замкнутым при посредстве непрерывной цепи электрических смещений в окружающих диэлектриках, или в эфире. Если заряжается или разряжается конденсатор, то ток смещения в диэлектрике, находящемся между его пластинками, замыкает заряжающий или разряжающий ток.

Уравнения Максвелла представляют, в определенных пределах, нечто несравненно более достоверное, чем все существующие, более или менее сомнительные способы их получения. Эти выводы должны исходить из ясно выраженной гипотезы о роли и отчасти даже о свойствах эфира. Между тем именно в этом вопросе ныне в науке царствует полнейший, беспросветный хаос и компетентнейшими учеными высказываются самые противоположные взгляды.

Забегая несколько вперед, упомянем уже теперь, что Hertz полагал, что эфир движется вместе с материей, между тем, как Н. А. Lorentz считает эфир неподвижным и не допускает существования непосредственного воздействия каких бы то ни было сил на эфир. Не малое число ученых отрицают, в настоящее время, самое существование эфира.

§ 2. Уравнения Максвелла. Укажем прежде всего на те величины, которые встречаются в уравнениях Максвелла, или с которыми нам придется иметь дело при их выводе. Мы будем пользоваться обозначениями, с которыми мы познакомились в главе, посвященной основам векториального анализа, и все векторы будем изображать готическими буквами.

Напряжение электрического поля мы будем обозначать буквою \mathfrak{E} ; его слагаемые \mathfrak{X} , \mathfrak{Y} , \mathfrak{Z} . Диэлектрическую постоянную среды обозначим через ϵ . Под влиянием поля \mathfrak{E} вызывается во всякой диэлектрической среде, не исключая эфира, некоторое смещение \mathfrak{D} (electric displacement), равное

$$\mathfrak{D} = \frac{\epsilon}{4\pi} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (1)$$

см. часть I, гл. I, § 4 формулу (32, g), в которой $K = \epsilon$ и $F = \mathfrak{E}$. Н. А. Lorentz в своем классическом изложении теории Максвелла (Enzyklopädie der math. Wiss. V, 2 p. 64—144, 1904) обозначает величину \mathfrak{D} термином „Erregung“ (раздражение).

Напряжение магнитного поля обозначаем через \mathfrak{H} ; его слагаемые \mathfrak{Q} , \mathfrak{R} , \mathfrak{N} . Магнитная проницаемость μ ; магнитная ин-

дукция.

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H} \dots \dots \dots (2)$$

Напряжения \mathfrak{E} и \mathfrak{H} полей определяют собою те пондеромоторные силы, которые действуют на материальные тела наэлектризованные, намагниченные или содержащие электрические токи.

Плотность тока проводимости, т. е. обыкновенного электрического тока в проводниках, обозначим через \mathfrak{J} , плотность тока смещения (см. ниже) через \mathfrak{J}' , полную силу тока через \mathfrak{C} . Проводимость вещества, т. е. величину, обратную удельному сопротивлению, обозначим через σ . Далее, обозначим скорость света через c .

Весьма важно выяснить, в каких единицах мы будем выражать величины, встречающиеся в наших формулах. В первой половине этого тома мы ознакомились с двумя системами единиц: электростатической и электромагнитной. Происхождение этих двух систем следующее. Напишем формулы, выражающие два закона Кулона, в виде

$$\mathfrak{F} = p \frac{e e_1}{r^2} \dots \dots \dots (3)$$

$$\mathfrak{F} = q \frac{m m_1}{r^2} \dots \dots \dots (4)$$

где \mathfrak{F} сила взаимодействия e и e_1 или m и m_1 в пустоте, p и q два множителя пропорциональности. Если считать p за число нулевого размера, напр., принять, $p = 1$, то получается эл.-стат. система единиц, в которой e число нулевого размера, но, напр., μ величина, обладающая определенным размером. Если же принять, что q нулевого размера, напр. $q = 1$, то получается эл.-магн. система, в которой μ нулевого, но e не нулевого размера. Мы будем пользоваться смешанной системой, которою пользовались напр. Gauss, Helmholtz и Hertz, т. е. мы будем электрические величины выражать в эл.-стат., магнитные — в эл.-магн. единицах. Но так как во всякой формуле все величины должны быть одного размера, т. е. выражены в одинаковой системе единиц, то мы к буквенным обозначениям величин будем прибавлять множители, значение которых легко сообразить. Пусть $e_e, \mathfrak{F}_e, \mathfrak{E}_e$ и т. д. численные значения величин в эл.-стат. единицах; $e_m, \mathfrak{F}_m, \mathfrak{E}_m$ и т. д. численные значения тех же величин в эл.-магн. единицах. Мы знаем, что эл.-стат. единица количества электричества в c раз меньше эл.-магн. единицы той же величины. Отсюда следует, что численные значения e_e и e_m одного и того же количества электричества связаны равенством

$$e_e = c e_m \dots \dots \dots (5)$$

Из определения силы тока непосредственно получается

$$\mathfrak{F}_e = c \mathfrak{F}_m \dots \dots \dots (5, a)$$

Далее, мы имеем для силы, действующей на данный заряд в данном электрическом поле, два выражения $\mathfrak{E}_e e_e$ и $\mathfrak{E}_m e_m$, из очевидного равенства

которых мы получаем, на основании (5):

$$\mathfrak{E}_e = \frac{1}{c} \mathfrak{E}_m \dots \dots \dots (5, b)$$

Heaviside и Н. А. Lorentz пользуются видоизмененною системою, принимая в формулах (3) и (4)

$$p = q = \frac{1}{4\pi} \dots \dots \dots (6)$$

Легко сообразить, что они вводят таким образом единицы количества электричества и магнетизма, которые в $2\sqrt{\pi}$ раза меньше соответствующих единиц электростатической и электромагнитной. Они это делают для того, чтобы освободиться от множителя 4π , который, как выражается Н. А. Lorentz, обезображивает формулы. Иначе видоизмененною системою пользуется Sohn (Das elektromagnet. Feld, Leipzig 1900, p. 279).

Переходим к разъяснению двух основных формул теории Максвелла. Они выражают следующие два факта:

I. Электрический ток окружен магнитным полем. Направление и напряжение этого поля определяются законом Био и Савара. Если прямой горизонтальный ток направлен от наблюдателя, то последний видит линии сил магнитного поля обходящими ток по направлению движения часовой стрелки.

II. Меняющийся по величине поток магнитной индукции окружен электрическим полем. Направление и напряжение этого поля определяются законом магнитоэлектрической индукции. Если горизонтальный возрастающий поток магнитной индукции направлен от наблюдателя, то этот наблюдатель видит линии электродвижущих сил обходящими поток индукции по направлению, обратному направлению движения часовой стрелки.

Следует помнить, что направления линий сил в этих двух случаях противоположны.

Первый из указанных фактов был нами подробно рассмотрен во второй части, гл. III, § 6 (т. IV) и мы вывели формулы (47), которые переписываем, вводя новые обозначения: слагаемые u, v, w плотности тока \mathfrak{Z} заменяем через $\mathfrak{Z}_x, \mathfrak{Z}_y, \mathfrak{Z}_z$, а слагаемые α, β, γ напряжения поля \mathfrak{H} через $\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$.

Тогда получается:

$$\left. \begin{aligned} 4\pi \mathfrak{Z}_x &= \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial z} \\ 4\pi \mathfrak{Z}_y &= \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial x} \\ 4\pi \mathfrak{Z}_z &= \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

или проще

$$4\pi \mathfrak{Z} = \text{curl } \mathfrak{H} \dots \dots \dots (8)$$

Считаем нелишним еще раз вывести формулу (8), относящуюся к замкнутому току проводимости. Из закона Био и Савара следует, что если

единицу количества магнетизма обвести по произвольной кривой вокруг тока, то работа $R = 4\pi i$, где i полная сила тока, проходящего внутри кривой. Пусть $d\mathfrak{s}$ элемент этой кривой и dS элемент произвольной поверхности, ограниченной этою же кривою. Тогда

$$i = \int \mathfrak{J}_n dS,$$

$$R = \int \mathfrak{H}_s d\mathfrak{s},$$

где \mathfrak{J}_n слагаемая, нормальная к dS , и \mathfrak{H}_s слагаемая поля по направлению $d\mathfrak{s}$. Теорема Стокса (стр. 195) дает:

$$R = \int \text{curl}_n \mathfrak{H} dS.$$

Из равенства $R = 4\pi i$ следует

$$4\pi \int \mathfrak{J}_n dS = \int \text{curl}_n \mathfrak{H} dS,$$

т. е. уравнение (8), так как форма и контур поверхности S могут быть выбраны произвольно. Выражая J в эл.-стат., \mathfrak{H} в эл.-магн. единицах, мы получаем, вместо формулы (8), в которой J также выражено в эл.-магн. единицах, на основании (5, а),

$$\frac{4\pi}{c} \mathfrak{J} = \text{curl } \mathfrak{H} \quad \dots \dots \dots (9)$$

Далее мы полагаем

$$\mathfrak{J} = \sigma \mathfrak{E} \quad \dots \dots \dots (10)$$

Мы уже указали, что Максвелл вводит понятие о токе смещения в диэлектриках (и в эфире), для плотности \mathfrak{B} которого он принимает выражение, см. (1),

$$\mathfrak{B} = \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} = \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (11)$$

Токи проводимости и смещения складываются в один ток, плотность \mathfrak{G} которого равна

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{J} + \mathfrak{B} = \sigma \mathfrak{E} + \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (12)$$

Этот ток \mathfrak{G} вызывает поле \mathfrak{H} , так что мы, вместо (9), должны написать

$$\frac{4\pi}{c} \mathfrak{G} = \text{curl } \mathfrak{H} \quad \dots \dots \dots (12, a)$$

Вставляя сюда (12), а затем (10) и (11) мы получаем

$$\frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H} \quad \dots \dots \dots (13)$$

Это и есть первое из двух основных уравнений теории Максвелла. Перепишем его, вводя слагаемые по обыкновенным координатным осям:

$$\left. \begin{aligned} \frac{4\pi\sigma}{c} \mathcal{X} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathcal{X}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial z} \\ \frac{4\pi\sigma}{c} \mathcal{Y} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial x} \\ \frac{4\pi\sigma}{c} \mathcal{Z} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

Переходим в выводу второго уравнения теории Максвелла. Положим, что мы имеем поток магнитной индукции \mathfrak{B} . Окружим его произвольную замкнутою кривою, элемент которой ds , и проведем через нее произвольную поверхность, элемент которой dS . Если поток, проходящий через S , меняется, то во всех точках кривой является электродвижущая сила \mathfrak{E} , интеграл которой, взятый вдоль всей кривой, равен изменению потока в единицу времени. Это дает равенство

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \mathfrak{B}_n ds = \frac{\partial}{\partial t} \int \mu \mathfrak{H}_n dS = - \int \mathfrak{E}_s d\mathfrak{s} \dots \dots \dots (15)$$

Знак минус с правой стороны соответствует направлению силы \mathfrak{E} (стр. 268). В (15) величина \mathfrak{E} выражена в эл.-магн. единицах. Мы условились выражать ее в эл.-стат. единицах, и потому, на основании (5, b), должны написать:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \mu \mathfrak{H}_n dS = -c \int \mathfrak{E}_s d\mathfrak{s} \dots \dots \dots (15, a)$$

Формула Стокса дает

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \mu \mathfrak{H}_n dS = -c \int \mathfrak{E}_s d\mathfrak{s} = -c \int \text{curl}_n \mathfrak{E} dS.$$

Отсюда

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (16)$$

Это второе из основных уравнений теории Максвелла. В обыкновенных координатах имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial y} \\ \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{X}}{\partial z} \\ \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{X}}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

Формулы (13) и (16), или (14) и (17) вызывают ряд замечаний.

1) Формулы (13) и (16) с особенною ясностью показывают, что теории Максвелла чуждо всякое дальноедействие, ибо все величины, входящие в эти формулы, относятся к одной и той же точке пространства. Значение одной величины в какой-либо точке и в данный момент зависит, поэтому, от значений других величин в сопредельных точках в тот же момент, или в непосредственно предшествующий. 2) Отсутствие в (16) члена, аналогичного первому члену формулы (13), является следствием того, что в области магнитных явлений не существует аналога

электрическому току проводимости. 3) Противоположные знаки перед правыми частями уравнений (13) и (16) оказываются следствием той разности направлений электрических и магнитных линий сил, на которую было указано на стр. 280. 4) В формулах (14) и (17) эта разность выражена неодинаковым расположением производных в правых сторонах этих формул. 5) Максвелл допускает, что приведенные уравнения остаются справедливыми для полей, меняющихся произвольно быстро и по произвольному закону.

При отсутствии токов проводимости, мы получаем из (13) и (14):

$$\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H} \dots \dots \dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} \\ \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} \\ \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

Если первое из уравнений (19) продифференцировать по x , второе по y , третье по z , и результаты сложить, или, проще, если взять расхождение обеих сторон уравнения (18), то, на основании (25) гл. I, имеем:

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{div } \epsilon \mathfrak{E} = 0 \dots \dots \dots (19, a)$$

Это показывает, что в электростатическом поле величина $\text{div } \epsilon \mathfrak{E}$ есть величина постоянная; она равна $4\pi\rho$, где ρ объемная плотность электричества:

$$\text{div } \epsilon \mathfrak{E} = 4\pi\rho \dots \dots \dots (20)$$

согласно с формулою (20) первой части, гл. I, § 4. Аналогично, формула (16) дает

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{div } \mu \mathfrak{H} = 0$$

откуда $\text{div } \mu \mathfrak{H} = \text{const}$. Эта постоянная должна равняться $4\pi\omega$, где ω объемная плотность истинного магнетизма, соответствующего объемной плотности электричества. Мы принимаем, что истинного магнетизма не существует и получаем уравнение

$$\text{div } \mu \mathfrak{H} = 0 \dots \dots \dots (21)$$

Для энергии W_e единицы объема электрического поля мы вывели в части I, гл. I, § 8 формулу (52e, т. IV) которая, с введенными ныне обозначениями, принимает вид

$$W_e = \frac{\epsilon}{8\pi} \mathfrak{E}^2 \dots \dots \dots (22)$$

Ее можно вывести следующим образом. Когда под влиянием поля, возрастающего от 0 до \mathfrak{E} , смещение \mathfrak{D} постепенно возрастает, то в единице

объема совершается работа, равная искомому W_e . Элементарная работа dW_e , при этом, равна $\mathfrak{E}d\mathfrak{D}$, где \mathfrak{E} одно из промежуточных значений напряжений поля. Формула (1) дает

$$dW_e = \mathfrak{E}d\mathfrak{D} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \mathfrak{E}d\mathfrak{E},$$

а потому

$$W_e = \frac{\varepsilon}{4\pi} \int_0^{\mathfrak{E}} \mathfrak{E}d\mathfrak{E} = \frac{\varepsilon}{8\pi} \mathfrak{E}^2.$$

Соответственно, энергия W_m единицы объема магнитного поля равна

$$W_m = \frac{\mu}{8\pi} \mathfrak{H}^2 \dots \dots \dots (22, a)$$

Допускаем, что при одновременном существовании электрического и магнитного полей, энергия W единицы объема равна

$$W = W_e + W_m = \frac{1}{8\pi} \{ \varepsilon \mathfrak{E}^2 + \mu \mathfrak{H}^2 \} \dots \dots \dots (23)$$

Можно строго доказать, что такое допущение правильно, что величина (23) удовлетворяет принципу сохранения энергии (см. напр. упомянутую в литературе к § 1 книгу Фёрри-Абрахам, том I стр. 246, 1904). К этому вопросу мы возвратимся в § 3.

Richarz доказал, что из уравнений (19) и (23) можно вывести уравнения (17) (см. стр. 30 его книги, упомянутой в литературе к § 1, а также Magburg. Ver. 1904, p. 128).

Мы предполагаем до сих пор, что поле \mathfrak{E} вызвано электрическими зарядами, или изменяющимся магнитным полем. В данном пространстве могут, однако, еще действовать электродвижущие силы соприкосновения, которые мы обозначим через \mathfrak{E}' ; к ним относятся также и термоэлектродвижущие силы. Эти силы должны войти в состав величины \mathfrak{E} , которую в самом общем случае можно написать в виде

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_e + \mathfrak{E}_m + \mathfrak{E}' \dots \dots \dots (24)$$

где \mathfrak{E}_e поле электрических зарядов и \mathfrak{E}_m электрическое поле, вызванное изменением магнитного поля. Так как \mathfrak{E}_e представляет вектор потенциальный, вихрь которого везде нуль ($\text{curl } \mathfrak{E}_e = 0$), то вместо (16) можно написать

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl} (\mathfrak{E} - \mathfrak{E}') \dots \dots \dots (25)$$

Укажем на пограничные условия, которым должны удовлетворять величины \mathfrak{E} и \mathfrak{H} на поверхности s , разграничивающей две среды, к которым относятся величины ε' , μ' , σ' и ε'' , μ'' , σ'' ; нормаль к поверхности обозначим через n , тангенциальные слагаемые полей через \mathfrak{E}_s' , \mathfrak{E}_s'' , \mathfrak{H}_s' и \mathfrak{H}_s'' , нормальные слагаемые через \mathfrak{E}_n' , \mathfrak{E}_n'' , \mathfrak{H}_n' и \mathfrak{H}_n'' . Легко доказать, что тангенциальные слагаемые не претерпевают разрыва на по-

верхности, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E}'_s &= \mathfrak{E}''_s \\ \mathfrak{H}'_s &= \mathfrak{H}''_s \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

Производные тангенциальных слагаемых по направлениям, касательным к s , также не претерпевают разрыва. Нормальные слагаемые магнитной индукции также остаются непрерывными, см. часть I, гл. I, § 3, т. е.

$$\mu' \mathfrak{H}'_n = \mu'' \mathfrak{H}''_n \dots \dots \dots (27)$$

Соответствующее уравнение для $\epsilon \mathfrak{E}$ будет верно только в случае, если на поверхности s нет свободного электричества, или когда $\sigma' = \sigma'' = 0$, т. е. обе среды диэлектрики, вовсе не обладающие проводимостью. Напишем первое из уравнений (14) для двух точек, лежащих с двух сторон от поверхности s , бесконечно к ней близко, полагая, что ось x -ов совпадает с нормалью n ; мы получаем:

$$\begin{aligned} \frac{4\pi\sigma'}{c} \mathfrak{E}'_n + \frac{\epsilon'}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}'_n}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{H}'_y}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{H}'_z}{\partial z}, \\ \frac{4\pi\sigma''}{c} \mathfrak{E}''_n + \frac{\epsilon''}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}''_n}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{H}''_y}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{H}''_z}{\partial z}. \end{aligned}$$

На основании сказанного после формулы (26) мы видим, что правые стороны этих уравнений почленно равны; вычитая одно из другого, получаем

$$-4\pi(\sigma' \mathfrak{E}'_n - \sigma'' \mathfrak{E}''_n) = \epsilon' \frac{\partial \mathfrak{E}'_n}{\partial t} - \epsilon'' \frac{\partial \mathfrak{E}''_n}{\partial t}$$

или

$$\sigma' \mathfrak{E}'_n - \sigma'' \mathfrak{E}''_n = -\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\epsilon'}{4\pi} \mathfrak{E}'_n - \frac{\epsilon''}{4\pi} \mathfrak{E}''_n \right\} \dots \dots \dots (28)$$

С правой стороны мы имеем изменение со временем разности электрических смещений с двух сторон от поверхности s , при чем оба смещения взяты в одном и том же направлении n . Эта разность равна поверхностной плотности k электричества, см. часть I, гл. I, § 4, формула (21). С левой стороны мы имеем разность нормальных слагаемых токов проводимости. Смысл уравнения (28) таким образом вполне ясен. Если среды непроводящие ($\sigma' = \sigma'' = 0$), то величина в скобках от времени не зависит, и мы получаем

$$\epsilon' \mathfrak{E}'_n - \epsilon'' \mathfrak{E}''_n = 4\pi k \dots \dots \dots (28, a)$$

т. е. вышеупомянутую формулу (21). При отсутствии заряда имеем условие, аналогичное (27),

$$\epsilon' \mathfrak{E}'_n = \epsilon'' \mathfrak{E}''_n \dots \dots \dots (28, b)$$

§ 3. Теорема Пойнтинга и поток энергии. Poynting (1885) вывел замечательную формулу, интерпретация которой дает ясную и весьма оригинальную картину перемещения запасов энергии в электромагнитном поле; роль среды при этом выступает с особенною яркостью. При выводе

этой формулы мы воспользуемся методом векториального анализа, преимущества которого при этом ясно выступают.

Пусть S некоторая замкнутая поверхность, внутри которой находятся произвольного рода запасы электромагнитной энергии, и пусть dv элемент объема, ограниченного поверхностью S . Этот элемент объема мы представим себе в виде призмы, поперечное сечение которой ds , а длина dl , причем dl имеет направление электрического тока, проходящего через dv , и обладающего плотностью $\mathfrak{J} = \sigma \mathfrak{E}$, см. (10). Сила тока, проходящего через dv , равна $\mathfrak{J} ds$; электродвижущая сила, действующая на элемент dv , равна $\mathfrak{E} dl$, а потому количество теплоты dQ , выделяющейся в элементе dv по закону Джоуля в единицу времени, равно

$$dQ = \mathfrak{J} ds \cdot \mathfrak{E} dl = \mathfrak{J} \mathfrak{E} dv = \sigma \mathfrak{E}^2 dv \dots \dots \dots (29)$$

Мы имели уравнения (13) и (16)

$$\frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H},$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl } \mathfrak{E}.$$

Помножим первое уравнение скалярно на \mathfrak{E} , второе на \mathfrak{H} , сложим затем оба уравнения, помножим их сумму на dv и проинтегрируем по всему объему, ограниченному поверхностью S . Тогда имеем:

$$\frac{4\pi}{c} \int \sigma \mathfrak{E}^2 dv + \frac{1}{c} \int \epsilon \mathfrak{E} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} dv + \frac{1}{c} \int \mu \mathfrak{H} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} dv =$$

$$= \int \{(\mathfrak{E}, \text{curl } \mathfrak{H}) - (\mathfrak{H}, \text{curl } \mathfrak{E})\} dv \dots \dots \dots (29, a)$$

На основании формулы (29) гл. I мы видим, что правая сторона равна, см. еще (8, a) гл. I,

$$\int \text{div} [\mathfrak{H}, \mathfrak{E}] dv = - \int \text{div} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}] dv.$$

Формула (21) Гаусса (стр. 184) дает

$$- \int \text{div} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}] dv = - \int [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]_n dS.$$

Наша формула дает теперь

$$\int \sigma \mathfrak{E}^2 dv + \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\epsilon \mathfrak{E}^2 + \mu \mathfrak{H}^2}{8\pi} dv = - \frac{c}{4\pi} \int [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]_n dS \dots \dots \dots (30)$$

Здесь n есть направление внешней нормали к поверхности S . Первый член представляет, на основании (29), полное количество джоулевой теплоты Q , которое выделяется внутри рассматриваемого объема в единицу времени. Второй член можно написать в виде, см. (23),

$$\frac{\partial}{\partial t} \int W dv = \frac{\partial U}{\partial t},$$

если через U обозначить полный запас электромагнитной энергии в системе, ограниченной поверхностью S . Формула (30) дает, поэтому,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + Q = -\frac{c}{4\pi} \int [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]_n dS \dots \dots \dots (31)$$

Здесь мы имеем с левой стороны полное приращение, в единицу времени, запаса электромагнитной и тепловой энергии в системе, ограниченной поверхностью S . Введем новый вектор \mathfrak{S} , который называется вектором Пойнтинга,

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}] \dots \dots \dots (32)$$

Его абсолютное значение равно

$$|\mathfrak{S}| = \frac{c}{4\pi} |\mathfrak{E}| \cdot |\mathfrak{H}| \sin(\mathfrak{E}, \mathfrak{H}) \dots \dots \dots (32, a)$$

Он перпендикулярен к плоскости, содержащей векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} ; вращение от \mathfrak{E} к \mathfrak{H} дает винту поступательное движение по направлению \mathfrak{S} . Вводя этот вектор в (31) мы получаем:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + Q = -\int \mathfrak{S}_n dS \dots \dots \dots (32, b)$$

где \mathfrak{S}_n слагаемая вектора \mathfrak{S} по направлению внешней нормали. Правая часть в (32, b) представляет поток в единицу времени вектора \mathfrak{S} через поверхность S по направлению извне в рассматриваемое пространство. Этот поток равен приращению запаса энергии, содержащейся в этом же пространстве. Мы можем, следовательно, видеть источник этого приращения энергии в потоке вектора \mathfrak{S} , втекающего через поверхность S . Поэтому вектор Пойнтинга еще называется потоком энергии. Из (32) ясно, что мы имеем в каждой точке поток энергии, перпендикулярный к \mathfrak{E} и к \mathfrak{H} , причем плотность потока определяется формулою (32) или (32, a). Когда запас энергии внутри рассматриваемого пространства уменьшается, то соответствующий поток энергии вытекает через поверхность S .

Если взять пространство бесконечно большое, или поверхность S настолько удаленной от рассматриваемой системы, что во всех ее точках можно положить $\mathfrak{E} = \mathfrak{H} = 0$, то (32, b) дает

$$\frac{\partial U}{\partial t} + Q = 0. \dots \dots \dots (32, c)$$

Этот формулою выражается принцип сохранения энергии в области электромагнитных явлений и подтверждается справедливость формулы (23).

Приложим формулы (31) или (32, b) к проволоке, через которую течет постоянный электрический ток i , выраженный в электромагнитных единицах. Пусть R радиус поперечного сечения проволоки; за поверхность S возьмем поверхность проволоки. В этом случае

$$\mathfrak{H} = \frac{2i}{R} \dots \dots \dots (32, d)$$

см. часть II, гл. III, формулу (41). Вектор \mathfrak{H} расположен перпендикулярно к длине проволоки и к радиусу R ; если смотреть по направлению тока, то вектор \mathfrak{H} имеет направление движения часовой стрелки. Вектор \mathfrak{E} имеет направление самого тока; ясно, что векторы \mathfrak{H} и \mathfrak{E} взаимно перпендикулярны и что они расположены в плоскости, касательной к поверхности S . Отсюда следует, что вектор \mathfrak{S} перпендикулярен к поверхности S проволоки. Вращение от \mathfrak{E} к \mathfrak{H} дает поступательное движение по направлению, обратному направлению радиуса R ; а так как в (32, *b*) внешняя нормаль n к S совпадает с R , то $\mathfrak{S} = -\mathfrak{S}_n$. Формула (32, *a*) дает (опускаем черты)

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{E} \mathfrak{H}.$$

Вставляя (32, *d*) получаем

$$\mathfrak{S} = \frac{ci}{2\pi R} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (32, e)$$

В виду того, что векторы \mathfrak{E} , \mathfrak{H} и \mathfrak{S} одинаковы вдоль всей проволоки, мы рассмотрим отрезок проволоки длиной l . Обращаемся к формуле (32, *b*). Так как мы в проволоке имеем постоянный ток, т. е. стационарное состояние, то электромагнитная энергия U от времени не зависит; вставляя $-\mathfrak{S}_n = \mathfrak{S}$ и принимая во внимание, что \mathfrak{S} одинаково во всех точках поверхности $2\pi Rl$ проволоки, мы получаем формулу (32, *b*) в виде

$$Q = 2\pi Rl \mathfrak{S} \dots \dots \dots (32, f)$$

Эту формулу мы и желаем проверить. На основании (32, *e*) имеем

$$Q = 2\pi Rl \mathfrak{S} = c \mathfrak{E} li.$$

Здесь \mathfrak{E} выражено в эл.-стат. единицах; формула (5, *b*) стр. 268 дает

$$Q = \mathfrak{E}_m li,$$

где \mathfrak{E}_m выражено в эл.-магн. единицах. Произведение $\mathfrak{E}_m l$ равно электродвижущей силе, действующей на отрезок проволоки; на основании закона Ома, она равна ir , где r сопротивление этого отрезка. Таким образом получаем

$$Q = i^2 r \dots \dots \dots (32, g)$$

С правой стороны мы действительно получили известное выражение для количества тепла, выделяющегося в единицу времени в отрезке проволоки по закону Джоуля; формула (32, *f*) оказалась справедливой, а след., справедлива и формула (32, *b*) для рассмотренного частного случая. Итак, количество теплоты, выделяющейся в проволоке, через которую течет постоянный электрический ток, действительно равно потоку энергии, или потоку вектора Пойнтинга, проникающему в проволоку через ее поверхность.

§ 4. Вектор-потенциал токов. Предположим, что мы имеем стационарное электрическое поле, или настолько медленно меняющееся,

что в уравнении (13) можно пренебречь вторым членом. Кроме того, мы допустим, что $\mu = \text{Const.}$ во всем пространстве, к которому относятся величины \mathfrak{E} и \mathfrak{H} . Уравнения (13), (16) и (21) можем написать в виде

$$\frac{4\pi\sigma\mu}{c} \mathfrak{E} = \text{curl } \mu \mathfrak{H} \dots \dots \dots (33)$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl } \mathfrak{E} \dots \dots \dots (33, a)$$

$$\text{div } \mu \mathfrak{H} = 0 \dots \dots \dots (33, b)$$

Задача определения вектора $\mu \mathfrak{H}$ тождественна с задачей, решенной нами в гл. I, § 2, причем теперь

$$\mathfrak{A} = \mu \mathfrak{H} \dots \dots \dots (34)$$

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi\sigma\mu}{c} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (34, a)$$

Соответственно (42, a) гл. I, мы полагаем

$$\mu \mathfrak{H} = \text{curl } \mathfrak{C} \dots \dots \dots (35)$$

где \mathfrak{C} есть вектор-потенциал. По формуле (44) гл. I мы имеем, см (34, a) и (10),

$$\mathfrak{C} = \int \frac{\mathfrak{B} dv}{4\pi r} = \frac{\mu}{c} \int \frac{\sigma \mathfrak{E} dv}{r} = \frac{\mu}{c} \int \frac{\mathfrak{J} dv}{r} \dots \dots \dots (36)$$

Здесь \mathfrak{J} плотность тока, проходящего через элемент объема v , r расстояние точки (x, y, z) , к которой относится вектор \mathfrak{E} , от точки (x', y', z') , около которой находится dv . Не следует забывать, что все сложения, символически выраженные в (36) знаками интегралов, суть сложения векториальные. Обозначая слагаемые вектора \mathfrak{J} через $\mathfrak{J}_x, \mathfrak{J}_y, \mathfrak{J}_z$, мы имеем для слагаемых вектор-потенциала выражения

$$\mathfrak{C}_x = \frac{\mu}{c} \int \frac{\mathfrak{J}_x dv}{r}, \quad \mathfrak{C}_y = \frac{\mu}{c} \int \frac{\mathfrak{J}_y dv}{r}, \quad \mathfrak{C}_z = \frac{\mu}{c} \int \frac{\mathfrak{J}_z dv}{r} \dots \dots \dots (36, a)$$

Формулы (35) и (36) дают:

$$\mathfrak{H} = \frac{1}{c} \text{curl} \int \frac{\mathfrak{J} dv}{r} \dots \dots \dots (37)$$

Из формулы (33) получается, см. (10),

$$\sigma \mathfrak{E} = \mathfrak{J} = \frac{c}{4\pi} \text{curl } \mathfrak{H}.$$

Вставляя \mathfrak{J} в (37), находим

$$\mathfrak{H} = \text{curl} \int \frac{\text{curl}' \mathfrak{H} \cdot dv}{4\pi r} \dots \dots \dots (37, a)$$

Здесь знак curl' обозначает, что под интегралом вихрь вектора \mathfrak{H} берется в точке, около которой находится dv , между тем как вихрь вектора, символически выраженного интегралом, относится к точке, в которой

находится искомое \mathfrak{H} , стоящее в левой части равенства (37, a). Уравнения (33, a) и (35) дают теперь

$$\text{curl } \mathfrak{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{curl } \mathfrak{C} = \text{curl} \left[-\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathfrak{C}}{c} \right) \right].$$

Если вихри двух векторов равны между собою, то они могут отличаться друг от друга только потенциальным вектором, который является градиентом некоторого скалярного потенциала. Последний обозначим через $-\varphi$; его вихрь равен нулю, см. (24) гл. I. Итак

$$\mathfrak{C} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \dots \dots \dots (38)$$

Здесь $-\varphi$ потенциал зарядов свободного электричества. Формулы (35) и (38) дают нам \mathfrak{H} и \mathfrak{C} , выраженные через вектор-потенциал; в (37) вектор \mathfrak{H} выражен через имеющиеся в данном пространстве электрические токи. Полезно выписать формулы (35) и (38) более подробно:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{H}_x &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mathfrak{C}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{C}_y}{\partial z} \right) \\ \mathfrak{H}_y &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mathfrak{C}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{C}_z}{\partial x} \right) \\ \mathfrak{H}_z &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mathfrak{C}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{C}_x}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (39)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{C}_x &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{C}_x}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \mathfrak{C}_y &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{C}_y}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \mathfrak{C}_z &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{C}_z}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (39, a)$$

Величины \mathfrak{C}_x , \mathfrak{C}_y , \mathfrak{C}_z определяются формулами (36, a), когда известно распределение электрических токов. Формулы (35) и (38), а также (39) и (39, a) особенно тем интересны, что в них отсутствует всякий намек на дальноедействие (*actio in distans*), ибо векторы \mathfrak{H} и \mathfrak{C} , а также их слагаемые, выражены через величины \mathfrak{C} и φ , относящиеся к тем же точкам пространства, к которым относятся искомые векторы \mathfrak{H} и \mathfrak{C} . При этом \mathfrak{H} определяется производными слагаемых вектор-потенциала по координатам, а \mathfrak{C} — производными по времени.

Из формулы (38) весьма легко обратно выводится основная формула (15) индукции; стоит только взять с обеих сторон от (38) интегралы по замкнутой кривой, при чем второй член с правой стороны исчезает, и затем к остающемуся интегралу с правой стороны приложить формулу Стокса.

Приложим выведенные формулы к случаю одного замкнутого постоянного тока силы i , текущего по проводнику, сечение которого q ; элемент проводника обозначим через dl . Тогда можно положить $dv = qdl$,

и $\oint \mathfrak{D}v = \oint q dl = i dl$. Формула (36) дает

$$\mathfrak{C} = \frac{\mu i}{c} \int \frac{dl}{r} \dots \dots \dots (40)$$

Здесь интеграл опять является символом векториального сложения векторов dl , из которых каждый разделен на соответствующее

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \dots \dots \dots (40, a)$$

играющее здесь роль простого числа. Для слагаемых вектор-потенциала имеем, если слагаемые dl суть dx' , dy' , dz' ,

$$\mathfrak{C}_x = \frac{\mu i}{c} \int \frac{dx'}{r} \dots \dots \dots (40, b)$$

и подобные же выражения для \mathfrak{C}_y и \mathfrak{C}_z . Теперь (39) дает

$$\mathfrak{H}_x = \frac{i}{c} \int \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{r} dz' - \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} dy' \right\}$$

т. е., см. (40, a),

$$\mathfrak{H}_x = \frac{i}{c} \int \frac{(z-z') dy' - (y-y') dz'}{r^3} \dots \dots \dots (40, c)$$

Эта формула подтверждает, что напряжение магнитного поля тока не зависит от магнитной проницаемости μ окружающей однородной среды, о чем уже было сказано в части II, гл. VII, § 3. Формулу (40, c) можно написать в таком виде:

$$\mathfrak{H}_x = \frac{i}{c} \int \frac{\cos(r, z) \cos(dl, y) - \cos(r, y) \cos(dl, z)}{r^3} dl \dots \dots (40, d)$$

Теперь можно \mathfrak{H}_x рассматривать как слагаемую равнодействующей напряжений, вызываемых отдельными элементами тока $i dl$. Пусть h_x , h_y , h_z слагаемые этих элементарных напряжений; тогда, напр.,

$$h_x = \frac{i dl}{cr^3} \{ \cos(r, z) \cos(dl, y) - \cos(r, y) \cos(dl, z) \} \dots \dots (40, e)$$

На основании формул (40, c) или (40, e) уже легко доказать, что h перпендикулярно к плоскости, проходящей через dl и r , и что

$$h = \frac{i dl}{cr^2} \sin(dl, r)$$

т. е. получить формулу Biot и Savart'a. Ясно, что мы при этом перешли к представлению о дальнедействиях и легко получаем все те формулы, которые были выведены в части II при рассмотрении магнитного поля тока (гл. II, § 6 и гл. VII, § 3).

§ 5. Диэлектрики и магниты. Предположим, что в рассматриваемом пространстве нет проводников тока, так что везде $\sigma = 0$. Тогда основные уравнения (13), (16), (20) и (21) принимают вид

$$\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H} \quad (41)$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\text{curl } \mathfrak{E} \quad (41, a)$$

$$\text{div } \epsilon \mathfrak{E} = 4\pi \rho \quad (41, b)$$

$$\text{div } \mu \mathfrak{H} = 0 \quad (41, c)$$

Допустим сперва, что поля стационарные, т. е. что \mathfrak{E} и \mathfrak{H} от времени t не зависят. Тогда имеем

$$\text{curl } \mathfrak{E} = 0 \quad (42)$$

$$\text{div } \epsilon \mathfrak{E} = 4\pi \rho \quad (42, a)$$

Формула (42) показывает, что \mathfrak{E} вектор потенциальный, равный градиенту некоторого скаляра, который мы обозначим через $-\varphi$. Итак

$$\mathfrak{E} = -\text{grad } \varphi \quad (42, b)$$

Вставляя (42, b) в (42, a) и полагая, что $\epsilon = \text{const.}$, мы получаем на основании (19) стр. 184

$$4\pi \rho = -\epsilon \Delta \varphi \quad (42, c)$$

Мы знаем, что уравнению такого вида удовлетворяет выражение

$$\varphi = \frac{1}{\epsilon} \int \frac{\rho \, dv}{r} \quad (42, d)$$

т. е. потенциал электрических зарядов. Важно, что (42, b) и (42, d) получены из уравнений (41, a) и (41, b) Максвелла, строгость выводов которых, как было сказано, может подвергаться сомнению. Если воспользоваться формулой (22), то можно написать выражение для запаса W электростатической энергии всего бесконечного пространства

$$W = \frac{\epsilon}{8\pi} \int \mathfrak{E}^2 \, dv = \frac{\epsilon}{8\pi} \iiint \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} dx \, dy \, dz \quad (42, e)$$

В книгах (см. литературу к § 1) Richarz'a p. 43—46 и Abraham'a т. I p. 173—176 можно найти вывод закона Кулона, основанный на формуле (42, e).

Для магнитного поля получаем при постоянном μ , когда \mathfrak{E} и \mathfrak{H} от времени t не зависят, формулы $\text{curl } \mathfrak{H} = 0$ и $\text{div } \mathfrak{H} = 0$, т. е. $\mathfrak{H} = 0$, что, однако, противоречит известному факту существования самостоятельного стационарного магнитного поля, вызванного остаточным магнетизмом стальных магнитов, или накладывающегося на магнитное поле токов, когда эти последние вызывают магнитное состояние ферромагнитных тел (электромагниты). Не входя в подробности, мы ограничиваемся немногими словами. Для ферромагнитных тел μ есть функция от \mathfrak{H} , как мы видели в части II, гл. VIII, § 6, при чем эта зависимость еще усложняется явлениями гистерезиса. Из уравнения (41, c) не следует, поэтому, что $\text{div } \mathfrak{H} = 0$, и мы полагаем

$$\operatorname{div} \mathfrak{H} = 4\pi \varrho' \dots \dots \dots (43)$$

где ϱ' , очевидно, равно об'емной плотности свободного магнетизма, понятие о котором было нами введено в части второй. Полагая, подобно (42,b),

$$\mathfrak{H} = -\operatorname{grad} \psi \dots \dots \dots (43, a)$$

мы видим, что ψ есть потенциал свободных магнитных масс. Теория остаточного магнетизма плохо укладывается в рамки теории Максвелла. Подробности можно найти в упомянутой выше книге Abraham'a, стр. 368—390.

Переходим к фундаментальному, общему вопросу о переменном электромагнитном поле в однородном и изотропном диэлектрике. В виду чрезвычайной важности двух основных формул, мы покажем два их вывода: один очень краткий, основанный на формулах векториального анализа, и второй, более пространный, без применения этого анализа, для читателей, еще недостаточно с ним освоившихся. Мы полагаем $\mu = \operatorname{Const.}$ и $\varepsilon = \operatorname{Const.}$; кроме того, мы предположим, что нет свободных зарядов, т. е. что $\varrho = 0$. Мы имеем теперь уравнения

$$\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \operatorname{curl} \mathfrak{H} \dots \dots \dots (44)$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\operatorname{curl} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (44, a)$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = 0 \dots \dots \dots (44, b)$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{H} = 0 \dots \dots \dots (44, c)$$

Возьмем производную по t от (44) и вихрь от (44, a); тогда получаем, пользуясь формулами (31) гл. I и (44, b),

$$\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \operatorname{curl} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t};$$

$$\frac{\mu}{c} \operatorname{curl} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\operatorname{curl} \operatorname{curl} \mathfrak{E} = -\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathfrak{E} + \Delta \mathfrak{E} = \Delta \mathfrak{E}.$$

Сравнение этих двух формул дает

$$\frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \Delta \mathfrak{E} \dots \dots \dots (45)$$

Взяв производную от (44, a) и вихрь от (44), мы получаем тем же путем

$$\frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial t^2} = \Delta \mathfrak{H} \dots \dots \dots (46)$$

Таким образом \mathfrak{E} и \mathfrak{H} удовлетворяют одному и тому же дифференциальному уравнению. Выведем основные уравнения (45) и (46) иным путем, при помощи уравнений (17) и (19). Первое из уравнений (19) дифференцируем по t . Получаем

$$\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \right) \dots \dots \dots (46, a)$$

Второе и третье из уравнений (17) дают

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \mathcal{M}}{\partial t} \right) = \frac{c}{\mu} \left\{ \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial z^2} \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t} \right) = \frac{c}{\mu} \left\{ \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \mathcal{Y}}{\partial x \partial y} \right\}.$$

Вычитаем первое уравнение из второго и прибавляем с правой стороны в скобках члены $\frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial x^2}$; тогда сравнение с (46, a) дает

$$\frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \mathcal{Y}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial x^2}$$

или

$$\frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial z} \right).$$

На основании (44, b) мы видим, что величина в скобках равна нулю, так что остается

$$\frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial t^2} = \Delta \mathcal{X} \dots \dots \dots (47)$$

Совершенно такие же уравнения получаются для \mathcal{Y} , \mathcal{Z} , \mathcal{L} , \mathcal{M} , \mathcal{N} . Складывая первые три и последние три уравнения векториально, мы получаем (45) и (46). Читатели, знакомые с уравнениями вида (45) и (46), видят, что каждое значение векторов \mathcal{E} и \mathcal{H} передается через среду со скоростью v , равную

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \dots \dots \dots (48)$$

Мы рассмотрим, однако, этот вопрос подробнее. Предположим, что векторы \mathcal{E} и \mathcal{H} суть функции только одной координаты x , т. е. от y и z не зависят. Это значит, что \mathcal{E} и \mathcal{H} вполне одинаковы во всех точках плоскости, перпендикулярной к оси x -ов. В этом случае все производные по y и z исчезают из наших формул. Мы имеем всего 14 формул, а именно: 6 формул (17) и (19), 6 формул вида (47) и формулы (44, b) и (44, c); само собою разумеется, что они не зависимы друг от друга, так как 6 формул вида (47) были выведены из остальных. Первые из формул (17) и (19), а также формулы (44, b) и (44, c) дают

$$\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{X}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (48, a)$$

Это показывает, что \mathcal{X} и \mathcal{Y} от t и x не зависят, а так как в весьма отдаленных точках несомненно \mathcal{X} и \mathcal{Y} равны нулю, то мы вообще имеем

$$\mathcal{X} = 0, \quad \mathcal{Y} = 0 \dots \dots \dots (48, b)$$

Отсюда следует, что первое и четвертое из уравнений вида (47), т. е. относящиеся к \mathcal{X} и \mathcal{Y} , исчезают. Равенства (48, a) показывают, что \mathcal{E} и \mathcal{H} перпендикулярны к оси x . Из 14-ти уравнений мы рассмотрели шесть; остаются восемь уравнений. Вторые и третьи из уравнений (17) и

(19) дают теперь

$$\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial t} = - \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial x} \dots \dots \dots (49)$$

$$\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial t} = \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial x} \dots \dots \dots (49, a)$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial t} = \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial x} \dots \dots \dots (49, b)$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t} = - \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial x} \dots \dots \dots (49, c)$$

Слагаемые \mathcal{X} и \mathcal{N} связаны уравнениями (49) и (49, c), слагаемые \mathcal{Z} и \mathcal{M} уравнениями (49, a) и (49, c). Обратим внимание на весьма важное обстоятельство, что эти две пары уравнений составлены не одинаково: знаки с правой стороны противоположны. К этому вопросу мы еще вернемся. Напомним, однако, уже теперь, что у нас расположены координатные оси так, что если в ряду x, y, z, x, y которая нибудь из осей вращается по направлению к соседней справа, то это соответствует вращению винта, поступательное движение которого направлено вдоль следующей справа оси. Если, напр., ось z направлена вверх, ось x направо, то ось y направлена от наблюдателя; если же ось y идет направо, то ось x к наблюдателю. Это последнее расположение мы и примем для наглядности.

Допустим, что вектор \mathcal{E} , перпендикулярный к оси x , имеет направление оси y (на право). Тогда $\mathcal{Z} = 0$ и $\mathcal{H} = \mathcal{Y}$; чтобы обозначить, что вектор \mathcal{E} имеет направление оси y , мы его обозначим символом $\mathcal{E}[y]$. Формулы (49, a) и (49, b) показывают, что если $\mathcal{Z} = 0$, то $\mathcal{M} = 0$, т. е. $\mathcal{H} = \mathcal{N} = \mathcal{H}[z]$. Наоборот, если $\mathcal{M} = 0$, то $\mathcal{Z} = 0$. Итак, если \mathcal{E} направлено по оси y , то \mathcal{H} направлено по оси z и наоборот. Если принять $\mathcal{Y} = 0$, т. е. $\mathcal{E} = \mathcal{Z} = \mathcal{E}[z]$, то (49) и (49, c) дают $\mathcal{N} = 0$, т. е. $\mathcal{H} = \mathcal{M} = \mathcal{H}[y]$, и наоборот, если $\mathcal{H} = \mathcal{H}[y]$, то $\mathcal{E} = \mathcal{E}[z]$. Из сказанного получается фундаментальный результат:

$$\mathcal{E} \perp \mathcal{H} \dots \dots \dots (50)$$

Векторы \mathcal{E} и \mathcal{H} взаимно перпендикулярны и перпендикулярны к оси той координаты x , от которой они зависят. Отличаем два случая:

I. $\mathcal{Z} = 0, \mathcal{M} = 0$; $\mathcal{E} = \mathcal{E}[y], \mathcal{H} = \mathcal{H}[z]$; (49) и (49, c) дают

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathcal{E}[y]}{\partial t} &= - \frac{\partial \mathcal{H}[z]}{\partial x} \\ \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathcal{H}[z]}{\partial t} &= - \frac{\partial \mathcal{E}[y]}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (50, a)$$

II. $\mathcal{Y} = 0, \mathcal{N} = 0$; $\mathcal{E} = \mathcal{E}[z], \mathcal{H} = \mathcal{H}[y]$; (49, a) и (49, b) дают

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathcal{E}[z]}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{H}[y]}{\partial x} \\ \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathcal{H}[y]}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{E}[z]}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (50, b)$$

Разница между этими двумя случаями резко выражена формулами (50, a) и (50, b). Заметим, что вопрос о знаках величин \mathfrak{E} и \mathfrak{H} остался у нас пока открытым и мы не знаем, в какую, напр., сторону оси z направлено \mathfrak{E} , когда \mathfrak{H} направлено в сторону положительных y -ков.

Из уравнений вида (47), остаются, в виду (48, b), четыре уравнения для \mathfrak{D} , \mathfrak{Z} , \mathfrak{M} и \mathfrak{N} . Так как векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} от x и y не зависят, то знак Δ сводится к второй производной по координате x . Уравнения вида (47) все одинаковы; поэтому нет надобности отличать случаи $\mathfrak{E}[y]$, $\mathfrak{H}[z]$ от случая $\mathfrak{E}[z]$, $\mathfrak{H}[y]$ и мы имеем вообще:

$$\frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial x^2} \dots \dots \dots (51)$$

$$\frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial x^2} \dots \dots \dots (52)$$

Окончательно мы получили четыре уравнения, а именно (51), (52) и (50, a) или (50, b).

Уравнению (51) удовлетворяет выражение

$$\mathfrak{E} = \varphi(x - vt) \dots \dots \dots (53)$$

где φ знак совершенно произвольной функции, и v постоянное. Вставив (53) в (51), получаем

$$\frac{\varepsilon \mu}{c^2} v^2 \varphi'' = \varphi'' \dots \dots \dots (53, a)$$

откуда

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \dots \dots \dots (54)$$

Значение функции $\varphi(x - vt)$ не изменяется, если к x прибавить v и к t единицу, ибо

$$\varphi\{[x + v] - v[t + 1]\} = \varphi(x - vt) \dots \dots \dots (54, a)$$

Это означает, что значение \mathfrak{E} , которое во время t имело место в точке x , повторится через единицу времени в точке $(x + v)$; оно в единицу времени переместилось на расстояние, равное v . Этот результат относится ко всем точкам x , а потому мы получаем такую картину: в данный момент вектор \mathfrak{E} распределен по какому либо закону вдоль оси x ; это распределение перемещается вдоль оси x со скоростью v , не подвергаясь никакому изменению.

Формула (54) показывает, что v может быть и положительное и отрицательное; в первом случае распространение происходит по направлению возрастающих x , во втором — по направлению убывающих x . Мы примем для v положительное значение, так что второй случай выразится формулой

$$\mathfrak{E} = \varphi(x + vt) \dots \dots \dots (54, b)$$

Подставляя (54, b) в (51), мы вновь получаем (53, a) и (54), а равенство

$$\varphi\{[x - v] + v[t + 1]\} = \varphi(x + vt) .$$

подтверждает, что данное значение \mathfrak{E} перемещается в единицу времени от точки x в точку $x - v$, т. е. в сторону убывающих x . Общее решение (51) принимает вид

$$\mathfrak{E} = \varphi_1(x - vt) + \varphi_2(x + vt) \dots \dots \dots (54, c)$$

где φ_1 и φ_2 знаки двух произвольных функций. Уравнение (52) дает таким же образом, соответственно (53), (54, b) и (54, c),

$$\mathfrak{H} = \psi(x - vt) \dots \dots \dots (55)$$

$$\mathfrak{H} = \psi(x + vt) \dots \dots \dots (55, a)$$

и общее решение

$$\mathfrak{H} = \psi_1(x - vt) + \psi_2(x + vt) \dots \dots \dots (55, b)$$

где ψ , ψ_1 и ψ_2 знаки произвольных функций и v определяется формулой (54). Назовем произвольное распределение векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} вдоль оси x электромагнитным возмущением. Мы видим, что вдоль оси x , в том или другом направлении распространяется электромагнитное возмущение со скоростью v , определяемой формулой (54). В пустоте $\epsilon = 1$ и $\mu = 1$, а следовательно, $v = c$.

Величина c есть скорость распространения электромагнитного возмущения в пустоте. Но мы знаем, что

$$c = \frac{e_e}{e_m} \dots \dots \dots (55, c)$$

см. (5), и что опыты дали для этого отношения величину, равную скорости света. Это заставляет нас думать, что свет есть распространяющееся электромагнитное возмущение. Можно это последнее принять за гипотезу; тогда равенство скорости света и отношения $e_e : e_m$, доказанное опытом, послужит нам подтверждением гипотезы. Второе подтверждение дает нам опытная проверка другого вывода, получаемого из формулы (54):

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon \mu} \dots \dots \dots (56)$$

где n показатель преломления света для рассматриваемой среды. Для большинства средин можно положить $\mu = 1$; тогда

$$n^2 = \epsilon \dots \dots \dots (57)$$

Квадрат показателя преломления данной среды равен ее диэлектрической постоянной. На равенство (57) мы в предыдущем указывали неоднократно и мы видели, что оно, в немногих, впрочем, случаях, вполне подтверждается опытом. Неподтверждение в большинстве случаев объясняется явлением дисперсии, которое не укладывается в рамки излагаемой здесь первоначальной теории Максвелла.

В дальнейшем мы будем называть лучом то направление $+x$ или $-x$, в котором распространяется электромагнитное возмущение.

Обращаемся к уравнениям (50, a) и (50, b), комбинируя их с (53) и (55) или с (54, b) и (55, a). Получаются четыре случая:

I, a). $\mathfrak{E}[y], \mathfrak{H}[z]; \mathfrak{E} = \varphi(x - vt); \mathfrak{H} = \psi(x - vt).$

Формулы (50, a) дают, если переменить все знаки,

$$\frac{\varepsilon}{c} v \varphi' = \psi' \text{ и } \frac{\mu}{c} v \psi' = \varphi'.$$

Перемножив эти равенства, мы вновь получаем (54); если вставить v из (54), то оба равенства дают

$$\sqrt{\varepsilon} \varphi' = \sqrt{\mu} \psi'.$$

Отсюда следует, что $\sqrt{\varepsilon} \varphi = \sqrt{\mu} \psi$, так как мы постоянные \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , независимые ни от t , ни от x , можем не принимать во внимание. Таким образом получается

$$\sqrt{\varepsilon} \mathfrak{E} = \sqrt{\mu} \mathfrak{H} \dots \dots \dots (58)$$

II, a). $\mathfrak{E}[z], \mathfrak{H}[y]; \mathfrak{E} = \varphi(x - vt), \mathfrak{H} = \psi(x - vt).$ Формулы (50, b) дают

$$-\frac{\varepsilon}{c} v \varphi' = \psi' \text{ и } -\frac{\mu}{c} v \psi' = \varphi',$$

откуда

$$-\sqrt{\varepsilon} \mathfrak{E} = \sqrt{\mu} \mathfrak{H} \dots \dots \dots (58, a)$$

I, b). $\mathfrak{E}[y], \mathfrak{H}[z]; \mathfrak{E} = \varphi(x + vt), \mathfrak{H} = \psi(x + vt).$ Формулы (50, a) дают

$$-\sqrt{\varepsilon} \mathfrak{E} = \sqrt{\mu} \mathfrak{H} \dots \dots \dots (58, b)$$

II, b). $\mathfrak{E}[z], \mathfrak{H}[y]; \mathfrak{E} = \varphi(x + vt), \mathfrak{H} = \psi(x + vt).$ Формулы (50, b) дают

$$\sqrt{\varepsilon} \mathfrak{E} = \sqrt{\mu} \mathfrak{H} \dots \dots \dots (58, c)$$

В первом и четвертом случаях \mathfrak{E} и \mathfrak{H} одного знака, во втором и третьем противоположных знаков. Полагая, что \mathfrak{E} положительное, мы получаем следующую табличку для направлений луча и векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} .

Луч	\mathfrak{E}	\mathfrak{H}
I, a . . . + x	+ y	+ z
II, a . . . + x	+ z	- y
I, b . . . - x	+ y	- z
II, b . . . - x	+ z	+ y.

Во всех четырех случаях луч, вектор \mathfrak{E} и вектор \mathfrak{H} составляют „винтовую систему,“ т. е. вращение от \mathfrak{E} к \mathfrak{H} дает винту поступательное движение по направлению луча. Если наблюдатель смотрит навстречу луча, то вращение от \mathfrak{E} к \mathfrak{H} представится ему обратным движению часовой стрелки. Таким образом вполне решен вопрос о взаимном расположении векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} в луче данного направления. Все четыре формулы (58) до (58, c) дают для абсолютных значений векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} соотношение

$$\sqrt{\varepsilon} |\mathfrak{E}| = \sqrt{\mu} |\mathfrak{H}| \dots \dots \dots (58, d)$$

и далее

$$\epsilon \mathfrak{H}^2 = \mu \mathfrak{E}^2 \dots \dots \dots (58, e)$$

В пустоте

$$|\mathfrak{E}| = |\mathfrak{H}| \dots \dots \dots (58, f)$$

В пустоте векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} равны по численному значению. Сравнение случаев I, *a* и I, *b*, или II, *a* и II, *b* показывает, что если в двух лучах, распространяющихся по противоположным направлениям, один из векторов \mathfrak{E} или \mathfrak{H} имеет одно и то же направление, то другой вектор имеет в этих лучах противоположные направления.

Формулы (22), (22, *a*) и (23) дают для объемной плотности энергий, на основании (58, *e*):

$$W_e = W_m \dots \dots \dots (59)$$

$$W = \frac{\epsilon}{4\pi} \mathfrak{E}^2 = \frac{\mu}{4\pi} \mathfrak{H}^2 \dots \dots \dots (59, a)$$

Объемные плотности энергий электрического поля и магнитного поля равны между собою. Формула (32) и то, что было сказано после (32, *a*), показывает, что вектор Пойнтинга, т. е. поток энергии имеет всегда направление луча. Так как $\mathfrak{E} \perp \mathfrak{H}$, см. (50), то (32, *a*) дает

$$|\mathfrak{E}| = \frac{c}{4\pi} |\mathfrak{E}| \cdot |\mathfrak{H}| \dots \dots \dots (59, b)$$

Вставляя сюда c из (48) и пользуясь формулой (58, *d*), мы получаем

$$|\mathfrak{E}| = \frac{v\epsilon}{4\pi} \mathfrak{E}^2 = \frac{v\mu}{4\pi} \mathfrak{H}^2$$

т. е., см. (59, *a*),

$$|\mathfrak{E}| = vW \dots \dots \dots (59, c)$$

Этим вновь подтверждается, что вектор Пойнтинга действительно представляет поток энергии (в единицу времени через единицу площади поперечного сечения), так как W есть энергия единицы объема. Мы видим также, что \mathfrak{E} и \mathfrak{H} перпендикулярны к направлению потока энергии, по крайней мере в рассмотренной нами изотропной среде.

Мы до сих пор оставили функции $\varphi(x - vt)$ и $\psi(x - vt)$ совершенно неопределенными. Предположим теперь, что зависимость вектора \mathfrak{E} от x и t определяется законами распространения гармонического колебательного движения в изотропной среде. Принимаем, что

$$\mathfrak{E} = \varphi(x - vt) = E \sin a(vt - x),$$

где E амплитуда изменения вектора \mathfrak{E} . Мы знаем, что $vT = \lambda$, где T период колебания, λ длина волны; полагая $a = 2\pi : \lambda$, получаем для \mathfrak{E} известное нам (т. I и II) уравнение луча

$$\mathfrak{E} = E \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (60)$$

Полагая, что $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}[y]$, мы находим из (58)

$$\mathfrak{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

или

$$\mathfrak{H} = H \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (60, a)$$

где H амплитуда изменения вектора \mathfrak{H} и

$$\sqrt{\mu} H = \sqrt{\varepsilon} E \dots \dots \dots (60, b)$$

В пустоте амплитуды векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} равны между собою. Формулы (60) и (60, a) показывают, что в каждой точке луча „колеблющиеся“ векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} находятся в одинаковых фазах, т. е. одновременно делаются равными нулю и одновременно достигают наибольших значений.

Если луч распространяется по направлению возрастающих x и в данный момент в некоторой точке луча вектор \mathfrak{E} имеет наибольшее значение E по направлению оси $+y$, то в этой же точке одновременно \mathfrak{H} имеет наибольшее значение H по направлению оси $+z$. Но если луч распространяется по направлению убывающих x , то наибольшему значению $\mathfrak{E} = E$ по направлению $+y$ соответствует в той же точке луча и в тот же момент наибольшее значение $\mathfrak{H} = H$ по направлению $-z$. Отсюда вытекает весьма важное следствие. Положим, что вдоль оси x распространяются два совершенно одинаковых луча в противоположных друг другу направлениях. В этом случае оба вектора \mathfrak{E} и \mathfrak{H} должны образовать стоячие волны (т. I). Положим, что в некоторой точке оси x , векторы \mathfrak{E} двух лучей находятся в одинаковых фазах; в этой точке векторы \mathfrak{H} двух лучей будут находиться в противоположных фазах. Наоборот, где векторы \mathfrak{E} находятся в противоположных фазах, фазы векторов \mathfrak{H} одинаковы. Это приводит к следующему результату: если два одинаковых луча, распространяясь в противоположных направлениях, образуют стоячие волны, то пучности вектора \mathfrak{E} совпадают с узлами вектора \mathfrak{H} , а узлы вектора \mathfrak{E} с пучностями вектора \mathfrak{H} . Две системы стоячих волн векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} сдвинуты друг относительно друга на четверть длины волны.

В т. II мы познакомились с опытами, подтвердившими существование давления света, а в т. III мы доказали, что необходимость такого давления вытекает из начал термодинамики. Приведем теперь два вывода для величины этого давления, основанные на общих представлениях и на формулах Максвелла.

В части I, гл. I, § 4 было указано, что вдоль линий, вернее трубок электрических сил существует некоторое натяжение P_e , а перпендикулярно к боковой поверхности этих трубок такое же давление P_e , при чем на единицу площади сечения или поверхности

$$P_e = \frac{e \mathfrak{E}^2}{8\pi}.$$

Точно также мы и в магнитном поле имеем натяжение и боковое давление (часть II, гл. I, § 3)

$$P_m = \frac{\mu \mathfrak{H}^2}{8\pi}.$$

Когда плоская волна нормально падает на поверхность, поглощающую лучи, то, как мы видели, векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} параллельны этой поверхности, а потому она подвергается давлению P , равному $P_e + P_m$, так что

$$P = \frac{\varepsilon \mathfrak{E}^2}{8\pi} + \frac{\mu \mathfrak{H}^2}{8\pi}$$

т. е., см. (23),

$$P = W \dots \dots \dots (60, c)$$

Давление, в рассматриваемом случае, равно энергии, заключающейся в единице объема. Когда луч вполне отражается, то у поверхности находятся два потока лучей, падающий и отраженный. В этом случае

$$P = 2W \dots \dots \dots (60, d)$$

Когда коэффициент отражения r , то падающий луч дает давление W , отраженный — давление rW и потому

$$P = (1 + r)W \dots \dots \dots (60, e)$$

Мы вывели последние три формулы, пользуясь понятиями о натяжениях и давлениях трубок электрических и магнитных сил. Planck дал в своем классическом сочинении „Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung“, р. 49—58, 1906, вывод, построенный исключительно на основных формулах Максвелла, и притом для общего случая, когда лучи падают на поверхность тела во всевозможных направлениях. Мы ограничимся случаем нормального падения плоской волны на поверхность тела. Planck предполагает, что вещество тела, отражающего лучи, обладает весьма большою проводимостью и что для него $\mu = 1$. В такой среде весьма малое \mathfrak{E} вызывает конечный ток, а потому \mathfrak{E} не может иметь сколько нибудь значительной величины. На основании формулы (26) мы заключаем, что и в пустоте, у самой поверхности тела, \mathfrak{E} весьма мало. Это показывает, что отражение должно быть полное и с потерей полуволны, так что у самой поверхности векторы \mathfrak{E} падающего и отраженного луча взаимно почти уничтожаются. Внутри тела существуют токи \mathfrak{Z} , направление которых совпадает с направлением весьма малых \mathfrak{E} ; в этом же теле существует и вектор \mathfrak{H} , который обозначим через \mathfrak{H}_i . Плотность тока \mathfrak{Z} и вектор \mathfrak{H}_i связаны уравнением (9)

$$\frac{4\pi\mathfrak{Z}}{c} = \text{curl } \mathfrak{H}_i \dots \dots \dots (60, f)$$

Проведем ось x по направлению падающего луча, ось y параллельно \mathfrak{Z} и ось z параллельно \mathfrak{H}_i . Тогда $\text{curl } \mathfrak{H}_i$ совпадает со своей слагаемой по на-

правлению y , как того требует (60, f). Итак, см. (23) гл. I,

$$\frac{4\pi\mathfrak{F}}{c} = \text{curl}_y \mathfrak{H}_i = -\frac{\partial \mathfrak{H}_i}{\partial x}.$$

Пусть S часть поверхности тела; рассмотрим цилиндр вещества, основание которого S и образующие которого параллельны x ; у поверхности положим $x = 0$. На элемент $S dx$ объема этого цилиндра действует сила $d\mathfrak{P}$, равная

$$d\mathfrak{P} = \frac{S dx}{c} [\mathfrak{F}, \mathfrak{H}_i] = \frac{S dx}{c} |\mathfrak{H}_i| \cdot |\mathfrak{F}|.$$

Вставляя сюда \mathfrak{F} из предыдущего уравнения, получаем

$$d\mathfrak{P} = -\frac{S dx}{4\pi} \mathfrak{H}_i \frac{\partial \mathfrak{H}_i}{\partial x} = -\frac{S dx}{8\pi} \frac{\partial \mathfrak{H}_i^2}{\partial x}.$$

Эта сила нормальна к S , ибо она перпендикулярна к \mathfrak{F} и к \mathfrak{H}_i ; она направлена во внутрь тела. Вся сила, действующая на цилиндр, равна

$$\mathfrak{P} = -\frac{S}{8\pi} \int_0^{\infty} \frac{\partial \mathfrak{H}_i^2}{\partial x} dx$$

Так, как при $x = \infty$ сила \mathfrak{H}_i во всяком случае равна нулю, то

$$\mathfrak{P} = \frac{S}{8\pi} \mathfrak{H}_{i,0}^2$$

где $\mathfrak{H}_{i,0}$ значение вектора у самой поверхности тела. Сила, приходящаяся на единицу поверхности и есть давление P , так что

$$P = \frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}_{i,0}^2 \dots \dots \dots (60, g)$$

На основании формулы (26) вектор $\mathfrak{H}_{i,0}$ должен равняться значению $\mathfrak{H}_{e,0}$ во внешнем пространстве у самой поверхности. Падающий и отраженный луч дают очевидно вместе $\mathfrak{H}_{e,0} = 2\mathfrak{H}$, а потому (60, g) дает

$$P = \frac{1}{2\pi} \mathfrak{H}^2 = 2W.$$

Это и есть формула (60, d).

Приведенный вывод показывает, что вектор \mathfrak{H} теряет при отражении полуволну, и этим дается новое раз'яснение факта, что в стоячих волнах узлы одного из векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} совпадают с пучностями другого; вектор \mathfrak{E} имеет у отражающей поверхности узел, а вектор \mathfrak{H} — пучность.

Вышеизложенное представляет первую основу электромагнитной теории света. В т. II была изложена старая теория Fresnel'я и упомянута теория F. Neumann'a; они отличались предположением о направлении упругих световых колебаний. Если световой луч вполне поляризован в некоторой плоскости, то по Fresnel'ю упругие колебания происходят перпендикулярно к этой плоскости, по F. Neumann'у — в самой плоскости. Электромагнитная теория света уничтожает этот

спор, ибо она показывает, что в луче существует два рода колебаний, электрические и магнитные, расположенные в плоскостях взаимно перпендикулярных. Световым колебаниям теории Fresnel'я соответствуют колебания вектора \mathfrak{E} , происходящие перпендикулярно к плоскости поляризации луча.

§ 6. Проводники и полупроводники электричества. В этой статье мы ограничиваемся рассмотрением немногих наиболее элементарных вопросов. Дальнейшее развитие будет дано в главе, посвященной детальному рассмотрению электромагнитной теории света. Мы полагаем, что в данном пространстве величины σ и ε не равны нулю. В этом случае мы имеем дело с уравнениями (13) и (16), или (14) и (17), а также с уравнениями (10) и (21). Кроме того мы считаем верным и уравнение (20), хотя уравнение (19,а), полученное из (18) относится к случаю $\sigma = 0$, ибо оно явилось следствием уравнения (18). Величину ρ мы будем попрежнему называть объемною плотностью электричества, но это уже будет величина переменная, зависящая от времени t . Итак, мы имеем уравнения

$$\frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H} \dots \dots \dots (61)$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl } \mathfrak{E} \dots \dots \dots (61, a)$$

$$\text{div } \mu \mathfrak{H} = 0 \dots \dots \dots (61, b)$$

$$\text{div } \varepsilon \mathfrak{E} = 4\pi\rho \dots \dots \dots (61, c)$$

$$\mathfrak{J} = \sigma \mathfrak{E} \dots \dots \dots (61, d)$$

Рассмотрим некоторые простейшие частные случаи.

I. Положим, что мы имеем однородную, изотропную среду, в которой, в момент времени $t = 0$, распределены какие-либо электрические заряды, объемную плотность которых мы обозначим через ρ_0 ; распределение этих зарядов вполне произвольное. В однородной среде ε и σ величины постоянные. Возьмем расхождение всех членов уравнения (61); на основании (25) стр. 185 мы получаем, сократив c ,

$$4\pi\sigma \text{div } \mathfrak{E} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \mathfrak{E} = 0 \dots \dots \dots (61, e)$$

Теперь (61,с) дает

$$\frac{4\pi\sigma}{\varepsilon} \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

или

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon} \rho \dots \dots \dots (62)$$

Интеграл этого уравнения:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{4\pi\sigma}{\varepsilon} t} \dots \dots \dots (63)$$

Введем обозначение

$$\frac{\varepsilon}{4\pi\sigma} = \tau \dots \dots \dots (63, a)$$

Тогда

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \dots \dots \dots (64)$$

Мы видим, что в проводящей среде об'емная плотность электричества стремится к нулю. Во время $t = \tau$ остается

$$\rho = \frac{\rho_0}{e} = \frac{\rho_0}{2,718\dots} \dots \dots \dots (64, a)$$

и вообще через каждый промежуток времени τ плотность ρ уменьшается в $e = 2,718\dots$ раза. Это время называется временем релаксации. Чем больше σ , тем меньше τ и тем быстрее заряды ρ делаются незаметно малыми, т. е. практически исчезают. Даже для сравнительно дурных проводников время τ весьма мало. Исчезновение ρ следует понимать, как переход зарядов на поверхность тех тел, для которых σ не равно нулю.

II. Пусть S замкнутая поверхность, ограничивающая какую-либо часть пространства. Уравнения (61,c), (61,d) и (61,e) дают

$$\operatorname{div} \mathfrak{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Помножим обе стороны на элемент объема dv и возьмем интеграл по всему рассматриваемому пространству; тогда получается

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dv + \int \operatorname{div} \mathfrak{J} dv = 0.$$

Обозначая полное количество электричества внутри поверхности S через E и пользуясь уравнением (21) гл. I, получаем

$$-\frac{\partial E}{\partial t} = \int \mathfrak{J}_n dS \dots \dots \dots (65)$$

Это равенство говорит, что убыль электричества в данном пространстве равняется потоку вектора \mathfrak{J} , прошедшего через поверхность S этого пространства. Этим подтверждается, что вектор \mathfrak{J} , который мы назвали плотностью электрического тока, действительно измеряется количеством электричества, проходящего в единицу времени через единицу сечения, перпендикулярного к направлению течения электричества. Таким определением вектора \mathfrak{J} мы в этой главе не пользовались, ибо уравнения (61,c) и (61,d), т. е. (20) и (10) были нами введены независимо друг от друга.

III. Для случая $\sigma = 0$ мы вывели уравнения (45) и (46). Выведем соответствующие уравнения для общего случая, когда σ не равно нулю. Так как при $\sigma > 0$ величина ρ быстро исчезает, мы примем $\rho = 0$; поэтому мы получаем, полагая ϵ и μ постоянными,

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = 0 \dots \dots \dots (65, a)$$

т. е.

$$\frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (65, b)$$

Дифференцируем (61) по t и берем вихрь от (61,а); получается

$$\frac{4 \pi \sigma}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \text{curl} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t},$$

$$\frac{\mu}{c} \text{curl} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl} \text{curl} \mathfrak{E} = - \text{grad} \text{div} \mathfrak{E} + \Delta \mathfrak{E} = \Delta \mathfrak{E},$$

см. (31) гл. I и (65,а). Сравнивая последние два уравнения, мы находим:

$$\frac{4 \pi \sigma}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \frac{c}{\mu} \Delta \mathfrak{E}$$

или

$$\frac{4 \pi \sigma}{\epsilon} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\mu \epsilon} \Delta \mathfrak{E}.$$

Вводя величины

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{\epsilon}{4 \pi \sigma} \\ v &= \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (65, c)$$

см. (63,а) и (54), получаем окончательно:

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = v^2 \Delta \mathfrak{E} \dots \dots \dots (66)$$

Дифференцируя (61,а) по t и взяв вихрь от (61), получаем

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = v^2 \Delta \mathfrak{H} \dots \dots \dots (67)$$

Таким образом и при $\sigma > 0$ векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} удовлетворяют одинаковым уравнениям. При $\sigma = 0$, уравнения (66) и (67) переходят в (45) и (46). Для определения связи между слагаемыми векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} у нас остаются еще уравнения (14) и (17).

Обратимся вновь к частному случаю, когда векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} зависят только от x . Тогда (66) и (67) принимают вид

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = v^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial x^2} \dots \dots \dots (68)$$

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = v^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial x^2} \dots \dots \dots (69)$$

Уравнения (61,б) и (65,а), заменяющие (61,с), дают

$$\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (69, a)$$

Далее первые из уравнений (14) и (17) дают, см. (65,с),

$$\frac{1}{\tau} \mathfrak{X} + \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} = 0 \dots \dots \dots (69, b)$$

Отсюда следует, как прежде, что $\mathfrak{Y} = 0$ и $\mathfrak{X} = 0$, ибо первое из равенств (69,б) показывает, что \mathfrak{X} , не зависящее от x , если бы оно существовало, быстро исчезло бы по закону, аналогичному выраженному формулой (64). Допустим, далее, что $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}[y] = \mathfrak{Y}$ направлено вдоль оси y , и что,

следовательно, $\mathfrak{Z} = 0$. Тогда третье из уравнений (14) и второе из уравнений (17) дают $\mathfrak{M} = 0$, т. е. $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}[z] = \mathfrak{M}$, т. е. вектор \mathfrak{H} направлен вдоль оси z . Мы видим, что и в общем случае ($\sigma > 0$) векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} взаимно перпендикулярны. Остающиеся второе уравнение (14) и третье уравнение (17) дают теперь

$$\left. \begin{aligned} \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t_x} &= -\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} \\ \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} &= -\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (70)$$

При $\sigma = 0$ уравнения (70) переходят в (50,а). Уравнения (68), (69), (70) и (65,с) служат для полного решения разбираемого, случая. На этом мы останавливаемся, относя дальнейшее к главе, посвященной электромагнитной теории света.

§ 7. Уравнения Герца для движущихся тел. Представим себе поле векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , и допустим, что тела, в нем находящиеся, движутся. Эти тела могут быть источники, благодаря которым возникают \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , напр. тела, содержащие электрические заряды, далее проводники, через которые текут уже существующие электрические токи, ферромагнитные тела, стальные магниты, поляризованные диэлектрики; эти тела могут быть также и проводники, в которых, когда они находятся в покое, нет ни зарядов, ни токов. Чтобы понять, каким образом Hertz (1890) изменил уравнения Максвелла для случая движущихся тел, мы напишем их для слагаемых по направлению n нормали к произвольной поверхности S , ограниченной произвольною кривою. Уравнения (61) и (61,а) дают

$$\begin{aligned} \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E}_n + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t} &= \text{curl}_n \mathfrak{H} \\ \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}_n}{\partial t} &= -\text{curl}_n \mathfrak{E}. \end{aligned}$$

Помножим все члены на dS и возьмем интегралы по всей поверхности S . Мы получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{4\pi}{c} \int \sigma \mathfrak{E}_n dS + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int \varepsilon \mathfrak{E}_n dS &= \int \text{curl}_n \mathfrak{H} dS \\ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int \mu \mathfrak{H}_n dS &= -\int \text{curl}_n \mathfrak{E} dS \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (71)$$

Эти формулы относятся к неподвижной в пространстве поверхности S . Hertz ввел предположение, что в случае движущейся системы, уравнения (71) остаются верными, относясь, однако, к поверхности движущейся, неизменно связанной с движущимися телами. Вместе с тем Hertz допустил, что эфир движется вместе с телами; это выражено тем, что он принимает диэлектрическую постоянную движущегося тела равной ε , между тем как ее следовало бы принять равной $\varepsilon - 1$, если предположить, что эфир не участвует в движении тела.

В гл. I, § 3 мы рассмотрели вопрос об изменении вектора со временем. Мы обозначили через $\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t}$ изменение вектора \mathfrak{A} в данной, неподвижной точке пространства, и через $\frac{d \mathfrak{A}}{dt}$ изменение в точке, неизменно связанной с телом, и движущейся со скоростью v . Предположение Hertz'a заключается, следовательно, в том, что для движущейся системы следует в формулах (71) заменить знак $\frac{\partial}{\partial t}$ знаком $\frac{d}{dt}$, вследствие чего они принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{4\pi}{c} \int \sigma \mathfrak{E}_n dS + \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int \varepsilon \mathfrak{E}_n dS &= \int \text{curl}_n \mathfrak{H} dS \\ \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int \mu \mathfrak{H}_n dS &= - \int \text{curl}_n \mathfrak{E} dS \end{aligned} \right\} \dots \dots (71, a)$$

Мы имели формулу (36) гл. I:

$$\frac{d}{dt} \int \mathfrak{A}_n dS = \int \left\{ \frac{\partial \mathfrak{A}_n}{\partial t} + v_n \text{div} \mathfrak{A} + \text{curl}_n [\mathfrak{A}, v] \right\} dS.$$

При помощи этой формулы мы преобразуем (71, a). Получается

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{c} \int \sigma \mathfrak{E}_n dS + \frac{1}{c} \int \left\{ \frac{\partial \varepsilon \mathfrak{E}_n}{\partial t} + v_n \text{div} \varepsilon \mathfrak{E} + \text{curl}_n [\varepsilon \mathfrak{E}, v] \right\} dS &= \int \text{curl}_n \mathfrak{H} dS, \\ \frac{1}{c} \int \left\{ \frac{\partial \mu \mathfrak{H}_n}{\partial t} + v_n \text{div} \mu \mathfrak{H} + \text{curl}_n [\mu \mathfrak{H}, v] \right\} dS &= - \int \text{curl}_n \mathfrak{E} dS. \end{aligned}$$

Первую формулу умножим на $\frac{c}{4\pi}$, введем выражения $\mathfrak{D} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \mathfrak{E}$ и $\text{div} \varepsilon \mathfrak{E} = 4\pi \rho$, см. (1) и (20); во второй пользуемся уравнением (21) $\text{div} \mu \mathfrak{H} = 0$. Тогда получается

$$\begin{aligned} \int \sigma \mathfrak{E}_n dS + \int \left\{ \frac{\partial \mathfrak{D}_n}{\partial t} + v \rho + \text{curl}_n [\mathfrak{D}, v] \right\} dS &= \frac{4\pi}{c} \int \text{curl}_n \mathfrak{H} dS, \\ \frac{\mu}{c} \int \left\{ \frac{\partial \mathfrak{H}_n}{\partial t} + \text{curl}_n [\mathfrak{H}, v] \right\} dS &= - \int \text{curl}_n \mathfrak{E} dS. \end{aligned}$$

Так как поверхность S , а следовательно и направление n совершенно произвольны, то ясно, что такие же равенства должны соединять и под'интегральные функции, т. е.

$$\sigma \mathfrak{E} + \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + v \rho + \text{curl} [\mathfrak{D}, v] = \frac{c}{4\pi} \text{curl} \mathfrak{H} \dots \dots \dots (72)$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} + \frac{\mu}{c} \text{curl} [\mathfrak{H}, v] = - \text{curl} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (73)$$

Эти уравнения заменяют, в случае движущейся системы, уравнения (61) и (61, a) Максвелла. Все величины, входящие в эти формулы, относятся к одной и той же точке пространства, с которою, в данный момент, совпадает точка материальная, движущаяся со скоростью v . При $v = 0$ формулы (72) и (73) переходят в (61) и (61, a).

Рассмотрим сперва формулу (72). Формулу (12, a) можно написать в виде

$$\mathfrak{C} = \frac{4\pi}{c} \operatorname{curl} \mathfrak{H} \dots \dots \dots (73, a)$$

где \mathfrak{C} , плотность тока, вызывающего поле \mathfrak{H} , равняется, см. (11) и (12),

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{J} + \mathfrak{B} = \sigma \mathfrak{E} + \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} \dots \dots \dots (73, b)$$

Этот ток состоит, в случае покоящейся системы, из тока проводимости $\sigma \mathfrak{E}$ и тока смещения $\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}$. Мы сохраним и теперь формулу (73, a), т. е. допустим, что вихрь вектора \mathfrak{H} , см. (72), и в случае движущейся системы, связан с плотностью всего существующего тока \mathfrak{C} уравнением (73, a). Тогда (72) дает, вместо (73, b),

$$\mathfrak{C} = \sigma \mathfrak{E} + \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + \nu \rho + \operatorname{curl} [\mathfrak{D}, \nu] \dots \dots \dots (74)$$

Итак, весь ток \mathfrak{C} состоит уже не из двух, а из четырех частей, а именно:

$\sigma \mathfrak{E}$ и $\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}$ суть плотности токов проводимости и смещения;

$\nu \rho$ есть плотность тока конвекционного, образуемого переносом электрического заряда, объемная плотность которого ρ , вместе с материей, при чем ν скорость этого переноса. Существование магнитного поля такого конвекционного тока доказал впервые Rowland (1876). К этому вопросу мы возвратимся в одной из следующих глав.

$\operatorname{curl} [\mathfrak{D}, \nu]$ есть плотность т. наз. тока Рентгена. Он существует, когда в электрическом поле движется поляризованный диэлектрик, в котором это поле вызвало поляризацию, а след. и смещение \mathfrak{D} . Магнитное поле \mathfrak{H}_R такого тока наблюдал Roentgen (1888); дальнейшие, весьма важные исследования принадлежат А. А. Эйхенвальду (1903); и к ним мы возвратимся впоследствии.

Переходим к уравнению (73), в которое вводим магнитную индукцию $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$; тогда получается

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} + \frac{1}{c} \operatorname{curl} [\mathfrak{B}, \nu] = \operatorname{curl} \mathfrak{C} \dots \dots \dots (75)$$

Полагаем $\mathfrak{C} = \mathfrak{C}_1 + \mathfrak{C}_2$, где

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} = \operatorname{curl} \mathfrak{C}_1 \dots \dots \dots (75, a)$$

$$\frac{1}{c} \operatorname{curl} [\mathfrak{B}, \nu] = \operatorname{curl} \mathfrak{C}_2 \dots \dots \dots (75, b)$$

Формула (75, a), соответствующая (16), определяет электродвижущую силу, вызванную, т. е. индуктированную в данной точке вследствие изменения потока магнитной индукции \mathfrak{B} . Прилагая к правой стороне формулу Стокса, мы возвращаемся к формуле (15, a)

$$-c \int \mathfrak{C}_1 d\mathfrak{s} = \frac{\partial}{\partial t} \int \mathfrak{B}_n dS \dots \dots \dots (75, c)$$

которая служила нам исходною для вывода второго уравнения Макс-

велла для случая неподвижной системы. Прилагая формулу Стокса к обеим сторонам равенства (75, b), мы находим

$$-c \int \mathfrak{E}_2 d\mathfrak{s} = \int [\mathfrak{B}, v] d\mathfrak{s} \dots \dots \dots (75, d)$$

Отсюда следует, что в каждом элементе $d\mathfrak{s}$ кривой, которую мы представим себе проводящей и, конечно, замкнутой, действует электродвижущая сила $-c\mathfrak{E}_2$, отличающаяся от $[\mathfrak{B}, v]$ на вектор, интеграл которого вдоль замкнутой кривой равен нулю. Такой вектор должен быть вида $\text{grad } \varphi$, где φ скалярный потенциал каких либо электрических зарядов. Имея в виду замкнутые проводники, мы можем не обращать внимания на этот вектор; тогда остается, если переменить знаки,

$$c\mathfrak{E}_2 = [v, \mathfrak{B}] \dots \dots \dots (76)$$

По величине

$$c|\mathfrak{E}_2| = |v| \cdot |\mathfrak{B}| \sin(v, \mathfrak{B}) \dots \dots \dots (76, a)$$

Вектор \mathfrak{E}_2 перпендикулярен к плоскости, проходящей через направление магнитного потока \mathfrak{B} и через направление v движения, при чем вращение винта от v к \mathfrak{B} дает поступательное его движение по направлению вектора \mathfrak{E}_2 . Отсюда ясно, что \mathfrak{E}_2 есть электродвижущая сила, вызванная, т. е. индуктированная в элементе объема тела вследствие его движения в магнитном поле. Абрахам показал (см. книгу Förstl-Abraham в списке литературы к § 1, т. I, стр. 405, 1904), каким образом и явления униполярной индукции (гл. II, § 17) объясняются при помощи формулы (75, b).

Заключение. Мы изложили основы теории Максвелла, оставя в стороне многие, более специальные вопросы. Эта теория дает замечательно правильную картину большой группы электрических и магнитных явлений; существуют, однако, весьма многочисленные явления, которые в ее рамки не укладываются. Для их объяснения были предложены различные видоизменения теории Максвелла, которые приводят к более или менее обоснованным изменениям тех формул, с которыми мы встречались в этой главе. В общем курсе физики мы не имеем возможности рассматривать эти теории. В настоящее время на их место стала электронная теория, с основами которой мы познакомимся в следующей главе.

§ 8. Опытное определение величины « v ». Общепринято обозначать через v (часто в кавычках) ту величину, которая получается из разного рода электрических и электромагнитных измерений, и которая, на основании теории, должна численно равняться скорости света c в пустоте. Мы помещаем здесь краткий обзор методов определения величины v в виду тесной связи равенства $v = c$ с теорией Maxwell'a.

В 1863 г. Maxwell и Fleming Jenkin указали на пять способов определения величины v , из которых однако получили практическое осуществление и дали хорошие результаты только три следующих метода

измерения одной и той же электрической величины в электростатических (значок e) и в электромагнитных (значок m) единицах:

1. Измеряется некоторое количество электричества в эл.-стат. (e_e) и в эл.-магн. (e_m) единицах. Тогда

$$v = \frac{e_e}{e_m} \dots \dots \dots (77)$$

2. То же самое для некоторой электродвижущей силы или разности потенциалов (E_e и E_m). Тогда

$$v = \frac{E_m}{E_e} \dots \dots \dots (78)$$

3. То же самое для некоторой емкости (C_e и C_m). Тогда

$$v^2 = \frac{C_e}{C_m} \dots \dots \dots (79)$$

В последних трех формулах стоят с правой стороны не единицы величин e , E и C , но численные значения конкретных величин, измеренных в электростатических и электромагнитных единицах. Мы будем предполагать, что все измерения произведены в соответствующих *C. G. S.* единицах; мы знаем, что в этом случае v близко к значению

$$v = 3 \cdot 10^{10} \dots \dots \dots (80)$$

Число экспериментальных определений величины v , произведенных по одному из этих трех методов, весьма велико. Обзоры этих определений указаны в конце этой главы (см. Литература). Все эти определения имеют ныне почти только исторический интерес, так как в тождественности величины „ v “ и скорости c света в пустоте не может уже быть никакого сомнения. Поэтому мы ограничиваемся весьма кратким рассмотрением трех упомянутых способов и перечислением различных работ. Результаты работ мы будем выражать, выписывая только коэффициент при 10^{10} в (80), т. е. число, близкое к трем.

I. Способ измерения некоторого количества электричества. Этим способом пользовались Weber и Kohlrausch (1856), а затем Rowland (1879, опубликовано 1889).

Weber и Kohlrausch заряжали лейденскую банку и измеряли заряд в эл.-стат. единицах, перенося определенную его часть на шарик крутильных весов. Разряжая банку через гальванометр, они по отклонению магнитной стрелки могли определить величину заряда в эл.-магн. единицах. За изменениями, с течением времени, заряда банки они следили, соединив ее с электрометром. Результат, исправленный Voigt'ом (1877), оказался 3,1140.

Rowland и его помощники пользовались, вместо лейденской банки, шаровым конденсатором и измеряли его потенциал при помощи абсолютного электрометра Томсона; результат: 2,9815.

II. Способ измерения электродвижущих сил или разностей потенциалов. По возможности большая разность потенциалов

измеряется в эл.-стат. единицах при помощи абсолютного электрометра; затем определяется сила тока, вызванная этою же разностью потенциалов в проводнике, сопротивление которого в омах известно. Различными вариациями этого метода пользовались: Maxwell (1868), W. Thomson и King (1869), Mc. Kichan (1874), Shida (1880), Exner (1882), Thomson, Ayrton и Perry (1888), Pellat (1891), Hurmuzescu (1896), Perot и Fabry (1898).

Maxwell измерял силу тока абсолютным электродинамометром, комбинируя его с абсолютным электрометром так, чтобы отталкивание катушек первого уравновешивало притяжение пластинок второго. Ему пришлось пользоваться двумя батареями элементов, из которых одна служила для заряжения пластинок электрометра, а другая для получения тока в катушках, прикрепленных к наружным сторонам пластинок; особыми измерениями определялось отношение электродвижущих сил двух батарей. Результат: 2,84.

Не останавливаясь на других, выше приведенных работах, ограничиваемся приведением числовых результатов: Mc. Kichan 2,863 до 2,999; Thomson, Ayrton и Perry 2,92; Exner 2,87; Pellat 3,0092 Hurmuzescu 3,001; Perot и Fabry 2,9973.

III. Способ измерения емкостей. Rosa и Dorsey приводят в своем обзоре (1907, см. литературу) восемь разновидностей этого метода; из них они считают третью и четвертую за дающие наилучшие результаты из всех вообще способов определения величины v . Почти во всех случаях определяется емкость C_e некоторого конденсатора вычислением на основании его формы и размеров; для определения C_m всегда приходится знать величину некоторого сопротивления в абсолютной мере. Мы приводим схему, которую дали Rosa и Dorsey, ограничиваясь теми шестью методами, которые были практически осуществлены.

1. Применение баллистического гальванометра. Заряд конденсатора, емкость C_e которого известна, пропускается через баллистический гальванометр. Одна и та же батарея служит для заряжения конденсатора и для калибрования гальванометра, так что последним измеряется величина $e_m : E_m$, которая и равна искомому C_m . Абсолютное сопротивление цепи замкнутого тока должно быть известно. Этим способом пользовались Ayrton и Perry (в Японии, 1879, результат 2,96) и Hoskin (1879, рез. 2,967).

2. Метод постоянного отклонения гальванометра. Конденсатор периодически заряжается батареей элементов и разряжается; зарядные или разрядные токи пропускаются через гальванометр, который получает постоянное отклонение. Это отклонение сравнивается с тем, которое дает та же батарея, если в ее замкнутую цепь ввести тот же гальванометр. Сопротивление всей цепи в абсолютной мере должно быть известно, а также число n зарядов конденсатора в одну секунду. Сила тока i_1 в первом случае определяется формулой

$$nEC_m = Ai_1,$$

где E электродвижущая сила батареи, A постоянная гальванометра. Во втором случае имеем для силы тока i_2 выражение

$$\frac{Er''}{rr'' + rr' + r'r''} = Ai_2,$$

где r сопротивление главной цепи, r' сопротивление гальванометра, r'' сопротивление шунта. Если одно равенство разделить на другое, то E и A исчезают, так что получается C_m . Этим способом производили измерения Столетов (1881, рез. 2,98 до 3,00], который пользовался вращающимся коммутатором для заряда и разряда конденсатора, и Клемендић (1881, рез. 3,0188), который для той же цели пользовался камертоном-прерывателем.

3. Метод применения моста Витстона. В цепи батареи элементов имеется разветвление, соответствующее мосту Витстона. В одну из ветвей моста введен конденсатор и прерыватель. Меняя число прерываний в секунду или сопротивление другой ветви, можно довести силу тока в мосте до нуля. В этом случае довольно сложная формула, которую дал J. J. Thomson (1883) и которую мы не приводим, определяет величину C_m . Этим способом пользовались Himstedt (1887, результат 3,0057), Rosa (1889, рез. 3,000), J. J. Thomson и Searle (1890, рез. 2,996), Rosa и Dorsey (1907, рез. по этому и следующему методу, в среднем 2,9971).

4. Метод дифференциального гальванометра. Этот метод отличается от метода второго тем, что зарядный или разрядный ток, и ток непрерывный проходят через две катушки дифференциального гальванометра, при чем отклонение в этом гальванометре доводится до нуля. Этим методом пользовались Клемендић (1884, рез. 3,0188), Himstedt (1886 и 1888, рез. 3,015), Abraham (1892, рез. 2,991), Rosa и Dorsey (1907, рез. см. выше).

5. Метод колебательного разряда конденсатора. Когда цепь содержит конденсатор емкости C_m и самоиндукцию L_m , то время t колебаний разряда определяется формулою

$$t = 2\pi\sqrt{C_m L_m}$$

Измеряя t и L_m , мы находим C_m , а затем и v , когда C_e , как в предыдущих случаях, вычислено, или когда оно особо определяется путем сравнения с известною емкостью. Чтобы измерить время t возможно точнее, необходимо, чтобы оно было не слишком мало, а потому емкость C_m и самоиндукция L_m должны быть велики. Этим способом пользовались Колли (Colley 1886, результат 3,015), Webster (1898 рез. 3,0259) и Lodge и Glazebrook (1899, рез. 3,009). Пользуясь большими C_m и L_m , Колли получал весьма медленные электрические колебания; разряд проходил через гальванометр, магнит которого мог следить за этими колебаниями. Время колебания магнита, снабженного зеркальцем, определялось оптическим способом. Webster пользовался электрометром, стрелка которого следила за колебаниями разряда. Падающая гири сперва замыкала цепь конденсатора, вызывая разряд, а затем отделяла

электромтр от этой цепи. Определялись те положения второго замыкателя, при которых стрелка электромтра проходила через положение равновесия. Lodge и Glazebrook фотографировали искру на движущейся светочувствительной пластинке.

6. Метод сравнения емкости с самоиндукцией при помощи переменного тока. В цепь переменного тока (период t) введен электромтр. Стрелка соединена двумя проводами с двумя пластинками электромтра (напр. с золотым листочком); в один провод включен конденсатор емкости C_m , в другой сопротивление R без самоиндукции. Электромтр остается в покое, когда

$$\pi RC_m = t,$$

откуда и получается C_m . Этим способом пользовалась Miss Maltby (1897, результат 3,015).

Совокупность приведенных в этом параграфе результатов в достаточной мере подтверждает, что величина „ v “ численно равна скорости света.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

Maxwell. A treatise on Electricity and Magnetism. Oxford, 1-о изд. 1873, 2-ое изд. 1881, 3-ье изд. 1892; франц. перевод: Séligmann-Lui, Paris, 1889; немец. перевод: Weinstein, Berlin, 1883.

Maxwell. Phil. Mag. (4) 21 pp. 161, 281, 338, 1861; 23 pp. 12, 85, 1862; Trans. R. Soc. 155 p. 459, 1865.

Duhem. Les théories électr. de Maxwell, Paris, 1902.

Boltzmann. Vorlesungen über Maxwells Theorie der Elektr. I, Leipzig, 1891. II, 1893.

Poincaré. Électricité et optique, Paris, 1-ое изд. 1890, 2-е изд. 1901.

H. A. Lorentz. La théorie électromagn. de Maxwell etc., Leiden, 1892; Enzyklopädie d. math. Wiss. V, 2 p. 64—144, 1904.

Heaviside. Electromagnetic theory, London, I 1893, II 1899.

Helmholtz. Vorles. über d. elektromagn. Theorie des Lichtes, Leipzig, 1897.

Föppl-Abraham. Einführ. in d. Maxwellsche Theorie, Leipzig, 1904.

Cohn. Das elektromagn. Feld, Leipzig, 1904.

Richarz. Anfangsgründe der Maxwellschen Theorie, Leipzig-Berlin, 1909.

Cl. Schaefer. Einführung in d. Maxwellsche Theorie, Leipzig-Berlin, 1908.

К § 3.

Poynting. Trans. R. Soc. Lond. 175 p. 343, 1885; 176 p. 277, 1886.

К § 7.

Hertz. W. A. 41 p. 369, 1890; Gesammelte Werke, II p. 256, 1894.

К § 8.

Hurtmuzescu. Annales de chim. et phys. (7) 10 p. 436—452, 1897.

Wiedemann. Die Lehre von der Elektrizität, т. 4, стр. 753—782, 1898.

Б. П. Вейнберг. Вероятнейшее значение скорости распространения возмущений в эфире. Часть 2, p. 277—494, Одесса, 1903.

Abraham. Rapport. prés. au Congrès internat. de Physique, T. 2, p. 247—267, 1900.

Rosa a. Dorsey. Bull. Bur. of Standards 3 N° 4 p. 605, Reprint N° 66, 1907.

- Maxwell a. Fleming Jenkin.* Report to the British Association p. 130, 1863, (Appendix C of the Report of the Committee on Standards of Electr. Resistance.)
- R. Kohlrausch u. W. Weber.* Elektrodynam. Maßbest. IV, 1856; Pogg. Ann. 99 p. 10, 1856.
- W. Weber.* Werke 3 p. 609.
- Voigt.* Wied. Ann. 2 p. 476, 1877.
- Rowland, Hall a. Fletcher.* Phil. Mag. (5) 28 p. 304, 1839.
- Maxwell.* Phil. Trans. 1868, II p. 643; Phil. Mag. (4) 36 p. 316, 1868.
- W. Thomson a. King.* Rep. Brit. Assoc. 1869 p. 434.
- Mc. Kichan.* Phil. Mag. (4) 47 p. 218, 1874.
- Shida.* Phil. Mag. (5) 10 p. 431, 1880; 11 p. 473, 1881; 12 pp. 76, 154, 224, 300, 1881.
- Exner.* Wien. Ber. 86 p. 106, 1882; Exners Repertor. 19 p. 99, 1882.
- Thomson, Ayrton a. Perry.* Electrical Review 23 p. 337, 1888.
- Pellat.* C. R. 112 p. 783, 1891; Journ. de Phys. (2) 10 p. 389, 1891.
- Hurmuzescu.* Annal. de chim. et de phys. (7) 10 p. 433, 1897; C. R. 121 p. 815, 1895.
- Perot et Fabry.* Annal. de chim. et de phys. (7) 13 p. 404, 1898.
- Ayrton a. Perry.* Phil. Mag. (5) 7 p. 277, 1879.
- Hockin.* Rep. Brit. Assoc. 1879 p. 285.
- Stoletow (Столетов).* Journ. de Phys. (1) 10 p. 468, 1881; Ж. Р. Ф. О. 12 p. 66, 1880.
- Klemenčič.* Wien. Ber. 83 p. 603, 1881; 89 p. 293, 1884; 93 p. 470, 1886; Repert. d. Physik 18 p. 505, 1881; 20 p. 462, 1884; 22 p. 568, 1886.
- J. J. Thomson.* Phil. Trans. 1883 p. 707; Proc. R. Soc. 35 p. 346, 1883.
- Himstedt.* Wied. Ann. 29 p. 560, 1887; 33 p. 1, 1888; 35 p. 126, 1888.
- Rosa.* Phil. Mag. (5) 28 p. 315, 1889; Amer. J. of Sc. 37 p. 298, 1889.
- J. J. Thomson a. Searle.* Phil. Trans. 181 p. 583, 1890.
- Rosa a. Dorsey.* Bull. Bur. of Stand. 3 N° 3 и 4, p. 443—604; Reprint N° 65, 1907.
- Abraham.* C. R. 114 p. 654, 1895, 1892; Journ. de phys. (3) 1 p. 361, 1892; Annales de chim. et de phys. (6) 27 p. 433, 1892.
- Colley (Колли).* Wied. Ann. 28 p. 1, 1886; Прот. Физ.-мат. Секции Общ. Ест. в Казани 1885 p. 1; 1886 p. 1.
- Webster.* Phys. Rev. 6 p. 397, 1898.
- Lodge a. Glazebrook.* Trans. Cambr. Phil. Soc. 18, 1899; Stokes Commemoration p. 136, Cambridge, 1899.
- Miss Maltby.* Wied. Ann. 61 p. 553, 1897.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ*).

Основы электронной теории.

§ 1. Введение. С понятием об электронах мы впервые повнакомились в первой части этого тома, когда мы указывали (под видом картин *A*, *B* и *C*) на три главных течения в истории развития теории электрических явлений. Первое течение допускало существование по крайней мере одного или, более охотно, двух особых веществ, реально существующих, и называемых электричествами. Дальнодействие, *actio in distans*, являлось наиболее характерным признаком этого первого течения. Второе течение нашло своего наиболее глубокого толкователя в творце того учения, которому была посвящена предыдущая глава. Развивая идеи Фарадея, Максвелл перенес центр тяжести явлений в диэлектрическую среду, каковою является у него и эфир. При этом он совершенно оправдчил

*) Эта глава составлена мною. О. Х.

представление об особом рода вещественных субстратах, как ненужных для его теории. После опытов Герца, теория Максвелла достигла апогея своего развития, и казалось, что уравнениями, к которым она приводит, исчерпывается задача раз'яснения электрических и магнитных явлений; но в это же время очутились в каком то странном обособленном положении явления электролиза, плохо укладывавшиеся в рамки теории Максвелла. Одноэквивалентный ион несет с собою некоторое, вполне определенное и во всех случаях одинаковое „количество электричества“ e ; двухэквивалентный ион заряжен количеством электричества $2e$ и т. д. Рассматривая явления электролиза, приходилось как бы забывать о существовании теории Максвелла, в которой заряды играют роль каких то фикций, геометрически приуроченных к местам, где находятся концы линий или трубок сил, возникших в диэлектрике. Но к этому из'яну (*sit venia verbo!*) в стройной теории Максвелла, прибавился целый ряд дальнейших, благодаря, отчасти более глубокому изучению явлений сравнительно давно известных, отчасти открытию целого ряда новых явлений. К первым относятся, прежде всего, катодные лучи, которые мы подробно рассмотрим в одной из следующих глав. Ко вторым — целый ряд дальнейших явлений, наблюдаемых при прохождении электрических разрядов через разреженные газы; далее, некоторые явления, обнаруживаемые раскаленными телами, и, при известных условиях, телами, на поверхность которых падают ультрафиолетовые лучи; наконец — явление Зееманна, явления радиоактивности (гл. I, § 4) и явления магнито-оптические.

Еще до открытия упомянутых новых явлений, Н. А. Lorentz (1895, *Versuch einer Theorie* и т. д.) основал новую теорию, ясно и определенно вводя в ней представление об элементарных электрических зарядах, мельчайших частицах или атомах электричества. Впрочем, первые работы Н. А. Lorentz'a в этом направлении восходят до 1880 года; кроме того Helmholtz (1881), Arrhenius (1887, 1888), Elster и Geitel (1888), Giese (1889), Schuster (1889), Richarz (1894) и в особенности J. J. Thomson (1894) высказывали идеи, более или менее отчетливо выражавшие представление об атомном строении электричества. Stoney (1894) предложил название „электрон“; Larmor (1896) и Wiechert (1896) принадлежали к первым из многочисленных ученых, развивавших электронную теорию, расцвет которой начался около 1900 года под влиянием открытия упомянутых выше новых явлений. Заслуга Н. А. Lorentz'a заключается в том, что он первый дал детально разработанную теорию, представлявшую как бы соединение старого представления об особом, реально существующем субстрате электрических явлений с основами теории Максвелла, от которой он взял принцип близкодействия и общую форму основных уравнений, подвергнув их изменению, незначительному по внешнему виду, но весьма существенному по внутреннему смыслу.

В настоящее время имеются отчетливые представления о несомненно существующих отрицательных электронах, т. е. мельчайших, по видимому не делящихся частицах или атомах того субстрата, который

назывался отрицательным электричеством. Нет сомнения, что в целом ряде явлений (катодные лучи, β -лучи) мы имеем наличность свободных отрицательных электронов, т. е. не связанных с обыкновенною материей. Свободные положительные электроны до сих пор (1912) не наблюдались; небольшое число отдельных, однако еще недостаточно твердо установленных и изученных фактов, как будто и намекают на существование положительных электронов. Положительно наэлектризованными оказываются всегда частицы материи, как напр., частицы α лучей (гл. I, § 4). Нельзя с достоверностью сказать, существует ли положительное электричество, как нечто реальное, по своей природе существенно отличающееся от электричества отрицательного. Положительная электризация может быть вызвана наличностью особого положительного электричества, или убылью одного или нескольких отрицательных электронов из того количества, присутствие которых соответствует состоянию, называемому нейтральным, т. е. отсутствию заметной электризации. J. J. Thomson'у принадлежит схема, по которой атомы вещества состоят из сравнительно большого ядра положительного электричества, внутри или около которого движутся электроны отрицательные.

В дальнейшем мы, говоря об электронах, будем иметь в виду исключительно только электроны отрицательные. Электронная теория, допускающая существование неделищихся атомов электричества, во многом аналогична молекулярной, или кинетической теории обыкновенной материи. Стремясь объяснить наблюдаемые явления, ей также приходится вычислять, для определения тех, или других физических величин, средние числовые значения, возникающие как результат наличности весьма большого числа электронов; аналогичное мы видели, напр., в кинетической теории газов, хотя бы при вычислении давления, производимого газами на окружающие их тела.

Численное значение заряда e , уже указанное нами в гл. I, § 4, может быть найдено из данных электролиза. Мы видели (часть II, глава V, § 1), что один грамм-эквивалент иона содержит $F = 96540$ кулонов $= 9654$ C. G. S. эл.-магн. един. эл. $= 9654 \cdot 3 \cdot 10^{10}$ C. G. S. эл.-стат. един. эл. Для числа N молекул, содержащихся в одном грамм-эквиваленте вещества, напр., в двух граммах водорода даются несколько отличающиеся друг от друга числа; мы примем $N = 5,9 \cdot 10^{23}$. Отсюда

$$e = \frac{F}{N} = 4,9 \cdot 10^{-10} \text{ C. G. S. эл.-стат. ед.} \quad \dots \quad (1)$$

Существуют различные взгляды на строение электрона. Иногда допускают, что электрон представляет атом электричества, плотность которого, наибольшая внутри его, постепенно уменьшается до нуля, так что он не обладает резкой поверхностью; это дает возможность не вводить пограничных условий, относящихся к его поверхности. Резкая граница, при допущении, напр., везде одинаковой в электроне плотности электричества, а также другой крайний случай допущения только поверхностного распределения заряда, также иногда вводились при развитии элек-

тронной теории. Спорным остается, повидимому, вопрос о том, следует ли допускать возможность деформаций электрона, или считать его абсолютно неизменным, т. е. аналогичным т. наз. абсолютно твердому телу. Большинство ученых склоняется в пользу возможности деформаций электрона. Во всяком случае недопустимо предположение, что электрон есть точка.

Отыскивая объяснение разнообразных явлений, электронная теория должна была ввести представление о разного рода электронах, отличающихся, однако, друг от друга не по существу, не по величине заряда или иным геометрическим или физическим свойствам, но только по характеру той роли, которую они играют при возникновении тех или иных явлений, и которая определяется прежде всего положением, занимаемым электронами и теми степенями свободы, которыми они обладают благодаря этому положению. Отличают, напр., электроны:

1. Совершенно свободные (катодные лучи, β -лучи).

2. Свободно и беспорядочно движущиеся внутри материи, в промежутках между молекулами. Общее их поступательное движение, накладывающееся на движение беспорядочное, соответствует явлению электрического тока в проводниках; оно аналогично движению газа в трубке.

3. Связанные с атомами материи, но сравнительно легко покидающие их или к ним присоединяющиеся (ионы электролитов, газов и т. д.).

4. Связанные с материей и могущие совершать лишь небольшие перемещения внутри частиц материи. Это электроны в диэлектриках, поляризация которых и заключается в смещении электронов. Их движения внутри атома материи вызывают явления лучистой энергии; они же поглощают, при известных условиях, доходящую до них лучистую энергию.

5. Движущиеся по замкнутым кривым вокруг молекул вещества, которые вследствие этого оказываются элементарными магнитами.

Весьма возможно, что существуют электроны еще и в других ролях, напр., входящие в постоянный состав атома и не соответствующие выше перечисленным.

Электронная теория пользуется некоторыми основными допущениями, из которых мы здесь приведем следующие:

I. Эфир неподвижен, он не принимает участия в движениях тел, и в нем невозможны перемещения одних частей относительно других.

II. Эфир проникает не только материю, но он содержится и внутри электронов.

III. Движение электронов вызывает в эфире электромагнитное поле.

Весьма важно заметить, что под эфиром здесь следует понимать среду, в которой могут возникать электромагнитные силы, т. е. электрическое и магнитное поля. Термин „эфир“ можно заменить термином „электромагнитное пространство“.

IV. Электромагнитное поле действует на электрон; такое поле может существовать и внутри электрона. Поле, вызванное электроном, обратно на него же производит действие.

V. Диэлектрическая постоянная ϵ , магнитная проницаемость μ и удельная электропроводность σ не считаются данными, основными величинами, характерными для рассматриваемого вещества; они определяются свойствами, расположением и движениями электронов, содержащихся в этом веществе.

VI. Допускается возможность несоблюдения третьего закона Ньютона, принципа равенства действия и противодействия. Такое несоблюдение является следствием передачи действий с конечной скоростью. Если некоторое тело A изменит свое положение, то его действие достигает некоторого тела B только через конечное время, и такое же или иное время необходимо, чтобы действие от B дошло до A .

Более резко это выражается тем, что эфир, т. е. возникающие в нем поля, действуют на электрон, но электрон, обратно, на эфир механического действия не производит.

На почве электронной теории развилось новое, поразительное по своим выводам, учение, известное под названием принципа относительности или релятивности. Основам этого учения, которое, между прочим, привело к полному отрицанию существования эфира, будет посвящена следующая глава.

§ 2. Основные уравнения электронной теории. Эти уравнения, по внешнему виду, весьма мало отличаются от уравнений теории Максвелла, которые были выведены в предыдущей главе. Однако, в действительности разница весьма существенная; она проистекает, главным образом, из того, что приходится резко отделить друг от друга пространство, занятое отдельным электроном и содержащее заряд объемной плотности ρ , от всего остального пространства, т. е. от свободного эфира. Внутри материальных тел и внутри электронов мы имеем тот же эфир, с теми же свойствами, как и в „пустоте“, и если явления внутри материальных тел отличаются от явлений, происходящих вне этих тел, и если эти явления притом неодинаковы в различных телах, то это происходит только от того, что внутри тел находятся электроны, распределение, подвижность и движения которых обуславливаются специальными свойствами данной материи. Величина ρ существует только внутри электрона; вне его везде $\rho = 0$. Кроме этого, следует помнить, что электронная теория не пользуется понятием о токе проводимости, который заменяется более определенным понятием о движущихся электронах, образующих ток конвекционный. Эта теория не видит никакой существенной разницы между движением электрона внутри покоящегося тела, и перенесением его движущимся телом, в котором он находится.

Мы вновь вводим величины \mathcal{E} и \mathcal{H} , измеряющие электрическое и магнитное поля. Пусть, далее, v скорость движения элемента объема dv электрона; эта скорость может, в общем случае, складываться из общего по-

ступательного движения всего электрона и скорости элемента объема, происходящей от его вращения около-какой либо оси. Если количество электричества ρdv движется со скоростью v , то это соответствует наличности, в данном месте, тока, плотность \mathfrak{J} которого, отнесенная к единице площади поперечного сечения, равна $v\rho$. Итак

$$\mathfrak{J} = v\rho \dots \dots \dots (2)$$

Кроме этого тока, электронная теория сохраняет понятие о токе смещения \mathfrak{S} в эфире, возможном во всех без исключения точках пространства, т. е. как вне, так и внутри электрона, и равном, см. (11) гл. III,

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \dots \dots \dots (3)$$

(в эфире, во всяком случае, $\epsilon = 1$). Весь ток \mathfrak{G} равен, поэтому

$$\mathfrak{G} = v\rho + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \dots \dots \dots (4)$$

В теории Максвелла мы имели формулу (12) гл. III

$$\mathfrak{G} = \sigma \mathfrak{E} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \dots \dots \dots (5)$$

С чисто внешней, формальной стороны, разница между теориями Максвелла и электронной только и выражается неодинаковостью первых членов в формулах (4) и (5). Других изменений мы не вводим в основные формулы теории Максвелла, т. е. в формулы (12,а), (16), (20) и (21) предыдущей главы, если не считать введения значений $\epsilon = 1$ и $\mu = 1$. Эти формулы дают, вместе с (4),

$$\frac{4\pi}{c} v\rho + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H} \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\text{curl } \mathfrak{E} \dots \dots \dots (7)$$

$$\text{div } \mathfrak{E} = 4\pi\rho \dots \dots \dots (8)$$

$$\text{div } \mathfrak{H} = 0 \dots \dots \dots (9)$$

Формула (6) заменяет формулу (13) гл. III. Из формул (4), (6) и (8) немедленно вытекают некоторые следствия. Возьмем расхождение обеих сторон формулы (6). Формула (25), гл. 1, дает $\text{div curl } \mathfrak{H} = 0$, след.,

$$\text{div} \left\{ v\rho + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \right\} = 0 \dots \dots \dots (9,а)$$

или, см.(4),

$$\text{div } \mathfrak{G} = 0 \dots \dots \dots (10)$$

Вставляя (8) в (9,а) получаем важную формулу

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(v\rho) = 0 \dots \dots \dots (11)$$

Эта формула выражает принцип неуничтожаемости электричества.

Внутри покоящегося электрона ($v = 0$) величина $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}$ может существовать, но, как видно из (9, a),

$$\operatorname{div} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = 0 \quad \dots \dots \dots (11, a)$$

Если электрон находится в электромагнитном поле, то всякий элемент dv , его, содержащий количество электричества ρdv и движущийся со скоростью v , подвергается некоторой силе $\mathfrak{F} \rho dv$, так что \mathfrak{F} есть сила, рассчитанная на единицу количества электричества. Эта сила \mathfrak{F} есть равнодействующая, т. е. векториальная сумма двух сил. Первая, равная \mathcal{E} , представляет действие электрического поля. Вторая выражает действие магнитного поля, т. е. закон Био и Савара; она равна $\frac{1}{c} [v, \mathfrak{H}]$. По абсолютной величине она равна $\frac{1}{c} |v| |\mathfrak{H}| \sin(v, \mathfrak{H})$; по направлению она перпендикулярна к v и к \mathfrak{H} . Итак

$$\mathfrak{F} = \mathcal{E} + \frac{1}{c} [v, \mathfrak{H}] \quad \dots \dots \dots (12)$$

Когда электрон движется, то работа второй составляющей силы равна нулю, так как эта сила перпендикулярна к направлению скорости v движения. Работа, произведенная полем во время dt при движении количества электричества σdv , равна скалярному произведению ($\mathfrak{F} \rho dv, v dt$), или, что очевидно то же самое, $(\mathfrak{F}, \rho v) dv dt$; подставляя (12) и принимая во внимание только что сказанное, получаем для работы выражение $(\mathcal{E}, \rho v) dv dt$. Вся работа dA , произведенная за время dt в произвольном объеме v , равна

$$dA = dt \cdot \int (\mathcal{E}, \rho v) dv.$$

Работа, произведенная в единицу времени над всеми электронами, находящимися в пространстве v , равна $\frac{dA}{dt}$, и мы можем ее, по крайней мере в частных случаях, считать равной теплоте Q , выделяющейся в объеме v . Итак

$$\frac{dA}{dt} = Q = \int (\mathcal{E}, \rho v) dv \quad \dots \dots \dots (13)$$

Для энергии единицы объема электромагнитного поля мы сохраняем выражение, аналогичное (23) стр. 284,

$$W = \frac{1}{8\pi} (\mathcal{E}^2 + \mathfrak{H}^2) \quad \dots \dots \dots (14)$$

справедливость которого мы тотчас обнаружим. Вся энергия U , заключающаяся в пространстве v , равна

$$U = \int W dv = \frac{1}{8\pi} \int (\mathcal{E}^2 + \mathfrak{H}^2) dv \quad \dots \dots \dots (14, a)$$

Покажем теперь, что формула Пойнтинга, см. (32, b) гл. III, остается справедливою, т. е. получается из основных уравнений (6) до (9). Нет надобности приводить весь вывод, который почти ничем не отличается от вывода формулы (32, b) гл. III. Мы умножаем уравнение (6) скалярно на \mathfrak{E} , уравнение (7) на \mathfrak{H} , складываем их, помножаем на dv и интегрируем по данному об'ему, ограниченному поверхностью S . Получается равенство, которое отличается от (29, a) гл. III только тем, что вместо первого члена $\frac{4\pi}{c} \int \sigma \mathfrak{E}^2 dv$ стоит

$$\frac{4\pi}{c} \int (\mathfrak{E}, \rho v) dv.$$

Затем получается, вместо (30) гл. III, уравнение

$$\int (\mathfrak{E}, \rho v) dv + \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2}{8\pi} dv = -\frac{c}{4\pi} \int [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]_n dS \dots \dots (14, b)$$

Но на основании (13) первый член равен работе, произведенной над электронами пространства v , т. е. величине Q . Вводя еще вектор Пойнтинга, см. (32) гл. III,

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}] \dots \dots (15)$$

мы получаем уравнение (32, b) гл. III, т. е.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + Q = -\int \mathfrak{S}_n dS \dots \dots (16)$$

Когда последний член равен нулю, то равенство

$$\frac{\partial U}{\partial t} + Q = 0 \dots \dots (16, a)$$

или, см. (13),

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \dots \dots (16, b)$$

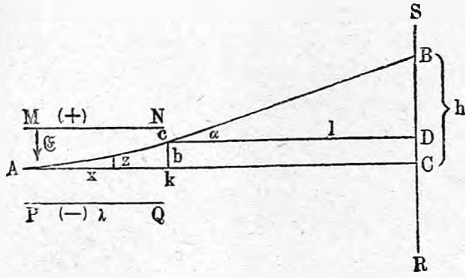
выражает, для данного случая, принцип сохранения энергии, и в этом заключается доказательство справедливости формулы (14).

§ 3. Движение электрона в электрическом и магнитном полях. В этом параграфе мы будем рассматривать электрон, как точку, обладающую зарядом e эл.-стат. единиц и некоторою массою m , понимаемою в обыкновенном смысле механики, т. е. как отношение силы, действующей на электрон к его ускорению. Магнитного поля, вызываемого самим движущимся электроном и его обратного действия на электрон, мы здесь не рассматриваем.

I. Движение электрона в электрическом поле. Даны величины e , m , \mathfrak{E} и скорость электрона v , при чем m и v выражены в *C. G. S.* единицах, e и \mathfrak{E} в эл.-стат. *C. G. S.* единицах. На электрон действует сила $\mathfrak{E}e$, имеющая направление вектора — \mathfrak{E} , а потому ясно, что движение электрона ничем не отличается от движения тела массы m в произвольном заданном силовом поле. В частном случае равномерного поля, когда

Э везде одинаковое по величине и по направлению, электрон движется по параболе, как вешое тело под влиянием силы тяжести близ поверхности земли. Мы уже упоминали, что катодные лучи представляют поток свободных электронов, выбрасываемых катодом в трубках, содержащих весьма разреженный газ. Рассмотрим отклонение катодных лучей, вызванное поперечным электрическим полем.

Рис. 112.



Пусть из точки A (рис. 112) вылетает электрон со скоростью v по направлению AC; он встретил бы экран SR в точке C. Между пластинками MN и PQ конденсатора находится электрическое поле Э, заставляющее его двигаться по дуге AC параболы; в с электрон выходит из электрического поля и движется

далее по прямой cB, встречая экран SR в точке B. Расстояние BC = h представляет то отклонение, которое требуется определить. Пусть Ak, длина конденсатора, равна λ , расстояние cD = l. Переменные координаты точек на кривой Ac обозначим через x и z; время, считаемое от начала движения электрона в A через t. Тогда $x = vt$, $z = \frac{e\mathcal{E}}{2m}t^2$; поэтому уравнение параболы

$$z = \frac{e\mathcal{E}x^2}{2mv^2}.$$

Отсюда $b = ck$ равно

$$b = \frac{e\mathcal{E}\lambda^2}{2mv^2} \dots \dots \dots (17)$$

и $\text{tg } \alpha = \text{tg } BcD$, т. е. $\frac{\partial z}{\partial x}$ при $x = \lambda$

$$\text{tg } \alpha = \frac{e\mathcal{E}\lambda}{mv^2} \dots \dots \dots (17, a)$$

Наконец, получаем для $h = b + l \text{tg } \alpha$

$$h = \frac{e\mathcal{E}\lambda}{mv^2} \left(l + \frac{\lambda}{2} \right) \dots \dots \dots (18)$$

Отсюда

$$\frac{e}{mv^2} = \frac{h}{\mathcal{E}\lambda \left(l + \frac{\lambda}{2} \right)} \dots \dots \dots (19)$$

Наблюдая отклонение h, можно определить отношение заряда электрона к живой силе его движения.

Если векторы Э и v параллельны, то движение электрона прямолинейное и равнопеременное. Когда он переходит от потенциала V_0 к потенциалу V, то его скорость v связана с начальной скоростью v_0 равенством

$$\frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) = e(V - V_0)$$

Если $v_0 = 0$, то

$$\frac{e}{m v^2} = \frac{1}{2(V - V_0)} \dots \dots \dots (19, a)$$

II. Движение электрона в магнитном поле. На электрон действует сила $\mathfrak{F}e = \frac{e}{c} [v, \mathfrak{H}]$, перпендикулярная к v и к \mathfrak{H} , притом так, что v , \mathfrak{H} , $\mathfrak{F}e$ расположены в „винтовом порядке“. Если смотреть по направлению линий горизонтальных сил поля, и если электрон движется горизонтально справа налево, то сила $\mathfrak{F}e$ направлена вниз. Так как сила $\mathfrak{F}e$ всегда перпендикулярна к направлению движения электрона, то ясно, что электрон движется равномерно. Из формулы для нормального ускорения получаем уравнение

$$\frac{e}{c} [v, \mathfrak{H}] = \frac{m v^2}{R}$$

где R радиус кривизны траектории электрона. Имеем

$$R = \frac{c m v^2}{e [v, \mathfrak{H}]} = \frac{c m v}{e \mathfrak{H} \sin(v, \mathfrak{H})} \dots \dots \dots (20)$$

Положим, что $v \perp \mathfrak{H}$; тогда электрон движется по окружности, радиус R' которой равен

$$R' = \frac{c m v}{e \mathfrak{H}} \dots \dots \dots (20, a)$$

Если v составляет с \mathfrak{H} угол α , то этот угол не меняется. Путь x , пройденный по направлению \mathfrak{H} за время t , равен

$$x = t v \cos \alpha \dots \dots \dots (20, b)$$

Проекция траектории на плоскость, перпендикулярную к \mathfrak{H} , будет окружность, радиус R'' которой получается из (20, a) если вместо v вставить слагаемую $v \sin \alpha$, т. е.

$$R'' = \frac{e m v \sin \alpha}{e \mathfrak{H}} \dots \dots \dots (20, c)$$

Ясно, что электрон движется по винтовой линии, радиус кривизны которой определяется формулой (20). Время T полного оборота равно

$$T = \frac{2 \pi R'}{v} = \frac{2 \pi R''}{v \sin \alpha} = \frac{2 \pi c m}{e \mathfrak{H}} \dots \dots \dots (20, d)$$

Время оборота вовсе не зависит от скорости v . Ширина витков (ход) L винтовой линии равняется $T v \cos \alpha$, т. е.

$$L = \frac{c m v \cos \alpha}{e \mathfrak{H}} \dots \dots \dots (20, e)$$

Рассмотрим теперь отклонение катодных лучей поперечным магнитным полем. Мы можем воспользоваться рисунком 112, в котором мы представим себе, вместо пластинок MN и PQ конденсатора, два широких магнитных полюса, параллельных плоскости рисунка, при чем

северный лежит перед этою плоскостью, а южный — за нею, так что линии поля \mathfrak{E} идут по направлению, в котором смотрит наблюдатель. Вместо λ , l и h , принимаем теперь обозначения λ_1 , l_1 и h_1 . В этом случае электрон движется по дуге Ac окружности радиуса R' . Координаты x и z точки этой кривой связаны уравнением $x^2 = z(2R' - z)$, или, так как z мало сравнительно с R' , $z = \frac{x^2}{2R'}$; отсюда $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x}{R'}$. Полагая $x = \lambda_1$ и $z = b$, получаем $b = \frac{\lambda_1^2}{2R'}$ и $\text{tg } \alpha = \frac{\lambda_1}{R'}$. Вставляя сюда значение R' из (20,а), имеем

$$b = \frac{\lambda_1^2 e \mathfrak{E}}{2 cm v} \text{ и } \text{tg } \alpha = \frac{\lambda_1 e \mathfrak{E}}{cm v}.$$

Для полного отклонения $h_1 = b + l_1 \text{tg } \alpha$ получается

$$h_1 = \frac{e \mathfrak{E} \lambda_1}{cm v} \left(l_1 + \frac{\lambda_1}{2} \right) \dots \dots \dots (21)$$

Отсюда

$$\frac{e}{m v} = \frac{c h_1}{\mathfrak{E} \lambda_1 \left(l_1 + \frac{\lambda_1}{2} \right)} \dots \dots \dots (22)$$

Наблюдая отклонение h_1 , можно определить отношение заряда электрона к его количеству движения.

Разделяя (22) на (19), находим

$$v = \frac{c \mathfrak{E} \lambda \left(l + \frac{\lambda}{2} \right) h_1}{\mathfrak{E} \lambda_1 \left(l_1 + \frac{\lambda_1}{2} \right) h} \dots \dots \dots (23)$$

Затем (19) или (22) дают

$$\frac{e}{m} = \frac{c^2 \mathfrak{E} \lambda \left(l + \frac{\lambda}{2} \right) h_1^2}{\mathfrak{E}^2 \lambda_1^2 \left(l_1 + \frac{\lambda_1}{2} \right)^2 h} \dots \dots \dots (24)$$

Наблюдая последовательно отклонения в поперечных электрическом и магнитном полях, можно найти отношение $\frac{e}{m}$, иногда называемое удельным зарядом электрона. Важно помнить, что в (24) величины e и \mathfrak{E} выражены в эл.-статических, \mathfrak{E} в эл.-магнитных единицах. Формулы (5) и (5,б), гл. III, показывают, что если все величины выражать в эл.-магн. единицах, то множитель c^2 отпадает. Наблюдения, которые мы рассмотрим в одной из следующих глав, дали для $\frac{e}{m}$ более или менее отличающиеся между собою числа. Мы примем

$$\frac{e}{m} = 1,7 \cdot 10^7 \text{ эл.-магн. ед.} = 5,1 \cdot 10^{17} \text{ эл.-стат. ед.} \dots \dots (25)$$

Полагая, см. (1),

$$e = 4,9 \cdot 10^{-10} \text{ эл.-стат. ед.} \dots \dots \dots (25,а)$$

находим массу электрона

$$m = 0,96 \cdot 10^{-27} \text{ гр.} \dots \dots \dots (25, b)$$

Масса m_H одного атома водорода равна массе грамм-молекулы водорода, т. е. двум граммам, деленным на $2N$, где $N = 5,9 \cdot 10^{23}$ (см. § 1) т. е. $m_H = 1,7 \cdot 10^{-24}$ гр. Отсюда

$$\frac{m}{m_H} = \frac{0,96 \cdot 10^{-27}}{1,7 \cdot 10^{-24}} = \frac{1}{1800} \dots \dots \dots (25, c)$$

Масса электрона примерно в 1800 раз меньше массы атома водорода. Если вставить (25), а также $c = 3 \cdot 10^{10}$ в формулы (20, a) и (20, d), то получается для радиуса R' окружности, описываемой электроном,

$$R' = \frac{1}{0,7 \cdot 10^7} \cdot \frac{v}{\mathfrak{E}} \text{ сантим.} \dots \dots \dots (25, d)$$

и для времени T одного оборота

$$T = \frac{1}{0,3 \cdot 10^7} \cdot \frac{1}{\mathfrak{E}} \text{ сек.} \dots \dots \dots (25, e)$$

Принимая, напр., $v = \frac{1}{3} c = 10^{10} \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$, получаем

$$R' = \frac{530}{\mathfrak{E}} \text{ сантим.} \dots \dots \dots (25, f)$$

В последних трех формулах \mathfrak{E} должно быть выражено в *C. G. S.* эл.-магн. единицах, т. е. в гауссах.

III. Мы отдельно рассмотрели движение электрона в равномерных электрическом и магнитном полях. Более сложных случаев, неравномерных полей мы рассматривать не будем. Скажем лишь несколько слов о случае, когда равномерные поля \mathfrak{E} и \mathfrak{H} существуют одновременно.

Положим, сперва, что векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} параллельны. В этом случае электрон движется по направлению полей равноускоренно; проекция его траектории на плоскость, перпендикулярную к полям, будет окружность, радиус которой определяется формулой (20, c), в которой $v \sin \alpha$ есть величина постоянная. Ясно, что электрон движется по траектории, отличающейся от винтовой линии тем, что ширины последовательных оборотов (ход) растут как пространства, пройденные в равные промежутки времени при равнопеременном движении, напр., как нечетные числа 1, 3, 5 и т. д., когда начальная скорость равна нулю.

Для случая взаимно перпендикулярных равномерных полей \mathfrak{E} и \mathfrak{H} мы ограничимся указанием на дифференциальные уравнения движения. Вообразим обыкновенные координатные оси и положим, что \mathfrak{H} имеет направление оси z , \mathfrak{E} — направление оси y . Предположим, что начальная скорость расположена в плоскости xy , в частном случае равна нулю. Тогда вся траектория электрона будет расположена в плоскости xy .

Формула (12) дает

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \mathfrak{E} e + \frac{e}{c} [v, \mathfrak{H}]_x; \quad m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{e}{c} [v, \mathfrak{H}]_y.$$

На основании формул (9) гл. I, получаем, так как $\mathfrak{H}_z = \mathfrak{H}$, $\mathfrak{H}_x = \mathfrak{H}_y = 0$,

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \mathfrak{E} e + \frac{e}{c} v_y \mathfrak{H}; \quad m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{e}{c} v_x \mathfrak{H}.$$

Отсюда

$$\left. \begin{aligned} m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= \mathfrak{E} e + \frac{e \mathfrak{H}}{c} \frac{\partial y}{\partial t} \\ m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= -\frac{e \mathfrak{H}}{c} \frac{\partial x}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

Это и суть искомые уравнения движения.

§ 4 **Элементарный разбор вопроса об энергии и массе движущегося электрона.** Положим, что электрон, заряд которого равен e эл.-стат. ед., движется прямолинейно со скоростью v . Движущийся электрон не только аналогичен элементу электрического тока, но по самому существу и является таковым. Пусть i сила этого тока в эл.-стат. единицах, ds элемент его длины; в таком случае мы должны положить

$$ev = ids \dots \dots \dots (27)$$

Движущийся электрон вызывает во всем окружающем пространстве некоторое магнитное поле \mathfrak{H} , которому соответствует определенный запас энергии W . Эта энергия должна быть вызвана силами, приводящими электрон в движение. Вычислим W , полагая, что электрон есть шар радиуса a , и что заряд распределен в нем равномерно, или концентрическими слоями одинаковой плотности. Примем направление движения за ось полярных координат r, φ, ψ . Тогда мы имеем во внешней точке (r, φ, ψ), по закону Био и Савара,

$$\mathfrak{H} = \frac{ids \sin \varphi}{cr^2} = \frac{ev \sin \varphi}{cr^2}.$$

Энергия dW в элементе объема dv , окружающем эту точку, равна

$$dW = \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi} dv = \frac{e^2 v^2 \sin^2 \varphi}{8\pi c^2 r^4} dv,$$

где $dv = r^2 \sin \varphi \cdot dr d\varphi d\psi$. Интегрируя по r от a до ∞ , по φ от 0 до π , и по ψ от 0 до 2π , получаем всю энергию W поля, вызванного движущимся электроном. Итак

$$W = \frac{e^2 v^2}{8\pi c^2} \int_{r=a}^{\infty} \int_{\varphi=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \frac{\sin^3 \varphi}{r^2} dr d\varphi d\psi$$

т. е.

$$W = \frac{e^2 v^2}{3 a c^2} \dots \dots \dots (27, a)$$

Допустим, что электрону присуща некоторая масса m_0 , вполне имеющая характер массы обыкновенной материи. Тогда весь запас энергии U , появившейся при возникновении движения электрона, равен

$$U = \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{e^2 v^2}{3 a c^2} = \frac{v^2}{2} \left(m_0 + \frac{2 e^2}{3 a c} \right) \dots \dots \dots (28)$$

Эта формула показывает, что возникновение магнитного поля вызывает некоторое увеличение массы электрона, которая делается равной

$$m = m_0 + \frac{2 e^2}{3 a c^2} \dots \dots \dots (28, a)$$

Вторая часть называется электромагнитной массой электрона. Допустим, что $m_0 = 0$, т. е. что вся масса m электрона есть масса электромагнитная. Тогда

$$m = \frac{2 e^2}{3 a c^2} \dots \dots \dots (29)$$

где e выражено в эл.-стат. единицах. Формула (29) дает

$$a = \frac{2 e^2}{3 c^2 m} \dots \dots \dots (29, a)$$

Вставляя (25) и (25, a), а именно $e = 4,9 \cdot 10^{-10}$, $e : m = 5,6 \cdot 10^{17}$, а также $c^2 = 9 \cdot 10^{20}$, получаем

$$a = 2 \cdot 10^{-13} \text{ см.} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ мм.} = 2 \cdot 10^{-6} \mu \text{} (30)$$

Таким образом мы получили некоторое понятие о порядке размеров электрона. Однако, весь вывод, приведший нас к формуле (29) не может быть назван строгим; более точная теория, которая будет изложена в § 8, приводит к гораздо более сложным результатам.

§ 5. Потенциалы. Уравнения для \mathcal{E} и \mathcal{H} . В предыдущем мы указали основные уравнения электронной теории и разобрали немногие частные вопросы. Мы переходим к обзору ряда других вопросов, которым мы, однако, в общем курсе физики не можем посвятить много места. В особенности, мы принуждены отказаться от длинных и сложных выводов, отсылая читателей к тем сочинениям, которые указаны в обзоре литературы к § 1. Для удобства мы еще раз выписываем формулы (6), (7), (8), (9), (11) и (12):

$$\frac{4 \pi}{c} v \rho + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathcal{H} \dots \dots \dots (30, a)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = - \text{curl } \mathcal{E} \dots \dots \dots (30, b)$$

$$\text{div } \mathcal{E} = - 4 \pi \rho \dots \dots \dots (30, c)$$

$$\text{div } \mathcal{H} = 0 \dots \dots \dots (30, d)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{v}\rho) = 0 \quad \dots \dots \dots (30, e)$$

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{C} + \frac{1}{c}[\mathbf{v}, \mathfrak{C}] \quad \dots \dots \dots (30, f)$$

Мы считаем данными ρ и \mathbf{v} , как функции времени и места, и поля \mathfrak{E} и \mathfrak{H} при $t = 0$. Наша задача заключается в определении \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , как функций времени.

В гл. III, § 4 мы, исходя из уравнений Максвелла, выразили \mathfrak{E} и \mathfrak{H} через скалярный потенциал φ и вектор-потенциал \mathfrak{C} . Введем подобные же потенциалы для теории электронной. Формула (30, d), в связи с (25) гл. I, показывает, что \mathfrak{H} можно положить равным вихрю некоторого вектора \mathfrak{C} , который мы опять назовем вектор-потенциалом. Итак мы принимаем

$$\mathfrak{H} = \operatorname{curl} \mathfrak{C} \quad \dots \dots \dots (31)$$

Тогда (30, b) дает

$$\operatorname{curl} \left(\mathfrak{C} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial t} \right) = 0.$$

Формула (24) стр. 194 показывает, что величина в скобках представляет градиент некоторого скаляра, который обозначим через $-\varphi$; скаляр φ назовем скалярным потенциалом. Итак

$$\mathfrak{C} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial t} = \operatorname{grad} \varphi \quad \dots \dots \dots (32)$$

Если найдены φ и \mathfrak{C} , то (31) и (32) дают \mathfrak{E} и \mathfrak{H} . Однако, при таком выводе остается некоторая неопределенность. Действительно, положим, что \mathfrak{C}_0 и φ_0 суть частные значения, определяющие \mathfrak{H} и \mathfrak{E} при помощи формул (31) и (32); тогда

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{C} &= \mathfrak{C}_0 + \operatorname{grad} \varphi \\ \varphi &= \varphi_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \end{aligned} \right\}, \quad \dots \dots \dots (32, a)$$

где φ совершенно произвольный скаляр, очевидно, дают те же значения \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , см. (24) гл. I. Итак мы можем подвергнуть \mathfrak{C} и φ добавочному условию. Вставив (31) и (32) в (30, a) мы имеем, см. (31) гл. I,

$$\frac{4\pi}{c} \mathbf{v}\rho - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{C}}{\partial t^2} - \frac{1}{c} \operatorname{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \operatorname{curl} \operatorname{curl} \mathfrak{C} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathfrak{C} - \Delta \mathfrak{C}.$$

Вводим упомянутое добавочное условие, полагая

$$c \operatorname{div} \mathfrak{C} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad \dots \dots \dots (33)$$

Тогда остается

$$\Delta \mathfrak{C} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{C}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \rho \mathbf{v} \quad \dots \dots \dots (34)$$

Введем (32) в (30, c):

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \mathfrak{C} - \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi - 4\pi \rho.$$

Формула (19) гл. I и наше условие (33) дают

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -4\pi \rho \dots \dots \dots (35)$$

Уравнения (34) и (35), весьма похожие друг на друга, определяют потенциалы φ и \mathfrak{E} . Если вставить \mathfrak{E} и φ из (32,а) в (33), то получается условие, которому должна удовлетворять произвольная величина ψ :

$$\Delta \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\text{div } \mathfrak{E}_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \rho_0}{\partial t} \dots \dots \dots (35, a)$$

Легко доказать, что условие (33) не противоречит уравнениям (34) и (35). Если взять $c \text{div}$ от (34) и производную по t от (35), то после сложения получается

$$\Delta \left(c \text{div } \mathfrak{E} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(c \text{div } \mathfrak{E} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = -4\pi \left\{ \text{div}(\rho v) + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right\} \dots (35, b)$$

Формула (30,е) показывает, что левая часть равна нулю, чему не противоречит (33).

Решение уравнений (34) и (35) основано на теореме, которую мы принуждены высказать здесь, не приводя ее доказательства, слишком длинного и сложного.

Нам известно, что если некоторая величина V удовлетворяет уравнению

$$\Delta V = -4\pi k, \dots \dots \dots (36)$$

где k произвольная функция координат x, y, z , то

$$V = \int \frac{k dv}{r} \dots \dots \dots (36, a)$$

Здесь интеграл взят по всему объему, внутри которого k не равно нулю; k есть функция координат x', y' и z' элемента dv , r — расстояние элемента dv от точки $M(x, y, z)$, к которой относится величина V ; таким образом r есть функция всех шести координат, но k содержит только координаты x', y', z' . Представим себе, что некоторая функция V удовлетворяет уравнению

$$\Delta V - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -4\pi k, \dots \dots \dots (36, b)$$

где k функция координат и времени и c произвольная величина, которую для удобства примем равною скорости света. В этом случае V определится следующим образом, как функция координат x, y, z и времени t . Пусть элемент объема v имеет координаты x', y', z' и в нем во время t величина k имеет значение $k(x', y', z', t)$. Возьмем то значение этой величины, которое в той же точке x', y', z' соответствовало более раннему времени $t' = t - \frac{r}{c}$ и обозначим его через \bar{k} , так что

$$\bar{k} = k\left(x', y', z', t - \frac{r}{c}\right) \dots \dots \dots (36, c)$$

Тогда

$$V = \int \frac{\bar{k} dv}{r} \dots \dots \dots (37)$$

Весьма существенно, что теперь \bar{k} есть функция не только координат x', y', z' элемента dv , но и координат x, y, z точки M , к которой относится V , так как все шесть координат входят в величину r , а значит и в $t' = t - \frac{r}{c}$. Смысл формулы (37) легко понять. Положим $t' = t - \tau$; тогда τ есть то время, в течение которого свет или вообще электромагнитное возмущение распространяется через эфир от dv до точки M . Итак, значение функции V в точке $M(x, y, z)$ и в момент времени t зависит от тех значений величины k в точке x', y', z' , которые относятся не к тому же времени t , но к времени t' , более раннему на столько, сколько требуется времени, чтобы электромагнитное действие распространилось от dv до M . Можно себе представить, что от всех элементов dv непрерывно исходят действия, которые в момент времени t' определяются величиною $k(x', y', z', t')$ и которые распространяются со скоростью c . Значение V в точке $M(x, y, z, t)$ определяется совокупностью тех действий, которые одновременно (в момент t) доходят до точки M , а след. из различных dv исходили в неодинаковые времена $t' = t - \frac{r}{c}$.

Сравнивая (34) и (35) с (36,b), находим на основании (37)

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{c} \int \frac{\bar{e}v}{r} dv \dots \dots \dots (38)$$

$$\varphi = \int \frac{\bar{e}}{r} dv \dots \dots \dots (39)$$

Здесь $\bar{e} = e(x', y', z', t - \frac{r}{c})$ и $\bar{e}v = ev(x', y', z', t - \frac{r}{c})$. Потенциалы \mathfrak{E} и φ , значения которых возникают в точке (x, y, z) как бы с запаздыванием, называются отстающими потенциалами (retardierte Potentiale). Возникновение их можно себе представить еще следующим наглядным способом: опишем около точки M сферическую поверхность, радиус которой, уменьшаясь со скоростью c , делается равным нулю в момент времени t . Проходя чрез элементы dv объема, эта поверхность как бы захватывает с собою те значения элементов интегралов (38) и (39), которые она находит в различных dv , и переносит их в точку M .

Непосредственной подстановкой выражений (38) и (39) в (33) можно доказать, что это последнее равенство удовлетворено.

Величины \bar{e} и $\bar{e}v$ в (38) и (39), как относящиеся к той же точке и тому же времени, связаны уравнением (30,e).

Уравнения (31), (32), (38) и (39) решают поставленную нами задачу. Они дают

$$\mathfrak{H} = \frac{1}{c} \text{curl} \int \frac{e'v}{r} dv \dots \dots \dots (40)$$

$$\mathfrak{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{e'v}{r} dv - \text{grad} \int \frac{\bar{e}}{r} dv \dots \dots \dots (41)$$

В случае стационарных полей вектор \mathcal{E} определяется только величиною ϱ , а вектор \mathcal{H} только величиною ϱv . Формула (40) напоминает формулу (37) предыдущей главы (стр. 290).

Составим еще те дифференциальные уравнения, которым удовлетворяют векторы \mathcal{E} и \mathcal{H} . Продифференцируем уравнение (30, a) по t и возьмем вихрь обеих сторон уравнения (30, b). Получается, см. (31) гл. I,

$$\frac{4\pi}{c} \frac{\partial(v\varrho)}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \text{curl} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t},$$

$$\text{curl} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = -c \text{curl} \text{curl} \mathcal{H} = -c \text{grad} \text{div} \mathcal{E} + c \Delta \mathcal{E}.$$

Пользуясь уравнением (30, c), получаем отсюда

$$\Delta \mathcal{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = 4\pi \text{grad} \varrho + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial(v\varrho)}{\partial t} \dots \dots \dots (42)$$

Продифференцировав (30, b) по t и взяв вихрь обеих сторон уравнения (30, a), получаем

$$\Delta \mathcal{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \text{curl}(v\varrho) \dots \dots \dots (43)$$

Мы видим, что \mathcal{E} и \mathcal{H} удовлетворяют уравнениям того же типа (36, b) как и потенциалы \mathcal{U} и φ , см. (34) и (35).

Укажем еще вкратце, и без полного вывода, на интересный вектор, который мы обозначим через \mathcal{Q} , и который Abraham называет „вектором Герца“. Положим, что дано электрическое поле при $t=0$, т. е. величины ϱ_0 , φ_0 и \mathcal{E}_0 . Введем новый вектор

$$\mathcal{q} = \int_0^t (\varrho v) dt \dots \dots \dots (43, a)$$

Тогда, см. (30, e),

$$\text{div} \mathcal{q} = \int_0^t \text{div}(\varrho v) dt = - \int_0^t \frac{\partial \varrho}{\partial t} dt = \varrho_0 - \varrho,$$

$$\varrho - \varrho_0 = -\text{div} \mathcal{q} \dots \dots \dots (43, b)$$

Расхождение вектора \mathcal{q} определяет изменение плотности ϱ в данной точке за время от $t=0$ до $t=t$. Далее

$$\frac{\partial \mathcal{q}}{\partial t} = \varrho v \dots \dots \dots (43, c)$$

Пусть

$$\mathcal{Z} = \int \frac{\bar{q}}{r} dv \dots \dots \dots (44)$$

где $\mathcal{q} = \mathcal{q}(x', y', z', t - \frac{r}{c})$; легко понять, что $\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = \frac{\partial \mathcal{q}}{\partial t}$, но что, напр. $\frac{\partial \bar{q}}{\partial x'}$ и $\frac{\partial \mathcal{q}}{\partial x}$ две различные величины. Из (44) следует, см. (43, c),

$$\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} = \int \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} \frac{dv}{r} = \int \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} \frac{dv}{r} = \int \frac{\bar{q} v}{r} dv,$$

т. е., см. (38)

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} \dots \dots \dots (44, a)$$

Далее, можно доказать, что

$$\varphi - \varphi_0 = - \operatorname{div} \mathfrak{B} \dots \dots \dots (44, b)$$

Теперь (31) и (32) дают

$$\mathfrak{H} = \frac{1}{c} \operatorname{curl} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} \dots \dots \dots (44, c)$$

$$\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_0 = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathfrak{B} - \frac{\partial^2 \mathfrak{B}}{\partial t^2} \dots \dots \dots (44, d)$$

Последние четыре формулы показывают, что потенциалы \mathfrak{E} и φ и поля \mathfrak{E} и \mathfrak{H} могут быть выражены через один вектор \mathfrak{B} .

§ 6. Силы, действующие на данную систему. Электромагнитное количество движения. Сила, действующая в данной точке на единицу количества электричества, определяется формулой (30, f). Если плотность электричества в этой точке равна ρ , то сила, отнесенная к единице объема, равна

$$\mathfrak{F} \rho = \mathfrak{E} \rho + \frac{1}{c} [\rho v, \mathfrak{H}] = \mathfrak{E} \rho - \frac{1}{c} [\mathfrak{H}, \rho v].$$

Вставляя сюда ρ из (30, c) и ρv из (30, a), получаем

$$\mathfrak{F} \rho = \frac{1}{4\pi} \mathfrak{E} \operatorname{div} \mathfrak{E} + \left[\left(\operatorname{curl} \mathfrak{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \right), \mathfrak{H} \right] \dots \dots \dots (45)$$

Таким образом $\mathfrak{F} \rho$ выражено через векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} . Рассмотрим часть v пространства, ограниченную некоторою поверхностью S . Силы, действующие на все электроны, находящиеся в этом пространстве, дают некоторую равнодействующую, которую мы обозначим тою же буквою \mathfrak{F} . Итак, см. (9, a), гл. I,

$$\mathfrak{F} = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \mathfrak{E} \cdot \operatorname{div} \mathfrak{E} + [\operatorname{curl} \mathfrak{H}, \mathfrak{H}] - \frac{1}{c} \left[\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}, \mathfrak{H} \right] \right\} dv \dots \dots (46)$$

Но, см. (9, c), гл. I, и формулу (30, b),

$$\left[\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}, \mathfrak{H} \right] = \frac{\partial}{\partial t} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}] - [\mathfrak{E}, \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}] = \frac{\partial}{\partial t} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}] - c [\operatorname{curl} \mathfrak{E}, \mathfrak{H}].$$

Теперь сила F может быть разложена на две части

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_1 + \mathfrak{F}_2, \dots \dots \dots (46, a)$$

где

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \mathfrak{E} \cdot \operatorname{div} \mathfrak{E} + [\operatorname{curl} \mathfrak{H}, \mathfrak{H}] + [\operatorname{curl} \mathfrak{E}, \mathfrak{E}] \right\} dv \dots \dots (46, b)$$

$$\mathfrak{F}_2 = - \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} \int [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}] dv \dots \dots \dots (46, c)$$

Вводя вектор Пойнтинга \mathfrak{E} , см. (15), получаем

$$\mathfrak{F}_2 = -\frac{1}{c_2} \int \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} dv \dots \dots \dots (47)$$

В формуле (46, b) векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} входят одинаковым образом, так как мы под интегралом можем прибавить член $\mathfrak{E} \cdot \text{div } \mathfrak{H}$, равный нулю на основании (30, d). Сила \mathfrak{F}_1 распадается, таким образом, на две части, представляющие одинаковые функции от \mathfrak{E} и от \mathfrak{H} . Полагаем

$$\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_1(\mathfrak{E}) + \mathfrak{F}_1(\mathfrak{H}) \dots \dots \dots (48)$$

где

$$\mathfrak{F}_1(\mathfrak{E}) = \frac{1}{4\pi} \int \{ \mathfrak{E} \text{ div } \mathfrak{E} = [\text{curl } \mathfrak{E}, \mathfrak{E}] \} dv \dots \dots \dots (48, a)$$

Подобное же выражение получается для $\mathfrak{F}_1(\mathfrak{H})$. Интеграл (48, a) по об'ему v может быть преобразован в интеграл по поверхности S , если воспользоваться следующей формулой. Пусть n направление нормали к элементу dS поверхности, α, β, γ углы между n и осями координат, U какая-либо функция координат x, y, z элемента dv . В таком случае легко доказать, что

$$\int \frac{\partial U}{\partial x} dv + \int U \cos \alpha \cdot dS \dots \dots \dots (48, b)$$

Обозначим слагаемую вдоль оси x силы $\mathfrak{F}_1(\mathfrak{E})$ через $F_{1,x}(\mathfrak{E})$. Тогда (48, a) дает, см. (18), (9) и (23) гл. I,

$$F_{1,x}(\mathfrak{E}) = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} \right) \mathfrak{X} + \left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial x} \right) \mathfrak{Z} - \left(\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial y} \right) \mathfrak{Y} \right\} dv,$$

где $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ слагаемые вектора \mathfrak{E} ; эта формула дает

$$F_{1,x}(\mathfrak{E}) = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\mathfrak{X}^2 - \mathfrak{Y}^2 - \mathfrak{Z}^2) + \frac{\partial}{\partial y} (\mathfrak{X}\mathfrak{Y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mathfrak{X}\mathfrak{Z}) \right\} dv.$$

Преобразование (48, b) приводит к формуле

$$F_{1,x}(\mathfrak{E}) = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \frac{1}{2} (\mathfrak{X}^2 - \mathfrak{Y}^2 - \mathfrak{Z}^2) \cos \alpha + \mathfrak{X}\mathfrak{Y} \cos \beta + \mathfrak{X}\mathfrak{Z} \cos \gamma \right\} dS.$$

Обозначим через $\mathfrak{E}_n = \mathfrak{X} \cos \alpha + \mathfrak{Y} \cos \beta + \mathfrak{Z} \cos \gamma$ слагаемую вектора \mathfrak{E} по направлению нормали n . Тогда легко получается

$$F_{1,x}(\mathfrak{E}) = \frac{1}{8\pi} \int \{ 2 \mathfrak{E}_n \mathfrak{X} - \mathfrak{E}^2 \cos \alpha \} d\sigma \dots \dots \dots (48, c)$$

Подобные же выражения мы найдем для слагаемых величины $\mathfrak{F}_1(\mathfrak{E})$ по осям y и z . Сложим векториально все три слагаемых, при чем $\mathfrak{X} + \mathfrak{Y} + \mathfrak{Z} = \mathfrak{E}$. Величина $\mathfrak{E}^2 (\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma)$, очевидно, представляет вектор, имеющий направление нормали n и численно равняющийся \mathfrak{E}^2 ; мы можем его представить в виде $n\mathfrak{E}^2$, где n единичный вектор направления n . При сложении трех слагаемых вида (48, c) получаем

$$\mathfrak{F}_1(\mathfrak{E}) = \frac{1}{8\pi} \int \{ 2 \mathfrak{E} \mathfrak{E}_n - n \mathfrak{E}^2 \} dS.$$

Для $\mathfrak{F}_1(\mathfrak{H})$, мы, как сказано выше, получаем вполне аналогичное выражение, а потому

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{1}{8\pi} \int \{2\mathfrak{E}\mathfrak{E}_n + 2\mathfrak{H}\mathfrak{H}_n - n(\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2)\} dS \dots (49)$$

Наконец, (46, a) дает окончательно

$$\mathfrak{F} = \frac{1}{8\pi} \int \{2\mathfrak{E}\mathfrak{E}_n + 2\mathfrak{H}\mathfrak{H}_n - n(\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2)\} dS - \frac{1}{c^2} \int \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} dv \dots (50)$$

Формула (50) показывает, что действие электромагнитного поля на тела, находящиеся в пространстве v , ограниченном поверхностью S , состоит из двух частей. Первая (\mathfrak{F}_1) сводится к силам, действующим на элементы поверхности S ; это — давление на поверхность S , вызванное полем. Вторая часть действует на элементы об'ема v ; она определяется формулой (47).

Abraham называет величину

$$\mathfrak{K} = \frac{1}{c^2} \int \mathfrak{E} dv \dots (51)$$

электромагнитным количеством движения данного поля. Величину

$$\mathfrak{k} = \frac{1}{c^2} \mathfrak{E} \dots (51, a)$$

которая только множителем $1:c^2$ отличается от вектора Пойнтинга, он называет плотностью эл.-магн. количества движения в данной точке. Из (47) следует:

$$\mathfrak{F}_2 = -\frac{\partial \mathfrak{K}}{\partial t} \dots (52)$$

Для стационарных состояний мы имеем $\mathfrak{F}_2 = 0$. Легко видеть, что в случае, когда \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , а след., и \mathfrak{E} суть периодические функции времени, среднее значение силы \mathfrak{F}_2 равно нулю за всякое время, равное целому числу периодов, а след., вообще для всякого времени t , которое велико сравнительно со временем одного периода, т. е.

$$\frac{1}{t} \int_0^t \mathfrak{F}_2 dt = 0 \dots (52, a)$$

В обоих, только что указанных случаях действие поля сводится к \mathfrak{F}_1 , т. е. к силам, приложенным к элементам поверхности S .

Если поверхность S обхватывает все поле, так что в ее точках $\mathfrak{E} = 0$ и $\mathfrak{H} = 0$, то $\mathfrak{F}_1 = 0$, и остается только \mathfrak{F}_2 . Формула (52) говорит, что действие всего электромагнитного поля на находящиеся в нем тела, равно с обратным знаком взятой производной электромагнитного количества движения поля по времени.

Принцип равенства действий и противодействий здесь не соблюден, так как электронная теория не допускает существования механических действий на эфир. Об этом уже было сказано в § 1.

Небезинтересно показать, что если в пространстве v нет электронов, т. е. везде $\rho = 0$, то $\mathfrak{F} = 0$, т. е. $\mathfrak{F}_1 = -\mathfrak{F}_2$. Формула (8) дает $\text{div } \mathfrak{E} = 0$, а потому (48), (48,а) и подобная же формула для \mathfrak{F}_1 (5) дают

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{1}{4\pi} \int \{ [\text{curl } \mathfrak{E}, \mathfrak{E}] + [\text{curl } \mathfrak{H}, \mathfrak{H}] \} dv.$$

Вставляя $\text{curl } \mathfrak{E}$ и $\text{curl } \mathfrak{H}$ из (6) и (7) при $\rho = 0$, имеем

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_1 &= \frac{1}{4\pi c} \int \left\{ \left[\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}, \mathfrak{H} \right] - \left[\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}, \mathfrak{E} \right] \right\} dv = \\ &= \frac{1}{4\pi c} \int \left\{ \left[\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}, \mathfrak{H} \right] + \left[\mathfrak{E}, \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \right] \right\} dv = \frac{1}{4\pi c} \int \frac{\partial}{\partial t} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}] dv. \end{aligned}$$

Отсюда, см. (15) и (47),

$$\mathfrak{F}_1 = c^2 \int \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} dt = -\mathfrak{F}_2.$$

Мы можем воспользоваться формулой (50) чтобы вычислить давление потока лучистой энергии на поверхность тела. Ограничимся случаем черной плоской поверхности и нормального падения потока. Пусть поверхность S бесконечно близка к поверхности тела. Последний член в (50) равен нулю; далее, $\mathfrak{E}_n = 0$ и $\mathfrak{H}_n = 0$; остается

$$\mathfrak{F} = -\frac{n}{8\pi} \int (\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2) dS \dots \dots \dots (53)$$

Сила \mathfrak{F} имеет направление обратное нормали n к поверхности тела. Формулы (14) и (53) показывают, что давление на единицу поверхности численно равно запасу энергии, содержащейся в единице объема.

§ 7. Электроны движущиеся равномерно и прямолинейно; их поле.

Приложим наши выводы к случаю, когда все электроны движутся с одинаковою постоянною скоростью v по направлению оси x . В этом случае из (38) получается для слагаемых вектор-потенциала \mathfrak{E}

$$\mathfrak{E}_y = 0, \quad \mathfrak{E}_z = 0, \quad \mathfrak{E}_x = \mathfrak{E} \dots \dots \dots (53, a)$$

Положим

$$\frac{v}{c} = \beta \dots \dots \dots (54)$$

и предположим, что v меньше, или в крайнем случае равно c , так что $\beta \leq 1$. Вместе с движущимся электроном перемещается и вызванное им поле. Отсюда следует, что величины, характеризующие это поле, напр., потенциалы \mathfrak{E} и φ , не меняются, если t увеличить на dt и в то же время x на $dx = v dt$, так что, напр.,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} dt + \frac{\partial \varphi}{\partial x} v dt = 0$$

Т. е.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -v \frac{\partial \varphi}{\partial x} \dots \dots \dots (54, a)$$

Прилагая это же рассуждение к величине $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$, находим

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -v \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = v^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \dots \dots \dots (54, b)$$

Подобным же образом получаем для \mathcal{E}

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} \dots \dots \dots (54, c)$$

Подставим вторые производные по времени в (34) и (35) и введем величину β , см. (54), вместо v . Тогда получаем:

$$(1 - \beta^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -4\pi \rho \dots \dots \dots (55)$$

$$(1 - \beta^2) \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial z^2} = -4\pi \beta \rho \dots \dots \dots (55, a)$$

Из этих двух уравнений явствует, что

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_x = \beta \varphi \dots \dots \dots (55, b)$$

Этот простую формулою определяется вектор-потенциал, когда найден скалярный потенциал φ . Весь вопрос сводится, таким образом, к интегрированию уравнения (55). Обозначим рассматриваемую нами движущуюся систему, определяемую движущимися электронами, потенциалами, φ и \mathcal{E} , полями \mathcal{E} и \mathcal{H} и элементами объема dv , символически буквою P , вообразим себе другую неподвижную систему P' с величинами φ' , \mathcal{E}' , \mathcal{H}' и dv' , при чем каждой точке (x, y, z) системы P соответствовала бы точка (x', y', z') системы P' , получаемая преобразованием

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} x \\ y' &= y, \quad z' = z \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (56)$$

Неподвижная система P' получается из движущейся системы P как бы растяжением по направлению x движения электронов, при чем все размеры увеличены в отношении $1 : \sqrt{1-\beta^2}$. В новой системе форма электронов изменена и, напр., величина φ' есть функция от x', y, z . Для элементов объема dv и dv' и для плотностей ρ и ρ' мы имеем, очевидно,

$$dv' = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} dv \dots \dots \dots (56, a)$$

$$\rho' = \sqrt{1-\beta^2} \cdot \rho \dots \dots \dots (56, b)$$

Вставляя (56) в (55) и оставляя обозначения y и z без изменения, мы имеем

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -4\pi \rho \dots \dots \dots (56, c)$$

Скалярный (электростатический) потенциал φ' в неподвижной системе P' удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z'^2} = -4\pi \rho' = -4\pi \sqrt{1-\beta^2} \rho \dots (56, d)$$

Сравнивая последние две формулы, мы находим

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \varphi' \dots (57)$$

Итак, мы получим искомую величину φ в точках x, y, z , движущейся системы P , если мы на основании формул (56) и (56,b) построим неподвижную систему P' и для нее определим обыкновенный скалярный потенциал φ' ; величины φ и φ' , относящиеся к соответствующим точкам обеих систем, связаны уравнением (57). Через найденную таким образом функцию $\varphi(x, y, z)$ могут быть выражены все величины, относящиеся к рассматриваемой подвижной системе P . Вектор-потенциал $\mathfrak{C} = \mathfrak{C}_x$ определяется формулой (55,b). Далее, (54,a) и (55,b) дают

$$\frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{C}_x}{\partial t} = -v \frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial x} = -\beta^2 c \frac{\partial \varphi}{\partial x} \dots (57, a)$$

Из формул (31) и (32) получаются слагаемые $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ и $\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , а именно, см. (23) гл. I, (53,a) и (55,b),

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{X} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{C}_x}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -(1-\beta^2) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \mathfrak{Y} &= -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \mathfrak{Z} = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots (57, b)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{L} &= \text{curl}_x \mathfrak{C} = \frac{\partial \mathfrak{C}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{C}_y}{\partial z} = 0 \\ \mathfrak{M} &= \text{curl}_y \mathfrak{C} = \frac{\partial \mathfrak{C}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{C}_z}{\partial x} = \beta \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \mathfrak{N} &= \text{curl}_z \mathfrak{C} = \frac{\partial \mathfrak{C}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{C}_x}{\partial y} = -\beta \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots (57, c)$$

Энергию, вектор Пойнтинга и электромагнитное количество движения мы выразим через φ' . Электрическая энергия W_e равна, см. (57,b), (57) и (56,a),

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{8\pi} \int \mathfrak{E}^2 dv = \frac{1}{8\pi} \int (\mathfrak{X}^2 + \mathfrak{Y}^2 + \mathfrak{Z}^2) dv = \\ &= \frac{1}{8\pi} \int \left\{ (1-\beta^2)^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} dv. \\ W_e &= \frac{1}{8\pi} \int \left\{ \sqrt{1-\beta^2}^2 \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial x'} \right)^2 + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left[\left(\frac{\partial \varphi'}{\partial y'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial z'} \right)^2 \right] \right\} dv' \dots (58) \end{aligned}$$

Магнитная энергия W_m равна, см. (57,c),

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{1}{8\pi} \int \mathfrak{H}^2 dv = \frac{1}{8\pi} \int (\mathfrak{L}^2 + \mathfrak{M}^2 + \mathfrak{N}^2) dv = \frac{\beta^2}{8\pi} \int \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} dv. \\ W_m &= \frac{\beta^2}{8\pi \sqrt{1-\beta^2}} \int \left\{ \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial y'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial z'} \right)^2 \right\} dv' \dots (58, a) \end{aligned}$$

Для вектора Пойнтинга получаем слагаемые, см. (15), (57, b), (57, c) и (9) гл. I,

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{S}_x &= \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]_x = \frac{c}{4\pi} (\mathfrak{Y}\mathfrak{X} - \mathfrak{Z}\mathfrak{M}) = \frac{c\beta}{1-\beta^2} \left\{ \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ \mathfrak{S}_y &= \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]_y = \frac{c}{4\pi} (\mathfrak{Z}\mathfrak{Q} - \mathfrak{X}\mathfrak{M}) = -\frac{c\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial\varphi'}{\partial x'} \cdot \frac{\partial\varphi'}{\partial y} \\ \mathfrak{S}_z &= \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]_z = \frac{c}{4\pi} (\mathfrak{X}\mathfrak{M} - \mathfrak{Y}\mathfrak{Q}) = -\frac{c\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial\varphi'}{\partial x'} \cdot \frac{\partial\varphi'}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots (58, b)$$

Наконец, для слагаемых электромагнитного момента мы имеем, см. (51) и (56, a),

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{R}_x &= \frac{1}{c^2} \int \mathfrak{S}_x dv = \frac{\beta}{c\sqrt{1-\beta^2}} \int \left\{ \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial z} \right)^2 \right\} dv' \\ \mathfrak{R}_y &= \frac{1}{c^2} \int \mathfrak{S}_y dv = -\frac{\beta}{c} \int \frac{\partial\varphi'}{\partial x'} \cdot \frac{\partial\varphi'}{\partial y} dv' \\ \mathfrak{R}_z &= \frac{1}{c^2} \int \mathfrak{S}_z dv = -\frac{\beta}{c} \int \frac{\partial\varphi'}{\partial x'} \cdot \frac{\partial\varphi'}{\partial z} dv' \end{aligned} \right\} \dots (58, c)$$

Таким образом мы показали, как определить величины, относящиеся к подвижной системе P при помощи одного скалярного потенциала φ неподвижной системы P' .

Обратимся к частному случаю одного шаровидного электрона; его заряд обозначим через e , его радиус через a . На основании формулы (56) мы получаем в неподвижной системе P' растянутый эллипсоид вращения, оси которого

$$b = \frac{a}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad a, \quad a \dots (59)$$

Мы будем отличать два случая: когда заряд e равномерно распределен по поверхности шара и когда он равномерно заполняет весь об'ем. Обращаемся к случаю первому, когда в системе P шаровидный электрон содержит поверхностный заряд e . В системе P' ему соответствует эллипсоид вращения (59), на поверхности которого заряд e распределен так, как он распределился бы по поверхности проводника той же формы. Этот случай был нами рассмотрен в части I, гл. I, § 10, где формулы (71) и (71, a) определяют плотность заряда в данной точке поверхности эллипсоида. Уравнение поверхности эллипсоида

$$\frac{x'^2}{b^2} + \frac{y^2 + z^2}{a^2} = 1 \dots (59, a)$$

Поверхности уровня потенциала φ' суть поверхности эллипсоидов, конфокальных с (59, a); их уравнение

$$\frac{x'^2}{b^2 + h^2} + \frac{y^2 + z^2}{a^2 + h^2} = 1 \dots (59, b)$$

Потенциал φ' в точке, определяемой параметром h , равен

$$\varphi' = \frac{e}{2\sqrt{b^2 - a^2}} \lg \frac{\sqrt{b^2 + h^2} + \sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{b^2 + h^2} - \sqrt{b^2 - a^2}}.$$

Вводя (59) получаем

$$\varphi' = \frac{e\sqrt{1-\beta^2}}{2\beta a} \lg \frac{\sqrt{a^2 + h^2(1-\beta^2)} + \beta a}{\sqrt{a^2 + h^2(1-\beta^2)} - \beta a} \dots \dots \dots (59, c)$$

На поверхности эллипсоида $h = 0$ и потенциал φ'_0 равен

$$\varphi'_0 = \frac{e\sqrt{1-\beta^2}}{2\beta a} \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} \dots \dots \dots (59, d)$$

При $\beta = 0$, эта формула дает потенциал шара, т. е. $\varphi'_0 = e : a$. Напомним, что

$$\lg \frac{1+\beta}{1-\beta} = 2\beta \left(1 + \frac{1}{3}\beta^2 + \frac{1}{5}\beta^4 + \dots \right) \dots \dots \dots (59, e)$$

Мы не будем дальше вести вычисления и ограничиваемся выпискою результатов, которые получаются на основании формул от (57) до (58,с).

Внутри эллипсоида потенциал имеет во всех точках постоянное значение (59, d); отсюда следует, что в системе P потенциал φ имеет внутри электрона также постоянное значение $\varphi_0 = \varphi'_0 : \sqrt{1-\beta^2}$. Формулы (57, b) и (57, c) показывают, что внутри шаровидного электрона, обладающего поверхностным равномерным зарядом и движущегося с постоянною по величине и направлению скоростью, $\mathfrak{E} = 0$ и $\mathfrak{H} = 0$, т. е. никакого электромагнитного поля не существует.

Формулы (58) и (58, a) дают:

$$W_e = \frac{e^2}{4a} \left\{ \frac{3-\beta^2}{2\beta} \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} + 1 \right\} \dots \dots \dots (60)$$

$$W_m = \frac{e^2}{4a} \left\{ \frac{1+\beta^2}{2\beta} \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right\} \dots \dots \dots (60, a)$$

Если воспользоваться разложением (59, e) и пренебречь степенями β выше β^2 , то получается

$$\left. \begin{aligned} W_e &= \frac{e^2}{2a} \\ W_m &= \frac{e^2}{3a} \beta^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (60, b)$$

При скоростях v электрона, которые малы сравнительно со скоростью c света, электрическая энергия поля не зависит от скорости v , между тем как магнитная энергия пропорциональна квадрату скорости v электрона. Формула (27, a) тождественна со второю из формул (60, b).

Для всей энергии поля имеем

$$W = W_e + W_m = \frac{e^2}{2a} \left\{ \frac{1}{\beta} \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right\} \dots \dots \dots (60, c)$$

Формулы (58,с) дают для электромагнитного количества движения

$$\mathfrak{R} = \frac{e^2}{2ac\beta} \left\{ \frac{1+\beta^2}{2\beta} \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right\} \dots \dots \dots (60, d)$$

Сравнивая (60,а) и (60,д) мы находим

$$\mathfrak{R} = \frac{2}{v} W_m \dots \dots \dots (60, e)$$

Все выведенные формулы относятся к шаровидному электрону, обладающему поверхностным равномерным зарядом. Для случая, когда заряд e равномерно распределен по всему об'ему шара, получаются те же самые формулы, с тою только разницею, что все величины помножены на $\frac{6}{5}$.

§ 8. Электромагнитная масса электрона. Мы видели в § 6, что действие всего поля на находящиеся в нем электроны выражается формулою (52). При $v = \text{Const}$ мы нашли для \mathfrak{R} величину, независящую от t , а потому и действие поля, вызванного прямолинейно и равномерно движущимся электроном, на этот же электрон равно нулю. Электрон, подобно материи, движется прямолинейно и равномерно, как бы „по инерции“.

Переходим к случаю переменного движения электрона. Мы можем написать формулу (52) в виде

$$\mathfrak{F} = - \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t} \dots \dots \dots (61)$$

так как, рассматривая все поле, мы имеем $\mathfrak{F}_1 = 0$ и, след., $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_2$, см. (46,а). Для \mathfrak{R} мы сохраняем выражение (60,д), хотя оно было выведено для случая стационарного состояния, т. е. не меняющейся скорости v . Это возможно только при условии, когда время $\frac{\lambda}{c}$, где λ наибольший из линейных размеров электрона (напр., $2a$ для шара) чрезвычайно мало сравнительно со временем, в течении которого движение электрона претерпевает заметное изменение; мы допускаем, что это условие удовлетворено.

Предположим сперва, что движение электрона прямолинейное переменное с ускорением w' . Формула (61) дает

$$\mathfrak{F} = - \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t} = - \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial |v|} \cdot \frac{\partial |v|}{\partial t} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \beta} w' \dots \dots \dots (61, a)$$

Введем обозначение

$$m' = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \beta} \dots \dots \dots (62)$$

Тогда

$$\mathfrak{F} = - m' w' \dots \dots \dots (62, a)$$

Последняя формула показывает, что, при прямолинейном переменном движении электрона, вызванное им поле действует на него же с силою, пропорциональною его ускорению и направленною обратно направлению этого ускоре-

ния. Множитель m , имеет характер массы; он называется продольною электромагнитною массою электрона.

Перейдем к случаю равномерного криволинейного движения электрона. За время Δt векторы v и \mathfrak{R} , имеющие одинаковые направления, получают векториальные, к ним перпендикулярные приращения Δv и $\Delta \mathfrak{R}$. Пусть α малый угол, на который оба вектора повернулись за время Δt . Тогда $\Delta v = \alpha v$ и $\Delta \mathfrak{R} = \alpha \mathfrak{R}$. Разделяя на Δt и переходя к пределу, мы получаем

$$\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t} = \mathfrak{R} \lim \frac{\alpha}{\Delta t}; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = v \lim \frac{\alpha}{\Delta t}.$$

Но $\lim \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{v}{R}$, где R радиус кривизны траектории электрона в рассматриваемой точке. Обозначая нормальное ускорение через w'' , где $|w''| = v^2 : R$, мы получаем $\lim \frac{\alpha}{\Delta t} = w'' : v$. Поэтому

$$\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t} = \frac{\mathfrak{R}}{v} w''$$

и, следовательно,

$$\mathfrak{F} = -\frac{\mathfrak{R}}{v} w'' \dots \dots \dots (62, b)$$

Вводя обозначение

$$m'' = \frac{\mathfrak{R}}{v} = \frac{1}{c} \frac{\mathfrak{R}}{\beta} \dots \dots \dots (63)$$

получаем

$$\mathfrak{F} = -m'' w'' \dots \dots \dots (63, a)$$

И в этом случае сила \mathfrak{F} пропорциональна ускорению и имеет обратное ей направление. Величина m'' называется поперечною электромагнитною массою.

Рассмотрим теперь общий случай криволинейного переменного движения с ускорением w . В этом случае w разлагается на тангенциальную слагаемую w' и на нормальную w'' , так что

$$w = w' + w'' \dots \dots \dots (63, b)$$

Сила \mathfrak{F} , действующая на электрон, также состоит из двух слагаемых, тангенциальной \mathfrak{F}' и нормальной \mathfrak{F}'' :

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}' + \mathfrak{F}'' \dots \dots \dots (63, c)$$

При этом $\mathfrak{F}' = -m' w'$ и $\mathfrak{F}'' = -m'' w''$, где m' и m'' определяются формулами (62) и (63). Ясно, что силы \mathfrak{F}' и \mathfrak{F}'' не пропорциональны одинаково с ними направленным ускорениям, а потому и сила \mathfrak{F} не имеет направления — w . Движущийся электрон, таким образом, существенно отличается от материальной частицы, обладающей только одной определенной массой. Электрон обладает двумя электромагнитными массами — продольной m' и поперечною m'' ; он неодинаково реагирует на внешние причины, смотря по тому, меняют ли последние его скорость по величине, или по направлению.

Мы могли бы предположить, что электрон обладает, кроме электромагнитных, еще и некоторую обыкновенную массу m_0 . Если существует внешнее поле, помимо вызванного самим электроном, которое действует на него с силой \mathfrak{F}_0 то он всего будет подвергнут силе

$$f = \mathfrak{F}_0 - \mathfrak{F} = \mathfrak{F}_0 - m' w' - m'' w'' = m_0 w = m_0 (w' + w''),$$

так что

$$\mathfrak{F}_0 = (m_0 + m') w' + (m_0 + m'') w'' \dots \dots \dots (64)$$

Если предположить, что $m_0 = 0$, т. е. что электрон обладает только электромагнитною массою, то получается

$$f = \mathfrak{F}_0 - m' w' - m'' w'' = 0 \dots \dots \dots (64, a)$$

Приложим наши формулы к случаю шаровидного электрона радиуса a , обладающего поверхностным зарядом e . Формулы (60, d), (62) и (63) дают:

$$m' = \frac{e^2}{2\beta^3 c^2 a} \left\{ \frac{2\beta}{1-\beta^2} - \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} \right\} \dots \dots \dots (65)$$

$$m'' = \frac{e^2}{2\beta^3 c^2 a} \left\{ -2\beta + (1+\beta^2) \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} \right\} \dots \dots \dots (66)$$

Для случая, когда заряд e равномерно наполняет об'ем шара, следует выражения, стоящие в (65) и (66) с правой стороны, помножить на $\frac{6}{5}$. Если разложить выражения (65) и (66) по степеням β , то получается

$$\text{прод.} \dots \dots m' = \frac{2e^2}{3ac^2} \left\{ 1 + \frac{6}{5}\beta^2 + \frac{9}{7}\beta^4 + \frac{12}{9}\beta^6 + \dots \right\} \dots \dots \dots (66, a)$$

$$\text{поперечн.} \dots m'' = \frac{2e^2}{3ac^2} \left\{ 1 + \frac{6}{3.5}\beta^2 + \frac{9}{5.7}\beta^4 + \frac{12}{7.9}\beta^6 + \dots \right\} \dots \dots \dots (66, b)$$

Эти формулы показывают, что продольная масса m' больше поперечной m'' . При скоростях v , малых сравнительно со скоростью света c , получаем

$$m' = m'' = m = \frac{2e^2}{3ac^2} \dots \dots \dots (66, c)$$

что согласно с формулою (29).

Изложенная в этом параграфе теория принадлежит Abraham'у. В основе ее лежит предположение, что шаровидный электрон при своем движении не меняет формы, что он неизменяем (starr). Н. А. Lorentz, желая объяснить некоторые явления, о которых будет сказано ниже (опыт Майкельсона), ввел гипотезу изменяемого электрона, предположив, что электрон, шаровидный в покое, меняет свою форму при движении, а именно, что размеры по направлению скорости v уменьшаются в $\sqrt{1-\beta^2}$ раз. Шар, при движении, превращается в сплюснутый эллипсоид вращения, оси которого

$$a\sqrt{1-\beta^2}, a, a \dots \dots \dots (67)$$

Это так называемый эллипсоид Heaveside'a. При таком допущении все вычисления упрощаются, ибо эллипсоиду (67) в системе P соответствует в системе P' уже не эллипсоид, но шар радиуса a , как это видно из (56) или (59). Окончательно получаются простые выражения

продольн. $m' = \frac{m}{(1 - \beta^2)^{\frac{3}{2}}}$ (67, a)

поперечн. $m'' = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ (67, b)

где m определяется формулою (66, c). Разлагая в ряды, получаем

$$m' = \frac{2e}{3ac^2} \left\{ 1 + \frac{3}{2}\beta^2 + \frac{15}{8}\beta^4 + \frac{35}{16}\beta^6 + \dots \right\} \dots \dots (67, c)$$

$$m'' = \frac{2e}{3ac^2} \left\{ 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 + \frac{5}{16}\beta^6 + \dots \right\} \dots \dots (67, d)$$

И здесь $m' > m''$. Зависимость m' и m'' от β , т. е. от скорости v в теории Lorentz'a иная, чем в теории Abraham'a. Опыты, о которых будет сказано впоследствии, не решили вопроса окончательно, но как будто скорее говорят в пользу теории Lorentz'a.

Изменение формы движущегося электрона, допускаемое теорией Lorentz'a, связано с изменением его объема.

§ 9. Диэлектрики, проводники и магниты. В § 1 уже было указано, что диэлектрическая постоянная ϵ , удельная проводимость σ и магнитная проницаемость μ вещества должны определяться свойствами, расположением и движениями содержащихся в нем электронов.

Мы не считаем нужным останавливаться здесь хотя бы на предварительном рассмотрении вопроса о диэлектрической постоянной, связанного с вопросом о дисперсии света. В одной из следующих глав мы подробно рассмотрим теорию относящихся сюда явлений.

Электрический ток в проводниках представляет течение электронов, свободно движущихся между атомами проводника. Их движение аналогично движению молекул газа, так что электрический ток подобен струе газа. Элементарный вывод формулы для электропроводности σ заключается в следующем. Пусть \mathcal{E} электрическое поле в проводнике. Тогда на N электронов, содержащихся в единице объема, действует механическая сила.

$$\mathfrak{F}_e = Ne\mathcal{E} \dots \dots \dots (68)$$

Движению электронов противодействует внутренняя сила, аналогичная трению; ее можно принять равную kNv , где v скорость общего поступательного движения электронов и k множитель, зависящий от рода вещества. Сила трения уравнивает механическую силу \mathfrak{F}_e , так что $Ne\mathcal{E} = kNv$, откуда

$$e\mathcal{E} = kv \dots \dots \dots (69)$$

Плотность тока обозначим через $\mathfrak{J} = Nev$, т. е.

$$\mathfrak{J} = \frac{Ne^2}{k} \mathfrak{E} \quad \dots \dots \dots (70)$$

Полагая

$$\mathfrak{J} = \sigma \mathfrak{E} \quad \dots \dots \dots (70, a)$$

имеем

$$\sigma = \frac{Ne^2}{k} \quad \dots \dots \dots (71)$$

Таким образом найдено выражение для проводимости. Если допустить существование различного рода электронов, то

$$\sigma = \sum \frac{N_i e_i^2}{k_i} \quad \dots \dots \dots (71, a)$$

Если существует внешнее магнитное поле \mathfrak{H} , и если через v' обозначить скорость движения проводника в этом поле, через v'' скорость электронов относительно проводника, то их скорость v относительно поля \mathfrak{H} равна

$$v = v' + v'' \quad \dots \dots \dots (71, b)$$

Формула (12) показывает, что в этом случае к силе \mathfrak{F}_e прибавляется сила

$$\mathfrak{F}_m = \frac{1}{c} [v, \mathfrak{H}] = \frac{1}{c} [v', \mathfrak{H}] + \frac{1}{c} [v'', \mathfrak{H}] \quad \dots \dots \dots (71, c)$$

Первая часть определяет силу индукционного тока, вызванного движением проводника; вторая часть измеряет механическое действие поля \mathfrak{H} на ток.

В одной из следующих глав мы познакомимся с более обстоятельными выводами, относящимися к электронной теории проводников.

Электронная теория магнетизма допускает существование в молекулах вещества особого рода электронов, совершающих циклические движения, напр., движущихся по окружностям. Если период движения равен T , то такой движущийся электрон эквивалентен Амперову току напряжения $i = e : T$. Под влиянием магнитного поля скорость движения электрона не меняется, но меняются радиус траектории и период T ; можно допустить и вращение той плоскости, в которой происходит движение. Дальнейшее объяснение, в особенности парамагнетизма и ферромагнетизма, встречает, однако, большие затруднения и не может быть дано без введения разного рода добавочных допущений. Мы здесь не можем рассматривать построенных для этой цели весьма сложных теорий.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

H. A. Lorentz. Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden, 1895.

Stoney. Phil. Mag. (5) 38 p. 418, 1894.

- Arrhenius.* Wied. Ann. 32 p. 545, 1887; 33 p. 638, 1888.
Elster u. Geitel. Wien. Ber. 97 p. 1255, 1888.
Giese. Wied. Ann. 17 p. 537, 1882; 37 p. 576, 1889.
Schuster. Proc. R. Soc. 37 p. 317, 1889.
Richarz. Wied. Ann. 52 p. 335, 1894.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (5) 40 p. 510, 1895; 47 p. 253, 1899.
Larmor. Phil. Trans. 186 p. 195, 1896. 190 p. 205, 1897.
Wiechert. Wied. Ann. 59 p. 283, 1896.

К § 2.

- H. A. Lorentz.* Encyklop. der mathem. Wissensch. V, Nr. 14 p. 145—280, 1903.
H. A. Lorentz. The Theory of electrons. Leipzig, Teubner, 1909.
M. Abraham. Theorie der Elektrizität, II, изд. 2-ое, 1908.
Bucherer. Mathem. Einführung in die Elektronentheorie, Leipzig, 1904.
Graetz. Die Elektronentheorie, Winkelmanns Handbuch der Physik V, 2-ое изд. p. 897—934, 1908.

ГЛАВА ПЯТАЯ*).

Принцип относительности.

§ 1. Введение. Принцип относительности в механике Ньютона. То, что в настоящее время называется принципом относительности (иногда говорят „релятивности“), представляет фундамент нового учения, прежде всего о пространстве и времени, а затем и о всех других физических величинах. По глубине основной концепции, по той радикальности, с которой это новое учение, впервые формулированное и развитое Einstein'ом в 1905 г., переворачивает вверх дном все наши основные представления, разрушает почти все, чем до сих пор жила и развивалась физика, мы не можем найти аналога в истории многочисленных наук об окружающих нас и наблюдаемых нами явлениях. Оно воздвигает новое мировоззрение, сугубо и в самом корне отличающееся от существовавшего ранее, уничтожая как раз те его черты, которые, как аксиомы, как истины самоочевидные, даже не высказывались, не формулировались, но всеми, как нечто несомненное, принимались почти бессознательно. Переворот, вызванный заменю геоцентрического мировоззрения гелиоцентрическим, представляется ничтожным сравнительно с тем, который придется пережить человечеству, если оно примет принцип относительности, свыкнется с ним и сделает его краеугольным камнем своего мировоззрения. В течение каких-нибудь семи лет, новое учение разрослось в обширное, и с формальной стороны замечательно стройное научное здание; ему посвящена огромная, ежедневно разрастающаяся литература; область, которую оно обхватывает, непрерывно расширяется, и нет главы физики, в которой не чувствовалось бы его влияние, разрушающее все традиционно укоренившиеся понятия и заставляющее произвести корен-

*) Эта глава составлена мною. О. Х.

ную переоценку всех ценностей, которыми пользовалась физика и которые составляли плод вековой работы светил науки.

В сочинении, посвященном всей физике, мы должны ограничиться изложением лишь самых основных черт нового учения.

Термины „относительный“ и „абсолютный“ употребляются, как в обыденной речи, так и в науке. Но в последней они имеют, иногда, чисто условное значение, как это видно, напр., из термина „абсолютные единицы“. Мы говорим об абсолютном расстоянии двух точек друг от друга и об относительном расстоянии двух точек от некоторой третьей. И здесь отличие чисто условное, ибо „абсолютное“ расстояние двух точек друг от друга, численно выраженное, есть отношение этого расстояния к единице длины.

Нас здесь интересует прежде всего вопрос об абсолютном и относительном движении, и к нему мы обращаемся.

Назовем „системою S “ такую совокупность физических тел и связанных с ними геометрических фигур, которую можно себе представить движущуюся, как нечто целое. Понятия о прямой линии и о координатных осях в системе S мы считаем данными. Другую систему обозначим через S' ; допускаем, что системы S и S' , или, по крайней мере, находящиеся в них координатные оси, могут, в данный момент, геометрически совпадать, хотя отнесенные к этим системам физические тела, понятно, должны занимать различные места в пространстве. Относительным движением двух систем S и S' мы называем то, которое представляется наблюдателю, неизменно связанному с одною из этих систем. Мы в дальнейшем будем иметь дело почти исключительно только с прямолинейным и равномерным относительным движением. Ясно, что если v есть скорость такого движения системы S' относительно системы S , т. е. наблюдаемой из точек этой системы, то движение системы S относительно S' происходит со скоростью — v .

Обращаемся к фундаментальному вопросу: можно ли ввести в науку понятие об абсолютном движении? имеет ли вообще смысл говорить о таковом? или, даже, существует ли такое движение? Ясно, что этот вопрос тождествен с вопросом об абсолютном покое. Если таковой существует, и если мы вообразим систему S_0 с закрепленными в ней координатными осями, находящуюся в состоянии абсолютного покоя, то движение всякой системы S' относительно S_0 и окажется тем, что мы в праве будем назвать абсолютным движением системы S' . Но как построить, откуда взять систему S_0 ? Ясно, что ее нельзя себе представить связанною с землею, или с солнцем, или с центром инерции какой бы то ни было совокупности звезд. Если бы мы знали, что число всех тел во вселенной конечно, и если бы мы могли быть уверены, что совокупность всех этих тел не обладает общим движением в мировом пространстве, то „центр инерции мира“ представлял бы неподвижную точку, которая могла бы служить началом координатной системы и основной для построения системы S_0 . Этот путь, понятно, закрыт; но существует другой. Вопрос об абсолютном покое тесно связан с вопро-

сом о существовании эфира. Если существует эфир, как субстанция, заполняющая мировое пространство, и если мы имеем право считать его неподвижным, по крайней мере, вне материи, то покой относительно эфира и будет покоем абсолютным, а всякое движение, отнесенное к координатным осям, неподвижным в эфире, и представит движение абсолютное. Однако, мы пока оставим вопрос об эфире и обратимся к другому. Оказывается, что наличность некоторых определенных свойств движения может иметь характер чего то абсолютного.

Положим, что наблюдатель A находится в замкнутой системе S и что он внутри этой системы может производить всякого рода наблюдения, но что все, лежащее вне S , для него скрыто. Спрашивается: что он может узнать из своих наблюдений о движении системы S ?

Оказывается, что наблюдатель A может заметить всякое ускорение движения системы S , как тангенциальное, так и нормальное, а след., в частном случае и всякое ее вращение. Не трудно придумать множество приборов, которые обнаруживают всякое ускорение системы; достаточно указать, что если в системе S действует на жидкость равномерное силовое поле, то поверхность жидкости делается поверхностью параболоида вращения, когда система S вращается. Итак, существует абсолютное вращение, как существуют абсолютная криволинейность траектории и абсолютное ускорение при прямолинейном движении. Вот почему нас интересует только вопрос о существовании абсолютного равномерного и прямолинейного движения и о возможности определения его скорости, которую обозначим через v , и только такое движение мы будем рассматривать.

Если наблюдатель A , связанный с S , замечает, что некоторое тело M движется равномерно и прямолинейно со скоростью v , то это, очевидно, не дает ему никакого указания относительно его собственного движения, ибо относительное движение v может быть результатом бесконечно разнообразных, по величине и по направлению, „абсолютных“ движений системы S и тела M . Мы имеем здесь частный случай гораздо более общего положения, известного под названием принципа относительности механики, подразумевая под последней механику, созданную Ньютоном. Оно гласит:

Все механические процессы совершаются в равномерно и прямолинейно движущейся системе S совершенно так, как в системе покоящейся.

Здесь под „механическими процессами“ подразумеваются все вообще физические явления в телах, связанных с системой S , при чем, мы, однако, пока исключаем явления лучистой энергии. Изучая механические явления, наблюдатель A никогда не найдет в них указания на существование, а тем менее на величину скорости v . Этот принцип вытекает из вида тех основных формул Ньютоновской динамики, которые определяют величину ускорения тела, вызванного действием на него некоторой силы. Мы пишем эти уравнения в виде

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = X, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = Y, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = Z \quad \dots \quad (1)$$

где m масса, x, y, z координаты материальной точки в системе S ; X, Y, Z слагаемые действующей на нее силы, t время. Уравнения (1) остаются по форме неизменными, т. е., как говорят, инвариантными, в двух случаях замены системы S с координатными осями x, y, z другою системою S' с координатными осями x', y', z' . Во первых, в случае, когда S' находится в покое относительно S . Это случай обыкновенного преобразования координат, когда новые оси получаются из старых перемещением начала осей без их поворота, или поворотом осей без изменения их начала, или, наконец, в общем случае, изменением начала и направления осей. При всех этих преобразованиях новые и старые координаты связаны линейными с постоянными коэффициентами уравнениями, так что при замене старых новыми получаются уравнения движения в виде

$$m \frac{d^2 x'}{dt^2} = X, \quad m \frac{d^2 y'}{dt^2} = Y, \quad m \frac{d^2 z'}{dt^2} = Z \quad \dots \quad (2)$$

т. е. по форме тождественные с (1). Гораздо важнее второй случай, когда система S' обладает равномерным и прямолинейным движением со скоростью v относительно системы S . Положим, что ось x взята по направлению v , и что в момент времени $t = 0$ координатные оси обеих систем совпадают. В этом случае мы имеем

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z \quad \dots \quad (3)$$

или

$$x = x' + vt, \quad y = y', \quad z = z' \quad \dots \quad (3, a)$$

Если вставить (3, a) в (1), то получаются формулы (2); уравнения (1) движения оказываются инвариантными относительно преобразования (3) или (3, a). Полагая, что все физические явления, наблюдаемые в телах, принадлежащих данной системе S или S' , сводятся к действиям механическим, мы заключаем, что наблюдатели не заметят разницы в явлениях, происходящих в S и в S' .

Назовем основною такую систему, к которой приложимы законы Ньютоновской механики, т. е., напр., тело, получивши толчек и затем будучи предоставлено самому себе, движется по инерции прямолинейно и равномерно. Это есть система, не обладающая абсолютным ускорением, напр., вращением. Из сказанного получается такая формулировка принципа относительности Ньютоновской механики: Если некоторая система S основная, то всякая другая система S' , движущаяся относительно S равномерно и прямолинейно, также представляет систему основною.

Добавим одно важное замечание, касающееся перехода от S к S' при помощи уравнений (3). В уравнениях (1) мы имеем четыре переменных величин x, y, z и t . Переходя к S' , мы заменили координаты x, y, z координатами x', y', z' , но мы оставили без изменения переменную t , полагая, что время в обеих системах одно и то же, т. е. придавая времени характер чего то абсолютного.

Мы этим самым молчаливо вводим понятие об одновременности двух событий, из которых одно происходит в системе S (некоторая точка M обладает координатой x), другое же в системе S' (та же точка M обладает координатой x'). Если обозначить через t' переменное время в системе S' , и если предположить, что в момент совпадения обеих систем $t = 0$ и $t' = 0$, то мы полагаем, что во все дальнейшие моменты справедливо равенство $t' = t$. Это, повидимому, само собою разумеется. Для ясности перепишем теперь уравнения (3) в виде

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t \dots \dots \dots (4)$$

Мы увидим впоследствии, какое огромное значение имеет наше, как будто самоочевидное, допущение, что $t' = t$. Вместо (3,a) мы имеем теперь

$$x = x' + vt', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t' \dots \dots \dots (5)$$

Уравнения (2) мы также могли бы переписать, заменив в них букву t буквою t' .

Укажем еще на одну весьма любопытную интерпретацию уравнений (3) или (4), относящуюся к одному частному случаю. Представим себе, что система S обладает не тремя, а только двумя измерениями, а именно, что она находится в некоторой плоскости P , в которой мы и расположим координатные оси x и y . В этой системе движется точка M . Проведем в начале координат третью ось перпендикулярно к плоскости P , и примем ее за ось времени t . Это значит, что мы в каждой точке траектории точки M на плоскости P восставляем перпендикуляр к P и откладываем на нем длину, численно равную времени. Тогда мы получаем кривую Σ в трехмерном пространстве, которая может служить всесторонней характеристикой движения точки M на плоскости P . Ее проекция на плоскость xy дает истинную траекторию этого движения. Расстояние ее точек N от P определяет моменты времени, когда M находится в проекции N на плоскость P . Возьмем, далее, проекции трехмерной кривой Σ на плоскости xt и yt . Направления касательных к этим проекциям определяют слагаемые $\frac{dx}{dt}$ и $\frac{dy}{dt}$ скорости движения точки M . Предположим, что это движение определяется первыми двумя из трех уравнений (1). Вообразим вторую систему S' с осями x', y', t' , которые при $t = t' = 0$ совпадают с осями x, y, t и пусть S' движется со скоростью v по направлению x . Тогда мы имеем:

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad t' = t \dots \dots \dots (5, a)$$

$$x = x' + vt', \quad y = y', \quad t = t' \dots \dots \dots (5, b)$$

Вставляя (5,b) в первые два уравнения (1), мы получаем первые два уравнения (2). Это показывает, что закон движения в S' тот же, как в S , и что этот закон может быть характеризован кривою Σ' в системе S' (x', y', t'), тождественною с кривою Σ в системе S (x, y, t), но движущуюся вместе с S' . Преобразование (5,a) дает переход от S к S' , т. е. от относитель-

ного покоя к относительному движению, при чем кривая Σ , не меняя формы, также переходит от покоя в движение. Однако, уравнения (5,а) можно интерпретировать иначе, а именно, как замену неподвижных (основных) прямоугольных координатных осей x, y, t неподвижными косоугольными осями x', y', t' , при чем оси x' и y' неизменно совпадают с осями x и y , а ось t' повернута в плоскости tx на угол $\alpha = \arcsin v$, так что

$$\operatorname{tg}(t, t') = \operatorname{tg} \alpha = v \quad \dots \dots \dots (5, c)$$

На тот же угол повернута плоскость $t'y'$ относительно плоскости ty . Легко сообразить, что новые координаты, связаны со старыми уравнениями (5,а). Кривые Σ и Σ' имеют в обеих системах одинаковые уравнения и обе неподвижны. Итак, переход от относительного покоя к относительному равномерному и прямолинейному движению может быть формально изображен вращением оси времен, при чем не только основные уравнения движения, но и уравнения характеристической кривой Σ остаются без изменения.

Frank (1909) доказал следующее положение. Обозначим через E энергию системы материальных точек, состоящую из кинетической энергии движения точек и потенциальной энергии их расположения. Принцип сохранения энергии дает $\frac{dE}{dt} = 0$. Условие, чтобы это равенство оказалось инвариантным относительно преобразования (3,а), приводит к равенству

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = 0 \quad \dots \dots \dots (5, d)$$

где ξ абсцисса центра инерции системы, т. е. к известной теореме, что центр инерции системы материальных точек, не подверженной внешним силам, может обладать только прямолинейным и равномерным движением.

§ 2. Среда, передающая явления. Воздух и эфир. В предыдущем параграфе мы рассмотрели такие физические явления, которые происходят в системах S и S' , и которые сводятся к механическим взаимодействиям тел, связанных с этими системами. Предположим, что пространство, в котором находятся наши системы, наполнено некоторою средою, в которой может „распространяться“ какое-либо явление. Положим сперва, что эта среда есть воздух, в котором может распространяться звук, и что наблюдатели в S и в S' могут измерить скорость w распространения звука. Тут возможны два случая.

Положим сперва, что воздух связан с системою, движется вместе с нею. Ясно, что в этом случае наблюдатели в S и в S' получат одинаковую скорость w звука по формуле

$$w = \frac{l}{t} \quad \dots \dots \dots (5, e)$$

где l расстояние двух точек A и B системы, и t время, в течение которого звук передается от A в B , или от B в A . Измерение скорости

w звука не дает никаких указаний относительно скорости v движения системы вместе с воздухом.

Совершенно другое получится, если воздух неподвижен, а система S' движется относительно его со скоростью v . Оставим в стороне возможность определения факта относительного движения ощущением ветра или движением легкоподвижных тел, а также измерения скорости v при помощи анемометра (т. I). Будем измерять скорость звука между двумя точками A и B системы S' , полагая, что скорость v системы имеет направление прямой от A к B . Наблюдателю в S' покажется, что звук распространяется от A к B со скоростью $w - v$, а от B к A со скоростью $w + v$. Пусть $AB = l$, и положим, что в первом случае измеренное время t_1 , во втором t_2 ; они неравны между собою, ибо

$$t_1 = \frac{l}{w-v}, \quad t_2 = \frac{l}{w+v} \dots \dots \dots (6)$$

Отсюда

$$t_1 - t_2 = \frac{2v}{w^2 - v^2} l \dots \dots \dots (6, a)$$

По формулам

$$v = \frac{l(t_1 - t_2)}{2t_1 t_2}, \quad w = \frac{l(t_1 + t_2)}{2t_1 t_2} \dots \dots \dots (6, b)$$

вытекающим из (6), наблюдатель определит относительную скорость v , а также истинную скорость w звука. Однако, он получит тот же результат и в случае, когда система S' неподвижна, а воздух движется со скоростью v по направлению от B к A . Итак, измерение дает ему только относительную скорость воздуха и системы S' , но ничего не указывает относительно абсолютной скорости воздуха или системы.

Теперь мы можем обратиться к весьма важному для нас вопросу о другой „передающей“ среде, а именно об эфире, в котором распространяются электромагнитные волны со скоростью $c = 3 \cdot 10^5$ килом. в сек. Для простоты мы далее будем говорить только о лучах света.

По вопросу о том, что происходит с эфиром, когда в нем движутся физические тела, можно составить три гипотезы, к которым мы, однако, прибавим еще четвертую, весьма радикально устраняющую самую постановку вопроса.

I. Гипотеза Герца: эфир вполне увлекается движущимися телами, так что скорость эфира, находящегося внутри движущихся тел, равняется скорости их движения.

II. Гипотеза Лоренца (H. A. Lorentz): эфир абсолютно неподвижен; эфир, находящийся внутри движущихся тел никакого участия в этом движении не принимает.

III. Гипотеза Френеля и Физо: эфир отчасти увлекается движущуюся материей; мы, несколько ниже, точнее формулируем эту гипотезу.

IV. Гипотеза Эйнштейна и Планка: никакого эфира не существует. Как видно, эта гипотеза не отвечает на поставленный вопрос, но в самом корне его устраняет. Мы увидим, что эта гипотеза

находится в тесной связи с тем новым принципом относительности, которому посвящена эта глава, и даже является неизбежным следствием, или, если угодно, даже частью или спутником этого принципа.

Обращаясь прежде всего к гипотезе Герца, мы укажем на те факты и соображения, которые заставляют нас считать эту гипотезу безусловно неприемлемой.

1. Явление абберации света было нами рассмотрено в т. II (учение о лучистой энергии, гл. III, § 3) и мы упомянули (там же, § 7) об опыте Airy (1871), который нашел, что угол абберации получается одинаковым, будет ли он определяться при помощи трубы, наполненной воздухом, или наполненной водою. Весьма трудно объяснить не только этот опыт, но и самое явление абберации, если допустить гипотезу Герца.

2. Принцип Допплера прилагается, как мы видели (т. II, лучистая энергия, гл. VII, § 14 и § 18) к явлениям световым. И этот факт было бы трудно объяснить, если предположить, что эфир увлекается, как источником света, так и землею.

3. Теория Френеля и опыт Физо. Мы видели (т. II, лучистая энергия, гл. III, § 6), что Fresnel (1818) дал формулу

$$u = \frac{n^2 - 1}{n^2} v \dots \dots \dots (7)$$

в которой v скорость движения некоторой материальной среды, n ее показатель преломления, u та скорость, с которою вместе со средою увлекается находящийся в ней эфир, а также распространяющаяся в ней лучистая энергия. Если c скорость света в пустоте, c/n скорость света в покоящейся среде и c' скорость света в движущейся среде, то

$$c' = \frac{c}{n} \pm \frac{n^2 - 1}{n^2} v \dots \dots \dots (7, a)$$

если направление движения среды совпадает (знак +) с направлением распространения света, или ему прямо противоположно (знак —). В указанном месте (§ 7) мы вывели формулу (7), основываясь на том, что величина абберации не зависит от рода среды, через которую проходят лучи (опыт Airy). Там же был нами описан классический опыт Fizeau (1871), который показал, что в движущейся воде скорость света действительно отличается от скорости света в воде неподвижной, и по величине определяется формулою (7, a). Когда опыт был повторен с воздухом вместо воды, то нельзя было подметить влияния движения воздуха на скорость распространяющегося в нем света, что также согласно с (7, a), так как для воздуха n весьма мало отличается от единицы. Ясно, что гипотеза Герца противоречит опыту Fizeau, который повторили Michelson и Morley (1886), вполне подтвердившие справедливость формулы (7, a).

4. Опыты Röntgen'a, Wilson'a и А. А. Эйхенвальда относятся к электромагнитным явлениям в движущихся телах; они будут рассмотрены в одной из последующих глав. Здесь заметим только, что

результаты этих опытов несогласны с теорией Герца, целиком построенной на гипотезе о движении эфира вместе с движущимися телами.

5. Lodge (1893) показал непосредственными опытами, что эфир, находящийся в ближайшем соседстве движущихся тел, а именно между двумя быстро вращающимися горизонтальными стальными дисками, насаженными на общую ось, этими телами не увлекается.

6. Трудно себе представить, чтобы движущиеся газообразные тела, частицы которых занимают лишь малую часть общего объема, могли вполне увлечь весь содержащийся в нем эфир, особенно, если эти газы были доведены до крайней достижимой степени разрежения, и если мы мысленно представим себе эту степень разрежения все более и более увеличенной.

Из сказанного явствует, что от гипотезы Герца, допускающей полную подвижность эфира, мы должны отказаться. Нам нет надобности останавливаться и на теории Френеля и Физо, допускающей, что эфир отчасти увлекается движущейся материей, так как Lorentz (1895) доказал, что его гипотеза вполне неподвижного эфира приводит к формуле (7,а). Таким образом оказывается, что формула (7,а) количественно верно выражает зависимость скорости света от скорости среды, но что нет никакой необходимости видеть в ее справедливости доказательство увлечения самого эфира движущуюся материей.

Итак, допуская существование эфира, мы принуждены считать его совершенно неподвижным, не принимающим никакого участия в движениях обыкновенных тел. Из гипотезы неподвижного эфира получается, однако, немедленно важнейшее следствие, которое мы разбиваем на две части.

А. Если существует неподвижный эфир, или даже если, вообще, существует эфир, вся междузвездная масса которого неподвижна, то должны существовать и абсолютный покой и абсолютное прямолинейное и равномерное движение. Тело, покоящееся относительно эфира, мы должны считать находящимся в абсолютном покое, и точно также мы должны считать прямолинейное и равномерное движение относительно покоящегося эфира за движение абсолютное.

Безусловно отказываясь от мысли о существовании абсолютного покоя и абсолютного прямолинейного и равномерного движения, мы принуждены отказаться и от мысли о существовании эфира.

В. Допуская, что эфир абсолютно неподвижен и совершенно не увлекается телами (гипотеза Лоренца), мы вправе ожидать, что абсолютное прямолинейное и равномерное движение тела, напр., земли, должно отпечатлеться на тех явлениях распространения электромагнитных возмущений в эфире, которые наблюдаются на этом теле.

Действительно: мы имели бы нечто вполне аналогичное наблюдению скорости звука, произведенному на теле, движущемся в неподвижном

воздухе. Даже более того: измеряя скорость звука в двух противоположных направлениях, мы все-таки не могли решить вопроса о том, движется ли наблюдатель в неподвижном воздухе, или воздух мимо наблюдателя, или движутся оба, но с различными скоростями. Для случая эфира эти сомнения отпадают: если опыты обнаружат относительное движение, напр., земли и эфира, то не останется сомнения в том, что земля движется в эфире, а не эфир мимо земли.

Важнейшее из явлений, которые могли бы обнаружить движение земли относительно эфира, это распространение электромагнитных возмущений в последнем. Землю же мы выбираем, так как на ней мы производим наши наблюдения и так как ее „абсолютная скорость относительно эфира“, буде о таковой можно говорить, превосходит скорости тел, встречающиеся на ее поверхности. Смотра по характеру электромагнитных возмущений, мы, для удобства, будем отличать явления оптические (световые) и электрические.

Движение земли за небольшой промежуток времени мы можем считать прямолинейным и равномерным. Ее скорость v примем равную 30 км. в секунду, между тем как скорость c распространения электромагнитного возмущения в эфире, или, как мы для краткости будем выражаться, скорость света, равна 300 000 км. в сек. Отсюда следует:

$$\frac{v}{c} = 10^{-4}, \quad \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 10^{-8} \dots \dots \dots (8)$$

Вводим выражение, см. гл. IV, § 7,

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \beta = 1 - 5 \cdot 10^{-9} \dots \dots \dots (8, a)$$

Влияние движения земли на оптические и электрические явления должно, говоря теоретически, обнаружиться изменением численных значений некоторых измеряемых величин и не трудно сообразить, что это изменение должно быть функцией отношения $v:c$. Если оно пропорционально $\frac{v}{c}$ или $\frac{v^2}{c^2}$, то мы соответственно говорим о влиянии первого или второго порядка. Числа (8) показывают, что в тех явлениях, в которых теория дает влияние второго порядка, мы лишь в редких случаях могли бы надеяться обнаружить это влияние на опыте.

§ 3. Часть опытная. Гипотеза Fitzgerald'a и Lorentz'a. Местное время Lorentz'a. Различными учеными было произведено весьма большое число опытных исследований, имевших целью обнаружить влияние движения земли на совершающиеся на ее поверхности оптические и электрические явления. Обзоры всех сюда относящихся работ составили Laub (1910, приведена вся литература) и Бурсиан (1912). К этим обзорам отсылаем читателей, так как мы здесь должны ограничиться кратким перечнем наиболее важных работ.

Обращаемся прежде всего к тем исследованиям, в которых ожидалось влияние первого порядка, т. е., см. (8), порядка 10^{-4} ; можно было

ожидать, что такое влияние на измеряемые величины обнаружить не трудно. Однако, оптические исследования, которые произвели Fizeau (1861), Klinkerfues (1870), Hagen (1902), Ketteler (1872), Mascart (1872 и 1874), Rayleigh (1902), Nordmeyer (1903), Brace (1905), Strasser (1907) и Smyth (1902), а также электрические, которыми занимались Röntgen (1885), Des Coudres (1889), Trouton (1902) и Koenigsberger (1905) дали отрицательные результаты. Никакого влияния движения земли на наблюдавшиеся явления, т. е. на измеряемые при этом величины не обнаружилось. Основная мысль всех этих исследований может быть характеризована приблизительно следующим образом. Наблюдается оптическое или электрическое явление, протекающее в некотором определенном направлении, сперва, когда это направление, в данный момент, параллельно движению земли вокруг солнца, а потом когда оно прямо противоположно, или к нему перпендикулярно. Если эфир неподвижен и если существует „абсолютное“ движение земли относительно эфира, то должна быть заметна разница в численных значениях некоторых величин, характерных для наблюдаемого явления. В виде примера укажем вкратце на некоторые из этих работ.

Ketteler наблюдал интерференцию двух лучей, прошедших в противоположных направлениях через две почти друг другу параллельные трубки с водою, установленные параллельно направлению движения земли. При вращении всего прибора (напр., на 90° или на 180°) не происходило никакого смещения интерференционных полос, хотя следовало бы ожидать изменения числа волн в каждом из двух лучей, т. е. их оптической разности хода.

Fizeau пропускал поляризованный луч через наклонно к нему поставленную плоскопараллельную пластинку; при этом плоскость поляризации вращается на некоторый угол, зависящий от показателя преломления пластинки, т. е. от скорости распространения в ней света (т. II, Лучистая энергия, гл. XV, § 5). Величина вращения должна зависеть от направления луча относительно направления движения земли. Fizeau нашел небольшое изменение угла вращения при перемене направления, но опыты Brace'a и Strasser'a показали, что никакого изменения не происходит. То же самое показали Mascart и Rayleigh относительно естественного вращения плоскости поляризации (т. II, гл. XVIII).

Всякий электрический заряд, движущийся вместе с землею, должен представлять конвекционный ток и потому должен быть окружен магнитным полем. Röntgen доказал, что такого поля не существует.

Des Coudres поместил как раз в середине между двумя одинаковыми катушками *A* и *B*, через которые проходил постоянный ток в противоположных направлениях, третью катушку *C*, соединенную с чувствительным гальванометром, так что при перемене направления тока не обнаружилось в гальванометре никакого индукционного действия. При этом направление от *A* к *B* совпадало с направлением движения земли. При поворачивании всего прибора на 180° также не обнаружи-

валось индукционного действия, хотя следовало ожидать такого же действия, какое появилось бы при уменьшении расстояния AC и при одновременном увеличении расстояния BC на относительную величину $v:c$.

Отрицательному результату выше перечисленных опытов, однако, не придавалось решающего значения для разбираемого, фундаментального для всей науки, вопроса о движении земли относительно эфира. Переходим к тем четырем исследованиям, которые послужили исходною точкою и главною основою того учения об относительности, которому посвящена настоящая статья. Сюда относятся, прежде всего, классическая работа Michelson'a (1881), которую повторили Michelson и Morley (1887), а затем Morley и Miller (1904). Она вызвала споры, в которых приняли участие Lodge (1898), Sutherland (1900), Lüroth (1909), Debye (1909), Kohl (1910), Laue (1910) и др. Окончательно выяснилось, что добытые Michelson'ом результаты несомненно справедливы. Далее, сюда же относятся имеющие совершенно другой характер исследования, которые произвели Rayleigh (1902), Brace (1904), Trouton и Noble (1903) и, наконец, Trouton и Rankine (1908). Эти четыре работы мы теперь и рассмотрим.

I. Опыт Michelson'a мы уже назвали классическим; весьма подробное описание этого опыта можно найти в книге Michelson'a, которая имеется в двух русских переводах (Майкельсон, „Световые волны и их применение“. Одесса 1912 и С.-Петербург 1912). Разберем несколько подробнее этот опыт, в котором играет главную роль интерферометр Michelson'a, описанный нами в учении о лучистой энергии (т. II, гл. XIII § 11). На рис. 113 изображен, чисто схематически, интерферометр Michelson'a; добавочные части здесь опущены. Луч, идущий от источника S , отчасти отражается в o от стеклянной, слегка посеребренной пластинки A ; он отражается от зеркала R_2 и часть его, пройдя через A попадает в зрительную трубу, находящуюся в F . Другая часть луча So проходит через A , отражается от зеркала R_1 , вновь отчасти отражается в o и также попадает в трубу F . Наблюдатель видит в F интерференционные полосы, зависящие от разности путей oR_1o и oR_2o двух лучей. Мы видели в т. II, что эти полосы могут иметь форму параллельных друг другу прямых, или концентрических кругов; но для дальнейшего это различие для нас не имеет значения. Рассматривая явление чисто геометрически, и не обращая, пока, внимания на движение всего прибора вместе с землею, мы должны сказать, что в определенном месте фокальной плоскости трубы F , появится одна из интерференционных полос, соответствующая наличной разности хода двух лучей.

Посмотрим теперь, какое влияние на картину интерференционного явления должно иметь движение всего прибора вместе с землею в неподвижном эфире. Предположим, что это движение происходит параллельно одному из направлений oR_1 или oR_2 . Расстояния oR_1 и oR_2 будем считать равными; обозначим их через l . Итак, один из интерферирующих лучей пробегает путь $2l$, чисто геометрически, по направлению

движения земли и ему прямо противоположному, другой же проходит путь $2l$ по направлению перпендикулярному к этому движению. Рассмотрим, какие же пути проходят лучи в действительности, т. е. в неподвижном эфире. Источник света мы, при этом можем себе представить находящимся в точке o .

Если источник света и зеркало, находящиеся на расстоянии l друг от друга, неподвижны относительно эфира, то путь $2l$ будет пройден во время

$$t = \frac{2l}{c} \dots \dots \dots (9)$$

Положим, что источник и зеркало движутся по направлению прямой, их соединяющей, со скоростью v относительно эфира. Ясно, что один

Рис. 113.

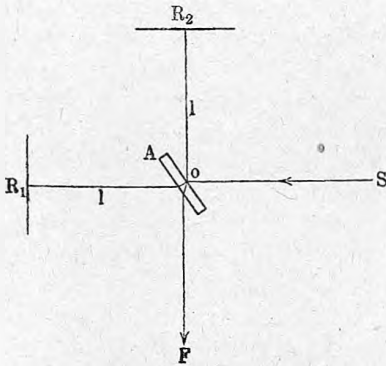
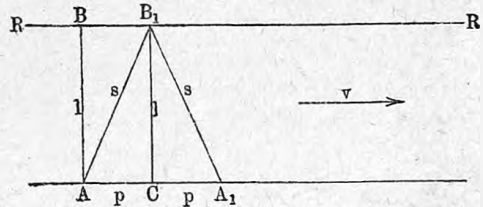


Рис. 114.



путь l будет пройден со скоростью $c + v$, другой со скоростью $c - v$. Для распространения света туда и обратно потребуется время

$$t_1 = \frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{2lv}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \beta^2} \dots \dots \dots (10)$$

Принимая во внимание, что $v^2 : c^2$ малая дробь 10^{-8} , мы можем написать

$$t_1 = \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \dots \dots \dots (11)$$

Перейдем к случаю, когда источник света A (рис. 114) и зеркало RR движутся со скоростью v по направлению, перпендикулярному к прямой $AB = l$, где $AB \perp RR$. Когда луч после отражения возвратится к источнику, этот последний уже будет находиться в другом месте, напр., в A_1 . Отсюда следует, что к источнику возвратится луч, упавший на зеркало несколько наклонно и прошедший путь AB_1A_1 . Пусть $AB_1 = B_1A_1 = s$, $AC = CA_1 = p$. В одинаковое время свет проходит путь $2s$ со скоростью c , а источник путь $2p$ со скоростью v ; отсюда ясно, что $p : s = v : c$, т. е. $p = \frac{vs}{c}$. Далее, мы имеем и $s^2 = l^2 + p^2 = l^2 + \frac{s^2v^2}{c^2}$; отсюда

$$s = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Время t_2 , в течение которого свет проходит путь $2s$, равно

$$t_2 = \frac{2s}{c} = \frac{2l}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{\beta} \dots \dots \dots (12)$$

или

$$t_2 = \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) \dots \dots \dots (13)$$

Мы видим, что $t_1 > t_2 > t$, и что

$$t_1 - t_2 = \frac{l}{c} \cdot \frac{v^2}{c^2} \dots \dots \dots (14)$$

Итак, вследствие движения всей системы, времена прохождения света от источника до зеркала и обратно, в двух взаимно перпендикулярных направлениях, делаются неодинаковыми. Это соответствует возникновению оптической разности хода, содержащей столько длин волны λ , сколько раз время одного периода T светового колебания содержится в разности $t_1 - t_2$. При поворачивании всего интерферометра на 90° , мы меняем знак этой разности, что соответствует введению двойной разности хода. Пусть N число полос, на которые при этом должна сместиться вся система полос; тогда

$$N = \frac{2(t_1 - t_2)}{T} = \frac{2l}{cT} \cdot \frac{v^2}{c^2} = \frac{2l}{\lambda} \cdot \frac{v^2}{c^2} \dots \dots \dots (15)$$

так как длина волны $\lambda = cT$. Формула (15) показывает, что ожидаемое смещение интерференционных полос есть величина малая, второго порядка. Michelson никакого смещения полос не заметил. Он повторил свои опыты совместно с Morley'ем, при чем они пользовались улучшенной установкою, при которой лучи проходили более длинный путь, многократно отражаясь несколькими зеркалами. При этом было $l = 2200$ см., $\lambda(N\lambda) = 5,9 \cdot 10^{-5}$ см.; (15) и (8) дают $N = 0,37$. В действительности оказалось, что N не более 0,02. Наконец, в опытах, которые произвели Morley и Miller, теория давала $N = 1,5$, между тем как наблюдаемое N не превышало 0,0076. О полемике, возникшей из-за этих опытов, уже было упомянуто выше. Не подлежит ни малейшему сомнению, что при обстановке опыта Michelson'a не обнаруживается ожидаемого влияния движения земли в неподвижном эфире, хотя аналогичные опыты в области звуковых явлений несомненно указали бы нам на относительное движение наблюдателя и воздуха.

Fitzgerald и Lorentz предложили, независимо друг от друга, новую, весьма смелую гипотезу для объяснения несогласия описанных опытов с ожидаемыми по теории результатами. Они предположили, что для всякого тела те линейные его размеры, которые параллельны его движению в эфире, претерпевают, исклю-

чительно только вследствие этого движения, сокращение в отношении единицы к $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, т. е. $1 : \beta$. Итак, пусть l линейный размер покоящегося тела, или движущегося по направлению, перпендикулярному к l . Если, в первом случае, привести тело в движение, а во втором — повернуть его на 90° , так чтобы l получило направление движения, то длина l превращается в

$$l' = \beta l = l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = l \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) \dots \dots \dots (16)$$

Стержень, длина которого 1 м., когда он расположен перпендикулярно к направлению движения земли, укорачивается на $5 \cdot 10^{-6}$ мм. = 5μ , если его повернуть на 90° . Шар, при движении, превращается в сплюснутый по направлению движения эллипсоид вращения Heaviside'a. (гл. IV, § 8). Легко понять, что эта гипотеза вполне объясняет результат опытов Michelson'a. Длина $l = oR_2$ (рис. 113), перпендикулярная направлению движения земли, остается неизменной, а потому формула (12) для t_2 также остается справедливой. Но длина $l = oR_1$ превращается в $l' = \beta l$, так что (10) дает теперь

$$t_1 - \frac{2l'}{c} \cdot \frac{1}{\beta^2} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{\beta}$$

Сравнивая это с (12), мы видим, что $t_1 = t_2$ и никакого смещения полос уже не приходится ожидать, при поворачивании всего прибора Michelson'a на 90° . Сокращению длины подвергается здесь та каменная плита, на которой был установлен интерферометр. Morley и Miller (1905) желали узнать, не играет ли здесь некоторую роль материал тела. Они повторили опыт, установив прибор на деревянной плите; результат получился прежний, отрицательный.

Рассмотренная гипотеза должна казаться странною и даже мало вероятною. Однако, Lorentz указывает на следующие соображения, которые делают ее более правдоподобной. Допустим, что атомы тел состоят, главным образом, или даже исключительно, из электронов, и что силы сцепления, определяющие собою условия внутреннего равновесия атомов, а след. и форму всего тела, имеют отчасти или даже исключительно электромагнитный характер. При движении тела, т. е. входящих в его состав электронов, происходит деформация внутренних электромагнитных полей, меняются силы сцепления и потому нарушаются условия равновесия. Устанавливается новое равновесие, при котором размеры тела и меняются согласно формуле (16).

II. Опыты Rayleigh'a и Brace'a. Эти опыты были произведены для проверки одного из возможных следствий гипотезы Fitzgerald'a и Lorentz'a. Если допустить, что форма электронов при их движении не меняется, то одностороннее сокращение размеров тела должно в нем вызвать оптическую анизотропию, а след. и двойное лучепреломление (т. II, Лучистая энергия, гл. XVI), Rayleigh (1902) помещал трубки с водою, или с сероуглеродом между скрещенными николями, но никаких

следов двойного лучепреломления не заметил, когда поворачивал трубку на 90° ; такой же отрицательный результат дал столб стеклянный. Врасе (1904) повторил эти опыты с водою и со стеклом, пользуясь лучшею установкою, при которой лучи проходили в воде путь длиною 28,5 м.; но и он нашел, что замедление луча не превышало величины порядка $7 \cdot 10^{-13}$, хотя ожидалась величина порядка 10^{-8} .

III. Опыт Trouton'a и Noble. К одному концу горизонтального стержня унифиляра (т. I) прикреплен конденсатор; на другом конце находится противовес. Угол между направлением движения земли и нормалью к пластинкам конденсатора обозначим через α . Теория Abraham'a приводит к результату, что на конденсатор действует пара сил, момент M которой равен

$$M = \frac{U}{c^2} v^2 \sin 2\alpha \dots \dots \dots (17)$$

где U энергия заряженного конденсатора. Наибольшее значение M получается при $\alpha = 45^\circ$. Однако, Trouton и Noble (1903) никакого вращения не заметили. Lorentz объяснил этот результат теми изменениями размеров прибора, о которых говорит его гипотеза.

IV. Опыт Rankine'a и Trouton. Гипотеза Fitzgerald'a и Lorentz'a заставляет ожидать, что сопротивление r прямой проволоки зависит от ее положения относительно направления движения земли. Если ее длина параллельна v , то она должна укоротиться и r должно уменьшиться; если же она перпендикулярна к v , то она должна сделаться тоньше, и потому r должно увеличиться. Trouton и Rankine (1908) устроили весьма чувствительный мост Витстона, в котором две противоположные ветви были параллельны v , две другие — перпендикулярны к v . Вся установка могла быть легко поворачиваема на 90° . При таком вращении не замечалось в сопротивлении относительного изменения равного $5 \cdot 10^{-10}$, хотя ожидалось изменение порядка 10^{-8} .

Мы рассмотрели важнейшие из тех опытов, которые играли роль при возникновении и развитии нового принципа относительности, а также гипотезу Fitzgerald'a и Lorentz'a, которая была предложена для объяснения их результатов. Чтобы полнее обрисовать содержание научной мысли в момент возникновения принципа относительности, мы рассмотрим еще остроумную идею Lorentz'a о местном времени. Дело в том, что уравнения электромагнитного поля меняют свою форму, когда мы, при помощи уравнений (4) или (5), переходим от неподвижной системы S к подвижной S' . К этому вопросу мы возвратимся ниже. Lorentz показал, однако, что пренебрегая малыми величинами второго порядка ($v^2 : c^2$), можно сделать переход от S к S' без изменения вида уравнений электромагнитного поля, если для движущейся системы ввести некоторый своеобразный счет времени. Пусть t есть время в неподвижной системе S , и положим, что в момент времени $t = 0$ координатные оси систем S и S' совпадают; далее, предположим, что скорость v системы S' параллельна осям x и x' . Тогда следует

ввести в точках системы S' особое время t' , определяемое формулою

$$t' = t - \frac{vx}{c^2} \dots \dots \dots (18)$$

и относящиеся к тому самому моменту, когда во всех точках неподвижной системы S время равно t . Формула (18) показывает, что каждая точка системы S' имеет свой счет времени, обладает своим „местным временем“. Чем дальше точка системы S' находится от неподвижного начала координат системы S , тем более ее местное время отличается от времени t системы S .

Мысль о местном времени t' может быть разъяснена следующими соображениями. Положим, что в момент $t = 0$ выходит из начала координат световой сигнал; спрашивается: когда этот сигнал дойдет до той точки M системы S' , координата которой при $t = 0$ равнялась x ? Наблюдатель в S скажет, что это время равно

$$t = \frac{x}{c} + \frac{\xi}{c} \dots \dots \dots (18, a)$$

где ξ тот путь, который успела пройти точка M за время распространения сигнала до нее. Очевидно $\xi = x = v : c$, откуда

$$t = \frac{x}{c} + \frac{vx}{c^2} \dots \dots \dots (18, b)$$

Наблюдатель же, связанный с S' и не замечающий своего движения, скажет, что сигнал прошел расстояние x во время

$$t' = \frac{x}{c} \dots \dots \dots (18, c)$$

Из (18, b) и (18, c) и получается формула (18). Весьма важно заметить, что Lorentz не придавал формуле (18), и самой мысли о местном времени, никакого реального значения. Выражение (18) имеет для него чисто формальный, математический характер. Введение местного времени t' служит у него только для того, чтобы уравнения электромагнитного поля в известных пределах сохранили свой вид при переходе от неподвижной системы S к подвижной S' .

Формулы (16) и (18) являются результатом пренебрежения величинами второго порядка в формулах более точных и сложных, которые были выведены Lorentz'ом и получили название преобразования Lorentz'a, в параллель к Ньютоновским преобразованиям, которые выражаются формулами (4). С этими формулами Lorentz'a мы познакомимся в следующем параграфе.

§ 4. Принцип относительности. Идеи Einstein'a. Классическая работа Einstein'a появилась в 1905 г. Ею вызвана необозримо громадная литература, а то значение, которое она имеет, и тот переворот, который она пытается произвести во всей физике и во всех самых основных и элементарных представлениях, были характеризованы выше.

В теории относительности Einstein'a стоит на первом плане совершенно новое и, с первого взгляда, непостижимо странное представление о времени. Требуется не мало усилий и продолжительная работа над самим собою, чтобы с ним свыкнуться. Но еще несравненно труднее принять те многочисленные следствия, которые вытекают из принципа относительности и которые относятся ко всем, без исключения, отделам физики. Многие из этих следствий явно противоречат тому, что принято называть, хотя и далеко не всегда с достаточной мотивировкою, „здоровым смыслом“. Их можно назвать парадоксами нового учения и мы с некоторыми из них познакомимся ниже. Приступаем к тому выяснению основ нового учения, которое для учебника важнее самого колоссального здания, ныне воздвигнутого на этих основах.

Мы видели, что все попытки обнаружить на опытах влияние движения земли через неподвижный эфир дали отрицательный результат, и мы познакомились с гипотезою Fitzgerald'a и Lorentz'a, предложенной для объяснения этого факта, а также с „местным временем“ Lorentz'a.

Переходим к идеям Einstein'a относительно времени, которые можно формулировать так: **никакого абсолютного времени вообще не существует.** Местное время Lorentz'a не есть математическая фикция, не выражает чего-либо чисто формального, служащего для преобразования некоторых дифференциальных уравнений, но имеет реальное значение, как истинное для данной системы время. Каждая из двух движущихся друг относительно друга систем S и S' фактически имеет свое время, воспринимаемое и измеряемое наблюдателем, который с этою системою движется, аналогично тому, как каждая из точек одной и той же системы имеет в ней свои координаты, также воспринимаемые и измеряемые наблюдателем.

Понятия об одновременности, в общем смысле, не существует. Два события, которые происходят в различных местах могут для наблюдателя в S казаться одновременными (время t), между тем как для наблюдателя в S' они происходят в различные времена t_1' и t_2' . Возможно, что для S одно явление происходит раньше, а для S' позже другого. К такому новому представлению о времени, повидимому, еще не так трудно привыкнуть. Гораздо хуже обстоит дело с многочисленными другими парадоксами, к которым приводит теория относительности. С этими парадоксами мы познакомимся в следующем параграфе; теперь же мы считаем полезным перечислить ряд положений, которые получились, как следствия теории относительности, принятой в полном ее объеме, или возникли в тесной с нею связи. Они не относятся к „парадоксам“, но все они коренным образом меняют наши основные представления и построенное на них мировоззрение.

1. Эфир не существует.

2. От законов движения, данных Ньютоном (т. I), следует отказаться, а потому и почти от всей Ньютонской механики, которою жила и шталась физика в течение двух столетий. Эти законы представляют

лишь первые приближения к действительным, гораздо более сложным законам.

3. Понятие о пространстве, отдельно взятое, не имеет никакого смысла. Только совокупность пространства и времени представляет реальность.

4. Никакая относительная скорость не может превышать скорости света c . Это относится как к движущимся телам, так и к распространяющимся сигналам. Скорость c играет, таким образом, в нашем мире совершенно исключительную роль; это величина предельная; ее можно назвать критической скоростью.

5. Энергия обладает инертной массой; она аналог материи, и возможны превращения того, что мы называем массой весомой материи в массу энергии и обратно.

6. Энергия может иметь самостоятельное существование, независимо от какого-либо материального, в самом общем смысле слова, субстрата. Она может испускаться и поглощаться телами и распространяться в пространстве, которое абсолютно пусто в самом буквальном смысле слова.

7. Энергия может иметь атомное строение. Это относится, прежде всего, к лучистой энергии (см. одну из следующих глав). Пункты 5 и 6, вместе взятые, представляют возвращение к теории истечения (к теории Ньютона), хотя и в измененной форме.

8. Следует отличать геометрическую форму тела от его кинематической формы. Выясним это положение и, кстати, введем те обозначения, которыми мы далее будем пользоваться. Допустим, как прежде, что имеются две системы S и S' ; в каждой из них расположены координатные оси. Координаты и время в S суть x, y, z, t , в S' они x', y', z', t' . Начала координатных осей O и O' совпадают в момент, когда в них $t = t' = 0$; оси x и x' совпадают, оси y и y' , а также z и z' друг другу параллельны. Системы обладают прямолинейным и равномерным, относительным движением по направлению осей x и x' . Скорость системы S' относительно S равна $+v$; скорость системы S относительно S' равна $-v$. Положим, что в системе S' находится покоящееся в ней тело P , точки которого в S' обозначим через M' . Совокупность точек M' в S' дает геометрическую форму тела P в S' , воспринимаемую наблюдателем в S' . В любой момент времени t (системы S) точки M' совпадают с определенными точками M системы S . Совокупность этих точек M в S и дает кинематическую форму тела P в S , воспринимаемую наблюдателем в S . Весьма важно заметить, что все точки M' находятся в точках M в одно и то же время t для наблюдателя в S , но в неодинаковые времена t' для наблюдателя в S' .

Переходим, наконец, к более точной формулировке основ теории Einstein'а. Повторим еще раз, что не удалось путем опытов обнаружить прямолинейного и равномерного движения земли через эфир. Сущность теории Einstein'а заключается в замене слов „не

удалось“ словами „не может удасться“. По существу эта замена совершенно изменяет смысл и значение приведенных слов.

„Не удалось“ — это исторически сложившийся факт, это неожиданный результат многочисленных опытных исследований. Этот факт можно постараться объяснить, напр., путем введения каких-либо новых гипотез, вроде гипотезы Fitzgeral'd'a и Lorentz'a.

„Не может удасться“ — это априорно выставленная аксиома, это постулат, положенный в основу нового миропонимания. Ни о каком его доказательстве, ни о какой попытке его объяснения не может быть и речи. Приняв его, мы должны на нем, как на главном фундаменте, построить физику; мы должны постараться вывести всевозможные вытекающие из него следствия, и, если это окажется возможным, проверить на опытах справедливость полученных выводов.

Einstein построил свое учение на двух постулатах. Первый из них мы можем так формулировать: Мир, в котором мы живем, так устроен, что никакими наблюдениями, произведенными в произвольной системе S , напр., на земле, нельзя обнаружить прямолинейного и равномерного движения этой системы, и, тем более, нельзя определить скорости этого движения.

Иначе выражаясь: Законы явлений, происходящих в любой системе, не зависят от этой системы, если только она не обладает ускорением.

Между величинами x, y, z, t в S и величинами x', y', z', t' в S' существует связь, зависящая от относительной скорости v систем S и S' .

Формулы, выражающие законы явлений в S , не меняют своего вида, если перейти к S' , преобразовывая их путем введения x', y', z', t' вместо x, y, z, t .

Принцип относительности Einstein'a представляет обобщение принципа относительности Ньютона, относящегося к чисто механическим явлениям, на все вообще физические явления, включая сюда и явления электромагнитные.

Второй постулат Einstein'a гласит: Где при каких бы условиях не измерялась скорость света, для нее всегда получается одна и та же численная величина c .

Это означает, во-первых, что наблюдатели в S и в S' получают одинаковую величину c . Положим, во-вторых, что A и B все точки одной и той же системы S . Время (этой системы) распространения света от A до B равно времени распространения света от B до A , каково бы ни было неускоренное движение системы S .

Второй постулат дает возможность установить понятие об одновременности двух событий, происходящих в двух точках A и B одной и той же системы S . Положим, что $AB = l$ и что в момент, когда совершается какое-либо событие в A , выходит из A световой сигнал. Если он приходит в B спустя время $l:c$ после того как в B совершилось другое событие, то для системы S события в A и B происходили одновременно, т. е. в одно и то же время t .

Второй постулат приводит еще к такому выводу. Положим, что в S и S' находятся наблюдатели A и A' , и что в момент, когда они находятся в одном и том же месте (рядом), в этом месте производится световой сигнал, распространяющийся во все стороны. Надо бы ожидать, что „покоящийся“ наблюдатель найдет, что он неизменно остается в центре той сферы, до точек которой в данный момент дошел сигнал; но наблюдатель, „движущийся со скоростью v “, замечает, что он окружен сферой, радиус которой увеличивается со скоростью c , между тем как центр сферы отодвигается от него со скоростью v . Второй постулат приводит к парадоксальному результату, что оба наблюдателя неизменно находятся, каждый отдельно, в центре расширяющегося шара, какова бы ни была относительная скорость v наблюдателей, напр., и в случае $v = 0,99 c$. Этот парадокс является следствием того, что наши два наблюдателя пользуются различным счетом времени.

Мы указали, что Einstein вводит два постулата. Однако, Planck (Sechs Vorlesungen и т. д., 1910), Кордыш (1911), Игнатовский (v. Ignatowsky, 1911), Franck и Rothe (1911) и др. полагают возможным ограничиться одним первым постулатом, рассматривая второй, как частный случай, или как прямое следствие первого.

Переходим к выводу основных формул принципа относительности; это те формулы, которые связывают величины x, y, z, t системы S с величинами x', y', z', t' системы S' . Расположение осей двух систем было нами указано. Вывод формул основан на следующих положениях:

1. x', y', z', t' суть линейные функции от x, y, z, t . Другая, более сложная зависимость приводит к противоречивым результатам, как доказал, напр., Кордыш (1911). Можно ожидать, что при малом v : с эти функции примут вид (4), так как мы знаем, что все выводы, основанные на (4), оправдываются на деле.

2. Коэффициенты линейных зависимостей могут быть только функциями относительной скорости v .

3. Величины x, y, z, t должны выражаться теми же самыми линейными функциями от x', y', z', t' , с тою только разницею, что в коэффициентах стоит $-v$ вместо $+v$.

4. Второй постулат дает нам следующее. Представим себе, что в момент, когда начала координат O и O' совпадают, выпускается из них световой сигнал. Наблюдатели в S и S' замечают одинаковую скорость c света; поэтому мы имеем $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$ и $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$. Первый постулат говорит, что, при переходе от S к S' или обратно, формулы, выражающие законы явлений, не меняют своего вида. Это дает нам тождество

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \dots (19)$$

5. Установленное нами взаимное расположение координатных осей показывает, что плоскости xz и xy постоянно совпадают с плоскостями $x'z'$ и $x'y'$. Отсюда следует, что мы имеем сопряженные выражения:

при всех y и $z \dots x' = 0$ и $x = vt \dots (20)$

„ „ x, z и $t \dots y' = 0$ и $y = 0 \dots (20, a)$

„ „ x, y и $t \dots z' = 0$ и $z = 0 \dots (20, b)$

Положение 1 показывает, что мы имеем 16 коэффициентов, которые суть функции от v . Однако, остальные положения уменьшают, прежде всего, их число до семи, а затем до трех. Формулы (20, a) и (20, b) показывают, что x' не зависит от y и z , что y' не зависит от x, z и t , и что z' не зависит от x, y и t . Кроме того, связь между y и y' должна быть одинакова со связью между z и z' , так как направление осей y и z произвольное, и они могут обменяться местами. Остаются семь коэффициентов:

$$x' = bx + ht \dots (21)$$

$$y' = ay \dots (21, a)$$

$$z' = az \dots (21, b)$$

$$t' = kx + py + qz + nt \dots (21, c)$$

Пусть $a = \varphi(v)$, так что $y' = \varphi(v)y$; связь от знака v не зависит, а потому $\varphi(v) = \varphi(-v)$. Положение 3 дает $y = \varphi(-v)y'$, так что $y = \varphi(v) \cdot \varphi(-v)y'$, т. е. $\varphi(v) \cdot \varphi(v) \cdot \varphi(-v) = 1$. Ясно, что $\varphi(v) = a = 1$, так что

$$\left. \begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

Далее, (20) дает $bx + ht = b \left(x + \frac{h}{b}t \right) = v$ при $x = vt$; след., $h = -bv$, т. е.

$$x' = b(x - vt) \dots (22, a)$$

Подставим (21, c), (22) и (22, a) в (19); получается

$$b^2(x - vt)^2 + y^2 + z^2 + c^2(kx + py + qz + nt)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 \dots (22, b)$$

Здесь y^2 и z^2 сокращаются; с правой стороны нет членов, содержащих xy, xz, yz, yt и zt , поэтому $p = q = 0$. Остается

$$b^2x^2 - 2b^2vxt + b^2v^2t^2 - c^2k^2x^2 - 2c^2knxt - c^2n^2t^2 = x^2 - c^2t^2 \dots (22, c)$$

В (22, a) и (22, c) остались три коэффициента b, n и k . Выражение (22, c) должно быть тождеством; сравнивая коэффициенты при x^2, xt и t^2 , получаем как раз три уравнения

$$b^2 = c^2k^2 + 1 \dots (23)$$

$$b^2v = -c^2kn \dots (23, a)$$

$$b^2v^2 = c^2n^2 - c^2 \dots (23, b)$$

(23, a) дает

$$k = -\frac{b^2v}{c^2n} \dots (23, c)$$

Вставив (23,с) в (23), получаем

$$n^2 = \frac{b^4 v^2}{c^2 (b^2 - 1)} \dots \dots \dots (23, d)$$

Это мы вставляем в (23,б); получается, см. (8,а),

$$b = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\beta} \dots \dots \dots (24)$$

Затем (23,д) и (23,с) дают

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\beta} \\ k &= -\frac{v}{c^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{v}{c^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24, a)$$

Вставляя, наконец, (24) и (24,а) в (22,а) и (21,с), где $p = q = 0$, и присоединяя (22), получаем знаменитые формулы преобразования Lorentz'a (см. конец § 3):

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{1}{\beta} (x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{1}{\beta} \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \\ \beta &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (25)$$

Эти формулы составляют основу теории относительности Einstein'a. Они вызывают, прежде всего, следующие замечания.

1. Когда v весьма мало сравнительно с c , мы имеем $\beta = 1$ и (25) превращаются в (4) стр. 353, т. е. преобразования Lorentz'a переходят в преобразования Ньютона.

2. Если решить (25) относительно x, y, z и t , то получается

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{\beta} (x' + vt') \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{1}{\beta} \left(t' + \frac{vx'}{c^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (25, a)$$

Таким образом положение 3, которым мы уже воспользовались при выводе равенств (22), оказывается удовлетворенным. Системы S и S' играют совершенно одинаковую роль; ни одна из них не имеет преимущества перед другой. Переход зависит исключительно только от их относительной скорости $\pm v$.

3. Сущность дела заключается в первой и четвертой из формул (25), т. е.

$$x' = \frac{1}{\beta}(x - vt) \dots \dots \dots (25, b)$$

$$t' = \frac{1}{\beta} \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \dots \dots \dots (25, c)$$

Эти две формулы и составляют тот фундамент, на котором построено огромное новое учение, построена новая физика, и из которого вытекают все те удивительные, отчасти парадоксальные следствия, которыми так богато это учение. Надо стараться вдуматься в эти две формулы, освоиться с ними, тщательно вытравляя из своих мыслей все то, к чему мы привыкли, и что нам кажется очевидным. Так как координаты y и z никакой особой роли не играют, то проще всего рассматривать только точки $y = 0$, $z = 0$, лежащие на совпадающих осях Ox и $O'x'$, при чем O и O' обладают относительной скоростью $\pm v$.

Формула (25, b) означает следующее. В некоторый момент точки M и M' систем S и S' совпадают. Наблюдатель A в S находит, что расстояние $OM = x$ и заключает, что расстояние $O'M' = x - vt$, так как $OO' = vt$. Но наблюдатель A' в S' измеряет расстояние $O'M'$ и находит его равным x' , т. е. в $1 : \beta$ раза больше. Это следует принять, как факт, не подлежащий ни объяснению, ни даже разъяснению, как свойство мира, в котором мы живем.

Несравненно парадоксальнее формула (25, c). Когда O и O' совпадали, мы имели в точках $x = 0$ и $x' = 0$ времена $t = 0$ в S , и $t' = 0$ в S' . Наблюдатель A_0 в $O(x = 0)$ полагает, что когда во время t точка M'_0 системы S' совпадает в O , то и наблюдатель A'_0 в M'_0 имеет время t . В действительности, он имеет время $t' = t : \beta$.

Далее, наблюдатели $A_1, A_2, A_3 \dots$ в S полагают, что когда в точках $M_1, M_2, M_3 \dots$, в которых они находятся, имеется одинаковое время t , то и в точках $M'_1, M'_2, M'_3 \dots$ системы S' , которые одновременно (время t в S) совпадают с $M_1, M_2, M_3 \dots$, имеется, по крайней мере, одинаковое время. В действительности, и это неверно: наблюдатели $A'_1, A'_2, A'_3 \dots$ в $M'_1, M'_2, M'_3 \dots$ имеют различные времена t' , зависящие от расстояний $OM_i = x$ и определяемые формулою (25, c). Чем дальше M отстоит от O , тем более отличается время t' в M'_i от времени t в M_i . Наблюдатели A'_i полагают, поэтому, что их точки M'_i неодновременно совпадают с точками M_i . Этим фактом наиболее ясно иллюстрируется утверждение, что абсолютного времени не существует, и что каждая из систем S и S' имеет свое особое время.

§ 5. Следствия, вытекающие из принципа относительности. В этом параграфе мы приведем некоторые из важнейших следствий принципа относительности, далеко не исчерпывая даже перечня вопросов, относящихся к этой необъятной области.

1. Предельная скорость. Относительная скорость v двух систем никогда не может превышать скорости c света в пустоте, которая есть

предельная относительная скорость. Действительно, при $v > c$ величина β в (25) делается мнимой, и даже случай $v = c$ приводит к результатам, явно невозможным. Мы укажем ниже, что и сигналы не могут распространяться относительно какой бы то ни было системы со скоростью, которая превышает c .

II. Эфир. В настоящее время (1912) вопрос о существовании эфира является одним из самых жгучих. Борьба за и против существования эфира ведется сильная, иногда резкая. Против эфира высказывались Einstein, Planck, Laue, Corbino, Campbell и др., за него Lorentz, Гольдгаммер, Wiechert, Lenard, Helm, Weinstein и др. Ясно, что нельзя допустить существование эфира, если принять принцип относительности во всем его объеме, т. е., прежде всего, считать несуществующими абсолютный покой и абсолютное движение, и даже самые эти понятия считать неимеющими смысла. Другое дело, если, приняв постулаты Einstein'a, считать их, как выражения свойств нашего мира, включая сюда и эфир, а может быть и нашей психики, поскольку от нее зависит наша восприимчивость представлений о пространстве и о времени. Helm (1911) показал, что допущение эфира, как основного и даже единственного субстрата, в котором электроны, а след., и материя, построенная из электронов, представляет места, находящиеся в особом состоянии („узлы“), непосредственно приводит к принципу относительности.

Здесь будет уместным упомянуть, что Witte доказал путем весьма глубокого и исчерпывающего анализа, что свойства электромагнитного поля ни при каких добавочных гипотезах не могут быть объяснены при помощи обычной механики, если допустить существование эфира сплошного. Допущение же эфира, обладающего атомным строением, он считает неприемлемым.

III. Результаты опытов. Отрицательные результаты опытов, описанных в § 3, не требуют никакого объяснения, если принять теорию относительности. Наоборот, положительный результат противоречил бы его основным постулатам.

IV. Длина, объем. На стр. 351 мы уже указали, что следует отличать геометрическую форму тела от кинематической. Положим, что в системе S' находится покоящийся в ней стержень, длина l' которого совпадает с осью Ox' . Концы его M'_1 и M'_2 имеют абсциссы x'_1 и x'_2 , так что $x'_2 - x'_1 = l'$ представляет геометрическую длину стержня, измеряемую наблюдателем A' в S' . Два наблюдателя A_1 и A_2 в S отмечают точки M_1 и M_2 , с которыми концы M'_1 и M'_2 в одно и то же время t совпадают. Если абсциссы точек M_1 и M_2 суть x_1 и x_2 , то $x_2 - x_1 = l$ представляет кинематическую длину стержня, измеренную наблюдателями в S . Первая из формул (25) дает

$$x'_2 - x'_1 = \frac{1}{\beta}(x_2 - x_1); \quad l' = \frac{1}{\beta}l,$$

или

$$l = \beta l' \dots \dots \dots (26)$$

Кинематическая длина меньше геометрической. Положим, теперь, что другой стержень $N_1N_2 = l$ покоится в S , при чем $x_2 - x_1 = l$. Два наблюдателя A'_1 и A'_2 в S' отмечают в одно и то же время t' , что точки N'_1 и N_2 совпадают с точками N'_1 и N'_2 , абсциссы которых x'_1 и x'_2 . Тогда $l = x_2 - x_1$, есть геометрическая (в S), а $l' = x'_2 - x'_1$ кинематическая (в S') длина стержня; (25, a) дает

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{\beta} (x'_2 - x'_1); \quad l = \frac{1}{\beta} l',$$

или

$$l' = \beta l \quad \dots \dots \dots (26, a)$$

Формулы (26) и (26, a) отнюдь не противоречат друг другу, так как счет времени t' иной, чем счет времени t . Стержень, покоящийся в одной системе, всегда кажется укороченным, если его длину измерять с другой системы, движущейся относительно первой. Способ измерения ясен из предыдущего. Укорочение, которое определяется формулами (26) и (26, a), с точностью соответствует гипотезе Fitzgerald'a и Lorentz'a, которую мы выразили формулою (16), а именно:

$$l = \beta l \quad \dots \dots \dots (26, b)$$

Разница, однако, большая. В (26, b) l есть длина стержня абсолютно покоящегося (в эфире), l' его фактическая длина, когда он движется в эфире. Между тем формулы (26) и (26, a) определяют кажущееся укорочение, получаемое наблюдателями, движущимися относительно стержня. Длины l' в (26) и l в (26, a) как бы аналогичны l в (26, b); l в (26) и l' в (26, a) аналогичны l' в (26, b). Но l' в (26) и l в (26, a) относятся к относительному покою, между тем как l в (26, b) относится к абсолютному покою.

Стержень, перпендикулярный к v , обладает одинаковою геометрическою и кинематическою длиною, как это видно из (25) и (25, a).

Покоящийся в S' шар кажется для наблюдателя в S сплюснутым эллипсоидом вращения (эллипсоидом Heaviside'a). Ось вращения, параллельная v , в β раз меньше диаметра экваториального сечения. По мере того, как v приближается к c , длина оси вращения приближается к нулю. При $v = c$ кинематическая фигура геометрического шара превращается в плоский круг.

Если V' объем тела, покоящегося в S' , то объем V , измеренный наблюдателями в S , равен

$$V = \beta V' \quad \dots \dots \dots (26, c)$$

Кинематический объем меньше геометрического. Это легко понять, если, напр., рассмотреть параллелепипед, ребра которого параллельны координатным осям.

V. Относительная скорость. Переходим к одному из парадоксальнейших следствий теории относительности; оно относится к сложению скоростей. Положим, что некоторая точка M' движется

в системе S' прямолинейно и равномерно со скоростью v' , слагаемая которой по осям x', y', z' обозначим через v'_x, v'_y, v'_z , и что во время $t' = 0$ она находилась в O' . Тогда

$$x' = v'_x t', \quad y' = v'_y t', \quad z' = v'_z t' \dots \dots \dots (27)$$

Наблюдатель A' в S' измеряет все входящие сюда величины. Наблюдатель A в S видит эту точку в каждый момент t совпадающую с некоторою точкою M системы S ; скорость точки M в S обозначим через u , ее слагаемые по осям x, y, z через u_x, u_y, u_z . Тогда

$$x = u_x t, \quad y = u_y t, \quad z = u_z t \dots \dots \dots (27, a)$$

Так как S' движется относительно S со скоростью v вдоль оси x , то мы в праве ожидать, что

$$u_x = v'_x + v, \quad u_y = v'_y, \quad u_z = v'_z \dots \dots \dots (27, b)$$

и что u есть векториальная сумма скоростей v и v' . Если v' составляет угол α' с осью x' , т. е. с v , то ожидается, что

$$u^2 = v^2 + v'^2 + 2vv' \cos \alpha \dots \dots \dots (27, c)$$

Введем, однако, в (27), вместо x', y', z', t' , их выражения (25). Вместо $x' = v'_x t'$, мы получаем

$$\frac{1}{\beta} (x - vt) = v'_x \cdot \frac{1}{\beta} \left(t - \frac{vx}{c^2} \right)$$

Отсюда

$$x = \frac{v + v'_x}{1 + \frac{vv'_x}{c^2}} t \dots \dots \dots (27, d)$$

Вместо $y' = v'_y t'$, имеем

$$y = v'_y \cdot \frac{1}{\beta} \left(t - \frac{vx}{c^2} \right).$$

Вставив сюда x из (27, d), получаем

$$y = \frac{\beta v'_y}{1 + \frac{vv'_x}{c^2}} t \dots \dots \dots (27, e)$$

и аналогичную формулу для z . Сравнив (27, d) и (27, e) с (27, a), мы находим классические формулы сложения скоростей:

$$u_x = \frac{v + v'_x}{1 + \frac{vv'_x}{c^2}} \dots \dots \dots (28)$$

$$u_y = \frac{\beta v'_y}{1 + \frac{vv'_x}{c^2}} \dots \dots \dots (28, a)$$

$$u_z = \frac{\beta v'_z}{1 + \frac{vv'_x}{c^2}} \dots \dots \dots (28, b)$$

вместо ожидавшихся формул (27, b). Повернем оси так, чтобы v' лежало в плоскости $x'O'y'$; тогда $v' = 0$ и $u_x = 0$. Пусть α' угол между v' и $O'x'$, измеряемый в системе S' ; тогда $\cos \alpha' = v_x : v$ и $\sin \alpha' = v'_y : v$. Так как v'^2 и u^2 равны сумме квадратов своих слагаемых, то (28) и (28, a) легко дают

$$u_x = \frac{v^2 + v'^2 + 2vv' \cos \alpha' - \left(\frac{vv' \sin \alpha'}{c}\right)^2}{\left(1 + \frac{vv' \cos \alpha'}{c^2}\right)^2} \dots \dots \dots (28, c)$$

вместо ожидавшейся формулы (27, c).

Правило параллелограмма скоростей дает для угла α_0 между u и Ox известную формулу

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{v' \sin \alpha'}{v + v' \cos \alpha'} \dots \dots \dots (28, d)$$

Между тем угол α между u и Ox , измеренный в системе S , определяется формулой, см. (28) и (28, a).

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{u_y}{u_x} = \frac{\beta v'_y}{v + v'_x} = \frac{\beta v' \sin \alpha'}{v + v' \cos \alpha'}$$

т. е.

$$\operatorname{tg} \alpha = \beta \operatorname{tg} \alpha_0 \dots \dots \dots (29)$$

Этот формулой наиболее наглядно иллюстрируется неприменимость правила параллелограмма скоростей. Когда $\alpha' = 90^\circ$, т. е. $v' \perp v$, то,

$$u^2 = v^2 + v'^2 - \left(\frac{vv'}{c}\right)^2 \dots \dots \dots (29, a)$$

Если в то же время $v = v'$, след., ожидаемое $\alpha_0 = 45^\circ$ и $\operatorname{tg} \alpha_0 = 1$, получается $\operatorname{tg} \alpha = \beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Особенный интерес представляет случай, когда v' имеет направление $O'x'$; тогда $v'_x = v' = v'_y = v_x = u_y = u_z = 0$ и, след., $u_x = u$; ожидается, что

$$u = v + v' \dots \dots \dots (29, b)$$

Но (28) дает

$$u = \frac{v + v'}{1 + \frac{vv'}{c^2}} \dots \dots \dots (30)$$

Этот формулой совершенно уничтожается обычное представление об относительной скорости. Когда корабль движется вдоль берега со скоростью v и на его палубе движется предмет, по тому же направлению, со скоростью v' , то скорость этого предмета, измеренная наблюдателем на берегу, не равна $v + v'$, но определяется формулой (30)! Величина u никогда не превышает c , хотя бы v и v' были произвольно близки к c . Положим $v = (1 - \alpha)c$, $v' = (1 - \alpha')c$, где α и α' произвольно малые дроби; (30) дает

$$u = \frac{2 - \alpha - \alpha'}{2 - \alpha - \beta + \alpha\beta} c < c \dots \dots \dots (30, a)$$

Положим в (30) $v = c$; получается $u = c!$ Какую бы мы скорость v' ни прибавили к скорости c , в результате получается c . Скорость c играет в физике ту же предельную роль, какую бесконечность играет в математике. Даже если $v = c$ и $v' = c$, мы получаем из (30), что $u = c$. Итак: в S движется точка O' вдоль Ox со скоростью $v = c$, т. е. наблюдатель A в S находит во время t для абсциссы точки O' величину $x = ct$. Далее, в S' движется точка M' вдоль $O'x'$ со скоростью c , т. е. наблюдатель A' в S' находит во время t' абсциссу точки M' равною $x = ct'$. Тем не менее наблюдатель A в S находит, что во время t абсцисса точки M' равна $x = ct$, т. е. что она совпадает с O' ! „Объяснение“ нужно искать в том, что в (25) величина β делается равною нулю. Это еще не все: если $v = c$ и v' , имея произвольное значение, составляет в S' произвольный угол α' с осью $O'x'$ (хотя бы $\alpha' = 90^\circ$), то все-таки $u = u_x = c$, $u_y = u_z = 0$, т. е. M' кажется наблюдателю A (в S) неподвижно совпадающим с O' !

Весьма интересно, что (30) непосредственно приводит к формуле (7,а), выражающей результат знаменитого опыта Fizeau. Вода [S'] течет относительно наблюдателя A (в S) со скоростью v . Луч распространяется в S' со скоростью $v' = c : n$, где n показатель преломления воды. Наблюдатель B в S получает скорость луча $u = c'$. Подставим эти величины в (30); получаем, в виду того, что v весьма мало сравнительно с c ,

$$c' = \frac{v + \frac{c}{n}}{1 + \frac{v}{cn}} = v + \frac{c}{n} \left(1 - \frac{v}{cn}\right) = \frac{c}{n} + \frac{n^2 - 1}{n^2} v,$$

т. е. формулу (7,а), которая оказывается лишь приближенною; при огромных v ее пришлось бы заменить приведенною точною формулою для c' . Наблюдатель A' , который стал бы внутри произвольно быстро движущейся воды определять скорость v' света, нашел бы для нее величину $v' = c : n$.

Einstein, Laue и др. доказали, что для наблюдателя A в S не только скорость тела, но и скорость какого бы то ни было сигнала не может превышать величины c . В т. II (Лучистая энергия), гл. VI, § 9 и гл. VII, § 21 мы видели, что бывают случаи, когда показатель преломления $n < 1$, и след., скорость света $c' > c$. Однако, Sommerfeld (1907) разъяснил и это кажущееся противоречие выводу теории относительности.

В предыдущем мы обстоятельно изложили сперва те соображения и факты, которые привели к новой теории, а затем и основы этой теории и некоторые из нее выводы. В дальнейшем мы должны ограничиться более кратким обзором других результатов; мы сосредоточимся на разъяснениях, опуская выводы.

VI. Принцип Допплера. Абберация. В т. I мы познакомились с принципом Допплера и вывели формулу

$$n_1 = n \frac{V + u}{V - u'} \dots \dots \dots (31)$$

в которой n число колебаний в единицу времени источника Q (звукового или светового), V скорость распространения колебаний в передающей среде (напр., воздух, эфир), u скорость наблюдателя A по направлению к Q , u' скорость источника Q по направлению к A , так что положительные u и u' соответствуют взаимному приближению источника Q и наблюдателя A ; наконец, n_1 число колебаний, воспринимаемых наблюдателем. Мы теперь несколько видоизменим обозначения. Вместо V , вставим c . Далее, мы примем QA за положительное направление всякой скорости. Пусть v скорость наблюдателя, имеющая направление продолженной прямой QA ; тогда в (31) $u = -v$; скорость источника (от Q к A) обозначим через $v' = u'$. Вместо n_1 , напомним n_0 . Тогда (31) принимает вид

$$n_0 = n \frac{c-v}{c-v'} \dots \dots \dots (31, a)$$

Как видно, v и v' играют различную роль. Когда v и v' очень малы сравнительно с c , мы получаем, вводя относительную скорость $u = v - v'$,

$$n_0 = n \left(1 - \frac{u}{c}\right) \dots \dots \dots (31, b)$$

В теории относительности не имеет смысла говорить о скоростях v и v' , как о величинах абсолютных, и в особенности об одновременных скоростях v и v' , если не вводить, кроме систем S и S' , которым принадлежат Q и A , еще третью систему S'' , относительно которой движутся Q и A , что составило бы ненужное усложнение. Мы должны отличать два случая, которые рассмотрим, вводя некоторое обобщение.

A. В системе S находится источник Q и в этой системе скорость v наблюдателя A' составляет с продолжением прямой QA угол φ . В таком случае оказывается, что

$$n_1 = n \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = n \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}{\beta} \dots \dots \dots (32)$$

При $\varphi = 0$, имеем

$$n_1 = \frac{n}{\beta} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \dots \dots \dots (32, a)$$

между тем как (31, a) дает

$$n_0 = n \left(1 - \frac{v}{c}\right) \dots \dots \dots (32, b)$$

B. В системе S находится наблюдатель A и в этой системе скорость v' источника Q составляет с прямой QA угол φ' . В этом случае

$$n_1 = n \frac{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}{1 - \frac{v'}{c} \cos \varphi'} = \frac{n \beta'}{1 - \frac{v'}{c} \cos \varphi'} \dots \dots \dots (33)$$

При $\varphi' = 0$, имеем

$$n_1 = \frac{n \beta'}{1 - \frac{v'}{c}} \dots \dots \dots (33, a)$$

между тем, как (31, a) дает

$$n_0 = \frac{n}{1 - \frac{v'}{c}} \dots \dots \dots (33, b)$$

Ясно, что при малых v или v' мы получаем формулы, одинаковые с (31, b), где u равно v или v' . Интересно сравнить (32, a) и (33, a) с (31, a).

1. При $v = c$, имеем $n_0 = 0$ и $n_1 = 0$.

2. При $v' = c$, имеем $n_0 = \infty$ и $n_1 = \infty$.

3. При $v = -c$ (наблюдатель приближается к источнику со скоростью c), имеем $n_0 = 2n$, но $n_1 = \infty$!

4. При $v' = -c$ (источник удаляется от наблюдателя со скоростью c) имеем $n_0 = \frac{1}{2}n$, но $n_1 = 0$!

Последние два случая особенно важны. Но еще важнее случай, когда движения происходят перпендикулярно к прямой QA . Старая теория дает $n_c = n$; „тангенциальная“ скорость светил не дает смещения спектральных линий. Между тем (32) дает, при $\varphi = 90^\circ$,

$$n_1 = \frac{n}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{n}{\beta} \dots \dots \dots (33, c)$$

Точно также мы получаем из (33), при $\varphi' = 90^\circ$,

$$n_1 = n \sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}} = n \beta' \dots \dots \dots (33, d)$$

Опытное подтверждение последних двух формул имело бы огромное значение. Может быть, оно удастся путем исследования светящихся потоков в разреженных газах, через которые проходят электрические разряды.

С явлением астрономической аберрации мы познакомились в т. II (Лучистая энергия, гл. III, § 3). Теория относительности приводит к следующему результату. Положим, что опять в системе S , которой принадлежит источник Q , скорость v наблюдателя A составляет угол φ с продолжением луча (нормали к волновой поверхности) QA . В таком случае в системе S' , которой принадлежит наблюдатель A , продолжение луча QA составляет со скоростью v угол φ' , который определяется формулою

$$\cos \varphi' = \frac{\cos \varphi - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi} \dots \dots \dots (34)$$

Отсюда легко получить для угла аберрации $\alpha = \varphi' - \varphi$

$$\sin \alpha = \frac{\frac{v}{c} - (1 - \beta) \cos \varphi}{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi} \sin \varphi \dots \dots \dots (34, a)$$

между тем как результат элементарной теории обычно пишется в виде:

$$\sin \alpha_0 = \frac{v}{c} \sin \varphi \dots \dots \dots (34, b)$$

При $\varphi = 0$, имеем $\alpha_0 = \alpha = 0$; при $\varphi = 90^\circ$, также

$$\sin \alpha = \sin \alpha_0 = \frac{v}{c} \dots \dots \dots (34, c)$$

VII. Электромагнитное поле. Einstein дал вывод, который мы представим в сокращенном виде, с немного измененными обозначениями. Положим, что в системе S находится электрическое поле \mathfrak{E} (\mathfrak{X} , \mathfrak{Y} , \mathfrak{Z}) и магнитное \mathfrak{H} (\mathfrak{L} , \mathfrak{M} , \mathfrak{N}); ρ плотность электричества, движущегося со скоростью u (u_x , u_y , u_z). В таком случае уравнения поля могут быть написаны, как мы видели, в такой форме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{4\pi}{c} u \rho + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} &= \text{curl } \mathfrak{H} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} &= -\text{curl } \mathfrak{E} \\ 4\pi \rho &= \text{div } \mathfrak{E} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (35)$$

Система S' движется относительно S со скоростью v по направлению осей Ox и Ox' . Уравнения (25, a) дают в системе S' формулы,

$$\left. \begin{aligned} \frac{4\pi}{c} u' \rho' + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}'}{\partial t} &= \text{curl } \mathfrak{H}' \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}'}{\partial t} &= -\text{curl } \mathfrak{E}' \\ 4\pi \rho' &= \text{div } \mathfrak{E}' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (35, a)$$

Здесь \mathfrak{E}' и \mathfrak{H}' определяются слагаемыми

$$\mathfrak{X}' = \mathfrak{X}; \quad \mathfrak{Y}' = \frac{1}{\beta} \left(\mathfrak{Y} - \frac{v}{c} \mathfrak{N} \right); \quad \mathfrak{Z}' = \frac{1}{\beta} \left(\mathfrak{Z} + \frac{v}{c} \mathfrak{M} \right) \dots \dots \dots (35, b)$$

$$\mathfrak{L}' = \mathfrak{L}; \quad \mathfrak{M}' = \frac{1}{\beta} \left(\mathfrak{M} + \frac{v}{c} \mathfrak{Z} \right); \quad \mathfrak{N}' = \frac{1}{\beta} \left(\mathfrak{N} - \frac{v}{c} \mathfrak{Y} \right) \dots \dots \dots (35, c)$$

$$\rho' = \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{v u_x}{c^2} \right) \rho \dots \dots \dots (35, d)$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \dots \dots \dots (35, e)$$

$$u'_y = \frac{\beta u_y}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}; \quad u'_z = \frac{\beta u_z}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \dots \dots \dots (35, f)$$

Последние три выражения легко получаются из (28), (28,a) и (28,b). Уравнения (35,a) по форме тождественны с (35) и мы получаем результат: Преобразования Лоренца не меняют формы уравнений электромагнитного поля. При этом мы e' принимаем равным плотности электричества, а \mathfrak{E} (\mathfrak{X}' , \mathfrak{Y}' , \mathfrak{Z}') и \mathfrak{H} (\mathfrak{L}' , \mathfrak{M}' , \mathfrak{N}') равными напряжениям полей в системе S' .

Особенно важны уравнения (35,b) и (35,c). Они показывают, что электрическое поле и магнитное поле, отдельно и безотносительно вовсе не существуют. То, что в одной системе является, напр., магнитным полем, оказывается в другой системе полем электрическим. Если в системе S находится только магнитное поле \mathfrak{H} , в котором движется электрон, то в системе S' , в которой этот электрон неподвижен, на него действует электрическое поле, слагаемые которого равны $\mathfrak{X}' = 0$, $\mathfrak{Y}' = -\frac{v}{c}\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{Z}' = -\frac{v}{c}\mathfrak{M}$. Einstein показал, что спорный вопрос о местоположении электродвижущей силы при униполярной индукции отпадает; все зависит от той системы, в которой мы рассматриваем это явление.

Из формул (26,c) и (35,d) следует, что величина e электрического заряда в S не меняется, если перейти к системе S' , т. е.

$$e' = e \dots \dots \dots (36)$$

VIII. Сила и масса. Положим, что в точке x' , y' , z' системы S' покоится электрон e и что в момент времени t_0' (в S имеется там, где он находится, время t_0) на него начинает действовать сила \mathfrak{E}' . Тогда он получает ускорение, определяемое уравнениями

$$m \frac{\partial^2 x'}{\partial t'^2} = e \mathfrak{X}'; \quad m \frac{\partial^2 y'}{\partial t'^2} = e \mathfrak{Y}'; \quad m \frac{\partial^2 z'}{\partial t'^2} = e \mathfrak{Z}' \dots \dots \dots (37)$$

где m масса покоящегося в S' электрона. Преобразуем (37), переходя к системе S , в которой электрон обладает, при $t = t_0$, начальной скоростью v . Получается

$$\frac{m}{\beta^3} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = e \mathfrak{X} \dots \dots \dots (38)$$

$$\frac{m}{\beta} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = e \left(\mathfrak{Y} - \frac{v}{c} \mathfrak{N} \right); \quad \frac{m}{\beta} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = e \left(\mathfrak{Z} + \frac{v}{c} \mathfrak{M} \right) \dots \dots \dots (38, a)$$

Так как v параллельно x , то ясно, что $m : \beta^3$ есть то, что мы назвали продольною массою, а $m : \beta$ — поперечною массою (гл. IV, § 8). Таким образом, теория относительности приводит к тем же выражениям двух масс, как и теория Lorentz'a, между тем как теория Abraham'a дала другие выражения. Мы познакомимся ниже с опытами Kaufmann'a, Bestelmeyer'a, Bucherer'a и Нурка, произведенными для решения вопроса о том, которые из формул соответствуют действительности. Из них опыты Bucherer'a и Нурка говорят в пользу теории Lorentz'a, а след., пожалуй, и в пользу теории относительности. Однако, даже если бы результаты этих опытов и не под-

вергались никаким сомнениям, все-таки в них нельзя было бы усмотреть доказательства безусловной справедливости теории относительности, так как теория Lorentz'a приводит к тем же формулам, как и последняя.

Einstein обобщает формулы (38) и (38,a) для случая, когда электрон обладает в системе S , в данный момент, произвольно направленною скоростью

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2} \dots \dots \dots (38, b)$$

В этом случае получаются формулы

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{m \partial x}{\beta \partial t} \right\} = \mathfrak{F}_x; \quad \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{m \partial y}{\beta \partial t} \right\} = \mathfrak{F}_y; \quad \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{m \partial z}{\beta \partial t} \right\} = \mathfrak{F}_z \dots \dots \dots (39)$$

где

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \dots \dots \dots (39, a)$$

$$\mathfrak{F}_x = e \left\{ X + \frac{y}{c} \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{m \partial x}{c \partial t} \right\} \dots \dots \dots (39, b)$$

и подобные же выражения для \mathfrak{F}_y и \mathfrak{F}_z . Вектор \mathfrak{F} ($\mathfrak{F}_x, \mathfrak{F}_y, \mathfrak{F}_z$) назовем действующею на e силою.

Формулы (39) и (39,b) были выведены для электрона, находящегося в электромагнитном поле. Но Einstein делает смелый шаг: он допускает, что формулы (39) дают выражение силы и для случая обыкновенной материальной системы. Если бы этого не принять, то получился бы результат, что основные уравнения движения электрона остаются неизменными от преобразования Lorentz'a, между тем, как уравнения движения весомой материи не меняются от преобразования Ньютона. Итак уравнения движения Ньютоновской механики должны быть заменены уравнениями (39), которые при весьма малом $v:c$, т. е. $\beta = 1$, превращаются в уравнения Ньютона. Таким образом Einstein, а также Wien, положили новые электромагнитные основы механики, с которою связано и новое мировоззрение: Не механика (Ньютоновская) должна лежать в основе миропонимания, не к ней должно быть сведено объяснение явлений, в том числе и электромагнитных, но, наоборот, законы электромагнитных явлений должны представлять первоначальный фундамент, и на них должна быть построена механика окружающей нас материи. Planck (1907) показал, как построить не только механику, но и всю физику, исходя из принципа относительности и из принципа наименьшего действия (см. учебники механики), который он без изменения переносит в новую механику, придавая ему значение мирового принципа.

IX. Энергия. Пусть m_0 масса материального тела, находящегося в состоянии относительного покоя. Формулы (39) показывают, что при движении поперечная масса делается равною

$$m = \frac{m_0}{\beta} \dots \dots \dots (40)$$

Она получает приращение

$$\mu = m - m_0 = m_0 \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \dots \dots \dots (40, a)$$

Чтобы вычислить энергию η , возьмем продольную массу

$$m = \frac{m_0}{\beta^3}$$

За время dt тело пройдет путь $ds = v dt$; работа силы f за это время равна $f ds = f v dt$. Но $f dt = d(mv) = m dv$, след.,

$$d\eta = f ds = m v dv.$$

Подставляя m , находим

$$d\eta = m_0 \frac{v dv}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

Отсюда интегрируя, получаем

$$\eta = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \dots \dots \dots (41)$$

Приближенно имеем

$$\eta = \frac{1}{2} m_0 v^2 \left\{ 1 + \frac{3}{4} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right\} \dots \dots \dots (41, a)$$

Мы видим, что обычное выражение кинетической энергии представляет лишь первое приближение, что при больших v она гораздо больше $\frac{1}{2} m_0 v^2$ и при $v = c$ делается бесконечно большою. Но самый поразительный результат дает сравнение (40, a) и (41):

$$\mu = \frac{\eta}{c^2} \dots \dots \dots (42)$$

Кинетическая энергия η обладает инертною массою $\mu = \eta : c^2$! Wieп выводит формулу (42), рассматривая лучистую энергию η , испускаемую в пустоте телом в единицу времени. Она производит на тело давление $\eta : c$, которое вызывает его абсолютное движение, что невозможно. Но если допустить, что энергия η обладает массою μ , то мы получаем простой случай отдачи (выстрел), при чем центр инерции остается неподвижным. Равенство импульсов дает $\eta : c = \mu c$, откуда и получается (42).

Так как все формы энергии превращаются друг в друга, то мы вправе обобщить этот результат и сказать, что **всякая форма энергии η обладает некоторой массою μ , определяемой формулой (42)**. Здесь μ представляет инертную массу энергии. Вопрос о том, обладает ли энергия и весомой массою, оставляем пока открытым. Из этого вытекает ряд поразительных следствий.

1. Когда тело приобретает, или отдает энергию, то его масса меняется. Когда 2 гр. водорода и 16 гр. кислорода соединяются, то выделяются $2,87 \cdot 10^{12}$ эргов тепла, а след., получаются не 18 гр. воды,

но меньше на $3,2 \cdot 10^{-6}$ мгр. Закон постоянства масс при химических реакциях оказывается неточным.

2. Масса тела зависит от его температуры. Внутри всякого тела имеется запас лучистой энергии, которая обладает некоторой массой и которая зависит от температуры. Planck показал, что когда газ находится под давлением 0,001 мм. и при температуре плавления платины (1790°C .), то 0,25 притекающей теплоты идет на увеличение запаса лучистой энергии, находящейся внутри газа.

3. Если всякая энергия η обладает массой $\mu = \eta : c^2$, то естественно заключить, что энергия и масса друг другу эквивалентны, и что, след., всякая покоящаяся масса m_0 тождественна с колоссальным запасом энергии

$$E_0 = m_0 c^2 \dots \dots \dots (43)$$

Эта энергия почти вся остается в теле при температуре абсолютного нуля ($T = 0$). Вся осязаемая энергия, которую тело еще обладает при иных, произвольных физических условиях и при наиболее быстрых осуществимых движениях, ничтожно мала сравнительно с энергией, которая остается в нем при $T = 0$ и которую Planck назвал скрытую (latent) энергией. Он полагает, что теплота, которая выделяется при распаде атомов радиоактивных тел и есть эта скрытая энергия. Он находит, что масса одного гр.-атома радия уменьшается в течение года на 0,012 мгр., которые превращаются в энергию.

4. Когда покоящаяся масса m_0 приобретает скорость v , то ее масса делается равной $m = m_0 : \beta$, см. (40), а след., весь запас энергии E равным. или

$$E = m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 c^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right\} \dots \dots (44)$$

или

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^2} + \dots \dots \dots (45)$$

Эта поразительная формула показывает, что величина $\frac{1}{2} m_0 v^2$, обычно называемая кинетической энергией движущегося тела, составляет лишь ничтожно малое изменение энергии, соответствующее переходу от системы S' , в которой тело покоится, к системе S , относительно которой S' движется. В других, выше рассмотренных случаях, соответствующее изменение величин не поддается измерению; но для наших органов чувств огромная величина $m_0 c^2$ неощутима, и мы практически имеем дело только с ее ничтожным изменением $\frac{1}{2} m_0 v^2$.

X. Давление, температура, энтропия, тяготение. Planck и Einstein показали, что при переходе от системы S к системе S' получаются для давления p , абсолютной температуры T и энтропии Σ тела,

покоящегося в S , формулы:

$$p' = p \dots \dots \dots (46)$$

$$T' = T\beta = T\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \dots \dots \dots (47)$$

$$\Sigma' = \Sigma \dots \dots \dots (48)$$

Давление и энтропия не меняются при переходе от S к S' . Температура тела в системе, относительно которой оно движется, ниже, чем в системе, относительно которой оно покоится.

Einstein (1907) расширил принцип относительности, исследовав случай, когда одна система обладает равнопеременным движением относительно другой, и, в тесной с этим связи, вопрос о силовом поле тяготения и о влиянии такого поля на электромагнитные явления. В основу выводов он при этом положил тот факт, что в равномерном поле силы тяготения все тела движутся с одинаковым ускорением. Мы должны ограничиться указанием двух результатов.

1. Энергия E обладает не только инертною, но и весо-
мою массою $\mu = E : c^2$.

2. Луч света претерпевает в силовом поле тяжести отклонения. Величина отклонения пропорциональна $\sin \varphi$, где φ угол между направлениями луча и силы тяготения. В новой работе Einstein (1911) дает формулу

$$\alpha = \frac{2kM}{c^2 R} \dots \dots \dots (49)$$

Здесь α отклонение луча, проходящего мимо шаровидной массы M (небесного светила), k постоянная силы тяготения (т. I), R наименьшее расстояние луча от центра шара. Для луча, проходящего мимо поверхности солнца, получается $\alpha = 0,83''$, т. е. величина измеримая, если наблюдать положение звезды около края солнца при солнечном затмении.

§ 6. Учение Минковского. В 1909 г. появилась статья Минковского (Minkowski), скончавшегося в том же году. Эта статья дала теории относительности совершенно новые, хотя и чисто математические, формальные основы. В короткое время была, на этих основах, построена обширная, сложная наука, подробное изложение которой можно найти в книге Laue. Здесь мы должны ограничиться немногими намеками.

В начале статьи Минковского стоят классические слова: „Von Stund an sollen Raum und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren,“ т. е. „Отныне пространство и время, рассматриваемые отдельно и независимо, обращаются в тени, и только их соединение сохраняет самостоятельность“ (перевод проф. А. В. Васильева).

Минковский соединяет пространство и время в одно нераздельное целое, которое он называет миром; этот мир представляется четырёх-

мерным пространством, в котором время играет роль четвертого измерения. „Мировая точка“ имеет четыре координаты: x, y, z и, допустим сперва, $u = ct$. История точки изображается „мировой кривой“, представляющей обобщение кривой, о которой мы говорили в § 1, когда мы к двум измерениям x и y прибавили третье, а именно t . Но несравненно более изящное построение получается, если за четвертую координату принять не ct , но ict , где $i = \sqrt{-1}$. Приняв обозначения x_1, x_2, x_3 вместо x, y, z и $x_4 = ict$, мы имеем мировые координаты x_1, x_2, x_3, x_4 , путем введения которых получается удивительная симметричность в формулах. Так, напр., основная формула (19) принимает вид

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 + x_4'^2 \dots \dots \dots (50)$$

Уравнения электромагнитного поля принимают также форму, вполне симметричную относительно этих четырех координат.

Мы видели (§ 1), что преобразования (5) Ньютона приводят в частном случае двухмерных систем к вращению оси времен t на угол α , для которого $\operatorname{tg} \alpha = v$, см. (5.c). Для трехмерных систем S и S' преобразования Lorentz'a (25) сводятся, аналогично, к вращению оси времен $x_4 = ict$ на мнимый угол α , для которого

$$\operatorname{tg} \alpha = i \frac{v}{c} \dots \dots \dots (51)$$

Отсюда легко получаются, напр., формулы Einstein'a для сложения скоростей. Предположим, что S' движется относительно S со скоростью v , а в S' движется точка M' со скоростью v' по направлению Ox , т. е. v . В таком случае (51) дает для скорости u точки M' относительно S

$$u = \frac{c}{i} \operatorname{tg}(\alpha + \alpha') = -ic \operatorname{tg}(\alpha + \alpha'),$$

где $\operatorname{tg} \alpha = iv : c$, $\operatorname{tg} \alpha' = iv' : c$. Отсюда

$$u = -ic \operatorname{tg}(\alpha + \alpha') = -ic \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha'}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'} = \frac{v + v'}{1 + \frac{vv'}{c^2}}.$$

Это и есть формула (30) Einstein'a. При сложении произвольного числа одинаково направленных скоростей, мы получаем скорость

$$u = -ic \operatorname{tg} \Sigma \alpha_n,$$

где $\Sigma \alpha_n$ может возрасть до $i \cdot \infty$. Но величина

$$\operatorname{tg} x = -i \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{e^{ix} + e^{-ix}}$$

имеет своим пределом (при $x = i \cdot \infty$) величину i , а потому скорость u имеет своим пределом c .

В настоящее время развился векториальный анализ четырехмерного пространства. В этом пространстве имеются 4 взаимно перпендикулярные координатные оси и 6 взаимно перпендикулярных координатных плоскостей. Вектор может иметь 4 или 6 слагаемых.

Этими намеками мы должны ограничиться.

§ 7. Вопрос о часах. Заключение. Читатель, сколько-нибудь знакомый с литературой, относящейся к принципу относительности, вероятно, не без удивления заметил, что на предыдущих страницах совершенно не говорится о часах, расположенных в системах S и S' , о том, как они идут, какое время, при заданных условиях, на них отсчитывает тот или другой наблюдатель и т. д. Между тем Einstein уже в первой, основной своей работе (1905 г.) пользуется часами для раз'яснения и для иллюстрации своих положений и выводов. Затем часы играют огромную роль во многих статьях и, в особенности, во всех без исключения, весьма многочисленных популярных изложениях нового принципа. Sohn (1911) даже построил весьма остроумный прибор с двумя часами, как бы принадлежащими двум системам S и S' ; этот прибор должен служить для наглядного выяснения тех парадоксальных соотношений, которые существуют между длинами и временами в системах S и S' , а также того факта, что для скорости света получается, при всех условиях, одна и та же величина.

Автор учебника, конечно, обязан объективно излагать содержание науки в данный момент, и являться добросовестным передатчиком мнений различных ученых. Личные взгляды автора должны отступать на последний план. В предыдущих томах и главах этого тома я старался выполнить это условие. Но всему есть предел.

Я, пока, убежден, что введение часов при изложении принципа относительности никакой пользы принести не может, ничего не раз'ясняет, но способно вызвать недоумения и недоразумения, так как понятие о часах является элементом, чуждым сущности дела. Часы — это физический инструмент; часы бывают пружинные и с маятником, но часами могут служить и всякие тела, равномерно повторяющие какое-либо движение, напр., зубчатое колесо, насаженное на равномерно вращающуюся ось, или электрон, колебания которого вызывают электромагнитные лучи определенной длины волны. Но говорить о том, как будет себя вести этот физический инструмент при тех условиях, с которыми имеет дело теория относительности, по моему мнению, совершенно невозможно. Влияние на них относительной скорости не поддается априорному определению. Необходим предварительный критический разбор вопроса о часах, но я не вижу, чтобы таковой был произведен. Сравнивая относящиеся сюда рассуждения различных ученых, приходится встречаться с самыми очевидными противоречиями.

Сущность дела можно изложить и не прибегая к иллюстрациям при помощи часов, и я старался это сделать на предыдущих страницах.

Заключение. Картина современного (1912) положения теории относительности была бы неполною, если бы мы не указали, в заключение, на разногласие, существующее между учеными по вопросу о значении, которое эта теория имеет и о физической реальности ее выводов. Многие ученые считают ее окончательно установленной, не вызывающей никаких сомнений, и навсегда включенной в сокровищницу науки. Но

не малое число ученых относятся к ней скептически и даже безусловно отрицательно, считая ее смешною шуткою (ein drolliger Witz). Строго говоря, все ученые, не отрицающие существования эфира (§ 5), не могут полностью стоять на почве вышеизложенной теории относительности.

От будущего следует ожидать решения спорных вопросов и выяснения истинного, физического значения принципа относительности.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

Frank. Wien. Ber. 118 p. 373, 1909.

К § 2.

- Hertz.* Wied. Ann. 41 p. 369, 1890; Ges. Werke 2 p. 256, 1894.
Lorentz. Arch. Néerl. 25 p. 363, 1892; Versuch einer Theorie и т. д., Leiden, 1895;
 Enzyklop. d. mathem. Wiss. V, 2 Nr. 14, 1903.
Fresnel. Annal. chim. et phys. (2) 9 p. 56, 1818; Oeuvres 2 p. 627.
Fizeau. C. R. 33 p. 349, 1851; Annal. chim. et phys. (3) 57 p. 385, 1859; Pogg. Ann. Ergbd. 3 p. 457, 1853.
Michelson a. Morley. Amer. J. of Sc. 31 p. 377, 1886.
Einstein. Wied. Ann. (4) 17 p. 891, 1905; 18 p. 639, 1905; 23 p. 371, 1907.
Airy. Proc. R. Soc. 20 p. 35, 1871; 21 p. 121, 1873; Phil. Mag. (4) 43 p. 310, 1872.

К § 3.

- Laub.* Jahrb. d. Radioakt. 7 p. 405, 1910.
Бурсуан. „Новые идеи в физике“, под редакцией И. И. Борзмана, 3 p. 1—36, 1912.
Fizeau. Pogg. Ann. 114 p. 554, 1861.
Ketteler. Pogg. Ann. 144, 1872.
Mascart. Ann. école normale 1872 p. 210; 1874.
Klinkerfues. Götting. Nachr. 8 p. 226, 1870.
Haga. Phys. Ztschr. 3 p. 191, 1902; Arch. Néerl (2) 6 p. 765, 1902.
Rayleigh. Phil. Mag. (6) 4 p. 215, 1902.
Brace. Phil. Mag. (6) 10 p. 591, 1905.
Strasser. Wied. Ann. (4) 24 p. 137, 1907.
Smyth. Edinb. Proc. 24 p. 225, 1902.
Röntgen. Wied. Ann. 35 p. 268, 1888.
Des Coudres. Wied. Ann. 38 p. 71, 1889.
Trouton. Dubl. Trans. (2) 7 p. 379, 1902.
Koenigsberger. Ber. d. naturf. Ges. Freiburg i. B. 13 p. 95, 1905.
Michelson. Amer. J. of Sc. 21 p. 120, 1881; Phil. Mag. (6) 8 p. 716, 1904.
Michelson a. Morley. Amer. J. of Sc. 34 p. 333, 1887.
Morley a. Miller. Phil. Mag. (6) 8 p. 753, 1904; 9 p. 680, 1905.
Sutherland. Nature 63 p. 205, 1900.
Lodge. Phil. Mag. (5) 46 p. 343, 1898.
Lüroth. Ber. Bayer. Akad. d. Wiss. 7, 1909.
Kohl. Wied. Ann. (4) 28 p. 259, 662, 1909.
Laue. Wied. Ann. (4) 33 p. 156, 1910.
Rayleigh. Phil. Mag. (6) 4 p. 678, 1902.
Brace. Phil. Mag. (6) 7 p. 317, 1904; 10 p. 71, 1905; Boltzmann Festschr. p. 576, 1904.
Trouton a. Noble. Proc. R. Soc. 72 p. 132, 1903.
Trouton a. Rankine. Proc. R. Soc. 8 p. 420, 1908.

Fitzgerald. Trans. R. Soc. Dublin (2) 1 p. 319, 1883; см. *Lodge.* Trans. R. Soc. London, 184 p. 727, 1893.

Lorentz. Zittingsval. Acad. v. Wet. 1 p. 74, 1892; Versuch einer Theorie и т. д. 2-ое изд., Leipzig, 1906.

К §§ 4, 5 и 6.

Einstein. Wied. Ann. (4) 17 p. 891, 1905; 18 p. 639, 1905; 20 p. 627, 1906; 23 pp. 197, 206, 371, 1907; 26 p. 532, 1908; 35 p. 898, 1911; 38 pp. 355, 443, 1059, 1912; Jahrb. der Radiokt. 4 p. 411, 1907; Phys. Zeitschr. 10 p. 819, 1909; 12 p. 509, 1911.

Minkowski. Gött. Nachr. 1908 p. 53; Phys. Zeitschr. 1909 p. 104, отдельное издание Teubner 1909, русский перевод проф. А. В. Васильева, Казань 1911; Mathem. Annalen 68 p. 472, 1910.

Minkowski u. Born. Mathem. Annalen 68 p. 526, 1910; Fortschr. d. mathem. Wiss. in Monograph. Nr. 1, 1910.

Planck. Acht Vorlesungen über theoret. Phys., Leipzig 1910 p. 110; русский перевод проф. Занчевского, Спб. 1911; Wied. Ann. (4) 26 p. 1, 1908; Phys. Zeitschr. 11 p. 294, 1910; Berl. Ber. 1907 p. 542.

Laue. Die Wissenschaft Nr. 38, Braunschweig, 1911; Wied. Ann. (4) 33 p. 186, 1910; 35 p. 524, 1911; 38 p. 370, 1912; Phys. Zeitschr. 12 p. 85, 1008, 1911; 13 p. 118, 501, 1912; Verh. d. d. phys. Ges. 1911 p. 513.

Born. Wied. Ann. (4) 28 p. 571, 1909; 30 p. 1, 1909; Phys. Zeitschr. 10 p. 814, 1909; 12 p. 569, 1911; Verh. d. d. phys. Ges. 1910 p. 457, 730; Götting. Nachr. 1910 p. 161.

Ehrenfest. Phys. Zeitschr. 10 p. 918, 1909; 11 p. 1127, 1910; 12 p. 412, 1911; 13 p. 317, 1912; Wied. Ann. (4) 23 p. 204, 1907.

Frank. Wied. Ann. (4) 27 p. 897, 1908; 35 p. 599, 1911; 39 p. 693, 1912; Wien. Ber. 118 p. 373, 1909; Phys. Zeitschr. 12 p. 1112, 1114, 1911; Phys. Chem. 74 p. 466, 1910.

Frank u. Rothe. Wien. Ber. 119 p. 631, 1910; Wied. Ann. (4) 34 p. 825, 1911; Phys. Ztschr. 13 p. 750, 1912.

Abraham. Phys. Zeitschr. 10 p. 737, 1909; 11 p. 527, 1910; 12 pp. 1, 4, 310, 311, 1911; 13 p. 793, 1912; Rendic. Circolo Matem. di Palermo 30, II, 29 Янв. 1910; Wied. Ann. (4) 38 p. 1056, 1912; 39 p. 444, 1912.

v. Ignatowsky. Wied. Ann. (4) 33 p. 607, 1910; 34 p. 373, 1911; Verh. d. d. phys. Ges. 1910 p. 788; Phys. Ztschr. 11 p. 972, 1910; 12 p. 164, 414, 441, 606, 776, 779, 1911; Archiv für Math. u. Phys. (3) 17, 1911.

Sommerfeld. Phys. Ztschr. 8 p. 841, 1907; Wied. Ann. (4) 32 p. 749, 1910; 33 p. 649, 1910.

Bucherer. Phys. Ztsch. 7 p. 553, 1906; 9 p. 755, 1908; Wied. Ann. (4) 28 p. 513, 1909; 29 p. 1063, 1909; 30 p. 974, 1909; Verh. d. d. phys. Ges. 1908 p. 688.

Herglotz. Phys. Ztschr. 10 p. 997, 1909; Wied. Ann. (4) 31 p. 393, 1910; 36 p. 493, 1911.

Bestelmeyer. Wied. Ann. (4) 30 p. 166, 1909; 32 p. 231, 1910.

Wiechert. Phys. Ztschr. 12 p. 689, 737, 1911.

Gehrcke. Verh. d. d. phys. Ges. 1911 p. 665, 990; 1912 p. 294.

Stead a. Donaldson. Phil. Mag. (6) 20 p. 92, 1910; 21 p. 319, 1911.

Wilson. Phil. Mag. (6) 19 p. 809, 1910.

Lewis a. Tolman. Phil. Mag. (6) 18 p. 510, 1909.

Comstock. Phil. Mag. (6) 15 p. 1, 1908.

Campbell. Phil. Mag. (6) 21 p. 502, 626, 1911; Phys. Ztschr. 13 p. 120, 1912.

Tolman. Phys. Rev. 31 p. 26, 1910; Phil. Mag. (6) 21 p. 458, 1911; 23 p. 375, 1912; 35 p. 136, 1912.

Stewart. Phys. Rev. 32 p. 418, 1911.

Cunningham. Proc. Math. Soc. (2) 8 p. 77, 1910; 10 p. 116, 1911.

Huntington. Phil. Mag. (6) 23 p. 494, 1912.

Magie. Phys. Rev. 34 p. 125, 1912.

La Rosa. N. Cim. (6) 3, Май 1912.

Lemeray. Congrès Rad. 1911 p. 246; C. R. 152 p. 1465, 1911.

H. A. Lorentz. Congrès Rad. 1911 p. 264.

- Ishiwara.* Proc. Math.-Phys. Soc. Tokio (2) 6 p. 164, 1911; Jahrb. d. Radioakt. 9 p. 560, 1912.
- Кордыш.* Изв. Киевск. Пол. Инст. 1911.
- Умов.* Phys. Zeitschr. 11 p. 905, 1910.
- Шапошников.* Ж. Ф.-Х. О. 44 p. 102, 261, 1912; Phys. Ztschr. 13 p. 212, 403, 1912; Wied. Ann. (4) 38 p. 239, 1912.
- Varičak.* Phys. Ztschr. 11 p. 287, 586, 1910; 12 p. 169, 1911.
- Levi-Civita.* Wied. Ann. (4) 32 p. 236, 1910.
- Westphal.* Verh. d. phys. Ges. 1911 p. 590, 607, 974.
- Wassmuth.* Wien. Ber. 120 p. 543, 1911.
- Laub.* Jahrb. d. Radioakt. 7 p. 405, 1910; Phys. Rev. 34 p. 268, 1912.
- Грушинцев.* Сообщ. Харьк. Матем. Общ. (2) 12 No. 6, 1911. Rend. del Circ. mat. di Palermo. 33, 1912 I.
- Heffter.* Vierdimensionale Welt, Freiburg i. B., 1912.
- Carlebach.* Trägheitssatz u. Relativität, Berlin, 1912.

ГЛАВА ШЕСТАЯ. *)

Электрические лучи.

§ 1. Введение. Главной характерной чертой теории Максвелла является конечная скорость распространения электромагнитных возмущений в пустоте (эфире), равная скорости света. Опыт, подтверждающий этот результат, решает спор между теориями действия на расстоянии и действия через среду (Фарадей, Максвелл) в пользу последней.

Эта задача была гениально просто разрешена Н. Hertz'ем при помощи опытов с очень быстрыми периодическими изменениями электромагнитного поля, с электрическими колебаниями очень короткого периода. Распространение таких периодических электромагнитных возмущений, как мы увидим, ничем по существу не отличается от других форм лучистой энергии. Поэтому мы будем говорить об электромагнитных лучах или, пользуясь установившимся термином, об электрических лучах в том же смысле, как и о лучах световых, видимых и невидимых. Классические исследования Н. Hertz'a, собранные вместе в книге „*Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft*“, которая до сих пор является основным источником для знакомства с этими явлениями, открыли в науке целую область новых явлений, область электрических лучей или, как можно их назвать с полным правом, лучей Герца.

Н. Hertz в 1886 году впервые получил и изучил чрезвычайно быстрые электрические колебания; в течение последних трех лет своей жизни он создал классические методы для изучения распространения электромагнитных возмущений и в свободном эфире и вдоль проводников, а также дал блестящие доказательства полной аналогии между светом и электромагнитной

*) Эта глава составляет извлечение из книги проф. Д. А. Рожанского „Электрические лучи“, Спб. 1913 г., издание К. Л. Риккера. Извлечение сделано мною с любезного согласия автора и издателя. О. Х.

лучистой энергией. С главнейшими результатами его работы мы познакомимся несколько дальше.

§ 2. **Колебательный разряд.** Если обкладки лейденской банки M , (рис. 115), заряжаемой при помощи проводов ff от источника тока высокого напряжения (индукционная катушка, электрофорная машина), присоединены металлически к искровому разряднику Y , то при определенной разности потенциалов, соответствующей данной длине искрового промежутка, происходит искровой разряд, имеющий, вообще говоря, колебательный характер.

Это — наиболее употребительный способ возбуждения электрических колебаний. Условия, при которых разряд делается колебательным, теоретически изучены впервые $W. Thomson$ 'ом (1853). Мы рассмотрим здесь наиболее простой случай, ограниченный условием, что емкость C конденсатора (лейденской банки) бесконечно больше емкости соединительных проводов. Пусть конденсатор, заряженный до разности потенциалов V_0 , разряжается через металлический проводник, самоиндукция которого L и сопротивление R . Переменный потенциал конденсатора обозначим через V . Так как по условию весь заряд q можно считать сосредоточенным на обкладках конденсатора, то

$$q = CV \dots \dots \dots (1)$$

Условимся за положительное направление силы тока J считать направление от той обкладки, которая имеет положительный заряд в момент $t = 0$. Тогда уменьшение этого заряда q за время dt равно $-dq = Jdt$, откуда на основании (1) находим, что

$$J = -C \frac{dV}{dt} \dots \dots \dots (2)$$

Полная энергия W нашей цепи, т. е. сумма энергий электрической и магнитной в какой-нибудь момент t , равна

$$W = \frac{1}{2} CV^2 + \frac{1}{2} LJ^2 \dots \dots \dots (3)$$

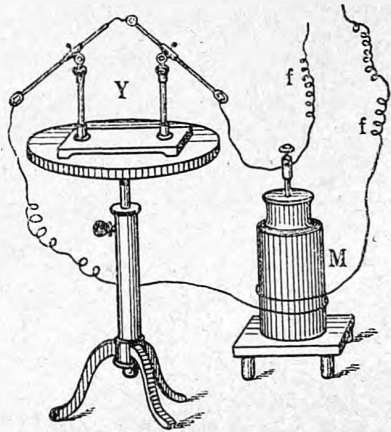
Уменьшение ее происходит за счет выделения Джоулева тепла, т. е.

$$-dW = RJ^2 dt.$$

Подставляя вместо W выражение (3), получаем

$$-CV \frac{dV}{dt} - LJ \frac{dJ}{dt} = RJ^2 dt.$$

Рис. 115.



Исключая J при помощи (2) и сокращая обе части уравнения на $LC^2 \frac{dV}{dt}$, находим окончательно

$$\frac{d^2 V}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

Общее решение этого дифференциального уравнения имеет следующий вид:

$$V = A' e^{k_1 t} + B' e^{k_2 t}, \dots \dots \dots (5)$$

где A' и B' произвольные постоянные, e основание натуральных логарифмов, а k_1 и k_2 корни уравнения

$$k^2 + \frac{R}{L} k + \frac{1}{LC} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

Случай 1. Если $1:LC > R^2:4L^2$, то корни ур. (6) комплексные величины. Обозначим

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= R:2L \\ a^2 &= \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

тогда

$$k = -\alpha \pm a \sqrt{-1}.$$

Подставляя эти значения k в формулу (5) и пользуясь известным соотношением

$$e^{+at\sqrt{-1}} = \cos at \pm \sqrt{-1} \sin at,$$

мы найдем, полагая $A' + B'' = A''$ и $(A' - B')\sqrt{-1} = B''$,

$$V = e^{-\alpha t} (A'' \cos at + B'' \sin at), \dots \dots \dots (8)$$

где A'' и B'' также произвольные числа. Но A'' и B'' получают определенные значения, если заданы специальные условия опыта. Пусть в начальный момент разряда, т. е. для $t = 0$, $V = V_0$ и $J = 0$. Тогда, пользуясь для вычисления J формулой (2) и полагая $t = 0$, находим $V_0 = A''$, $0 = \alpha C A'' - a C B''$, откуда и определяются A'' и B'' . Подставляя полученные значения в формулу (8), найдем, что

$$V = V_0 e^{-\alpha t} (\cos at + \frac{\alpha}{a} \sin at) \dots \dots \dots (9)$$

Решение (9) ясно показывает, что при данных условиях наша цепь является вибратором, т. е. в ней происходят электрические колебания с периодом $T = 2\pi : a$, при чем амплитуды их за время одного периода T уменьшаются в $e^{\alpha T}$ раз. Натуральный логарифм этого отношения соседних амплитуд, равный

$$\gamma = \alpha T \dots \dots \dots (10)$$

называется логарифмическим декрементом колебаний. Такие колебания мы будем называть свободными или собственными колебаниями вибратора.

Вводя в формулу (9) новые обозначения, мы можем теперь написать

$$V = V_0 e^{-\frac{\gamma t}{T}} \left(\cos \frac{2\pi t}{T} + \frac{\gamma}{2\pi} \sin \frac{2\pi t}{T} \right) \dots \dots \dots (11)$$

На основании определения (7) величины a ,

$$T = 2\pi : a = 2\pi : \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \dots \dots \dots (12)$$

Эта формула значительно упрощается, если второе слагаемое суммы, стоящей под корнем, величина очень малая по сравнению с первым. Пренебрегая им, мы находим замечательную формулу W. Thomson'a

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \dots \dots \dots (13)$$

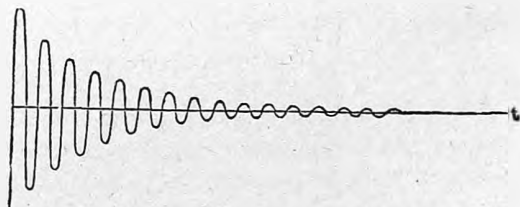
Из равенств (7), (11) и (13) получаем, кроме того:

$$\gamma = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Мы видим теперь, что относительная погрешность формулы (13) по сравнению с (12), приблизительно равна $\frac{R^2 C}{8L}$, того же порядка, что и величина $\gamma^2 : 8\pi^2$. Если γ правильная дробь, то погрешность формулы (13) не велика.

На рис. 116 дано графическое изображение V , как функции времени, для декремента $\gamma = 0,26$. За время одного колебания амплитуда падает до 0,77 начальной величины, и спустя 10 колебаний составляет всего только 0,07 ее. Такие колебания можно считать сильно затухающими.

Рис. 116.



Случай 2. $R^2 : 4L^2 > 1 : LC$.

Оба корня ур. (6) вещественные и меньше нуля. Напряжение V на обкладках конденсатора изменяется аperiодически, в конце концов приближаясь асимптотически к нулю. Перейти от первого случая ко второму можно, увеличивая сопротивление R вибратора. Предельное сопротивление, при котором прекращаются колебания, находится из равенства $R^2 : 4L^2 = 1 : LC$. В этом случае корни k_1 и k_2 ур. (6) равны между собой $k_1 = k_2 = -R : 2L$.

Если в начальный момент $V = V_0$ и $J = 0$, то обозначая двукратный корень ур. (6) буквой α , получаем

$$V = V_0 (1 + \alpha t) e^{-\alpha t}.$$

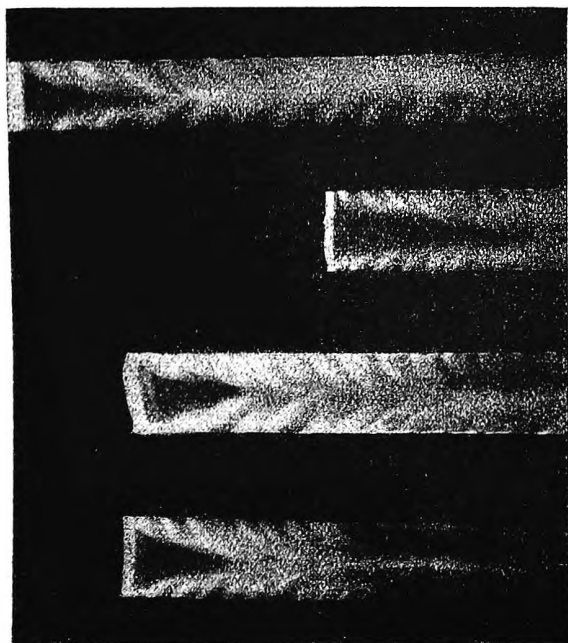
§ 3. Методы изучения колебательного разряда. Для доказательства колебательного характера разряда конденсатора предложены различные способы. Савагу еще в 1827 году показал, что стальная игла, помещенная внутри соленоида, намагничивается иногда прямо противо-

положно тому, как это следовало бы по закону Ампера, если бы разряд происходил аperiodически. Перемена знака зарядов на обкладках конденсатора обнаруживается по наблюдениям Oettingen'a также тем, что по окончании разряда обкладка, первоначально заряженная положительным электричеством, иногда приобретает отрицательный заряд.

Наиболее важными методами изучения колебательного разряда являются следующие:

I. Метод Feddersen'a. Если фотографировать изображение искры, через которую проходит колебательный разряд, в быстро вращающемся зеркале, то получается не одна непрерывная светлая полоса, а ряд чередующихся полос, отделенных темными промежутками. На рис. 117 при-

Рис. 117.



ведено несколько снимков, произведенных Battelli. Если известна скорость вращения зеркала, то снимки дают возможность довольно точно измерить период колебаний.

II. Метод маятника прерывателя Helmholtz'a. Другим исторически важным методом является применение маятника Helmholtz'a, который производит размыкание сначала первичной обмотки спирали Румкорфа, а через очень малый и точно измеримый промежуток времени δt — вторичной обмотки, присоединенной к обкладкам конденсатора. При размыкании первичного тока во вторичной обмотке возбуждаются колебания. Заряд, имеющийся в конденсаторе в момент размыкания вторичной цепи, может быть затем измерен электрометром. Изменяя время

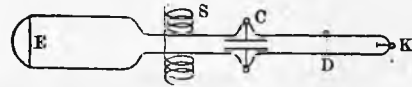
dt от начала колебаний до момента размыкания цепи, можно наблюдать изменение величины и знака зарядов в конденсаторе, соответствующее изменению фазы колебания. Этим способом Н. Н. Шиллер произвел точные измерения периодов и диэлектрических постоянных многих веществ, а Tallquist изучал переход от колебательного разряда к аperiодическому при увеличении сопротивления R .

III. Трубка Braun'a и осциллограф Gehrke. Трубкой Braun'a (рис. 118) называется трубка с сильно разреженным газом, в которой катод K является источником катодных лучей. Металлическая диафрагма D выделяет из этого потока тонкий пучок, который, попадая на фосфоресцирующий экран, заставляет его ярко светиться. Если катодные лучи подвергнуть действию электрического поля колебаний при помощи конденсатора C , или магнитного при помощи катушек S , то они будут отклоняться в сторону действующей силы, т. е. в первом случае вертикально, а во втором горизонтально. Вследствие этого и светящееся пятно на экране совершает колебательные движения. Рассматривая в быстро вращающемся зеркале изображение движущегося пятна, можно видеть затухающую синусоиду и составить себе представление о затухании колебаний, а по скорости вращения зеркала и о периоде их.

Обнаружить затухание колебаний и определить его величину можно и без вращающегося зеркала, если вызывать отклонение катодных лучей одновременно в двух взаимно перпендикулярных направлениях при помощи двух катушек, поставленных под прямым углом друг к другу. Полученная кривая представляет собою логарифмическую спираль. Zenneck пользовался для измерения затухания одной парой катушек. В этом случае на экране получается просто прямая светлая линия, но моменты остановок пятна отмечаются на ней более яркими точками, вследствие меньшей скорости его движения в этих положениях. Измеряя расстояние этих точек от начального положения пятна, можно определить величину последовательных амплитуд. Mandelstamm для получения полной кривой, т. е. затухающей синусоиды, сообщал пятну, кроме периодического движения, еще аperiодическое в перпендикулярном направлении. Подобным же способом Рожанским были получены фотографические снимки кривых для колебаний с периодом до $3 \cdot 10^{-7}$ сек.

В трубке с разреженным газом при прохождении тока, некоторая площадь катода оказывается покрытой светящейся оболочкой газа, так называемым, катодным сиянием. Площадь катодного сияния изменяется пропорционально силе тока. На этом и основан осциллограф Gehrke, представляющий собою такую трубку с длинным пластинчатым катодом. Если пропускать через нее колебательный разряд, то площадь катодного сияния периодически изменяется, что можно наблюдать в быстро вращающемся зеркале.

Рис. 118.



IV. Метод резонансных кривых. Для того, чтобы обнаружить колебания вибратора, можно воспользоваться явлением резонанса (§ 4), помещая по близости другой вибратор, резонатор, период которого изменяется непрерывным образом. Колебания, возбуждаемые в резонаторе, действуют на какой-нибудь измерительный прибор, индикатор колебаний, показания которого пропорциональны или максимуму амплитуды или квадрату ее величины. Изображая ординатами величину этих показаний, а по оси абсцисс откладывая период резонатора, мы получаем кривую с более или менее резко выраженным максимумом, который приблизительно соответствует случаю совпадения периодов вибратора и резонатора. Такие кривые носят название резонансных кривых (Resonanzkurve). Изучение этих кривых дает возможность определить не только период вибратора, но и декремент его колебаний.

V. Метод стоячих волн в проволоках. Для определения периода T вибратора могут служить измерения длины стоячих волн λ , возбуждаемых им в проволоках. В этом случае $\lambda = CT$, где C есть скорость распространения волн вдоль проволок. О применении этого метода см. ниже § 19.

§ 4. Электрический резонанс. Колебания вибратора, свободного от внешних влияний, как мы видели, могут быть представлены формулой (9). Если же по близости находится резонатор, то в нем возбуждаются колебания, амплитуда которых пропорциональна амплитуде колебаний вибратора и коэффициенту взаимной индукции M их цепей. Колебания резонатора в свою очередь действуют на вибратор, так как индуктируют в нем электродвижущую силу — $M \frac{dJ_1}{dt}$, где J_1 ток в резонаторе. Но если коэффициент взаимной индукции M мал, то и сила тока J_1 мала, и тем более эта электродвижущая сила, как произведение двух малых величин. В этом случае колебания вибратора можно считать совершенно свободными и происходящими согласно формуле (9). Для определения характера колебаний резонатора, возбуждаемых в нем при малой величине коэффициента взаимной индукции M , мы применим к его цепи правило Кирхгофа; ток J вибратора можно считать известной функцией времени. Тогда

$$-L_1 \frac{dJ_1}{dt} - M \frac{dJ}{dt} + V_1 = R_1 J_1 \dots \dots \dots (14)$$

Так же, как и для вибратора, мы найдем

$$J_1 = -C_1 \frac{dV_1}{dt} \dots \dots \dots (15)$$

Все величины с индексом 1 относятся к резонатору и имеют тот же смысл, как и в уравнении вибратора. При помощи (15) и (2) мы легко исключим J_1 и J из ур. (14)

$$\frac{d^2 V_1}{dt^2} + \frac{R_1}{L_1} \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{L_1 C_1} = -\frac{M}{L_1} \frac{d^2 V}{dt^2} \dots \dots \dots (16)$$

В этом уравнении последний член на основании (9) есть известная функция t . Без последнего же члена ур. (16) представляет свободные колебания резонатора. Мы введем следующие новые обозначения

$$\left. \begin{aligned} \beta &= R_1 : 2L_1 \\ b^2 &= 1 : L_1 C_1 - R_1^2 : 4L_1^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

От величины β зависит затухание свободных колебаний резонатора, а от b — период их.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением лишь тех случаев, когда декременты колебаний вибратора и резонатора малы, т. е. колебания слабо-затухающие; тогда величины α и β должны быть очень малы по сравнению с a и b . В дальнейших вычислениях мы будем удерживать только главные величины или величины первого порядка, считая величинами второго порядка те, которые по отношению к первым того же порядка малости, как $\alpha : a$ или $\beta : b$.

Введем обозначение $a^2 M V_0 : L_1 = A$. Мы можем теперь ур. (16) придать такой вид, см. (9),

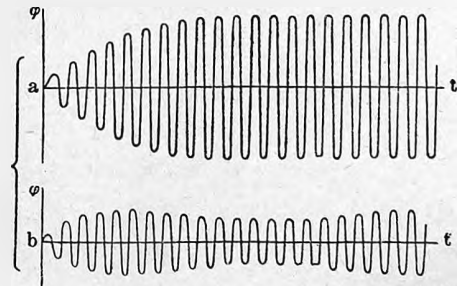
$$\frac{d^2 V_1}{dt^2} + 2\beta \frac{dV_1}{dt} + (b^2 + \beta^2) V_1 = A e^{-\alpha t} \cos at \dots \dots \dots (18)$$

Пусть периоды свободных колебаний вибратора и резонатора, T и T_1 , так мало отличаются друг от друга, что отношение $(T_1 - T) : T$ малая по сравнению с единицей дробь; такого же порядка, очевидно, и отношение $(a - b) : a$. Величинами этого порядка мы также будем пренебрегать в наших вычислениях. В начальный момент резонатор пусть не содержит электрических зарядов и ток J_1 равен нулю; в этот же момент на него начинают действовать колебания вибратора. В этом случае получается

$$V_1 = \frac{A}{b \sqrt{(a-b)^2 + (\alpha-\beta)^2}} [e^{-\beta t} \cos(bt-\varphi) - e^{-\alpha t} \cos(at-\varphi)] \dots (19')$$

Таким образом в резонаторе возбуждаются два простых колебания; одно, с периодом и затуханием свободных колебаний резонатора, мы также назовем его свободным колебанием; другое, с периодом и затуханием колебаний вибратора — вынужденным колебанием. Сложение этих двух колебаний дает истинное изменение напряжения резонатора. Если периоды вибратора и резонатора совпадают, т. е. в случае совершенного резонанса, $a = b$ и $\text{tg } \varphi = (\alpha - \beta) : (a - b)$ обращается в бесконечность, т. е. $\varphi = \pi : 2$.

Рис. 119.



В этом случае

$$V_1 = \frac{A \sin at (e^{-\beta t} - e^{-\alpha t})}{a(\alpha - \beta)} \dots \dots \dots (20)$$

Колебания в резонаторе происходят с тем же периодом, как и колебания вибратора, но с переменной амплитудой, которая в начальный момент равняется нулю и затем постепенно возрастает до некоторого максимума, после чего опять уменьшается вследствие затухания колебаний, как показывает кривая (*a*) на рис. 119.

В общем случае, когда *a* и *b* не равны, колебания резонатора имеют более сложный характер. Наложение двух колебаний не равного периода ведет к появлению биений, как показывает кривая (*b*) на рис. 119. Амплитуда испытывает периодические колебания, при чем максимумы ее постепенно уменьшаются вследствие затухания колебаний.

§ 5. Резонансные кривые. Для исследования колебаний резонатора служат разнообразные индикаторы, показания которых дают возможность определить различные особенности этих колебаний. Если параллельно к обкладкам конденсатора присоединен искромер, то наибольшая длина искры, проскакивающей между его шариками при возбуждении колебаний резонатора, пропорциональна их максимальной амплитуде. Если же колебания действуют на спай термоэлемента или на болометр, то показания этих индикаторов пропорциональны количеству выделившегося тепла, или интегральному действию *Y* тока, если

$$Y = \int_0^{\infty} J_1^2 dt, \dots \dots \dots (21)$$

так как количество тепла, выделяемое за время *dt* током *J*₁ в каком-нибудь сопротивлении, пропорционально *J*₁²*dt*.

Мы вычислим величину *y*, пропорциональную *Y*,

$$y = \int_0^{\infty} \left(\frac{\partial V_1}{\partial t} \right)^2 dt \dots \dots \dots (22)$$

Формула (19) дает, если отбросить малые величины,

$$y = A^2(\alpha + \beta) : 4\alpha\beta [(a - b)^2 + (\alpha + \beta)^2] \dots \dots \dots (23)$$

Эта величина достигает максимума при *a* = *b*, т. е. в случае резонанса. Обозначая максимум буквой *y*_r, находим

$$y_r = A^2 : 4\alpha\beta(\alpha + \beta) \dots \dots \dots (24)$$

Относительная величина *y*, принимая *y*_r = 1, представляет собою простую функцию разности *a* - *b*

$$y : y_r = (\alpha + \beta)^2 : [(a - b)^2 + (\alpha + \beta)^2] \dots \dots \dots (25)$$

Если ввести обозначения: *x* = (*a* - *b*) : *a*, *γ* = 2*πα* : *a* и *γ*₁ = 2*πβ* : *b*, где *x* есть относительная величина разности чисел колебаний вибратора

и резонатора, а γ и γ_1 не что иное, как декременты этих колебаний, то ур. (35) принимает следующий вид:

$$y : y_r = (\gamma + \gamma_1)^2 : [4\pi^2 x^2 + (\gamma + \gamma_1)^2] \dots \dots \dots (26)$$

На рис. 120 представлено графическое изображение $y : y_r$, как функции x , при разных величинах суммы декрементов $\gamma + \gamma_1$. Это суть резонансные кривые для интегрального термического действия силы тока. Они симметричны относительно оси ординат, и хорды, проведенные параллельно оси абсцисс, делятся ею пополам. Чем менее сумма $\gamma + \gamma_1$, тем острее максимумы кривых и тем быстрее спадает величина ординаты при удалении от начала координат. Напротив, при больших $\gamma + \gamma_1$ максимум кривой делается плоским, расплывчатым. Кроме того, и максимальное действие тока y_r , согласно (24), возрастает при уменьшении затухания, как вибратора, так и резонатора.

Решая ур. (26) относительно $\gamma + \gamma_1$, получаем

$$\gamma + \gamma_1 = 2\pi x \sqrt{\frac{y}{y_r - y}} \quad . \quad (27)$$

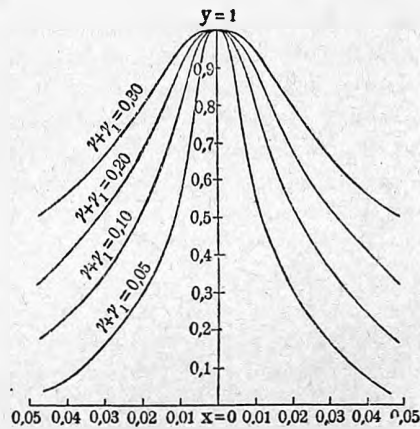
Этой формулой, обычно, пользуются для определения декрементов колебаний по методу резонансных кривых.

Теория резонансных кривых была изучена впервые Bjerknæs'ом; дальнейшее развитие она получила в работах W. Wien'a и P. Drude. Формулы, данные этими физиками, как и вышеполученные, представляют собою некоторые приближения; точные формулы для разных случаев дал Маки.

§ 6. Способы определения периода и затухания колебаний. Если емкость и самоиндукция вибратора известны, то период его колебаний может быть вычислен по формуле Томсона. В простейших случаях емкость конденсатора и коэффициент самоиндукции соединительных проводов могут быть вычислены из размеров их; в других случаях необходимо измерение этих величин, т. е. сравнение их с какими-нибудь эталонами, при помощи одного из употребительных способов. Но при этом необходимо иметь в виду, что эти величины могут быть функциями периода колебаний.

Диэлектрические свойства некоторых изоляторов сильно изменяются с частотой колебаний. Наиболее неизменной является диэлектрическая постоянная газов, и в этом отношении воздушный конденсатор обладает несомненными преимуществами перед конденсатором с твердым или жидким диэлектриком. Значительным постоянством диэлектрических

Рис. 120.



свойств обладают, впрочем, также некоторые сорта флинтгласа, а также многие минеральные масла.

Если период колебаний не может быть вычислен, то его необходимо измерить. Обычный способ измерения состоит в наблюдении явлений резонанса в резонаторе, период которого можно непрерывно изменять и настраивать в унисон с вибратором.

Измерение декремента колебаний основано на определении вида резонансной кривой. Но для того, чтобы сумма декрементов вибратора и резонатора могла быть вычислена по формуле (25), необходимо соблюдение следующих условий:

1. Коэффициент взаимной индукции вибратора и резонатора должен быть мал по сравнению с их коэффициентами самоиндукции, так как формула (27) получена в предположении, что вибратор не испытывает обратного действия резонатора. В виду этого необходимо, чтобы резонатор и вибратор были достаточно удалены друг от друга.

2. Вторым условием является требование, чтобы α и β были очень малы по сравнению с a и b , т. е. γ и γ_1 — малы по сравнению с 2π . Это условие будет выполнено, если декременты колебаний значительно меньше единицы, т. е. колебания слабо затухающие.

3. Наконец, для измерений декрементов необходимо пользоваться только частью кривой, близкой к максимуму. Это условие необходимо в виду того, что при выводе формулы (27) предполагалось, что относительная величина разности периодов вибратора и резонатора мала по сравнению с единицей.

Эти измерения дают сумму декрементов колебаний вибратора и резонатора. Для того, чтобы определить декремент одного вибратора, можно воспользоваться методом, предложенным Bjerknæs'ом. В цепь резонатора вводится известное сопротивление ρ , вследствие чего декремент его возрастает на величину

$$\delta = \rho : 2L_1.$$

Резонансные кривые дают возможность найти величины $\varepsilon = \gamma + \gamma_1$ и $\varepsilon' = \gamma + \gamma_1 + \delta$. Пусть показание индикатора при резонансе первоначально равняется η , а после введения сопротивления ρ падает до η' . Тогда, согласно формуле (24), $\eta : \eta' = (\gamma_1 + \delta) \varepsilon' : \gamma_1 \varepsilon$. Из этого уравнения уже не трудно найти величину γ_1 , так как все остальные величины, исключая δ , которая находится вычислением, получаются из опыта.

Во многих случаях декремент колебаний резонатора, не содержащего искры, может быть вычислен по формуле $\gamma_1 = \frac{R_1}{2L_1}$, где R_1 сопротивление резонатора и L_1 коэффициент самоиндукции; при этом предполагается, что энергия колебаний превращается только в джоулево тепло в цепи резонатора.

Кроме указанных выше типов резонансных кривых, необходимо отметить еще один, изученный Mandelstam'ом и Papalexі и получающийся при применении, в качестве индикатора, особого динамометра,

отклонения которого пропорциональны величине $\int_0^{\infty} J J_1 dt$. Эти кривые представляют то удобство, что при резонансе вибратора и резонатора, они пересекают ось абсцисс, т. е. отклонения динамометра при этом равняется нулю. Как и всякий нулевой метод, метод Mandelstam'a и Paralexі представляет преимущество и в смысле точности определения резонанса и в отношении независимости от амплитуды колебаний вибратора. Видоизменения этого метода предложили в весьма удобной для практики форме L. Kann, а также Л. Исаков.

§ 7. Затухание колебаний. Причинами, вызывающими затухание колебаний, кроме сопротивления цепи, являются еще разнообразные потери энергии в различных частях цепи вибратора. Таковы потери в искре, в конденсаторе вследствие диэлектрического гистерезиса или истечения с краев обкладок при достаточно высоком напряжении; затем потери вследствие возбуждения токов Фуко в соседних проводниках, вследствие недостатков изоляции и т. п. Последние две из указанных причин могут быть сравнительно легко устранены целесообразным расположением частей цепи. Для устранения потерь в конденсаторе необходимо выбрать диэлектрик, по возможности, не обнаруживающий явления гистерезиса или остаточного заряда, а для уничтожения кистевых разрядов с краев обкладок на лейденских банках необходимо или уменьшить напряжение на них, напр., при помощи последовательного соединения их попарно, или же погружать их в масляную или керосиновую ванну. В смысле уменьшения потерь, по наблюдениям M. Wien'a, весьма выгодны масляные конденсаторы или конденсаторы, наполненные газом (напр. CO_2) под большим давлением, так как сжатые газы могут выдерживать довольно высокие напряжения.

Целый ряд исследований был посвящен изучению того влияния, которое оказывает искра на затухание колебаний. Количество энергии, расходуемое в искре, легко может быть измерено калориметрическим путем. Подобные измерения, показали, что если считать искру эквивалентной некоторому сопротивлению, то величина этого эквивалентного сопротивления зависит от условий опыта. Напр., уменьшение амплитуды колебаний влечет за собой увеличение его; кроме того оно зависит и от периода колебаний и от затухания их.

Изучение колебаний в присутствии искры при помощи Брауновской трубки дало более определенные результаты. Richarz и Ziegler первые нашли, что затухание амплитуд под действием искры происходит по закону, изображаемому не показательной, а линейной функцией. Логарифм отношения соседних амплитуд, логарифмический декремент, возрастает от начала к концу разряда, что обычно формулируют так: сопротивление искры возрастает по мере затухания колебаний. Впоследствии Zenneck и более подробно Рожанский также получали влияние искры на затухание колебаний и в общем подтвердили этот результат. Теорию этого действия искры дали Heydweiler, Barkhausen и др.

Попытки уменьшить декремент колебаний, который при обычном способе возбуждения их всегда отличен от нуля, естественно приводят к задаче получения незатухающих колебаний. Такие колебания впервые получил Duddel при помощи, так наз., поющей дуги. Присоединяя к вольтовой дуге постоянного тока цепь, содержащую достаточно большую емкость и самоиндукцию можно при некоторых условиях получить довольно чистый звук, тон которого определяется самоиндукцией и емкостью параллельной цепи и может быть приблизительно вычислен по формуле Томсона. Звучание дуги есть результат колебаний, возникающих в цепи с конденсатором, вследствие которых ток в дуге испытывает периодические колебания, а вместе с ним также и столб газа, проводящий ток. Вольтова дуга с угольными электродами может создавать таким образом колебания, число которых однако не превосходит нескольких десятков тысяч в секунду. Подробное изучение этого явления, которым занимались между прочим Granquist, Майзель, Simon, Barkhausen, показало, что период этих колебаний не есть величина постоянная, характерная для данной цепи, а зависит напр. от силы постоянного тока, питающего дугу, и от других побочных причин и испытывает небольшие колебания от разных, случайных влияний. Условия возбуждения незатухающих колебаний подробно исследовал Barkhausen.

Гораздо большее число колебаний можно получить с дугой, снабженной металлическими электродами. Кроме того Paulsen нашел, что газ, в котором происходит горение дуги, имеет большое значение; наилучшие результаты дает металлическая дуга в водороде или светильном газе. При помощи металлической дуги Wagner получил колебания, частота которых $2,4 \cdot 10^7$ в сек., а Щдро достиг еще более быстрых колебаний (более 10^8 в сек.). Необходимым условием для получения этих результатов является малая сила тока и высокое напряжение в вольтовой дуге.

§ 8. Открытый вибратор. До сих пор мы рассматривали вибратор, состоящий из замкнутого проволочного контура, соединяющего обкладки конденсатора. В противоположность этому типу замкнутого вибратора, вибратор открытый представляет из себя незамкнутую цепь. Примером открытого вибратора может служить прямолинейный провод с укрепленными на концах большими металлическими телами, емкость которых значительно больше емкости провода. В таком вибраторе период колебаний может быть вычислен также по формуле (13) W. Thomson'a, при чем под C подразумевается емкость металлических тел, а под L самоиндукция прямолинейного провода.

Распределение тока в последнем квази стационарно, т. е. в каждый данный момент в любом сечении провода ток имеет одну и ту же величину J , как и в рассматривавшемся раньше замкнутом вибраторе. Особенностью же открытого вибратора является новый фактор, увеличивающий затухание, а именно излучение электромагнитной энергии. Энергия электромагнитного поля, создаваемого колебаниями вибратора, не остается связанной с ним, а испускается во все стороны в форме лучистой энергии.

Таким образом энергия вибратора отчасти расходуется на лучеиспускание. С этим явлением мы ознакомимся подробнее в дальнейшем.

Другим примером открытого вибратора может служить прямолинейный провод, период которого определяется емкостью и самоиндукцией всех частей проволоки. В этом случае ток в вибраторе не отвечает условию квазистационарности. Заряды распределяются вдоль всего провода, причем плотность электричества больше на концах и равняется нулю по середине; точно также распределяется и потенциал вдоль провода. Сила тока наоборот имеет максимальную величину в середине вибратора и падает до нуля на концах провода. Колебания такого вибратора представляют аналогию стоячим волнам в струне, при чем силе тока отвечают перемещения или скорости точек струны. Мы можем поэтому говорить о стоячей электрической волне в проводе; сила тока имеет пучность в середине провода и узлы у концов; наоборот узел электрического потенциала находится в середине, а пучность его на концах. Период такого вибратора находится в тесной связи с длиной его, как и период собственных колебаний струны, и зависит от скорости распространения электромагнитных волн в среде, окружающей проволоки. Длину волны λ , излучаемой таким вибратором, можно считать равной удвоенной длине l вибратора.

Вибраторы, в которых ток не удовлетворяет условию квазистационарности, кроме основного колебания, могут совершать колебания высших порядков, соответствующие обертонам звучащих тел. Электрические обертоны, как и звуковые, в некоторых простейших случаях составляют гармонический ряд, но вообще говоря, они негармонические. Впервые теория вибраторов этого типа была развита Kirchhoff'ом (1864).

Для демонстрирования резонансных явлений и распределения стоячих волн часто применяются спирали Зейбта. Длинная спираль S_p из тонкой проволоки с шелковой изоляцией присоединяется одним концом P , как показано на рис. 121, к замкнутому вибратору, состоящему из лейденских банок C_1 и C_2 и проволочного контура, самоиндукцию которого можно изменять непрерывным образом, включая большее или меньшее число витков катушки L .

Если вибратор настроен в резонанс со спиралью S_p , то при возбуждении в нем колебаний, в спирали образуется стоячая электрическая волна. Около пучностей электрического потенциала, электрическое поле настолько сильно, что образуются энергичные, ветвистые кистевые разряды в воздухе, отлично видные в темноте. Для того, чтобы концентрировать это свечение, натягивается параллельно спирали проволока, отведенная к земле, и разряд происходит между спиралью и проволокой, как показано на рис. 122. Эти световые явления служат для объективного демонстрирования распределения потенциала вдоль спирали. Уменьшая период вибратора, можно настроить его в резонанс с одним из обертонов спирали и получить несколько узлов и пучностей, как изображено на рис. 122.

§ 9. Колебания связанных вибраторов. Взаимодействие двух вибраторов, расположенных по близости друг от друга, является результатом существования между ними магнитной, электрической или гальванической связи. Такие вибраторы мы будем называть связанными. Магнитная связь определяется коэффициентом их взаимной электромагнитной индукции M ; связь электрическая устанавливается при существовании взаимного электростатического влияния, и наконец мы имеем гальваническую связь, если вибраторы имеют общий участок цепи. Мы разберем только случай магнитной связи, как наиболее часто встречаю-

Рис. 121.

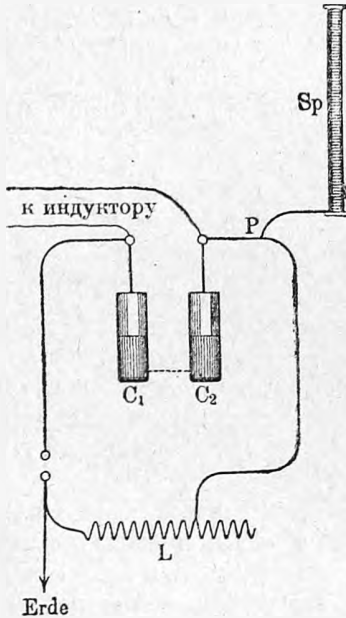
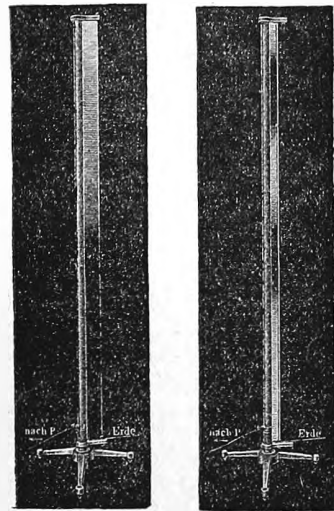


Рис. 122.



щийся, и при том упростим нашу задачу, принимая, что в вибраторе и резонаторе сопротивление $R = 0$. Пусть $-L \frac{dJ}{dt}$ и $-L_1 \frac{dJ_1}{dt}$ электродвижущие силы самоиндукции в вибраторе и в резонаторе. Вследствие существования магнитной связи в вибраторе индуцируется кроме того электродвижущая сила $-M \frac{dJ_1}{dt}$ и соответственно $-M \frac{dJ}{dt}$ в резонаторе, если M коэффициент взаимной индукции.

Так как в данном случае, по правилу Кирхгофа, сумма электродвижущих сил в цепи должна равняться по величине разности потенциалов V на обкладках конденсатора, то для вибратора мы получаем уравнение

$$-L \frac{dJ}{dt} - M \frac{dJ_1}{dt} + V = 0, \dots \dots \dots (28)$$

а для резонатора

$$-L_1 \frac{dJ_1}{dt} - M \frac{dJ}{dt} + V_1 = 0 \dots \dots \dots (29)$$

Так как

$$J = -C \frac{dV}{dt} \quad \text{и} \quad J_1 = -C_1 \frac{dV_1}{dt},$$

то уравнения (28) и (29) обрабатываются после исключения J и J_1 в следующие:

$$\frac{d^2 V}{dt^2} + \frac{V}{LC} = -\frac{MC_1}{LC} \frac{d^2 V_1}{dt^2} \dots \dots \dots (30)$$

$$\frac{d^2 V_1}{dt^2} + \frac{V_1}{L_1 C_1} = -\frac{MC}{L_1 C_1} \frac{d^2 V}{dt^2} \dots \dots \dots (31)$$

Введем обозначения: $k_1 = MC_1 : LC$, $k_2 = MC : L_1 C_1$, $a^2 = 1 : LC$ и $b^2 = 1 : L_1 C_1$; тогда ур. (30) и (31) принимают такой вид

$$V'' + a^2 V = -k_1 V_1'' \dots \dots \dots (32)$$

$$V_1'' + b^2 V_1 = -k_2 V'', \dots \dots \dots (33)$$

где штрихи около букв указывают на дифференцирование соответственных функций по t . Начальные условия, которым должны удовлетворять искомые решения этих уравнений, определяются тем, что вибратор в момент $t = 0$ имеет заряд, равный Q_0 , при чем $Q_0 = C V_0$, где V_0 разность потенциалов на обкладках его конденсатора, а ток в нем равен нулю; в то же время в резонаторе и заряд и ток равняются нулю.

Решение, удовлетворяющее ур. (32) и (33) можно представить так:

$$V = A \cos nt + B \cos n't \dots \dots \dots (34)$$

$$V_1 = A_1 (\cos nt - \cos n't) \dots \dots \dots (35)$$

где n и n' суть корни уравнения

$$(1 - k^2) x^4 - (a^2 + b^2) x^2 + a^2 b^2 = 0 \dots \dots \dots (36)$$

в котором $k^2 = k_1 k_2 = M^2 : L_1 L_2$, а коэффициенты A , B и A_1 определяются из начального условия и из уравнений (32) и (33). Величина k носит название коэффициента связи.

Решения уравнений, полученные нами, (34) и (35), показывают, что в вибраторе и резонаторе возбуждаются два колебания различного периода $T = 2\pi : n$ и $T' = 2\pi : n'$. Из ур. (36) легко найти эти величины, как функции периодов $T_1 = 2\pi : a$ и $T_2 = 2\pi : b$ собственных колебаний вибратора и резонатора. Мы приведем окончательный результат этих выкладок

$$2T^2 = T_1^2 + T_2^2 + \sqrt{(T_1^2 - T_2^2)^2 + 4k^2 T_1^2 T_2^2} \dots \dots \dots (37)$$

$$2T'^2 = T_1^2 + T_2^2 - \sqrt{(T_1^2 - T_2^2)^2 + 4k^2 T_1^2 T_2^2} \dots \dots \dots (38)$$

Из этих выражений мы легко находим, что одно из колебаний, возникающих вследствие взаимодействия вибраторов, имеет период больший, а другое — меньший, чем любой из периодов собственных колебаний вибратора и резонатора.

Особенно простой вид имеют колебания в том весьма важном случае, когда $T_1 = T_2$, т. е. вибраторы настроены в резонанс.

В этом случае

$$T^2 = T_1^2 (1 + k) \dots \dots \dots (39)$$

$$T'^2 = T_2^2 (1 - k) \dots \dots \dots (40)$$

т. е. периоды колебаний, по прежнему, не равны и разность их зависит от коэффициента связи k . Амплитуды же колебаний с этими периодами в каждом вибраторе равны между собой, и решения (34) и (35) принимают следующий вид:

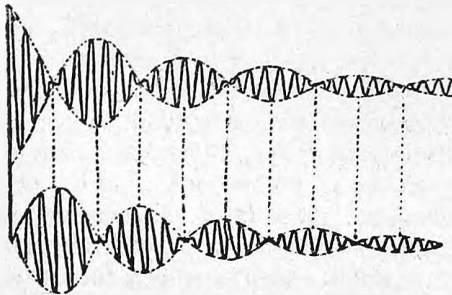
$$V = V_0 \cos \frac{n+n'}{2} t \cos \frac{n-n'}{2} t \dots \dots \dots (41)$$

$$V_1 = V_0 \sqrt{\frac{C}{C_1}} \sin \frac{n+n'}{2} t \sin \frac{n-n'}{2} t \dots \dots \dots (42)$$

который показывает, что результатом сложения двух колебаний неравного периода, будут колебания с периодом средним, между T и T' , и с периодически изменяющейся амплитудой. Колебания совершают биения, тем более частые, чем теснее связь между вибраторами. При этом максимуму амплитуды в одном вибраторе соответствует минимум в другом.

Если колебания кроме того затухают, то явления в связанных вибраторах будут в общем такие же, с тою разницей, что амплитуды колебаний, не только испытывают периодические колебания (биения), но также уменьшаются вследствие затухания. Графическое изображение

Рис. 123.



колебаний вибратора и резонатора в этом случае дано на рис. 123.

Теоретическое исследование этого случая было произведено М. Wien'ом и P. Drude.

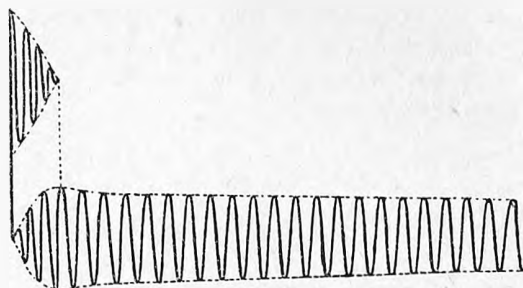
Если вибратор содержит искру, то при некоторых условиях наблюдается интересное явление, впервые замеченное М. Wien'ом. Когда амплитуда колебаний вследствие биений падает почти до нуля,

то колебания в вибраторе прекращаются. Колебания же резонатора, в котором сосредоточена в этот момент почти вся начальная энергия вибратора, продолжают происходить так, как если бы цепь вибратора была разорвана в искровом промежутке. Причиной этого является особое свойство искры, состоящее в том, что для проводимости искрового промежутка необходим известный минимум разности потенциалов на электродах его. Если амплитуда колебаний настолько мала, что это условие не может быть осуществлено, то колебания прекращаются. Этим способом можно вызвать собственные колебания в резонаторе, не содержащем искры и поэтому обладающем слабым затуханием, и передать ему почти всю энергию, которая в начале накоплена в вибраторе. Ход колебаний в вибраторе и резонаторе представлен для этого случая на рис. 124. Этот

способ возбуждения колебаний резонатора можно назвать ударным (Stosserregung), так как вследствие непродолжительности колебаний вибратора, его действие на резонатор можно считать аналогичным импульсу кратковременной силы. Продолжительность действия вибратора на резонатор тем меньше, чем теснее связь между ними.

При тесной связи условия, при которых осуществляется явление М. Wien'a, имеются налицо лишь тогда, когда V_0 , начальная амплитуда, вибратора очень мала, т. е. при очень коротких искрах. Потухание

Рис. 124.

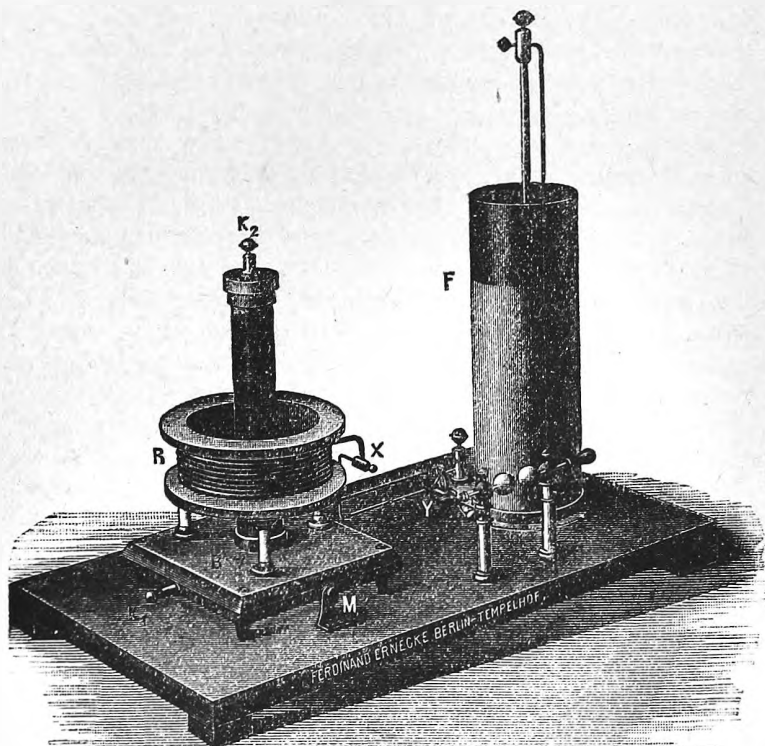


искры может при этом наступить уже после первого минимума амплитуды колебаний вибратора (как на рис. 124). При более же длинных искрах и больших значениях V_0 , искра тухнет позднее, когда амплитуда колебаний вследствие затухания делается достаточно малой. В случае слабой связи потухание искры может наступить и при больших величинах V_0 . Весьма существенна в этом явлении роль материала электродов: наилучшее действие оказывает искра между электродами из серебра, меди, латуни, железа; напротив, магниевая искра оказывается совершенно неактивной.

§ 10. Трансформатор Tesla. Если вибратор состоит из лейденской банки F (рис. 125) и нескольких оборотов R толстой проволоки, присоединенных к обкладкам банки при помощи толстых и возможно коротких проводов, содержащих еще искровой промежуток J , а резонатором является спираль k_1k_2 , состоящая из многих витков тонкой проволоки, намотанной в один ряд на изолирующем цилиндре, то при разряде вибратора в резонаторе также возбуждаются колебания, достигающие наибольшей интенсивности при резонансе. Амплитуда колебаний (напряжения) в резонаторе, как показывает формула (39), должна быть значительно больше, чем в вибраторе, так как емкость лейденской банки во много раз больше емкости спирали. Напротив амплитуда силы тока значительно меньше в спирали. Таким образом в этой системе мы имеем трансформатор, питаемый колебаниями высокой частоты и повышающий их напряжение. Такой трансформатор впервые построен Tesla и носит его имя. Высота потенциала на концах спирали (вторичной цепи трансформатора) очень эффектно обнаруживается в темноте энергичными разрядами в воздух с ее концов K_1 и K_2 ; при приближении к этим концам проводников, отведенных к земле, образуются длинные искры. Если, держа в руке проводник, поднести его к полюсам трансформатора, то разряд проходит в землю через тело экспериментатора, не вызывая в нем заметного физиологического действия. Даже непосредственный разряд в тело не вызывает ни ощущения удара, ни сокращения мышц, как

обыкновенный разряд лейденской банки. Такое слабое физиологическое действие токов Tesla может быть объяснено отчасти незначительной силой их, не смотря на высокое напряжение, отчасти же высокой частотой колебаний, неблагоприятной для раздражения нервной ткани. Теория

Рис. 125.



трансформатора Tesla подробно разработана P. Drude, который выяснил также условия наиболее выгодной его конструкции.

§ 11. Первые опыты Hertz'a. I. Вибратор которым пользовался Hertz для получения быстрых электрических колебаний, представлял из себя два металлических тела (кондуктора) CC' , соединенных прямой медной проволокой. По середине эта проволока разрезана и концы ее снабжены металлическими шариками, разделенными искровым промежутком B . Один из таких вибраторов, относящихся к типу открытых вибраторов, представлен на рис. 126.

Рядом с вибратором изображен и резонатор, которым служил у Hertz'a почти замкнутый проволочный контур в виде четырехугольника $abcd$ или круга, с искровым промежутком M , длина которого может быть регулируема и измеряема при помощи микрометрического винта.

Для возбуждения колебаний, кондукторы CC' заряжаются индукционной катушкой A . Когда разность потенциалов на электродах искро-

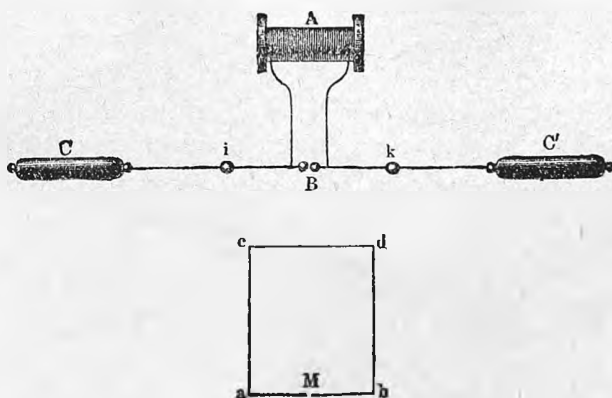
вого промежутка достигает определенной величины, искрового потенциала, появляется искра, через которую происходит колебательный разряд вибратора.

При возбуждении колебаний вибратора, в соседнем резонаторе также возникают колебания, амплитуда которых может быть измерена предельной длиной искрового промежутка, при которой еще проскакивают искры. При удалении резонатора длина искры в нем все уменьшается, но и на расстоянии нескольких метров искры еще заметны.

Те же явления можно наблюдать и с открытым резонатором, подобным вышеописанному открытому вибратору.

II. Резонансные явления. Что в этих опытах мы действительно имеем дело с электрическими колебаниями определенного периода, а не с беспорядочными движениями электричества, можно видеть из следующих фактов. Если изменять период вибратора или резонатора, то изменяется и длина искры в резонаторе, при чем для определенного периода наблюдается ясно заметный максимум этой длины; при периодах же, как меньших, так и больших, искры получаются более короткие. Мы

Рис. 126.

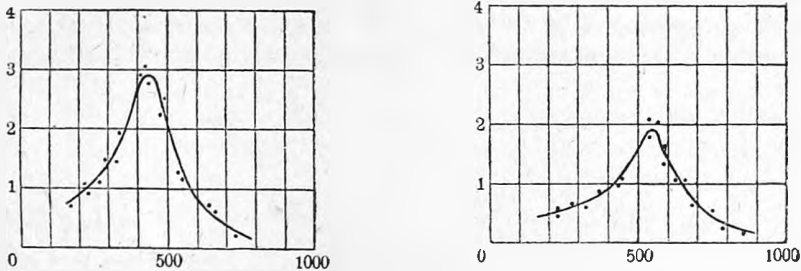


встречаемся здесь несомненно с явлением резонанса, указывающим на существование правильных колебаний определенного периода.

Для изменения периода вибратора Hertz воспользовался медной прямолинейной проволокой, в 2,6 м. длины и 5 мм. толщины, с искровым промежутком посередине, вдоль которой могут передвигаться два цинковых шара по 30 см. в диаметре каждый. Изменяя расстояние между шарами, напр. укорачивая его, Hertz уменьшал самоиндукцию вибратора, почти не изменяя его емкости. Резонатором служил проволочный квадрат с стороною в 75 см. длины. Вибратор и резонатор устанавливались так, что кратчайшее расстояние между ними было 30 см. При некотором положении шаров вибратора длина искры в резонаторе достигала 3 мм.; при удалении или сближении их она уменьшалась. Для количественного изучения явлений резонанса Hertz, оставляя длину

вибратора неизменной, изменял длину проволоки резонатора (приготавливая проволочные прямоугольники разной величины), и измерял длину искры у этих различных резонаторов. Если на оси абсцисс наносить длины резонаторов, а по оси ординат откладывать соответственные длины искры, то получается кривая с ясно выраженным максимумом. Это и есть резонансная кривая максимальной амплитуды. Кривая слева (рис. 127) относится к той серии опытов, в которой стороны ab и cd (рис. 126) резонатора оставались без изменения (30 см.), а стороны ac и bd удлинялись от 10 до 250 см. Максимум на кривой получился при длине этих сторон

Рис. 127.



в 180 см. и общей длине проволоки в 420 см. Кривая справа получена с иным резонатором, площадь которого оставалась неизменной, а длина контура могла быть изменяема заменой прямолинейных проволок спирально свернутыми. Максимум в этой кривой несколько сдвинут в сторону больших длин.

III. Магнитное и электрическое поле вибратора. Так как в вибраторе Hertz'a заряды сосредоточены на поверхности шаров и последние находятся довольно далеко друг от друга, то электрическое поле, создаваемое зарядами вибратора такое же, как поле двух электрических масс $+e$ и $-e$, сосредоточенных в центрах шаров. Таким образом мы можем уподобить вибратор электрическому дублету (или диполю), момент которого

$$k = (l + d)e,$$

где l расстояние между шарами, d их диаметр и e заряды.

Проведем через ось этого дублета какую-либо плоскость, которую назовем меридианной; в любой точке этой плоскости электрическая сила параллельна ей, т. е. силовые линии лежат в меридианных плоскостях, и при том распределение их во всех меридианных плоскостях одинаково вследствие симметрии вибратора.

Магнитное поле вблизи вибратора определяется главным образом электрическим током J , идущим по проволоке, соединяющей шары. Таким образом это магнитное поле такое же, как у незамкнутого прямолинейного тока, имеющего длину l и силу J . Линии магнитной силы представляют из себя окружности кругов, плоскости которых перпендикулярны

к оси вибратора (и к меридианным плоскостям), а центры лежат на оси вибратора.

К этим силам необходимо присоединить электрические силы, возникающие вследствие изменения магнитного поля (электромагнитная индукция) и, с точки зрения теории Максвелла, магнитное поле токов смещения в диэлектрике. Во всяком случае результирующая магнитная сила \mathfrak{H} перпендикулярна к меридианным плоскостям, в которых лежат электрические силы \mathfrak{E} , т. е. магнитные и электрические силы взаимно перпендикулярны, как показано на рис. 128. Это является следствием симметрии вибратора и вытекающей отсюда симметрии поля относительно его оси.

Для изучения электрического и магнитного поля, Hertz пользовался круговым резонатором B с искровым микрометром f . Предположим что ось вибратора A расположена горизонтально (рис. 129), параллельно

Рис. 128.

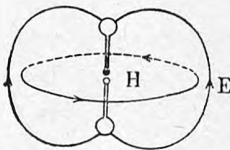
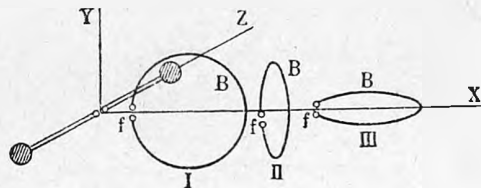


Рис. 129.

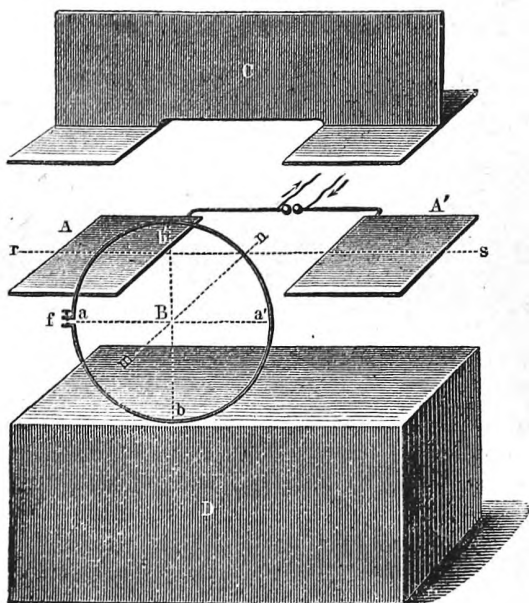


оси Z . Если поставить плоскость резонатора вертикально, при том так, чтобы центр круга находился в горизонтальной плоскости, проходящей через ось вибратора, т. е. в плоскости ZX , то очевидно, что изменения магнитного поля вибратора не вызовут в резонаторе электродвижущей силы, так как магнитный поток, пронизывающий площадь круга, равен нулю. Действительно, число линий магнитной индукции, пронизывающей половину круга, лежащую выше плоскости ZX , равняется числу линий, пронизывающих в противоположном направлении нижнюю часть круга. Если кроме того плоскость резонатора совпадает с плоскостью XY , которую назовем экваториальной, то электрическая сила, всегда перпендикулярная к экваториальной плоскости, также не может вызвать электрического тока в резонаторе.

В этом положении, в искромере f резонатора не наблюдается электрических искр. Hertz назвал его первым главным положением резонатора (I). Если повернуть круг около вертикального диаметра на 90° , то мы получим второе главное положение (II). Плоскость его перпендикулярна к экваториальной плоскости, и электрические силы могут возбуждать в нем колебания. Но амплитуда их зависит от положения искрового промежутка; она равна нулю, когда искра находится в плоскости ZX и достигает максимума, когда искра занимает самое верхнее или самое нижнее положение в круге. В этих положениях и наблюдаются самые длинные искры. Если перемещать резонатор так, чтобы центр его оставался в плоскости ZX , а искровой промежуток зани-

мал самое верхнее или нижнее положение в круге, то можно определить направление электрической силы в разных точках поля вибратора. В самом деле, если плоскость резонатора перпендикулярна к направлению силы в данном месте, то колебания не возбуждаются, но поворачивая резонатор, можно наблюдать появление искр, длина которых достигает максимума при повороте на 90° . Таким образом нормаль к плоскости резонатора в первом положении дает направление электрической силы. Наконец, если плоскость резонатора горизонтальна, мы имеем третье (III) главное положение. В этом положении величина магнитного

Рис. 130.



потока, пронизывающего площадь круга, остается постоянной, независимо от положения искрового промежутка f . Но электростатические силы зарядов на вибраторе создают электродвижущую силу, зависящую от положения искры. Поэтому при вращении резонатора около вертикальной оси, проходящей через центр круга, искры, хотя и не прекращаются все время, но длина их колеблется между некоторым максимумом и минимумом. Почти таким же образом, как и в случае электрической силы, можно в разных точках поля вибратора найти направление магнитной силы.

Таким образом мы видим, что при помощи резонатора можно изучать электромагнитное поле вибратора. Наблю-

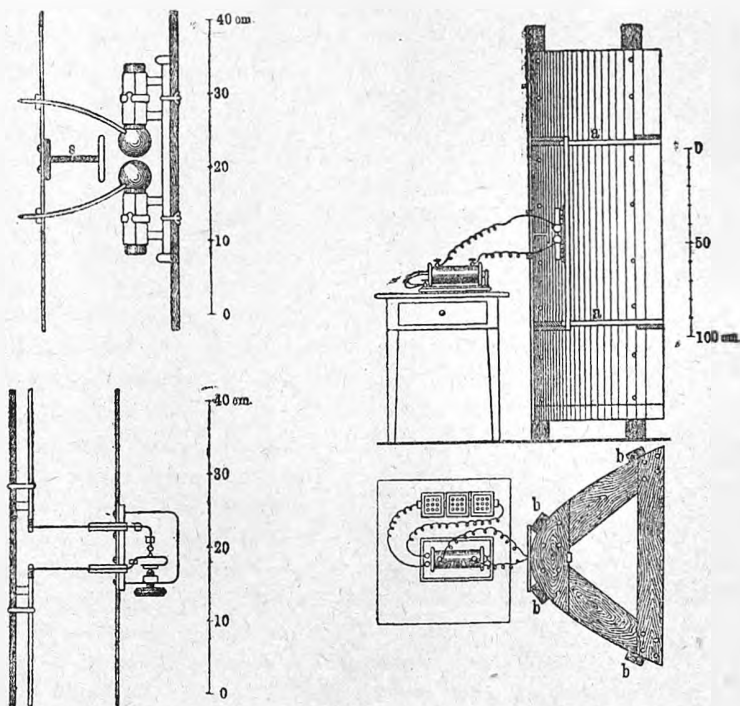
дения Hertz'a оказались в полном согласии с теорией вибратора, которая была им дана впоследствии.

IV. Магнитное поле токов смещения. Вибратор состоит из двух металлических пластин AA' , соединенных проволокой. Резонатор занимает второе главное положение, с искровым промежутком f в горизонтальной плоскости, когда искры в нем совершенно прекращаются. Если к вибратору приблизить металлическое тело C , то в последнем возбуждаются колебания, магнитное поле которых создает в резонаторе электродвижущую силу, не равную нулю. Точно так же, если приблизить к вибратору кусок D диэлектрика, то в нем появляются поляризационные токи смещения, создающие свое магнитное поле, которое индуцирует колебания в резонаторе. Таким образом в обоих случаях в резонаторе появляются искры, откуда можно заключить, что магнитное поле одинаково вызывается, как токами в проводниках, так и токами смещения в диэлектрике.

§ 12. **Различные типы вибраторов.** Вибратор Hertz'a, описанный выше, принадлежит к типу открытых. Впоследствии было предложено еще несколько разновидностей этого типа, сыгравших важную роль в развитии наших знаний в этой области. Мы опишем здесь наиболее важные из них.

I. Hertz, для получения колебаний с более коротким периодом, чем те, которые он получал в своих первых опытах, построил вибратор, представленный на рис. 131, слева наверху. Он состоит из двух цилиндри-

Рис. 131.

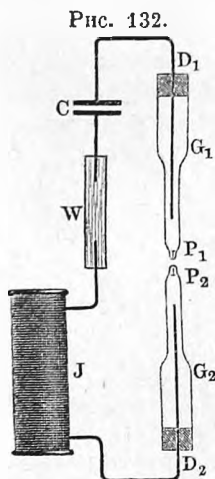


ческих стержней, снабженных на концах шариками, обращенными друг к другу. К этим шарикам две проволоки подводят заряды. Искра проскакивает между поверхностями шаров в воздухе. Экран *s* служит для того, чтобы закрывать искровой промежуток от действия ультрафиолетовых лучей свечения, которое окружает проволоочки в тех местах, где они пронизывают стенку параболического металлического зеркала, в котором укреплен вибратор.

Этот вибратор представляет прототип линейного цилиндрического вибратора, в котором колебания можно рассматривать, как стоячие волны (§ 7), при чем длина вибратора приблизительно равняется $\frac{1}{2} \lambda$, т. е. половине длины его волны. Длина *l* вибратора, которым пользо-

вался Hertz, была 26 см.; длина же волны λ , измеренная непосредственно — 66 см., т. е. приблизительно в 2,5 раза больше. Впоследствии этот тип вибратора получал неоднократное применение, при чем размеры его изменялись в соответствии с длиной волны, которую он должен был излучать.

Уже Hertz заметил, что при возбуждении колебаний искра является весьма важным фактором, но очень непостоянным. Гораздо большим постоянством отличается искра, проскакивающая в жидком изоляторе, напр. масле, впервые примененная Sarrasin и de la Rive'ом. При этом возрастает энергия колебаний, вследствие большей высоты разрядного потенциала, а также уменьшается изнашивание электродов искрового промежутка, которые при искре в воздухе нуждаются в постоянной очистке и полировке.

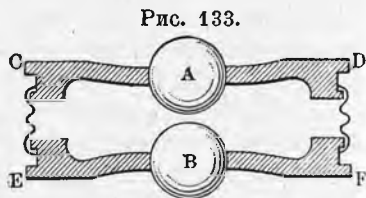


II. П. Н. Лебедев пользовался для получения очень коротких волн ($\lambda = 6$ мм.) вибратором того же типа, как и Hertz. Он состоял (рис. 132) из двух платиновых цилиндриков 0,5 мм. в диаметре и 1,3 мм. длины, впаянных в стеклянные трубки G_1G_2 . Вибратор заряжался через искры, которые перескакивали с проволок D_1D_2 . Ток подводился от маленькой индукционной катушки J через большое сопротивление W и конденсатор C (последние служат препятствием разряду катушки через вибратор). Волны, полученные с этим вибратором, до настоящего времени являются наиболее короткими из всех, какие удалось получить и

измерить достаточно точно.

III. Lodge пользовался для возбуждения колебаний металлическим шаром, к которому заряды подводятся через искры с противоположных сторон при помощи двух проволочных электродов. Процесс возбуждения колебаний можно представить себе состоящим из двух последовательных фаз. Первая фаза: шар находится в электрическом поле, создаваемом заряженными электродами, и сам заряжается через индукцию. Вторая фаза: при проскакивании искр между электродами и поверхностью шара внешнее поле исчезает, и в шаре совершаются колебания, период которых определяется его размерами.

IV. Righi употреблял в качестве вибратора два шара A и B (рис. 133), закрепленные в эбонитовых пластинках CD и EF , служивших доньщиками коробочки с эластичными стенками, наполненной маслом, так что искры между шарами проскакивали в масле. При помощи микрометрического винта можно регулировать расстояние между ними. Заряды подводились к ним через искры при помощи двух электродов. При диаметре шаров в 8 см. длина волны оказалась приблизительно $\lambda = 20$ см., а при 8 мм. — $\lambda = 2,6$ см.



V. Вибратор Blondlot (см. § 19) отличается по типу от выше-описанных, так как принадлежит к замкнутым вибраторам. Он представляет из себя воздушный конденсатор C , состоящий из двух параллельных пластинок, соединенных проволочным контуром, обычно, круговой или прямоугольной формы, с искровым промежутком. Емкость и самоиндукция его могут быть сравнительно легко подсчитаны; потери вследствие лучеиспускания значительно меньше, чем у открытых вибраторов. При погружении его в масло, керосин или другую изолирующую жидкость, увеличивается емкость; но кроме того вибратор функционирует в этих условиях более правильно и постоянно.

§ 13. Теория открытого вибратора. В общем курсе физики мы, к сожалению, не имеем возможности приводить обширных теоретических выводов, и должны ограничиться указанием основ этих выводов и окончательных формул. Читатели найдут все подробности в книге Д. А. Рожанского, указанной в начале этой главы.

Теория открытого вибратора была впервые разработана Hertz'ем, который исходил из уравнений Максвелла (гл. III, § 5)

$$\frac{r}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H} \dots \dots \dots (43)$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl } \mathfrak{E} \dots \dots \dots (44)$$

Так как магнитную проницаемость диэлектриков можно считать равной единице, то множитель μ мы будем в дальнейшем опускать.

Эти уравнения дают возможность определить для любого момента состояние электромагнитного поля около вибратора, если известно состояние его в какой-нибудь момент, напр., начальный, и если даны форма и электрические свойства вибратора, так как от этих последних условий зависит, какое направление имеет электрическая и магнитная сила у самой поверхности вибратора. Мы предположим, что вибратор имеет форму тела вращения, напр., состоит из стержня, к концам которого прикреплены два шара. Введем цилиндрические координаты z, ρ, θ ; ось z примем вдоль оси вибратора. Всякую плоскость, проходящую через эту ось, назовем меридианной, а плоскость, перпендикулярную к оси z и проходящую через середину вибратора — экваториальной. Тогда z есть расстояние произвольной точки M от экваториальной плоскости, ρ — расстояние точки M от оси и θ угол между меридианной плоскостью, проходящей через M , и некоторою начальною меридианною плоскостью. Составляющие векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} по координатным осям обозначим через

$$\mathfrak{E}_\theta, \mathfrak{E}_\rho, \mathfrak{E}_z, \mathfrak{H}_\theta, \mathfrak{H}_\rho, \mathfrak{H}_z.$$

Преобразуем (43) и (44), вводя в них координаты θ, ρ и z . Если принять во внимание, что в начальный момент разряда $\mathfrak{E}_\theta = 0, \mathfrak{H}_z = \mathfrak{H}_\rho = 0$, то получаютя окончательно уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho \mathfrak{H}_\theta}{\partial \rho} \\ \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_\rho}{\partial t} &= -\frac{\partial \mathfrak{H}_\theta}{\partial z} \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}_\theta}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{E}_\rho}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial \rho} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (45)$$

Мы удовлетворим первым двум уравнениям (45), если положим

$$c \rho \mathfrak{H}_\theta = \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad \epsilon \rho \mathfrak{E}_z = \frac{\partial Q}{\partial \rho}, \quad \epsilon \rho \mathfrak{E}_\rho = -\frac{\partial Q}{\partial z}, \dots \dots \dots (46)$$

где Q какая угодно функция координат ρ, z и времени t . Для того, чтобы удовлетворялось третье ур. (45), необходимо, однако, ограничить выбор этой функции, подчинив ее дифференциальному уравнению

$$\frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} + \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial Q}{\partial \rho}, \dots \dots \dots (47)$$

которое получается из третьего ур. (45) после подстановки в него выражений (47). Таким образом задача определения электромагнитного поля вибратора сводится к отысканию одной функции Q , из которой можно получить векторы \mathfrak{E} и \mathfrak{H} простым дифференцированием. Мы введем, однако, другую, вспомогательную функцию Π , функцию Hertz'a, связанную с Q соотношением

$$Q = \rho \frac{\partial \Pi}{\partial \rho} \dots \dots \dots (48)$$

и удовлетворяющую более простому уравнению. Вводя в (47) функцию Π , мы найдем

$$\frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial \Pi}{\partial \rho} = \Delta \Pi, \dots \dots \dots (49)$$

где Δ есть символ для выражения Лапласа (гл. I, § 3), которое для случая цилиндрических координат равняется сумме двух членов в (49), содержащих производные по z и ρ .

Всякое частное решение ур. (49) дает решение поставленной нами задачи, если только оно не противоречит физическим условиям рассматриваемого случая. Напр., если электропроводность вибратора бесконечно велика, то электрические силы у поверхности вибратора должны быть нормальны к ней. Отыскание таких решений представляет, вообще говоря, значительные трудности. Hertz воспользовался следующим известным частным решением ур. (49)

$$\Pi = e l \frac{\sin 2\pi \left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)}{r} \dots \dots \dots (50)$$

Здесь e обозначает некоторое количество электричества, l и λ некоторые длины, T период колебаний и r расстояние рассматриваемой точки от начала координат, т. е. $r^2 = \rho^2 + z^2$. Более общее решение того же типа можно представить так:

$$\Pi = e l \frac{f\left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}{r} \dots \dots \dots (51)$$

где f произвольная функция, имеющая первую и вторую производную. Легко видеть, что эти решения не имеют смысла для начала координат, так как они обращаются здесь в бесконечность. Для всех других значений r и t они удовлетворяют уравнению (49), если

$$\lambda : T = c : \sqrt{\epsilon} \dots \dots \dots (52)$$

Так как $c : \sqrt{\epsilon}$ есть скорость распространения волн в диэлектрике, окружающем вибратор, то λ есть длина волны, если T , как в решении (50), период функции f .

Мы покажем теперь, какому физическому случаю соответствует решение Hertz'a.

§ 14. Электромагнитное поле дублета (диполя) Hertz'a. Решение (50) прежде всего показывает, что электрические и магнитные силы суть периодические функции времени, т. е. мы имеем дело с колебаниями незатухающими. Так как энергия, как мы увидим дальше, все время излучается вибратором, то необходимо, чтобы она пополнялась из какого-нибудь источника. В опытах же почти всегда имеют место колебания довольно быстро затухающие.

Мы рассмотрим только случай, когда r велико по сравнению с λ . На больших расстояниях от вибратора выражения для электрических и магнитных сил упрощаются, так как мы можем сохранить в них только те слагаемые, которые содержат множителем малую величину $\lambda : r$ в самой низшей степени. Ограничиваясь этим приближением, мы можем вовсе не дифференцировать множителя $\frac{1}{r}$ в (50), так как такое дифференцирование вводит в знаменатель большой множитель r , т. е. понижает порядок величины дифференцируемой функции, в то время как дифференцирование $\sin\left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$ вводит в знаменатель относительно малую величину λ , т. е. повышает порядок величины. Вследствие этого имеем

$$\mathfrak{E}_\vartheta = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t \partial \varrho} = \frac{4\pi^2 e l}{\lambda^2} \frac{\sin 2\pi\left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}{r} \sin \vartheta \dots \dots \dots (53)$$

$$\epsilon \mathfrak{E}'_z = - \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \varrho \partial z} = - \frac{4\pi^2 e l}{\lambda^2} \frac{\sin 2\pi\left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}{r} \sin \vartheta \cos \vartheta \dots \dots (54)$$

$$\epsilon \mathfrak{E}_z = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varrho} \varrho \frac{\partial \Pi}{\partial \varrho} = \frac{4\pi^2 e l}{\lambda^2} \frac{\sin 2\pi\left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}{r} \sin^2 \vartheta \dots \dots \dots (55)$$

где ϑ есть угол, составляемый направлением радиуса-вектора r с осью z , т. е. $\sin \vartheta = \varrho : r$ и $\cos \vartheta = z : r$.

Если $\epsilon = 1$, то полная величина электрической силы равняется величине магнитной силы в той же точке

$$|\mathcal{E}| = \frac{4\pi^2 e l}{\lambda^2} \frac{\sin 2\pi \left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}{r} \sin \vartheta = |\mathcal{H}| \dots \dots \dots (56)$$

Таким образом в пустоте не только фазы векторов электрической и магнитной силы совпадают, но и амплитуды их равны. Из (54) и (55) легко видеть, что

$$\mathcal{E}_r \sin \vartheta + \mathcal{E}_z \cos \vartheta = \mathcal{E}_r = 0 \dots \dots \dots (57)$$

т. е. проекция электрического вектора на направление r равна нулю. Таким образом и электрическая и магнитная сила перпендикулярны к направлению радиуса r , проведенного из начала координат в данную точку. Кроме того, вдоль оси Z оба вектора электромагнитного поля равны нулю, так как $\sin \vartheta = 0$; они достигают наибольшей величины в экваториальной плоскости, когда $\sin \vartheta = 1$.

Решение (56) показывает, что на больших расстояниях от вибратора, мы имеем шаровые электромагнитные волны, распространяющиеся во все стороны со скоростью $v = \lambda : T$, где λ длина волны, а T период колебаний. На небольшом участке можно, конечно, считать эти волны плоскими. Электрический и магнитный вектор лежат в плоскости волны, т. е. волны поперечные. Направление электрической силы параллельно меридианной плоскости вибратора, а направление магнитной — перпендикулярно к ней; таким образом волны поляризованы. Направление распространения, или направление электрических лучей, совпадает с радиусом-вектором r , проведенным из центра вибратора.

Вектор Пойнтинга (гл. III, § 4)

$$\mathcal{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathcal{E}, \mathcal{H}] \dots \dots \dots (58)$$

перпендикулярный к обоим векторам \mathcal{E} и \mathcal{H} , в данном случае совпадает по направлению с r . Поэтому, если мы опишем около начала координат сферу достаточно большого радиуса r , то количество электромагнитной энергии, излучаемое через ее поверхность за время, dt равняется

$$2\pi r^2 dt \int_0^\pi \mathcal{S} \sin \vartheta d\vartheta \dots \dots \dots (59)$$

Так как \mathcal{E} и \mathcal{H} взаимно перпендикулярны, то вследствие (57)

$$|\mathcal{S}| = \frac{c}{4\pi} |\mathcal{E}| \cdot |\mathcal{H}| = \frac{c}{4\pi} \cdot \frac{16\pi^4 e^2 l^2}{\lambda^4} \cdot \frac{\sin^2 2\pi \left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}{r^2} \sin^2 \vartheta \dots \dots (60)$$

Подставляя это значение \mathcal{S} в (59) и произведя интегрирование, находим, что количество энергии, излученной вибратором за время dt , равно

$$\frac{32\pi^4 c e^2 l^2}{3\lambda^4} \cdot \sin^2 2\pi \left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) dt \dots \dots \dots (61)$$

а за время одного периода T

$$\frac{16\pi^4 e^2 l^2}{3\lambda^3} \dots \dots \dots (62)$$

Переменный момент p дублета, можно положить равным

$$p = -el \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

В таком случае оказывается, что (53) дает

$$\mathfrak{E}_\Theta = -\frac{1}{2c^2} \frac{d^3 p}{dt^3} \sin \Theta,$$

где значение функций p относится к переменной $2\pi\left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$; аналогично изменяются (54) и (55). Вместо (61), получается для количества энергии, полученной вибратором за время dt , выражение

$$\frac{2}{3c^3} \left(\frac{d^2 p}{dt^2}\right)^2 dt \dots \dots \dots (63)$$

Оно легко получается и в том случае, когда p зависит от произвольной функции f , входящей в формулу (51).

§ 15. Силовые линии дублета. Наглядное представление о характере электрического поля можно получить, построив электрические силовые линии для равных моментов одного колебания. Пусть уравнение силовой линии в какой-нибудь меридианной плоскости

$$f(\rho, z) = a \dots \dots \dots (64)$$

где a параметр, постоянный для данной силовой линии. Так как электрическая сила во всех точках касательна к ней, то

$$\mathfrak{E}_\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} + \mathfrak{E}_z \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (65)$$

ибо производная от f пропорциональна косинусам углов, составляемых нормалью к кривой с координатными осями. Вследствие (46)

$$\mathfrak{E}_\rho : \mathfrak{E}_z = -\frac{dQ}{dz} : \frac{dQ}{d\rho} \dots \dots \dots (66)$$

следовательно,

$$\frac{df}{d\rho} : \frac{df}{dz} = \frac{dQ}{d\rho} : \frac{dQ}{dz} \dots \dots \dots (67)$$

Таким образом кривая, выражаемая уравнением

$$Q = \text{const} \dots \dots \dots (68)$$

есть силовая линия электрического поля дублета. На рис. 134—137 приведены кривые, построенные Hertz'ем для равных значений Q , отличающихся на одну и ту же величину. Каждый рисунок представляет распределение электрического поля в определенный момент времени. Рис. 134 дает картину электрического поля в начальный момент $t=0$.

Круг, описанный около начала координат, отделяет часть поля около вибратора, от остального пространства. Внутри этого круга электрическое поле зависит от формы вибратора, и последний уже не может быть приравнен бесконечно малому диполью, поэтому в этой части поля наше решение не дает верных результатов.

В момент $t = 0$ электрические заряды на вибраторе равны нулю, и поэтому все электрические силовые линии представляют из себя замкнутые кривые. Спустя время $t = \frac{1}{8} T$ электрическое поле имеет вид, представленный на рис. 135. Около вибратора, внутри сферы радиуса R_1 ,

Рис. 134.

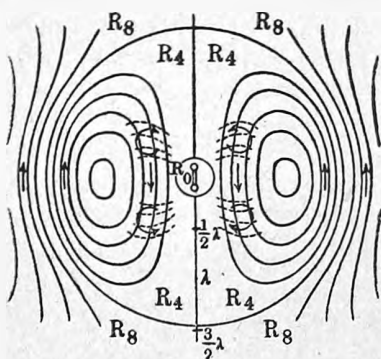


Рис. 135.

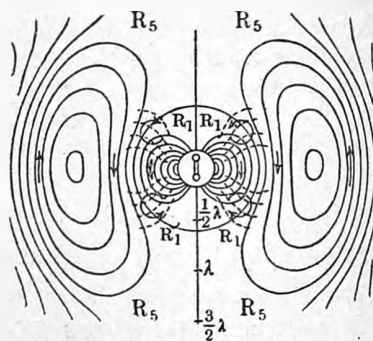


Рис. 136.

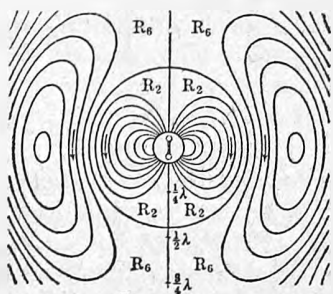
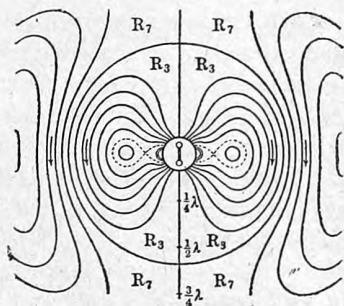


Рис. 137.



электрическое поле похоже на поле электрического диполья; все силовые линии идут от положительного к отрицательному концу его. Радиус R_1 этой сферы несколько больше $\frac{1}{4} \lambda$, где λ длина волны вибратора (в диаграммах Hertz'a обозначение λ относится к длине полу волны). В последующие моменты радиус сферы продолжает возрастать и в момент $t = \frac{1}{4} T$ он равен R_2 и несколько меньше $\frac{1}{2} \lambda$, как показано на рис. 136. Скорость движения поверхности сферы R в эти начальные моменты значительно больше скорости света; но не следует думать, что энергия электромагнитного поля движется с такой же скоростью. На самом деле мы

имеем здесь дело с переходом магнитной энергии в электрическую, а не с простым распространением электромагнитных возмущений. При дальнейшем движении сферы R , скорость ее все более приближается к скорости света.

В момент $t = \frac{3}{8} T$ (рис. 137) можно заметить характерное изменение формы силовых линий. На них появляются перехваты, и некоторые части их начинают даже отделяться, образуя замкнутые кривые. В то же время ближайšie к вибратору части силовых линий втягиваются в него обратно.

Для момента $t = \frac{1}{2} T$ нет особой диаграммы, но мы можем воспользоваться рис. 134, изменив только направление стрелок, указывающих направление электрической силы. В этот момент процесс отшнуровывания части электрических линий закончился. Замкнутые силовые линии, отделившиеся от вибратора, уходят в окружающее пространство, унося с собой энергию его. Так зарождаются электромагнитные волны, и происходит процесс превращения электрической энергии дублета в лучистую форму электромагнитной энергии.

Электрическая сила вблизи вибратора изменяется, как по величине, так и по направлению. На рис. 134 и 135 пунктиром обозначен ход силовых линий в моменты на $\frac{1}{4} T$ более поздние. Как видно, электрический вектор вращается, и в то же время изменяется по величине. Конец его описывает при этом эллипс. Но существуют области, где эллипс превращается в круг, и, следовательно, электрическая сила меняет только направление, но не величину. Эти области отмечены дугообразными стрелками, указывающими направление вращения электрического вектора.

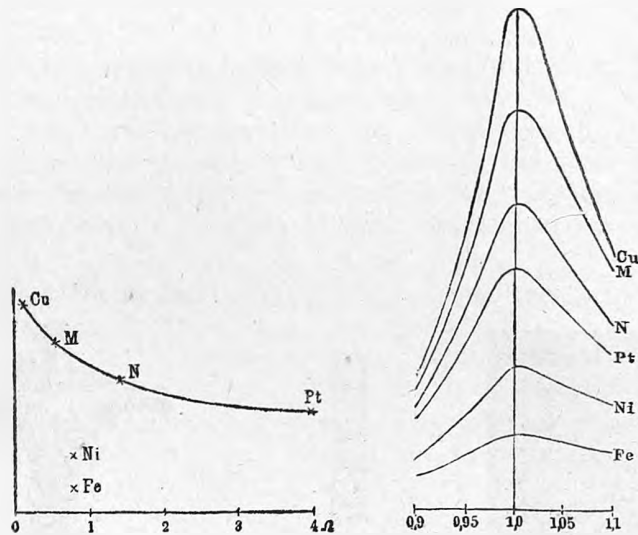
§ 16. Резонаторы. Резонаторы, применяемые для исследования электромагнитного поля вибратора и излучаемых им волн, бывают также замкнутые и открытые. Электромагнитные волны, действуя на них, возбуждают колебания, интенсивность которых зависит от амплитуды электрического вектора, от формы и положения резонатора, а также от того, насколько близки периоды вибратора и резонатора. В замкнутом проводящем контуре, содержащем, однако, искровой промежуток, полная электродвижущая сила, возбуждаемая электромагнитными волнами, составляетя, как из положительных, так и отрицательных элементов, так как одни элементы контура по направлению совпадают с электрическим вектором, а другие противоположны ему; поэтому величина ее всегда меньше, чем в открытом прямолинейном вибраторе при той же длине проволоки. Кроме того, интенсивность колебаний зависит и от положения искрового промежутка. Теория замкнутого резонатора, наменная Hertz'ем, была впоследствии развита Poincaré и Drude.

Лучше используется действие электрического поля при открытом резонаторе (рис. 131, слева внизу); поэтому такие резонаторы в форме цилиндрических стержней или полосок станиоля, наклеенных на изоляторе, применяются чаще. Для того, чтобы усилить действие волн на резонатор, весьма выгодно настроить его в унисон с вибратором; однако, как мы

увидим ниже (§ 21), при сильном затухании колебаний вибратора собственные колебания резонатора весьма сильно сказываются на результатах наблюдений.

Затухание собственных колебаний, как почти замкнутого, так и открытого резонатора, есть следствие двух разнородных причин: лучеиспускания и перехода электрической энергии в тепловую. Первая зависит, по видимому, только от формы резонатора, а вторая, главным образом, от материала. Для того, чтобы выяснить роль последнего, Вјеркнес определил декремент нескольких резонаторов совершенно одинаковых размеров, но из разных металлов. Результаты, полученные для *Cu*, латуни (*M*), нейзильбера (*N*), *Pt*, *Ni*, и *Fe* показаны на рис. 138. Кривая резо-

Рис. 138.



нанса медного резонатора имеет наиболее острый максимум и делается более плоской у других металлов. Убывание максимумов кривых идет в таком порядке: *Cu*, *M*, *N*, *Pt*, *Ni*, *Fe*. На рис. 138, слева внизу, показана зависимость максимумов от сопротивления проволоки резонатора. Очевидно, что затухание в случае *Fe* и *Ni* зависит не от сопротивлений их, а от ферромагнитных свойств, которые проявляются и при этих быстрых колебаниях. Измерение декрементов дало для *Cu* $\gamma = 0,034$. Из этой величины, по оценке Вјеркнес'а, 0,027 приходится на лучеиспускание и только 0,007 на остальные потери. В то же время у *Fe* $\gamma = 0,27$, следовательно, 0,24 приходится отнести на счет выделения тепла в резонаторе.

§ 17. Индикаторы (детекторы) электрических колебаний. I Искра. Индикатором электрических колебаний в опытах Hertz'a служила электрическая искра. Максимальная длина ее является мерой максимальной амплитуды колебаний резонатора. Наблюдения очень коротких искр по способу Hertz'a затруднительно, и в этих случаях, в особенности

для очень коротких волн, весьма удобен зеркальный резонатор Righi. Он состоит из стеклянной, посеребренной пластинки, напр., полоски обыкновенного зеркала шириной в 1—6 мм., на которой слой серебра разделен поперек на две равные части чертой, проведенной стальным или алмазным острием. Эта черта и является весьма узким искровым промежутком, в котором образование искр облегчается еще тем, что они скользят по поверхности стекла; наблюдаются они через маленькую лупу. Для достижения наивысшей чувствительности черта должна быть очень тонкой, около 2μ , с ровными краями; однако, с течением времени чувствительность такого резонатора уменьшается.

Неоднократно применялся, вместо искры, разряд в разреженных газах (Zehnder, Righi). В особенности, удобна та форма, которую придал этому способу Zehnder при помощи трубки, носящей его имя. Цендеровская трубка схематически изображена на рис. 139 и рис. 140. Два электрода f , впаянные в трубку, образуют очень короткий искровой промежуток. Кроме этих электродов, в трубке имеются еще два a и b , которые присоединяются к полюсам батареи высокого напряжения или ко вто-

Рис. 139.

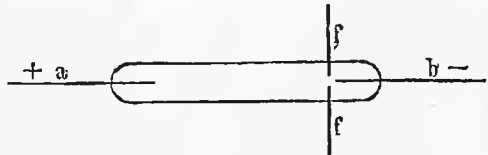


Рис. 140.

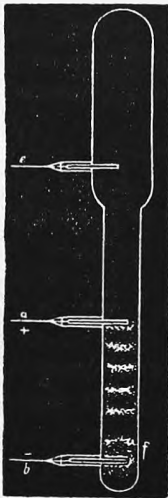
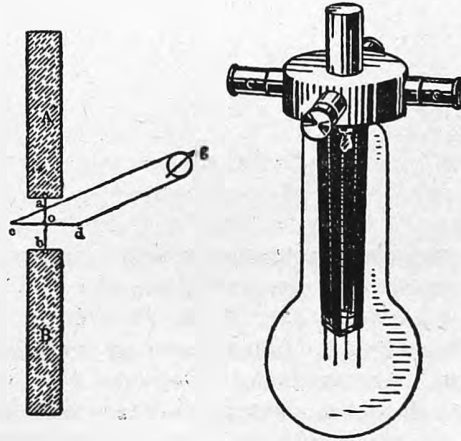


Рис. 141.



ричной обмотке маленького трансформатора. Для образования разряда в трубке, равенство потенциалов на электродах a и b должна достичь некоторой предельной величины; но, раз начавшись, разряд может поддерживаться и при меньшем напряжении. Поэтому, если подобрать величину напряжения в батарее или трансформаторе так, чтобы она была

лишь немного меньше разрядного потенциала, то трубка остается темной; но она вспыхивает, как только в искровом промежутке f , расположенном около катода b , образуется искра, и продолжает затем светиться, пока не прерывается ток.

II. Термоэлемент и болометр. Применение термоэлемента, как индикатора колебаний, впервые введенное в употребление Клеменсіем, позволяет получать количественные результаты. Две тонкие проволоочки ad и bc (рис. 141), из разных металлов, скрещенные и спаянные в o , припаиваются концами a и b к концам двух половин резонатора A и B , а два другие конца присоединены к проволокам, ведущим к гальванометру G .

Рис. 142.

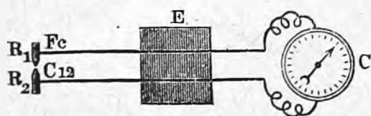
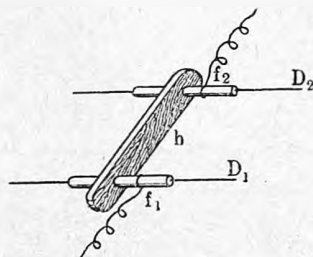


Рис. 143.



Другой способ применения термоэлемента представлен на рис. 142. Им пользовался П. Н. Лебедев в своих опытах с короткими волнами. Термоэлемент состоит из двух проволочных петелек, припаянных к двум половинкам открытого резонатора и продетых одна в другую, а от резонатора идут проволоки к гальванометру G . Практическое выполнение этого типа видно на рис. 141 (справа).

Точно также и болометр Rubens'a употребляется, как индикатор энергии колебаний. Небольшая часть ее отвлекается при этом в болометр весьма остроумным приемом, примененным для этой цели Rubens'ом. На параллельные проволоки D_1, D_2 , в которых происходят колебания, надеты две стеклянные трубки f_1, f_2 (рис. 143), из которых каждая обхватывается одним колечком проволоки, идущей затем к болометру. Стеклянные трубки, изолирующие проволочные колечки от непосредственного соприкосновения с параллельными проволоками, являются как бы маленькими лейденскими банками, внешними обкладками которых служат обхватывающие их проволоочки. Таким образом в проволоках, ведущих к болометру возбуждаются колебания, амплитуда которых пропорциональна амплитуде измеряемых колебаний.

III. Электрометр и электро-динамометр. Для того, чтобы обнаружить электрическое поле около проволок, служащих проводниками электрических колебаний, Hertz пользовался легким металлическим телом, подвешенным на нити, как показано на рис. 144. Проволоки ab и $a'b'$, создающие электрическое поле, для усиления действия, снабжены металлическими пластинками. Тонкая волоочная бумага,

свернутая в трубочку, представляет подвижное тело, стремящееся установиться параллельно линиям электрической силы. По величине отклонения трубки из положения равновесия, отсчитываемой при помощи трубы и зеркала, можно судить об амплитуде колебаний.

Для исследования магнитной силы около проводов, Hertz воспользовался особой формой электро-динамометра, а именно замкнутым кольцом из алюминиевой проволоки, подвешенным на нити (рис. 145). Колебания, происходящие в параллельных проволоках ab и ab' , возбуждают в этом замкнутом проводнике токи, сила которых пропорциональна амплитуде колебаний, а фазы противоположны фазам колебаний. Вследствие этого, по правилу Ампера, стороны кольца, ближайšie к проволокам

Рис. 144.

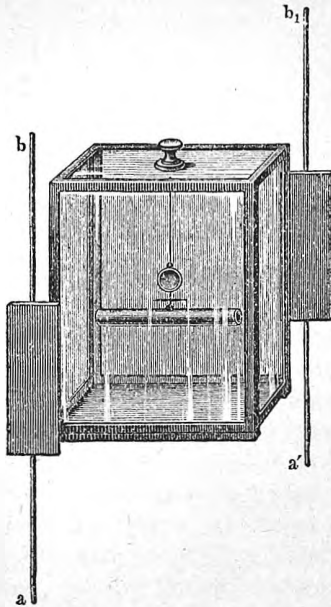
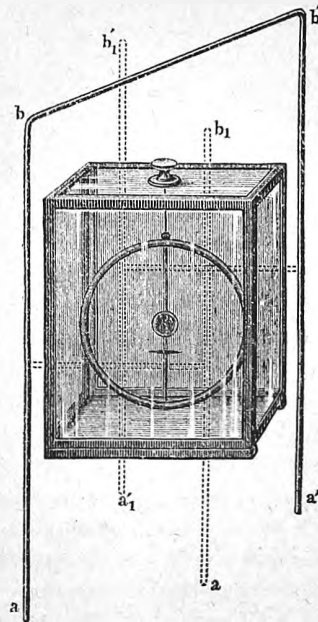


Рис. 145.



ab и $a'b'$, отталкиваются от них, как параллельные токи противоположного направления; в виду этого кольцо поворачивается на некоторый угол. Отклонение это пропорционально интегральному действию тока, так как момент вращения пропорционален квадрату силы тока.

IV. Магнитный детектор Rutherford'a. Если пучок железных проволок, намагниченных до насыщения, обмотать несколькими оборотами проволоки, по которой проходят электрические колебания, то железо отчасти размагничивается, и уменьшение магнитного момента пропорционально амплитуде колебаний. Концы спирали, охватывающей пучок, присоединяются к резонатору или непосредственно или же по способу Rubens'a при помощи изолирующих трубок. Этот индикатор, или детектор, оказался весьма чувствительным даже при малых амплитудах колебаний.

V. Электролитический детектор Schlömilch'a представляет из себя вольтметр с серной кислотой, у которого анодом является платиновая проволока толщиной всего в несколько тысячных долей мм. и едва выступающая из стекла, в которое она впаяна. Вследствие ничтожной поверхности электрода он также легко поляризуется, как и деполяризуется. Действие электрических колебаний состоит в уменьшении его поляризации и соответственном возрастании тока в цепи вольтметра. Таким образом детектор как бы задерживает колебания, направленные противоположно поляризующему току, и пропускает их, когда их направление совпадает с направлением постоянного тока, действуя, как клапан.

VI. Детекторы с униполярной проводимостью. В последнее время был предложен ряд других детекторов, основанных на униполярной проводимости некоторых тел. F. Braun нашел, что у некоторых минералов проводимость зависит не только от величины, но и от направления тока. К таким минералам относится псиломелан, многие сернистые металлы, колчеданы, пиролюзит, перекись свинца, корбонид и многие другие, обладающие металлической проводимостью (не электролиты). Эти тела, помещенные между металлическими электродами отчасти выпрямляют переменный ток или колебания, и таким образом позволяют применять телефон или гальванометр для обнаружения колебаний.

§ 18. Когереры (coherer, Fritter, radioconductor). Под этим названием известны детекторы, основанные на изменении электрического сопротивления контактов между металлическими частицами под действием электрических колебаний. В 1890 году Branly встретился с этим явлением и посвятил ему ряд работ. Branly исследовал влияние давления и диэлектрических свойств среды, окружающих металлические частицы; кроме того, он пользовался простыми контактами между оксидированными проволоками, или же пластинками из разнородных металлов, которые складывались в столбики и подвергались разным сжатиям. Все эти типы несовершенных контактов обнаруживали резкое уменьшение сопротивления под влиянием соседних электрических разрядов или достаточно большой разности потенциалов, приложенной к ним. Одновременно с Branly, Lodge в поисках за удобным детектором электрических волн также пришел к изучению несовершенных контактов и влиянию на них электрических разрядов. Название „когерер“ было дано Lodge'ем.

Можно различать два типа когереров. Когереры с падающим сопротивлением или, собственно, когереры дают уменьшение сопротивления под действием достаточно большой разности потенциалов; второй тип, антикогереры, напротив, обнаруживают возрастание сопротивления. Когереры бывают с одним контактом, таковы острие, касающееся пластинки из другого металла, или два соприкасающихся шарика, или с многими, напр., металлические порошки и опилки. Сопротивление одиночного контакта, измеряемое тысячами омов падает до нескольких омов под действием сравнительно небольшого напряжения. Порошки и опилки, которые можно рассматривать, как целый ряд последовательно соединенных контактов, имеют гораздо большее нормальное сопротивление, но

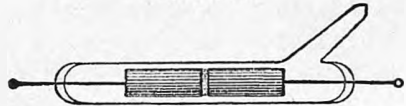
и дают более резкие падения сопротивления. Нормальное сопротивление восстанавливается при встряхивании или ударах по трубке, содержащей опилки, а также при нагревании их.

Систематическое изучение когереров с одним контактом показало, что заметное падение сопротивления наступает при определенной критической величине E_k разности потенциалов на электродах (Aschkinass). После этого разность потенциалов падает до некоторого значения E_0 , которое затем сохраняется при дальнейшем возрастании силы тока.

Для объяснения механизма этих явлений предложено несколько теорий, но ни одна из них не дает исчерпывающего объяснения всех особенностей когерера.

На рис. 146 представлен весьма распространенный когерер Mascopi с никелевыми и серебряными опилками между серебряными электродами, помещенными в трубку, из которой выкачан воздух. Помещением когерера в вакуум достигается большее постоянство и чувствительность его.

Рис. 146.



Антикогереры или когереры с обратным действием встречаются реже. Однако, Bose, исследуя много различных металлов, нашел, что явление это встречается чаще, чем принято думать, и даже у некоторых когереров в зависимости от условий опыта наблюдается и положительное и отрицательное действие. В некоторых случаях отрицательное действие можно объяснить тем, что при прохождении электрического тока по тонким металлическим мостикам, соединяющим электроды, мостики разрушаются вследствие выделения джаулева тепла.

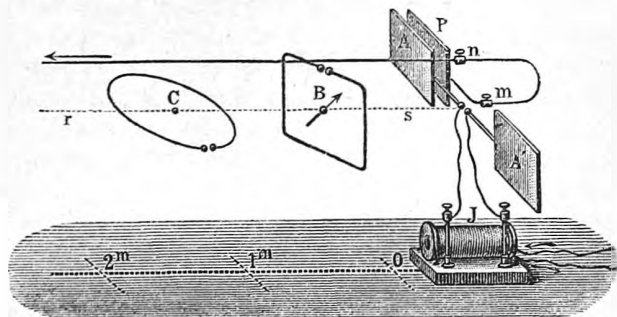
Kiebitz исследовал вопрос о том, в какой части резонатора следует помещать когерер для наибольшего действия. Оказалось, что вследствие значительной емкости когерера, он является хорошим проводником по отношению к колебаниям, и поэтому должен быть помещен в пучности тока. Это условие важно при настройке резонатора в унисон с вибратором.

§ 19. Скорость распространения волн в проволоках. Оставаясь на почве до-максвелловской теории, можно доказать, что колебания, возбужденные в каком-нибудь участке бесконечно хорошо проводящих проволок, распространяются по ним в виде электрических волн со скоростью света c . В этом отношении теория Maxwell'a, приводящая к такому же результату, не дает ничего нового. Между тем непосредственное опытное доказательство этого факта имеет практически весьма важное значение, так как дает основание для измерения скорости волн и в свободном эфире.

Hertz впервые указал следующий способ измерения скорости волн в прямолинейном проводнике, ставший классическим. Если возбуждать в одном конце провода периодические движения электричества, то эти возмущения, распространяясь вдоль него в виде волн и отражаясь от противоположного конца, интерферируют с свади идущими, и образуют

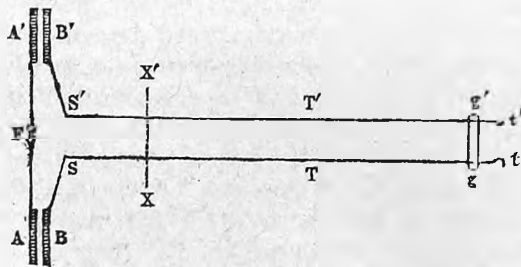
систему стоячих волн. Если мы измерим длину стоячей волны λ , напр., по расстоянию между узлами, то достаточно знать еще период колебаний T , чтобы определить скорость волн v в проволоке, так как $\lambda = vT$. Для возбуждения электр. колебаний в конце проволоки (рис. 147), Hertz присоединял ее к пластине P , расположенной параллельно одной из пластин вибратора; начиная от точки n , проволока шла прямолинейно. Передви-

Рис. 147.



вая резонатор B или C вдоль проволоки, можно наблюдать периодические изменения длины искры в резонаторе, указывающие на существование стоячих волн в проволоке. В чистом виде это явление наблюдается тогда, когда длина проволоки подобрана в соответствии с периодом колебаний, т. е. так, чтобы на свободном конце ее могли образоваться узел волны тока и пучность волны потенциала. В этом случае проволока с пластиной P находится в резонансе с колебаниями вибратора. Расстояние между соседними узлами оказалось равным 2,8 м., а так как это расстояние должно равняться $\frac{1}{2}\lambda$, то $\lambda = 5,6$ м. Пользуясь вычисленной величиной периода своего вибратора, Hertz нашел, что $v = 200\,000$ км. в сек. Но оказалось, что величина периода, вычисленная Hertz'ем, в $\sqrt{2}$ раза меньше действительной; исправив эту ошибку, мы получим число, весьма близкое к скорости света c .

Рис. 148.



Более удобным и с теоретической и с практической стороны является изучение распространения волн вдоль двух параллельных проволок. Теория, как мы увидим, дает тот же результат относительно скорости волн. Sarrasin и de la Rive

повторили опыт Hertz'a с этой системой и нашли совершенно такое же распределение узлов, какое наблюдал и Hertz. Но первая замечательная попытка определить абсолютную величину скорости волн была сделана Lecher'ом при помощи расположения, известного под названием Лехеровской системы.

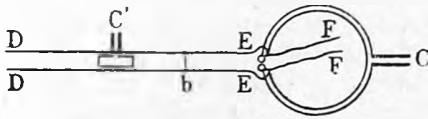
Лехеровская система схематически представлена на рис. 148. Способ возбуждения колебаний такой же, как и у Hertz'a, с той разницей, что на некотором расстоянии от пластин, к которым присоединены параллельные проволоки, они соединяются проволочным мостиком. Вибратор и противостоящие ему пластины с соединяющим их проводом представляют из себя почти замкнутую цепь, состоящую из двух последовательно соединенных воздушных конденсаторов, замкнутых проволочным контуром. Такая первичная система дает сравнительно слабо затухающие колебания, что весьма выгодно для образования стоячих волн в проволоках. На некотором расстоянии от первого мостика проволоки свободно оканчиваются и натягиваются изолирующими шнурами. У концов проволоки находится индикатор колебаний, безэлектродная (Лехеровская) трубка с разреженным газом, светящаяся в достаточно сильном электрическом поле. Особенно ярко она вспыхивает, когда мостик x установлен так, что замкнутый вибратор и свободные концы проволок, образующие вторичную систему, находятся в резонансе, т. е. в последней образуется стоячая волна, соответствующая периоду первичной системы. Если уменьшить ее период, передвигая мост ближе к вибратору, то трубка тухнет, но вспыхивает при некотором новом положении моста. Мы имеем в этом случае опять резонанс между системами первичной и вторичной, при чем легко можем убедиться, передвигая Лехеровскую трубку вдоль проволок, что во вторичной системе не одна, а две стоячих волны, т. е. две пучности и два узла. Таким образом трубка будет вспыхивать ярче при таких положениях моста, когда в проволоках вторичной системы может образоваться правильная система стоячих волн.

Положим, что мы соединим концы проволок между собой вторым мостом, а трубка g помещена приблизительно посередине между мостами; тогда мы можем достигнуть передвижением того или другого моста, что почти замкнутая первичная система будет в резонансе с вполне замкнутой вторичной системой. Свечение трубки достигает при этом максимума. Удлинив концы параллельных проволок и передвигая вдоль них второй мостик, мы наблюдаем периодическое вспыхивание Лехеровской трубки; при определенных положениях моста первичная и вторичная система находятся тогда в резонансе. Расстояния между ближайшими такими положениями равняется половине длины волны, так как это есть расстояние между соседними узлами стоячей волны потенциала. Так как в узлах потенциал постоянно равен нулю, то мы можем соединить между собой противолежащие узловыи точки проволок, не изменяя распределения потенциала в проволоках. Так же можно, ничего не изменяя в явлении, поместить проволочные мостики во всех узлах стоячей волны. Посередине между соседними мостиками будет находиться тогда пучность волны, что легко обнаружить трубкой Лехера или подобным ей индикатором. Измерение длины стоячих волн может быть произведено этим способом с большой точностью и большим удобством.

Первое точное определение скорости v принадлежит Blondlot. Электрические волны возбуждались в проволоках действием колебаний

вибратора Blondlot, как показано на рис. 149. В двух местах проволоки соединялись мостиками. Резонатор, состоящий из воздушного конденсатора C' , замкнутого прямоугольным проволочным контуром с искромером, помещался в промежутках между мостиками. Период его весьма точно мог быть вычислен из размеров. Если перемещать один мостик, то наблюдаются периодические усиление и ослабление искр в резонаторе.

Рис. 149.



Два последовательных узловых положения мостика b , для которых наблюдается прекращение искр в резонаторе, дают длину волны, соответствующую периоду резонатора (см. § 20). Этим способом Blondlot нашел, как среднее из многих опытов,

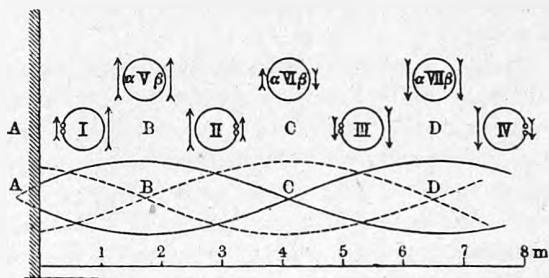
для скорости волн $v = 302200$ км. в сек. В более поздних опытах и более прямым способом Blondlot получил затем числа 296400 и 298000 км. в сек.

§ 20. Скорость распространения свободных волн в воздухе. Что свободные волны также распространяются с конечной скоростью, это впервые доказал Н. Hertz, который дал вместе с тем и методы для измерения этой скорости. Первый способ состоял в сравнении ее со скоростью волн в проволоках, и для этого Hertz воспользовался расположением опыта, изображенным на рис. 147. Волны, распространявшиеся вдоль проволоки, и волны, излучаемые непосредственно вибратором, действовали одновременно на резонатор. Проволока была проведена на расстояние 60 метров, и конец ее присоединялся к водопроводной трубе, чем устранялось отражение волн от конца проволоки. Поэтому действие волн на резонатор зависело от интерференции двух систем волн, распространяющихся в одном направлении, проволочных и свободных. Если скорости их одинаковы, то и разность хода их остается одна и та же на любом расстоянии от вибратора. Интерферируя, они взаимно усиливаются или ослабляются равномерно во всех точках. Если же скорости различны, то одна волна опережает по фазе другую, и в определенных расстояниях фазы их делаются противоположными. Эти точки суть узлы стоячих волн. Резонатор обнаруживает в них минимум амплитуды. Если бы скорость свободных волн была бесконечно велика, то узлы должны были бы находиться в расстояниях, равных λ , т. е. длине проволочных волн. Если же скорость свободных волн конечна, но больше проволочных, то расстояния между узлами больше λ . Таков именно и был результат опытов Hertz'a. Однако, впоследствии этот результат не подтвердился, и все наблюдатели согласно находили, что скорости волн, свободных или вдоль проволок, совершенно одинаковы.

Второй метод, примененный Hertz'ем, состоял в измерении свободных стоячих волн в воздухе. Для этого вибратор помещался на расстоянии 13 м. перед плоским металлическим зеркалом A , имевшим 4 м. в высоту и 2 в ширину. Отраженные от зеркала волны интерферировали с падавшими на него и образовали перед зеркалом систему стоячих волн.

Согласно теории, у поверхности зеркала должен находиться узел электрической силы и пучность магнитной; такие же узлы и пучности должны наблюдаться и в расстояниях от зеркала, равных целому числу полуволн. Помещая резонатор в разных положениях и на разных расстояниях от зеркала, как показано на рис. 150, Hertz мог наблюдать распределение электрической и магнитной силы в этом пространстве. Кривая, проведенная сплошной линией, дает изменение амплитуды электрической стоячей волны, а пунктирная кривая — распределение амплитуды магнитной. В положениях I, II, III и IV искры в резонаторе достигают наибольшей длины; стрелки указывают величину и направление электрической силы в разных частях кругового резонатора. В положениях V и VII, соответствующих максимумам электрической силы, искры совершенно исчезают, когда искровой промежуток занимает высшее или низшее положение в круге, так как электродвижущая сила в резонаторе при этих положениях равна нулю. Напротив, узел электрической силы отличается тем, что при любом положении искрового промежутка в резонаторе искры в нем не прекращаются, так как полная электродвижущая сила в проволоке не исчезает!

Рис. 150.



Первый узел электрической силы Hertz нашел не на поверхности зеркала, а позади него, что, как показали позднейшие наблюдения, объясняется малыми размерами зеркала. Кроме того, различные побочные обстоятельства, как влияние стен и малые размеры помещения, не позволили ему получить надежных количественных результатов. Однако, принципиальное значение этого опыта, доказавшего, что скорость свободных волн конечна, в высшей степени велико.

Sarrasin и de la Rive повторили эти опыты с приборами, имевшими те же размеры, как у Hertz'a, и одновременно определили, по положению узлов в параллельных проволоках, длину проволочных волн; длина стоячих волн, и при отражении от зеркала, и в проволоках получилась совершенно одинаковая. Таким образом, в противоположность результату Hertz'a, скорости волн оказались одинаковыми. Новая серия опытов была произведена затем в гораздо большем помещении и с зеркалом, имевшим 8 м. в высоту и 16 в ширину. Результат получился прежний: скорость свободных волн найдена такой же, как и в проволоках.

§ 21. Сложный резонанс (*résonance multiple*). Sarrasin и de la Rive при повторении опытов Hertz'a первые заметили, что длина стоячих волн, свободных или же в проволоках, измеренная при помощи различных резонаторов, зависит от размеров этих последних. Только в том случае, когда периоды вибратора и резонатора совпадают, измерения

дают длину волны вибратора; в других случаях измеренная λ получается всегда в 8 раз больше диаметра резонатора. Таким образом можно заключить, это эти измерения дают длину волны не вибратора, а резонатора. Впрочем, измерения могут производиться только с резонаторами, у которых длина волны не слишком сильно отличается от длины волны вибратора, так как иначе амплитуда колебаний в резонаторе делается очень мала.

Для объяснения этих явлений Sarrasin и de la Rive предположили, что вибратор не испускает волны одного определенного периода, а дает непрерывный спектр с максимумом, соответствующим основному колебанию вибратора. Стоячие волны, измеряемые различными резонаторами, с этой точки зрения существуют реально, независимо от присутствия резонатора. Однако, Poincaré и Vjerkes одновременно показали, что можно дать более простое объяснение, если принять во внимание затухание колебаний вибратора. Истинной причиной явления служит сильное затухание колебаний вибратора, более значительное, чем у почти замкнутого резонатора.

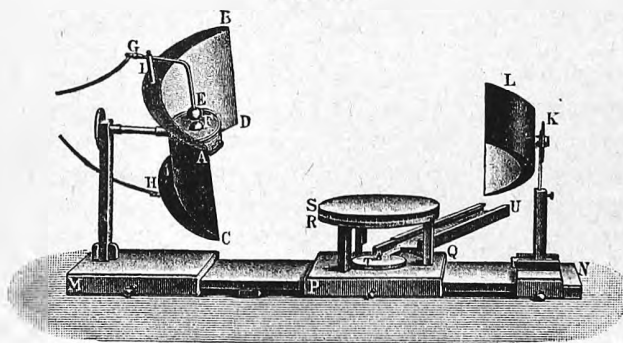
Как уже было указано на стр. 381, в резонаторе возбуждаются два рода колебаний: 1. вынужденные, с периодом и затуханием, свойственными вибратору, и 2. свободные, с периодом и затуханием самого резонатора. Если колебания вибратора затухают очень быстро, то по прошествии короткого времени в резонаторе останутся только свободные колебания.

§ 22. **Прямолинейное распространение и отражение электрических лучей.** Свойства электромагнитной лучистой энергии или, просто, электрических лучей впервые изучены Hertz'ем с помощью вибратора *a*, описанного на стр. 415, и прямолинейного резонатора *b*, снабженного искромером (рис. 131). Если, как и в оптике, называть лучами те линии, вдоль которых происходит движение энергии электромагнитных волн, то вокруг вибратора мы будем иметь расходящийся пучок лучей. Hertz'у удалось собрать его и сделать параллельным при помощи большого параболического зеркала, в фокусе которого помещался вибратор (рис. 131 справа). Два прямолинейных резонатора, концы которых присоединялись к искромеру (рис. 131, слева внизу), помещались в фокальной линии другого зеркала, назначение которого собирать параллельные лучи, попадающие в его отверстие, в сходящийся пучок и концентрировать их на резонаторе. При помощи этого приема можно передавать электромагнитную лучистую энергию на гораздо большие расстояния, вследствие чего он и применяется обычно во всех опытах с лучами Hertz'a. Однако, для успешного пользования им необходимо соблюдение следующих условий: 1. размеры зеркала должны быть значительно больше длины волны, и 2. фокусное расстояние зеркал должно равняться $\frac{1}{4} \lambda$ или $\frac{3}{4} \lambda$ для того, чтобы лучи, излучаемые вибратором непосредственно, и лучи, отраженные от зеркала, имели разность хода, равную целому числу волн (при отражении от зеркала происходит потеря полуволны).

При помощи этих зеркал можно весьма просто продемонстрировать прямолинейность электрических лучей. Для этого зеркала ставятся так, чтобы оптические оси их совпадали, и отверстия были обращены навстречу друг другу. Если вставить между ними металлический экран, то искры в резонаторе прекращаются. Самые тонкие слои металла оказываются непрозрачными в то время, как лучи проходят через сравнительно толстые перегородки из дерева и других изоляторов. Если поставить два металлических экрана по бокам параболического зеркала, перпендикулярно к направлению лучей так, чтобы они образовали щель, через которую лучи от вибратора могут попадать к резонатору, то, пока ширина щели не меньше отверстия зеркала, т. е. 1 или 2 м., искры в резонаторе не ослабевают; но если, сдвигая экраны, уменьшать дальшую ширину щели, то искры становятся все слабее и наконец исчезают вовсе при ширине щели в 0,5 м. Точно также прекращаются искры, если ось зеркала вибратора повернуть на 15° . Конечно, резкой границы у тени, даваемой экраном, или у пучка лучей не существует, так как длина волны не бесконечно мала по сравнению с размерами приборов.

При помощи металлического плоского зеркала легко показать, что отражение лучей происходит по закону Декарта. Для этого зеркала ста-

Рис. 151.



вятся так, чтобы оптические оси их пересекались под некоторым углом. Если в точке пересечения их поставить плоское металлическое зеркало так, чтобы нормаль к его плоскости делила пополам угол между осями, то в резонаторе наблюдается поток искр, который прекращается, как только повернуть плоское зеркало около вертикальной оси на $10-15^\circ$.

Для различных опытов с короткими волнами весьма удобно то расположение, которым пользовался Righi, осуществивший много электромагнитных вариантов известных оптических явлений. Для знакомства с этими многочисленными и весьма поучительными экспериментами, выясняющими полное сходство между лучами оптическими и электрическими, мы отсылаем читателя к интересной книге Righi: „Die Optik der elektrischen Schwingungen.“ Как видно из рис. 151, вибратор *F*, состоящий из двух шариков (рис. 133), помещен в фокальной линии зер-

кала $ACBD$. На рисунке видна только верхняя часть его и один из шариков; электрод E служит для того, чтобы подводить заряды к вибратору (через искру); точно такой же электрод подходит к вибратору с другой стороны. Зеркало может вращаться около горизонтальной оси, укрепленной на деревянной стойке, которая перемещается на деревянных салазках M в горизонтальном направлении. Резонатор, помещенный в зеркале L , укреплен на подобной же стойке и может вращаться около горизонтальной оси. Оба зеркала снабжены разделенными кругами, по которым отсчитываются углы вращения. Столик S служит для установки различных приборов и исследуемых тел, а линейка U , вращающаяся вокруг вертикальной оси, проходящей через центр столика, для помещения на ней резонатора в тех опытах (напр., с отражением лучей), когда оптические оси зеркал должны скрещиваться под углом.

С этим прибором Righi исследовал отражение, как от металлов, так и от диэлектриков. Металлические зеркала почти полностью отражают лучи, падающие на них. Этой высокой отражательной способностью объясняется и совершенная непрозрачность металлов. Отражение от диэлектриков гораздо слабее, но все же вполне измеримо. Из диэлектриков были изучены сера, парафин и стекло; результаты опытов оказались в удовлетворительном согласии с формулами Френеля.

Явлением отражения пользовались Cole, а в последнее время Мерчинг, для определения показателя преломления электрических лучей в некоторых жидкостях; вычисление производилось по формулам Френеля.

§ 23. Преломление. Из теории следует, что показатель преломления n электромагнитных волн равняется корню квадратному из диэлектрической постоянной ϵ , т. е. $n = \sqrt{\epsilon}$. Для проверки этого соотношения необходимо измерить показатель преломления, для чего могут быть использованы аналогичные оптическим методы с соответственными изменениями в обстановке опыта.

Hertz первый воспользовался для этого призмой из твердого диэлектрика. Этот же способ применяли для измерения n Ellinger, Zehnder, Cole. Лебедев, работая с лучами, длина волны которых была всего 6 мм., мог пользоваться для своих опытов обычным спектрометром. Вместо коллиматора и зрительной трубы, на нем укреплялись два зеркала с вибратором и резонатором. Эбонитовая призма, имевшая 1,8 см. в высоту и 1,2 см. в ширину, с преломляющим углом в 45° помещалась на столике спектроскопа. По способу угла наименьшего отклонения было получено для эбонита $n = 1,6$. Явление полного внутреннего отражения также было применено Vose для измерения показателей многих веществ.

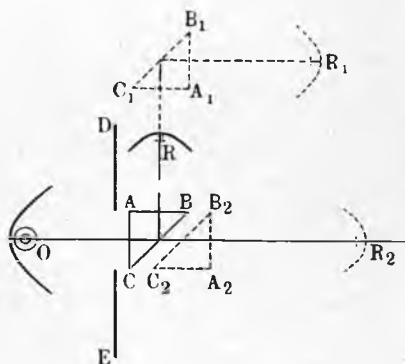
Для изучения явления полного внутреннего отражения может служить расположение Righi, представленное на рис. 152. Лучи от вибратора O проходят через металлическую диафрагму DE и падают на сторону AC прямоугольной призмы из парафина или серы. Так как показатель преломления этих тел больше $\sqrt{2}$, то лучи испытывают полное внутреннее отражение на грани BC , и зеркальный резонатор в положении R_2 не

дает искр. Но если поместить его в положение R , то тотчас появляется обильный поток искр, указывающий на отражение лучей в этом направлении. При помощи второй призмы $A_1B_1C_1$ можно направить лучи опять параллельно первоначальному их направлению. Любопытно влияние диэлектриков, приближаемых к стороне BC призмы; они уменьшают отражение от нее волн. Если поместить вторую призму в положении $A_2B_2C_2$, то при известной толщине воздушного слоя между гранями BC и B_2C_2 наступает заметное ослабление отраженных лучей; лучи вибратора теперь частью проходят через обе призмы и оказывают действие на резонатор R_2 . Наконец, при очень тонком слое воздуха, отражение от грани BC совсем прекращается, и все лучи проходят в направлении OR_2 , как будто бы обе призмы составляли сплошной кусок. Такие же наблюдения над влиянием толщины воздушного слоя на полное внутреннее отражение произвел Bose. Электромагнитная теория полного внутреннего отражения дана А. А. Эйхенвальдом; впоследствии Schäfer и Gross подтвердили ее результаты своими опытами, аналогичными вышеописанным опытам Righi.

Как показали Aschkinass и Garbasso, можно искусственно приготовить среду, обладающую не только преломляющей способностью, но и дисперсией. Для этого они построили призму из нескольких слоев зеркального стекла, обклеенного параллельными рядами станиолевых полосок (резонаторов) одинаковой длины (3—6 см.). Такое тело представляет из себя модель рассеивающей среды, рассматриваемой оптической теорией дисперсии. Вибратор Righi посылает сильно затухающие волны, которые, после прохождения через призму, исследуются резонаторами разной величины. Угол отклонения электрических лучей оказывается различным в зависимости от длины волны принимающего резонатора (сложный резонанс); следовательно, преломляющая способность призмы есть функция длины волн.

§ 24. Интерференция. Мы познакомились выше с явлениями интерференции, применяемыми для изучения скорости электромагнитных волн. К этому же типу методов следует отнести и способ Boltzmann'a, представляющий аналогию оптическому способу Физо для определения длин волн. Два плоских зеркала, находящиеся в одной плоскости, отражают лучи в зеркало резонатора. Все они достигают резонатора с нулевой разностью хода; но если двигать одно зеркало в направлении его нормали, то между половинами отраженного пучка лучей возникает разность хода, и в резонаторе наблюдается ослабление действия вследствие интерференции лучей. Первый минимум наблюдается при пере-

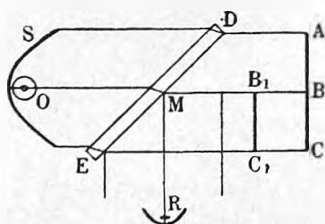
Рис. 152.



движении зеркала на $\frac{1}{2} \lambda$; затем действие лучей на резонатор усиливается и достигает максимума при перемещении зеркала на $\frac{1}{4} \lambda$ (разность хода λ). Последующие минимумы и максимумы становятся все более расплывчатыми вследствие затухания колебаний. Этот метод осуществил впервые Klemenčič.

Подобный же интерферометр, построенный Righi, представлен на рис. 153. Вибратор O посылает пучок параллельных лучей, которые про-

Рис. 153.



ходят через плоскопараллельную пластинку ED из серы или стекла (8—10 мм), и отражаются от двух плоских зеркал AB и BC . На обратном пути лучи частью отражаются в зеркало резонатора R . Если зеркало BC переместить в положение B_1C_1 , то лучи, отраженные от зеркал, получают разность хода и интерферируют в резонаторе. Наблюдая минимумы и максимумы в резонаторе, можно удобно измерить длину волны. Точно так же

этот прибор пригоден для измерения показателя преломления диэлектриков. Если плоскопараллельную пластинку какого-нибудь диэлектрика поместить перед зеркалом BC , то это тоже создает разность хода, которую можно компенсировать перемещением зеркала. Этим способом Righi нашел, что показатели преломления для парафина 1,43 и для серы 1,87. Впоследствии этим же методом пользовался Wiedeburg.

Из известных оптических опытов по интерференции, Righi удалось получить полосы интерференции от бипризмы Френеля, одного зеркала и двух зеркал Френеля.

Для получения интерференции в тонких пластинках, Righi брал плоскопараллельные пластины из парафина или серы и ставил их на пути лучей под углом в 45° . В зависимости от разности хода лучей, отраженных от передней и задней поверхности пластины, отражательная способность ее увеличивается или уменьшается. Так, пластина из парафина, толщиной в 2,1 см., и из серы, толщиной в 1,5 см. очень сильно отражали лучи, длина волны которых была 10,6 см. Пластины, в два раза более толстые или, напротив, гораздо более тонкие, почти вовсе не отражали.

§ 25. Диффракция. . Вследствие большой длины волны электрических лучей, диффракция играет весьма заметную роль во всех опытах с ними. Различные случаи диффракции были осуществлены и изучены Righi, напр., диффракция у щели, около края непрозрачного экрана, у диэлектрического цилиндра и т. п. Необходимо, однако, иметь в виду, что затухание колебаний сильно усложняет эти явления.

Из диффракционных явлений особенный интерес представляет диффракция, производимая металлической решеткой, состоящей из параллельных проволок или полос станиоля. Если на такую решетку падает волна, в которой электрическая сила параллельна проволокам решетки,

то почти вся она отражается, как от сплошного металлического зеркала; если же электрическая сила перпендикулярна к проволокам, то почти вся волна проходит через решетку. Когда же направления электрической силы и проволок составляют угол α , то через решетку проходит почти только та составляющая силы, которая перпендикулярна к проволокам и пропорциональна $\sin \alpha$. Таким образом пропускная способность решетки для энергии падающей волны равняется $\sin^2 \alpha$, а отражательная равна $\cos^2 \alpha$. Измеряя отражательную способность решетки при разных азимутах, т. е. углах α , можно определить направление электрического вектора в падающей волне. Подробное изучение свойств металлической решетки произвели Schäfer и Laugwitz, а также G. H. Thomson. Опыты эти показали, что отражательная способность решетки зависит не только от направления электрической силы; некоторое, хотя небольшое количество лучей, в которых направление это перпендикулярно к направлению проволок, также отражается, и это количество зависит от расстояния между проволоками, длины волны и т. п. Кроме того, между составляющими электрической силы, параллельной и перпендикулярной к проволокам, создается при отражении некоторая разность фаз, так что отраженные лучи, вообще говоря, эллиптически поляризованы. Аналогичные явления наблюдаются и в проходящих волнах.

§ 26. Поляризация и двойное лучепреломление. Как мы видели (§ 14), направление электрического вектора в какой-нибудь точке, достаточно удаленной от вибратора, лежит в меридианной плоскости и перпендикулярно к радиусу, проведенному в эту точку из центра вибратора. Поэтому в экваториальной плоскости вибратора, в которой излучение наиболее интенсивно, электрическая сила параллельна оси вибратора, т. е. электрические лучи являются поляризованными в этом направлении. В таком же направлении поляризованы параллельные лучи, выходящие из параболического рефлектора, которым обычно снабжается вибратор. Точно также и прямолинейный резонатор отвечает лишь на лучи, поляризованные в направлении его оси. Для обнаружения поляризации лучей и направления электрического вектора можно поэтому пользоваться таким резонатором, как анализатором. Когда оси вибратора и резонатора скрещены под прямым углом, то последний вовсе не реагирует; наоборот, наибольшее действие обнаруживается, когда ось вибратора параллельна оси резонатора. В зависимости от чувствительности индикатора (искра, термоэлемент и т. п.) действие в резонаторе прекращается при повороте оси вибратора на больший или меньший угол. Если же при вращении вибратора или резонатора действие в резонаторе не изменяется, то это указывает на круговую поляризацию лучей; если при полном обороте наблюдается два максимума и два минимума, то лучи поляризованы эллиптически.

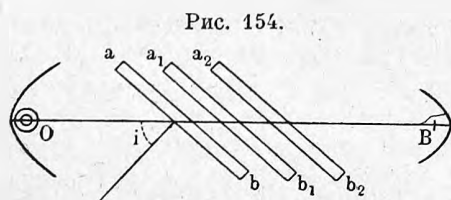
Металлическая решетка, пропускающая почти только одни лучи, поляризованные перпендикулярно к ее проволокам, может также служить поляризатором и анализатором. Если оси вибратора и резонатора параллельны, то наблюдается наибольшее действие, когда проволоки

решетки перпендикулярны к ним, т. е. когда решетка пропускает почти всю энергию. Но при вращении решетки вокруг оптической оси зеркал, действие в резонаторе ослабляется и исчезает при повороте на 90° ; при дальнейшем вращении оно опять усиливается и достигает максимума при угле в 180° . Напротив, если оси вибратора и резонатора скрещены под прямым углом, то действие в резонаторе будет равно нулю, как в отсутствие решетки, так и тогда, когда ее проволоки параллельны оси вибратора или резонатора. За то при промежуточных положениях решетки резонатор отвечает на лучи, и действие его достигает максимума, когда проволоки составляют с осями угол в 45° . Таким образом при вращении решетки выступают четыре максимума и минимума. Подобные же явления наблюдаются, когда оси составляют какой-либо угол α .

Если наблюдения производятся не с прошедшими, а с отраженными лучами, то те же явления получаются в обратном порядке, так как отраженные волны поляризованы параллельно проволокам.

Все эти способы могут служить для изучения поляризации электрических лучей и изменения ее при отражении или прохождении через различные тела. При помощи своего вибратора и зеркального резонатора, Righi наблюдал превращение лучей прямолинейно поляризованных в эллиптически поляризованные при отражении от металлического зеркала, а при некотором угле падения и в поляризованные по кругу. Trouton и Клеменсис изучали поляризацию лучей при отражении от диэлектриков (каменная стена, пластина из серы) и нашли для серы угол полной поляризации, близкий к оптическому. Эти опыты показали, что электрический вектор перпендикулярен к плоскости поляризации.

При прохождении через слои диэлектрика лучи также отчасти поляризуются; поляризация их может быть увеличена, если, как показано на рис. 154, пользоваться несколькими слоями ab , a_1b_1 , a_2b_2 , отделенными воздушными промежутками, при чем угол i есть угол полной поляризации (для парафина 55°). Этот способ аналогичен применению стек-



лянной стопы в оптике. Кроме того, Righi наблюдал эллиптическую поляризацию при полном внутреннем отражении.

Явление двойного лучепреломления наблюдалось впервые Righi с пластиной из сосны, вырезанной параллельно волокнам. Скорости волн, поляризованных параллельно и перпендикулярно к волокнам, не одинаковы, и такая пластина подобна одноосному кристаллу, ось которого параллельна волокнам. Если вибратор (поляризатор) и резонатор (анализатор) скрещены под углом в 90° (поставлены на темноту), то ставя пластину между ними, вообще говоря, можно наблюдать появление искр в резонаторе (просветление поля), и только, когда ось вибратора или резонатора параллельна волокнам, искры не появляются, как и в отсутствие пластины. Таким образом мы имеем в этом случае пример разделения

лучей на обыкновенные и необыкновенные, поляризованные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Этим же способом Gabbasso наблюдал двойное лучепреломление у слюды, гипса, известкового шпата. По наблюдениям Righi направление оптической оси в известковом шпате для электрических лучей то же, что и для оптических. Однако, у гипса направления бисектрис осей в этих двух случаях не совпадают, а составляют углы в $40-50^\circ$.

П. Н. Лебедев определил показатели преломления естественной ромбической серы для коротких волн (6 мм.). Для этого были приготовлены из двух кристаллов две призмы с гранями $1,8 \times 1,3$ см. и преломляющим углом 25° . Преломляющее ребро у одной призмы было параллельно большей диэлектрической оси (g), у другой — параллельно меньшей (k). Показатели преломления в этих двух случаях оказались: $n_g = 2,2_0$ и $n_k = 2,0_0$; по определениям же Boltzmann'a корни квадратные из диэлектрических постоянных в направлениях (g) и (k) равны $\sqrt{\epsilon_g} = 2,18$ и $\sqrt{\epsilon_k} = 1,95$. Из кристалла серы в виду этого мог быть приготовлен николю для электрических лучей. С этой целью был вырезан параллелепипед, ребра которого параллельны кристаллическим осям. Под углом в 50° к малой оси (k) по диагонали, параллельно большой оси (g), параллелепипед был распилен, и между половинами его вставлена пластинка из эбонита в 1,8 мм. толщины. Так как показатель преломления для эбонита заключается между показателями n_g и n_k , то лучи, поляризованные параллельно оси (g), претерпевают у поверхности эбонита полное внутреннее отражение, а лучи, поляризованные параллельно малой оси (k) проходят беспрепятственно. С этим николем можно было произвести все обычные опыты, относящиеся к поляризации лучей. Для получения лучей с круговой поляризацией была вырезана из кристалла серы пластинка в $\frac{1}{4}\lambda$, с площадью 2×2 см. и 0,6 см. толщины так, что главные оси (g) и (k) находились в ее плоскости. Такая пластинка для волн $\lambda = 0,6$ см. создает разность фаз $\pi:2$ между лучами обыкновенным и необыкновенным и превращает лучи прямолинейно поляризованные в эллиптически или по кругу поляризованные.

Двойное лучепреломление в речном льде, в котором кристаллические оси ориентированы по вертикали, наблюдал Бернацкий. Bose нашел, что многие вещества с слоистой структурой, как волосы, книги, дерево, поглощают сильнее лучи, когда электрический вектор параллелен слоям или волокнам; эти же свойства обнаружили некоторые минералы, обладающие различной проводимостью по разным направлениям. Однако, турмалин по отношению к электрическим волнам оказался изотропным. Некоторые растительные волокна, закрученные определенным образом, будучи затем спрессованы в пластинки, вращают плоскость поляризации вправо или влево в зависимости от направления кручения. Смесь волокон, закрученных вправо и влево, оказалась нейтральной.

Магнитного вращения плоскости поляризации и магнитного явления Kerr'a Righi не мог получить с электрическими лучами.

§ 27. **Опытное изучение стоячих волн в проволоках.** Для изучения проволочных волн Rubens пользовался болометром по методу, описанному (§ 17). Трубочки с проволочными колечками (рис. 143) перемещались вдоль параллельных проволок, и отклонения болометра давали величины, пропорциональные квадрату амплитуды потенциала на проволоках. Rubens нашел, что распределение потенциала только в том случае представляется правильной гармонической функцией, если проволочный мостик наложен так, чтобы концы проволок находились в резонансе с колебаниями вибратора.

Для изучения колебаний вибратора, Bjerknæs пользовался очень длинными проволоками (130 м.). Концы их были соединены с квадрантами маленького электрометра, показания которого пропорциональны квадрату амплитуды потенциала. Электрометр можно было передвигать вдоль проволок для измерения амплитуды волн в разных расстояниях от концов их. При удалении электрометра от концов проволок, наблюдались периодические колебания его отклонений около некоторого среднего, соответственно узлам и пучностям стоячих волн. Разница между максимумами и минимумами отклонений уменьшалась с расстоянием от конца проволок по показательному закону. Это указывает на затухание колебаний вибратора, и измерения эти дают возможность определить, как длину волны вибратора, так и затухание.

Для изучения проволочных волн Jones пользовался термоэлементом, который он включал в разных расстояниях от конца проволок.

Распределение электрической силы у концов параллельных проволок исследовали Birkeland и Sarrasin при помощи круговых резонаторов. Узловые поверхности стоячих волн в окружающем пространстве оказались у концов проволок не плоскими, а кривыми, обращенными вогнутостью к концам проволок. Эти явления тесно связаны с другими, — с излучением волн у концов проволок и потерей фазы отраженных волн, которые изучал впоследствии Forest, подтвердивший существование излучения.

Для наглядного демонстрирования стоячих волн в Лехеровской системе, Arons поместил проволоки в разреженный газ (рис. 155). При

Рис. 155.



достаточно малом давлении газа проволоки начинают светиться в пучностях напряжения, оставаясь темными в узлах. И. И. Боргман видоизменил этот способ, поместив только одну проволоку в трубку с разреженным газом и проводя другую параллельно ей, снаружи. Свечение проволок может быть наблюдаемо по Coolidge'у и при атмосферном давлении, если проволоки достаточно тонки. Для усиления свечения, Right проводил их вдоль флюоресцирующего экрана.

§ 28. Показатель преломления и поглощение электрических волн.

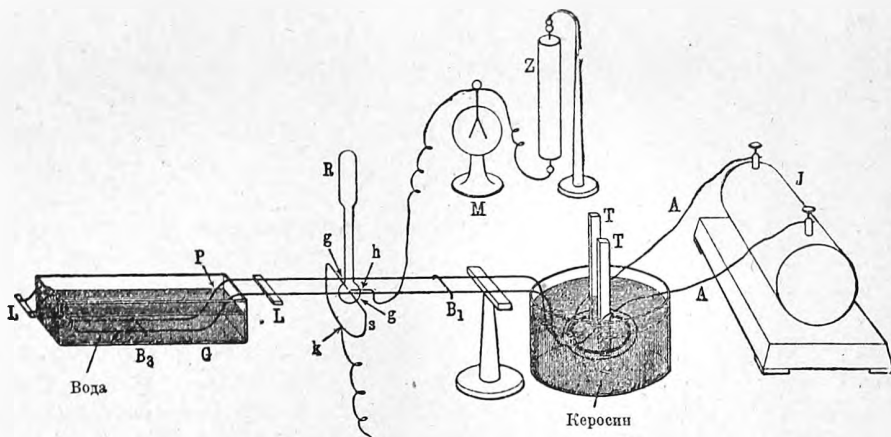
Для экспериментальной проверки соотношения между показателем преломления n электрических волн и диэлектрической постоянной ϵ среды, Blondlot помещал конденсатор своего резонатора в тот же диэлектрик, в котором были проведены проволоки. Период резонатора, согласно формуле Thomson'a, возрастает при этом в $\sqrt{\epsilon}$ раз, так как емкость конденсатора увеличивается в ϵ раз, скорость же волн в диэлектрике уменьшается в n раз. Исследуя при помощи этого резонатора положения узлов, соответствующих собственным колебаниям резонатора, Blondlot нашел их в тех же местах, как и тогда, когда диэлектриком служил воздух. Таким образом длина волны, измеряемая резонатором, не зависит от диэлектрической постоянной среды, если резонатор помещен в ту же среду. Так как $\lambda = vT$, то этот результат объясняется лишь тем, что v и T изменяются в обратных отношениях, т. е. $n = \sqrt{\epsilon}$. Этот результат проверен для масла, скипидара и впоследствии для льда.

Измерения показателя преломления n некоторых жидких диэлектриков, одни из первых, произвели Arons и Rubens из наблюдений над смещением узла стоячих проволочных волн, когда проволока, по которой распространялась одна из интерферировавших волн, погружалась в исследуемый диэлектрик. E. Sohn пользовался для измерения n у воды Лехеровской системой. Параллельные проволоки шли в начале в воздухе, затем вступали в ванну с водой, внутри которой на них накладывался и передвигался мостик. Два других моста помещались, один около вибратора, и его положение определяло период колебаний вибратора; другой — перед самым входом проволоки в ванну, чтобы избежать отражения волн на границе диэлектрика. Конечно, расстояние между этими мостами должно быть подобрано так, чтобы ограниченный ими контур (вторичная система) был в резонансе с контуром, задающим колебания вибратора (первичная система); это расстояние дает длину волны в воздухе. Определяя положения мостика внутри жидкости, когда ограничиваемый им контур также находится в резонансе с вибратором, можно определить расстояние между узлами и измерить длину волн в воде. Конечно, при всех таких измерениях необходимо ввести поправку на смещение узлов, которое производит мост. Показатель преломления для воды был найден равным 8,6.

Особенно обстоятельно разработан этот метод в многочисленных работах Drude, посвященных этому вопросу. Расположение опыта, предложенное Drude для демонстраций, показано на рис. 156. Вибратор Blondlot питается через проволоки AA от индукционной катушки J и помещен в ванне с керосином. Две сургучные палочки TT поддерживают на неизменном расстоянии от него проволочный круг, представляющий начало Лехеровской системы. Продолжением ее служат две параллельные проволоки, которые выходят из ванны и идут дальше в воздухе, поддерживаемые эбонитовыми стойками L . На некотором расстоянии от вибратора на проволоки наложен первый мост B_1 . Затем про-

волокни, изгибаясь, погружаются в ванну с исследуемым диэлектриком, идут в нем прямолинейно и в конце ванны опять выводятся в воздух. Там, где проволоки вступают в жидкость, как уже было сказано выше, должен находиться узел напряжения. Второй мост B_2 накладывается на проволоки в жидкости. Измерение производится так: в начале находится положение моста B_1 , при котором в индикаторе колебаний, помещенном между B_1 и границей жидкости, наблюдается наибольшее действие. Затем перемещается мост B_2 до тех пор, пока индикатор, помещаемый между

Рис. 156.



P и B_2 , не обнаружит присутствия сильных волн. Найдя несколько таких положений, мы можем определить из их расстояния длину волны в жидкости. Индикатором, пригодным для демонстраций, является трубка Zehnder'a, в которой электроды gg соединены между собой проволокой, образующей резонатор, настроенный приблизительно в унисон с вибратором. В точке k этот резонатор отведен к земле. Электрод h соединен с электроскопом M , заряжаемым замбониевым столбом z . Когда амплитуда колебаний в резонаторе достигает определенной величины, то между электродами gg происходит разряд, и электроскоп разряжается через ионизированный газ в землю.

Кроме измерения длины волны, Лехеровская система позволяет, как показал *Drude*, оценить поглощение волн в жидкости. В поглощающей среде максимумы и минимумы, т. е. пучности и узлы, будут все менее ясными, чем дальше отодвигается мостик B_2 , отражающий волны. Поэтому число узловых положений его, которые еще можно определить с данным индикатором, является мерой затухания колебаний. Для количественных определений поглощения приходится пользоваться, как эталонами, несколькими проводящими жидкостями, поглощающими волны только в силу своей проводимости; для таких жидкостей коэффициент поглощения может быть вычислен. В качестве таких образцовых жидкостей удобно брать водные растворы некоторых солей. Этим методом производил впоследствии измерения *Marx*.

Второй метод, предложенный Drude, состоит в применении конденсатора, присоединяемого к концам проволок и наполняемого исследуемыми жидкостями. Проволочный мост, отделяющий первичный контур, задающий волну, от вторичного, содержащего конденсатор и резонирующего на колебания первичного, укреплен неподвижно. Настройка в резонанс производится изменением длины проволок вторичного контура. Для измерения показателя преломления необходимо, по крайней мере, три установки на максимальное действие индикатора, т. е. на резонанс: 1) когда конденсатор наполнен воздухом; 2) когда он содержит жидкость известного показателя преломления, и 3) когда он наполнен испытуемой жидкостью. Этот способ позволяет определить отношение емкостей конденсатора при наполнении его различными жидкостями, а следовательно, и отношение их диэлектрических постоянных.

Coolidge впоследствии видоизменил этот метод Drude, поместив конденсатор для исследуемой жидкости перед первым мостом, т. е. в первичном контуре. При наполнении конденсатора исследуемой жидкостью изменяется период первичного контура. Вторичный контур вовсе не содержит конденсатора, а ограничен двумя мостами, при чем настройка в резонанс производится перемещением второго моста. Преимущество этого способа заключается в том, что длина волны может быть определена по положению не первого, а напр., пятого узла, чем увеличивается точность измерения.

Весьма обстоятельную разработку метода измерения проволочных волн произвел А. Р. Колли, видоизменивший способ возбуждения колебаний и тем значительно повысивший точность измерений. Для того, чтобы устранить влияние сильно затухающих колебаний вибратора, был взят открытый вибратор, гальванически, через две искры, связанный с замкнутым контуром, задающим длину волны. Последний состоит из двух параллельных проволок в керосине, ограниченных двумя мостами, из которых один находится на границе жидкости, а другой может передвигаться, чем достигается непрерывное изменение длины волны. Вибратор, возбуждающий колебания, состоит из двух параллельных латунных стержней с грушевидными окончаниями, расположенными против двух проволочных кончиков, припаянных к проволокам задающего контура в $1\frac{1}{2}$ см. от моста. Таким образом цепь вибратора состоит из упомянутых стержней и части задающего контура с двумя небольшими искровыми промежутками. При соблюдении некоторых условий относительно величины связи между этими вибрирующими системами, а также периодов их, можно получить в задающем контуре правильные, слабо затухающие колебания, период которых можно легко изменять в известных пределах. Остальная часть Лехеровской системы состоит, как обычно, из параллельных проволок с наложенным на них мостом. Благодаря этим усовершенствованиям и систематическому изучению погрешностей метода, удалось достигнуть при измерении волн точности в 0,1% и даже большей.

Результаты измерений показателя преломления обнаружили, что он не является постоянной величиной для данного вещества, а, вообще го-

вора, изменяется с длиной волны, т. е. диэлектрики обладают дисперсией для электрических лучей; кроме того, показатель преломления имеет значительный температурный коэффициент.

Исследования *Drude* показали, что диэлектрики могут обладать, как нормальной ($\frac{dn}{d\lambda} < 0$) дисперсией, так и аномальной ($\frac{dn}{d\lambda} > 0$). Последняя часто сопровождается аномальным поглощением волн. Подробное изучение дисперсии ряда жидкостей было произведено *Колли*. Показатель преломления воды для волн, лежащих в пределах 40—60 см., испытывает весьма своеобразные колебания, изменяясь так же, как оптический показатель преломления в области полос поглощения, т. е. в некоторых случаях аномально. *Колли* нашел весьма большое число полос с аномальной дисперсией; однако, наибольшие отклонения показателя преломления от средней величины составляют немного более одного процента. Вид этой сложной кривой дисперсии зависит от затухания колебаний. Подобные же явления были найдены *Колли* для толуола и бензола, а *Оболенским* для керосина. Кривая дисперсии этилового алкоголя по внешности очень напоминает кривую аномальной дисперсии для световых лучей. В этом случае колебания показателя преломления весьма значительны, достигая 20% его средней величины; вместе с тем алкоголь обладает очень сильным поглощением. Весьма замечательно изменение показателя преломления при разбавлении алкоголя водой. Для некоторых концентраций наблюдаются максимумы (горбы) показателя преломления.

По наблюдениям *Drude* показатели водных растворов весьма мало отличаются от той же величины для чистой воды; отклонения становятся заметными лишь в более крепких растворах. Однако, растворы сахара обладают показателем, значительно отличающимся, и при том меньшим, чем у воды. Температурный коэффициент для воды около 17° составляет по *Drude* приблизительно 0,45%.

Укажем еще, что *Coolidge*'у удалось определить n для некоторых сжиженных газов, и именно SO_2 , NH_3 , Cl_2 , CO_2 .

Если диэлектрик, в котором распространяются волны, обладает проводимостью, то часть энергии волн превращается в джоулево тепло. Поглощение волн совершается по известному закону (т. II), а именно амплитуда A волны при распространении в направлении оси z уменьшается согласно формуле

$$A = A_0 e^{-\frac{2\pi kz}{\lambda}}, \dots \dots \dots (69)$$

в которой k индекс поглощения (см. гл. VI, § 8) для волн длины λ (в среде), а z путь, пройденный волной в поглощающей среде. Теория Максвелла дает возможность вычислить для среды с диэлектрической постоянной ϵ и электропроводностью σ (в эл.-магн. единицах), как показатель преломления, так и коэффициент поглощения волн; а именно, если мы обозначим $s = \frac{\sigma\lambda}{\epsilon}$, то

$$n^2 = \varepsilon \frac{1 + \sqrt{1 + 4s^2}}{2}, \dots \dots \dots (70)$$

$$x = \frac{2s}{1 + \sqrt{1 + 4s^2}}, \dots \dots \dots (71)$$

Таким образом электропроводность среды не только способствует поглощению волн, но, кроме того, уменьшает их скорость. Такое поглощение названо *Drude* нормальным, в отличие от аномального, которое вовсе не зависит от электропроводности среды. Водные растворы многих солей обладают нормальным поглощением, которое может быть вычислено по формулам (69) и (71). За то многие органические жидкости, напр., глицерин, различные спирты, все прекрасные изоляторы, представляют пример тел с очень большим, аномальным поглощением. Повидимому, аномальное поглощение связано с присутствием некоторых атомных групп, напр., гидроксильной *ОН*.

Для теоретического освещения, как аномальной дисперсии, так и аномального поглощения, которые обычно сопутствуют друг другу, *Drude* распространил оптическую теорию дисперсии на случай электрических лучей, а кроме того исследовал эти явления, исходя из специального представления о внутреннем строении поглощающей среды, как состоящей из проводящих зерен, рассеянных в диэлектрике.

Теория *Drude* приводит к следующему соотношению: $\alpha = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$, где $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{(\varepsilon_{\infty} - \varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_0)}$; здесь ε_{∞} диэлектрическая постоянная для бесконечно длинных волн, ε_0 — для коротких оптических ($\varepsilon_0 = n^2$), и ε — для данных, электрических. *Loewe* проверял это соотношение на опыте и нашел удовлетворительное качественное согласие.

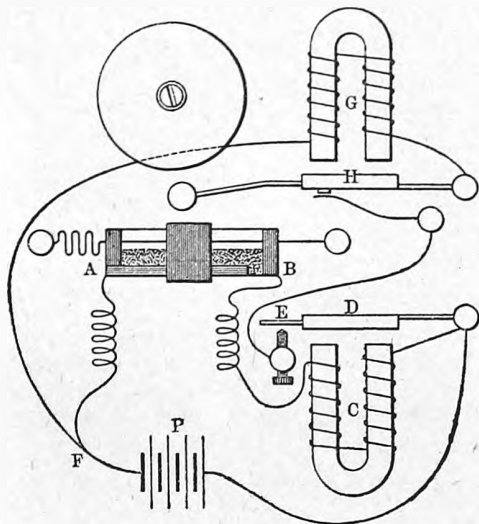
Кроме способов *Drude* для измерения коэффициента поглощения, отметим еще метод *Zeeman*'а, которым *А. А. Эйхенвальд* определял непосредственно α , измеряя уменьшение амплитуды вдоль параллельных проволок, помещенных в растворы *NaCl* и *H₂SO₄*. Для этого исследовалась по методу *Rubens*'а при помощи болометра амплитуда волн в проволоках. Длина их и проводимость жидкости была настолько велика, что у конца столба жидкости, в котором натягивались проволоки, волны уже были вполне поглощены; этим устранялись отраженные волны. Результаты наблюдений оказались в полном согласии с формулами (69) и (71).

§ 29. Беспроволочный телеграф является техническим осуществлением опытов *Hertz*'а над электрическими лучами. Но для беспроволочного телеграфирования на большие расстояния необходимо выполнение ряда практически важных условий, из которых главными являются следующие: 1. Необходимо иметь удобный и достаточно чувствительный детектор волн, и 2. по возможности увеличить количество энергии, излучаемое вибратором и поглощаемое резонатором. Первому условию вполне удовлетворяют открытые *Vranly* когереры, а также многочисленные детекторы, отчасти описанные в § 18; второе было выполнено применением

воздушных проводов или антенн, как на отправительной, так и на приемной станции.

Первое практическое осуществление приемника электромагнитных волн мы находим в приборе А. С. Попова (рис. 157), названном им грозоотметчиком. Назначением его является регистрирование грозовых

Рис. 157.



разрядов, имеющих колебательный характер и являющихся естественным источником электромагнитных волн. Он состоит из когерера АВ и реле С, которое может замыкать цепь электрического звонка. Когда под действием волн сопротивление когерера падает, ток от батареи Р приводит в действие реле: якорь D притягивается электромагнитом и замыкает контакт E, т. е. цепь звонка. Молоточек его при обратном движении ударяет по трубке когерера и восстанавливает его сопротивление. Такой прототип приемника беспроводного телеграфа, вскоре также осуществленного А. С. Поповым (1896), которого мы вправе поэтому считать первым изобретателем беспроводного телеграфирования. Почти одно-

временно с ним один из учеников Righi, Marconi, работавший в том же направлении, достиг значительных успехов в передаче сигналов на большие расстояния и положил начало быстрому развитию беспроводного телеграфа.

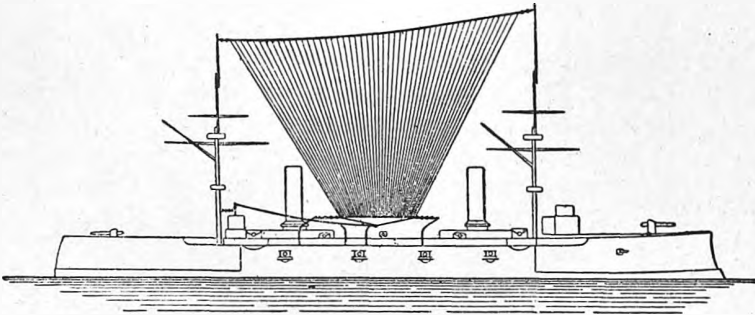
Одной из самых важных частей беспроводного телеграфа является антенна, играющая роль вибратора на отправительной станции и резонатора на приемной. Для того, чтобы вибратор излучал большие количества энергии, он должен быть открытым и иметь большой запас ее, т. е. большую емкость. Последнее достигается большими размерами воздушных проводов. Первоначальный тип антенны — это простой вертикальный провод, один конец которого присоединен к одному из электродов искремера; другой электрод отводится в землю. При разряде заряженного провода через искру, колебания в нем происходят так, как будто одним своим концом он присоединен к бесконечно большому проводнику, т. е. у заземленного конца находится пучность тока и узел потенциала. Впоследствии этот тип заменили более сложные, примерами которых могут служить антенны, изображенные на рис. 158 (тип арфы) и на рис. 159 (зонтичный тип). От формы и размеров антенны зависит емкость ее и длина волны λ , а также количество излучаемой энергии.

Многочисленные системы беспроводного телеграфа, по способу возбуждения колебаний, можно разделить на следующие основные типы:

1. первоначальная система Marconi, 2. система Braun'a, 3. система незатухающих колебаний и 4. система ударного возбуждения колебаний.

1. Система Marconi пользуется обычным способом возбуждения колебания. Антенна заряжается непосредственно индукционной катушкой и разряжается через искру. В виду значительных потерь в искре и сильного излучения антенны волны получают довольно сильно затухающие. Кроме того, в виду сравнительно малой емкости воздушных

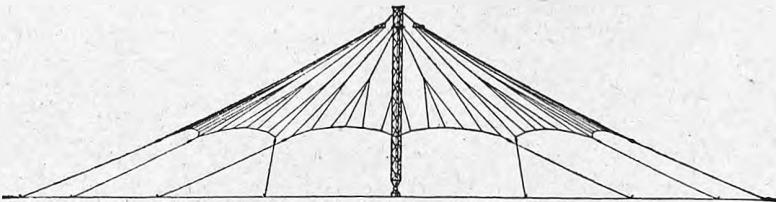
Рис. 158.



проводов, запас энергии в них невелик. Количество энергии можно увеличить лишь повышая напряжение, т. е. длину искры, но это сопряжено, обычно, с большими потерями вследствие утечки зарядов в землю или воздух. Поэтому применения этой системы, отличающейся, правда, своей простотой, ограничены телеграфированием на небольшие расстояния.

2. Система Braun'a. Колебания возбуждаются не непосредственно в антенне, а в замкнутом вибраторе (первичная система), который индуктивно или гальванически связан с антенной (вторичная система). Затухание собственных колебаний первичной системы зависит, главным образом, от присутствия искры и может быть сделано достаточно малым.

Рис. 159.



В зависимости от емкости C конденсатора первичной системы, запас энергии, излучаемой антенной, может быть сделан очень большим. Наконец, преимуществом этого метода является то, что заряды сообщаются антенне колебаниями высокой частоты и вследствие этого потери в ней вследствие недостатков изоляции очень невелики.

Мы можем различать два случая применения метода Braun'a: случай слабой и случай тесной связи между первичной и вторичной систе-

мой. Первый аналогичен тому, который рассматривался в § 4. Во вторичной системе возбуждаются два колебания с различными декрементами (формула 20): сильно затухающие, собственные колебания антенны и слабо затухающие, вынужденные, соответствующие колебаниям замкнутого вибратора. Вследствие этого амплитуда колебаний довольно быстро достигает максимума, а затем медленно убывает с декрементом, приблизительно соответствующим декременту колебаний первичной системы. Волны, излучаемые вибратором, поэтому слабо затухающие, но в виду слабой связи амплитуда их мала.

Если усилить связь настолько, что обратное действие колебаний вторичной системы на первичную будет заметно, то мы получим случай, рассмотренный в § 8. В антенне появятся два колебания с различными периодами и декрементами. Декремент более слабо затухающего колебания можно считать приблизительно равным полусумме декрементов собственных колебаний антенны и первичной системы, т. е. колебания могут быть сделаны менее затухающими, чем собственные колебания антенны. Амплитуда колебаний возрастает, конечно, при усилении связи.

Слабое затухание волн в системе Braun'a дает возможность воспользоваться выгодами настройки в резонанс отправительной и приемной антенны. Амплитуда колебаний достигает при этом максимума, который тем больше, чем меньше затухание колебаний. Зависимость максимума амплитуды или интегрального действия от точности настройки колебаний может быть представлена резонансными кривыми, подобными тем, которые изображены на рис. 120. Так как при малых декрементах максимум на кривых отличается особенной остротой, то необходимо, чтобы отправительная и приемная станция были настроены на одну и ту же длину волны, и чтобы период волн был совершенно постоянным. При несоблюдении этих условий действие волн на приемной станции уменьшается весьма значительно. Эта система отчасти гарантирует передачу сигналов только на станцию назначения, настроенную на определенную длину волны.

3. Система незатухающих колебаний. Практическое осуществление незатухающих колебаний, которые дают возможность наиболее совершенно использовать резонансные явления, оказалось возможным при помощи полющей дуги (§ 7) с металлическими электродами. Однако, этот метод, на который возлагались большие надежды, на практике оказался мало надежным в виду неустойчивости периода полющей дуги.

4. Система ударного возбуждения колебаний M. Wien'a (§ 9) дает возможность получить в замкнутом вибраторе, свободном от искрового промежутка, колебания с одним определенным периодом и весьма слабым затуханием. Для этого он связывается довольно тесно с замкнутым вибратором, в котором колебания возбуждаются обычным путем при помощи очень короткой искры. Амплитуда этих колебаний мала в виду малой длины искры, но это компенсируется большим числом разрядов в секунду (несколько сот). Искра при работе индукционной спирали издает музыкальный тон (звучащая искра), число колебаний

которого соответствует числу разрядов. Если на приемной станции пользоваться детектором с телефоном, то принимаемые волны дают звук определенного тона, который легко отличить от посторонних шумов, вызываемых, напр., электрическими разрядами в атмосфере. Замкнутый вибратор связан с антенной так же, как и в системе Вгаун'a; преимущество же ударного возбуждения колебаний заключается в том, что устранена искра, увеличивающая затухание замкнутого вибратора.

В зависимости от системы беспроводного телеграфа находится и выбор детектора волн. Когерер, применявшийся почти исключительно в первое время, реагирует, главным образом, на максимум амплитуды; действие, оказываемое на него, почти не зависит от продолжительности колебаний в принимающем проводе, т. е. от затухания их. Кроме того, действия последовательных разрядов не суммируются. Напротив, для тех детекторов, которые отвечают на интегральное действие, очень важны не только амплитуда, но и затухание колебаний, а также число разрядов в секунду. При применении слабо затухающих колебаний эти детекторы представляют преимущества по сравнению с когерером, который к тому же оказывается довольно непостоянным в отношении чувствительности.

Сравнительно мало изучен вопрос о распространении электромагнитных волн. Между тем дальность передачи сигналов зависит от многих условий, и, главным образом, от рельефа и электрических свойств поверхностного слоя земли. Наиболее легко происходит распространение волн через водные пространства. На суше большое влияние оказывает характер почвы (сухость), естественные препятствия, в виде гор, и т. п. Влияние почвы можно объяснить конечной электропроводностью ее; теоретически этот вопрос исследовали Zenneck, Uller и, в особенности, Sommerfeld. Результаты, полученные ими, показывают, что земная поверхность отчасти оказывает на волны направляющее действие, как поверхность проволоки на распространение проволочных волн; это действие, а также и поглощение волн, зависят от электропроводности почвы.

Кривизна земной поверхности, как показывает телеграфирование через Атлантический океан, из Европы в Америку, не является препятствием для волн. Первые попытки теоретически исследовать влияние идеально проводящей сферы очень больших размеров на распространение волн вдоль ее поверхности (Poincaré, Nicholson) натолкнулись на значительные математические трудности и не могли объяснить уже известных из практики явлений. Более полное точное решение этой задачи дал March.

Из способов телеграфировать в определенных направлениях (направленное телеграфирование) мы назовем методы Zenneck'a, Braun'a, Bellini и Tosi, Marconi. В большинстве случаев применяются для этого системы из нескольких антенн, совершающих колебания с определенной разностью фаз. Волны, посылаемые ими, имеют в разных направлениях различную разность хода и соответственно этому взаимно усиливаются или ослабляются. Марconi достигает того же результата особой

формой отправительной и принимающей антенны. Во всех этих случаях волны переносят в разных направлениях разное количество энергии.

Для более подробного знакомства с научными основаниями и техникой беспроводного телеграфа можно рекомендовать превосходную книгу Zenneck'a: *Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie*, 1912.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1 и 2.

- H. Hertz.* Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft. Leipzig 1892.
W. Thomson. Phil. Mag. (4) 5 p. 393, 1853.
Savary. Pogg. Ann. 10 p. 100, 1827.

К § 3.

- A. v. Oettingen.* Pogg. Ann. 115 p. 513, 1862.
W. Feddersen. Pogg. Ann. 108 p. 497, 1859. 112 p. 451, 1861. 113 p. 43, 1861. 116 p. 132, 1862. 130 p. 439, 1867.
N. Schiller. Pogg. Ann. 152 p. 535. 1.
Tallquist. Wied. Ann. 9 p. 1092, 1902.
F. Braun. Wied. Ann. 60 p. 552, 1897.
J. Zenneck. Wied. Ann. 69 p. 838, 1899.
Mandelstamm. Jahrb. d. drahtl. Telegr. 1 p. 124, 1908.
Д. А. Розанский. Извест. Электрот. Инст. Вып. 5, 1911. Wied. Ann. 36 p. 281, 1911.
Gehrke. Verh. d. deutsch. Phys. Ges. 6 p. 176, 1904.

К § 5 и 6.

- Bjerknes.* Wied. Ann. 44 p. 74, 1891. 55 p. 121, 1895.
M. Wien. Wied. Ann. 8 p. 686, 1902. 14 p. 629, 1904.
P. Drude. Wied. Ann. 13 p. 512, 1904. 15 p. 707, 1904.
Mackù. Jahrb. d. drahtl. Telegr. 2 p. 251, 1909. 3 p. 329, 1910.
Donitz. Elektrot. Ztschr. 24 p. 920 и 1024, 1903.
Mandelstamm u. Papalexì. Wied. Ann. 33 p. 490, 1910.
L. Kann. Phys. Ztschr. 11 p. 503, 1910.
Л. Исаков. Ж. Р. Ф. О. 44 p. 124, 1912.

К § 7 и 8.

- M. Wien.* Wied. Ann. 29 p. 679, 1909.
Richarz u. Ziegler. Wied. Ann. 1 p. 468, 1901.
Zenneck. Wied. Ann. 13 p. 822, 1904.
Heydweiler. Wied. Ann. 19 p. 649, 1906. 25 p. 48, 1908.
Barkhausen. Phys. Ztschr. 8 p. 624, 1907.
Duddel. The Electrician 46 p. 269, 1900.
Granquist. Boltzm. Festschr. p. 799, 1904.
S. Maisel. Phys. Ztschr. 4 p. 532, 1903. 5 p. 550, 1904. 6 p. 38, 1905.
H. Simon. Phys. Ztschr. 7 p. 433, 1906. Jahrb. d. drahtl. Telegr. 1 p. 16, 1908.
Barkhausen. Das Problem der Schwingungserzeugung. Leipzig, 1907.
Paulsen. E. T. Z. 27 p. 1040, 1906.
Wagner. E. T. Z. 30 p. 603 u. 627, 1909.
Щодро. Ж. Р. Ф.-Х. О. 40 p. 303, 1908.
G. Kirchhoff. Pogg. Ann. 121 p. 551, 1864. Ges. Abh. p. 168.

К § 9 и 10.

- M. Wien.* Wied. Ann. 61 p. 151, 1897. Wied. Ann. 8 p. 686, 1902. 14 p. 626, 1904.
P. Drude. Wied. Ann. 13 p. 512, 1904. 16 p. 116, 1905.
M. Wien. Phys. Ztschr. 9 p. 49, 1908. II p. 76, 1910. Wied. Ann. 25 p. 7 u. 625, 1908.
De Fodor. Experimente mit Strömen, hoher Wechselzahl von N. Tesla. Wien 1894.
Drude. 8 p. 336, 9 p. 293 и 590, 1902. 16 p. 116, 1905.

К § 12.

- Sarrasin et de la Rive.* C. R. 115 p. 439, 1892.
П. Н. Лебедев. Ж. Р. Ф.-Х. О. 27 p. 213, 1895. Wied. Ann. 56 p. 1, 1895.
O. Lodge. Nature. 41 p. 462, 1890.
A. Righi. Die Optik der elektrischen Schwingungen. Leipzig.
Blondlot. C. R. 114 p. 283, 1892.

К § 16.

- Poincaré.* Les oscillations électriques, p. 220.
Drude. Wied. Ann. 53 p. 721, 1894.
Bjerknes. Wied. Ann. 47 p. 69, 1893.

К § 17.

- Zehnder.* Wied. Ann. 47 p. 77, 1892. 49 p. 549 и 742, 1893. 52 p. 34, 1894. 53 p. 162, 1894. Wied. Ann. 9 p. 899, 1902.
Klemenčič. Wied. Ann. 42 p. 416, 1891.
Rubens. Wied. Ann. 42 p. 154, 1891.
Rubens u. Ritter. Wied. Ann. 40 p. 57, 1890.
Rutherford. Philos. Trans. 89 p. 1, 1897.
Schlömilch. E. T. Z. 24 p. 959, 1903.
F. Braun. E. T. Z. 1906 p. 1199. Electrician. 58 p. 569, 1907.

К § 18 и 19.

- Branly.* Rap. au Congr. Intern. de Phys. Paris 1900.
O. Lodge. The Work of Hertz. London 1894. Phil. Mag. (4) 37 p. 94, 1894.
Aschkinass. Wied. Ann. 66 p. 284, 1898.
Kiebitz. Wied. Ann. 6 p. 741, 1901.
Sarrasin et de la Rive. Arch. de Genève (3) 23 p. 113 u. 557, 1890; 29 p. 358 u. 441, 1891; C. R. 110 p. 72, 1890; 112 p. 658, 1891; 115 p. 1277, 1892.
Lecher. Wied. Ann. 41 p. 850, 1890.
Blondlot. C. R. 113 p. 628, 1881. Journ. de Phys. (2) 10, p. 549, 1891. C. R. 117 p. 543, 1893.

К § 21, 23 и 24.

- Poincaré.* Arch. de Genève (3) 25 p. 609, 1891. Electr. et Optique. 1890 p. 249.
Bjerknes. Wied. Ann. 44 p. 92, 1891; 54 p. 53, 1895.
Cole. Wied. Ann. 57 p. 290, 1896.
Мерцинг. Ж. Р. Ф.-Х. О. 42 p. 264, 1910. Wied. Ann. 33 p. 1, 1910; 34 p. 1015, 1911.
Ellinger. Wied. Ann. 48 p. 108, 1893.
Zehnder. Wied. Ann. 53 p. 162, 1894.
Лебедев. Ж. Р. Ф.-Х. О. 27 p. 213, 1895. Wied. Ann. 56 p. 1, 1895.
Bose. Phil. Mag. 43 p. 55, 1897.
Эухенвалд. Ж. Р. Ф.-Х. О. 41 p. 131, 1909.
Schäfer u. Gross. Wied. Ann. 32 p. 648, 1910.
Aschkinass u. Garbasso. Wied. Ann. 53 p. 534, 1894.
Boltmann. Wied. Ann. 40 p. 399, 1889.
Klemenčič u. Czermak. Wied. Ann. 50 p. 174, 1893.
Wiedeburg. Wied. Ann. 59 p. 497, 1896.

K § 26.

- Trouton.* Nature 39 p. 393, 1891.
Klemenčić. Wien. Ber. 100 (IIa) p. 109. Wied. Ann. 45 p. 62, 1892.
Biernacki. Wied. Ann. 55 p. 599, 1895.
Bose. Proc. Roy. Soc. 59 p. 160, 1896. 63 p. 146, 1898.

K § 27.

- Rubens.* Wied. Ann. 42 p. 154, 1891.
Franke. Wied. Ann. 43 p. 713, 1891.
Bjerknes. Wied. Ann. 44 p. 513, 1891.
Jones. Rep. Brit. Assoc. 1891 p. 561.
Birkeland et Sarrasin. C. R. 117 p. 618, 1893.
Arons. Wied. Ann. 15 p. 553, 1892.
И. И. Бореман. Phys. Ztschr. 4 p. 266, 1902.
Coolidge. Wied. Ann. 67 p. 578, 1899.
Righi. R. Acc. d. Scienz. d. Inst. di Bol. 29 mai 1898.

K § 28.

- Blondlot.* C. R. 115 p. 225, 1892. 119 p. 595, 1894.
Arons u. Rubens. Wied. Ann. 42 p. 681, 1891. 44 p. 206, 1891.
E. Cohn. Wied. Ann. 45 p. 370, 1892.
Cohn u. Zeemann. Wied. Ann. 57 p. 15, 1896.
Drude. Wied. Ann. 54 p. 352. 55 p. 633, 1895. 58 p. 1. 59 p. 17, 1896. 60 p. 50.
 61 p. 466, 631, 1897. Ztschr. f. phys. Chem. 23 p. 267, 1897.
Coolidge. Wied. Ann. 69 p. 125, 1899.
Marx. Wied. Ann. 66 p. 411 u. 597, 1898.
А. Колли. Ж. П. Ф.-Х. О. 38 p. 431, 1906. 39 p. 210, 1907. 40 p. 228 и 121, 1908.
 Phys. Ztschr. 10 p. 329, 471, 657, 1910. 11 p. 324, 1911.
Оболенский. Ж. П. Ф.-Х. О. 41 p. 265, 1909.
Drude. Wied. Ann. 64 p. 131, 1898.
Léwe. Wied. Ann. 66 p. 390, 1899.
Андреев. Ж. П. Ф.-Х. О. 41 p. 46, 1909.
Zeemann. Communic. from. th. Cab. of phys. Leyden N 22 u. N 30.
A. Eichenwald. Wied. Ann. 62 p. 571, 1897.

K § 29.

- J. Zenneck.* Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie. Stuttgart, 1905.
J. Zenneck. Lehrbuch der drahtlosen Telegr. Stuttgart, 1912.
J. A. Flemming. The principles of electric wave telegraphy. London, 1906.
J. Erskine-Murray. A handbook of wireless telegraphy. London.
A. Righi und Dessau. Die Telegraphie ohne Draht.
А. Петровский. Беспроволочный телеграф.
J. Zenneck. Wied. Ann. 23 p. 846, 1907.
Uller. Jahrb. d. drahtlos. Telegr. 2 p. 8, 1908. Phys. Ztschr. 8 p. 193, 1907.
Sommerfeld. Wied. Ann. 23 p. 665, 1909.
Poincaré. Jahrb. d. drahtl. Telegr. 3 p. 445, 1910.
Nicholson. Phil. Mag. 19 p. 516; 20 p. 157, 1910. 21 p. 62, 1911.
March. Wied. Ann. 37 p. 29, 1912.
Braun. Jahrb. d. drahtl. Telegr. 1 p. 1, 1907.
Bellini u. Tosi. Jahrb. d. drahtl. Tel. 1, 1908.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ.*)

Электромагнитная теория света.

§ 1. Общие замечания. В отделе „Учение о лучистой энергии“ изложены были подробно результаты экспериментальных исследований главнейших классов оптических явлений. Вместе с тем для отдельных классов были приведены и попытки теоретического объяснения явлений. Так в гл. 15, VIII отд., том II теоретически выведены были законы отражения и преломления поляризованных лучей, в гл. 16 даны были основные гипотезы Fresnel'я, касающиеся теории распространения световых колебаний в кристаллических средах. В настоящей и следующей главах будет дана более строгая математическая теория явлений лучистой энергии в том виде, в каком она наиболее, можно сказать почти исключительно, пользуется признанием в настоящее время. Мы говорим об электромагнитной теории света, основные положения которой изложены уже в гл. 3 этого тома. Оторвать таким образом изложение теории от изложения экспериментальных исследований является выгодным по двум причинам. Во первых, детали отдельных опытов не будут нарушать последовательности развития теории, и потому общая картина усилий теоретической мысли различных ученых встанет яснее перед глазами читателя. Во вторых, электромагнитная теория света представляет из себя последнюю главу учения об электрическом и магнитном полях, и потому во II-м томе она еще не могла быть изложена. Заменить же ее какой-нибудь из многочисленных механических теорий, несомненно было бы неправильно: ни одна из последних не вводила в круг своих представлений вновь открываемые, часто сложные явления с такой легкостью и гибкостью, как электромагнитная теория света. Поэтому в настоящее время эта теория охватывает в очень цельном и логическом построении сравнительно громадное число фактов. Правда для этого приходилось делать добавочные гипотезы, но необходимость некоторых гипотез выяснилась еще до создания Максвеллом электромагнитной теории, при господстве механических теорий, некоторые же гипотезы зародились в других областях физических явлений, как, например, основные гипотезы электронной теории. Соединение электромагнитной теории света с принципами электронной теории, может быть, является одним из наиболее ценных доводов в пользу той и другой и во всяком случае служит к их взаимному укреплению.

В электромагнитной теории света можно различать три стадии развития.

1) Тотчас по создании теории, Maxwell показал, каким образом можно, пользуясь ее принципами, чисто математическим путем прийти к экспериментально установленным законам Френеля, касающимся, во-первых, отражения и преломления, во-вторых, распространения света в кристаллических средах. Также легко получить и основные законы

*) Эта глава составлена проф. Д. С. Рождественским. О. Х.

оптики тел, сильно поглощающих свет, к которым главным образом относятся металлы. Теория относится не только к коротким электромагнитным волнам, которые обычно называются „световыми“ волнами, она охватывает волны любой длины, и первое экспериментальное подтверждение ее было получено в знаменитых опытах Герца. Вместе с тем, найденное Вебером число $c = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$, столь важное в соотношении электромагнитной и электростатической систем измерений, должно было в теории Максвелла быть тождественным со скоростью распространения электромагнитных возмущений в пространстве, лишенном материи, иначе говоря со скоростью света. В гл. 3 уже было указано на громадное теоретическое значение факта совпадения этих двух величин.

2) В гл. 3 было тем не менее отмечено, что основное требование электромагнитной теории, выражающееся в уравнении $\epsilon\mu = n^2$, оправдывается на опыте во всяком случае не более, чем приближенно. Действительно, показатель преломления n есть функция длины волны светового луча, тогда как ϵ и μ (диэлектрическая и магнитная постоянная) от длины волны не зависят. Аналогично в оптике металлов величины показателя преломления и коэффициента поглощения, вычисленные из электропроводности металла, сильно отличаются от тех же величин, полученных экспериментально. Недостаток теории устраняется специальной гипотезой относительно взаимодействия между эфиром и материей. Эта гипотеза основана на принципе резонанса, который ввел впервые в механическую теорию света Sellmeyer. Helmholtz развил на этом принципе последовательную теорию поглощения и дисперсии сначала на почве механической, затем на почве электромагнитной теории света. В механической теории необходимо специальное представление о силах между эфиром и частицами материи; в электромагнитной достаточно предположить, что частицы материи обладают электрическими зарядами, тогда становится ясным воздействие на частицы материи световой волны, т. е. переменной электрической (и магнитной) силы. Представление же о зарядах частей молекулы уже достаточно твердо основано прочно установившейся теорией прохождения электрического тока через электролиты.

3) Последняя стадия развития электромагнитной теории начинается открытием явления Zeemann'a и применением электронной теории Lorentz'a для его объяснения. Теория показывает, что для объяснения некоторых явлений достаточно предположить очень простое устройство „молекулярного вибратора,“ именно, что он состоит из одного колеблющегося около положения равновесия электрона. Применение электронной теории оказалось настолько плодотворным, что за последние годы развилась целая новая область оптики — электрооптика и магнитооптика. Сюда относятся все явления лучеиспускания, распространения света и т. д. в телах, подверженных действию электрического или магнитного полей.

Принцип резонанса и факт применения электронной теории к оптике, повидимому, представляют прочное завоевание теории. Но наряду с большим успехом в одних областях оптики, в других (напр., естествен-

ное вращение плоскости поляризации) применение электромагнитной теории не дало пока положительных результатов.

Механические теории света не могли следовать за быстрым шествием электромагнитной теории, и вскоре после появления последней развитие их почти вполне прекратилось. Тем не менее нельзя оставить их совсем без внимания, хотя бы уже вследствие их большого исторического интереса. В течение почти всего 19-го века шла работа над развитием механических теорий, большое число ученых посвятило на них немало усилий, и все положительные результаты их вошли целиком в электромагнитную теорию света.

Как уже известно, механические теории света основаны, главным образом, на теории упругости. Еще в то время, когда теория упругости была в зачаточном состоянии, Fresnel пытался дать основные уравнения распространения световых колебаний. Он пришел к своим знаменитым формулам отражения и преломления света, с одной стороны, распространения света в кристаллических средах — с другой. Как уже было указано, эти формулы, подтвержденные опытом, в дальнейшем были пробным камнем для всякой вновь возникавшей теории. Мы не говорим здесь о простейших оптических явлениях — интерференции и диффракции — так как требования, предъявляемые к теории для объяснения их (по крайней мере, в главных чертах), гораздо меньше. Для этого достаточно принципа сложения небольших перемещений и принципа Гюйгенса, эти же принципы вытекают из всякой теории. В виду несовершенства теории упругости, Fresnel не мог дать строгого теоретического доказательства своих формул, это были скорее гениальные догадки, чем математические выводы.

Navier (1824), Poisson (1828), Cauchy (1828—30), Green (1838) положили твердое основание теории упругости. В применении к оптике прежде всего выяснилось, что эфир, в котором распространяются световые колебания, по свойствам своим не может быть похожим ни на одно из известных упругих тел. Световые колебания, как это выводится из экспериментальных законов интерференции поляризованного света, необходимо должны быть поперечными. Между тем во всех упругих телах — газы, жидкости, твердые тела — наряду с поперечными колебаниями (в твердых телах) распространяются и продольные. Чтобы удовлетворить этому требованию опыта, были сделаны две противоположные, основные гипотезы.

1) Эфир абсолютно несжимаем, продольные волны распространяются с бесконечно большой скоростью.

2) Эфир бесконечно сжимаем, скорость продольных волн равна нулю.

При этом принимается, что материя совершенно не участвует в распространении световых волн, она только изменяет свойства эфира, заключенного внутри тел. Строгое применение теории упругости к явлениям отражения и преломления света не дало удовлетворительных результатов. Необходимы были некоторые добавочные гипотезы, и тогда обе основные гипотезы привели к правильным математическим выражениям наблюдаемых явлений. Открытие аномальной дисперсии заставило

обратить внимание на силы, действующие между эфиром и атомами материи, и таким образом возник принцип резонанса. Вскоре после этого блестящего успеха, развитие механических теорий вообще значительно замедлилось вследствие появления электромагнитной теории. В особенности затруднительно с точки зрения механических теорий объяснение оптических явлений, протекающих в магнитном или электрическом поле. Тем не менее механической теории предстояло решить интересный вопрос, возможно ли объяснить все оптические явления исключительно с механической точки зрения, на основании упругих свойств эфира и сил взаимодействия между эфиром и материей. Электромагнитная теория света еще усложнила этот вопрос, связав оптические явления с теорией электрического и магнитного полей. Теперь уже всякая теория, претендующая на цельность и последовательность, должна охватить все эти явления. Пока задача эта выполнена только в очень частных случаях, и самая возможность ее решения не доказана.

Отметим здесь особый характер электромагнитной теории света и вообще законов электрического и магнитного полей. Знание этих законов стоит теперь весьма высоко, во многих случаях можно точно предсказать, что в пространстве будут действовать те или иные электрические или магнитные силы. Если внести в пространство „пробный шарик“, заряженный единицей заряда, или же единичный магнитный полюс, то они будут совершать движения, соответствующие предсказанным силам. Вместе с тем мы не должны делать никаких гипотез, можем даже оставаться в полном неведении относительно того, что происходит в эфире до того момента, когда внесен был в него пробный шарик. Это указывает на феноменологический характер электромагнитной теории. Экспериментально найденные строгие законы электрического и магнитного полей нашли свое выражение в очень общих постулатах, по объему превышающих даже экспериментальные факты. Эти постулаты получают математическое выражение в известных дифференциальных уравнениях Максвелла, и с их помощью можно математически описать многие явления. Такой же характер замечается и в последних механических теориях *Drude* и в особенности *Voigt'a*. Устанавливаются системы дифференциальных уравнений наиболее общим образом, и коэффициенты отдельных уравнений подбираются так, чтобы удовлетворить имеющимся экспериментальным данным. Физическая же интерпретация полученных уравнений стоит, сравнительно, на втором плане.

В настоящей главе, кроме электромагнитной теории света тел неподвижных, будут изложены также результаты экспериментальных исследований в оптике сильно поглощающих веществ (оптике металлов), отмечены будут также главнейшие черты механических теорий. В следующей главе мы рассмотрим, как с теоретической, так и с экспериментальной стороны оптические явления в электрическом и магнитном полях.

§ 2. Распространение электромагнитных волн в изотропном, прозрачном диэлектрике. Законы распространения электромагнитных возмущений в изотропных диэлектриках основаны на уравнениях Максвелла,

которые мы здесь выписываем из части III, гл. 3, § 5 с некоторыми упрощениями :

$$\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H} \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl } \mathfrak{E} \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{div } \mathfrak{E} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{div } \mathfrak{H} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

Или в развернутом виде :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial z} \\ \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial x} \\ \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1, a)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial y} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2, a)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (3, a)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (4, a)$$

Если сравнить эти уравнения с общими уравнениями гл. III, § 2 (13), (16), (20), (21), то видно, что здесь сделаны следующие упрощения :

1) Коэффициент электропроводности $\sigma = 0$, так как мы рассматриваем диэлектрик; 2) объемная плотность истинных зарядов электричества $\rho = 0$, так как мы предполагаем отсутствие истинных, т. е. внесенных извне в диэлектрик зарядов; 3) диэлектрическая постоянная ϵ не зависит от x, y, z (ур. 3, a), так как мы предполагаем диэлектрик однородным; 4) $\mu = 1$ для быстрых электромагнитных колебаний. Последнее допущение далеко нельзя назвать очевидным. Оно будет подробно рассмотрено в главе о магнитооптике. Теперь же пока ограничимся замечанием, что это допущение вполне оправдывается опытом. Обратим внимание также на то, что для тел не ферромагнитных μ всегда весьма мало отличается от единицы (часть IV, гл. 8, § 12).

Как уже было указано, уравнения (3) и (4) легко получаются соответственно из ур. (1) и (2).

Если бы диэлектрическая постоянная, также как и магнитная постоянная, равнялась единице, то мы имели бы дело с пространством лишенным материи, т. е. с пустотой. Применяя уравнения Максвелла к телам, для которых ϵ имеет величину отличную от единицы, мы весьма

мало и только формально изменяем ур. (1). Действительно, единственное отличие, как уже было выяснено в гл. 3, § 5, заключается в том, что скорость распространения электромагнитных возмущений в пустоте равна c , а в диэлектрике $\frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$ (μ всегда = 1). По определению показатель преломления диэлектрика равен отношению этих скоростей, т. е.

$$n = c \cdot \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} = \sqrt{\epsilon} \dots \dots \dots (5)$$

Это знаменитое соотношение Максвелла, которое оправдывается на опыте в некоторых случаях, в других представляет резкое противоречие с опытом; так, для воды $n = 1,33$ а $\sqrt{\epsilon} = 9$. Вместе с тем n есть функция длины волны света, а ϵ — постоянная, полученная из опытов электростатических или опытов с очень медленными электрическими колебаниями, следовательно, по существу она не может зависеть от длины волны. Уже при создании электромагнитной теории Максвелла этот недостаток был очевиден. Не делая никакой гипотезы относительно строения материи, теория Максвелла приходит к следующему формальному результату: в материи электромагнитные возмущения распространяются также в пустоте между молекулами (раньше говорили в эфире), но свойства этой „пустоты“ (эфира) неизвестным для нас образом изменяются присутствием материи так, что ϵ уже равно не 1, а некоторому другому числу. Теперь, когда многие физики отрицают существование эфира, подобное положение звучит совсем невероятно. Но всякая теория, которая хочет ограничиться объяснением факта преломления света, не касаясь дисперсии, поглощения, и т. д., может удовольствоваться подобным формальным изменением уравнений. Так было и в механических теориях света. Френель принимал, что плотность эфира в различных средах неодинакова при одинаковой упругости, Нейманн делал как раз обратную гипотезу. Обе теории не касались дисперсии света. Новые гипотезы относительно строения материи расширили область применения электромагнитной теории почти на все оптические явления, они выяснили кажущееся противоречие формулы (5) с опытом, но вместе с тем и показали, что уравнения Максвелла с абсолютной точностью применимы только к пустоте ($\epsilon = 1$). Уравнения совершенно не применимы, когда мы имеем дело с диэлектриками поглощающими свет — а такими являются все без исключения диэлектрики в той или другой области спектра — для тех лучей, длины волн которых близки к полосе поглощения. Наоборот, они очень точно применимы, когда длина волны выбранного монохроматического луча далека от полосы поглощения. Иначе говоря, ур. (1—4) очень точно применимы в тех областях спектра, где диэлектрик практически можно считать прозрачным. При этом нужно сделать очень важную оговорку. Величина ϵ теряет смысл, как диэлектрическая постоянная, уравнение (5) нужно читать наоборот, т. е. величину ϵ мы получаем, как квадрат известного нам показателя преломления n . Так как n есть функция длины волны, то и ϵ обладает тем же свойством.

В дальнейшем вплоть до § 7, в котором будет изложена теория дисперсии, мы сделаем все эти ограничения и будем, следовательно, развивать теорию распространения света, отражения, преломления и. т. д. только в прозрачных диэлектриках, исходя из ур. (1—4).

Уравнения эти были выведены до сих пор в очень общем виде, чем и выяснилось громадное их значение, именно тот факт, что они управляют всеми явлениями электромагнитного поля, начиная от статических, до быстрых световых колебаний. Теперь мы выведем их вновь в очень простом случае, для распространения плоской волны электромагнитных возмущений. Пока под плоской волной мы будем подразумевать такую волну, для которой во всех точках любой плоскости, перпендикулярной, напр., оси координат $O X$, вектор напряжения электрического поля \mathcal{E} имеет одно и то же значение, т. е. одинаковую величину и направление. То же относится и к вектору напряжения магнитного поля \mathcal{H} . Разумеется, для различных параллельных плоскостей эти значения различны. Далее выяснится, что это определение нужно сделать строже и отчасти изменить.

В основании двух законов Максвелла, выражаемых очень аналогичными уравнениями (1) и (2), стоят два экспериментальных факта. Из них первый определяет магнитное поле, окружающее электрический ток, второй дает закон электромагнитной индукции, т. е. определяет электрическое поле вокруг меняющегося во времени потока магнитной индукции.

Первый закон. Работа магнитных сил, совершаемая при передвижении единичного магнитного полюса по замкнутому линейному контуру, численно равна помноженной на 4π силе тока J , который пересекает произвольную поверхность, ограниченную данным контуром (см. часть II, гл. 1, § 6 и гл. 3, § 6). При этом предполагается, что полюс совершает один полный оборот по контуру.

$$4\pi J = \int \mathcal{H}_s ds \dots \dots \dots (6)$$

Пока мы имеем дело с линейным проводником (провода), по которому течет ток J , ясно, что произвольная поверхность всегда пересечет ток J только в том случае, если ток замкнут. Ток представляет из себя замкнутое вихревое кольцеобразное пространство. Так как нигде не существует истинных масс, то магнитные линии сил образуют тоже замкнутое кольцеобразное пространство, которое охватывает ток, как одно кольцо цепи охватывает другое.

В проводнике, имеющем конечные размеры во всех направлениях, мы мысленно следим за отдельными линиями тока и выделяем комплекс рядом лежащих линий, т. е. трубку тока. Пока трубка очень тонка, можно рассматривать ее, как линейный ток, и так как магнитные силы одного линейного тока не зависят от сил соседних токов, то к каждой трубке приложим закон (6). Пересечем трубку любой поверхностью. Под J нужно подразумевать силу тока трубки, контур пересечения поверхности с трубкой будет контуром, по которому перемещается полюс. Все линии

тока, находящиеся вне выбранной трубки, не изменяют работы магнитных сил при полном обороте полюса по контуру. Такая трубка, очевидно, должна быть замкнута, как замкнут линейный ток.

Равдвигая контур, мы захватываем все новые и новые линии тока, равенство (6) сохраняется, но обе части одинаково изменяются по величине. Легко доказать, что ур. (6) сохраняет свое значение и для конечных размеров трубки тока, т. е. для любого контура, проведенного внутри (или частью вне) проводника. При этом всегда J означает полную силу тока через всю произвольную поверхность, ограниченную данным контуром.

В случае нестационарного тока, который появляется, например, при разряде конденсатора, ток не может быть замкнут внутри проводника. Согласно основному постулату Максвелла, при этом возникают в окружающем диэлектрике или эфире замыкающие токи смещения, магнитное поле которых тождественно с полем тока проводимости. Если трубка тока кончилась на границе проводника, то мы можем проследить за ней дальше в диэлектрике или в эфире и снова с обратной стороны вернуться в прежнюю точку проводника. Ток смещения возникает, как внутри диэлектриков, так и внутри проводников, наряду с током проводимости; под J нужно подразумевать сумму этих токов. Обозначим через \mathfrak{J} ($\mathfrak{J}_x, \mathfrak{J}_y, \mathfrak{J}_z$) плотность тока проводимости, и через \mathfrak{E} плотность тока смещения, при чем эти величины будем измерять в электростатических единицах (в (6) J выражено в электромагнитных единицах, поэтому теперь нужно писать J/c). Согласно постулату Максвелла

$$\mathfrak{E} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}.$$

Уравнение (6) можно написать так:

$$\frac{4\pi}{c} \int \mathfrak{J}_n dS + \frac{1}{c} \int \varepsilon \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t} dS = \int \mathfrak{H}_s ds \dots \dots \dots (7)$$

Здесь dS элемент поверхности, ограниченной контуром, по которому производится интегрирование; J_n и \mathfrak{E}_n проекции векторов на нормаль к поверхности S . Если нет тока проводимости, то ток смещения (вектор $\varepsilon \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$) представляет из себя замкнутые линии.

Второй закон. Электродвижущая сила индукции в замкнутом линейном проводящем контуре (провода) выражается формулой:

$$e = - \frac{\partial N}{\partial t}, \dots \dots \dots (8)$$

где N число линий магнитной индукции, пересекающих произвольную поверхность, ограниченную контуром. Если в контуре течет ток J , то, как было выяснено (часть III, гл. 2, § 3), $J \frac{\partial N}{\partial t} dt$ есть механическая работа, совершаемая перемещением неизменного магнитного поля относительно контура, $e J$ — работа электрических сил, возникающих в контуре. Если в любой точке контура напряжение электрического поля

равно \mathfrak{E} , то работу электрических сил мы можем выразить через $\int \mathfrak{E}_s J ds$, где интегрирование производится по всему замкнутому контуру, а \mathfrak{E}_s есть проекция на касательную к контуру. Следовательно, пока сила тока J во всех точках контура одинакова,

$$\int \mathfrak{E}_s ds = -\frac{\partial N}{\partial t}, \dots \dots \dots (9)$$

т. е. работа электрических сил, совершаемая при перемещении единицы заряда по замкнутому контуру, равна взятому с отрицательным знаком изменению в единицу времени числа линий магнитной индукции, пересекающих поверхность, ограниченную контуром. Здесь \mathfrak{E} дано в электромагнитных единицах. При быстрых электромагнитных колебаниях в разных точках проводящего контура, сила тока может быть различна; ток, выходя из металлических масс, замыкается в диэлектрике в виде тока смещения; на поверхностях металлов, на границах двух диэлектриков возникают свободные заряды. Вообще всякое изменение магнитного поля вызывает всюду кругом электрическое поле, и присутствие проводников по Максвеллу совсем не существенно для определения возникающего поля. Металлический контур, в котором возникшее электрическое поле заставляет течь ток проводимости, является лишь удобным экспериментальным средством для наблюдения и проверки законов индукции.

Второй постулат Максвелла заключается в следующем. Уравнение (9) имеет место всегда, при произвольном (также и не проводящем) контуре и при произвольном распределении в пространстве диэлектриков и металлических масс. Правильность этого постулата подтверждается тем, что все следствия, выведенные из него совместно с первым законом Максвелла, всегда оправдываются на опыте.

Как известно, число линий сил N , пересекающих поверхность, по определению дается формулой (часть II, гл. 1, § 3, $\mu = 1$)

$$N = \int \mathfrak{H}_n dS,$$

где \mathfrak{H}_n проекция вектора напряжения магнитного поля на нормаль к поверхности S . Выражая величину \mathfrak{H} в электростатических единицах (\mathfrak{E} эл. магн. = $c\mathfrak{E}$ эл. стат.), мы легко получим

$$\frac{1}{c} \int \frac{\partial \mathfrak{H}_n}{\partial t} dS = -\int \mathfrak{E}_s ds \dots \dots \dots (10)$$

Если диэлектрическая постоянная ϵ имеет различные значения в разных точках пространства, то, как известно, электрические линии сил (вектор \mathfrak{E}) не замкнуты, концы их опираются на свободные заряды, появляющиеся на границах диэлектриков. Но силы свободных зарядов имеют потенциал, поэтому при интегрировании по замкнутому контуру они выпадают. При интегрировании остаются только те замкнутые силовые линии, которые возникают вследствие изменения магнитного поля. Эти линии и вектор $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$, согласно ур. (10), представляют охватывающие друг друга замкнутые кольцеобразные пространства. Если нет истинных

зарядов, и во всем пространстве существует только один однородный диэлектрик, то свободные заряды не возникают, все электрические линии сил замкнуты. Такой диэлектрик мы будем рассматривать дальше. Напишем рядом формулу (7), где теперь $\mathfrak{Z} = 0$ и $\varepsilon = \text{const.}$, и формулу (10):

$$\frac{1}{c} \int \frac{\partial \mathfrak{H}_n}{\partial t} dS = - \int \mathfrak{E}_s ds, \dots \dots \dots (10)$$

$$\frac{\varepsilon}{c} \int \frac{\partial \mathfrak{E}_n}{\partial t} dS = \int \mathfrak{H}_s ds, \dots \dots \dots (10, a)$$

которые представляют из себя замечательную аналогию. Существенное отличие — отрицательный знак во второй формуле. Кроме того во второй формуле уменьшает аналогию то обстоятельство, что мы всюду принимали $\mu = 1$. Для эфира $\varepsilon = 1$ последний недостаток аналогии отпадает. Как магнитные, так и электрические линии сил представляют из себя замкнутые линии, а векторы $\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$ и $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$ — замкнутые вихревые пространства. Обе эти формулы при помощи формулы Стокса непосредственно переходят в ур. (1) и (2) Максвелла (часть III, гл. 3, § 2). Ур. (3) и (4) выражают свойство замкнутости электрических и магнитных линий (отсутствии истинных, а в однородном диэлектрике и свободных зарядов).

Аналогия между формулами (10, a) и (10) позволит перенести все законы, уже известные из (10, a), и на (10). Формула (6) дает распределение магнитных линий сил около линейного тока; (10, a) дает то же самое, если ток проводимости заменить током смещения $\varepsilon \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$; наконец (10) дает тот же геометрический закон распределения электрических линий сил около вектора $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$.

Задаем себе задачу узнать распределение магнитных (или электрических) линий сил около плоскости, в которой всюду плотность тока смещения $\varepsilon \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$ (или вектор $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$) имеет одну величину и одинаковое направление, параллельное плоскости.

Начнем с известного распределения магнитных линий сил около бесконечно длинного прямолинейного проводника с круглым сечением, по которому течет ток J . Необходимое выражение легко получается из ур. (6). Действительно, очевидно, магнитные линии сил симметричны относительно проводника. Так как они замкнуты, то это могут быть только круги, лежащие в плоскости перпендикулярной к проводнику. Возьмем один из кругов за контур s и выразим силу тока J в электростатических единицах, тогда

$$\frac{4\pi J}{c} = H \int ds = H \cdot 2\pi r,$$

откуда

$$H = \frac{2J}{cr} \dots \dots \dots (11)$$

Здесь $H = |\mathfrak{H}|$ равно величине вектора \mathfrak{H} в любой точке круга, r расстоя-

ние точки от оси проводника. Направление магнитной силы дается правилом Ампера, оно перпендикулярно к проводнику и к g .

Выведем теперь закон распределения магнитных сил около бесконечного по всем направлениям очень тонкого, плоского проводящего слоя, по которому течет всюду в одном направлении ток одинаковой плотности. Плоскость YOZ (рис. 160) возьмем \parallel слою, $OX \perp$ к слою. Толщина слоя, ограниченная двумя плоскостями $= \Delta x$. Пусть ток направлен $\parallel OY$, вверх, и всюду имеет плотность \mathfrak{J}_y . Так как слой бесконечен, то во всех точках, находящиеся на равных расстояниях от него, магнитная сила имеет одинаковую величину и направление. Плоскостями, параллельными XOY , разделим слой на равные, бесконечно тонкие и бесконечно длинные прямоугольные параллелепипеды, сечение которых любой плоскостью $\parallel XOZ$ дает прямоугольники со сторонами $\Delta x \Delta z$. Сила тока в каждом

Рис. 160.

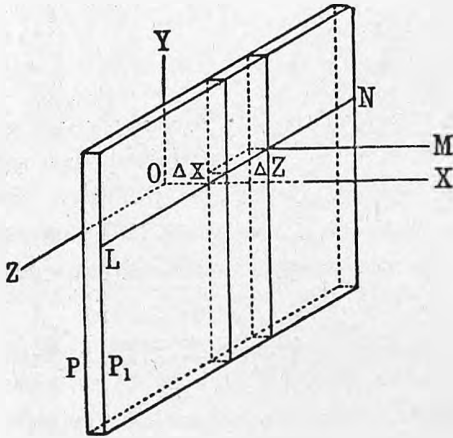
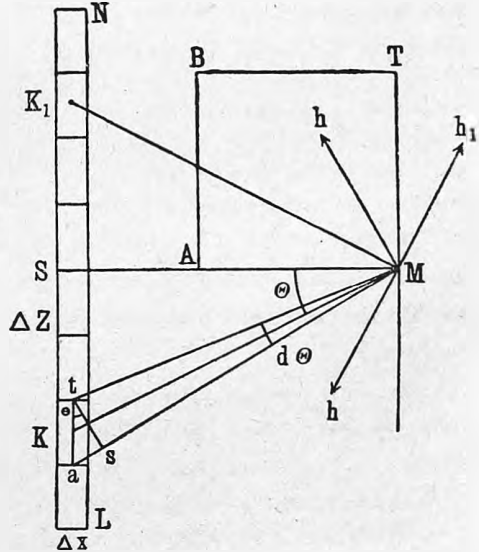


Рис. 161.



параллелепипеде равна $J = \mathfrak{J}_y \Delta x \Delta z$. Векториальная сумма магнитных сил от всех элементарных токов равна силе от всего слоя. Каждый элементарный ток, который можно рассматривать, как линейный ток, дает в точке M магнитную силу, направленную в плоскости MNL , если эта плоскость перпендикулярна направлению токов J и проходит через M . Поэтому мы переходим к рис. 161, плоскость которого есть как раз упомянутая плоскость, проходящая через M . Возьмем два любых симметрично расположенных относительно M , тока K и K_1 , что всегда можно сделать, так как деление слоя на параллелепипеды можно всегда начать плоскостью $\parallel XOY$, проходящей через M . Пусть будет Mh магнитная сила от тока K . По симметрии очевидно, что магнитную силу от K_1 мы получим, если повернем весь чертеж около M на 180° , при чем прямоугольник K упадет в K_1 , KM совпадает с K_1M , Mh даст Mh' . Остается только из-

менить направление Mh' на прямо противоположное Mh_1 , так как при повороте на 180° направление тока в K_1 перевернулось. Без доказательства ясно, что проекции Mh и Mh_1 на MS взаимно уничтожаются, проекции на MT ($\perp MS$) складываются.

Это соображение правильно для любой точки пространства, следовательно, магнитные силы плоского тока, имеющего направление OY , всегда параллельны OZ . Остается найти величину силы. Пусть сначала точка M находится так далеко от слоя, что прямоугольное строение элементарных токов не сказывается, и можно без опасения применить ур. (11), написанное для круглого тока. Тогда $Mh \perp Mk$; $\perp KMS = \perp sta = \theta$, так как st проводим $\perp MK$; $st = r\Delta\theta$; $\Delta z = ta = \frac{st}{\cos\theta} = \frac{r\Delta\theta}{\cos\theta}$. Магнитная сила элементарного тока $K = -\frac{2\mathfrak{Z}_y \Delta x \Delta z}{cr}$ (правило Ампера). Проекция ее на MT равна

$$\mathfrak{N} = -\frac{2\mathfrak{Z}_y \Delta x r \Delta\theta}{cr \cos\theta} \cos\theta = -\frac{2\mathfrak{Z}_y \Delta x}{c} \Delta\theta.$$

Суммируя для всех элементарных токов по θ , переходя к пределу, и заменяя сумму интегралом, получаем

$$\mathfrak{N} = -\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{2\mathfrak{Z}_y \Delta x}{c} d\theta = -\frac{2\pi}{c} \mathfrak{Z}_y \Delta x \dots \dots \dots (12)$$

Легко доказать, что это выражение правильно и для любой точки, даже лежащей непосредственно на плоскости, которая ограничивает слой тока. Действительно, работа магнитных сил, передвигающих магнитный полюс по любому контуру, не пересекающему слой, должна быть равна нулю. Выберем прямоугольный контур $MAVTM$, где AB и MT равны и параллельны OZ , а BT и MA равны и параллельны OX . Работа, совершаемая при передвижении по MA и BT , равна нулю; во всех точках MT сила равна N , и во всех точках AB равна N' . Вся работа перемещения равна \mathfrak{N} . $MT - \mathfrak{N}' AB = 0$, т. е. $\mathfrak{N}' = \mathfrak{N}$. Итак плоский ток дает во всех точках равную магнитную силу, при чем ясно, что для всех точек влево от слоя сила \mathfrak{N}_1 имеет прямо противоположное направление, т. е. в ур. (12) нужно взять обратный знак. Очевидно,

$$\mathfrak{N} - \mathfrak{N}_1 = -\frac{4\pi}{c} \mathfrak{Z}_y \Delta x \dots \dots \dots (13)$$

Возьмем две точки p и p_1 , одну в плоскости P , другую в плоскости P_1 (рис. 160), на какой-либо прямой, параллельной OX . К этим двум точкам можно применить ур. (13).

Если мы теперь предположим, что данный слой выделен из безграничного проводника, в котором всюду ток $\mathfrak{Z}_y \parallel OY$, имеет одну величину в любой плоскости $\perp OX$ и представляет непрерывную функцию от x , то магнитные силы всюду $\parallel OZ$, т. е. $\mathfrak{Q} = \mathfrak{M} = 0$, а \mathfrak{N} есть тоже непрерывная функция только от x . Все слои, кроме PP_1 , являются внешними относительно p и p_1 , и могут дать только равные силы в этих двух точках. Если

в p и p_1 имеем силы \mathfrak{N} и \mathfrak{N}_1 , то, согласно (13),

$$\mathfrak{N} - \mathfrak{N}_1 = \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial x} \Delta x = -\frac{4\pi}{c} \mathfrak{S}_x \Delta x,$$

откуда

$$\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial x} = -\frac{4\pi}{c} \mathfrak{S}_y \dots \dots \dots (13, a)$$

Если, вместо тока проводимости, течет точно такой же ток смещения в эфире ($\epsilon = 1$), то

$$\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} \dots \dots \dots (14)$$

Пусть мы имеем плоскую электромагнитную волну, относительно которой известно пока только, что электрическая сила всюду $\perp OY$ и зависит только от x . Ур. (14) показывает, что изменение электрической силы во времени вызывает перераспределение магнитных сил. Если $\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t}$ положительно, то \mathfrak{N} вправо от данной плоскости меньше, чем влево. Мы можем предположить, что остальных слагающих магнитного вектора нет, а изменение \mathfrak{N} во времени вызовет перераспределение электрических сил. Аналогия ур. (10, a, где $\epsilon = 1$) и (10) показывает, что весь вывод можно повторить, соответственно изменяя \mathfrak{Y} на \mathfrak{N} и обратно. Обращая внимание на знак (правило, обратное правилу Ампера), получим

$$\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} \dots \dots \dots (15)$$

Если $\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t}$ положительно, то \mathfrak{Y} вправо от данной плоскости больше, чем влево. Следовательно, возможен процесс, в котором электрическая сила, изменяясь во времени, перераспределяет перпендикулярную ей магнитную силу в пространстве и обратно. Остальные проекции сил совсем не входят в полученные два дифференциальные уравнения. Этот процесс представляет из себя плоскую, поляризованную электромагнитную волну. Ур. (14) и (15), конечно, легко получаются, как частный случай из ур. Максвелла (1) и (2), если положить $\epsilon = 1$ и $\mathfrak{X} = \mathfrak{Z} = \mathfrak{Q} = \mathfrak{M} = 0$. Уравнениям (3) и (4) соответствует представление о замкнутости электрических и магнитных линий сил. В нашем случае эти линии замкнуты „через бесконечность“. Предоставляем читателю доказать, пользуясь законом Био-Савара, что ток, перпендикулярный слою и равный во всех точках слоя, не вызовет никаких магнитных сил в пространстве. Следствием отсюда является поперечность электромагнитной волны, т. е. перпендикулярность электрических и магнитных сил к направлению распространения.

Заметим, что предыдущий вывод очень аналогичен выводам II тома, касающимся явлений распространения световых волн, диффракции и т. д. Основываясь на принципе Гюйгенса, там рассматривали действие отдельных зон или элементов поверхности. Здесь мы разбивали волну на плоские слои, слои на элементарные параллелепипеды, можно было бы

начать и с бесконечно малых элементов тока, пользуясь законом Био-Савара. Существенная разница заключается в том, что мы рассматривали действие слоев на точки, непосредственно рядом с ними лежащие, и таким образом получили дифференциальные уравнения.

Чтобы получить более ясное представление о механизме распространения электромагнитной волны, возьмем частный случай. Мы знаем, что в определенный момент $\mathfrak{U} = \mathfrak{N} = \varphi(x)$; на рис. 162 графически изображена известная нам функция $\varphi(x)$ для \mathfrak{U} и \mathfrak{N} . Вырежем опять плоский слой $\parallel YOZ$ вправо от максимума функции $\varphi(x)$. Вправо от слоя \mathfrak{N} меньше, чем влево, $\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} < 0$. Согласно предыдущим рассуждениям (ур. 14), $\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial t}$ имеет положительный знак, т. е. \mathfrak{U} растет во времени. Ясно, что так будет во всех точках вправо от максимума. Вправо от точки A , где еще $\varphi(x) = 0$, в следующий момент \mathfrak{U} уже будет иметь некоторое небольшое положитель-

Рис. 162.

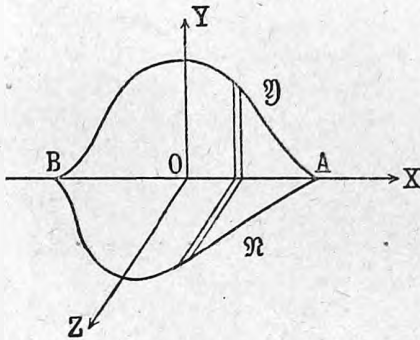
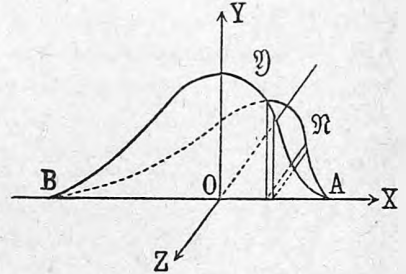


Рис. 163.



ное значение. Влево от максимума, где \mathfrak{N} возрастает с x , \mathfrak{U} будет убывать во времени, и в точке рядом с B и вправо от нее, где в этот момент она имела небольшое положительное значение, в следующий момент она делается равной нулю. Совершенно то же самое нужно заключить и относительно \mathfrak{N} , при чем, очевидно, вследствие одинакового вида ур. (14) и (15), \mathfrak{U} и \mathfrak{N} будут всюду изменяться на одинаковые величины. И если они были равны, то и останутся равными в каждой точке. Кривые φ будут перемещаться в сторону положительной оси OX , как скоро увидим, без изменения формы. Иначе говоря, плоская электромагнитная волна распространяется по направлению OX .

Возьмем другой случай (рис. 163). $\mathfrak{U} = \varphi(x)$; $\mathfrak{N} = -\varphi(x)$. Теперь — \mathfrak{N} уменьшается с x , но \mathfrak{N} увеличивается по абсолютной величине: $\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial t}$ имеет отрицательный знак вправо от максимума, \mathfrak{U} убывает во времени. Точно так же из уменьшения \mathfrak{U} по оси OX находим, что $\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t}$ имеет положительный знак, \mathfrak{N} возрастает, а $-\mathfrak{N}$ убывает во времени вправо от максимума. Обе кривые передвигаются (опять без изменения формы) влево, волна распространяется в сторону отрицательной оси OX . При распространении \mathfrak{U} всегда будет оставаться равным $-\mathfrak{N}$. В общем случае $\mathfrak{U} = \varphi_1(x)$, $\mathfrak{N} =$

$= \varphi_2(x)$. Всегда можно найти две функции $\varphi'(x)$ и $\varphi''(x)$, удовлетворяющие равенствам

$$\varphi_1(x) = \varphi'(x) + \varphi''(x), \quad \varphi_2(x) = \varphi'(x) - \varphi''(x).$$

Мы можем рассмотреть независимо две волны

$$\mathcal{Y}' = \mathcal{N}' = \varphi'(x) \quad \text{и} \quad \mathcal{Y}'' = -\mathcal{N}'' = \varphi''(x).$$

Первая будет распространяться в положительном, вторая в отрицательном направлении оси OX . В каждой волне по абсолютной величине $|\mathcal{Y}| = |\mathcal{N}|$. Итак в плоской электромагнитной волне, распространяющейся в эфире, вектор \mathcal{E} всегда равен и перпендикулярен вектору \mathcal{H} , оба вектора перпендикулярны к направлению распространения и, как ясно из всего предыдущего, направление распространения, \mathcal{E} и \mathcal{H} образуют винтовую систему (см. табличку § 5, гл. 3., наши случаи соответствуют случаям I, a и I, b).

Дифференцируя ур. (14) по t , (15) по x , и вычитая первое, умноженное на $\frac{1}{c}$, из второго, получаем уже знакомое уравнение

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{Y}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathcal{Y}}{\partial x^2} \quad \dots \quad (16)$$

Точно такое же уравнение получаем для \mathcal{N} :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{N}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathcal{N}}{\partial x^2} \quad \dots \quad (16, a)$$

Как известно, общим интегралом этих уравнений являются

$$\mathcal{Y} = f_1(x - ct) + F_1(x + ct); \quad \mathcal{N} = f_2(x - ct) + F_2(x + ct) \quad \dots \quad (17)$$

Здесь f_1, f_2, F_1, F_2 произвольные, пока неизвестные нам функции. Предположим, что нам известны начальные условия, т. е. величина $\mathcal{Y}_0 = \varphi_1(x)$ и $\mathcal{N}_0 = \varphi_2(x)$ в определенный момент t , который мы выбираем $t = 0$. Тогда

$$f_1(x) + F_1(x) = \varphi_1(x); \quad f_2(x) + F_2(x) = \varphi_2(x) \quad \dots \quad (18)$$

Из ур. (14) и (15) легко получаем

$$-\frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial t} \right)_0 = f_1'(x) - F_1'(x) = \left(\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial x} \right)_0 = \varphi_2'(x) \quad \dots \quad (19)$$

$$-\frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t} \right)_0 = f_2'(x) - F_2'(x) = \left(\frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial x} \right)_0 = \varphi_1'(x) \quad \dots \quad (20)$$

Здесь знак ' обозначает производную по соответствующему аргументу $x - ct$ или $x + ct$, индекс $_0$ указывает, что мы берем соответствующую величину в момент $t = 0$. Дифференцируя первое ур. (18), складывая и вычитая его из (19), последовательно находим

$$f_1'(x) = \frac{1}{2} [\varphi_1'(x) + \varphi_2'(x)]; \quad F_1'(x) = \frac{1}{2} [\varphi_1'(x) - \varphi_2'(x)]$$

$$f_1(x) = \frac{1}{2} [\varphi_1(x) + \varphi_2(x)] + C_1; \quad F_1(x) = \frac{1}{2} [\varphi_1(x) - \varphi_2(x)] + C_2,$$

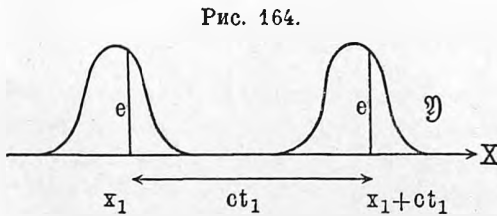
где C_1 и C_2 две постоянные интегрирования, сумма которых, как ясно из первого ур. (18), равна нулю. Подставляя вместо x в f_1 аргумент $x - ct$, а в F_1 аргумент $x + ct$ и складывая, приходим к результату

$$\mathfrak{Y} = \frac{1}{2} [\varphi_1(x - ct) + \varphi_2(x - ct)] + \frac{1}{2} [\varphi_1(x + ct) - \varphi_2(x + ct)] \dots (21)$$

Совершенно так же из второго ур. (18) и (20):

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{2} [\varphi_1(x - ct) + \varphi_2(x - ct)] - \frac{1}{2} [\varphi_1(x + ct) - \varphi_2(x + ct)] \dots (22)$$

Последними двумя уравнениями вполне решается вопрос о распространении плоской поляризованной электромагнитной волны в безграничном пространстве, в котором нет ни диэлектриков, ни проводников, если задано в начальный момент распределение электрического и магнитного векторов.



Возьмем, например, как мы это уже имели раньше, $\varphi_2(x) = \varphi_1(x)$. Тогда $\mathfrak{Y} = \mathfrak{N} = \varphi_1(x - ct)$. Если в момент $t = 0$ вектор \mathfrak{Y} имел (рис. 164) величину $E = \varphi_1(x_1)$ в точке $x = x_1$, то в момент t_1 ту же величину $E = \varphi_1(x_1 + ct_1 - ct_1)$ он будет иметь в точке $x = x_1 + ct_1$.

Вся кривая, не меняя своего вида, будет передвигаться со скоростью c по направлению OX . То же относится и к вектору \mathfrak{N} . Укажем еще один случай (рис. 165) $\varphi_2(x) = 0$, т. е. в начальный момент \mathfrak{N} всюду $= 0$. Тогда

$$\mathfrak{Y} = \frac{1}{2} [\varphi_1(x - ct) + \varphi_1(x + ct)]$$

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{2} [\varphi_1(x - ct) - \varphi_1(x + ct)].$$

В момент $t = 0$ рис. дает $\mathfrak{Y}_0 = \varphi_1(x)$. Далее, мы получаем две волны. Одна из них

$$\mathfrak{Y} = \frac{1}{2} \varphi_1(x - ct); \quad \mathfrak{N} = \frac{1}{2} \varphi_1(x - ct)$$

распространяется в положительном направлении оси OX , другая

$$\mathfrak{Y} = \frac{1}{2} \varphi_1(x + ct); \quad \mathfrak{N} = -\frac{1}{2} \varphi_1(x + ct)$$

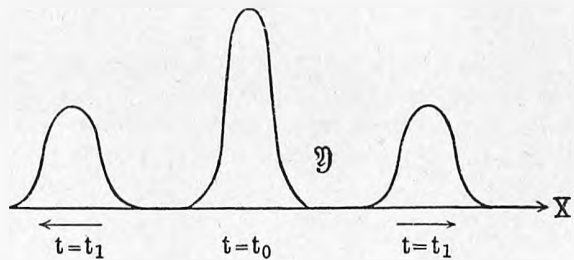
в отрицательном. В каждой волне величина вектора \mathfrak{Y} вдвое меньше (см. рис. 165), чем в первоначальном импульсе. Магнитные силы в них имеют противоположные направления. Если бесконечно длинную струну изогнуть где нибудь и, не сообщая точкам начальной скорости, отпустить, то два вдвое меньших изгиба понесутся по струне в обе стороны.

Очевидно, и в общем случае уравнений (21) и (22) распространяются две волны в противоположных направлениях, при чем в каждой волне

1) направление распространения, \mathfrak{Y} и \mathfrak{N} ориентированы друг относительно друга одинаково, образуя винтовую систему, 2) векторы \mathfrak{Y} и \mathfrak{N} равны по абсолютной величине.

Наряду с только что рассмотренными волнами могут, очевидно, распространяться и волны, в которых вектор \mathfrak{E} направлен по OZ , а вектор \mathfrak{H} по OY . Эти волны можно рассматривать совершенно независимо от предыдущих; они, конечно, также дадут две волны по $+OX$ и $-OX$. В самом общем случае, когда заданы распределения векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , перпендикулярных оси OX , как функции от x (плоские волны), можно произвольным образом в каждой точке разложить \mathfrak{E} и \mathfrak{H} на два взаимно перпендикулярных направления, выделить две системы взаимно перпендикулярных \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , найти для каждой системы по две волны в противоположных направлениях, рассматривая каждую систему независимо от другой. Суммируя векторially волны, идущих в одном направлении, мы всегда найдем, что направление распространения, \mathfrak{E} и \mathfrak{H} взаимно перпендикулярны и образуют винтовую систему, и $|\mathfrak{E}| = |\mathfrak{H}|$. Но в начальный момент эти правила, конечно, могут и не соблюдаться, равно как и вообще при встрече двух волн.

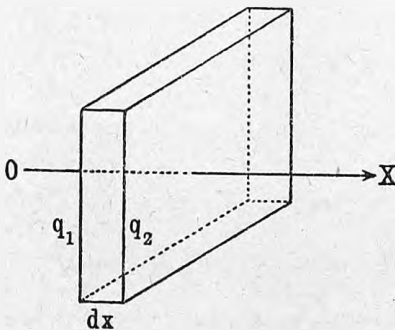
Рис. 165.



Электромагнитная волна несет с собой энергию. Это в особенности

ясно в случае распространения импульса, подобно изображенному на рис. 164. Конечно там, где электрическая и магнитная силы равны нулю, нет и электромагнитной энергии. В распространяющейся волне плотность электрической энергии $\frac{1}{8\pi} \mathfrak{E}^2$ равна плотности магнитной энергии $\frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2$. Помножим ур. (14) на $\frac{c}{4\pi} \mathfrak{Y}$, ур. (15) на $\frac{c}{4\pi} \mathfrak{N}$ и сложим их:

Рис. 166.



$$\frac{1}{4\pi} \left(\mathfrak{Y} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} + \mathfrak{N} \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} \right) = - \frac{c}{4\pi} \frac{\partial \mathfrak{Y} \mathfrak{N}}{\partial x}.$$

Умножая обе части на объем $q dx$ (рис. 166), легко получим следующее уравнение, если вспомним, что у нас \mathfrak{Y} и \mathfrak{N} от y и z не зависят,

$$\frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial t} (\mathfrak{Y}^2 + \mathfrak{N}^2) q dx = \frac{c}{4\pi} [(\mathfrak{Y} \mathfrak{N})_1 - (\mathfrak{Y} \mathfrak{N})_2] q \dots \dots (22, a)$$

при чем q есть площадь перпендикулярная OX , равная q_1 и q_2 . В левой части стоит изменение в данном объеме электромагнитной энергии в еди-

где C_1 и C_2 две постоянные интегрирования, сумма которых, как ясно из первого ур. (18), равна нулю. Подставляя вместо x в f_1 аргумент $x - ct$, а в F_1 аргумент $x + ct$ и складывая, приходим к результату

$$\mathfrak{Y} = \frac{1}{2} [\varphi_1(x - ct) + \varphi_2(x - ct)] + \frac{1}{2} [\varphi_1(x + ct) - \varphi_2(x + ct)] \dots (21)$$

Совершенно так же из второго ур. (18) и (20):

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{2} [\varphi_1(x - ct) + \varphi_2(x - ct)] - \frac{1}{2} [\varphi_1(x + ct) - \varphi_2(x + ct)] \dots (22)$$

Последними двумя уравнениями вполне решается вопрос о распространении плоской поляризованной электромагнитной волны в безграничном пространстве, в котором нет ни диэлектриков, ни проводников, если задано в начальный момент распределение электрического и магнитного векторов.

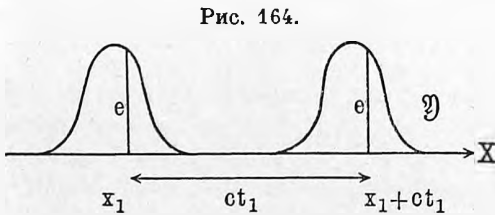


Рис. 164.

Возьмем, например, как мы это уже имели раньше, $\varphi_2(x) = \varphi_1(x)$. Тогда $\mathfrak{Y} = \mathfrak{N} = \varphi_1(x - ct)$. Если в момент $t = 0$ вектор \mathfrak{Y} имел (рис. 164) величину $E = \varphi_1(x_1)$ в точке $x = x_1$, то в момент t_1 ту же величину $E = \varphi_1(x_1 + ct_1 - ct_1)$ он будет иметь в точке $x = x_1 + ct_1$.

Вся кривая, не меняя своего вида, будет передвигаться со скоростью c по направлению OX . То же относится и к вектору \mathfrak{N} . Укажем еще один случай (рис. 165) $\varphi_2(x) = 0$, т. е. в начальный момент \mathfrak{N} всюду $= 0$. Тогда

$$\mathfrak{Y} = \frac{1}{2} [\varphi_1(x - ct) + \varphi_1(x + ct)]$$

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{2} [\varphi_1(x - ct) - \varphi_1(x + ct)].$$

В момент $t = 0$ рис. дает $\mathfrak{Y}_0 = \varphi_1(x)$. Далее, мы получаем две волны. Одна из них

$$\mathfrak{Y} = \frac{1}{2} \varphi_1(x - ct); \quad \mathfrak{N} = \frac{1}{2} \varphi_1(x - ct)$$

распространяется в положительном направлении оси OX , другая

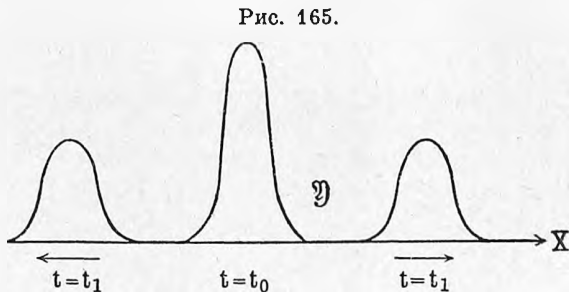
$$\mathfrak{Y} = \frac{1}{2} \varphi_1(x + ct); \quad \mathfrak{N} = -\frac{1}{2} \varphi_1(x + ct)$$

в отрицательном. В каждой волне величина вектора \mathfrak{Y} вдвое меньше (см. рис. 165), чем в первоначальном импульсе. Магнитные силы в них имеют противоположные направления. Если бесконечно длинную струну изогнуть где нибудь и, не сообщая точкам начальной скорости, отпустить, то два вдвое меньших изгиба понесутся по струне в обе стороны.

Очевидно, и в общем случае уравнений (21) и (22) распространяются две волны в противоположных направлениях, при чем в каждой волне

1) направление распространения, \mathcal{Y} и \mathcal{N} ориентированы друг относительно друга одинаково, образуя винтовую систему, 2) векторы \mathcal{Y} и \mathcal{N} равны по абсолютной величине.

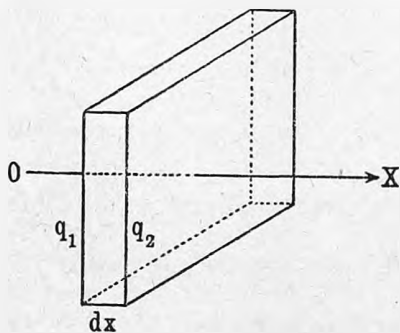
Наряду с только что рассмотренными волнами могут, очевидно, распространяться и волны, в которых вектор \mathcal{E} направлен по OZ , а вектор \mathcal{H} по OY . Эти волны можно рассматривать совершенно независимо от предыдущих; они, конечно, также дадут две волны по $+OX$ и $-OX$. В самом общем случае, когда заданы распределения векторов \mathcal{E} и \mathcal{H} , перпендикулярных оси OX , как функции от x (плоские волны), можно произвольным образом в каждой точке разложить \mathcal{E} и \mathcal{H} на два взаимно перпендикулярных направления, выделить две системы взаимно перпендикулярных \mathcal{E} и \mathcal{H} , найти для каждой системы по две волны в противоположных направлениях, рассматривая каждую систему независимо от другой. Суммируя векториально векторы волн, идущих в одном направлении, мы всегда найдем, что направление распространения, \mathcal{E} и \mathcal{H} взаимно перпендикулярны и образуют винтовую систему, и $|\mathcal{E}| = |\mathcal{H}|$. Но в начальный момент эти правила, конечно, могут и не соблюдаться, равно как и вообще при встрече двух волн.



Электромагнитная волна несет с собой энергию. Это в особенности

ясно в случае распространения импульса, подобно изображенному на рис. 164. Конечно там, где электрическая и магнитная силы равны нулю, нет и электромагнитной энергии. В распространяющейся волне плотность электрической энергии $\frac{1}{8\pi} \mathcal{E}^2$ равна плотности магнитной энергии $\frac{1}{8\pi} \mathcal{H}^2$. Помножим ур. (14) на $\frac{c}{4\pi} \mathcal{Y}$, ур. (15) на $\frac{c}{4\pi} \mathcal{N}$ и сложим их:

Рис. 166.



$$\frac{1}{4\pi} \left(\mathcal{Y} \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial t} + \mathcal{N} \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t} \right) = - \frac{c}{4\pi} \frac{\partial \mathcal{Y} \mathcal{N}}{\partial x}.$$

Умножая обе части на об'ем $q dx$ (рис. 166), легко получим следующее уравнение, если вспомним, что у нас \mathcal{Y} и \mathcal{N} от y и z не зависят,

$$\frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial t} (\mathcal{Y}^2 + \mathcal{N}^2) q dx = \frac{c}{4\pi} [(\mathcal{Y} \mathcal{N})_1 - (\mathcal{Y} \mathcal{N})_2] q \dots \dots \dots (22, a)$$

при чем q есть площадь перпендикулярная OX , равная q_1 и q_2 . В левой части стоит изменение в данном об'еме электромагнитной энергии в еди-

ницу времени, правую можно читать так: в единицу времени через площадь q_1 втекает энергия $\frac{c}{4\pi} (\mathfrak{Y}\mathfrak{N})_1 q_1$, вытекает $\frac{c}{4\pi} (\mathfrak{Y}\mathfrak{N})_2 q_2$. Избыток втекающей энергии над вытекающей равен приросту в единицу времени. Величина $\frac{c}{4\pi} \mathfrak{Y}\mathfrak{N}$ есть поток энергии через единицу площади, или вектор Пойнтинга; в общем виде это уравнение было выведено уже в гл. 3, § 3. Направление потока энергии всегда перпендикулярно к \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , в данном случае оно совпадает с направлением распространения волны.

Все выводы, только что сделанные для эфира, легко могут быть формально распространены и на любой диэлектрик, если будем давать ε значения, отличные от единицы. Ясно, что для этого нужно заменить в ур. (13,а) \mathfrak{S}_y через $\frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t}$, и тогда ур. (14) примет вид

$$\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial x} = -\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} \dots \dots \dots (23)$$

Ур. (15) останется без изменения. Далее, (16) и (17) изменятся в

$$\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial y^2}, \quad \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{N}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathfrak{N}}{\partial x^2}, \dots \dots \dots (24)$$

откуда скорость распространения электромагнитных волн $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$. Функции f_1, f_2, F_1, F_2 получать аргументы $x - vt$ и $x + vt$. Изменив соответственно (19) и (20), получим окончательно

$$\begin{aligned} \mathfrak{Y} &= \frac{1}{2} \left[\varphi_1(x - vt) + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \varphi_2(x - vt) \right] + \frac{1}{2} \left[\varphi_1(x + vt) - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \varphi_2(x + vt) \right] \\ \mathfrak{N} &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{\varepsilon} \varphi_1(x - vt) + \varphi_2(x - vt) \right] - \frac{1}{2} \left[\sqrt{\varepsilon} \varphi_1(x + vt) - \varphi_2(x + vt) \right] \end{aligned}$$

В обеих волнах, несущихся по направлению положительной и отрицательной оси OX , абсолютные величины $|\mathfrak{Y}|$ и $|\mathfrak{N}|$ связаны соотношением

$$|\mathfrak{N}| = \sqrt{\varepsilon} |\mathfrak{Y}|.$$

Как мы увидим дальше в § 7, волновые импульсы, подобные рассмотренным на рис. 164 и 165, не могут распространяться в диэлектрике, сохраняя неизменной свою форму. Выше сказано было, что ур. (1—4) с достаточной точностью применимы только к прозрачным диэлектрикам. Теперь мы сделаем дальнейшее ограничение, именно мы будем далее предполагать все функции f и F периодическими функциями t и притом неограниченными во времени. Так, полагая

$$\mathfrak{Y} = a \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right); \quad \mathfrak{N} = \sqrt{\varepsilon} a \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right), \dots \dots \dots (25)$$

мы говорим, что электромагнитное возмущение распространяется со скоростью v , в виде бесконечного ряда синусоидальных волн с периодом T и амплитудой a , при чем не было и никогда не будет времени, когда это состояние отсутствовало бы или выражалось другим законом. На самом

деле, конечно, выражение (25) есть только приближение к действительности и показывает, что число правильных синусоидальных волн очень велико. Моменты возникновения и угасания волн так коротки сравнительно с временем существования периодического состояния, что мы их наблюдать не можем. Затронутый здесь вопрос имеет близкую связь с вопросом о возможности распространения светового сигнала в диэлектрике, обладающем аномальной дисперсией ($v = \frac{c}{n}$, и если $n < 1$, то $v > c$), со скоростью большей скорости света в эфире. Принцип относительности такой скорости не допускает. Откладывая этот вопрос до § 7, где уравнениям (1—4) будет дано физическое объяснение на основании современных воззрений на строение диэлектрика, мы теперь ограничимся чисто периодическими функциями.

Будем далее рассматривать волны, распространяющиеся только в одном направлении положительной оси OX . По симметрии очевидно, что наряду с (25) возможна волна, в которой вектор \mathfrak{E} направлен по оси OZ , а вектор \mathfrak{H} по оси OY :

$$\mathfrak{Z} = b \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right); \quad \mathfrak{M} = -\sqrt{\epsilon} b \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

Соответственно этим двум плоским линейно-поляризованным волнам, ур. (1,а) и (2,а) разделяются на две независимых группы, если положить равными нулю все производные по y и z . В одну группу входят проекции \mathfrak{Y} и \mathfrak{M} — это уравнения (23) и (15), в другую \mathfrak{Z} и \mathfrak{X} . Если величинам a и b дать определенное соотношение и задать разность фаз синусоидальных колебаний, то можно получить какую угодно эллиптически поляризованную волну. Физически это наиболее общий случай плоской волны. Математически наиболее общий случай прямолинейно-поляризованной плоской волны получится, если, напр., в ур. (25) повернем оси координат произвольно относительно нормали к плоскости волны. Пусть направление распространения составляет углы с новыми осями координат, косинусы которых m, n, p , так что $m^2 + n^2 + p^2 = 1$. Легко видеть, что волна будет характеризована следующими уравнениями для проекции вектора \mathfrak{E}

$$\mathfrak{X} = X \cos \alpha; \quad \mathfrak{Y} = Y \cos \alpha; \quad \mathfrak{Z} = Z \cos \alpha \quad \dots \dots (26)$$

Здесь для сокращения введена величина $\alpha = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{mx + ny + pz}{v} \right)$; $mx + ny + pz = r$, где r величина постоянная для определенной плоскости, есть уравнение плоскости волны, или, как мы теперь будем называть, плоскости фаз, так как фаза во всех точках плоскости для каждой проекции электрического вектора одинакова. Расстояние различных плоскостей от начала координат, которое мы должны вставить в прежнее выражение $t - \frac{x}{v}$ вместо x , равно r , т. е. равно $mx + ny + pz$. Величины X, Y, Z обозначают амплитуды проекций вектора \mathfrak{E} на оси координат.

Аналогично магнитный вектор \mathfrak{H} определяется тремя уравнениями:

$$\mathfrak{L} = L \cos \alpha; \quad \mathfrak{M} = M \cos \alpha; \quad \mathfrak{N} = N \cos \alpha, \dots \dots \dots (27)$$

где L, M, N — проекции амплитуды \mathfrak{E} .

Величины, X, Y, Z, L, M, N не независимы друг от друга; они связаны основными уравнениями (1,а; 2,а; 3,а; 4,а). Укажем в наиболее общем случае эллиптически поляризованной волны эти зависимости, которые получатся, если в каждом косинусе ур. (26) и (27) ввести постоянные фазы, разные для различных проекций. Ур. (3,а) и (4,а) выражают свойство поперечности векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} в случае периодической плоской волны. Действительно, для периодической волны легко вывести ряд равенств:

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{m}{v} \frac{\partial X}{\partial t} \text{ и т. д.} \quad \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial x} = -\frac{m}{v} \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} \text{ и т. д.} \dots \dots \dots (28)$$

Подставляя их в (3,а), получим

$$m \frac{\partial X}{\partial t} + n \frac{\partial Y}{\partial t} + p \frac{\partial Z}{\partial t} = 0.$$

Так как мы не рассматриваем постоянного, независящего от времени поля, которое получается из постоянных интегрирования, то

$$m X + n Y + p Z = 0 \dots \dots \dots (29)$$

Совершенно так же получаем условие поперечности вектора \mathfrak{H} из (4,а)

$$m \mathfrak{L} + n \mathfrak{M} + p \mathfrak{N} = 0 \dots \dots \dots (30)$$

Плоская эллиптическая волна в самом общем случае вполне характеризуется заданными в плоскости волны проекциями амплитуды электрического вектора \mathfrak{E} на два взаимно перпендикулярных направления и двумя фазами. Следовательно, из трех проекций X, Y, Z и трех фаз, которые обозначим через $\delta, \delta', \delta''$, только 4 величины независимы. Действительно, ур. (29) дает два уравнения, связывающие эти 6 величин. Напишем (29) в виде

$$m X \cos(\alpha + \delta) + n Y \cos(\alpha + \delta') + p Z \cos(\alpha + \delta'') = 0.$$

Это уравнение должно иметь место при всяких значениях t, x, y, z и, следовательно, α . Полагая $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$, находим два уравнения:

$$\begin{aligned} m X \cos \delta + n Y \cos \delta' + p Z \cos \delta'' &= 0 \\ m X \sin \delta + n Y \sin \delta' + p Z \sin \delta'' &= 0 \dots \dots \dots (29, a) \end{aligned}$$

Если даны величины, определяющие вектор \mathfrak{E} , то, подставляя X, Y, Z в (2,а), можно найти $\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$, именно шесть неизвестных величин: три проекции амплитуды L, M, N и три фазы. Три уравнения, имеющие место для произвольного значения α , дадут три уравнения при $\alpha = 0$ и три уравнения при $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Заменяв в ур. (1,а) производные от $\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ по координатам производными по времени при помощи равенств (28), получим три уравнения, из которых напомним первое:

$$\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{p}{v} \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} - \frac{n}{v} \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t}.$$

Интегрируя по времени и откидывая постоянную, находим

$$\sqrt{\epsilon} \mathcal{X} = p \mathcal{M} - n \mathcal{N}.$$

В правой части находится (гл. I, § 2) проекция на ось $O X$ векториального произведения вектора $(\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N})$ на вектор (m, n, p) , который имеет величину равную единице и направление перпендикуляра к плоскости волны. Отсюда следует, что векторы \mathcal{E} и \mathcal{H} перпендикулярны друг к другу. Так как вектор (m, n, p) перпендикулярен к вектору \mathcal{H} (ур. 30), то величина произведения равна величине вектора \mathcal{H} , и, следовательно, в распространяющейся волне

$$|\mathcal{H}| = \sqrt{\epsilon} |\mathcal{E}| \dots \dots \dots (31)$$

Это же уравнение показывает, что векторы $|\mathcal{E}|$ и $|\mathcal{H}|$ однофазны: они одновременно равны нулю и одновременно получают максимальное значение. Все подобные взаимоотношения получаются гораздо легче, если ввести мнимые векторы с мнимыми амплитудами, как будет сделано в следующем параграфе.

Уже неоднократно в частных случаях, а в главе 3 § 5 в общем случае, было показано, что все проекции \mathcal{E} и \mathcal{H} подчинены уравнениям вида

$$\frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial t^2} = \Delta \mathcal{X} \dots \dots \dots (32)$$

В распространяющейся плоской волне энергия переносится в прозрачном диэлектрике так же, как и в пустоте; необходимо только исправить в левой части ур. (22,а) выражение для плотности электрической энергии, которая в диэлектрике равна $\frac{\epsilon}{8\pi} \mathcal{E}^2$. Рассмотрим простой случай распределения потока энергии в случае встречи двух распространяющихся в противоположных направлениях гармонических колебательных волн одного периода и равных амплитуд, именно возьмем две волны

$$\mathcal{Y}_1 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \mathcal{N}_1 = A \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right); \quad \mathcal{Y}_2 = -\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \mathcal{N}_2 = A \cos \frac{2\pi}{T} \left(t + \frac{x}{v} \right).$$

Электромагнитное поле будет выражаться равенствами

$$\begin{aligned} \mathcal{Y} &= \mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2 = 2A \cos \frac{2\pi t}{T} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \\ \mathcal{N} &= \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 = 2\sqrt{\epsilon} A \sin \frac{2\pi t}{T} \sin \frac{2\pi x}{\lambda}, \end{aligned}$$

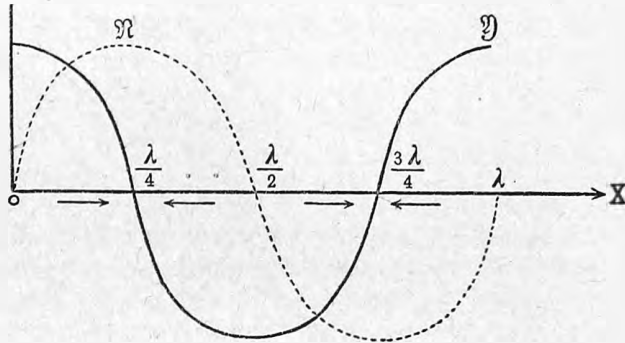
где $\lambda = v T$ — длине волны в диэлектрике. Образуются, как известно, стоячие волны. \mathcal{Y} имеет пучности, т. е. максимальную амплитуду для $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda \dots$ и узлы, т. е. амплитуду, равную нулю для $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4} \dots$, как видно на сплошной кривой (рис. 167) для $t = 0$. \mathcal{N} имеет амплитуду нуль там, где \mathcal{Y} имеет максимальную, и наоборот. Пунктирная кривая дает \mathcal{N} для $t = \frac{T}{4}$. Для удобства чертежа величина \mathcal{N} отложена не по оси OZ , а также по оси OY . Поток энергии \mathcal{S} (вектор Пойнтинга, гл. 3, § 3)

всегда параллелен OX и имеет величину $(\mathfrak{Y} \perp \mathfrak{N})$:

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{Y} \mathfrak{N} = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\varepsilon} \sin \frac{4\pi t}{T} \sin \frac{4\pi x}{\lambda}.$$

В момент $t = 0$, \mathfrak{N} и \mathfrak{S} всюду равны нулю. Мы имеем только сплошную кривую. Электромагнитная энергия $= \frac{\varepsilon \mathfrak{Y}^2}{8\pi}$ имеет максимальное значение там, где \mathfrak{Y} максимум. В следующий момент $t = \delta t$ поток энергии устремляется по направлениям, указанным стрелками, так что к моменту $t = \frac{T}{4}$ в точках $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4} \dots$ будет максимальная энергия $\frac{\mathfrak{N}^2}{8\pi}$ (равная $\frac{\varepsilon \mathfrak{Y}^2}{8\pi}$ в момент $t = 0$). \mathfrak{Y} в этот момент, как и \mathfrak{S} , равны нулю. Далее, опять произойдет отлив энергии от пучностей \mathfrak{N} к пучностям \mathfrak{Y} . Всем стрелкам

Рис. 167.



нужно дать обратное направление. Таким образом будет непрерывно совершаться процесс перетекания энергии из электрической в магнитную. Ясно, что поэтому период вектора Пойнтинга вдвое меньше периода \mathfrak{Y} или \mathfrak{N} . Легко проверить, что вектор \mathfrak{S} будет иметь в каждый момент указанное направление. Напр., для x несколько больше нуля в момент, следующий после $t = 0$, векторы \mathfrak{Y} и \mathfrak{N} положительны, следовательно, направлены соответственно вверх и к читателю; по правилу винтовой системы, вектор \mathfrak{S} должен быть направлен вправо.

§ 3. Мнимые величины. Плоскость фаз и плоскость амплитуд. Луч. Возьмем уравнение вида (32) для какой-нибудь переменной величины A , функции x, y, z, t

$$\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \dots \dots \dots (32, a)$$

Такие уравнения встречаются почти во всех отделах математической физики. Одним из важных их свойств является линейность уравнений. Как известно, если даны два частных интеграла линейного дифференциального уравнения, то, помножив каждое из них на произвольную постоянную величину и взяв сумму, мы получим новый частный интеграл. Необходимо, чтобы, вообще, были линейны все уравнения, которыми свя-

зывается величина A с другими величинами, например, пограничные условия и начальные условия. Это требование почти всегда выполняется в задачах математической физики.

Если мы имеем частное решение ур. (32,а) вида $A = a \cos \alpha$, где $\alpha = \frac{2\pi}{T}(t - \frac{mx + ny + pz}{v})$, то имеем и решение $A = a \sin \alpha$. Помножая второе на $i = \sqrt{-1}$ и складывая с первым, получаем новое частное решение

$$\mathfrak{A} = a(\cos \alpha + i \sin \alpha) = a e^{i\alpha},$$

где e основание натуральных логарифмов. Очевидно, мы возвратимся к частному первому решению, если условимся сохранять только действительную часть мнимой величины. Пусть это условие выражается символом $|\mathfrak{A}|_r$.

Тогда

$$A = |\mathfrak{A}|_r = |a e^{i\alpha}|_r = a \cos \alpha.$$

Сохраняя только действительный множитель мнимой части, что можно обозначить символом $|\mathfrak{A}|_i$, получим второе частное решение

$$A = |\mathfrak{A}|_i = |a e^{i\alpha}|_i = a \sin \alpha.$$

Два очевидных равенства $\Sigma |\mathfrak{A}|_r = |\Sigma \mathfrak{A}|_r$,

$\frac{\partial}{\partial \xi} |\mathfrak{A}|_r = |\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial \xi}|_r$ и такие же равенства для символа $|\mathfrak{A}|_i$, где ξ любая из переменных, а \mathfrak{A} какая угодно мнимая величина, позволяют произвести любые операции суммирования и дифференцирования и в конце операций отделить мнимую часть от действительной. В этом заключается большое упрощение операций, именно при дифференцировании показательная функция не меняет своего вида, тогда как \cos изменяется на \sin и обратно. При этих операциях амплитуда может получиться мнимой, что всегда указывает на введенную фазу. Например, первое ур. (26), в котором мы введем фазу δ , можно написать так:

$$\mathfrak{X} = X e^{i(\alpha + \delta)} = X e^{i\delta} \cdot e^{i\alpha}.$$

$X e^{i\delta}$ есть мнимая амплитуда. Переписав ур. (26) в следующем виде,

$$\mathfrak{X} = X e^{i\alpha}; \quad \mathfrak{Y} = Y e^{i\alpha}; \quad \mathfrak{Z} = Z e^{i\alpha}.$$

мы получим наиболее общие уравнения для электрического вектора плоской волны, если допустим, что амплитуды X, Y, Z могут быть и мнимыми величинами. В дальнейшем нигде не будет отмечаться особым знаком, что мы имеем дело с мнимыми величинами. Окончательное уравнение с мнимыми величинами, по отделении мнимой части от действительной, дает два действительных уравнения, вполне аналогично тому, как были получены два уравнения (29,а), полагая $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$. Часто удобно, чтобы получить прямо соотношение между действительными амплитудами, написать рядом с полученным уравнением сопряженное ему мнимое (т. е. изменить всюду знак при i) и перемножить оба уравнения. Пусть, напр.,

в уравнении

$$uAe^{i\alpha} = vBe^{i\alpha}$$

A и B мнимые амплитуды; u и v также мнимые величины. Представим все величины в виде $A = ae^{i\delta_1}$, $B = be^{i\delta_2}$, $u = u_1 e^{i\varphi}$, $v = v_1 e^{i\psi}$, где все буквы имеют значение действительных величин. Сократив на общий множитель $e^{i\alpha}$, напомним сопряженное уравнение и перемножим их. Полученное равенство

$$u_1^2 a^2 = v_1^2 b^2$$

дает соотношение между действительными амплитудами a и b . Удобно изменять фазу какого-нибудь вектора, помножая его амплитуду на соответствующую мнимую величину, напр., помножая на $\pm i$, мы вводим фазу $\pm \frac{\pi}{2}$, так как $\pm i = e^{\pm i\frac{\pi}{2}}$. Часто отношение амплитуд двух векторов быстро указывает на разность фаз между ними. Для двух взаимно перпендикулярных векторов рассмотрение этого отношения удобно и для другой цели. Пусть мы имеем две проекции вектора с мнимыми амплитудами по горизонтальной, направленной вправо оси OX и вертикальной, направленной вверх оси OY

$$\xi = Ae^{i\alpha}; \quad \eta = Be^{i\alpha}.$$

Отношение $\frac{B}{A}$ вполне определяет эллипс, который конец вектора вычерчивает в плоскости. Заметим следующие случаи:

1) Если отношение $\frac{B}{A}$ действительное, то мы имеем прямую; тангенс угла прямой с осью OX равен $\frac{B}{A}$.

2) Если $\frac{B}{A}$ мнимая величина, то знак мнимой части определяет направление вращения по эллипсу; положительный соответствует вращению по часовой стрелке, отрицательный — против часовой стрелки.

3) Если $\frac{B}{A}$ чисто мнимая величина, то оси эллипса расположены по осям координат, величина $\left| \frac{B}{A} \right|$ дает величину отношения полуосей; когда $\frac{B}{A} = \pm i$, мы имеем круг.

Обратим внимание, что нельзя производить над векторами не линейных операций, напр., умножения. Всякий раз, когда мы имеем дело с энергией или вектором Пойнтинга, необходимо переходить к действительной части мнимых векторов.

В дальнейшем нам придется иметь дело с мнимыми диэлектрическими постоянными, которые вводятся тоже исключительно в виду упрощения вычислений. В § 6, гл. 3 получилось, напр., для проводников уравнение ($\mu = 1$)

$$\frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \Delta \mathfrak{E}.$$

Если \mathfrak{E} периодическая функция, т. е. имеет множитель $e^{i2\pi \frac{t}{T}}$, то $\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = -\frac{T}{2\pi} i \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2}$ и, подставляя в уравнение, получим

$$\frac{\varepsilon - 2\sigma T i}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} = \Delta \mathfrak{E}.$$

Полагая $\varepsilon - 2\sigma T i = \varepsilon'$, при чем ε' уже будет мнимой величиной, мы получим формально такое же уравнение, как и для диэлектриков. Это обстоятельство позволяет сократить выкладки, распространить рассмотрение теории диэлектриков и на проводники. Если в проводнике распространяется плоская волна $\mathfrak{E} = E e^{i \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{\omega} \right)}$, то подставляя \mathfrak{E} в предыдущее уравнение, получим

$$\frac{\varepsilon'}{c^2} = \frac{1}{\omega^2},$$

откуда ω получается, как мнимая скорость распространения. Чтобы выяснить ее физическое значение, положим $\omega = \frac{v}{i - ki}$, что можно сделать для всякой мнимой величины; v и k величины действительные. Тогда

$$\mathfrak{E} = E e^{i \frac{2\pi}{T} \left[1 - \frac{x(1-ik)}{v} \right]} = E e^{-\frac{2\pi k}{T} \frac{x}{v}} e^{i \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right)};$$

v есть скорость распространения; амплитуда волны по мере распространения убывает, и k есть индекс поглощения. Вообще, мнимая диэлектрическая постоянная и мнимая скорость распространения обуславливают поглощение.

В частных случаях, даже и в диэлектрике, косинусы m , n , p могут получиться мнимыми. Выясним физический смысл этого обстоятельства. Пусть все проекции электрического и магнитного векторов имеют одинаковый мнимый множитель в показателе, так что, напр.,

$$\mathfrak{X} = X e^{i \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{\mu x + \nu y + \pi z}{\omega} \right)}, \dots \dots \dots (33)$$

где $\mu_1 = \mu_1 - \mu_2 i$, $\nu = \nu_1 - \nu_2 i$, $\pi = \pi_1 - \pi_2 i$; ω можно оставить действительным, не уменьшая общности случая. Легко представить (33) в виде

$$\mathfrak{X} = X e^{-\frac{2\pi}{T\omega} (\mu_2 x + \nu_2 y + \pi_2 z)} e^{i \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{\mu_1 x + \nu_1 y + \pi_1 z}{\omega} \right)}.$$

Косинусы углов нормали плоскости $\mu_1 x + \nu_1 y + \pi_1 z = \text{const.}$ с осями будут $m_1 = \frac{\mu_1}{\sqrt{\mu_1^2 + \nu_1^2 + \pi_1^2}}$ и т. д., а нормали плоскости $\mu_2 x + \nu_2 y + \pi_2 z = \text{const.}$ аналогично $m_2 = \frac{\mu_2}{\sqrt{\mu_2^2 + \nu_2^2 + \pi_2^2}}$ и т. д. Поэтому, обозначая

$$u = \frac{\omega}{\sqrt{\mu_1^2 + \nu_1^2 + \pi_1^2}}; \quad n' = \frac{c}{u}; \quad k' = n' \frac{\sqrt{\mu_2^2 + \nu_2^2 + \pi_2^2}}{\sqrt{\mu_1^2 + \nu_1^2 + \pi_1^2}}, \dots \dots (33, a)$$

получим, вместо (33),

$$\mathfrak{X} = X e^{-\frac{2\pi}{cT} k' (m_2 x + n_2 y + p_2 z)} e^{i \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{m_1 x + n_1 y + p_1 z}{u} \right)} \dots \dots \dots (33, b)$$

Для всех точек плоскости волны $m_1x + n_1y + p_1z = \text{const.}$ фазы одинаковы, поэтому мы ее теперь и будем называть плоскостью равных фаз. Наоборот, амплитуды различны в различных точках плоскости фаз. Они одинаковы для всех точек плоскости $m_2x + n_2y + p_2z = \text{const.}$ и уменьшаются, если мы будем передвигаться по направлению перпендикуляра к этой плоскости, которую назовем плоскостью равных амплитуд, k' есть коэффициент поглощения. Такого вида волны получаются, когда, например, плоская волна проникает в поглощающую среду, падая под углом на плоскость, ограничивающую ее. Очевидно, что плоскость равных амплитуд параллельна ограничивающей поверхности и составляет с плоскостью фаз угол φ , для которого

$$\cos \varphi = m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2.$$

Является вопрос, возможны ли волны такого вида в диэлектриках или даже в эфире? В таком случае выражение вида (33) должно удовлетворять уравнениям (32), которые имеют место для всех проекций векторов \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , при чем ε имеет действительное значение. Подставляя \mathfrak{X} , получаем условие

$$\frac{\mu^2 + \nu^2 + \pi^2}{\omega^2} = \frac{\varepsilon}{c^2}$$

или, отделяя мнимую и действительную часть, вводя u , n' , k' и полагая $n = \sqrt{\varepsilon}$, находим два уравнения:

$$m_1 m_2 + p_1 p_2 + n_1 n_2 = 0 \quad \dots \dots \dots (34)$$

$$n'^2 = n^2 + k'^2 \quad \dots \dots \dots (35)$$

В диэлектрике при обыкновенных условиях в плоской волне плоскость фаз и плоскость амплитуд совпадают. Ур. (34) показывает, что если они не совпадают, то должны быть взаимно перпендикулярны. Упростим выражение (33, b), не уменьшая его общности, именно направим ось OX перпендикулярно плоскости фаз, ось OZ перпендикулярно плоскости амплитуд, т. е. $n_1 = p_1 = m_2 = n_2 = 0$, $m_1 = p_2 = 1$. Получим

$$\mathfrak{X} = X e^{-\frac{2\pi}{cT} k' z} e^{i \frac{2\pi}{T} (t - \frac{x}{u})} \quad \dots \dots \dots (35, a)$$

Теперь ясно видно, что плоская волна распространяется со скоростью u , которую назовем скоростью фаз. Амплитуды не уменьшаются по направлению распространения OX , но в плоскости фаз они уменьшаются по направлению OZ . Величина k' , аналогичная коэффициенту поглощения, показывает, как быстро происходит это уменьшение. В ур. (35) $n = \sqrt{\varepsilon} = \frac{c}{v}$, а $n' = \frac{c}{u}$, если v по прежнему обозначает скорость фаз волны равных амплитуд. Ясно, что u всегда меньше v . Знаменатель $cT = \lambda$ (длина волны равных амплитуд в пустоте) при k' показывает, что уже при ничтожной величине k' амплитуды быстро падают с возрастанием z . Подобные волны неравных амплитуд могут распространяться в диэлектрике и даже в пустоте, т. е. выражение (35) также представляет из себя

частное решение ур. (32). Отметим два случая, когда плоские волны равных амплитуд превращаются в такие волны: при полном внутреннем отражении (волна, проникающая во вторую среду) и после прохождения волны через призму из поглощающего свет вещества.

Для всех проекций \mathfrak{E} и \mathfrak{H} имеем выражения вида (35,а), при чем амплитуды X, Y, Z, L, M, N могут быть и мнимыми. Соотношения между амплитудами получаются из ур. (1,а—4,а), которые упрощаются при выбранной системе координат, так как из ур. (35,а) видно, что все проекции не зависят от y . Мы получаем две независимые системы уравнений.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial z}, \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x}, \quad \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (36, a)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial z}, \quad \epsilon \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial x}, \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (36, b)$$

В первую систему входят только проекции $\mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}, \mathfrak{H}$; во вторую только $\mathfrak{M}, \mathfrak{X}, \mathfrak{Z}$. Последнее ур. (36, а), которое дает в обыкновенных волнах условие поперечности колебаний, теперь даст

$$L = i \frac{k'}{n'} N \dots \dots \dots (37)$$

Второе уравнение (36,а) позволяет найти

$$Y = \frac{1}{n'} N \dots \dots \dots (38)$$

Взаимоотношения второй системы получаются аналогично из (36,б)

$$X = i \frac{k'}{n'} Z; \quad M = -\frac{n^2}{n'} Z \dots \dots \dots (39)$$

В первой системе L , во второй X не равны нулю. Следовательно, колебания никогда не перпендикулярны к направлению скорости фаз в волне неравных амплитуд. Как выяснено было в гл. 3, § 3 и § 5, вектор Пойнтинга (поток энергии) всегда перпендикулярен к векторам \mathfrak{E} и \mathfrak{H} . В волнах равных амплитуд он совпадает с направлением скорости распространения, в волнах неравных амплитуд это не так. Например, в случае, когда имеет место только одна вторая система ($\mathfrak{Y} = \mathfrak{Z} = \mathfrak{H} = 0$), ур. (39) показывают, что электрический вектор лежит в плоскости XOZ , и конец его описывает эллипс, а магнитный вектор перпендикулярен плоскости XOZ ; следовательно, вектор Пойнтинга лежит в плоскости XOZ , и так как он остается перпендикулярным \mathfrak{E} , то имеет переменное направление. Мы введем для направления потока энергии термин „луч“, значение которого наилучше выяснится при изучении распространения плоских волн равных амплитуд в кристаллических средах. Распространение луча в отражающей среде при полном внутреннем отражении было изучено А. Эй-

хенвальдом и будет изложено в главных чертах в § 5. В плоской волне неравных амплитуд, в общем случае, ур. (31) не имеет места, и вектор \mathfrak{E} не перпендикулярен вектору \mathfrak{H} .

§ 4. Отражение и преломление на границе двух изотропных, прозрачных диэлектриков. В каждой точке двух диэлектриков, которые мы будем отличать по двум величинам ϵ_1 и ϵ_2 , имеют место уравнения (1—4). Для того, чтобы узнать, что происходит с электромагнитной волной, когда она падает на границу между двумя диэлектриками, необходимо иметь пограничные условия, которые выведены были в гл. 3, § 2. Здесь мы их выведем вновь, исходя исключительно из уравнений Максвелла (1, a) и (2, a), как это делал Герц. Выше уже было указано, что уравнения эти правильны и для любого неоднородного диэлектрика, но в последнем случае нужно считать ϵ функцией от x, y, z . Мы не будем представлять себе границу раздела двух диэлектриков, как математическую поверхность, перпендикулярно к которой происходит скачек диэлектрической постоянной от ϵ_1 к ϵ_2 . Это, очевидно, может быть только математической абстракцией. Наоборот, мы примем, что существует переходный слой, правда, очень тонкий, в котором ϵ , хотя и быстро, но плавно изменяется от ϵ_1 к ϵ_2 . В таком случае ур. (1, a) и (2, a) применимы ко всем точкам слоя, ϵ там величина переменная, поэтому ур. (3, a) принимает вид

$$\frac{\partial \epsilon \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \epsilon \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \epsilon \mathfrak{Z}}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (40)$$

Пусть ось OZ направлена по нормали к поверхности раздела в данной точке. Считая, что ϵ функция только от z , для точек, лежащих на нормали по обе стороны поверхности, применим к ним ур. (1, a) и (2, a). Несомненно все величины, входящие в эти уравнения, имеют конечное значение, иначе уравнения не имели бы смысла.

Обратим внимание на конечность величин $\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z}, \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial z}, \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z}, \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial z}$ и обозначим через \mathfrak{X}_1 и \mathfrak{X}_2 величины \mathfrak{X} в тех точках, где ϵ уже равно ϵ_1 и ϵ_2 вне переходного слоя, но очень близко к поверхности. Если толщина слоя = Δz , то

$$\mathfrak{X}_2 = \mathfrak{X}_1 + \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z} \Delta z,$$

так как \mathfrak{X} изменяется внутри слоя непрерывно. Предполагая, что толщина слоя произвольно мала, получим

$$\mathfrak{X}_2 = \mathfrak{X}_1, \dots \dots \dots (41)$$

так как $\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z}$ имеет конечную величину. Достаточно даже предположить, что толщина Δz чрезвычайно мала сравнительно с длиной волны; заметного отступления от равенства (41) не будет. Наоборот гипотеза, что Δz сравнима с длиной волны, изменяет пограничные условия и, следовательно, законы отражения. Пока мы будем оставаться при первом предположении и применять ур. (41) и аналогичные ему:

$$\mathfrak{Y}_1 = \mathfrak{Y}_2; \quad \mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2; \quad \mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 \dots \dots \dots (42)$$

Это 4 независимых пограничных условия. Конечность других величин, напр. $\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial z}$, не представляет интереса, так как приводит к непрерывности всех проекций при перемещении вдоль поверхности. Ясно, что не только все проекции непрерывны при этом условии, но непрерывны также их производные, а ур. (42) показывают, что, напр., $(\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial x})_1 = (\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial x})_2$ и $(\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial y})_1 = (\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial y})_2$. Последние два равенства, при помощи третьего ур. (1,а), приводят к условию:

$$\epsilon_1 \mathfrak{E}_1 = \epsilon_2 \mathfrak{E}_2 \dots \dots \dots (43)$$

Аналогично из третьего ур. (2,а) получается

$$\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 \dots \dots \dots (44)$$

Обращаем внимание на то, что положено было $\mu_1 = \mu_2 = 1$, иначе последнее равенство было бы $\mu_1 \mathfrak{M}_1 = \mu_2 \mathfrak{M}_2$. Равенство (43) и (44) легко было бы получить и из (40) и (4,а) на основании конечности величин $\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial z}$ и $\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial z}$. Только 4 из пограничных условий независимы, остальные (43) и (44) были выведены при помощи первых.

Эти пограничные условия мы применим к случаю падения плоской волны (равных амплитуд) на плоскость, отделяющую диэлектрики 1 и 2. Это случай достаточно общий, так как можно ограничиться элементом поверхности волны и элементом разделяющей поверхности и принять их за плоские, если касательные плоскости к этим двум поверхностям не отступают заметно от самих поверхностей при передвижении на величины, сравнимые с длиной волны. В противном случае (край экрана, отражение электромагнитных волн от проволок и т. д.) наступают явления дифракции, которые мы исключаем из рассмотрения.

Из рис. 168 видно, что ось OZ направлена перпендикулярно к плоской границе, в которой лежит плоскость XOY ; OX лежит в плоскости падения, OY в плоскости волны. Поэтому все величины от y не зависят, производные по y равны 0. Стрелками указано направление падающей, отраженной и преломленной волн; угол падения $= \varphi$, и угол преломления $= \psi$. При таком расположении осей координат общие уравнения (1,а) и (2,а) разбиваются на две независимые системы (36,а) и (36,б), в первую входят величины $\mathfrak{U}, \mathfrak{L}, \mathfrak{N}$, во вторую $\mathfrak{X}, \mathfrak{Z}, \mathfrak{M}$. В первой системе вектор \mathfrak{E} перпендикулярен плоскости падения, а вектор \mathfrak{H} ей параллелен; во второй наоборот. Для отличия падающей, отраженной и преломленной волн

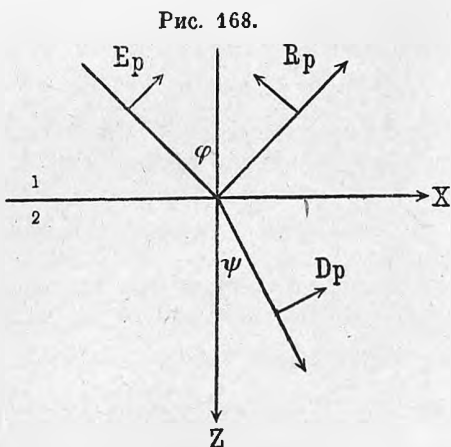


Рис. 168.

будем отмечать все величины соответственно индексами e , r и d . В диэлектрике 1 электромагнитное поле является результатом наложения полей падающей и отраженной волны, поэтому всюду, напр., $\mathfrak{Y}_1 = \mathfrak{Y}_e + \mathfrak{Y}_r$ и т. д., для диэлектрика 2 имеем $\mathfrak{Y}_2 = \mathfrak{Y}_d$ и т. д. Мы предполагаем, что падает периодическая волна равных амплитуд, поэтому все проекции векторов падающей волны

$$e^{\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x \sin \varphi + z \cos \varphi}{v_1} \right)} = e^{i\alpha},$$

так как $m = \sin \varphi$, $n = 0$, $p = \cos \varphi$. Здесь $v_1 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_1}}$; буквой α обозначаем для краткости множитель при i в показателе. Соответственно для отраженной и преломленной волн, имеем множители $e^{i\alpha'}$ и $e^{i\beta}$, где

$$\alpha' = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x \sin \varphi' + z \cos \varphi'}{v_1} \right); \quad \beta = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x \sin \psi + z \cos \psi}{v_2} \right);$$

$$v_2 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_2}}.$$

Для $z = 0$ обозначим эти величины через $\alpha_0, \alpha_0', \beta_0$. Задаем амплитуду электрического вектора падающей волны в первой системе E_s и во второй E_p . Если E_s и E_p положительны, то для любой точки в момент $\alpha = 0$ вектор электрической силы направлен соответственно по $+OY$ или по стрелке при E_p . При этом условии вектор магнитной силы E'_s второй системы направлен тоже по $+OY$, и амплитуда его $E'_s E_p = \sqrt{\epsilon_1}$ (винтовая система), а в первой он имеет направление, противоположное стрелке при E_p , т. е. амплитуду $E'_p = -\sqrt{\epsilon_1} E_s$. Если бы падала эллиптически поляризованная волна, то, сохраняя, напр., за E_s , действительно значение, нужно было бы задать отношение амплитуд и разность фаз проекций электрического вектора, т. е. задать мнимую амплитуду E_p . Для отраженной и преломленной волн соответственно указаны стрелками направления электрического вектора волн второй системы в любой точке для $\alpha' = 0$ и $\beta = 0$, если искомые амплитуды R_p и D_p положительны. К первой системе, если искомые амплитуды R_s и D_s положительны, электрические векторы направлены по $+OY$. Совершенно аналогичные соображения, как и для падающей волны, дают в этих условиях направления проекций магнитных векторов и уравнения для амплитуд:

$$R'_s = \sqrt{\epsilon_1} R_p; \quad R'_p = -\sqrt{\epsilon_1} R_s; \quad D'_s = \sqrt{\epsilon_2} D_p; \quad D'_p = -\sqrt{\epsilon_2} D_s \dots \quad (45)$$

Эти уравнения имеют место только для волн равных амплитуд. R'_p и D'_p амплитуды магнитного вектора в первой системе; R'_s и D'_s — во второй.

1. Первая система \mathfrak{Y} , \mathfrak{Z} , \mathfrak{X} . Электрический вектор \perp , магнитный вектор \parallel плоскости падения. Пограничные условия дают $\mathfrak{Y}_1 = \mathfrak{Y}_2$ и $\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2$ для $z = 0$. Первое ур. (36, a) позволяет заменять последнее условие следующим $\left(\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial z} \right)_1 = \left(\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial z} \right)_2$. (Можно было бы начать с магнитного вектора, тогда были бы условия $\mathfrak{X}_1 = \mathfrak{X}_2$ и $\mathfrak{Y}_1 = \mathfrak{Y}_2$). Из двух пограничных условий

получаем

$$E_s e^{i\alpha_0} + R_s e^{i\alpha'_0} = D_s e^{i\beta_0} \dots \dots \dots (46)$$

$$\frac{\cos \varphi}{v_1} E_s e^{i\alpha_0} + \frac{\cos \varphi'}{v_1} R_s e^{i\alpha'_0} = \frac{\cos \psi}{v_2} D_s e^{i\beta_0} \dots \dots \dots (47)$$

Оба эти уравнения должны соблюдаться при всех значениях t и x в величинах α_0, α'_0 и β_0 . Очевидно, что это возможно только в том случае, если $\alpha_0 = \alpha'_0 = \beta_0$. Последняя зависимость совсем не основана на особом виде пограничных условий. Один только факт существования этих условий необходимо приводит к ней. Подставляя значения величин α_0, α'_0 и β_0 , легко находим

$$\frac{\sin \varphi}{v_1} = \frac{\sin \varphi'}{v_1} = \frac{\sin \psi}{v_2} \dots \dots \dots (48)$$

Отсюда $\varphi' = \pi - \varphi$, так как, очевидно, φ' не может быть равным φ . Это есть закон равенства углов падения и отражения. Тогда $\cos \varphi' = -\cos \varphi$. Далее,

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}} = n, \dots \dots \dots (49)$$

где n есть по определению показатель преломления диэлектрика второго относительно первого. Это закон преломления. Если $\epsilon_1 > \epsilon_2$, то может быть случай, когда $\sin \psi = \frac{\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_2}} \sin \varphi > 1$. Этот случай будет рассмотрен отдельно в следующем параграфе, пока же ограничимся случаями, когда $\sin \psi < 1$. Подставляя отношение $\frac{v_1}{v_2}$ из (49), уравнения (46) и (47) теперь можно написать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} E_s + R_s &= D_s, \\ \cos \varphi \sin \psi (E_s - R_s) &= \sin \varphi \cos \psi D_s. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (49, a)$$

Отсюда получаем при помощи простых преобразований, указанных в § 5 гл. 15, том II (учение Френеля об отражении и преломления):

$$R_s = -E_s \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}; \quad D_s = E_s \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi)} \dots \dots \dots (50)$$

При помощи ур. (45) и аналогичных им, написанных выше для падающей волны, можно найти и амплитуды магнитного вектора R'_p и D'_p . Выразим их в амплитуде магнитного вектора падающей волны E'_p :

$$R'_p = -E'_p \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}; \quad D'_p = \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}} E'_p \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi)} \dots \dots \dots (51)$$

Первые формулы (50) и (51) по виду одинаковы, вторые отличаются множителями $\frac{\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_2}}$.

2. Вторая система. $\mathcal{M}, \mathcal{X}, \mathcal{Z}$. Магнитный вектор \perp , электрический \parallel плоскости падения. Поступаем со второй системой совершенно

так же, как и с первой, для чего начинаем с магнитного вектора \mathfrak{M} . Пограничные условия дают для $z = 0$, $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{X}_1 = \mathfrak{X}_2$, последнее приводит при помощи первого ур. (36,б) к условию $\frac{1}{\varepsilon_1} \left(\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial z} \right)_1 = \frac{1}{\varepsilon_2} \left(\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial z} \right)_2$. (Если бы мы начали с электрического вектора, то условия были бы $\mathfrak{X}_1 = \mathfrak{X}_2$ и $\varepsilon_1 \mathfrak{Z}_1 = \varepsilon_2 \mathfrak{Z}_2$). Совершенно аналогично получаем два уравнения

$$E'_s + R'_s = D'_s \dots \dots \dots (52)$$

$$\frac{\cos \varphi}{\varepsilon_1 v_1} (E'_s - R'_s) = \frac{\cos \psi}{\varepsilon_2 v_2} D'_s.$$

При помощи (49) преобразуем последнее:

$$\sin \varphi \cos \varphi (E'_s - R'_s) = \sin \psi \cos \psi D'_s \dots \dots \dots (53)$$

Решая (52) и (53), приходим окончательно к следующим формулам:

$$R'_s = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)} E'_s; \quad D'_s = E'_s \frac{2 \sin \varphi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi) \sin(\varphi - \psi)} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}} E'_s \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi) \sin(\varphi - \psi)} \dots \dots \dots (54)$$

Опять при помощи формул (45) находим отношение амплитуд электрических векторов

$$R_p = E_p \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}; \quad D_p = E_p \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi) \sin(\varphi - \psi)} \dots \dots \dots (55)$$

Снова замечаем, что формулы (54) и (55) одинаковы по виду для отраженных амплитуд и отличаются множителями $\frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}}$ для преломленных.

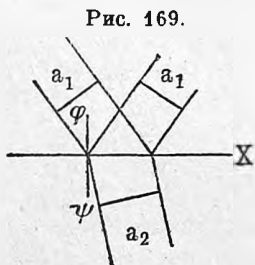


Рис. 169.

Предположим теперь, что падает не безграничная плоская волна, а имеющая определенное поперечное сечение, напр., прямоугольное. Одна сторона прямоугольника a_1 (см. рис. 169), другая b (по оси OY). Средний поток энергии за один период через сечение $a_1 b$ равен для первой системы

$$\frac{c a_1 b}{4 \pi T} \int_0^T \mathfrak{E}_n dt,$$

так как вектор Пойнтинга имеет всюду одно значение на прямоугольном сечении (явлениями диффракции на краях ограниченной волны мы пренебрегаем). Переходим теперь от мнимых величин к действительным. Так как $\mathfrak{E} \perp \mathfrak{H}$, то

$$|\mathfrak{E}| = |\mathfrak{E}| \cdot |\mathfrak{H}| = E_s \cos \alpha \cdot \sqrt{\varepsilon_1} E_s \cos \alpha.$$

и так как

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 \alpha dt = \frac{1}{2},$$

то средний поток энергии равен

$$\frac{c}{8\pi} a_1 b \sqrt{\epsilon_1} E_s^2.$$

Аналогично для средних потоков энергий отраженной и преломленной волн получаем выражения

$$\frac{c}{8\pi} a_1 b \sqrt{\epsilon_1} R_s^2 \quad \text{и} \quad \frac{c}{8\pi} a_2 b \sqrt{\epsilon_2} D_s^2 = \frac{c}{8\pi} a_1 b \sqrt{\epsilon_2} \frac{\cos \psi}{\cos \varphi} D_s^2,$$

так как $a_2 \cos \varphi = a_1 \cos \psi$.

Пусть средний поток энергии в падающей волне равен E_{se} , тогда в отраженной волне он будет

$$E_{sr} = \frac{R_s^2}{E_s^2} E_{se} = \frac{\sin^2(\varphi - \psi)}{\sin^2(\varphi + \psi)} E_{se}, \quad \dots \dots \dots (56)$$

а в преломленной

$$E_{sd} = \frac{\sqrt{\epsilon_2} \cos \psi D_s^2}{\sqrt{\epsilon_1} \cos \varphi E_s^2} E_{se} = \frac{\sin 2\varphi \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi + \psi)} E_{se} \quad \dots \dots \dots (57)$$

Совершенно аналогично для второй системы:

$$E_{pr} = \frac{\text{tg}^2(\varphi - \psi)}{\text{tg}^2(\varphi + \psi)} E_{pe}; \quad E_{pd} = \frac{\sin 2\varphi \sin 2\psi}{\sin^2(\varphi + \psi) \sin^2(\varphi - \psi)} E_{pe} \quad \dots \dots (58)$$

Сравним полученные выражения с аналогичными выражениями выведенными Френелем для отраженного и преломленного света (см. § 5, гл. 15, том II). Уравнения (56), (57), (58) соответственно тождественны с ур. (29), (30), (40), (41), так как величины J тождественны с величинами E . Формулы Френеля для энергий отраженной и преломленной волн, поляризованных \parallel и \perp плоскости падения, получили экспериментальное подтверждение. Согласно опыту, формулы (56) и (57) относятся к волне поляризованной \parallel плоскости падения, а формула (58) к волне поляризованной \perp плоскости падения. Следовательно, системы первая и вторая суть волны поляризованные \parallel и \perp плоскости падения, иначе говоря, электрический вектор \perp плоскости поляризации, магнитный вектор ей параллелен.

Далее формулы (50) и (55) совпадают с формулами (26), (27) (37) и (39), за исключением знака в (37). Последнее происходит потому, что положительным направлением вектора отраженной волны выбрано не то, которое отмечено стрелкой на рис. 168, а как раз противоположное; если в ур. (33) переменить знак u , то получится ур. (37) с обратным знаком в правой части, т. е. наше ур. (55). Следовательно, предположение Френеля, что световые колебания происходят перпендикулярно к плоскости поляризации, приводят к тем же результатам относительно амплитуд отраженной и преломленной волны, какие получаются в электромагнитной теории для электрического вектора. Световой вектор Френеля есть электрический вектор электромагнитной теории.

Все дальнейшие следствия, выведенные в учении Френеля и подтвержденные опытом, конечно, имеют место и в электромагнитной теории,

так как основные уравнения совпадают. Поэтому мы ими здесь заниматься более не будем. Обратим внимание на то, что все полученные здесь выводы основаны исключительно на уравнениях Максвелла, никаких добавочных гипотез не было сделано. Отметим также формальный характер всех выводов. Признав раз навсегда правильными уравнения Максвелла, можно отрешиться от конкретных представлений о среде, в которой протекают электромагнитные процессы. Чистый эфир — для нас „пустота“, при чем, по определению, к „пустоте“ применимы уравнения Максвелла. Диэлектрик характеризуется одной величиной ϵ . В пространстве распространяются электрические и магнитные силы; по определению, например, вектор электрического напряжения есть сила, которую испытывает пробный шарик, обладающий единицей заряда. Но пока нет заряда, нет и силы. Мы ничего не знаем о состоянии среды „пустоты“ или материальной среды — пока не внесем в нее испытующие пробные электрические или магнитные заряды или тому подобное. Первоначальная теория Максвелла имела очень конкретные представления об эфире, электричестве, о диэлектрическом смещении и т. д. Но с тех пор, как выяснилось, что последовательно провести и согласовать все эти представления в одну стройную механистическую картину невозможно или не удастся, уравнения Максвелла приняты были за постулат, всегда дающий экспериментально правильные результаты, конкретные представления оказались излишними или произвольными. Принцип относительности даже последовательно отвергает возможность подобных представлений.

Механические теории света, напротив, оставались на почве представления об эфире вне или внутри материи, как об упругом теле. Внутри материи свойства эфира по неизвестной нам причине изменяются; и плотность и упругость его получают другие значения в зависимости от свойств материи. Так как главным затруднением механических теорий были явления отражения и преломления света, то здесь уместно будет кратко изложить эти затруднения. Другим пробным камнем были законы распространения света в кристаллических средах.

Несомненно, эфир, как упругое тело, должен обладать совершенно исключительными свойствами. Оптические эксперименты настоятельно требуют, чтобы колебания эфира, воспринимаемые нами, как свет, были поперечными колебаниями. Во всех упругих твердых телах могут распространяться, как поперечные, так и продольные колебания. Если волна поперечных колебаний падает на границу двух упругих тел, то поперечные колебания отчасти превращаются в продольные, на границе из одной поперечной волны в общем случае возникают четыре волны: две отраженных и две преломленных, по одной поперечной и одной продольной. Точно также и чисто продольная волна при отражении и преломлении разбивается на продольные и поперечные. Поэтому невозможна гипотеза, что в эфире распространяются, как поперечные, так и продольные волны, но последние не возбуждают у нас светового ощущения. Световая энергия местами появлялась бы, местами исчезала, что, конечно,

противоречит опыту. Итак, нужно сделать такую гипотезу относительно свойств эфира, которая исключала бы возможность распространения продольных волн. Таких гипотез возможны две.

1) Эфир абсолютно несжимаем. При распространении продольных волн в упругих телах, вдоль луча происходят периодические сжатия и расширения. Гипотеза несжимаемости говорит, что в эфире это невозможно; всякое усилие, направленное на сжатие несжимаемого тела, может только передвинуть это тело целиком, иначе говоря, скорость распространения продольной волны бесконечно велика. Но такое упругое тело должно обладать и чрезвычайно резко выраженными свойствами твердого тела, так как в жидкостях поперечные колебания не могут распространяться, жидкости не представляют сопротивления сдвигу одних слоев относительно других. Непонятным является, каким образом твердое тело, хотя и очень малой плотности, но громадной упругости, не представляет заметного препятствия движению тел. Известно, что движение планет через эфир, заполняющий все пространство, происходит беспрепятственно, всякое замедление движения вследствие трения было бы замечено при астрономических наблюдениях. Stokes высказал соображение, что при медленных колебаниях эфир по свойствам похож на жидкость или чрезвычайно разреженный газ. Только при таких быстрых колебаниях, как световые, развивается громадная упругость, которая и обуславливает громадную скорость распространения света. Аналогом можно взять вар, если довести свойства его до предела. Вар, как известно, представляет малое сопротивление слабым, но длительным усилиям, а относительно кратковременных, хотя и больших усилий, обладает свойствами твердого тела. Соображение Stokes'a теперь уже не могли бы иметь места, так как известны сколь угодно медленные электрические колебания, обладающие всеми свойствами световых колебаний и распространяющиеся со скоростью света. Гипотезу несжимаемого эфира разработал Green (1838) до конца и последовательно на почве теории упругости. В теории отражения результатом была формула Френеля для поперечной волны с колебаниями \perp плоскости падения и формула, значительно отличающаяся от формулы Френеля, для волны с колебаниями \parallel плоскости падения.

2) Эфир обладает свойством абсолютной сжимаемости. Сжатие не вызывает упругих сил, ему противодействующих. Поэтому продольная волна не распространяется, скорость ее равна нулю. Точнее нужно сказать, что модуль всестороннего сжатия равен отрицательной величине. Действительно, в томе II гл. 1, § 2 и § 8 было показано, что скорость распространения продольной волны в неограниченной твердой среде выражается формулой

$$V = \sqrt{\frac{E'}{d}}$$

Здесь E' не модуль Юнга, а модуль одностороннего сжатия неограниченного слоя, см. том I, отд. 6, гл. 3, § 9. Модуль E' всегда больше

модуля Юнга E . По определению E есть сила, необходимая для сжатия стержня на определенную величину, когда на боковую поверхность стержня не действуют никакие силы, а E' есть сила, необходимая для сжатия на определенную величину неограниченного слоя, и она должна уравновесить еще упругие силы, противодействующие выпучиванию слоя вбок. Дальше, в томе I, § 12 получено было выражение модуля E' через модуль всестороннего сжатия K и модуль сдвига N :

$$E' = K + \frac{4}{3} N.$$

Если скорость V мы примем равной нулю, то $K = -\frac{4}{3} N$, и K есть величина отрицательная. Несомненно, среда с отрицательным K не может оставаться в равновесии. Ведь K — величина обратная коэффициенту объемного сжатия, и отрицательный знак показывает, что тело расширяется, если к нему приложено со всех сторон давление, и сжимается, когда действуют растягивающие силы. Предоставленная самой себе, или под действием ничтожных сил, среда или сожмется совсем или бесконечно расширится. Lord Kelvin (1888) указал, что равновесие возможно в том случае, если среда имеет неизменные границы. Так пена в сосуде, из которого удален воздух, может оставаться в равновесии и передавать поперечные колебания, тогда как скорость продольных волн равна нулю. Если удалить сосуд, то пена сожмется в комок. Предполагая, что где-то безгранично далеко от нас эфир всюду закреплен, можно удовлетворить условиям равновесия. Тогда без новых гипотез можно получить все формулы Френеля для отражения и преломления. Задача решается в полном виде на основании теории упругости, как для поперечных, так и для продольных волн. Затем полагается, что для обоих граничащих тел скорость продольных волн очень мала по отношению к скорости поперечных.

Иными словами, так как скорость поперечных волн $V = \sqrt{\frac{N}{d}}$, где N мо-

дуль сдвига (см. т. I гл. 1 § 9), то отношение $\frac{K + \frac{4}{3} N}{N}$ принимается за очень малую величину. Тогда и энергия продольных волн ничтожно мала в сравнении с энергией поперечных. Glazebrook (1888) доказал, что легко получаются также формулы Френеля для распространения поперечных волн в кристаллических средах. Однако, вследствие несоответствия обычным представлениям идеи о закрепленном на границах эфире и идеи об отрицательной сжимаемости среды, теория Kelvin'a не получила распространения среди физиков, тем более, что в это время уже появилась электромагнитная теория света.

Легко вывести дифференциальные уравнения распространения плоской поперечной волны. Возьмем в рис. 170 OX по направлению распространения волны; пусть смещение η слоев эфира будет параллельно OY , ось OZ направлена к читателю перпендикулярно плоскости чертежа. Возьмем малый объем $ABCD$. Так как величина смещения η зависит от

x (но не зависит от y и z , плоская волна), то плоскости AC и BD при распространении упругой волны превратятся в кривые поверхности $A'C'$ и $B'D'$. Рассмотрим слой $abcd$. На единицу площади передней плоскости ab слоя действует вверх упругая сила $N\omega'$ со стороны слоев, находящихся справа и сместившихся вверх. Здесь N есть модуль сдвига, а ω' угол касательной к $D'B'$ в точке b с осью OX (см. том I, отд. 6, гл. 3., § 11), т. е. $\omega' = \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_b$. На единицу площади задней плоскости cd слоя действует вниз сила $N\omega''$, где ω'' есть угол касательной к $D'B'$ в точке d , следовательно, сила на единицу площади $= -N\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_d$. Возьмем бесконечно малый объем $dx dy dz$ в слое. Если ρ плотность эфира, то уравнение движения объема будет:

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} dx dy dz = N \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_b - \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_d \right] dy dz.$$

Упругие силы справа и слева в точках очень близких друг к другу не могут отличаться на конечную величину, они представляют непрерывную функцию расстояния, т. е.

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_b = \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_d + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} dx.$$

Сокращая на $dx dy dz$, получим дифференциальное уравнение

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = N \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \dots \dots (59)$$

Если бы в бесконечно близких точках упругие силы отличались на конечную величину, то вторая часть уравнения превратилась бы в бесконечность, наступил бы разрыв среды. Для периодической волны, распространяющейся в одном направлении, получим, как обыкновенно, решение

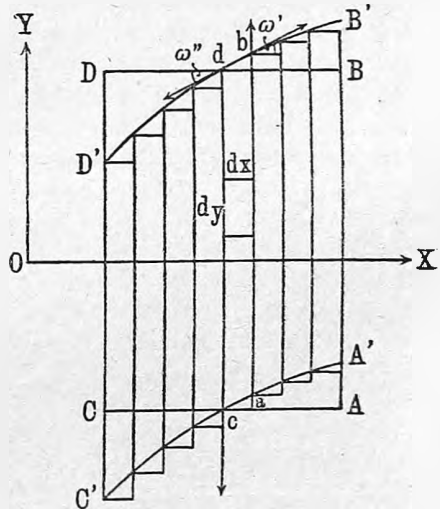
$$\eta = A \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right), \text{ где}$$

$v = \sqrt{\frac{N}{\rho}}$. Повернем оси координат так, как это соответствует рис. 168, при чем оставим смещение параллельным OY и, следовательно, перпендикулярным плоскости падения. Введем мнимые выражения, дадим индексы 1 и 2 всем постоянным N , ρ , v в средах 1 и 2, и индексы e , r , d для волн падающих, отраженных и преломленных. Тогда

$$\eta_e = S_e e^{i\alpha} \dots \dots \dots (60)$$

Здесь α имеет то же значение, как и на стр. 466, $v_1 = \sqrt{\frac{N_1}{\rho_1}}$, S_e есть заданная амплитуда колебаний падающей волны. В этой волне все упругие

Рис. 170.



силы параллельны OY ; так будет и на границе двух сред, следовательно, все возникающие при отражении и преломлении смещения будут параллельны OY , и будут иметь место уравнения

$$\eta_r = T_s e^{i\alpha'}; \quad \eta_d = U_s e^{i\beta} \dots \dots \dots (61)$$

Условий для возникновения на границе продольных волн нет, поэтому законы отражения и преломления легко получатся в этом случае на почве чистой теории упругости. Чтобы получить пограничные условия в данном случае, рассмотрим в определенный момент точки, лежащие непосредственно у плоскости раздела $z = 0$. Среда 1 не может скользить относительно среды 2, поэтому, очевидно,

$$\eta_1 = \eta_2 \text{ для } z = 0 \dots \dots \dots (62)$$

Разложим данную деформацию на две частные деформации. Если в точке x, y, z смещение $\eta_1 = f(x, z)$, то в очень близкой точке $x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z$ смещение $\eta'_1 = f(x + \delta x, z + \delta z) = \eta_1 + \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \eta_1}{\partial z} \delta z$. Относительное смещение обеих точек

$$\eta'_1 - \eta_1 = \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \eta_1}{\partial z} \delta z$$

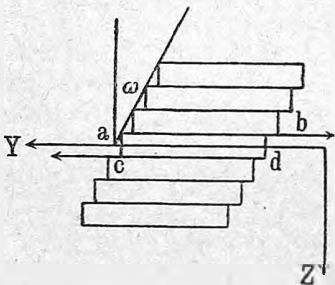
можно рассматривать, как сумму двух частных смещений $\frac{\partial \eta_1}{\partial x} \delta x$ и $\frac{\partial \eta_1}{\partial z} \delta z$, при чем рассматриваемую область возьмем столь малой, что величины $\frac{\partial \eta_1}{\partial x}$ и $\frac{\partial \eta_1}{\partial z}$ можно принять за постоянные величины. Займемся сначала

второй деформацией, которая представляет из себя сдвиг слоев параллельно оси OY , возрастающий с величиной δz . Это видно на рис. 171, который сравнительно с рис. 168 повернут вокруг оси OZ на 90° так, что ось OX направлена теперь к читателю. Упругая сила, возникающая вследствие сдвига и действующая на плоскость ab , направлена $\parallel OY$ вправо и имеет величину $N_1 \frac{\partial \eta_1}{\partial z}$. Совершенно аналогично во второй среде возникает упругая сила $N_2 \frac{\partial \eta_2}{\partial z}$, действующая на плоскость cd . Из предыдущего ясно, что эти две силы, приложенные к бесконечно близким плоскостям, могут отличаться только на бесконечно малую величину, иначе был бы превзойден предел упругости, и произошел бы разрыв. В пределе для всякой точки на плоскости $z = 0$

$$N_1 \frac{\partial \eta_1}{\partial z} = N_2 \frac{\partial \eta_2}{\partial z} \dots \dots \dots (63)$$

Это и есть второе, нужное нам пограничное условие. Первая частная деформация не дает нового условия, так как результатом сдвига $\parallel OY$,

Рис. 171.



возрастающего с δx , является упругая сила, действующая на плоскость, параллельную YOZ и, следовательно, перпендикулярную границе. В ур. (63) подставляем все η из (60) и (61), при чем $\eta_1 = \eta_e + \eta_r$ и $\eta_2 = \eta_a$, и получаем из факта существования пограничных условий

$$n = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{N_1}{\epsilon_1}} : \sqrt{\frac{N_2}{\epsilon_2}}.$$

Теперь рассмотрим две гипотезы, из которых первая соответствует гипотезе абсолютно сжимаемого, вторая несжимаемого эфира.

1) Fresnel, Cauchy, Kelvin в своих теориях предполагают $N_1 = N_2$, $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$, т. е. упругость эфира во всех телах одинакова, плотность различна. Тогда $n = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$. Ур. (62) и ур. $\frac{\partial \eta_1}{\partial z} = \frac{\partial \eta_2}{\partial z}$ вполне соответствуют

пограничным условиям электрического вектора нашей первой системы электромагнитной теории. Оба вектора \perp плоскости падения, выводы совершенно одинаковы для обоих; следовательно, получаются формулы отражения и преломления Fresnel'я для волны, поляризованной \parallel плоскости падения. Световой вектор, соответствующий электрическому вектору, перпендикулярен плоскости поляризации.

2) Green, Mac-Cullagh, F. Neumann, Kirchhoff в своих теориях предполагают $\epsilon_1 = \epsilon_2$, $N_1 \neq N_2$, т. е. плотность эфира во всех телах одинакова, упругость различна. Ур. (62) и ((63) вполне соответствуют пограничным условиям магнитного вектора нашей второй электромагнитной системы, так как $n^2 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{N_1}{N_2}$. Получаются формулы Fresnel'я для волны, поляризованной \perp плоскости падения. Световой вектор, соответствующий магнитному вектору, параллелен плоскости поляризации.

Одну из гипотез необходимо сделать, иначе получаются формулы, отличные от формул Fresnel'я, что легко поверить.

В том и другом случае соблюдается, конечно, закон сохранения световой энергии, который был в томе II, в учении Fresnel'я поставлен, как одно из основных уравнений; при гипотезе Neumann'a $\epsilon_1 = \epsilon_2$ нужно соответственно изменить это уравнение.

Когда падает волна, в которой колебания совершаются \parallel плоскости падения, задача значительно затрудняется, так как могут возникнуть и продольные волны. Green показал, что чистая теория упругости в случае несжимаемого эфира не приводит к правильному результату. Поэтому F. Neumann предположил, что на границе двух тел пограничные условия нужно изменить. Эфир в материи нельзя всегда и во всех отношениях рассматривать, как упругое тело, свойства которого изменяются присутствием материи. Для волны, распространяющейся внутри однородного вещества, подобное допущение не приводит к противоречиям, но на границе двух тел нужно принять новые условия. Каково бы ни было действие материи на эфир, опыт требует, чтобы соблюдался при преломлении закон сохранения энергии световых колебаний. Применим этот закон к обеим гипотезам. В общем случае (см. том II, учение

Fresnel'я)

$$\varrho_1 (S_p^2 - T_p^2) \cos \varphi \sin \varphi = \varrho_2 U_p^2 \cos \psi \sin \psi, \quad \dots \dots (64)$$

где S_p , T_p , U_p амплитуды колебаний волн падающей, отраженной и преломленной. Несомненно в обеих теориях не может быть скольжения тела 1 относительно тела 2 на границе. Следовательно, для $z = 0$ имеем $\xi_1 = \xi_2$, или, так как $\xi_1 = \xi_e + \xi_r$, $\xi_2 = \xi_d$ и $\varphi' = \pi - \varphi$, то

$$(S_p - T_p) \cos \varphi = U_p \cos \psi. \quad \dots \dots (65)$$

1) Если $\varrho_1 \neq \varrho_2$ и $N_1 = N_2$, то $\sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_1}} = n = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$, и легко видеть, разделив (64) на (65), что эти два уравнения эквивалентны пограничным условиям $\xi_1 = \xi_2$ и $\varrho_1 \zeta_1 = \varrho_2 \zeta_2$. Они вполне соответствуют условиям электрического вектора нашей второй системы, так как $n^2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$. Заметим, что $\zeta_1 \neq \zeta_2$, т. е. проекции смещения на перпендикуляр к границе неодинаковы у тел 1 и 2 на границе. С точки зрения несжимаемого эфира это означало бы разрыв границы (или, наоборот, проникновение одного тела в другое), с точки зрения сжимаемого эфира это не представляет противоречия.

2) Если $\varrho_1 = \varrho_2$ и $N_1 \neq N_2$, то делением (64) на (65) приходим к условиям $\xi_1 = \xi_2$ и $\zeta_1 = \zeta_2$, т. е. условиям магнитного вектора нашей первой системы. Соответственно гипотезе несжимаемого эфира, и проекции смещения на перпендикуляр к границе равны.

Аналогия между световым вектором Fresnel'я и электрическим, с одной стороны, между вектором F. Neumann'a и магнитным, с другой, проводится таким образом до конца. Старый спор о том, какой из векторов, Fresnel'я или Neumann'a, является истинным световым вектором, т. е. происходят ли световые колебания \perp или \parallel плоскости поляризации, решается электромагнитной теорией, которая обнимает оба вектора. Формальный характер электромагнитной теории, которая ничего не говорит о свойствах эфира, кроме приложимости к нему уравнений Максвелла, отвергает возможность решить вопрос о сжимаемости или несжимаемости эфира.

Стремление к подобной формальной постановке вопроса появилось и до возникновения теории Максвелла. Не делая никаких предположений о сущности явления, важно построить систему уравнений, которые правильно описывали бы все наблюдаемые оптические процессы. Voigt дал теорию, наиболее последовательную в этом отношении. Drude сопоставил с этой точки зрения в простой схеме все существующие теории света. Мы не говорили о тех теориях, которые аналитически рассматривали силы взаимодействия между эфиром и молекулами вещества.

Вопрос об истинности вектора Fresnel'я или F. Neumann'a все-таки не совсем устраняется электромагнитной теорией, но получает следующий вид. Можно ли на основании чисто оптических опытов решить, какой из векторов — электрический или магнитный — определяет собой ощущение света, фотохимические процессы, флюоресценцию и т. д.? На пер-

вый взгляд этот вопрос не имеет смысла в электромагнитной теории света. Действительно, мы можем измерять в оптических экспериментах скорость распространения волн и их энергию. Конечно, оба вектора распространяются с одинаковой скоростью. Далее, мы видели, что в одной и той же среде величина обоих векторов находится всегда в постоянном отношении, какова бы ни была предшествующая история волны. Сравнить же энергии или интенсивности двух волн можно только в одной и той же среде, одним и тем же способом. Пусть из пустоты, где, конечно, в волне $|\mathcal{E}| = |\mathcal{H}|$, волна падает на пластинку поглощающего вещества. Если и поглощается в каждой точке вещества, напр., только электрическая энергия, т. е. уменьшается амплитуда электрического вектора, то магнитный вектор все-таки всегда так тесно связан с электрическим, что и его амплитуда также уменьшается, при выходе из пластинки опять необходимо $|\mathcal{E}| = |\mathcal{H}|$. То же и при отражении и преломлении. Заметим, что отношения амплитуды преломленной волны к амплитуде падающей получаются различные для теорий Fresnel'я и Neumann'a. Это соответствует различным отношениям для \mathcal{E} и \mathcal{H} в электромагнитной теории. Ур. (54) и (55) с одной стороны, (50) и (51) с другой, дают следующие соотношения.

$$\frac{D'_s}{E'_s} = n \frac{D_p}{E_p}; \quad \frac{D'_p}{E'_p} = n \frac{D_s}{E_s} \dots \dots \dots (66)$$

В механических теориях света полагают интенсивность света пропорциональной квадрату амплитуды. Возьмем, напр., падающую волну, поляризованную в плоскости падения. Тогда вектору Fresnel'я соответствует отношение $D_s : E_s$, и вектору Neumann'a $D'_p : E'_p$. Отношения $\left(\frac{D_s}{E_s}\right)^2$ и $\left(\frac{D'_p}{E'_p}\right)^2$ пропорциональны отношениям интенсивностей преломленной и падающей волн в первой и второй теориях и, очевидно, не равны. Но так как можно сравнивать интенсивности только в одной среде, напр. первой, то волна должна еще раз пройти через границу (2,1), при этом в равенствах (66) появится множитель $\frac{1}{n}$, квадраты отношений будут равны.

В электромагнитной теории можно поэтому тоже считать, что интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, безразлично \mathcal{E} или \mathcal{H} .

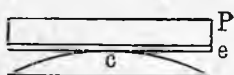
При встрече двух волн может случиться, что электрическая и магнитная энергии различно распределены в пространстве. Пример этому мы видели в стоячих волнах, (§ 2). В местах пучности \mathcal{E} вектор \mathcal{H} всегда имеет узел, т. е. равен нулю по величине, и обратно. В этом случае можно обнаружить разницу между векторамп. Wiener (см. т. II., отд. 8. гл. 13, § 12) нашел, что тонкий (сравнительно с длиной волны), фотографический слой чернеет в пучностях \mathcal{E} и не чернеет в пучностях \mathcal{H} . По аналогии можно с некоторой уверенностью заключить, что и ощущение света, обусловливаемое фотохимическими процессами в сетине глаза, происходит вследствие действия переменной электрической силы на вещество сетины.

Чтобы яснее понять значение опытов Wiener'a, обратим внимание на следующее обстоятельство. При обыкновенных интерференционных опытах две интерферирующих волны всегда сходятся под очень острым

углом. Какова бы ни была предыдущая история каждой волны, какие бы отражения и преломления они до интерференции ни испытывали, электрические векторы так же ориентированы друг относительно друга, как и магнитные. Если, напр., электрические векторы одинаково направлены, то и магнитные тоже. Электрическая и магнитная энергия одинаково распределены в пространстве. Поэтому опыты с волнами, интерферирующими под очень острым углом, не могут показать различие между векторами \mathcal{E} и \mathcal{H} . Сюда относятся, напр., также опыты Fresnel'я с тремя зеркалами опыт Lloyd'a с одним зеркалом (см. т. II). Эти опыты говорят, что при скользящем отражении ($\varphi = \text{почти } \frac{\pi}{2}$) от оптически более плотной

среды световой вектор теряет пол волны (т. е. фаза изменяется на π , или амплитуда получает противоположный знак). Но эта потеря происходит одинаково для \mathcal{E} и \mathcal{H} , как легко можно видеть из формул Fresnel'я. Две волны должны сходиться под заметным углом, чтобы электрическая и магнитная энергии были различно распределены в поле. Два наиболее резких случая соответствуют двум опытам Wiener'a при отражении под углами $\varphi = 0$ или $\varphi = 45^\circ$. В первом случае, при нормальном падении, падающая и отраженная волна интерферируют, образуя стоячие волны. Опыт описан уже в томе II. Формулы для обеих систем (так как обе совпадают для $\varphi = 0$) показывают, что \mathcal{E} теряет (или приобретает) фазу π , \mathcal{H} не теряет. При этом нужно обратить внимание на положительное направление E_p и R_p , указанное на рис. 168 стрелками. Непосредственно у отражающей поверхности лежит узел \mathcal{E} и пучность \mathcal{H} . Чтобы обнаружить это, Wiener заставлял падать свет сверху не на плоскость, а на

Рис. 172.

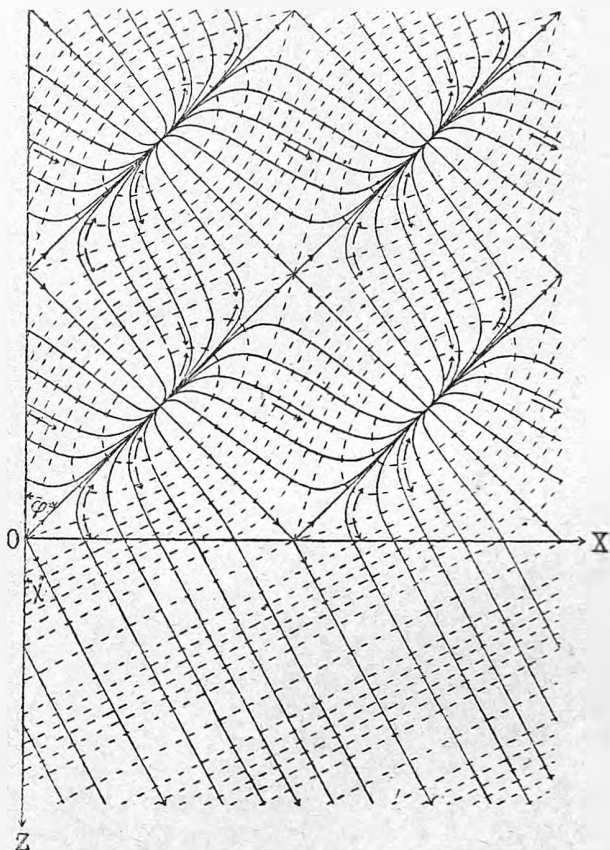


слабо выпуклую поверхность линзы рис. 172. Пластика P с тонким чувствительным слоем e была прижата к линзе в точке c . Около c получилось на снимке светлое пятно, далее чередовались темные и светлые кольца, аналогичные кольцам Ньютона.

Предварительными опытами было доказано, что явление нельзя объяснить действительно образующимися кольцами Ньютона. Таким образом у отражающей поверхности образуется, как и следует для электрического вектора (или вектора Fresnel'я), узел. Стоячие волны и, след., кольца были слабо выражены, так как интенсивность падающей волны во много раз превосходит интенсивность отраженной от стекла. Опыты Wiener'a являются воспроизведением для коротких волн знаменитого опыта Герца с длинными электромагнитными волнами, относящегося к стоячим волнам при отражении от металлического экрана. Для выяснения второго опыта обратимся к диаграммам Эйхенвальда, которые иллюстрируют электромагнитное поле при отражении и преломлении. На рис. 173, вполне соответствующем рис. 168, пунктирные линии изображают магнитные линии сил в определенный момент, напр., $t = 0$. Волны поляризованы в плоскости падения, поэтому электрические линии сил \perp плоскости чертежа. В верхней половине (воздух) поле падающей и отраженной волны ($\varphi = 45^\circ$) в нижней (стекло,

$n = 1,5$) — поле преломленной волны $\chi = 28^\circ$, $1 (= \varphi)$. Частота линий соответствует интенсивности поля. Так, в преломленной волне сил — прямые, то густо, то редко размещенные, соответственно синусоидальной функции, расстояния по направлению распространения волны, указанному стрелками. Рисунок представляет часть бесконечного поля бесконечных плоских волн. С течением времени состояние поля в этой части меняется так,

Рис. 173.



как если бы весь рисунок без изменения передвигался по направлению $O X$ со скоростью $\frac{v_1}{\sin \varphi}$. В верхней половине часть линий образует замкнутые кривые, но большая часть волнообразными кривыми уходит в бесконечность, так как интенсивность отраженной волны мала в сравнении с интенсивностью падающей. Легко получить уравнения линии сил. Тангенс угла линии сил с осью $O X$ равен $\frac{dz}{dx}$ и ясно, что

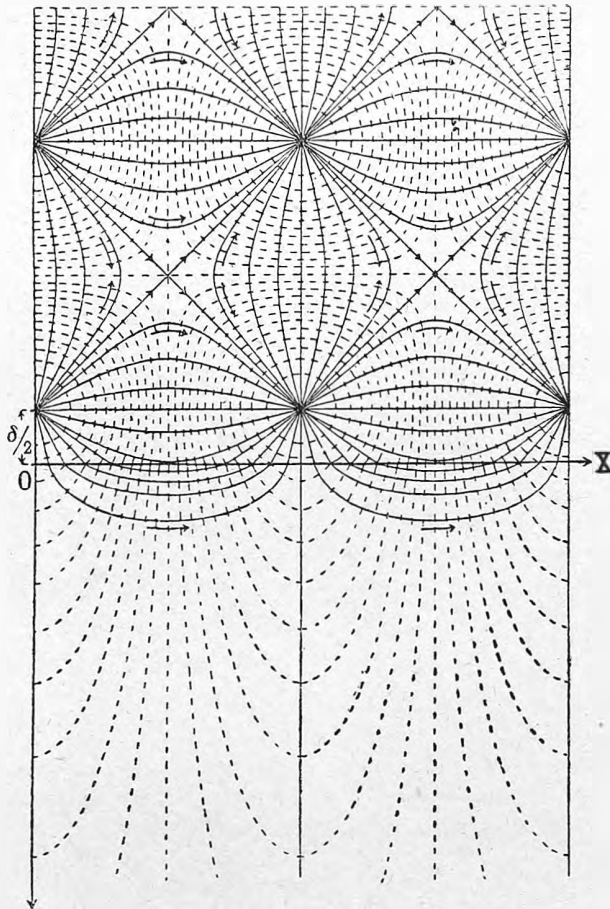
$$\frac{dz}{dx} = \frac{\mathfrak{R}_1}{\mathfrak{I}_1} = \frac{\mathfrak{R}_e + \mathfrak{R}_r}{\mathfrak{I}_e + \mathfrak{I}_r} = - \frac{\sin \varphi (E_e \cos \alpha + R_e \cos \alpha')}{\cos \varphi (E_e \cos \alpha - R_e \cos \alpha')}$$

где в α и α' (см. выше) следует положить $t = 0$. Уравнение легко интегрируется и приводит к следующему:

$$E_s \sin \frac{2\pi}{\lambda_1} (x \sin \varphi + z \cos \varphi) + R_s \sin \frac{2\pi}{\lambda_1} (x \sin \varphi - z \cos \varphi) = K.$$

Здесь $\lambda_1 = v_1 T$ и K переменный параметр, различный для различных

Рис. 174.



линий, напр. $\pm K = E_s + R_s$ соответствует системе точек — центров замкнутых кривых. Магнитные линии сил пересекают границу плавно, без преломления, так как принято $\mu_1 = \mu_2$. Сплошные линии ортогональны к магнитным линиям; так как они вместе с тем перпендикулярны и к электрическому вектору, то они представляют из себя линии потока энергии (вектора Пойнтинга). Густота их не указывает на интенсивность потока, линии дают только направление потока энергии. В преломленной волне, конечно, он направлен перпендикулярно к плоскости волны.

В верхней половине в главных чертах поток энергии направлен сверху вниз, слева направо, отчасти переходя через границу в преломленную волну, отчасти перенося энергию вдоль границы. Есть места, где энергия притекает или оттекает с двух сторон (обратные стрелки), именно те места, где в следующий момент, т. е. при небольшом передвижении рисунка вправо, поле должно усилиться или ослабнуть вблизи замкнутых кривых. Это всегда указывает на неодинаковое распределение в поле электрической и магнитной энергии, на стоячие волны, в данном случае сравнительно слабо выраженные. Гораздо лучше это видно на рис. 174, который представляет случай полного внутреннего отражения, при чем угол падения $\varphi = 45^\circ$. Для нас пока здесь важно, что всю энергию падающей волны без потери можно найти в отраженной волне. Так приблизительно происходит отражение от поверхности серебра. Пунктирные линии здесь электрические линии сил, плоскость поляризации волн \perp плоскости падения, и магнитные линии \perp плоскости падения. Все линии сил на рисунке (мы рассматриваем только часть выше $z = \frac{\delta}{2}$) образуют замкнутые кривые в правильных квадратах. Заметно общее течение энергии вдоль оси OX . Энергия совсем не перемещается непрерывно вниз во вторую среду, она правильно колеблется вверх и вниз, образуя то максимумы, то минимумы энергии. На пунктирной линии, параллельно оси OX , энергия приливает к линии, чтобы при передвижении рисунка, т. е. через некоторое время образовать интенсивное поле там, где оно было слабым, и наоборот отливает вверх и вниз, когда надвигается место слабого поля. Максимум и минимум интенсивности поля следуют непрерывно во времени друг за другом здесь, как и выше, вдоль сплошной линии. Это составляет характерную особенность стоячих волн, образующихся при встрече двух волн под прямым углом. Если взять среднюю электрическую энергию за один период колебаний, т. е.

$$\frac{\epsilon_1}{8\pi T} \int_0^T (\mathcal{X}_1^2 + \mathcal{Z}_1^2) dt,$$

то окажется, что средняя плотность энергии во всех точках поля одинакова. Наоборот, средняя магнитная энергия имеет максимумы и минимумы, что видно из выражения для магнитной силы

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= \mathcal{M}_e + \mathcal{M}_r = E'_s \cos \alpha + E'_s \cos(\alpha' + \delta) = \\ &= 2 E'_s \cos \left[\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x \cos \varphi}{v} \right) + \frac{\delta}{2} \right] \cos \left(2\pi \frac{z \cos \varphi}{\lambda_1} - \frac{\delta}{2} \right). \end{aligned}$$

Здесь для отраженной волны взята та же амплитуда (см. след. §), и введена некоторая разность фаз δ , не меняющая дела по существу. Проекция \mathcal{M}_1 всегда равна нулю для ряда плоскостей, параллельных YOX и находящихся на расстоянии $\Delta z = \frac{\lambda_1}{2 \cos \varphi}$ друг от друга; между ними она имеет наибольшее значение. Так как фотографическая пластинка регистрирует среднюю энергию, и магнитный вектор не оказывает непосредственного

действия, то Wiener в своем втором опыте не обнаружил стоячих волн для падающей волны, поляризованной \perp плоскости падения. Наоборот, стоячие волны послучились, когда плоскость поляризации была \parallel плоскости падения: в этом случае \mathcal{E} и \mathcal{H} меняются местами, для \mathcal{H} получается всюду одинаковая средняя энергия, для \mathcal{E} в плоскостях параллельных YOX она то 0, то максимум; на слабо наклонном тонком слое фотографической пластинки получается ряд черных полос. Этими двумя опытами Wiener'a и решается вполне вопрос об исключительном значении электрического вектора при фотохимических процессах и, вероятно, при световых ощущениях.

Формулы Fresnel'я, на самом деле, не совсем точны; заметные отступления, когда угол падения близок к углу Brewster'a, наблюдал впервые Airy (1832) и подробно исследовал Jamin (1850). Когда угол падения равен углу Brewster'a, вместо волны, прямолинейно поляризованной, в плоскости падения наблюдается всегда эллиптически поляризованная волна, т. е. николю не совсем тушит отраженный луч. Большая ось эллипса \perp плоскости падения, разность фаз двух слагающих колебаний \perp и \parallel плоскости падения равна $\frac{\pi}{2}$. Если падающая волна поляризована под углом 45° к плоскости падения, то отношение меньшей полуоси эллипса к большей называется коэффициентом эллиптичности. Эта величина изменяется в зависимости от состояния отражающей поверхности, от предшествующей шлифовки, чистоты и т. д. Отступления от формулы Fresnel'я объясняются тем, что переходный слой на границе двух тел нельзя принимать бесконечно малым по отношению к длине волны, как это было сделано при выводе пограничных условий. Drude показал, что при отражении в воздухе от флинтгласа слой толщиной в 0,017 длины волны уже дает коэффициент эллиптичности в 0,03. Пограничные условия поэтому должны быть изменены. Теорию этих отступлений на почве электромагнитной теории света дал в последнее время Drude (см. Lehrbuch der Optik, 1912). Относительно литературы экспериментальных и теоретических исследований см. Winkelmann, Handbuch der Physik. Bd. VI Optik., статья Drude. В последнее время над этим вопросом работали Maclaurin (1906), Kynast (1907), Zehnder (1908), Rayleigh (1908), Schulz (1908), Volke (1909). В особенности, интересна работа Lummer'a и Sorge (1910), где находится критика теории Drude.

§ 5. Полное внутреннее отражение. В предыдущем параграфе был исключен тот случай, когда

$$\sin \psi = \frac{\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_2}} \sin \varphi = \frac{v_2}{v_1} \sin \varphi = \frac{\sin \varphi}{n} > 1 \dots \dots \dots (67)$$

Это может случиться только при условии, что $\epsilon_1 > \epsilon_2$, т. е. $n < 1$; первая среда оптически более плотная, чем вторая. Угол падения должен иметь достаточно большую величину, так что $\sin \varphi > n$. В таком случае $\cos \psi$ получает мнимое значение, и как мы видели в § 3, необходимо принять, что во второй среде распространяются волны неравных амплитуд.

Иначе говоря, во второй среде нельзя удовлетворить уравнениям Максвелла частным решением, соответствующим обыкновенным плоским волнам, нужно принять другое частное решение, при котором все проекции электрического и магнитного векторов имеют один и тот же множитель вида (см. ур. 35,а)

$$e^{-\frac{2\pi}{cT}kz} e^{i\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{u}\right)} \dots \dots \dots (68)$$

Действительно, для $\cos \psi$ теперь получается следующее выражение

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{n^2}} = -\frac{i}{n} \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2} \dots \dots (69)$$

Сейчас станет ясным, почему мы выбрали знак — при корне. Подставим значения $\sin \psi$ и $\cos \psi$ в множитель $e^{i\beta}$ для преломленной волны:

$$e^{i\beta} = e^{i\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \sin \psi + z \cos \psi}{v_2}\right)} = e^{-\frac{2\pi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{T v_2 n} z} e^{i\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x \sin \varphi}{v_1}\right)} \dots \dots (69, a)$$

Полученное выражение будет совершенно совпадать с (68), если положим

$$k = \frac{c}{v_2 n} \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2} = \sqrt{\epsilon_1} \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2} \quad \text{и} \quad u = \frac{v_2}{\sin \psi} = \frac{v_1}{\sin \varphi}, \dots (70)$$

при чем

$$\cos \psi = -i \frac{k}{\sqrt{\epsilon_2}} \dots \dots \dots (71)$$

В получившейся волне неравных амплитуд оси координат расположены так, как это соответствует простому случаю, рассмотренному в § 3, т. е. ось OX перпендикулярна плоскости фаз, ось OZ перпендикулярна плоскости амплитуд. Амплитуды быстро падают вдоль по оси OZ ; если бы был выбран знак + для $\cos \psi$, то амплитуды быстро возрастали бы по оси OZ до бесконечности, что конечно невозможно. Все выводы и замечания, сделанные в § 3, сохраняют здесь свое значение. В частности, легко проверить ур. (35), если вспомним, что там $n = \sqrt{\epsilon_2} = \frac{c}{v}$ и $n' = \frac{c}{u} = \frac{c \sin \varphi}{v_1}$, тогда как здесь мы ввели обозначение $n = \frac{v_1}{v_2}$.

Все пограничные условия имеют место и теперь, так как они выведены без всяких предположений об амплитудах, исключительно на основании общих уравнений Максвелла. Но нужно помнить, что ур. (45) следует сохранить только для первой среды. Как это уже было упомянуто в § 3, D'_s, D_p, D'_p, D_s не могут быть связаны подобными равенствами в волне неравных амплитуд.

Соответственно этому остаются правильными все заключения, выведенные непосредственно из пограничных условий, т. е. равенства (49,а) (50), (52), (53), (54), равно как и первые формулы (51) и (55). Напротив, вторые формулы (51) и (55) нужно отбросить. Ясно, конечно, что все сохраненные равенства нельзя оставить в том виде, как они написаны. Необходимо их раскрыть и, вместо $\sin \psi$ и $\cos \psi$, подставить их выражения из (67)

и (69) или (71). При этом все амплитуды получают мнимое значение, что указывает, согласно § 3, на разность фаз между отраженной, преломленной и падающей волнами. Как и раньше, для простоты будем предполагать, что падающая волна поляризована прямолинейно, т. е. E_s и E_p имеют действительное значение. Вместо мнимой амплитуды R будем писать $[R] e^{i\delta}$, где $[R]$ модуль мнимой амплитуды, т. е. действительная амплитуда, а δ — фаза. Займемся сначала отраженной волной.

Вместо 1-ой форм. (50), получим после указанных постановок

$$[R_s] e^{i\delta_s} = E_s \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \varphi + ik}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \varphi - ik} \dots \dots \dots (72)$$

а вместо 1-ой форм. (55).

$$[R_p] e^{i\delta_p} = E_p \frac{\sin \varphi \cos \varphi - \sin \psi \cos \psi}{\sin \varphi \cos \varphi + \sin \psi \cos \psi} = E_p \frac{n^2 \sqrt{\varepsilon_2} \cos \varphi + ik}{n^2 \sqrt{\varepsilon_1} \cos \varphi - ik} \dots \dots (73)$$

Дальнейший анализ этих формул вполне совпадает с анализом Fresnel'я (см. том II, гл. 15, § 6). Остроумная догадка Fresnel'я относительно физического значения мнимых величин здесь является вполне обоснованной. Вместе с тем вполне ясно, что весь анализ явления при полном внутреннем отражении можно было бы провести до конца, не вводя мнимых выражений, которые являются только удобным методом исследования. Предполагая, что для второй среды в этом случае годится частное решение, соответствующее обыкновенным плоским волнам, мы получаем при условии (67) мнимое выражение для $\cos \psi$. Такой результат не имеет физического смысла, следовательно, предположение неправильно, необходимо угадать другое пригодное частное решение. Метод мнимых величин легко и удобно подсказывает нам частное решение вида (35, а). Но если это решение подсказано, то, не пользуясь этим методом, можно вычисления вести до конца. Мы увидим далее, что метод мнимых выражений в большинстве случаев значительно упрощает и сокращает выкладки.

Уравнения (72) и (73) помножим на сопряженные им мнимые уравнения, т. е. такие, в которых вместо i поставлено $-i$. Сразу получится

$$[R_s]^2 = E_s^2 \quad \text{и} \quad [R_p]^2 = E_p^2.$$

Амплитуды падающей и отраженной волны равны, следовательно, энергия отраженной волны при условии (67) равна энергии падающей волны. Мы имеем полное внутреннее отражение.

Легко найти δ_s и δ_p , разности фаз между отраженной и падающей волной. Из ур. (72)

$$\cos \delta_s = \frac{e^{i\delta_s} + e^{-i\delta_s}}{2} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos^2 \varphi - k^2}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos^2 \varphi + k^2}$$

$$\sin \delta_s = \frac{e^{i\delta_s} - e^{-i\delta_s}}{2i} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1} k \cos \varphi}{\varepsilon_1 \cos^2 \varphi + k^2}.$$

Из последних двух формул находим:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_s}{2} = \frac{\sin \delta_s}{1 + \cos \delta_s} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\cos \varphi} \dots \dots \dots (74)$$

Аналогично выводим

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{n^2 \cos \varphi} \dots \dots \dots (75)$$

Наконец, (74) и (75) приводят к выражению

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p - \delta_s}{2} = \frac{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\sin \varphi} \dots \dots \dots (76)$$

которое дает разность фаз $\delta_p - \delta_s$ между отраженными волнами, поляризованными \perp и \parallel плоскости падения. Полученные формулы дают все, что нужно знать относительно отраженной волны. Все выводы из них уже были сделаны во II томе. Теперь мы обратимся к преломленной волне неравных амплитуд.

Если падающая волна поляризована в плоскости падения, то второе уравнение (50) дает возможность вычислить мнимую амплитуду D_s , т. е. действительную амплитуду и разность фаз электрического вектора \mathcal{Y}_2 относительно падающей волны. Пользуясь общими уравнениями (37) и (38), легко найдем

$$\mathcal{M}_2 = \frac{c}{v_1} \sin \varphi \mathcal{Y}_2 = \sqrt{\varepsilon_1} \sin \varphi \mathcal{Y}_2 \quad \text{и} \quad \mathcal{X}_2 = ik \mathcal{Y}_2 \dots \dots \dots (77)$$

Мнимую амплитуду D_s магнитного вектора \mathcal{M}_2 волны поляризованной \perp плоскости падения мы узнаем из второго ур. (54), и затем ур. (39) даст

$$\mathcal{Z}_2 = -\frac{\sqrt{\varepsilon_1} \sin \varphi}{\varepsilon_2} \mathcal{M}_2 \quad \text{и} \quad \mathcal{X}_2 = -\frac{ik}{\varepsilon_2} \mathcal{M}_2 \dots \dots \dots (78)$$

Мы не будем здесь аналитически исследовать амплитуды и фазы преломленной волны, покажем только, что нет непрерывного перехода энергии из первой среды во вторую, а затем обратимся к диаграмме А. А. Эйхенвальда (рис. 173), который в деталях исследовал электромагнитное поле во второй среде при полном внутреннем отражении. Переходим от мнимых выражений к действительным

$$\text{Пусть } \mathcal{Y}_2 = A e^{-\frac{4\pi}{cT} kz} \cos(\omega + \gamma_s), \quad \mathcal{M}_2 = B e^{-\frac{4\pi}{cT} kz} \cos(\omega + \gamma_p),$$

при чем $\omega = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x \sin \varphi}{v_1} \right)$; γ_s и γ_p разности фаз преломленных волн и падающих.

Возьмем проекцию на ось OZ вектора Пойнтинга \mathcal{S}_z , т. е. поток энергии в единицу времени через единицу площади, перпендикулярной OZ . Из ур. (32) главы 3 получим

$$\mathcal{S}_z = \frac{c}{4\pi} (\mathcal{X}_2 \mathcal{M}_2 - \mathcal{Y}_2 \mathcal{Z}_2).$$

Подставляем \mathcal{X}_2 и \mathcal{Z}_2 из ур. (78) и (77). Мнимый множитель i указывает, что нужно ввести фазу $+\frac{\pi}{2}$ и потому, вместо $\cos(\omega + \gamma)$, взять $-\sin(\omega + \gamma)$. Легко найдем

$$\mathcal{S}_z = \frac{ck}{8\pi} e^{-\frac{8\pi}{cT} kz} \left[\frac{B^2}{\varepsilon_2} \sin 2(\omega + \gamma_s) + A^2 \sin 2(\omega + \gamma_p) \right].$$

Слагающая потока энергии по оси OZ периодически изменяет свое направление, при чем период вдвое меньше периода колебаний T . В каждой точке границы $z = 0$ энергия то проходит из первой среды во вторую, то обратно. Поток энергии за один период T через любую часть границы $z = 0$ равен нулю, так как легко убедиться, что

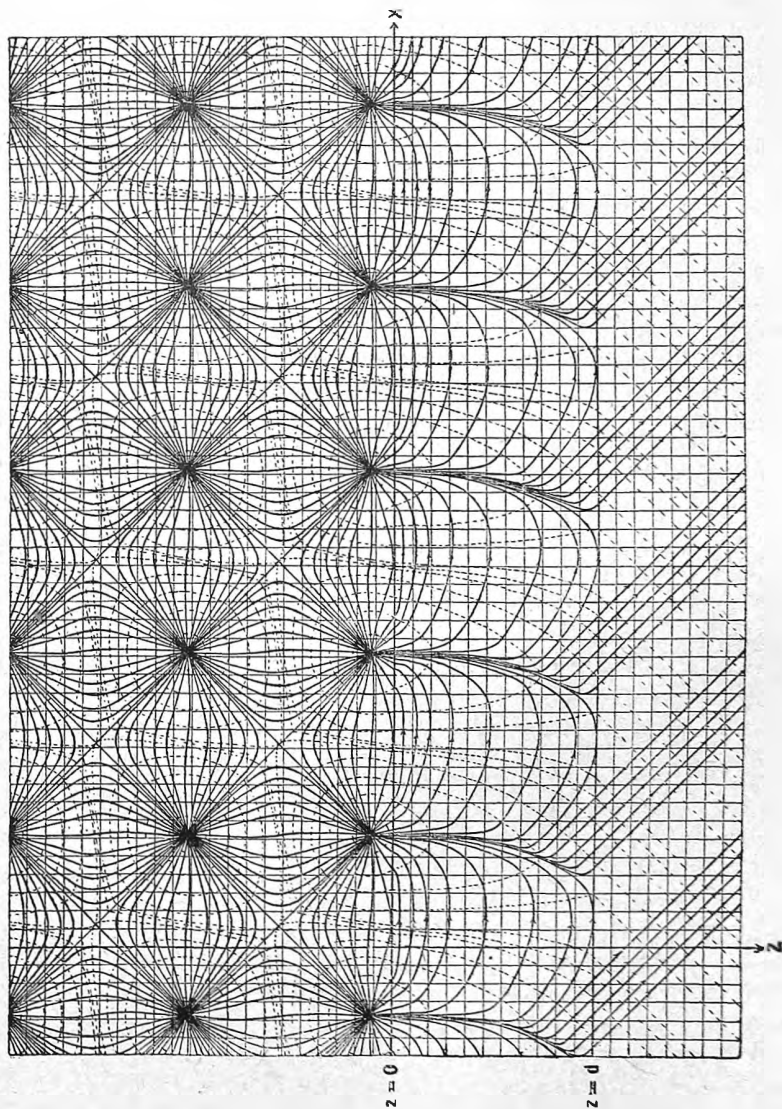
$$\int_0^{t+T} \mathfrak{E}_z dt = 0.$$

В один и тот же момент в различных точках границы энергия входит во вторую среду и выходит из нее. Чем дальше от границы, тем больше z , и тем менее интенсивны колебания энергии. Проекция потока энергии на ось OX не будет менять своего направления. Предоставляем убедиться в этом читателю, вычислив проекции вектора Pointing'a \mathfrak{E}_x , и обращаемся к рис. 174, где сплошные кривые представляют направления потока энергии в некоторый определенный момент. Ясно видно, что кривые только заходят во вторую среду и снова возвращаются назад, при чем направление движения энергии в общем параллельно положительной оси OX . Отожествляя термины „луч“ и вектор Пойнтинга, мы можем сказать, что луч, загибая во вторую среду, снова возвращается в первую. Таким образом оправдывается, по замечанию А. Эйхенвальда, предположение Fresnel'я, что при полном внутреннем отражении часть света отражается непосредственно на поверхности раздела, часть же сначала проникает на небольшую глубину внутрь второй среды и только там претерпевает отражение. Чем дальше от границы, тем реже становятся линии сил, меньше интенсивность поля, слабее поток энергии. В первой среде величина $\delta/2$ указывает на разность фаз между падающей и отраженной волной. Рисунок нужно представить себедвигающимся по направлению OX со скоростью $\frac{v_1}{\sin \varphi} = u$. Он представляет электрические линии сил (плоскость поляризации \perp плоскости падения); ясно видно, что они дают перелом на границе. Если бы поднять несколько ось OX , то тот же рисунок мог бы дать магнитные линии сил волны, поляризованной \parallel плоскости падения; тогда линии сил переходили бы через границу плавно, без перелома.

Для того, чтобы экспериментально обнаружить электромагнитное поле во второй среде при полном внутреннем отражении, необходимо, во первых, приблизиться к границе на расстояние, сравнимое с длиной волны $\lambda = cT$, иначе амплитуды становятся слишком малыми, во вторых, отнять некоторое количество энергии от преломленной волны, так что математически полного отражения уже не будет. Представим себе, что на расстоянии $z = d$ от первой границы находится вторая плоская граница среды 2 и среды 3. Если d достаточно мало, то заметное количество энергии перейдет из 2 в 3. Линии потока энергии проникнут в среду 3, и там образуются обыкновенные волны равных амплитуд. Это ясно видно на диаграмме (рис. 175), которую вычертили Schaefer и Gross (среда 1 и 3 — парафин, $\varepsilon = 2,33$; среда 2 — воздух, $\varphi = 45^\circ$). При этом в первой среде заметна потеря энергии. Квадраты рис. 174 здесь превратились в ромбы,

часть линий сил не замкнута и уходит в бесконечность приблизительно, как на рис. 173, только в меньшей степени. Рис. 175 воспроизводит не электрические, а магнитные линии сил (волны поляризованы \parallel плоскости падения). Как мы видели, это обстоятельство не имеет значения для

Рис. 175.

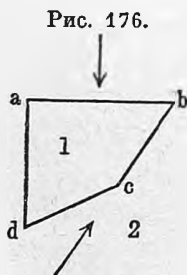


общего вида диаграммы. Чем меньше d , тем больше линий потока энергии ответвляется в среду 3, и при $d=0$ энергия, конечно, проходит беспрепятственно, волны не отражаются. Теоретически вопрос значительно усложняется, так как для границы 2,3 нужно поставить также свои по-

граничные условия и решить весь вопрос отражения и преломления для трех сред одновременно. Наиболее просто экспериментально обнаружить это явление можно при помощи 2 равносторонних прямоугольных призм, сложенных плоскостями гипотенуз. Волна падает перпендикулярно на плоскость катета одной призмы, и, если плоскости гипотенуз достаточно сближены, она отчасти проходит через тонкий слой воздуха между ними и выходит через противоположащую плоскость катета второй призмы. При большом расстоянии между плоскостями гипотенуз происходит полное внутреннее отражение в первой призме. Согласно методу, предложенному еще Ньютоном, Quincke (1866) брал несколько выпуклой поверхность, соответствующую гипотенузе второй призмы и прижимал ее к первой призме. Свет проходил насквозь не только через точку соприкосновения, но и вокруг нее, в точках, где было некоторое, хотя и ничтожно малое расстояние между двумя поверхностями. Проходящие волны были вообще поляризованы эллиптически. Все наблюдения и измерения Quincke нашли качественное и отчасти количественное объяснение в теоретических исследованиях Voigt'a (1884), касающихся так называемого вопроса „полного внутреннего отражения на тонкой пластинке“, на почве механической теории света. Еще раньше Stokes показал возможность решения такого вопроса. По тому же методу, как и Quincke, более точные измерения сделал Hall, который также дал математический анализ явления.

Гораздо удобнее исследовать разбираемое явление с длинными электромагнитными волнами, так как при этом расстояние d между плоскостями гипотенуз обеих призм можно взять большим. Впервые качественный опыт был поставлен Righi с волнами в 10,6 см. Schaefer и Gross с волнами $\lambda = 15$ см. измеряли интенсивность преломленной и отраженной от слоя волн, как функцию от d . Наибольшая величина d была равна $1,2 \lambda$. Результаты наблюдений удовлетворительно согласуются с теоретическими вычислениями.

Voigt предложил следующий опыт. Свет падает перпендикулярно на грань ab призмы (рис. 176) и претерпевает полное внутреннее отражение от граней bc и cd , угол между которыми очень тупой. Волна неравных амплитуд, распространяющаяся во второй среде вдоль плоскости bc , вблизи ребра c не находится в обычных условиях, не может следовать за резким перегибом к грани cd . Она отчасти отрывается и входит в среду 2. Наблюдателю ребро c кажется светлой линией, особенно яркой, если смотреть по направлению стрелки. Теорией этого опыта занимался Ignatowsky, который вместе с Oettinger'ом



подвергнул свои вычисления экспериментальной проверке.

Ditscheiner, Exner, Edser и Senior наносили на плоскости гипотенуз отражающей призмы диффракционную решетку; тогда полного внутреннего отражения не было, свет проникал и во вторую среду, где получались диффракционные спектры. Hall отражал свет под углом

полного внутреннего отражения от плоскости гипотенузы прямоугольной призмы, на которую был нанесен светочувствительный слой желатина. Зачернение проникало только на небольшое расстояние внутрь слоя.

§ 6. Гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика. Для того, чтобы построить теорию распространения света в материи, необходимо сделать какие-нибудь гипотезы относительно строения материи. На это было указано уже в § 2. Сущность этих гипотез определилась большим числом экспериментальных фактов, накопленных в первой половине прошлого столетия. Повидимому, К. Ångström (1855) впервые высказал мысль, что определенным молекулам соответствуют вполне определенные периоды колебаний, т. е. определенные спектральные линии. Вибраторы, колеблющиеся в молекулах и испускающие световые волны, должны приходить в колебания и поглощать энергию, если на них падают такие же волны того же самого периода. Таким образом объясняется присутствие Фраунгоферовых линий в солнечном спектре. Вполне ясно формулировал эту мысль Kirchhoff (1860) после знаменитых исследований по спектральному анализу окрашенных пламен, сделанных отчасти совместно с Bunsen'ом. Известный опыт лучеиспускания и поглощения желтой линии пламенем, окрашенным солями натрия, определил дальнейший ход теории дисперсии и поглощения.

В спектрах лучеиспускания газов и паров наблюдаются тонкие яркие линии. Этот факт заставляет думать, что в молекулах газов и паров находятся вибраторы, которые при известных условиях совершают сравнительно очень правильные колебания и потому посылают довольно правильные синусоидальные электромагнитные волны. Наоборот, в громадном большинстве случаев лучеиспускающие жидкие и твердые тела дают спектры более сложные, широкие участки спектра или даже весь спектр. Естественно думать, что вибрирующие системы заключены внутри молекул, и, чем дальше друг от друга расставлены молекулы, тем более простые явления мы наблюдаем. Поэтому наши представления относительно устройства молекулярных вибраторов сделались более отчетливыми именно при исследовании газообразных тел. Вопрос о причине лучеиспускания экспериментально мало выяснен; обыкновенно принимается, что в раскаленных газах вибраторы внутри молекул приходят в колебание при столкновениях быстро движущихся молекул друг с другом. В гейслеровых трубках, где лучеиспускание является следствием электрических разрядов, температура может быть очень низкой, но электрическое поле дает достаточно быстрое движение заряженным частицам, чтобы при столкновениях их друг с другом и с другими молекулами (или атомами) возбуждались колебания вибраторов; наконец, могут возбуждаться колебания при бурных химических процессах.

Изучению спектров лучеиспускания было посвящено громадное число работ. Выяснилось, что отдельным элементам или химическим соединениям элементов соответствуют определенные, различные спектры; следовательно, устройство вибраторов в различных молекулах должно быть различным. Явление Зеемана (см. след. главу) указало во многих слу-

чаях на природу колеблющихся частиц. При детальном анализе отдельных спектральных линий оказалось, что часто эти линии имеют сложное строение. Особенно уяснило представления о вибраторах и о процессах лучеиспускания изучение ширины отдельных спектральных линий. Относящиеся сюда исследования стали возможными только вследствие громадных успехов в технике спектральных приборов, так как ширина линий вообще чрезвычайно мала. В общих чертах известно, что линии тем шире, чем больше плотность и температура газа. Пусть будет газ при возможно идеальных условиях, например, можно исследовать спектральные линии гейсслеровых трубок, когда давление газа очень мало, и температура его очень низка. При таких условиях столкновения между частицами происходят очень редко. Если бы можно было пренебречь столкновениями, т. е. утверждать, что, получив однажды толчок, затем молекула стоит на месте и колеблется бесконечно долго, то определенной спектральной линии соответствовало бы простое периодическое движение, неограниченное во времени и выражающееся уравнением

$$\xi = a \cos(\nu_0 t + \alpha), \dots \dots \dots (79)$$

где a амплитуда колебания, α начальная фаза, частота колебаний $\nu_0 = \frac{2\pi}{T}$, если T период колебаний; ξ — элонгация вибратора, т. е. отклонение от положения равновесия. Соответствующее дифференциальное уравнение движения имеет вид

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -f \xi, \dots \dots \dots (80)$$

при чем m масса вибратора, $-f\xi$ сила притяжения к положению равновесия, пропорциональная элонгации. Отсюда

$$\nu_0^2 = \frac{f}{m} \dots \dots \dots (81)$$

Подобное колебание дало бы бесконечно тонкую спектральную линию. Известно, что спектральные приборы, как призма и диффракционная решетка, не могут дать бесконечно тонкую линию вследствие явления диффракции (см. т. II отд. 8, гл. 14). Но пусть волна падает на интерферометр Michelson'a, и мы наблюдаем „видимость“ (Visibility) полос интерференции по методу Michelson'a, т. е. отношение

$$V = \frac{J_1 - J_2}{J_1 + J_2}, \dots \dots \dots (82)$$

где J_1 и J_2 интенсивность света двух соседних полос, светлой и темной, в максимуме и минимуме. Ясно, что, чем больше V , тем резче выступают полосы. Если в минимумах $J_2 = 0$, то $V = 1$, резкость наибольшая; если $J_1 = J_2$, то полосы совершенно размылись, $V = 0$. Величину V можно измерить экспериментально. По мере введения разности хода D в одной ветви интерферометра, V будет вообще уменьшаться, если линия сложная или не идеально тонкая. В нашем идеальном случае будет происходить

интерференция двух идеальных периодических колебаний, разделенных первой (полупосеребренной) пластинкой интерферометра. Пусть интерферометр устроен так совершенно, что интерферирующие лучи одинаковы по амплитуде. Получится колебание

$$b \cos \nu t + b \cos \nu \left(t - \frac{D}{c} \right).$$

Интенсивность сложного колебания, как известно, равна

$$2b^2 \left(1 + \cos \frac{\nu D}{c} \right) \dots \dots \dots (83)$$

Во всех максимумах $J_1 = 4b^2$, во всех минимумах $J_2 = 0$. Величина V всегда равна единице; сколько бы ни увеличивалась разность хода D , полосы всегда останутся одинаково резко видимыми.

Подобные идеальные световые волны, конечно, наблюдать нельзя. Раскаленный газ никогда не испускает чистые монохроматические волны. Можно представить себе 3 причины, которые превращают идеально тонкую линию в линию конечной ширины. 1) Всякое испускание вибратором световых волн определяет собой потерю энергии и, следовательно, затухание колебаний. 2) Всякое колебание (79) должно иметь начало и конец при столкновениях, которые рано или поздно должны случиться. 3) Все молекулы в реальном газе нельзя считать безусловно одинаковыми, даже если они одинаковы по строению. Из кинетической теории газов известно, что молекулы с большой скоростью движутся по всевозможным направлениям. Движущийся вибратор, как выясняет принцип Доплера-Физо, посылает неподвижному наблюдателю волны, несколько отличающиеся по периоду. Рассмотрим наиболее простую последнюю причину расширения, при чем будем сначала для простоты считать, что влияние затухания и столкновений ничтожно. Последнее условие тем лучше выполняется, чем меньше давление и температура газа. Вывод окончательной формулы после работ Lippich'a и Pfaundler'a дал Rayleigh (1889). Пусть неподвижный наблюдатель находится на продолжении оси OX , тогда на изменение периода воспринимаемой волны имеет влияние только проекция скорости молекулы на ось OX . Обозначим проекции скорости через ξ , η , ζ . Нам нужно узнать число молекул n , для которых проекция скорости на OX заключена между пределами ξ и $\xi + d\xi$. Закон распределения скоростей Максвелла выражается формулой

$$n = N \left(\frac{km}{\pi} \right)^{3/2} e^{-km(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} d\xi d\eta d\zeta, \dots \dots \dots (84)$$

где N есть число всех молекул в данном объеме; n — число молекул, для которых проекции скоростей заключены между пределами ξ и $\xi + d\xi$; η и $\eta + d\eta$; ζ и $\zeta + d\zeta$; m масса одной молекулы газа и k постоянная, значение которой выяснено было в главе и кинетической теории газов (т. I, отд. 4, гл. 5, § 10). Формула, приведенная там, легко получается из данной, если ввести сферические координаты $\xi = u \cos \varphi$; $\eta = u \sin \varphi \cos \psi$; $\zeta = u \sin \varphi \sin \psi$; $d\xi d\eta d\zeta = u^2 \sin \varphi du d\varphi d\psi$, и проинтегрировать по φ

и ψ . Тогда получится выражение для числа молекул, скорость которых по величине заключена между u и $u + du$. Для нашей цели нужно (84) проинтегрировать по η и ζ в пределах от 0 до ∞ , но, и не производя интегрирования, видно, что искомая величина n дается выражением

$$n = A e^{-k m \xi^2} d\xi, \quad \dots \dots \dots (84, a)$$

где A некоторый коэффициент пропорциональности, который выпадает при дальнейших вычислениях. По принципу Допплера-Физо от движущейся со скоростью ξ молекулы наблюдатель получит волну частоты ν , при чем

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{\xi}{c}\right),$$

если ν_0 частота неподвижной молекулы и c скорость света. Вместо ν введем переменную $\mu = \nu - \nu_0$, тогда $\mu = \frac{\nu_0 \xi}{c}$. Подставляя μ вместо ξ в (84, a), получим

$$n = B e^{-\frac{k m c^2}{\nu_0^2} \mu^2} d\mu, \quad \dots \dots \dots (84, b)$$

где B новый коэффициент пропорциональности. В спектре, построенном по шкале частот, интенсивность в области между μ и $\mu + d\mu$, очевидно, пропорциональна числу молекул n и, следовательно, она имеет наибольшую величину для $\mu = 0$, то есть $\nu = \nu_0$, и симметрично уменьшается в ту и другую сторону от места максимальной интенсивности. Чтобы узнать, как быстро происходит падение интенсивности, рассмотрим значение постоянной k , которая дается формулой

$$k m = \frac{3}{2 G^2} \dots \dots \dots (85)$$

где G средняя квадратичная скорость молекул. Как известно, $\frac{1}{2} m G^2$ есть средняя кинетическая энергия молекул, которая пропорциональна абсолютной температуре T газа и не зависит от его давления (см. § 4 кин. теории). При одинаковых температурах для двух газов $m' G'^2 = m G^2$, так что k обратно пропорционально T и не зависит от природы газа. Воспользуемся формулой (§ 10 кин. теории) $p v = \frac{1}{3} N_1 m G^2$, при чем отнесем ее к одной грамм-молекуле, так что N_1 означает число молекул в одной грамм-молекуле. Уравнение состояния идеальных газов, написанное для одной грамм-молекулы, имеет вид $p v = R T$; постоянная R одинакова для всех газов (см. т. I, гл. 2, § 9) и в абсолютных единицах равна $8,32 \cdot 10^7$. Следовательно, $\frac{1}{3} N_1 m G^2 = R T$, и из (85) $k m = \frac{N_1 m}{2 R T}$. Так как $N_1 m$ есть молекулярный вес (M) газа, то, подставляя $k m$ в (84, b), находим

$$n = B e^{-\frac{M}{2 R T} \frac{c^2}{\nu_0^2} \mu^2} d\mu = B e^{-h \mu^2} d\mu \quad \dots \dots \dots (86)$$

Величина h вводится для сокращения. Теперь легко вычислить „видимость“ V . Действительно, интенсивность интерферирующих волн ча-

стот $\nu = \nu_0 + \mu$ получится, если помножить (83) на число молекул, испускающих волны этой частоты. Тогда для интенсивности всех волн при разности хода D получится выражение

$$J = 2 B b^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-h\mu^2} \left[1 + \cos \left(\frac{\nu_0 D}{c} + \frac{\mu D}{c} \right) \right] d\mu,$$

и, пользуясь известными формулами

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-s x^2} \cos r x dx = \sqrt{\frac{\pi}{s}} e^{-\frac{r^2}{4s}} \quad \text{и} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-s x^2} \sin r x dx = 0,$$

легко вычислить

$$J = 2 B b^2 \sqrt{\frac{\pi}{h}} \left(1 + e^{-\frac{D^2}{4hc^2}} \cos \frac{\nu_0 D}{c} \right).$$

Здесь косинус изменяется с D быстро, показательная функция сравнительно очень медленно; иначе говоря, увеличивая разность хода D , мы видим, что светлые и темные полосы быстро чередуются, а интенсивности J_1 и J_2 в максимумах и минимумах изменяются очень медленно. Поэтому можно принять с большим приближением, что J_1 и J_2 соответствуют значениям $\cos \frac{\nu_0 D}{c} = \pm 1$. Тогда по формуле (82)

$$V = e^{-\frac{D^2}{4hc^2}} = e^{-\frac{RT \nu_0^2 D^2}{2M c^2}} = e^{-2\pi^2 \frac{RT D^2}{M c^2 \lambda_0^2}},$$

при чем $\frac{D}{\lambda_0} = \mathfrak{N}$ равно числу полос, прошедших через поле зрения по мере введения разности хода D . Измеряя V и \mathfrak{N} , можно проверить, с одной стороны, правильность основной гипотезы развитой теории, с другой стороны, вычислить отношение $\frac{T}{M}$, которое дает молекулярный вес лучеиспускающего газа, если известна его температура T , и обратно. Впервые подобные измерения произвел Michelson. Подробный анализ его работ дал Schönrock. Мы приведем здесь только позднейшие работы, которые Fabry и Buisson произвели с интерферометром Fabry и Perot. Эти исследователи вычислили, что интерференционные полосы должны размываться сначала медленно, потом быстро, так что момент их исчезновения можно определить довольно точно; он должен наступить при

$$\mathfrak{N}_0 = 1,22 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{M}{T}}.$$

Наблюдались линии гелия, неона, криптона, светящихся в гейсселевых трубках при малых давлениях и не сильных разрядах. Трубки поддерживались при комнатной температуре (\mathfrak{N}) или при температуре жидкого воздуха (\mathfrak{N}').

Газ	M	λ_0	\mathfrak{N}	\mathfrak{N}_0	\mathfrak{N}'	$\mathfrak{N}'/\mathfrak{N}_0$
гелий	4	5876	144000	144000	241000	1,66
неон	20	5852	324000	321000	515000	1,60
криптон	83	5570	600000	597000	950000	1,58.

Как видно из приведенной таблички, вычисленные (\mathcal{M}_0) и измеренные (\mathcal{M}) величины мало отличаются друг от друга. Отношение $\mathcal{M}'/\mathcal{M}_0$ должно быть равным 1,73. Очевидно, температура газа гейслеровых трубок мало отличалась от температуры окружающей среды, даже когда трубки были помещены в жидкий воздух.

Можно сказать, что наименьшая наблюдаемая ширина спектральных линий определяется движением молекул, по принципу Доплера-Физо. Распределение интенсивности i в спектральной линии дает формула (86). Если обозначим интенсивность в середине линии i_0 и обратим внимание на то, что i пропорционально n , получим

$$i = i_0 e^{-\frac{M}{2RT} \frac{c^2}{v_0^2} \mu^2} \dots \dots \dots (86, a)$$

Здесь спектр построен в шкале частот, т. е. по оси абсцисс откладываются величины μ . Чтобы получить распределение интенсивности в спектре, построенном на шкале длин волн, нужно брать, вместо равных участков $d\nu (= d\mu)$, равные участки $d\lambda$. Эти величины связаны равенством $\nu = \frac{2\pi c}{\lambda}$; следовательно, $d\nu = -2\pi c \frac{d\lambda}{\lambda^2}$. В очень узкой линии λ^2 можно считать постоянным, а так как в формуле (86, a) мы имеем отношение i/i_0 , то уравнение практически годится и для спектра в шкале длин волн. С тем же приближением полагаем в (86, a) $\frac{\mu}{\nu_0} = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0} = \frac{\delta}{\lambda_0}$. Тогда

$$i = i_0 e^{-\frac{M c^2}{2RT} \frac{\delta^2}{\lambda_0^2}}.$$

Здесь δ расстояние от середины линии (λ_0) в шкале длин волн. Возьмем, например, линию 5570 криптона при температуре жидкого воздуха, самую тонкую из наблюдавшихся до сих пор. Интенсивность падает до $1/20$ при расстоянии $\delta = 0,0045$ Ангстр. от середины, так что ширину линии можно принять в 0,009 Ангстр.

По мере увеличения плотности газа ширина линии возрастает вследствие столкновения молекул при тепловом движении. Теория и экспериментальные результаты принадлежат Michelson'у. Тщательный анализ его данных сделал Schönrock. Далее, подробной теорией этого явления занимался Reiche. У последних двух авторов вообще анализированы различные причины расширения спектральных линий. Р. Р. Koch выработал для изучения распределения интенсивности в спектральной линии особый фотометрический метод. Таким же методом пользовались Brothaus и К. И. Иванов для исследования линий, испускаемых окрашенными пламенами бунзеновской горелки. Не входя в детали теории, выясним только, что всякое препятствие чистому периодическому движению вибратора увеличивает ширину испускаемой им спектральной линии. Чтобы не усложнять рассмотрения расширением по принципу Доплера-Физо, представим себе, что неподвижная молекула вследствие мгновенного толчка начала совершать правильные колебания, которые затем прекратились через некоторое время при следующем толчке. Рассмотрим, что получится в спектро-

скопе, когда на него упадет подобный ограниченный ряд правильных волн. Пусть до момента $t = 0$ электрический вектор $\mathfrak{E} = 0$, в промежуток времени от $t = 0$ до $t = t_1$ имеем $\mathfrak{E} = \sin \nu_0 t$, а после $t = t_1$ опять $\mathfrak{E} = 0$ (рис. 177). Выберем для простоты вычислений $t_1 = p \frac{2\pi}{\nu_0}$, где p целое число, т. е. t_1 равно целому числу периодов колебаний. Всякую функцию $f(x)$ можно

Рис. 177.



представить в виде следующего двойного определенного интеграла Фурье, если она удовлетворяет известным математическим условиям, которые вообще выполняются в задачах физики:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} f(s) \cos \nu(x-s) ds \dots \dots \dots (87)$$

Здесь ν и s две переменные, по которым производится интегрирование. Применим эту формулу к нашей функции $f(t) = \sin \nu_0 t$, при чем пределы второго интеграла будут 0 и t_1 , так как вне этих пределов $f(t) = 0$

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\nu \int_0^{t_1} \sin \nu_0 s \cos \nu(t-s) ds.$$

Второе интегрирование легко выполнить, именно второй интеграл равен

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^{t_1} \{ \sin [\nu_0 s + \nu(t-s)] + \sin [\nu_0 s - \nu(t-s)] \} ds = \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos [\nu_0 s + \nu(t-s)]}{\nu - \nu_0} - \frac{\cos [\nu_0 s - \nu(t-s)]}{\nu + \nu_0} \right\} \Big|_0^{t_1}, \end{aligned}$$

и тогда легко можно получить

$$f(t) = \frac{2\nu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \frac{\nu t_1}{2}}{\nu^2 - \nu_0^2} \sin \nu \left(t - \frac{t_1}{2} \right) d\nu \dots \dots \dots (87, a)$$

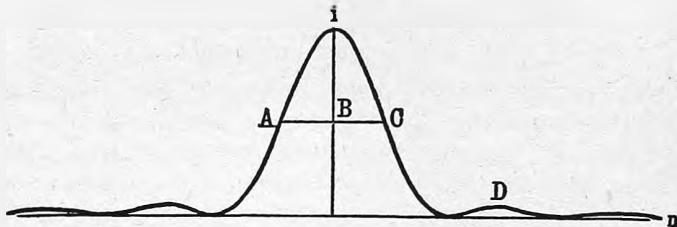
Этот определенный интеграл можно рассматривать, как сумму правильных периодических колебаний, уже неограниченных во времени, всевозможных частот ν , при чем каждому отрезку $d\nu$ спектра, развернутого в шкале частот, соответствует амплитуда $\frac{2\nu_0}{\pi} \frac{\sin \frac{\nu t_1}{2}}{\nu^2 - \nu_0^2}$. В этом утверждении заключается кажущееся противоречие с поставленными условиями. Если составные периодические колебания различных ν не-

ограничены во времени, то они существовали и до времени $t=0$ и будут существовать после $t=t_1$, а это противоречит поставленным условиям. На самом деле, в абсолютно правильном математическом равенстве (87,а) амплитуды, и фазы отдельных колебаний так связаны, что дают интеграл, равный нулю, для $t < 0$ и $t > t_1$. В этом отношении интегралом Фурье нужно пользоваться с осторожностью, на этой почве уже неоднократно получались недоразумения. Вопрос хорошо выяснили Gouy и Schuster в полемике с Poinscaré. Тем не менее интеграл (87,а) дает достаточно правильное „разложение в спектр“, очень близкое к тому, какое дала бы практически очень хорошая диффракционная решетка (Schuster, 1894). В спектре интенсивности равны квадратам амплитуд

$$i = \left(\frac{2\nu_0 \sin \frac{\nu t_1}{2}}{\pi \nu^2 - \nu_0^2} \right)^2 = \frac{1}{\pi^2} \frac{\sin^2 \frac{\mu p \pi}{\nu_0}}{\mu^2}.$$

Последняя формула получается, если подставить $\nu = \nu_0 + \mu$ и приближенно положить $\nu + \nu_0 = 2\nu_0$. На рис. 178 изображена кривая i , как функция μ (на рис. 178 n). При $\mu = 0$, в главном максимуме $i = \left(\frac{p}{\nu_0}\right)^2$; расстояние между первыми минимумами с той и с другой стороны равно $\frac{2\nu_0}{p}$. Иначе говоря, интенсивность в центре линии тем больше, и линия тем уже, чем больше p , т. е. чем больше протекает времени между двумя

Рис. 178.



столкновениями. Интенсивность во вторичных максимумах так ничтожна, что практически равна нулю. Спектральная линия тем более монохроматична, чем реже нарушается правильность колебаний. В среднем, при повышении температуры и плотности газа, столкновения учащаются, и без точного анализа видно, что линия при этом будет расширяться. При малых давлениях (гейсслеровы трубки) ширина линии определяется, главным образом, по принципу Доплера-Физо; когда же длина свободного пути молекул становится меньше длины волны данной линии, столкновения получают преобладающее влияние на ширину линии. Экспериментальные данные еще не дали очень определенных результатов и только в общих чертах подтвердили приведенные здесь соображения. При очень больших давлениях в несколько атмосфер линии не только расширяются, но и перемещаются в спектре, в большинстве случаев к красному концу. Большое число измерений относительно смещения спектральных линий воль-

товой дуги между различными металлами сделали Humphreys и Duffield. Это смещение пока не нашло теоретического объяснения.

Представление о вибраторах, заключенных в молекулах, и о нарушении их колебаний при столкновениях еще не дает точных знаний о законах колебаний вибраторов. Забегая вперед, отметим следующее очень важное обстоятельство. Чтобы удовлетворить экспериментально установленному факту, что показатель преломления и коэффициент поглощения не зависит от интенсивности света, необходимо сохранить линейный вид дифференциальных уравнений движения вибраторов. Ур. (80) удовлетворяет этому и может быть получено, если принять, что отклонение колеблющихся частиц от положения равновесия очень мало. Действительно, пусть частица, отклонившаяся на расстояние r , притягивается с силой $= \varphi(r)$, при чем $\varphi(0) = 0$. Если r очень мало, то

$$\varphi(r) = \varphi(0) + r\varphi'(0) + \frac{r^2}{1.2}\varphi''(0) + \dots$$

Ограничиваясь первым, отличным от нуля, членом, положим $r\varphi'(0) = -fr$ (притяжение) и возьмем проекции силы на оси координат. Тогда получатся три уравнения для трех проекций, аналогичные (80). Гипотеза Kelvin'a и J. J. Thomson'a приводит к подобным уравнениям даже при больших сравнительно колебаниях. В этой гипотезе для объяснения устойчивости строения атома принимается, что атом представляет из себя сферу, равномерно заряженную положительным электричеством плотности ρ . Внутри сферы движутся отрицательно заряженные частицы. На расстоянии r от центра они притягиваются к нему по закону Кулона с силой $\frac{1}{r^2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = \frac{4}{3}\pi \rho r$, т. е. пропорционально r . Вообще же необходимо принять, что элонгация r мала сравнительно с размерами атома. Сила $-fr$ называется квази-упругой силой, так как здесь, аналогично закону Гука в теории упругости, упругая сила, вызываемая деформацией, пропорциональна величине самой деформации, но, несомненно, силы, действующие внутри атомов, не могут иметь характера упругих сил и вероятно обязаны своим происхождением электрическим зарядам частиц.

Так как вибраторы посылают при колебаниях световые, т. е. электромагнитные волны, то необходимо приписать им некоторый электрический заряд e . Назовем произведение из элонгации r на заряд e электрическим моментом m вибратора. m есть вектор, проекции которого на оси координат обозначим через $m_x = e\xi$, $m_y = e\eta$, $m_z = e\zeta$. При колебаниях электрический момент периодически изменяется. Пусть, например, колебания совершаются по оси OX , тогда, согласно (79), $m_x = easin(\nu_0 t + \alpha)$, $m_y = m_z = 0$. В главе 6, § 11, было исследовано электромагнитное поле вибратора Герца и показано, что на расстояниях, больших в сравнении с размерами вибратора, это поле эквивалентно полю двух равных противоположных зарядов, колеблющихся около центра вибратора. Оно определяется переменной величиной произведения зарядов на расстояния между ними. Мы предполагаем, что только одна из заряженных частиц

молекулы обладает подвижностью. Частица, обладающая противоположным зарядом — молекула должна быть нейтральна — остается на месте. Тем не менее на расстояниях, больших в сравнении с элонгацией молекулярного вибратора, поле его совершенно подобно полю диполя Герца, так как только момент вибратора определяет это поле. Таким образом мы представляем себе наиболее простую картину строения диэлектрика: все молекулы состоят из диполей Герца, которые колеблются под действием квази-упругой силы. Каждый диполь излучает электромагнитную волну и теряет энергию по закону

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{2}{3c^3} \left(\frac{\partial^2 m}{\partial t^2} \right)^2, \quad \dots \dots \dots (88)$$

где ω полная энергия вибратора, т. е. сумма кинетической и потенциальной энергии, см. гл. VI, § 15 выражение (63); здесь $m = p$. Вследствие излучения энергии, колебания вибратора должны затухать. Рассмотрим, как совершается это затухание, при чем заметим, что спектральные линии очень тонки, т. е. соответствующие им колебания очень правильно периодичны. Затухание происходит, следовательно, очень медленно сравнительно с периодом колебания, и с большим приближением можно положить, что в некоторый момент полная энергия колебания равна его кинетической энергии в ближайший момент, когда вибратор проходит через положение равновесия, т. е. $= \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2$ при $\cos(\nu_0 t + \alpha) = 0$. Следовательно, $\omega = \frac{1}{2} m a^2 \nu_0^2$. Возьмем среднюю величину правой части (88) за один период (T) колебания

$$-\frac{1}{T} \frac{2}{3c^3} \int_t^{t+T} \left(\frac{\partial^2 m}{\partial t^2} \right)^2 \partial t = -\frac{a^2 e^2 \nu_0^4}{3c^3},$$

при чем напомним, что T и ν_0 связаны равенством $\nu_0 T = 2\pi$. Снова, вследствие малости потери энергии за один период, можно предположить, что энергия теряется все время равномерно. Тогда, согласно (88),

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{m a^2 \nu_0^2}{2} \right) = m \nu_0^3 a \frac{\partial a}{\partial t} = -\frac{a^2 e^2 \nu_0^4}{3c^3},$$

откуда

$$a = a_0 e^{-\frac{e^2 \nu_0^2}{3m c^3} t} \quad \dots \dots \dots (89)$$

Потеря энергии сказывается на уменьшении амплитуды колебания по показательной функции: получается затухающее колебание с логарифмическим декрементом затухания $\sigma = \frac{2\pi e^2 \nu_0}{3m c^3}$. Явление Зеемана (см. след. главу) показывает, что спектральные линии соответствуют колебаниям электронов, для которых $e = 4,7 \cdot 10^{10}$ эл. ст. ед., $\frac{e}{m} = c \cdot 1,77 \cdot 10^7$. Следовательно, величина σ равна $6,5 \cdot 10^{-8}$ для линии криптона $\lambda = 5570 \cdot 10^{-8}$ см. Малость этой величины и оправдывает приближенный метод вывода. Положим для сокращения $\gamma = \frac{e^2 \nu_0^2}{3m c^3}$ и рассмотрим, какова ши-

рина линии, соответствующей подобным вибраторам. Для этого выражение

$$\xi = a_0 e^{-\gamma t} \sin \nu_0 t \dots \dots \dots (89, a)$$

разложим при помощи интеграла Фурье:

$$\xi = \frac{a_0}{\pi} \int_0^{\infty} d\nu \int_0^{\infty} e^{-\gamma s} \sin \nu_0 s \cos \nu(t-s) ds.$$

Нижний предел второго интеграла равен нулю, так как мы предполагаем, что движение началось в момент $t=0$. Пользуясь известными определенными интегралами

$$\int_0^{\infty} e^{-px} \cos qx dx = \frac{p}{p^2 + q^2} \quad \text{и} \quad \int_0^{\infty} e^{-px} \sin qx dx = \frac{q}{p^2 + q^2},$$

можно получить

$$\xi = \frac{a_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\nu_0}{\sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2 + \gamma^2)^2 + 4\gamma^2 \nu^2}} \sin(\nu t - \beta) d\nu,$$

где фаза β выражается сложным образом через ν , ν_0 и γ . Так как γ мало в сравнении с ν и ν_0 , то, пренебрегая γ^2 в скобках знаменателя, полагая $\mu = \nu - \nu_0$ и приближенно $\nu + \nu_0 = 2\nu$ в узкой линии, увидим, что интенсивность света пропорциональна $\frac{1}{\mu^2 + \gamma^2}$. Если $\sigma = 6,5 \cdot 10^{-8}$, то $\gamma = \frac{\nu_0 \sigma}{2\pi} = 3,5 \cdot 10^7$, и интенсивность падает до $\frac{1}{20}$ на расстоянии 0,00025 Ангстр. от середины линии. Ширина ее = 0,0005 Ангстр., т. е. линия приблизительно в 20 раз уже, чем самая узкая до сих пор наблюдаемая линия. Ширина линии, получающаяся по принципу Доплера-Физо, значительно превосходит ширину вследствие лучеиспускания и делает последнюю недоступной наблюдению. Тем не менее, в виду теоретического интереса вопроса, будет изложен вывод уравнения колебания лучеиспускающего вибратора. Строгий вывод дал Н. Lorentz, здесь будет приведен простой, но не строгий вывод М. Abraham'a. Уравнение движения не может иметь вида (80), так как должна быть сила, которая препятствует движению вибратора, и работа этой силы должна быть эквивалентна потере энергии по (88). Обозначим ее через K . Тогда

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -f \xi + K.$$

Работа силы K в промежуток времени от t_1 до t_2 выразится так:

$$\int_{t_1}^{t_2} K \frac{d\xi}{dt} dt = -\frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{d^2 \xi}{dt^2} \right)^2 dt.$$

Пусть t_1 и t_2 моменты, когда ускорение $\frac{d^2 \xi}{dt^2}$ равно нулю; они разделены приблизительно целым числом периодов. Интегрируя по частям

правую часть равенства, получим

$$\int_{t_1}^{t_2} K \frac{d\xi}{dt} dt = + \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \int_{t_1}^{t_2} \frac{d^3\xi}{dt^3} \frac{d\xi}{dt} dt.$$

Этому равенству можно удовлетворить, полагая

$$K = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \frac{d^3\xi}{dt^3} \dots \dots \dots (89, b)$$

Сила K представляет из себя силу реакции лучеиспускания на вибратор. Подобную реакцию испытывает вообще лучеиспускающее тело, так как оно по нашим представлениям состоит из вибраторов. Если, например, одна сторона нагретой пластинки зачернена сажей и лучеиспускает потому сильно, а другая, посеребренная сторона, лучеиспускает слабо, то пластинка как бы отталкивается от энергии, испускаемой зачерненной стороной. Эти весьма ничтожные силы лучеиспускания обнаружил экспериментально Pointing.

Уравнение колебания вибратора теперь может быть написано в виде

$$m \frac{d^2\xi}{dt^2} - \frac{2e^2}{3c^3} \frac{d^3\xi}{dt^3} + f\xi = 0 \dots \dots \dots (90)$$

Приближенное решение этого уравнения уже было найдено, оно может быть написано так:

$$\xi = ae^{-\frac{e^2\nu_0^2}{3mc^3}t} \sin(\nu_0 t + \alpha); \dots \dots \dots (90, a)$$

Более подробный разбор ур. (90) дал Planck (Theorie der Wärmestrahlung).

Как видно из всего предыдущего, сведения наши о молекулярных вибраторах очень малы. Повидимому, несомненно, что они заключены действительно в молекулах (или атомах), что столкновения молекул играют значительную роль, а в промежутках между столкновениями колебания вибраторов затухают вследствие лучеиспускания. В виду ничтожности наших сведений правильно сделать математически наиболее простую гипотезу, так как результаты простой теории легче сравнить с данными опыта. Поэтому, сохраняя линейность уравнения колебания вибратора, напишем его в следующем виде:

$$m \frac{d^2\xi}{dt^2} + h \frac{d\xi}{dt} + f\xi = 0 \dots \dots \dots (91)$$

Если $h = 0$, то оно совпадает с (80), и вибратор совершает собственные колебания частоты $\nu_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}$. Без члена $h \frac{d\xi}{dt}$ нельзя обойтись, так как тогда колебания будут незатухающие, и нельзя будет объяснить поглощения света; это дополнение уравнения является математически наиболее простым. Решая это уравнение, находим

$$\xi = ae^{-\frac{h}{2m}t} \cos(\nu_0 t + \alpha), \dots \dots \dots (91, a)$$

где

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{f}{m} - \frac{h^2}{4m^2}}$$

Величина $\frac{h^2}{4m^2}$ всегда очень мала сравнительно с $\frac{f}{m}$, поэтому приближенно можно всегда считать, что $\nu_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}$. Прибавление к ур. (91) четных производных высшего порядка приводит к увеличению числа возможных собственных колебаний, прибавление нечетных производных определяет главным образом затухание колебаний, как это мы видели уже в приближенном решении (90,а) уравнения (90). В простом ур. (91) член $h \frac{d\xi}{dt}$ не имеет ясного физического значения; можно толковать его, как силу трения, пропорционально скорости прешающую движению, но самое понятие о трении вибратора внутри молекулы не имеет физического смысла. Ур. (91) впервые применил создатель теории дисперсии и поглощения Helmholtz; оно остается до сих пор во всех теориях, кроме теории Planck'a, которая основывается на ур. (90).

Если квази-упругая сила вибратора зависит только от элонгации, а не зависит от направления элонгации, то для трех проекций должны быть написаны три уравнения аналогичных (91), с одинаковыми постоянными m, h, f . Тогда вибратор совершает эллиптические колебания с одним периодом, или точнее с тремя совпадающими периодами. Если постоянные всех трех уравнений отличаются друг от друга, то получится вообще сложное движение с тремя различными периодами — вибратор будет „анизотропный“. В этой главе мы будем иметь дело только с изотропным вибратором.

Рассмотрим колебания вибратора под действием периодической электрической силы, при чем ограничимся уравнением для одной проекции. Проекция силы, действующей на вибратор с зарядом e , на ось OX равна Xe и, следовательно:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{d\xi}{dt} + \frac{f}{m} \xi = \frac{e}{m} X \cos \nu t$$

Вводя обозначения $\nu_0^2 = f/m, \nu' = h/m$, находим

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \nu' \frac{d\xi}{dt} + \nu_0^2 \xi = \frac{e}{m} X \cos \nu t \dots \dots \dots (91, b)$$

Решение этого уравнения можно найти обычными методами:

$$\xi = ae^{-\frac{\nu'}{2}t} \cos(\nu_0 t + \alpha) + \frac{e}{m} \frac{X \cos(\nu t - \epsilon)}{\sqrt{\nu_0^2 - \nu'^2 + \nu^2}}, \dots \dots \dots (92)$$

где фаза ϵ определяется уравнением

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{\nu \nu'}{\nu_0^2 - \nu^2} \dots \dots \dots (92, a)$$

Вибратор совершает периодические „собственные“ затухающие колебания и, кроме того, незатухающие колебания того же периода, как

и действующая сила. Последние называются „вынужденными“ колебаниями. Амплитуда их пропорциональна амплитуде действующей силы и имеет максимум при $\nu^2 = \nu_0^2 - \frac{\nu'^2}{2}$, т. е. практически при $\nu = \nu_0$. Как было уже замечено, $\frac{\nu'}{2}$ мало в сравнении с ν_0 . Разность фаз между вынужденными колебаниями и колебаниями действующей силы $< \frac{\pi}{2}$, если $\nu < \nu_0$, и $> \frac{\pi}{2}$, если $\nu > \nu_0$. Так как собственные колебания затухают, а нам придется рассматривать случай распространения бесконечной периодической волны, то можно совсем откинуть член собственных колебаний, который важен для рассмотрения лучеиспускания, и ограничиться вынужденными колебаниями. Вводя мнимые величины, напомним (91, b) в виде

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \nu' \frac{d\xi}{dt} + \nu_0^2 \xi = \frac{e}{m} X e^{i\nu t} \quad \dots \quad (92, b)$$

Вынужденные колебания получим, подставляя $\xi = C e^{i\nu t}$ и определяя постоянную C :

$$\xi = \frac{\frac{e}{m} X e^{i\nu t}}{\nu_0^2 - \nu^2 + i\nu\nu'} \quad \dots \quad (93, c)$$

Если бы трения не было, то при $\nu = \nu_0$, когда период действующей силы находится в полном резонансе с собственным периодом вибратора, амплитуда колебаний была бы бесконечна. Рассмотрим теперь очень кратко теорию Н. Lorentz'a, которая дает физический смысл члену с трением. Предположим, что движение вибратора происходит без трения, $\nu' = 0$, в промежутке между столкновениями двух молекул. Тогда полный интеграл (92, b) можно написать так:

$$\xi = C_1 e^{i\nu_0 t} + C_2 e^{-i\nu_0 t} + \frac{e}{m} \frac{X e^{i\nu t}}{\nu_0^2 - \nu^2} \quad \dots \quad (92, d)$$

Здесь C_1 и C_2 две произвольных постоянных полного интеграла. При помощи этой формулы можно вычислить среднюю величину $\bar{\xi}$ для большого числа вибраторов, которые все находятся под действием силы $X e^{i\nu t}$. Так бывает при распространении электромагнитной волны в диэлектрике. Для каждого вибратора C_1 и C_2 определяются из величин ξ_0 и $\left(\frac{d\xi}{dt}\right)_0$, какие он имел непосредственно после столкновения. Пусть это столкновение произошло за ϑ сек. до того момента, когда мы рассматриваем движение, т. е. в момент $t - \vartheta$. Написав два уравнения для ξ_0 и $\left(\frac{d\xi}{dt}\right)_0$, относящиеся к моменту $t - \vartheta$, мы можем предположить, что в среднем эти величины равны нулю, так как при совершенно случайных столкновениях все величины и направления, как начального смещения, так и начальной скорости, равно возможны. Из этих двух уравнений определим C_1 и C_2 и, подставив в (92, d), получим

$$\xi = \frac{e}{m} \frac{X e^{i\nu t}}{\nu_0^2 - \nu^2} \left\{ 1 - \frac{\nu_0 + \nu}{2\nu_0} e^{i(\nu_0 - \nu)\vartheta} - \frac{\nu_0 - \nu}{2\nu_0} e^{-i(\nu_0 + \nu)\vartheta} \right\}.$$

Далее обозначим через \bar{t} среднее время между двумя столкновениями. В кинетической теории газов доказывается, что число молекул, которые с момента последнего столкновения свободно двигаются и сталкиваются только в промежуток времени от ϑ до $\vartheta + d\vartheta$, равно

$$\frac{N}{\bar{t}} e^{-\frac{\vartheta}{\bar{t}}} d\vartheta, \dots \dots \dots (93)$$

если N число всех молекул в данном объеме. Чтобы узнать среднюю величину ξ , нужно, очевидно, помножить ξ на (93), проинтегрировать в пределах от 0 до ∞ и разделить на N . Тогда, пользуясь определенным интегралом

$$\frac{1}{\bar{t}} \int_0^{\infty} e^{-u\vartheta - \frac{\vartheta}{\bar{t}}} d\vartheta = \frac{1}{1 - u\bar{t}},$$

где u чисто мнимая величина, можно получить

$$\xi = \frac{c}{m} \frac{X e^{i\nu t}}{\left(\nu_0^2 + \frac{1}{\bar{t}^2} - \nu^2\right) + \frac{2im\nu}{\bar{t}}} \dots \dots \dots (94)$$

Сравнивая выражения (94) и (92,с), видим, что они одинаковы, если принять $\nu' = \frac{2m}{\bar{t}}$ и вместо ν_0^2 подставить $\nu_0^2 + \frac{1}{\bar{t}^2}$. Иначе говоря, среднее движение сталкивающихся молекул без трения эквивалентно по окончательной форме движению молекул с трением, если принять коэффициент трения ν' равным $\frac{2m}{\bar{t}}$, а коэффициент квази-упругой силы равным $f + \frac{m}{\bar{t}^2}$.

Среднее время $\frac{1}{\bar{t}}$ может быть вычислено, если известно, при каких условиях находится данный газ. В промежутках между столкновениями вибраторы накапливают колебательную энергию, в моменты столкновения эта энергия превращается в энергию беспорядочного теплового движения молекул.

Все сделанные до сих пор гипотезы были высказаны относительно газообразных тел. Они будут распространены на какие угодно однородные и изотропные диэлектрики, при чем опыт должен решить, насколько это распространение допустимо.

Итак, однородный изотропный диэлектрик 1) состоит из большого числа одинаковых, неподвижных молекул, совершенно случайно разбросанных в пустом пространстве (эфире); 2) внутри всякой молекулы находится вибратор (диполь), который совершает собственные колебания по ур. (91,а) и вынужденные, под действием периодической силы по ур. (92,с) (для трех координат), и характеризуется постоянными этих уравнений ϵ , m , ν_0 и ν' ; 3) амплитуда колебаний мала в сравнении с размерами молекул.

Понятие об однородности вообще очень относительно. Для наблюдателя, который может измерять, например, электрическое поле между молекулами тела, оно будет казаться чрезвычайно неоднородным. Наоборот, наблюдатель, который может измерять только среднее поле в неко-

тором объеме, где находится очень большое число молекул, будет считать тело однородным, если только все молекулы распределены по объему совершенно случайно. Если через диэлектрик распространяется электромагнитная волна, то по отношению к этому процессу можно считать диэлектрик однородным только при следующих условиях. 4) Число молекул в очень малом объеме, линейные размеры которого малы по сравнению с длиной волны, очень велико. Если мы измеряем какую-нибудь величину (например электрическую силу) для всех точек очень малого объема (или для всех его молекул), то число молекул должно быть настолько велико, что средняя из всех этих величин должна сама быть вполне определенной величиной, не подверженной случайностям, функцией координат и времени. Как координату очень малого объема можно выбрать любую его точку. Вместе с тем линейные размеры этого малого объема должны быть настолько малы по сравнению с длиной волны, чтобы можно было применить правила дифференциального исчисления. Такой объем Н. Lorentz назвал физически малым объемом в отличие от математически бесконечно малого объема.

Для простоты в дальнейшем будет предположено сначала, что 5) в каждой молекуле находится только один вибратор. Если все молекулы подверглись действию электрической силы, то они все поляризованы, вибраторы не находятся в положении равновесия, каждой молекуле соответствует электрический момент m . Этот вектор m зависит не только от внешней приложенной силы, но и от взаимодействия между молекулами. Последняя причина очень случайна, так как положение молекулы среди ее соседей вполне случайно. Тем не менее средняя величина \bar{m} физически малого объема должна иметь совершенно определенное направление и величину, функцию времени и координат. Проекцию ее на оси координат обозначим $\bar{m}_x = e\bar{\xi}$, $\bar{m}_y = e\bar{\eta}$, $\bar{m}_z = e\bar{\zeta}$. Если в 1 куб. см. вещества находится N молекул, то $\mathfrak{P} = N\bar{m}$ назовем электрическим моментом единицы объема или вектором электрической поляризации. 6) Когда на молекулы не действуют внешние силы, будем считать, что все моменты m равны нулю. Условие 5) несомненно не соответствует действительности. Многие явления указывают, что молекулы устроены весьма сложно, в спектрах некоторых веществ (например, железа) наблюдаются тысячи спектральных линий. Одному вибратору, имеющему 3 степени свободы, могут соответствовать не более, чем 3 периода колебаний, если уравнения колебания должны оставаться линейными. Отсюда следует, что в одной молекуле должны быть тысячи вибраторов. При этом закономерности, наблюдаемые между длинами волн спектральных линий, указывают, по видимому, что вибраторы не независимы друг от друга. Ограничение 5) будет потом устранено, но, в виду полного неведения относительно связей между вибраторами, придется их считать независимыми.

§ 7. Распространение электромагнитных волн в поглощающем изотропном диэлектрике. К диэлектрику, который построен по только-что указанной схеме, нам предстоит применить основные уравнения электронной теории, установленные уже в § 2, гл. IV. Выпишем здесь снова эти уравнения, которые носят общий характер, т. е. применимы к любой точке

какой угодно среды.

$$\frac{4\pi}{c} \mathbf{v} \rho + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H} \dots \dots \dots (95)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl } \mathcal{E} \dots \dots \dots (96)$$

$$\text{div } \mathcal{E} = 4\pi \rho \dots \dots \dots (97)$$

$$\text{div } \mathfrak{H} = 0 \dots \dots \dots (98)$$

Здесь ρ — плотность электрического заряда, $\mathbf{v} \rho$ конвекционный ток, ρ и \mathcal{E} даны в электрост. ед., \mathfrak{H} — в электромагн. ед. Эфир заполняет все пространство, как между молекулами, так и внутри их, даже внутри электронов. По свойствам он не отличается от чистого эфира, т. е. от пустого пространства. Поэтому в ур. (95) ток смещения входит совершенно в том же виде, как и в уравнении Максвелла для чистого эфира. Влияние материи учитывается не диэлектрической постоянной, а конвекционным током вибраторов, которые движутся под действием внешней силы и создают такое же магнитное поле, как и ток смещения эфира. Уравнения эти применимы к каждой точке среды, и если бы мы могли проследить положение и заряды каждого вибратора, то составили бы себе очень детальную картину электромагнитного поля диэлектрика между отдельными молекулами и внутри их. Пусть, например, в диэлектрике действует извне постоянная электрическая сила, все вибраторы поляризованы. Вблизи отдельных вибраторов электрическое поле очень интенсивно и имеет различное направление смотря по тому, с какой стороны подойти к вибратору, вдали от них оно гораздо слабее. Чтобы избежать этих деталей, которые все равно невозможно проследить нашими грубыми приборами, необходимо построить уравнения так, чтобы они давали средние величины, доступные наблюдению. При этом средние величины будем брать для физически малого объема, как было указано в предыдущем параграфе. Образуя средние величины для каждого из выписанных уравнений, получим совершенно такие же уравнения, но теперь легко будет выяснить значение отдельных членов уравнения. Будем по-прежнему средние величины обозначать черточкой наверху и займемся сначала средней плотностью $\bar{\rho}$. В ур. (95) и (97) ρ обозначает плотность заряда в определенной точке, например, внутри электрона или внутри частицы материи, заряженной положительным электричеством. Величина $\bar{\rho}$ есть средний заряд физически малого объема. Пока не действует внешняя сила, она равна нулю, так как, по условию, б) вибраторы не поляризованы, в каждом объеме находится столько же положительных, сколько и отрицательных зарядов. Пусть в данном физически малом объеме действует сила, направленная по оси OX . Возьмем в изотропном диэлектрике элементарный параллелепипед $dx dy dz$, в котором находится количество электричества $\bar{\rho} dx dy dz$. Под действием силы \mathfrak{X} все молекулы поляризуются. Хотя для отдельных вибраторов, вследствие случайного соседства двух поляризованных молекул, m_y и m_z могут быть не равны нулю, тем не менее ясно, что в среднем $\bar{m}_y = \bar{m}_z = 0$, а $\bar{m}_x = e \bar{\xi}$. Через заднюю

сторону $dy dz$ параллелепипеда под действием силы \mathfrak{X} вступят в него вибраторы тех молекул, которые находились вне его, в среднем на расстоянии $\bar{\xi}$ от задней стороны. Число таких молекул $= N \bar{\xi} dy dz$. Количество электричества, которое в объеме $dx dy dz$ было равно нулю, теперь увеличилось на $N e \bar{\xi} dy dz = \mathfrak{P}_x dy dz$. Через переднюю сторону параллелепипеда выступили из него вибраторы, вследствие чего заряд в объеме уменьшился на $\mathfrak{P}'_x dy dz$. Следовательно, $\bar{\rho} dx dy dz = (\mathfrak{P}_x - \mathfrak{P}'_x) dy dz = -\frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x} dx dy dz$, т. е. $\bar{\rho} = -\frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x}$. Если электрическая сила направлена какнибудь, то аналогичное вычисление нужно сделать для всех трех сторон параллелепипеда $dx dy dz$, и тогда

$$\bar{\rho} = -\left(\frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial z}\right) = -\operatorname{div} \mathfrak{P} \dots \dots \dots (99)$$

Теперь, вместо ур. $\operatorname{div} \mathfrak{E} = 4\pi \bar{\rho}$, получим

$$\operatorname{div} (\mathfrak{E} + 4\pi \mathfrak{P}) = 0 \dots \dots \dots (99, a)$$

Вектор $\bar{\rho} \mathbf{v}$ представляет из себя вектор средней плотности конвекционного тока. Направление его совпадает с направлением средней скорости вибраторов. По величине он равен количеству электричества, проходящему в единицу времени через единицу площади, перпендикулярной его направлению. Согласно предыдущему он, следовательно, равен $N e \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t}$, если η есть средняя элонгация вибраторов с проекциями $\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta}$, на оси координат. Очевидно,

$$\bar{\rho} \mathbf{v} = N e \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \dots \dots \dots (99, b)$$

Подставляя в (95), получим

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathfrak{E} + 4\pi \mathfrak{P}) = \operatorname{curl} \mathfrak{H} \dots \dots \dots (99, c)$$

Так как далее мы будем иметь дело только с средними величинами, то в ур. (99, c) и (99, a) опущены черточки наверху, и мы теперь под \mathfrak{E} и \mathfrak{H} всегда будем подразумевать соответствующие средние для физически малого объема. Поэтому (96) и (98) остаются по внешнему виду без изменения.

Многие авторы вводят еще вектор $D = \mathfrak{E} + 4\pi \mathfrak{P}$, который называется вектором диэлектрического смещения. В таком случае система ур. (95—98) получает очень простой вид

$$\frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} = \operatorname{curl} \mathfrak{H}; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\operatorname{curl} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (100, a, b)$$

$$\operatorname{div} D = 0; \quad \operatorname{div} \mathfrak{H} = 0 \dots \dots \dots (100, c, d)$$

Нам остается получить еще одно уравнение, связывающее \mathfrak{P} и \mathfrak{E} , чтобы исключить неизвестную пока величину \mathfrak{P} из уравнений. Очевидно, для этой цели должно служить уравнение колебания вибратора (91, b),

которому соответствуют еще два уравнения для других проекций. Мы будем продолжать для простоты оперировать с одной проекцией, полагая, что $\mathcal{Y} = \mathcal{Z} = 0$. Так как внутри диэлектрика в среднем направление моментов вибраторов параллельно направлению средней электрической силы, то все рассуждения будут годиться не только для одной проекции, но и для самих векторов. Возьмем среднее для каждого члена ур. (91,b); получим уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \nu' \frac{\partial \xi}{\partial t} + \nu_0^2 \xi = \frac{e}{m} F_x \dots \dots \dots (101)$$

Здесь eF_x средняя электрическая сила, действующая на вибратор. Мы не можем непосредственно считать ее равной средней величине $e\mathcal{X}$. Действительно, получая среднюю \mathcal{X} , мы брали все точки физически малого объема; получая F_x , нужно брать только те точки, где находятся вибраторы. При этом, конечно, исключается действие неподвижных частей вибратора на подвижные, т. е. квази-упругие силы, представленные уже в ур. (101) членом $\nu_0^2 \xi$, и потому, взяв вибратор в молекуле, нужно измерить силу, действующую на него, как если бы сама молекула была удалена. Эти две средние величины Н. Lorentz называет средними первого и второго рода. В процессе получения средней первого рода \mathcal{X} , перебирая всевозможные точки, мы приближаемся, например, снизу (рис. 179) к поляризованной молекуле a и имеем большую положительную величину \mathcal{X} , внутри молекулы — большую отрицательную и, выходя из молекулы наверху, снова большую положительную. Наоборот, в процессе второго рода (F_x) мы берем точку внутри молекулы a , удаляем последнюю и тогда имеем всюду наверху обращенные к точке отрицательные заряды, внизу положительные. Так будет, какую бы мы ни выбрали молекулу.

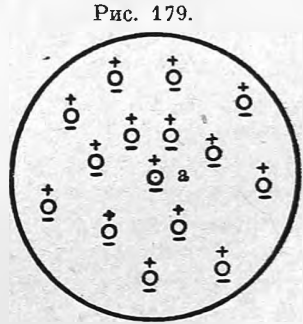


Рис. 179.

Несомненно, если мы будем учитывать действие окружающих поляризованных молекул, то в обоих процессах получим разные величины. Многие авторы для простоты пренебрегают действием окружающих молекул, и в таком случае нужно положить $F_x = \mathcal{X}$, т. е. учитывается только главная сила, со стороны распространяющейся электромагнитной волны.

Чтобы получить соотношение между \mathcal{X} и F_x , будем в обоих процессах разбивать действие со стороны окружающих молекул на две части, именно всякий раз выбранную точку, как центр, будем окружать сферой радиуса r , который велик по сравнению с средним расстоянием между молекулами, но все-таки настолько мал, что можно приписать всем вибраторам внутри сферы одинаковые средние моменты m_x . Например, если распространяется электромагнитная волна, то r мало по сравнению с длиной волны. Первые части происходят от действия всех молекул, лежащих вне сфер, вторые от молекул, лежащих внутри сфер. Рассматривая первые части, нужно представить себе удаленными все молекулы внутри сферы r , и тогда становится ясным, что в среднем первые части

сил \mathcal{X} и F_x от действия окружающих молекул равны между собой. Вычисляем вторую часть для \mathcal{X} . Для этого возьмем большое число n точек, произвольно лежащих внутри физически малого объема, каждый раз окружая их сферой r , и совместим все эти сферы, так что получится громадное число совершенно произвольно расположенных внутри сферы и поляризованных молекул. Число n можно произвольно увеличивать, и в конце концов результирующая сфера будет равномерно заполнена вибраторами. Если бы отсутствовали подвижные части их, например, положительно заряженные, то вся сфера была бы равномерно заполнена отрицательным зарядом, действие которого на центр сферы равно нулю. Подвижные заряды представляют из себя сферу, равномерно наэлектризованную положительным зарядом и сдвинувшуюся на величину $+\xi$, так что данная точка испытывает с ее стороны силу $-\frac{4}{3}\pi Nne\xi^3\frac{1}{\xi^2} = -\frac{4}{3}\pi e\xi Nn$, так как плотность заряда равна nNe . Получается равномерно поляризованная сфера (см. § 10, гл. 1, т. IV), на внешней поверхности которой поверхностные заряды распределены так, что дают в центре только-что полученную силу. Разделив на n , получим среднюю силу, с которой действует поляризованная сфера r в центре. Эта сила не зависит от радиуса сферы r . В аналогичном процессе второго рода мы не получим для второй части F_x равномерно поляризованной сферы. Действительно, помещая центры сферы r всегда в какую-нибудь молекулу, мы видим, что она окружена со всех сторон соседними молекулами. Пусть будет r_1 наименьшее возможное расстояние между молекулами. Совершая, как раньше, n раз процесс совмещения сфер r друг с другом, мы не получим внутри сферы радиуса r_1 ни одной молекулы, а между сферами r и r_1 пространство будет равномерно заполнено вибраторами, т. е. мы получим равномерно поляризованную полую сферу. Сила от этой полую сферы в центре равна нулю, так как мы должны себе представить, что положительная полая сфера сдвинута на $+\xi$ относительно отрицательной. На внешней и внутренней поверхности выступившие поверхностные заряды равны, но противоположны по знаку, и, так как действие их не зависит от радиуса той или другой сферы r и r_1 , то в сумме их действие равно нулю. Таким образом

$$\mathcal{X} - F_x = -\frac{4}{3}\pi Ne\xi = -\frac{4}{3}\pi \mathfrak{P}_x, \text{ или } F_x = \mathcal{X} + \frac{4}{3}\pi \mathfrak{P}_x.$$

Подставляя F_x в (101), помножая обе части уравнения на Ne , легко получаем

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{P}_x}{\partial t^2} + \nu' \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial t} + \nu_0^2 \mathfrak{P}_x = \frac{Ne^2}{m} \left(\mathcal{X} + \frac{4}{3}\pi \mathfrak{P}_x \right).$$

Если сила \mathcal{X} направлена не по оси OX , а какнибудь, то легко прийти к такому же векториальному уравнению

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2} + \nu' \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + \nu_0^2 \mathfrak{P} = \frac{Ne^2}{m} \left(\mathfrak{E} + \frac{4}{3}\pi \mathfrak{P} \right) \dots \dots \dots (101, a)$$

Остановимся сначала на статических процессах, когда все производные по времени равны нулю. Тогда ур. (100, a, d) дают всюду $\mathfrak{E} = 0$.

Ур. (100, *b*) показывает, что вектор \mathfrak{E} имеет потенциал. Из (101, *a*) получаем

$$\mathfrak{P} = \frac{N e^2 / m}{v_0^2 - \frac{4\pi N e^2}{3m}} \mathfrak{E}.$$

Обозначая

$$s = \frac{4\pi N e^2}{m}, \quad \varepsilon = 1 + \frac{s}{v_0^2 - \frac{s}{3}} \dots \dots \dots (102)$$

и подставляя \mathfrak{P} в (99, *a*), получаем

$$\operatorname{div} \varepsilon \mathfrak{E} = 0 \dots \dots \dots (102, a)$$

В однородном диэлектрике ε не зависит от координат, и потому

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = 0, \dots \dots \dots (102, b)$$

а следовательно, $\bar{\rho} = -\operatorname{div} \mathfrak{P} = 0$ внутри однородного диэлектрика. Но так не может быть во всех точках пространства. Из ур. (102, *a*) и (100, *b*) ясно, что в таком случае всюду $\mathfrak{E} = 0$. Связанные квази-упругой силой положительные и отрицательные части вибраторов не могут в изотропном диэлектрике создать электростатическое поле, не могут образовать истинных средних зарядов, они могут дать только свободные заряды под действием внешних сил. Истинные средние заряды получаются в тех областях, где накаплиются отделившиеся по какой-нибудь причине части вибраторов, например, свободные электроны, или свободные положительные частицы. В этих областях $\bar{\rho}$ не равно нулю. Мы далее будем предполагать, что все подобные области лежат вне рассматриваемого диэлектрика, так что внутри его остается правильным ур. (102, *b*). На границе двух диэлектриков возникают свободные поверхностные заряды (в неоднородном диэлектрике возникают и свободные объемные заряды). На границе, как неоднократно выводилось, уравнение (102, *a*) эквивалентно условию

$$\varepsilon_1 \mathfrak{E}_{1n} = \varepsilon_2 \mathfrak{E}_{2n},$$

где индекс *n* указывает, что взята проекция на нормаль к границе. Или соответственно из (99, *a*) получаем

$$\mathfrak{E}_{1n} + 4\pi \mathfrak{P}_{1n} = \mathfrak{E}_{2n} + 4\pi \mathfrak{P}_{2n}.$$

В особенности, ясно значение этого уравнения, если возьмем за первую среду чистый эфир, в котором, конечно, $\mathfrak{P}_{1n} = 0$. Тогда

$$\mathfrak{E}_{1n} = \mathfrak{E}_{2n} + 4\pi \mathfrak{P}_{2n} \text{ и } \sigma = -\mathfrak{P}_{2n}, \dots \dots \dots (102, c)$$

где σ плотность поверхностного заряда на границе, *n* направление нормали из среды 1 в среду 2. Все молекулы диэлектрика поляризуются под действием электрической силы; обнажившиеся на границе диэлектрика и эфира заряды вибраторов образуют поверхностный слой электричества (средней) плотности σ . Этот слой (свободный поверхностный заряд) и служит причиной скачка нормальной слагающей электрической силы.

На границе двух диэлектриков плотность σ равна разности проекций поляризацій на нормаль. Очевидно, что проекция вектора \mathfrak{E} на касательную плоскость не имеет скачка.

Если мы рассматриваем распространение периодической волны, то в каждой точке среды все величины должны изменяться периодически. После того как затухнут собственные колебания вибраторов, величина \mathfrak{P} , как функция времени, должна иметь множитель $e^{i\nu t}$, т. е. $\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} = i\nu \mathfrak{P}$, $\frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2} = -\nu^2 \mathfrak{P}$. Подставляя эти соотношения в (101, a), получим

$$\mathfrak{P} = \frac{N \frac{e^2}{m} \mathfrak{E}}{\nu_0^2 - \nu^2 - \frac{4}{3} \pi \frac{N e^2}{m} + \nu' \nu i} \dots \dots \dots (103)$$

Это значение \mathfrak{P} вносим в основное ур. (99, c), при чем введем s из (102) и обозначим

$$\nu_0^2 - \nu^2 + \nu \nu' i = p \dots \dots \dots (103, a)$$

$$\epsilon' = 1 + \frac{s}{p - \frac{s}{3}} \dots \dots \dots (103, b)$$

Тогда получим $\frac{\epsilon'}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H}$. Так как \mathfrak{P} пропорционально \mathfrak{E} , то, как и в электростатическом поле, внутри однородного диэлектрика имеет место (102, b), а на границе двух диэлектриков $\epsilon'_1 \mathfrak{E}_{1n} = \epsilon'_2 \mathfrak{E}_{2n}$. Замечая, что вектор $D = \mathfrak{E} + 4\pi \mathfrak{P} = \epsilon' \mathfrak{E}$, можно также из (100, a, b, c, d) легко получить систему уравнений

$$\frac{\epsilon'}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H}; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\text{curl } \mathfrak{E} \dots \dots \dots (103, c)$$

$$\text{div } \mathfrak{E} = 0; \quad \text{div } \mathfrak{H} = 0$$

для точек внутри диэлектрика. Сравнивая эту систему с уравнениями (1—4) Максвелла, найдем полное сходство по внешнему виду. Глубокое различие заключается в том, что сделан шаг к уяснению процессов внутри диэлектрика, сопровождающих распространение электромагнитной волны. Обе величины ϵ и ϵ' (102) и (103, b) зависят от величин, определяющих строение материи, конструкцию вибраторов. ϵ есть диэлектрическая постоянная, ϵ' — „мнимая диэлектрическая постоянная“, которая является функцией длины волны. Для бесконечно медленных электрических процессов, которым соответствует $\nu = 0$, т. е. бесконечно большой период и длина волны, $\epsilon' = \epsilon$. В § 3 уже выяснено было значение мнимой диэлектрической постоянной. Возьмем плоскую волну, ориентированную относительно осей координат, как в § 2. Тогда аналогично (24), имеем

$$\frac{\epsilon'}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial x^2} \dots \dots \dots (103, d)$$

По оси OX распространяется волна, в которой

$$y = Y e^{i\nu \left(t - \frac{x}{\omega}\right)},$$

при чем $\frac{\varepsilon'}{c^2} = \frac{1}{\omega^2}$. Или полагая, как в § 3, $\omega = \frac{v}{1 - i\kappa}$, получим

$$\varepsilon' = \frac{c^2}{\omega^2} = \left(\frac{c}{v} - i \frac{c}{v} \kappa\right)^2 = (n - ik)^2 = n^2, \dots \dots \dots (104)$$

если обозначим

$$n = \frac{c}{v}, \quad k = n\kappa \dots \dots \dots (104, a)$$

Тогда

$$y = Y e^{-\frac{\nu k}{c} x} e^{i\nu \left(t - \frac{x}{v}\right)},$$

и аналогичное уравнение получается для \mathfrak{H} . По мере распространения волны, амплитуда ее уменьшается, волна поглощается. Очевидно, v есть скорость распространения волны (скорость фаз), n — показатель преломления, k назовем коэффициентом поглощения. Во избежание недоразумений теперь же укажем, что вообще употребляются различными авторами три величины, характеризующие поглощение. Если интенсивность света (пропорциональную квадрату амплитуды) в точке $x = 0$ обозначим через J_0 , а в точке x через J , то можно написать следующие 3 формулы:

$$J = J_0 e^{-Kx}, \quad J = J_0 e^{-\frac{4\pi k}{\lambda} x}, \quad J = J_0 e^{-\frac{4\pi \kappa}{\lambda'} x},$$

при чем λ и λ' длины волн в пустоте и в исследуемой среде. K , k и κ соответственно назовем показателем, коэффициентом и индексом поглощения. Очевидно, что k и κ связаны ур. (104, a). — В (104) введен мнимый показатель преломления n — величина часто удобная при вычислениях. Если коэффициент поглощения $k = 0$, то мнимый показатель преломления становится равным действительному показателю преломления. Подставляя в (104) ε' из (103, b), получаем

$$n^2 = 1 + \frac{s}{p - \frac{s}{3}} \dots \dots \dots (104, b)$$

Приравнивая действительные и мнимые части, получим два уравнения

$$n^2 - k^2 = 1 + \frac{s \left(v_0^2 - v^2 - \frac{s}{3} \right)}{\left(v_0^2 - v^2 - \frac{s}{3} \right)^2 + v^2 v'^2} \dots \dots \dots (105)$$

$$2nk = \frac{s v v'}{\left(v_0^2 - v^2 - \frac{s}{3} \right)^2 + v^2 v'^2} \dots \dots \dots (106)$$

из которых можно получить показатель преломления и коэффициент поглощения, как функции частоты ν (или длины волны λ) и постоянных,

свойственных вибраторам. Отметим, что n и k не зависят от амплитуды волны, т. е. от интенсивности света. Результат этот является следствием пропорциональности величин \mathfrak{F} и \mathfrak{E} в ур. (103), иначе говоря — следствием линейности уравнений колебания вибраторов.

Теоретически величина k никогда не равна нулю, диэлектрик поглощает волны всяких периодов. Но если практически k настолько мало, что его можно положить равным нулю в некоторой области спектра и считать в этой области диэлектрик прозрачным, то $\varepsilon' = n^2$ есть действительная величина. В таком случае все основные уравнения и пограничные условия вполне совпадают с теми, на которых основывались выводы §§ 2, 3, 4, 5, чем и оправдывается правильность последних. Значение пограничных условий с мнимыми диэлектрическими постоянными будет выяснено в следующем параграфе.

Теория, развитая здесь, представляет вкратце главные черты теории Н. Lorentz'a. Более подробное и систематическое обоснование ее следует искать в известной монографии Н. А. Lorentz. „La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants“, Leide, 1892, или же в его лекциях, прочитанных в Нью-Йорке в 1906 г. и изданных отдельной книгой: „The theory of Electrons“, Leipzig, 1909.

Helmholtz (1875) дал впервые теорию дисперсии, основанную на гипотезе колеблющихся вместе с световой волной атомов, на почве механической теории света. Уравнение (59) распространения волны в эфире было дополнено членом, выражающим притяжение сместившихся слоев эфира к атомам материи:

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = N \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + a(\eta' - \eta),$$

при чем η' есть смещение атомов, a некоторая постоянная. Уравнение колебания атомов имело вид

$$m \frac{\partial^2 \eta'}{\partial t^2} + h \frac{\partial \eta'}{\partial t} + f \eta' = -a(\eta' - \eta).$$

Здесь m есть масса атомов в единице объема, $f \eta'$ сила притяжения их к положению равновесия, правая часть уравнения дает силу действия сместившихся слоев эфира на атомы и, наконец, $h \frac{\partial \eta'}{\partial t}$ есть член трения, необходимый для объяснения поглощения света. Теория приводит к формулам, близким по типу в (105) и (106). Еще до Helmholtz'a, Sellmeyer (1871—1872) развивал очень близкую по основным гипотезам теорию, но отсутствие члена трения не позволило ему во всех деталях проследить явление аномальной дисперсии, которое необходимо связано с поглощением. Тем не менее для хода дисперсии вдали от полос поглощения он получил такие же выражения, к каким приходят и современные теории. Много работ, как теории, так и экспериментальному исследованию дисперсии посвятил Ketteler, Rayleigh указывает, что главные положения теории дисперсии, очень близкие к положениям Helmholtz'a, Maxwell изложил еще в 1869 г. По мере того, как электромагнитная теория света

Максвелла в 80-тых годах прошлого столетия вытесняла механические теории, чувствовалась необходимость построить и теорию дисперсии на новых началах. В 90-х годах появляется целый ряд теоретических работ, посвященных электромагнитной теории дисперсии. Прежде всего Helmholtz (1892) сделал необходимые изменения в своей теории. Кроме Н. А. Lorentz'а, дали теоретические исследования Reiff (1895), Drude (1893), Larmor (1894—1897), Koláček (1887), Goldhammer (1892), Ebert (1893), Nagacka (1904), J. J. Thomson (1906), Planck (1897—1905).

Теперь наиболее известны три теории, которые все, конечно, приводят к очень сходным результатам. Все три принимают внутри молекул вибраторы, совершающие собственные колебания под действием квази-упругих сил, и в этом следует видеть наиболее существенную черту теорий дисперсии. Теория Н. А. Lorentz'а отличается подробным исследованием электромагнитного поля внутри диэлектрика, вычислением средних величин для всех векторов и вместе с тем дает физическое объяснение члену трения $h \frac{\partial \xi}{\partial t}$ в уравнении колебания вибратора. Теория Helmholtz — Reiff — Drude известна более всего под названием теории Drude, так как последний наиболее последовательно развил ее и применил к различным оптическим явлениям в своих курсах „Physik des Aethers,“ 1894, II. Auflage 1912, Stuttgart, и „Lehrbuch der Optik,“ 1900, III. Aufl., 1912, Leipzig. Здесь член трения введен феноменологически, как необходимый для объяснения явлений поглощения член уравнения. Кроме того, теория Drude не рассматривает силу, действующую на вибратор со стороны соседних молекул, и полагает просто $F_x = X$. Как увидим далее, это значительно упрощает теорию, и нам придется далее пользоваться этим упрощением, чтобы избежать алгебраически слишком сложных формул, хотя принципиально оно и не правильно. Вообще вычисление прибавочного члена $\frac{4}{3} \pi \mathfrak{P}_x$ во внешней силе F_x , действующей на вибратор, основано на сомнительных гипотезах. Например, принято было, что существует некоторое наименьшее возможное расстояние между молекулами r_1 . В действительности, иногда молекулы могут быть сколь угодно близки друг к другу. Если даже между ними не происходит очень бурного процесса, который мы называем столкновением, и сущность которого мало известна, тем не менее при очень малых расстояниях возможно, что устанавливается временная электромагнитная связь между вибраторами двух молекул. В эти моменты оба вибратора колеблются с несколькими различными периодами. Теорию расширения спектральных линий, основанную на подобных соображениях, наметил впервые Б. Голицын. В дальнейшей разработке Екман показал, что теория приводит к очень сложным результатам. Н. А. Lorentz, в виду шаткости приведенных выше выводов, полагает прибавочный член равным $a\mathfrak{P}$, где a неизвестная нам постоянная. Таким образом он принимает силу от окружающих молекул пропорциональной их среднему электрическому моменту, оставляя неизвестным, как эта сила складывается из действия отдельных молекул.

Третья теория принадлежит Planck'у. Уравнение вибратора (90) играет громадную роль в теории лучеиспускания, которую дал Planck. Как мы видели в предыдущей главе, логарифмический декремент затухания колебаний, полученный из этого уравнения, имеет слишком малую величину, чтобы объяснить ширину спектральных линий. Точно также и в теории дисперсии он всегда дает слишком малую ширину полосы поглощения. Легко формально перейти от ур. (90) к уравнению вида (92, b), для насильственных колебаний в случае периодической внешней силы. Подставляя $\xi = ae^{i\nu t}$, легко видим, что в этом случае нужно положить $\nu' = \frac{2}{3} \frac{e^2 \nu^2}{m c^3}$. Величина ν' , которая обычно представляет неизвестную постоянную, здесь определяется свойствами вибратора (e , m) и частотой ν .

Упомянем еще, что исторический ход развития теорий дисперсии и изложение всех теорий можно найти в книге H. Kayser, *Handbuch der Spectroscopie*, Band IV, pp. 267—425, 1908, статья A. Pflüger'a.

Возвращаясь к выводу ур. (105) и (106), обратим внимание на то, что всюду предполагалось распространение волны строго периодичной и неограниченной во времени. Вывод значительно затрудняется, если отбросить хотя бы одно из этих ограничений. Sommerfeld (1912) разобрал теоретически вопрос о распространении через диспергирующее тело отрезка волны, подобного тому, спектр которого мы рассмотрели в предыдущем параграфе. Вопрос этот возник из следующего соображения. Теория и опыт, согласно формулам (105) и (106), показывают, что показатель преломления n в частных случаях (аномальная дисперсия) может быть меньше единицы, волна в теле распространяется с скоростью v большей, чем скорость c в пустоте. Как согласовать с этим требование принципа относительности, что не может быть скорости больше скорости света c в пустоте? В ур. (104, a) v обозначает скорость фаз, и эта скорость, или, вернее, ее отношение к скорости c , определяется во всех оптических опытах, в которых мы имеем дело с неограниченными волнами. Представим себе, что из пустоты на диспергирующее тело падает нормально фронт синусоидальной волны, как на рис. 177. Как было выяснено в § 2, фронт этой волны, также как и вообще всякий электромагнитный импульс, распространяется в пустоте со скоростью c . Падая на тело, волна в первый момент встречает неподвижные вибраторы, и потому в этот момент тело ничем не отличается от чистого эфира или пустоты, и фронтовая скорость не может отличаться от скорости c . При этом очень большая часть энергии волны идет на раскачиванье вибраторов, так что интенсивность волны не сразу получит определенную величину, а будет постепенно расти от нуля. Если прибор реагирует только при известной, хотя бы и минимальной интенсивности, то он отметит появление волны несколько позже, чем это соответствует фронтовой скорости. Таким образом „скорость сигнала“ нельзя точно определить, она зависит от чувствительности воспринимающего прибора, но во всяком случае должна быть меньше фронтовой скорости. Принцип же относительности вообще имеет дело со „скоростью сигнала“. В первый момент тело вообще является для падающей

волны чистым эфиром; так как вибраторы еще неподвижны, то фронт волны не преломляется, падая на поверхность тела под углом, точно так же нет двойного лучепреломления, вращения плоскости поляризации и т. д. Все эти явления наступают только тогда, когда уже вибраторы начнут совершать почти стационарные колебания. Тогда, испуская свои волны, они изменяют скорость фаз падающей волны и вообще дадут все обычно наблюдаемые явления. Конец светового сигнала теоретически происходит через бесконечное время, когда колебания вибраторов окончательно затухнут. Обычные инструменты, интегрирующие действие электромагнитных возмущений за конечный промежуток времени, конечно, не могут уследить за отдельными моментами процесса, но важно отметить, что они во всяком случае не могут воспринять энергию раньше, чем это соответствует скорости c , даже когда возмущение распространяется через диспергирующую среду.

Если мы воспринимаем в некотором месте световую периодическую неограниченную волну, то единственное отличие, какое она представляет в различные моменты времени, это ее фаза. Скорость фазы мы и измеряем обычными методами, когда определяется относительная скорость в разных средах. Но при абсолютном измерении скорости света необходимо изменять интенсивность света, как, например, в опытах Roemer'a, Fizeau, Foucault, т. е. наблюдать появление и исчезновение световых импульсов, которые, разумеется, состоят из громадного числа волн. Как показал Ehrenfest, исключения не составляет и метод aberrации. Вопрос, скорость чего измеряется при этих опытах, когда свет распространяется не через пустоту, а через диспергирующее тело, впервые поставил Rayleigh (1881). Обыкновенно вместо ряда следующих друг за другом импульсов рассматривают аналогичный, но более простой процесс. Пусть в диспергирующем теле распространяются два колебания, очень мало отличающиеся по длине волны (или частотам), $\mathfrak{Y} = \cos\left(\nu t - \frac{\nu x}{v}\right)$ и $\mathfrak{Y}_1 = \cos\left(\nu_1 t - \nu_1 \frac{x}{v_1}\right)$. Мы наблюдаем сумму этого процесса.

$$\mathfrak{Y} + \mathfrak{Y}_1 = \cos \frac{1}{2} \left(\Delta \nu \cdot t - \Delta \frac{\nu}{v} \cdot x \right) \cos \left\{ \frac{\nu + \nu_1}{2} t - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu}{v} + \frac{\nu_1}{v_1} \right) x \right\} \quad (107)$$

если $\nu - \nu_1 = \Delta \nu$ и $\frac{\nu}{v} - \frac{\nu_1}{v_1} = \Delta \frac{\nu}{v}$. На рис. 180 показаны тонкими линиями отдельные волны и толстой их сумма. Там, где совпадают максимумы

Рис. 180.



отдельных волн, находятся максимумы возбуждения; где они противоположны — минимумы. Наблюдатель замечает бегущие, чередование максимумов и минимумов в возбуждении, аналогичные чередованию импульсов. Максимумы и минимумы возбуждения, как видно из (107), распространяются с другой скоростью, чем скорости отдельных волн,

именно со скоростью, которая в пределе равна

$$u = \frac{dv}{\frac{v}{\lambda}} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \dots \dots \dots (108)$$

если λ есть длина волны отдельного колебания в диспергирующем теле. Скорость u называется „групповой скоростью“. Впервые на отличие групповой скорости и скорости фаз было обращено внимание при исследовании распространения волн на поверхности воды (Reynolds, Rayleigh), где „группы“ волн распространяются со скоростью совершенно иной (вдвое меньшей), чем отдельная волна. Но и групповая скорость при аномальной дисперсии может быть больше скорости c . Трудно еще сказать, как согласовать эти соображения с выводами Sommerfeld'a. Вообще вопрос о скорости распространения энергии в диспергирующем теле, несмотря многочисленные работы (Rayleigh, Schuster, Laue, Voigt, Ehrenfest, Lamb, Abraham), вряд ли можно считать вполне выясненным. Michelson измерил абсолютным методом скорость света в сернистом углеводе и нашел величину, близкую к групповой скорости. Простое и ясное изложение вопроса о групповой скорости можно найти в статье Эренфеста и Исакова.

Как уже было упомянуто, в большинстве случаев мы будем далее пользоваться упрощением теории Drude, который полагает $F_x = \mathfrak{X}$, и тогда в формулах (103), (105), (106) нужно положить $s = 0$ при $v_0^2 = v^2$, или в (104, b) в знаменателе. При этом упрощении легко распространить теорию на случай произвольного числа независимых вибраторов в каждой молекуле. Пусть в каждой молекуле h вибраторов, которые могут отличаться по своим свойствам, так что каждой постоянной припишем некоторый индекс, напр., $N_h, m_h, e_h, \nu_h, \nu'_h$. Далее, обозначим $\sum_h \mathfrak{F}_h = P$, и P теперь получит значение электрического момента единицы объема, так что в ур. (99) нужно всюду вместо \mathfrak{F} подставить P . Величину P мы легко получаем, если, по образцу (103) напишем h уравнений

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{N_1 e_1^2 \mathfrak{E}}{m_1 p_1} \dots \dots \dots (109)$$

для всех индексов от 1 до h и возьмем их сумму:

$$P = \sum_h \frac{N_h e_h^2}{m_h p_h} \dots \dots \dots (109, a)$$

Далее, вывод идет по прежнему, и мы приходим к формулам

$$n^2 - k^2 = 1 + \sum_h \frac{s_h (\nu_h^2 - \nu^2)}{(\nu_h^2 - \nu^2)^2 + \nu'^2 \nu^2} \dots \dots \dots (110, a)$$

$$2nk = \sum_h \frac{s_h \nu'_h \nu}{(\nu_h^2 - \nu^2)^2 + \nu'^2 \nu^2} \dots \dots \dots (110, b)$$

Сложнее будет вывод, если мы хотим учесть действие окружающих молекул на вибратор в случае нескольких вибраторов внутри одной молекулы. Тогда ур. (101,а) нужно написать для индекса 1 в виде

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{P}_1}{\partial t^2} + \nu_1' \frac{\partial \mathfrak{P}_1}{\partial t} + \nu_1^2 \mathfrak{P}_1 = \frac{N_1 e_1^2}{m_1} \left(\mathfrak{E} + \frac{4}{3} \pi P \right),$$

так как нужно учесть действие всех вибраторов соседних молекул на данный вибратор*).

Отсюда

$$\mathfrak{P}_1 = \frac{N_1 e_1^2 \mathfrak{E} + \frac{4}{3} \pi P}{m_1 \nu_1^2} = R_1 \left(\mathfrak{E} + \frac{4}{3} \pi P \right),$$

где R_1 введено для сокращения. Суммируя h подобных уравнений, находим

$$\frac{4}{3} \pi P = \frac{\mathfrak{E} \sum R_h}{1 - \sum R_h}.$$

Внося P вместо \mathfrak{P} в (99,с), получим далее обычным путем

$$\epsilon' = (n - ik)^2 = n^2 = 1 + \frac{3 \sum R_h}{1 - \sum R_h},$$

или

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{(n - ik)^2 - 1}{(n - ik)^2 + 2} = \sum_h R_h = \sum_h \frac{sh}{p_h} \dots \dots \dots (111)$$

Этим выражением, в котором еще не отделены мнимые части от действительных, мы будем пользоваться при рассмотрении зависимости показателя преломления от плотности.

§ 8. Отражение от поглощающих тел. Система уравнений (103,с) вследствие полной аналогии с системой Максвелла (1—4), позволяет воспользоваться всеми выводами § 4. Несмотря на то, что ϵ' есть величина мнимая, мы можем совершенно таким же путем, как и в § 4, вывести такие же пограничные условия, если опять ориентируем оси координат по отношению к падающей плоской волне, как на рис. 168. Пусть будет первая среда эфир $\epsilon_1 = 1$, $\nu_1 = c$, вторая среда поглощающий диэлектрик $\epsilon_2 = \epsilon'$, $\nu_2 = \omega$, при чем ω есть мнимая скорость распространения, и ур. (104) связывает ϵ' , ω , n и k . Пограничное условие (43) принимает вид

$$\mathfrak{Z}_1 = \epsilon' \mathfrak{Z}_2 \dots \dots \dots (111, a)$$

Смысл его будет ясен, если напишем его согласно (102,с) так:

$$\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2 + 4 \pi \mathfrak{P}_2.$$

\mathfrak{P}_2 , как и в ур. (102,с), равно поверхностному заряду плотности $-\sigma$, который периодически меняет свою величину и знак. Так как \mathfrak{P}_2 не на-

*) Обратим внимание на некоторую непоследовательность последнего утверждения. , Внутри молекулы отдельные вибраторы независимы, между тем рассматривается действие на них более далеких вибраторов соседних молекул. Наиболее подробно разобрал этот вопрос Voigt.

ходится в одной фазе с Z_2 , на что указывает мнимый множитель ур. (103), то и получается мнимое соотношение между амплитудами. Плотность заряда — σ не находится в одной фазе с электрической силой. Ур. (111,а), конечно, эквивалентно двум действительным уравнениям, которые и необходимы, чтобы получить не только отношения между действительными амплитудами, но и разности фаз, возникающие при отражении и преломлении. Все дальнейшие выводы этого параграфа отличаются от выводов § 4 только тем, что ϵ' есть мнимая величина, и, следовательно, электромагнитные волны поглощаются во время распространения. Поэтому все рассуждения будут относиться вообще к поглощающим средам, например, также и к проводникам. Для проводников (металлов), обладающих вообще очень большим поглощением, будет получена совершенно такая же система уравнений, но с другим физическим значением мнимой диэлектрической постоянной.

Угол преломления ψ будем теперь обозначать через χ , так как дальше ψ получит значение „азимута восстановленной поляризации“. В § 4 обозначение ψ для угла преломления было выбрано в целях удобного сравнения выводов с теорией Френеля во II томе.

Вместо ур. (48), напишем теперь

$$\frac{\sin \varphi}{c} = \frac{\sin \varphi'}{c} = \frac{\sin \chi}{\omega}, \dots \dots \dots (112)$$

откуда заключаем, что $\sin \chi$ есть мнимая величина. Из ур. вида (103,д) получаем

$$\frac{\epsilon'}{c^2} = \frac{\sin^2 \chi}{\omega^2} + \frac{\cos^2 \chi}{\omega^2} \text{ или } \frac{\cos \chi}{\omega} = \frac{\sqrt{\epsilon' - \sin^2 \varphi}}{c} \dots \dots \dots (112, a)$$

Внутри поглощающей среды все проекции электрического и магнитного векторов имеют множитель

$$e^{i\beta} = e^{i \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{z \sin \chi + z \cos \chi}{\omega} \right)} = e^{i \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{z \sin \varphi + z \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \varphi}}{c} \right)} \dots \dots \dots (113)$$

В показателе коэффициент при z мнимый. Исследуем это выражение, как было указано в § 3, и для этого положим $\mu_1 = \sin \varphi$ $\mu_2 = \nu_1 = \nu_2 = 0$, $\pi_2 = k'$ и

$$\sqrt{\epsilon' - \sin^2 \varphi} = \pi_1 - k' i, \dots \dots \dots (114)$$

так что (113) получает вид

$$e^{-\frac{2\pi}{cT} k' z} e^{i \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{\mu_1 z + \pi_1 z}{c} \right)}, \dots \dots \dots (114, a)$$

то есть преломленная волна представляет из себя волну неравных амплитуд. Плоскость амплитуд параллельна XOY , т. е. плоскости разделяющей эфир от поглощающей среды. Углы, которые составляет нормаль плоскости фаз с осями координат, можно вычислить, зная μ_1 и π_1 . Скорость фаз u получается из выражения

$$u = \frac{c}{\sqrt{\mu_1^2 + \pi_1^2}}, \text{ откуда } n' = \frac{c}{u} = \sin^2 \varphi + \pi_1^2 \dots \dots \dots (115)$$

Из уравнения (114) получим, отделяя мнимую часть от действительной и принимая во внимание, что $\varepsilon' = (n - ik)^2$,

$$n^2 - k^2 - \sin^2 \varphi = \pi_1^2 - k'^2 \text{ и } nk = \pi_1 k' \dots (115, a)$$

Из этих уравнений, подставляя π_1 из (115), находим

$$n^2 - k^2 = n'^2 - k^2 \text{ и } n^2 k^2 = n'^2 k'^2 - k'^2 \sin^2 \varphi \dots (115, b)$$

Если обозначим через r угол нормали плоскости фаз с осью OZ , то легко получим

$$\cos r = \frac{\pi_1}{\sqrt{\mu_1^2 + \pi_1^2}} = \frac{\pi_1}{n'}; \quad \sin r = \frac{\mu_1}{n'}$$

Подставляя из первого уравнения π_1 в (115, a), находим

$$nk = n'k' \cos r \dots (115, c)$$

Второе равенство дает такое же соотношение, как и для прозрачных тел

$$n' = \frac{\sin \varphi}{\sin r} \dots (115, d)$$

При нормальном падении, когда $\varphi = 0$, величины n' и k' равны n и k , и плоская преломленная волна становится волной равных амплитуд. Если известны характерные для среды постоянные n и k , то для всякого угла падения φ можно вычислить при помощи (115, b) n' и k' . При прохождении через призму из поглощающего вещества, угол, на который отклоняется плоская волна, дается сложным выражением, зависящим от n и k . Но если призма очень острая, то даже при больших величинах k можно непосредственно определить показатель преломления n по обычному методу отклонения волны, годному для прозрачного диэлектрика с призмой произвольного угла, как это показали Voigt, Drude и Lorentz.

Наиболее обычный метод для определения величин n и k сильно поглощающей среды заключается в исследовании отраженной волны. Как было указано в § 5, вполне остаются правильными равенства § 4 (49, a), (50), (52), (53), (54) и первые равенства (51) и (55) при условии, что все формулы будут развернуты, и, вместо $\sin \chi$ и $\cos \chi$, будут подставлены их значения из (112) и (112, a). Возьмем первое равенство (50) для случая нормального падения волны $\varphi = 0$

$$R_s = |R_s| e^{i\delta_s} s = -E_s \frac{(n - ik) - 1}{(n - ik) + 1} \dots (116)$$

Здесь R_s есть мнимая амплитуда отраженной волны, она равна $|R_s| e^{i\delta_s}$, где $|R_s|$ действительные амплитуды, δ_s фаза, потерянная при отражении. Помножив (116) на сопряженное мнимое уравнение, найдем

$$R = \frac{|R_s|^2}{E_s^2} = \frac{(n - 1)^2 + k^2}{(n + 1)^2 + k^2} \dots (116, a)$$

где через R обозначено отношение квадратов амплитуд, равное отношению интенсивности отраженного света к падающему. Величину R на-

зывают отражательной способностью. Такое же выражение для R было бы, конечно, получено и из первых равенств (51), (54), (55). Заметим, что R отличается от формулы Френеля для прозрачных диэлектриков $\frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$ слагаемым k^2 в числителе и знаменателе. Если k велико, то R может быть близко к единице, тело обладает „металлическим блеском.“ Так как величина k есть функция длины волны, которая особенно велика в середине полосы поглощения, то и R сравнительно велико для тех участков спектра, где наблюдается очень сильное поглощение. Для диэлектриков в особенности резко заметно это „избирательное отражение“. Заметим, что довольно сильное избирательное поглощение (например, крепкого раствора медного купороса) еще не сопровождается заметным избирательным отражением. Действительно, отражательная способность, вычисленная по (116,а), отличается от той же величины вычисленной по формуле Френеля, более чем на 1% только, если $k > 0,05 \frac{n^2-1}{\sqrt{n}}$ (приблизительно), т. е. для средней величины $n = 1,5$, если $k > 0,05$. Между тем, по формуле

$$J = J_0 e^{-\frac{4\pi k}{\lambda} x},$$

при $k = 0,05$, интенсивность света становится в $2,8 \cdot 10^6$ раз меньше, проходя через слой толщиной в $0,01$ мм. (взята $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см.). Вообще, если k мало по сравнению с n , то все уравнения для отраженной и преломленной волны получают очень малое изменение. И в этом смысле поглощающий диэлектрик можно трактовать, как прозрачный. У металлов k никогда не бывает мало сравнительно с n . В большинстве случаев окраска окружающих нас предметов зависит не от избирательного отражения, а от поглощения. Луч света, проникший в неоднородное тело, отражается от внутренних слоев и получает окраску путем поглощения, окраску такую же, а не дополнительную сравнительно с лучем, прошедшим насквозь через тело. Фуксин, марганцевокислый кали, крепкие растворы этих веществ могут служить примерами окраски вследствие избирательного отражения, равно как панцири некоторых жуков и других насекомых (Michelson). На первом же месте стоят металлы. Если пропустить свет через очень тонкий слой такого вещества, то получается приблизительно дополнительная окраска. Относительно окраски тел путем отражения можно найти много интересных сведений в книге В. Walter. Die Oberflächen- oder Schiller-Farben. Braunschweig. Vieweg. 1895.

Мы не будем искать выражения для абсолютной потери фазы отраженной волны относительно падающей, так как в большинстве случаев экспериментальные исследования сводятся к определению элементов эллиптически поляризованной плоской отраженной волны, когда падает свет, поляризованный под углом 45° градусов к плоскости падения, т. е. $E_s = E_p$. Возьмем в этом предположении отношение первых равенств (55) и (50)

$$\frac{R_p}{R_s} = \rho e^{i\Delta} = -\frac{\cos(\varphi + \chi)}{\cos(\varphi - \chi)} \dots \dots \dots (117)$$

Мнимые амплитуды R_p и R_s можно представить в виде $|R_p| e^{i\delta_p}$ и $R_s| e^{i\delta_s}$, следовательно, $\rho = |R_p| : |R_s|$ и $\Delta = \delta_p - \delta_s$. Эти две величины, определяющие эллиптически поляризованную волну, можно измерить одним из методов, указанных в томе II гл. 17, § 13. Величина Δ называется относительной разностью фаз, δ_p и δ_s абсолютной разностью фаз. Развертывая (117), подставляя $\sin \chi$ и $\cos \chi$ из (112) и (112,а), легко находим

$$\frac{1 + \rho e^{i\Delta}}{1 - \rho e^{i\Delta}} = \frac{\sin \varphi \operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \varphi}} \dots \dots \dots (117, a)$$

Если мы компенсируем каким-нибудь образом разность фаз Δ , то получим прямолинейно поляризованную волну, плоскость поляризации которой с плоскостью падения составляет угол ψ , так что

$$\rho = \operatorname{tg} \psi \dots \dots \dots (118)$$

Угол ψ носит название азимута восстановленной поляризации.

Из (117,а) для $\varphi = 0$ получаем $\rho e^{i\Delta} = -1$, т. е. $\Delta = \pi$, а для $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\rho e^{i\Delta} = +1$, т. е. $\Delta = 0$, в обоих случаях $\rho = 1$. Для некоторого угла φ , который называется главным углом падения, относительная разность фаз $= \frac{\pi}{2}$. Соответствующий угол $\bar{\psi}$ носит название главного азимута. Получим выражения, которые связывают величины n и k с измеряемыми непосредственно величинами φ , ψ , Δ . Для этой цели решим (117,а) относительно выражения $\sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \varphi}$, которое равно $\pi_1 - k'i$, подставим $\rho = \operatorname{tg} \psi$ и отделим действительные части от мнимых. Получим два уравнения

$$\pi_1 = \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi \frac{\cos 2 \psi}{1 + \sin 2 \psi \cos \Delta}; \quad k' = \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin 2 \psi \sin \Delta}{1 + \sin 2 \psi \cos \Delta}.$$

При помощи формул (115,а), легко получаем

$$n^2 - k^2 = \sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi \frac{\cos^2 2 \psi - \sin^2 2 \psi \sin^2 \Delta}{(1 + \sin 2 \psi \cos \Delta)^2}$$

$$2nk = \sin^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi \frac{\sin 4 \psi \sin \Delta}{(1 + \sin 2 \psi \cos \Delta)^2}, \dots \dots \dots (118)$$

или для главного угла падения несколько более простые формулы

$$n^2 - k^2 = \sin^2 \bar{\varphi} + \sin^2 \bar{\varphi} \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi} \cos 4 \bar{\psi}, \quad 2nk = \sin^2 \bar{\varphi} \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi} \sin 4 \bar{\psi} \quad (118, a)$$

Тем не менее формулы настолько сложны, что обыкновенно пользуются приближенными формулами, более удобными для вычисления. Необходимые выражения можно найти у Winkelmann'a, Handbuch d. Physik, Bd. VI₂, Optik p. 1298, 2. Aufl. 1906. Подробный анализ формул дал Wiener. См. также т. II, гл. 15, § 8.

Покажем, что не может быть полного внутреннего отражения при падении волн из прозрачного диэлектрика на границу поглощающей среды. Проекция вектора Пойнтинга, т. е. потока энергии, на ось OZ

в какой-нибудь точке внутри поглощающей среды равна

$$\mathcal{E}_z = -\frac{c}{4\pi} \mathcal{Y}_z \mathcal{Q}_z,$$

если падающая волна поляризована \parallel плоскости падения. Первое уравнение (36,а) дает

$$\mathcal{Q}_z = -\frac{\cos \chi \cdot c}{\omega} \mathcal{Y}_z = -\sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \varphi} \mathcal{Y}_z = -(\pi_1 - k' i) \mathcal{Y}_z,$$

если первая среда эфир. Если первая среда есть прозрачный диэлектрик, то легко аналогично получить

$$\mathcal{Q}_z = -(\pi'' - k'' i) \mathcal{Y}_z, \text{ при чем } \pi'' k'' = nk.$$

Из последнего равенства следует, что π'' не может быть равным нулю, так как в таком случае $k = 0$, и вторая среда не будет поглощающая. Отсюда ясно, что отношение амплитуд \mathcal{Q}_z и \mathcal{Y}_z не может быть чисто мнимым, т. е. разность фаз между ними не может быть равной $\pm \frac{\pi}{2}$. Между тем интеграл

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \gamma_1\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \gamma_2\right) dt$$

может быть равным нулю только при условии $\gamma_1 - \gamma_2 = \pm \frac{\pi}{2}$. Отсюда следует, что проекция среднего потока энергии на ось OZ никогда не может быть равной нулю. Как мы видели в § 5, при полном внутреннем отражении от прозрачного диэлектрика, электромагнитная энергия перетекает постоянно то из первой среды во вторую, то обратно. Если бы вторая среда обладала хотя небольшим поглощением, не вся энергия, попавшая во вторую среду, могла бы вернуться назад в первую среду; следовательно, ясно, что полного внутреннего отражения быть не может.

Основные формулы теории отражения от поглощающей среды, так называемого „металлического отражения“, даны были без вывода Cauchy (1839). Выводы этих формул дали Beer, Eisenlohr, R. J. Strutt. Теорией оптики металлов занимались, кроме того, Mac Cullagh, Ketteler, Voigt, Drude, Грузинцев и др.

§ 9. Результаты экспериментального исследования дисперсии и поглощения. Теория дисперсии, развитая в § 7, вызвала многочисленные исследования, направленные отчасти к проверке теории, отчасти же имевшие целью определение постоянных, характерных для данного диэлектрика. Многие из этих исследований были уже изложены в гл. VII, тома II, в особенности в §§ 20 и 21, здесь мы упомянем только те работы, которые имеют особенное значение с точки зрения теории. Прежде всего необходимо установить, действительно ли величины показателя преломления n и коэффициента поглощения k представляют такую зависимость от длины волны, какая дается формулами (105) и (106), или более сложными (110,а,б). Забегая вперед, нужно сказать, что до сих пор не удалось найти такие простые экспериментальные условия, чтобы подобная про-

верка, хотя бы с небольшой точностью, оказалась возможной. Тем не менее величины n и k так характерно связаны между собой, и зависимость n от длины волны представляет в аномальной дисперсии такие своеобразные кривые, что уже первые исследования Kundt'a и Ketteler'a не оставляли сомнения в том, что основной постулат теории — принцип резонанса — соответствует действительности. Теперь, после многих опытов скорее качественного характера, этот принцип принят всеми физиками и оказался плодотворным также и при дальнейшем развитии теории. Открытие явления Зеемана указало на новую область применения теории дисперсии — распространение света в диэлектриках, подверженных действию магнитного или электрического поля — и в относящихся сюда опытах можно видеть блестящий успех принципа резонанса, который таким образом представляет теперь из себя прочное приобретение науки. Вибраторы молекул наиболее резонируют на близкие к ним по периоду электромагнитные волны, затухание колебаний обуславливает поглощение этих волн. Поэтому разыскание по всему спектру полос поглощения, т. е. „собственных колебаний“ вибраторов, управляющих многими оптическими явлениями и характеризующих в этом отношении среду, является наиболее важной целью эксперимента. Чем шире область спектра, захваченная экспериментатором, тем более полны и ценны исследования.

Прежде чем обратиться к результатам изысканий, рассмотрим кратко, какие методы применяются в различных частях спектра для определения трех величин n , k и λ . 1) Определение величин λ и выделение монохроматического пучка лучей часто представляет наибольшие затруднения. В видимой части спектра ($0,4 \mu$ — $0,75 \mu$) существуют точнейшие интерференционные и диффракционные методы для определения λ . Интенсивные источники света, высокая чувствительность глаза и фотографической пластинки обуславливают точность и удобство работы. Для выделения определенной λ можно пользоваться яркими спектральными линиями и монохроматорами, выделяющими узкую полоску из сплошного спектра. Изучение спектров поглощения различных тел дает возможность употреблять в качестве призмы спектроскопа прозрачные в данной области спектра тела для изучения непрозрачных. В ультрафиолетовой области ($0,4 \mu$ — $0,185 \mu$) остаются те же методы определения и выделения λ (кроме глаза, конечно), но, по мере проникновения в области меньших длин волн, все более дают себя чувствовать во первых уменьшение яркости источников света (кривая лучеиспускания абсолютно черного тела быстро падает), во вторых, все возрастающее поглощение в всех тел. До $0,185 \mu$ можно еще пользоваться кварцевыми призмами в воздухе, далее поглощение воздуха и кварца становится настолько сильным, что приходится эвакуировать приборы и ограничиваться призмами из флюорита (Schumann). Luman употребляет спектр диффракционной решетки, который был бы пригоден и для более коротких длин волн, если бы отсутствие источников света не остановило исследований приблизительно на длине волны в $0,1 \mu$. В инфракрасной области индикаторами почти исключительно служат приборы, реагирующие на нагревание (болومتر, термо-

электрический столбик, радиометр, радиомикрометр; смотря по степени разработки, то тот, то другой из этих приборов является наиболее чувствительным). При помощи дифракционной решетки, служащей для определения длин волны, изучена дисперсия каменной соли приблизительно до 20μ . Проградуированные спектроскопы с (*Na Cl*) дают возможность с сравнительным удобством работать в этой части спектра. Далее, падение кривой лучеиспускания абсолютно черного тела, вследствие чего даже при наивысших доступных температурах нельзя получить достаточно интенсивных лучей, и сильное поглощение затрудняют исследования. Для выделения определенной λ остается главным образом метод остаточных лучей. Как уже было указано, отражательная способность R (116, *a*) в общих чертах возрастает с k , следовательно, наиболее велика внутри полосы поглощения и может достигать очень больших значений,

Рис. 181.

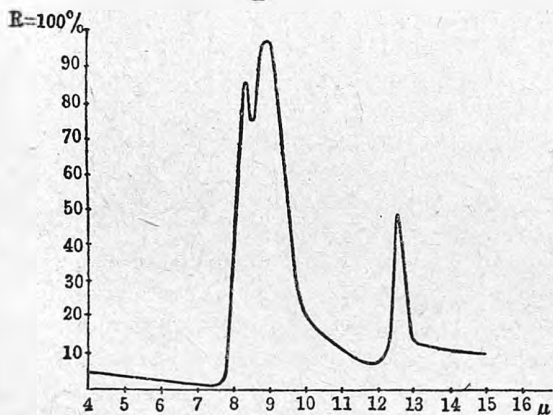
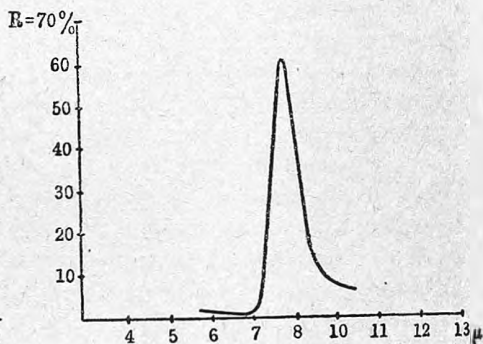


Рис. 181, а.



как, например, для кварца и гипса, видно на рис. 181 и 181, *a* (Co blentz). При одном отражении белого луча от такого тела уже получается комплекс, в котором преобладают лучи, соответствующие полосе поглощения. При многократных (до пяти) отражениях получается приблизительно монохроматический пучок лучей. Метод остаточных лучей впервые применили Rubens и Nichols (1897). Схема их опытов видна на рис. 182, где *a* источник света, *b* вогнутое зеркало, проектирующее *a* на щель спектрометра, s_1 , $p_1 - p_4$ четыре отражающих поверхности изучаемого вещества, e_1 и e_2 вогнутые зеркала, заменяющие объективы коллиматора и зрительной трубы, s_2 щель, вырезающая определенную область из спектра дифракционной (прозрачной, сделанной из тонких проволок) решетки *g*, *c* вогнутое зеркало, концентрирующее лучи на термостолбике *R*. При помощи решетки *g* определяется длина волны остаточных лучей, которая, очевидно, очень близко дает важную величину — период собственных колебаний данного вещества. Rubens и Aschkinass воспользовались аномальной дисперсией для того, чтобы выделить довольно узкий пучок лучей при помощи острой кварцевой призмы. Показатель преломления

для видимых, ультрафиолетовых и коротких инфракрасных волн не превышает 1,8; для длинных инфракрасных $n = 2,19$, так что эти волны более преломляются в призме, чем все остальные, и их можно выделить щелью из всего спектра. Для них диффракционная решетка дала $\lambda = 56 \mu$. Видоизменение этого метода представляет метод Rubens'a и Wood'a, рис. 183, в котором кварцигретает одновременно также роль светофильтра. Лучи от чулка Ауэровской горелки падают на кварцевую линзу L_1 через узкое отверстие в экране D_1 . Отверстие экрана D_2 поставлено так, что все лучи из D_1 собираются в D_2 для $n = 2,14$, (для еще более длинных волн). Если n заметно отличается от этой величины, то получается расходящийся пучок лучей, который и задерживается экраном D_2 . Кружок α_1 черной бумаги задерживает центральные лучи. Этот процесс повторяется второй раз с линзой L_2 , прежде чем лучи упадут на микрорадиометр M . Таким образом пучок очищается от коротких лучей. Вся толща кварца вместе с тем поглощает длинные волны вплоть до 80μ . Наконец, со стороны очень больших λ выделяемый комплекс лучей ограничен быстро опускающейся кривой лучеиспускания горелки. J представляет из себя интерферометр из двух пластинок кварца для измерения длин волны. По мере передвижения одной из пластинок, микрорадиометр то отклоняется, то не отклоняется, смотря по тому, какую разность хода получает луч, дважды отраженный от обеих внутренних плоскостей пластинок, относительно прямо прошедшего луча. Средняя длина волны комплекса получилась около 110μ . Впервые интерферометр применили к определению λ очень длинных волн Rubens и Hollnagel. Rubens и Baeyer нашли, что ртутная дуга (в кварцевой оболочке) обладает селективным лучеиспусканием; лучи, прошедшие через фильтр из черного картона, дают ком-

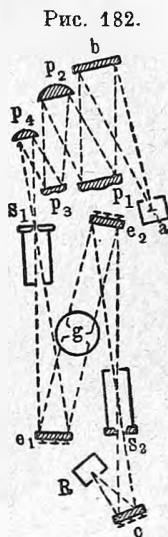
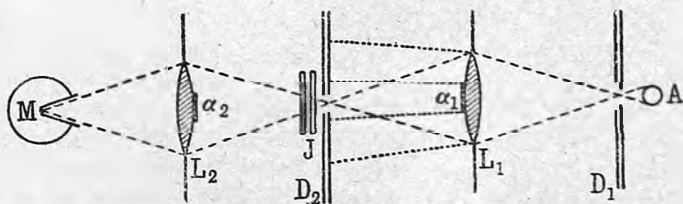


Рис. 182.

Рис. 183.



плекс с двумя максимумами при 218μ и 343μ , средняя λ равна $314 \mu = 0,314 \text{ мм}$.

Здесь кончается так называемый инфракрасный спектр, и после неисследованного промежутка, от 2 мм. начинается спектр электрический, методы исследования которого, существенно отличающиеся от оптических методов, уже изложены в гл. 6.

2) Применение обычных для прозрачных веществ методов определения показателя преломления n часто встречает большие затруднения, когда необходимо делать измерения внутри интенсивной полосы поглощения. Призма должна быть очень острой, например, в измерениях Pflüger'a с цианином угол призмы не превышал 2 минут. Самое получение подобной призмы представляет большие трудности. Mach и Arbes применяли внутри полосы поглощения метод полного внутреннего отражения, который, однако, пригоден только при не очень большом k , так как в этом случае само поглощение обуславливает сильное отражение при всяких углах падения. Как мы видели в § 8, теоретически уже при малых k нет полного внутреннего отражения, практически же есть быстрый переход от малой интенсивности отраженного света к большой; этот переход все сглаживается по мере возрастания k .

В инфракрасной части спектра, вследствие невозможности пропускать лучи через призму, часто определяют n для сравнительно прозрачных областей спектра по формуле отражения Френеля. В непрозрачных, для той же цели служит формула (116, a), если можно измерить отдельно k .

Метод скрещенных призм Кундта, изложенный уже в § 21, гл. VII, т. II, видоизменил Russiанти, употребивший вместо аномально диспергирующей призмы интерферометр. Пусть на любой интерферометр падает белый пучок света, и горизонтальные полосы интерференции проектируются на вертикальную щель спектроскопа. Возьмем ось y в вертикальном направлении, параллельно щели. Разность хода Δ меняется вдоль щели; пусть для нулевой полосы $y = 0$, и предположим, что Δ пропорциональна y , т. е. $\Delta = by$. Для первой полосы $\Delta = \lambda$, для второй $\Delta = 2\lambda$ и т. д. Ясно, что $by_p = p\lambda$, если обозначим через y_p ординату p -той полосы. Для нулевой полосы $y_0 = 0$. Если на пути одного из интерферирующих лучей поместить пластинку преломляющего вещества толщины d , то будет введена разность хода $-(n-1)d$, и опять для нулевой полосы $\Delta - (n-1)d = 0$, для первой $= \lambda$, для второй $= 2\lambda$, и т. д., т. е. $\Delta - (n-1)d = p\lambda$ или $by'_p - (n-1)d = p\lambda$, если y'_p ордината p -той полосы после введения пластинки. Для нулевой полосы $y'_0 = \frac{(n-1)d}{b}$. Если положим $n-1 = f(\lambda)$, то ясно, что в спектроскопе, раскидывающем белый пучок в горизонтальном направлении, нулевая полоса прямо начертит кривую дисперсию $y'_0 = \frac{f(\lambda)d}{b}$. Масштаб кривой зависит от d и b . Полосы других порядков дадут почти такие же кривые, если порядок p не велик. Метод этот предложили уже давно (1875) Mach и Osnobischin, но он был забыт и не применялся. Он часто употребляется теперь для исследования аномальной дисперсии газов. Russiанти применял его и к поглощающим растворам. Исаков пользовался с этой целью следующим приспособлением. Интерферометр Жамена поставлен вертикально так, что интерферирующие пучки также вертикальны и падают на горизонтальную пластинку, представляющую из себя дно сосуда, разделенного вертикальной перегородкой на две части. В одной части находится поглощающий раствор, в другой прозрачный, по коэффициенту преломления и дисперсии (вдали

от полосы поглощения) почти равный первому. Сверху одновременно в обе части сосуда опускаются два небольших сосуда, каждый с дном из плоско параллельной пластинки стекла, при чем все три пластинки строго параллельны, а последние две равны по толщине. Тогда лучи проходят через равные слои двух растворов; поднимая при помощи катетометра два верхних сосуда одновременно, можно одинаково изменять толщину слоев растворов. Вдали от полосы поглощения при этом интерференционные полосы почти не перемещаются, вблизи и внутри полосы поглощения полосы интерференции получают характерный изгиб аномальной дисперсии, который и может быть измерен.

По предложению Straubel'я, Fricke пользовался интерференционными полосами тонкого клина между стеклянными пластинками, который заполнялся исследуемым раствором. Интерференционные методы не так удобно применимы, если k очень велико, так как при этом нужно принять во внимание потерю фазы на границах поглощающей среды.

3) Величина k определяется наиболее просто, именно измерением интенсивности света, падающего и прошедшего через пластинку определенной толщины. Чтобы учесть отражение, необходимо повторить опыт два раза с пластинками двух разных толщин. При сильном поглощении, когда толщина пластинки должна быть порядка длины световой волны, наибольшая трудность заключается в измерении ее толщины.

4) Косвенный метод определения n и k путем анализа отраженного света (φ и ψ , см. предыдущий §) употребляется сравнительно редко. Pflüger определил n и k непосредственно с помощью призмы и пластинки, а затем путем отражения на одном и том же веществе (цианин) и нашел удовлетворительное согласие результатов. Методом отражения пользовались E. Wiedemann, Walter, Bloch, Lischner. Как всегда при отражении, „переходный слой“ (см. § 5) ограничивает точность метода. Наконец, возможен косвенный метод определения отражательной способности R , функции от n и k . Если обозначим лучеиспускающие способности данного вещества и абсолютно черного тела для определенной длины волны через E и e , то по закону Кирхгофа $E = ae$, где a поглощающая способность. Если тело не пропускает насквозь падающие на него лучи, то $a = 1 - R$. Измеряя отношение $E : e$, можно найти a . Rosenthal определял R и e и вычисленную таким образом величину E сравнивал с полученной экспериментально, при чем согласие получилось полное.

Чтобы сравнить результаты опыта с теорией, заменим в простых формулах (105) и (106) ν через $\frac{2\pi c}{\lambda}$ и ради дальнейшего не существенного упрощения будем пренебрегать $\frac{s}{3}$ в сравнении с $\nu^2 - \nu_0^2$, как это обыкновенно делают Drude и Voigt. Тогда получаются формулы

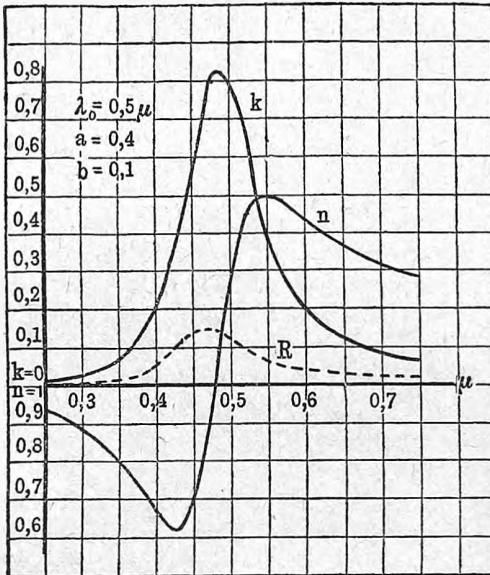
$$n^2 - k^2 = 1 + \frac{a \lambda^2 (\lambda^3 - \lambda_0^3)}{(\lambda^3 - \lambda_0^3)^2 + b^2 \lambda^3} \dots \dots \dots (118, c)$$

$$2nk = \frac{ab \lambda^3}{(\lambda^3 - \lambda_0^3)^2 + b^2 \lambda^3}, \dots \dots \dots (118, d)$$

$$\text{где } a = \frac{s \lambda_0^3}{4 \pi^2 c^2} = \frac{N e^2 \lambda_0^3}{\pi m c^2}; \quad b = \frac{\nu' \lambda_0^3}{2 \pi c} = \frac{h \lambda_0^2}{2 \pi m c} \quad \dots \quad (119)$$

Эти формулы все-таки еще слишком сложны, чтобы их удобно было исследовать аналитически. На рис. 184 и 185 приведены кривые n и k в зависимости от λ , вычисленные с следующим значением постоянных: $\lambda_0 = 0,5 \mu$, $a = 0,4$, $b = 0,1$ на кривых 184 и $b = 0,04$ на кривых 185. Подобного рода постоянные встречаются для сильно поглощающих красок

Рис. 184.



(цианин, фуксин, иодезин и т. д.) Прежде всего бросаются в глаза характерные изгибы кривой n : она падает до и после полосы поглощения, поднимается внутри полосы. Постоянная a , пропорциональная числу вибраторов N в 1 куб. см., т. е. плотности вибраторов, находится в числителе обеих формул. Она мало влияет на вид кривых: чем больше a , тем больше в общих чертах все ординаты. Значение постоянной b , пропорциональной коэффициенту затухания, видно из сравнения (184) и (185). При равных остальных постоянных, b в (185) в 2,5 раз меньше, чем в (184). Соответственно кривые поглощения в (185) значительно уже и выше в максимуме. При малых b поглощение более концентрируется около λ_0 , становится здесь

интенсивнее, а вдали от λ_0 слабее. Полоса поглощения уже и резче. На кривую n вдали от λ_0 величина b почти не имеет влияния, когда $b^2 \lambda^2$ становится малым сравнительно с $(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2$. Но вблизи λ_0 максимум и минимум n гораздо более резко выражены, острее. Максимум поглощения вообще несколько сдвинут в сторону малых длин волн относительно λ_0 . Пунктиром на кривых изображена отражательная способность R по формуле (116,а). Заметим вообще, что максимум R сдвинут к малым длинам волн относительно максимума поглощения и тем более выражен, чем меньше b при остальных равных условиях. Вдали от λ_0 кривая поглощения быстро опускается, и R становится почти равным нулю. Кривая n при малых длинах волн от величин меньших 1 стремится к 1, при больших — от величин больших $\sqrt{1+a}$ к $\sqrt{1+a}$. Если бы вещество не имело других полос поглощения, то его диэлектрическая постоянная ϵ равнялась бы $1+a$. Пройдя полосу поглощения, мы видим, что кривая n , стремясь к своему предельному значению для $\lambda = \infty$, становится почти горизонтальной. Вычисленные кривые не реальны, так как ни одно вещество не имеет одну только полосу поглощения.

Величина $n < 1$ наблюдается очень редко. Вообще n изменяется по экспериментальным данным в пределах от 0,9 до 3, она редко бывает больше; для воды при очень больших λ , как известно, $n = 9$. Величина k изменяется гораздо сильнее. Например, для воды (видимые лучи) $k = 10^{-9}$. Столб воды в 1 метр пропускает 98% падающих лучей. Для кронгласа $k = 6 \cdot 10^{-8}$, пластинка в 1 см. пропускает 98,6%. Если $k = 0,1$,

Рис. 185.

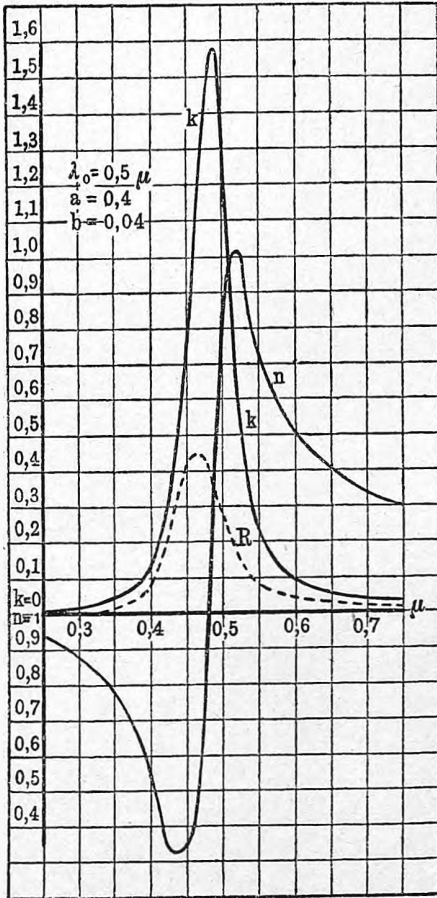
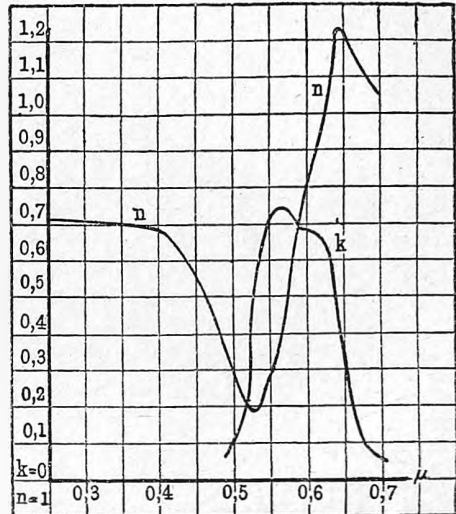


Рис. 186.



то слой толщиной в 1 λ пропускает только 28 %, следовательно, для $k = 1$ то же относится к слою в 0,1 λ . Наблюдаемая величина k для диэлектриков обыкновенно бывает не более 2.

Если мы имеем ряд полос поглощения, то, согласно (110,а) и (110,б), нужно написать формулы

$$n^2 - k^2 = 1 + \sum_h \frac{a_h (\lambda^2 - \lambda_h^2) \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_h^2)^2 + b_h^2 \lambda^2} \quad (118, e)$$

$$2nk = \sum_h \frac{a_h b_h \lambda^3}{(\lambda^2 - \lambda_h^2)^2 + b_h^2 \lambda^2} \dots \dots \dots (118, f)$$

Предположим, что одна полоса поглощения находится вдали от других полос, так что в (118, f) можно считать все члены суммы, кроме принадлежащего данной ($h = r$) полосе, равными нулю. В (118, e) аналогично для всех полос, кроме данной, $(\lambda^2 - \lambda_h^2)^2$ так велико сравнительно с $b_h^2 \lambda^2$, что последней величиной можно пренебречь, и формулы получают

вид:

$$n^2 - k^2 = 1 + \sum \frac{a_h \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_h^2} + \frac{a_r (\lambda^2 - \lambda_r^2) \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_r^2)^2 + b_r^2 \lambda^2} \dots \dots \dots (118, g)$$

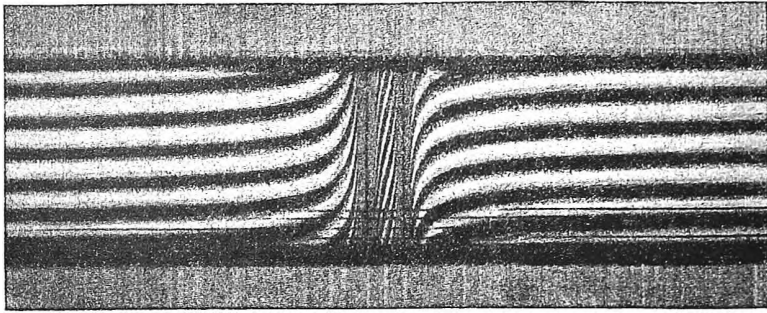
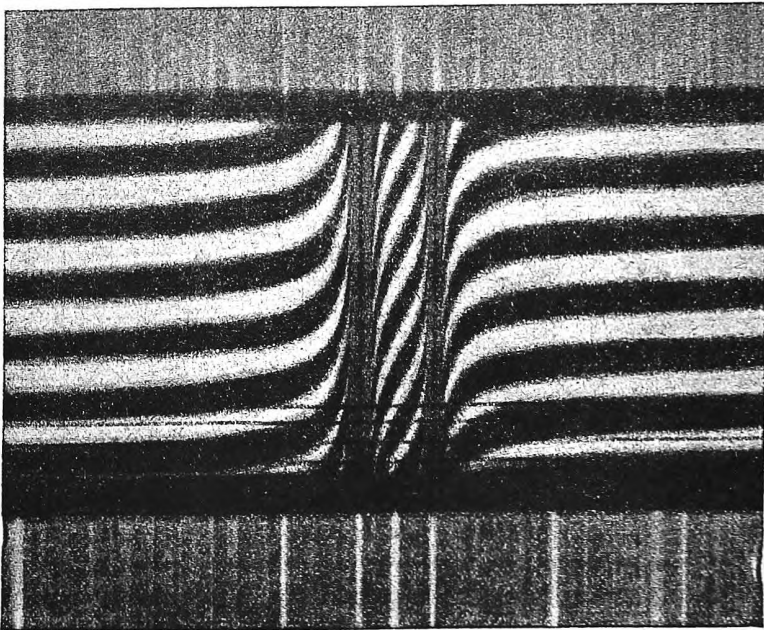
$$2nk = \frac{a_r b_r \lambda^3}{(\lambda^2 - \lambda_r^2)^2 + b_r^2 \lambda^2} \dots \dots \dots (118, h)$$

Вся разница с (118,с) и (118,д) заключается в сравнительно медленно изменяющейся величине \sum в первой формуле. Таким формулам должна удовлетворять реальная изолированная полоса поглощения, находящаяся среди других полос. Мы обратимся поэтому к рис. 186, который воспроизводит измерения Pflüger'a с твердым цианином. Прежде всего видно, что кривая n вся поднята над осью абсцисс, нигде нет значений $n < 1$. Это результат влияния тех членов \sum , которые соответствуют собственным колебаниям меньшей длины волны. С убывающими λ только после последней полосы n , оставаясь меньше единицы, стремится к единице. Тот факт, что вообще все прозрачные тела имеют $n > 1$, показывает, что при малых λ у всех тел существуют недоступные пока исследованию и может быть наиболее характерные и интенсивные полосы поглощения. Общее сходство рис. 186 с рис. 184 и 185 бросается в глаза, но вместе с тем по выемке в максимуме k и изгибам кривой n видно, что полоса, которую исследовал Pflüger, сложная. Вычисления показали, что она состоит по крайней мере из 8 полос. 24 постоянных были вычислены из экспериментальной кривой nk ; затем при помощи этих постоянных вычислена кривая $n^2 - k^2$ (на самом деле несколько иначе), которая и совпала удовлетворительно с экспериментальной кривой. Единственная до конца проведенная проверка формул аномальной дисперсии указывает таким образом на непредвиденные теорией осложнения, которые, повидимому, лежат в существе дела. Измерения поглощения растворов, которые сделали Pulfrich и в последнее время Кравец (12 различных поглощающих веществ, преимущественно сложных органических красок), согласно указывают, что на основании формул (118,г) (118,х) все исследованные полосы следует считать сложными, или же должна быть изменена или дополнена теория. В газах или парах тоже наблюдаются широкие полосы поглощения, напр., Königsberger и Kilchling измеряли поглощение в широких полосах паров красок индиго, аливарина и др.

Наряду с этим интересны тонкие линии поглощения в парах щелочных металлов, например Na , которые соответствуют сериальным линиям спектра лучеиспускания. Здесь можно думать, что каждая линия соответствует одному роду вибраторов. Если бы на рис. 185 величина b была во много раз меньше, то кривая k вытянулась бы в тонкую уже не полосу, а линию поглощения; вместе с тем при этом явление аномальной дисперсии было бы очень резко выражено. Это обстоятельство привлекало внимание многих экспериментаторов. Но здесь является новое затруднение: линии слишком тонки, чтобы можно было исследовать дисперсию внутри их. Поэтому приходится ограничиться теми частями кривых n , которые лежат вне полосы поглощения. После работ Wood'a исследовали дисперсию в парах Na около линий D_2 и D_1 , Loria и Рожде-

ственный по методу Руссианти. На фотографии Рождественского (рис. 187) широкие черные интерференционные полосы, вытягивающиеся вблизи двух вертикальных линий поглощения в тонкие линии, дают прямо кривые $n - 1 = f(\lambda)$, у которых и были измерены ординаты n и абсциссы

Рис. 187.

 $D_2 D_1$ 

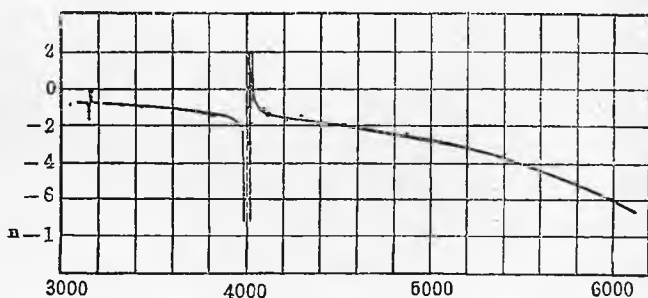
λ . Для последней цели внизу и наверху снят спектр (Fe) с линиями, длины волн которых известны. По условиям опыта, ось ординат, по которой откладывается $n - 1$, направлена вертикально вниз, а не вверх. Нижний рисунок (10-кратное увеличение ориг. фот.) соответствует не очень плотным парам Na , введенным в эвакуированной и нагретой трубке на пути одного луча в интерферометре Жамин'а. Вытягивающиеся интер-

ференционные линии на самом деле поднимаются вверх и опускаются вниз до тех пор, пока не вольются в черные вертикальные линии поглощения, только внутри линии поглощения происходит аномальный изгиб кривой дисперсии. Но уже на некотором расстоянии от линии поглощения, тонкие интерференционные полосы так сгущаются, что спектроскоп их более не разрешает. Это еще более заметно на верхнем рисунке, который соответствует более плотным парам *Na* и, следовательно, более резко выраженной дисперсии. Проверке подлежала формула, в которой можно пренебречь (вне линии поглощения) величинами *b* и *k*, т. е.

$$n^2 = 1 + \frac{a_1 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{a_2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} \dots \dots \dots (118, i)$$

Эта формула хорошо выражает ход дисперсии, хотя вблизи линий поглощения заметны необъясненные пока незначительные отступления. Венап исследовал дисперсию паров щелочных металлов также в ультрафиолетовой области. На рис. 188 изображен ход дисперсии для 3 двой-

Рис. 188.



ников линий главной серии паров рубидия. По оси абсцисс отложены длины волн, по оси ординат $n - 1$ в произвольной мере, так как метод не допускал абсолютного измерения показателей преломления. Здесь n везде < 1 , направо кривая, приближаясь к первому члену серии, двойнику 7950 и 7806 (в ед. Ангстр.) все быстрее падает вниз. Влияние этого двойника громадно в сравнении с влиянием высших членов серии, которые производят только местные возмущения кривой. Соответственно трем двойникам рисунка и главному двойнику, Биван пишет формулы (118, *i*) с 8 членами. Наблюдалась дисперсия еще при двух членах серии (очень слабых) меньшей длины волны. Обратим внимание на то, что у паров щелочных металлов первый член (двойник) главной серии почти вполне определяет кривую дисперсии, поэтому n , оставаясь отрицательным, стремится к единице так, как будто дальше в ультрафиолетовой части уже нет значительных полос поглощения. Русцианти, Julius и van der Plaats наблюдали дисперсию в линейчатополосатых спектрах поглощения паров *JBr*, *NO*₂, в которых находятся десятки тысяч тесно расположенных линий поглощения. Около каждой линии кривые дисперсии делают скачок, подобно тому, как это видно на рис. 187. Обра-

тим внимание на то, что газы с линейчато-полосатыми спектрами поглощения при сжижении дают сплошные широкие полосы: каждая отдельная линия сложной линейчатой полосы расширяется и сливается с своими соседями. В особенности резко это наблюдается на полосах бензола, обладающего интенсивным поглощением в далекой ультрафиолетовой части спектра. В таком случае вместо простой полосы поглощения мы имели бы тысячи слившихся линий, и этим объяснялись бы результаты вычислений Pflüger'a. Koenigsberger считает, что линейчатые полосы обязаны колебаниям вибраторов, возникающим в момент диссоциации пара (например, $Br_2 = Br + Br$); все сплошные полосы поглощения он считает простыми или мало сложными, объясняя результаты Pflüger'a нечистой краски (или кристаллическим строением).

Обращаемся к измерениям, которые захватывают большие области спектра. Для прозрачных областей спектра должны иметь место формулы вида (118, i), так как k и b можно положить равными нулю. Часть собственных колебаний имеет $\lambda_0 < \lambda$ (ультрафиолетовые), другая часть $\lambda_r > \lambda$ (инфракрасные); поэтому каждый член формулы (118, i) можно разложить по степеням $\frac{\lambda_0}{\lambda}$ или $\frac{\lambda}{\lambda_r}$ и, взяв сумму (при произвольном числе членов), получим известную формулу дисперсии Ketteler'a

$$n^2 = -K\lambda^2 + A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}.$$

Легко видеть, что $-K\lambda^2$ (могут быть и члены высшего порядка с λ^4 и т. д.) выражает влияние полос поглощения, лежащих со стороны больших длин волн, а $\frac{B}{\lambda^2}$ и $\frac{C}{\lambda^4}$ относятся к полосам малых λ . Формулам типа (118, i) часто придают различный вид, очень простое и сжатое выражение следующее:

$$n^2 = r^2 + \sum_h \frac{M_h}{\lambda^2 - \lambda_h^2}, \dots \dots \dots (118, k)$$

где

$$M_h = a_h \lambda_h^2, \text{ т. е. } \frac{M_h}{\lambda_h^4} = \frac{N_h e_h^2}{\pi n_h m_h c^2} \dots \dots \dots (120)$$

(см. 119, стр. 528), а r^2 , очевидно, должна была бы быть равной диэлектрической постоянной $\epsilon = n^2$ при $\lambda = \infty$. Подобные формулы с большим или меньшим числом членов Σ очень хорошо передают ход дисперсии в больших прозрачных областях спектра. В особенности, интересны флюорит, каменная соль и сильвин, для которых измерения сделаны от крайнего ультрафиолетового конца (0,185 μ , Flatow, Martens) до крайнего инфракрасного (для флюорита до 9 μ , для $NaCl$ и KCl до 22 μ , Paschen, Rubens, Nichols, Langley и др.). За этими пределами приходится пользоваться отдельными более или менее монохроматическими комплексами. Именно флюорит дает остаточные лучи 24 μ ; $NaCl$ 52 μ ; KCl 63 μ ; KBr (сплавленный) 82 μ ; KJ (сплавленный) 96 μ ; известковый шпат 93 и 115 μ ; комплекс, выделенный по методу Rubens'a и Wood'a 110 μ и ртутная дуга (светофильтр-черный картон) дает 218 μ и 343 μ (средн.

314 μ). Будем пользоваться сравнительно простыми формулами (118, k) с двумя членами, одним для ультрафиолетовых собственных колебаний (M_v, λ_v), другим для инфракрасных (M_r, λ_r).

Для флюорита вычисляется из данных дисперсии $\lambda_v = 0,094 \mu$, $\lambda_r = 35,5 \mu$ и $r^2 = 6,09$, тогда как диэлектрическая постоянная $\epsilon = 6,8$. Непосредственно известно, что флюорит имеет две интенсивных полосы поглощения 24 μ и 31,6 μ ; для остаточных лучей *NaCl* (52 μ) измерено $n^2 = 12,3$, *KCl* (63 μ) $n^2 = 7,08$; наконец, для $\lambda = 110 \mu$ $n^2 = 6,95$. Сильное поглощение замечается не только в полосах металлического отражения 24 μ и 31,6 μ , область поглощения тянется дальше, при 82 μ оно еще велико; для 110 μ и 343 μ флюорит уже значительно более прозрачен. Тот факт, что n^2 приближается при очень длинных волнах к ϵ от больших величин, заставляет предполагать, что все существенные полосы поглощения остались уже позади. Присутствие полосы поглощения при 0,094 μ очень вероятно по опытам Pflüger'a, который нашел, что при $\lambda = 0,186$ пластинка толщиной в 1 мм. поглощает около 20% света.

Для *NaCl* $\lambda_2 = 0,127 \mu$, $\lambda_v = 56,1 \mu$; $r^2 = 5,18$; $\epsilon = 6,29$. Метод остаточных лучей дает полосу 52 μ . Области поглощения сравнительно с флюоритом сдвинуты в сторону больших λ , тем не менее уже при 110 μ *NaCl* становится заметно прозрачным, для 314 μ еще более. Для 82 μ поглощение еще сильное; из отражения, если можно вычислять по простой формуле Френеля, получается $n^2 = 9,35$; для 108 μ $n^2 = 6,95$. Хотя n^2 и падает, но сравнительно с флюоритом оно еще далеко от ϵ .

Для *KCl* $\lambda_v = 0,153 \mu$; $\lambda_r = 67,2$; $r^2 = 4,56$; $\epsilon = 4,94$. Остаточные лучи дают полосу 63 μ . Области поглощения еще более сдвинуты к большим λ ; при 82 μ и 108 μ очень сильное поглощение; при 314 μ уже лучи несколько проходят через сильвин. Если бы по отражению можно было вычислять по формуле Френеля, получилось бы $n^2 = 16$ для 82 μ и $n^2 = 6,61$ при 108 μ . Спуск кривой дисперсии n^2 к ϵ еще далеко не закончился.

Все три вещества характерно показывают очень малые n до области большого поглощения и большие n после нее. То же самое и для кварца (обыкновенный луч), который имеет 3 интенсивных полосы поглощения при 9 μ , 13 μ , 21 μ (см. кривая отражения рис. 181) и $n = 2,16$ при $\lambda = 56 \mu$, тогда как при $\lambda = 7 \mu$ $n = 1,167$. До сих пор исследования Rubens'a и его учеников не обнаружили области спектра, где происходит подъем кривой дисперсии воды от малых величин, которые она имеет в видимой части, к большим ($n = 9$), которые наблюдаются для электромагнитных волн. Рис. 189 передает ход кривых n , k и R для воды, которые измерили (отражение и поглощение) Rubens и Ladenburg до 15 μ . Для 24 μ $n = 1,41$ для 52 μ $n = 1,36$; для 108 μ опять $n = 1,41$. Повидимому область под'ема кривой дисперсии находится в недоступной пока части спектра. По измерениям Воде поглощение льда в области коротких инфракрасных волн очень сходно с поглощением воды. Как известно, лед имеет малую диэлектрическую постоянную 1,76—1,88, а квадрат n для видимых лучей равен 1,74—1,77. Замечательные исследования Rubens'a и его школы

в области длинных инфракрасных волн выяснили общий ход дисперсии и поглощения, тесную связь между ними и связь между квадратом показателя преломления и диэлектрической постоянной.

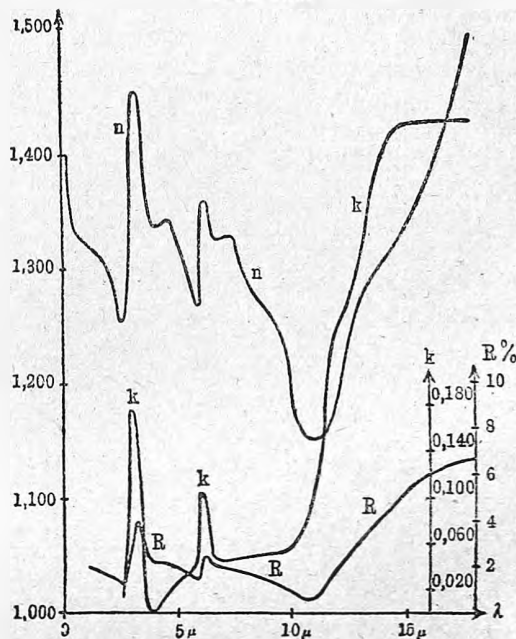
Большой интерес представляют постоянные a и b , полученные экспериментально. Как увидим в следующей главе, явление Зеемана указывает, что в тонких линиях поглощения паров щелочных металлов, соответствующих сериальным линиям лучеиспускания, вибраторами являются электроны, для которых известны величины e и m . В формуле 119 (для a), кроме того, известная плотность пара определяет число молекул N . Вычисленная таким образом величина a в 200 раз превосходит найденную Logia экспериментально. Такой же результат дали и измерения J. Vesquegel'я над тонкими линиями минералов, заключающих в себе редкие земли. Величина N получается значительно меньше числа молекул. Объяснения этого факта еще нет.

Длинными рядами измерений n , которые хорошо укладываются в формулы (118, k) с двумя членами Σ , одним для ультрафиолетовых собственных колебаний (M_v, λ_v), другим для инфракрасных (M_r, λ_r), воспользовался Drude для следующих интересных подсчетов. Для флюорита Paschen дает $M_v = 0,61 \cdot 10^{-10}$ см.², $M_r = 5,1 \cdot 10^{-5}$ см.². Соответствующие λ_v и λ_r позволяют вычислить $\frac{M_v}{\lambda_v^4} = 0,78 \cdot 10^{10}$, $\frac{M_r}{\lambda_r^4} = 3,23 \cdot 10^5$. Эти две величины совершенно равных порядков. Подобные же соотношения можно найти для каменной соли, сильвина и других тел. Молекула, как целое, не должна обладать в диэлектрике электрическим зарядом, поэтому $N_v e_v + N_r e_r = 0$. Подставляя в это равенство N_e из (120), где будем измерять e в электромагнитных единицах, т. е. вместо $\frac{c}{e}$ подставим e , находим

$$\frac{M_v}{\lambda_v^4} \cdot \frac{m_v}{e_v} + \frac{M_r}{\lambda_r^4} \cdot \frac{m_r}{e_r} = 0.$$

Отсюда следует, что $\frac{e_v}{m_v}$ гораздо больше $\frac{e_r}{m_r}$. На основании гипотезы об атомном строении электричества, составляющей прочный фундамент

Рис. 189.



электронной теории, трудно предположить, что заряд инфракрасных вибраторов превышает во много раз заряд ультрафиолетовых. Поэтому нужно думать, что m_r гораздо больше m_v . Если ультрафиолетовые полосы дают вибраторы-электроны, то в инфракрасных мы имеем колебания больших положительно заряженных масс порядка атома или молекулы. Пусть далее N_v число ультрафиолетовых вибраторов в 1 куб. см., а p_v число их в одной молекуле. Предполагая, что во всех молекулах все вибраторы принимают участие в колебаниях, получим число молекул равным $\frac{N_v}{p_v}$. Обозначим через μ молекулярный вес вещества, через H абсолютный вес атома водорода, тогда $\frac{N_v}{p_v} H \mu$ есть вес 1 куб. см. вещества, т. е. плотность $d = \frac{N_v}{p_v} H \mu$. Вносим отсюда величину N_v в формулу (120):

$$p_v \frac{e_v}{m_v} = \pi \frac{H \mu M_v}{e_v d \lambda_v^4}.$$

Предположим, что заряд e_v равен заряду электрона или, как это теперь установлено, заряду электролитического иона. Тогда $\frac{e_v}{H} = 0,965 \cdot 10^4$. Величины μ , d , $\frac{M_v}{\lambda_v^4}$ известны. Подставив их, можно получить $p_v \frac{e_v}{m} = 6,27 \cdot 10^7$, и предположение $p_v = 4$ приводит к величине $\frac{e}{m} = 1,55 \cdot 10^7$, которая близка к числу, полученному для электронов в катодных лучах. С другой стороны и из величины $\frac{M_r}{\lambda_r^4}$ можно, при некоторых предположениях, вычислить массу m инфракрасного вибратора, которая получается близкой к массе всей молекулы. Таким образом Drude получает простой механизм молекулы флюорита; колеблются 4 электрона и сама молекула. Подобные же вычисления делали Erfle, Königsberger, Kilchling (из полос поглощения), Н. Lorentz, Natanson, O. Cuthbertson и W. Cuthbertson, Houstoun, Eva v. Bahr, Кравец. Последний дал очень удобный метод вычисления $p \frac{e}{m}$ для поглощающих веществ в растворе из площади кривой поглощения. Для многих органических красок вычисляется $\frac{e}{m}$ близко к $1,78 \cdot 10^7$. Теории вопроса касается также J. J. Thomson.

Относительно истинного значения члена затухания пока еще очень мало известно. Величина v' (или b), вычисленная по теории Lorentz'a из среднего времени \bar{t} между столкновениями молекул (§ 6) вообще гораздо меньше, чем наблюдается на опыте. Lorentz предполагает возможность более частых столкновений вибраторов внутри молекулы. К. Angström показал, что поглощение CO_2 в инфракрасной части спектра зависит не только от парциального давления CO_2 в смеси с другими газами, но и от общего давления всей смеси, что, повидимому, с несомненностью указывает на значение столкновений молекул для поглощения. Более детальные исследования E. v. Bahr выяснили, что различные газы и пары относятся различно к повышению давления примесью посторон-

него, непоглощающего в данной области спектра, газа. Так, в CO_2 , CO , SO_2 , NO_2 и др. повышение давления примесью воздуха сначала сильно увеличивает поглощение, затем поглощение достигает максимума (при давлении в 400 мм. рт. столба для SO_2 , около 1 атм. для других газов). На поглощение паров бензола и эфира повышение общего давления другим газом совсем не влияет. Füchtbauer наблюдал расширение линий поглощения паров J , Br , Na при повышении общего давления. Wood нашел, что линия поглощения паров ртути (ультра-ф.) при нагревании Hg в закрытом сосуде расширяется симметрично в обе стороны, если в сосуде находится воздух, и почти исключительно в сторону длинных волн при отсутствии воздуха. J. Becquerel, измеряя ширину линии поглощения соединений редких земель и др. при очень низких температурах (жидкий воздух), пришел к результату, что ширина пропорциональна корню квадратному из абсолютной температуры, как это требует теория Lorentz'a. Совместные его работы с Kammerlingh-Onnes'ом вплоть до температуры твердого водорода — 259° показали, что далее этот закон не соблюдается, линии опять начинают расширяться при дальнейшем охлаждении. W. Voigt теоретически рассмотрел влияние движения молекул (принцип Доплера-Физо) на строение линий поглощения.

Для рассмотрения влияния плотности диэлектрика на n и k необходимо обратиться к полным формулам (105) и (106), не пренебрегая действием окружающих молекул на данный вибратор. Для случая многих рядов вибраторов выведена уже формула (111). В ней все s_h пропорциональны N_h , т. е. пропорциональны плотности в том предположении, что при изменении плотности (например, даже при сгущении пара в жидкость) свойства вибраторов не изменяются. Ясно, что в таком случае для прозрачных областей спектра ($k = 0$)

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{d} \text{const},$$

если d есть плотность. В томе II, гл. VI, § 7, 8, 9 уже были приведены таблицы, указывающие на приблизительную правильность этой формулы, которая носит название формулы Lorentz-Lorenz.

Назовем величину $\frac{n_h^2 - 1}{n_h^2 + 2}$ через R_h .

Если мы смешиваем несколько жидкостей в объемных отношениях $v_1 : v_2 : \dots : v_p$ и объем смеси равен v , то для каждой из жидкостей каждое из s_h увеличивается в отношении $\frac{v_1}{v}$, $\frac{v_2}{v}$ и т. д. Для смеси можно написать уравнение

$$Rv = \sum R_h v_h.$$

Или, если q_h есть вес данной жидкости, а d_h ее плотность, то ($q = \sum q_h$)

$$R \frac{q}{d} = \sum R_h \frac{q_h}{d_h}.$$

Конечно, опять в предположении, что вибраторы отдельных молекул не изменяются при смешении жидкостей. Точно так же, рассматривая

химическое соединение, как простую смесь атомов, можно получить

$$R \frac{M}{d} = \sum R_h \frac{z_h A_h}{d_h},$$

если M есть молекулярный вес соединения, A_h атомный вес входящих в соединение элементов, z_h число атомов элемента и d_h плотность элемента. Эти формулы были уже исследованы в томе II. Подобные же формулы легко получить из формулы (110,а). Но в таком случае R означало бы величину $\frac{n^2 - 1}{d}$. Как известно, в последнем случае результаты измерений гораздо хуже удовлетворяют полученным соотношениям. Для поглощающих веществ аналогичные соотношения из формулы (111) выводил и проверял на экспериментальных данных D. Goldhammer.

Как мы видели, одна из возможных причин поглощения света заключается в том, что под действием периодической волны каждый вибратор приходит в колебание и испускает свет во все стороны. Возьмем сначала одну только молекулу и рассмотрим только стационарный процесс, когда первичная волна уже раскочала вибратор, так что он колеблется с определенной амплитудой, совершая вынужденные колебания, при чем энергия, которую он теряет лучеиспусканием во все стороны, непрерывно пополняется энергией падающей волны. Электромагнитное поле можно рассматривать, как состоящее из двух частей: 1) первичная волна в предположении, что данной молекулы нет; 2) поле вторичной волны, испускаемой вибратором. В направлении распространения первичной волны вторичная волна будет иметь такую разность фаз относительно первичной, что будет ослаблять ее, иначе говоря, энергия падающей волны ослабляется и рассеивается в пространстве. Эту задачу вполне решил Planck 1895. Гораздо сложнее задача, если мы встанем в такие условия, в которых находятся молекулы материального тела, т. е. когда в ед. объеме находится громадное число молекул. В высшей степени аналогичной ей является такая задача. Как рассеивается свет в пространстве, в котором находится большое число подвешенных частиц, например, пылинок или микроскопических капелек в воздухе? Такую задачу впервые поставил Rayleigh для объяснения голубого цвета неба. На каждой пылинке происходит диффракция или рассеяние света, иначе говоря, сама пылинка является центром электромагнитных возмущений, центром лучеиспускания. Результат для света рассеянного был уже приведен во II томе, именно количество рассеянного света обратно пропорционально λ^4 . Для показателя поглощения K получается формула

$$K = \frac{32 \pi^3 (n - 1)^2}{3 N \lambda^4} \dots \dots \dots (121)$$

которая дает связь между K , показателем преломления n и длиной волны λ . Кроме того, входит N — число частиц в 1 куб. см. Rayleigh предположил, что объяснение голубого цвета неба возможно даже и без подвешенных посторонних частиц. Даже при абсолютно чистой атмосфере мы видели бы голубое небо, так как сами молекулы в достаточной

степени рассеивают свет. Критерием правильности этого предположения может быть формула (121), если положить N равным числу молекул в 1 куб. см. Величину K практически очень трудно измерять, так как, очевидно, она очень мала, и потому нужно иметь для измерений громадной толщины слой воздуха. Приблизительные подсчеты показали, что в этом предположении нет прямого противоречия. Интересно, что, по указанию Planck'a, его формулы дисперсии почти точно совпадают с формулой Rayleigh для областей далеких от полосы поглощения, где k должно быть очень мало. Предполагается, что в молекулах находится только один род вибраторов. Тогда в формулах (105), (106) для областей далеких от ν_0 в знаменателе можно пренебречь величиной $\nu'^2 \nu^2$, и величиной k^2 в сравнении с $n^2 - 1$. (Для воздуха $n - 1 = 2,9 \cdot 10^{-4}$, а для воды k порядка 10^{-9} , следовательно, для воздуха еще значительно меньше). Тогда легко получается

$$\frac{2 \pi k}{(n^2 - 1)^2} = \frac{\nu' \nu}{s}.$$

В теории Planck'a (см. § 7) $\nu' = \frac{2 e^2 \nu^2}{3 m c^3}$. Подставляя также s из (102), $\nu = \frac{2 \pi c}{\lambda}$ и k по формуле $\frac{4 \pi k}{\lambda} = K$, легко получаем:

$$K = \frac{(n^2 - 1)^2}{n} \frac{8 \pi^3}{3 N \lambda^4}.$$

Так как n очень мало отличается от 1, то эта формула совпадает с (121). Natanson и Schuster делали попытки определить число N , принимая, что в каждой молекуле находится один вибратор и основываясь на наблюдениях Abbot и Fowle над поглощением атмосферы. Найденное число по порядку величины сходится с числом, вычисленным из других опытов $3,2 \cdot 10^{19}$.

Другая задача, очень аналогичная поставленной Rayleigh'ем возникла сначала на наблюдениях Wood'a, а затем на наблюдениях коллоидальных растворов металлов, особенно золота, которые можно рассматривать, как чистый растворитель с подвешенными мельчайшими частицами металла. Wood наблюдал отражение света от поверхности, на которой в пустоте осел тонкий слой металлических частиц при сгущении паров. Отраженный свет был окрашенный, в спектре проходящего света замечались резкие иногда полосы поглощения. Так как частицы были металлические, то естественно было принять их за микроскопические резонаторы, которые реагируют на падающую волну, как проводник реагирует на длинные электромагнитные волны. Частицы поглощают те волны, которые соответствуют их периоду колебания. Их можно рассматривать, как совершенные проводники, обладающие бесконечной проводимостью, как это часто делают с длинными волнами. Ehrenhaft с этой же точки зрения рассматривал и коллоидальные растворы металлов. На самом деле явление здесь гораздо сложнее. Падающая волна на самом деле возбуждает в частицах, которые теория для простоты

принимает за очень малые шарики, насильственные колебания. Часть энергии поглощается внутри шариков, другая часть рассеивается, так как каждый шарик становится центром лучеиспускания. Если не считать эти частицы за абсолютные проводники, а взять те постоянные, которые получаются из оптических опытов (отражение и поглощение см. след. §) то путем сложных подсчетов, как показал Mie, можно объяснить и цвет проходящего света. Точно также можно предсказать цвет поляризации рассеянного света. Главным образом цвет зависит от диаметра шариков. Заключение Mie подтвердил опытами Steubing. Цвет проходящего света объясняется соединенным действием двух факторов, поглощения и рассеяния частицами. Очень малые частицы рассеивают слабо (количество рассеянного одним шариком света пропорционально его объему) и поглощают сильно; они имеют в проходящем свете красный цвет. Более крупные частицы рассеивают сильнее и имеют синий цвет. Диаметры наблюдаемых частиц обыкновенно $< 0,1 \mu$. Gans и Harnel на основании теории Mie дали теоретическое выражение для показателя преломления подобных эмульсий.

Вопрос о рассеянии света молекулами анализировал в подробности Н. Lorentz, который выяснил вполне возникшее теоретическое сомнение в возможности рассеяния света лучеиспусканием молекул. Также лучеиспускание возможно только в том случае, если молекулы расположены в материи совершенно случайно. При рассмотрении этого вопроса необходимо учесть взаимодействие между ближайшими молекулами и, если они расположены правильно (например, каждая молекула находится в центре кубической решетки), то взаимодействие их таково, что лучеиспускания не происходит.

§ 10. Оптика металлов. В гл. 3 часть III, § 6 были уже установлены ур. Максвелла для проводников. Наряду с током смещения здесь рассматривается ток проводимости. Поэтому первое уравнение Максвелла принимает вид

$$\frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H}.$$

Для периодических волн $\mathfrak{E} = -i \frac{T}{2\pi} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$, поэтому, обозначая

$$\varepsilon' = \varepsilon - 2\sigma T i \dots \dots \dots (122)$$

легко приводим ур. Максвелла к знакомому виду

$$\frac{\varepsilon'}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{H}.$$

Остальные уравнения остаются без изменения. Как уже было замечено, все выводы § 8 приложимы к нашему случаю. Согласно (ур. 104) стр. 511, $\varepsilon' = (n - ik)^2$. Подставляя в (122) и отделяя мнимую часть уравнения от действительной, приходим к следующим формулам

$$n^2 - k^2 = \varepsilon; \quad nk = \sigma T, \dots \dots \dots (123)$$

откуда

$$n^2 = \frac{1}{2} \varepsilon + \sqrt{\frac{1}{4} \varepsilon^2 + \sigma^2 T^2}; \quad k^2 = -\frac{1}{2} \varepsilon + \sqrt{\frac{1}{4} \varepsilon^2 + \sigma^2 T^2} \quad \dots (123, a)$$

Как увидим далее, для видимого спектра у металлов всегда $k > n$, следовательно, диэлектрическая постоянная ε получается отрицательной, что не имеет смысла. Второе соотношение (123) также не оправдывается. Например, для ртути ($\lambda = 589$) $\sigma = 9,56 \cdot 10^{15}$ (в электрост. ед.), $\sigma T = 20$, тогда как $n/k = 8,6$. Для других металлов еще хуже. Первоначальная теория оптики металлов, в которой поглощение обусловливается превращением лучистой энергии в Джулево тепло, так же мало оправдывается, как и известное соотношение Максвелла $\tau = n^2$ для диэлектриков. Здесь также необходимо более глубокое проникновение в сущность процессов, которые мы называем проводимостью тока, и которые для быстро меняющейся периодической электрической силы могут протекать иначе, чем для постоянной. Заметим, что эта теория еще удовлетворяется, если период колебания T велик, как это показали в замечательных опытах с инфракрасными лучами Hagen и Rubens.

Если σT очень велико, то по сравнению можно пренебречь величиной ε , и тогда

$$n = k = \sqrt{\sigma T}, \quad \dots \dots \dots (123, b)$$

а для коэффициента отражения R с той же степенью приближения можно написать, вместо (116, a),

$$R = 1 - \frac{2}{\sqrt{\sigma T}} \quad \dots \dots \dots (124)$$

Первую попытку к расширению ур. Максвелла сделал Drude (1900). В связи с электронной теорией металлов вопросом об электропроводности под действием периодической силы занимались J. J. Thomson (1902), Schuster (1909), Jeans (1909), H. Lorenz (1905), Wilson (1911), Nicholson (1911), Jschiwara (1911), Bohr (1911), Enskog (1912), Zakrzewski (1909, 1911), Грузинцев (1904). Здесь мы только выясним, следуя теории Drude, в чем состоит сущность вопроса, который будет подробнее рассмотрен в одной из следующих глав. Основная гипотеза электронной теории металлов заключается в том, что среди атомов металла находятся „свободные“ электроны, участвующие в беспорядочном тепловом движении. Под действием внешней электрической силы беспорядочное подвигание несколько изменяется, электроны движутся преимущественно по направлению силы. Непрерывные столкновения с тяжелыми атомами металла обуславливают род трения. Кинетическая энергия движения, сообщаемая электрической силой электронам, превращается при столкновениях в тепловое движение, т. е. Джулево тепло. Уравнения движения электронов получим из уравнения (92, b), если отклоним член квази-упругой силы $\nu_0^2 \xi$ удерживающей электрон (или вообще вибратор) внутри атома или молекулы. Вместе с тем изменим ν' на g , чтобы показать, что причина трения в этом случае иная. Тогда

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{e}{m} X e^{i\nu t}.$$

Как уже было выяснено в § 7, плотность тока конвекции движущихся свободных электронов, который и представляет из себя ток проводимости, равна $\mathfrak{J}_x = Ne \frac{\partial \xi}{\partial t}$. Следовательно

$$\frac{1}{Ne} \frac{\partial \mathfrak{J}_x}{\partial t} + \frac{g}{Ne} \mathfrak{J}_x = \frac{e}{m} X e^{i\nu t}.$$

Когда сила не зависит от времени ($\nu = 0$), $\frac{\partial \mathfrak{J}_x}{\partial t} = 0$, и

$$\mathfrak{J}_x = \frac{Ne^2}{mg} X, \text{ т. е. } \sigma = \frac{Ne^2}{mg} \dots \dots \dots (125)$$

Легко видеть, что выражения для n и k в металлах получаются из ур. (110a), и (110b), если одно из ν_n положим равным нулю. Тогда

$$n^2 - k^2 = 1 - \frac{s}{\nu^2 + g^2} + \Sigma \dots \dots \dots (126)$$

$$2nk = \frac{1}{\nu} \frac{sg}{\nu^2 + g^2} + \Sigma = \frac{T}{2\pi} \frac{sg}{\nu^2 + g^2} + \Sigma \dots \dots \dots (126, a)$$

Суммы Σ в обоих уравнениях относятся к связанным электронам, которые могут быть в металлах наряду с свободными. Первый член (126) показывает, что действительно k может быть больше n . Если бы связанных электронов не было, и в (126, a) $\Sigma = 0$, то при ν очень малом сравнительно с g , получаем прежнюю формулу $nk = \sigma T$, см. (125) и (102). При больших ν , т. е. при меньших λ , должно быть $nk < \sigma T$, как всегда и получается. Таким образом устраняются все кажущиеся противоречия теории.

Экспериментальным исследованиям в области оптики металлов посвящено большое число работ, из них часть направлена на проверку теории, в частности, формул Cauchy, другие имеют целью получение величин n и k (для различных λ), характеризующих определенный металл. Первая обстоятельная работа, выяснившая, что луч, отразившийся от металла, становится эллиптически поляризованным, принадлежит Brewster'у (1830). Quincke (1866) и Hennig (1887) исследовали зависимость относительной разности фаз Δ и азимута восстановленной поляризации ψ от угла падения φ и нашли, что она удовлетворяет формулам, вытекающим из теории Cauchy (§ 8). Jamín заставлял падать пучок света на два поставленных друг против друга параллельных зеркала. При двукратном (или многократном) отражении от этих зеркал можно подыскать угол φ , при котором отраженный свет поляризован прямолинейно, отсюда находится Δ . Измеряя угол плоскости поляризации с плоскостью падения, он находил ψ . Измеренные величины удовлетворяют формулам Cauchy. Quincke (1871), Glan (1875), Wernicke (1875), Wiener (1887), Drude (1893), Königsberger и Bender (1908) и др. посвятили ряд работ определению абсолютной разности фаз δ_p и δ_s , в большинстве случаев при нормальном падении. Зная n и k , можно вычислить эти величины. Во многих случаях удавалось добиться хорошего согласия с теорией, хотя иногда поверхностные слои сильно искажают

измеряемые величины. Такое же действие оказывают поверхностные слои при исследовании отраженного света на границе металл-жидкость. При этом величина k должна оставаться неизменяемой, независимо от жидкости, величина n равна отношению n для границы воздух-металл к показателю преломления жидкости. В общем измерения Quincke (1866), Conroy (1879), Des Coudres (1887), Drude (1890), Ingersoll и Burge (1909), подтвердили предсказания теории.

Весьма важным является определение n и k по формулам Cauchy на основании исследования эллиптической поляризации луча, отраженного под определенным углом от металла. Подробными измерениями занимались Baden-Powell (1845), Jamin (1848), Quincke (1874), Conroy (1879—1884) и др. Drude (1890) указал, что поверхностные слои (получающиеся при полировке) могут значительно искажать измеряемые величины. Он подробно изучил различные методы полировки и влияние несовершенства полировки (царапины) на величины n и k . В следующей таблице приведены результаты его измерений для $\lambda = 589 \mu$. В последнем столбце величина R , вычисленная из (116,а), дана в % интенсивности падающего света.

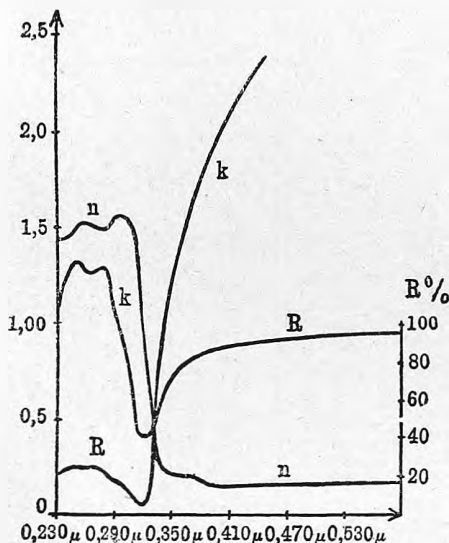
	k	n	$\bar{\varphi}$	$\bar{\psi}$	R %
висмут	3,66	1,90	77°3'	31°58'	65,2
свинец	3,48	2,01	76 42	30 45	62,1
ртуть	4,96	1,73	79 34	35 43	78,4
платина	4,26	2,06	78 30	32 35	70,1
золото	2,82	0,37	72 18	41 39	85,1
сурьма	4,94	3,04	80 26	29 35	70,1
олово	5,2	1,48	79 57	37 24	82,5
кадмий	5,01	1,13	79 22	38 53	84,7
серебро	3,67	0,18	79 42	43 35	95,3
цинк	5,48	2,12	80 35	34 45	78,6
медь	2,62	0,64	71 35	38 57	73,2
никкель	3,32	1,79	76 1	31 41	62,0
кобальт	4,03	2,12	78 5	31 40	67,5
сталь	3,40	2,41	77 3	27 49	58,5
алюминий	5,3	1,44	79 55	37 34	82,7
магний	4,42	0,37	77 57	42 42	92,9
сплав Вуда, твердый	4,65	2,03	— —	— —	73,4
" " жидкий	4,50	2,10	— —	— —	71,9
натрий	2,61	0,0045	71 19	44 56	97,7
калий-натрий	2,18	0,12	68 29	43 38	91,5

Из этой таблицы видно, что для металлов $k > n$. Величина n для Cu , Au , Ag , Mg , сплава $K - Na$ и, в особенности, для Na меньше единицы. Для Na n по Drude во всяком случае не $> 0,054$, след., свет в натрии распространяется со скоростью по крайней мере в 18 раз большей, чем в воздухе. Вычисленные величины R удовлетворительно совпадают с непосредственно измеренными. Измерениями величины R занимались F. de la Provostaye и Desains (1850), Conroy, Glatzel (1900, ультра-ф.) и Nutting (1901, ультра-ф.), Trowbridge (1898, инфракр.) и др. В особенности длинные ряды от $0,25 \mu$ до $1,5 \mu$ для многих металлов

и сплавов дали Hagen и Rubens. Wartenberg измерял n и k для желтых лучей у $Mn, Cr, V, Ta, Nb, Wo, Pd, Rh, Jr, Pt, Si$, и C (графит). Uljanin определял n и k , измеряя отношение $\frac{R_p}{R_s}$ для отраженного луча при разных углах падения. Метод, основанный на лучеиспускании, предложили Laue и Martens.

Для определения n и k при различных λ (особенно ультра-ф.) Voigt (1901) предложил элегантный метод, который осуществил Minor (1903) для стали, Co, Cu, Ag ($0,2 \mu$ до $0,6 \mu$). Этим методом пользовались в той же области спектра Meier (1910, сталь, $Au, Ni, Fe, Pt, Bi, Zn, Hg$, сплав Вуда, сплав $Cu + Ag, Se, J$), Fréedericksz (1911, Cr, Mn), Erochin (1912, Hg, Sn). Рис. 190 представляет кривые n, k, R для серебра (Minor);

Рис. 190.



минимум поглощения соответствует $0,322 \mu$. При $\lambda = 0,316 \mu$, серебро отражает только 4,2% падающего на него света (как стекло приблизительно). В общем у металлов k уменьшается при переходе из видимой части спектра в ультрафиолетовую. Дисперсией металлов занимался также Tool. Поверхностные слои вообще значительно сильнее влияют на абсолютные величины n и k , чем на ход дисперсии. Meier, пользуясь формулой (126,а) по методу Drude, подсчитывает число свободных электронов, которое приходится на один атом металла. Оно изменяется от 0,46 для Cu до 2,22 для Bi . Подобные подсчеты делали также Nicholson, Грузинцев, Wheeler и др.

Как уже было указано, простые соотношения (123), связывающие n и k с ϵ и σ , для металлов не оправдываются. Hagen и Rubens, измерив отражательные способности R для некоторых металлов и сплавов, показали, что простые уравнения Максвелла тем лучше удовлетворяются, чем более мы удаляемся от видимого спектра в область инфракрасных лучей. Если в формуле (124) выразить R в процентах, подставить $\lambda = cT$ (v в μ) и ввести вместо σ (электропров. в эл. ст. ед.) величину α , обратную сопротивлению (в омах) проводника в 1 метр длины и 1 кв. мм. поперечного сечения, то получится следующее соотношение

$$(100 - R)\sqrt{\alpha} = \frac{36,5}{\sqrt{\lambda}} = C_\lambda \dots \dots \dots (127)$$

при чем, очевидно, C_λ должна быть постоянной, одинаковой для всех металлов. Чем больше λ , тем лучше удовлетворяется (127). Так, для $\lambda = 12 \mu$

получается следующая таблица, где сопоставлены величины $100 - R$, вычисленные из известных α и наблюденные.

	набл.	выч.		набл.	выч.
<i>Ag</i>	1,15	1,3	сталь	4,9	4,7
<i>Cu</i>	1,6	1,4	<i>Ni</i>	5,7	5,4
<i>Au</i>	2,1	1,6	константан	6,0	7,4
<i>Pt</i>	3,5	3,5	сплав Росса	7,1	7,3
<i>Ni</i>	4,1	3,6	сплав Брандеса и Шюнеманна.	9,1	8,6

Так как для больших λ все металлы имеют величину R близкую к 100%, то небольшие неточности в определении R тяжело ложатся на величину $100 - R$. Поэтому Hagen и Rubens, пользуясь законом Кирхгофа, определяли прямо величину $100 - R$. Действительно, по закону Кирхгофа $E = ae$, если E и e лучеиспускательные способности данного металла и абсолютно черного тела, а a поглощательная способность металла. Но $a = 1 - \frac{R}{100}$ (если R выражено в процентах), так как металл поглощает все, что не отражает. Поэтому, измеряя отношение $\frac{E}{e}$, можно найти $100 - R$. Измерялось отношение лучеиспускательных способностей металла и черного тела при температуре 170° для $\lambda = 25,5 \mu$, т. е. для остаточных лучей флюорита; именно на пути лучей к термостолбику помещены были три отражающие поверхности флюорита. При этом, конечно, нужно взять величину α , соответствующую 170° . В следующей таблице сопоставлены величины C_λ набл. средние для всех наблюденных металлов, C_λ выч. по (127) и A средние отклонения в % для каждого металла от величины C_λ набл. Как видно, A уменьшается по мере возрастания λ . По замечанию Hagen'a и Rubens'a, измерив

λ	C_λ набл.	C_λ выч.	A
4μ	19,4	18,25	21,0
8μ	13,0	12,90	14,5
12μ	11,0	10,54	9,6
$25,5 \mu$	7,36	7,23	4,9

лучеиспускающую способность металла, можно теперь определить его электропроводность в абсолютной мере. Вдали от видимого спектра собственные колебания связанных электронов (члены n в 126 и 126,а) таким образом уже не дают себя чувствовать. Величины Σ и k по (123,б) получают громадное значение при больших λ . Измерения, которые произвели Sissingh (1886), Drude (1890), Zeeman (1895), Pflüger (1896), Königsberger (1901), показали, что для видимых лучей оптические постоянные металлов почти не зависят от температуры. Между тем из формул (123,б) и (124) видно, что для больших λ эта зависимость определяется зависимостью от температуры электропроводности σ (или α) и может быть значительной. Hagen и Rubens (1909)

выяснили (измерения $\frac{E}{e}$ и R), что, начиная с $\lambda = 2 \mu$, зависимость от температуры становится заметной. При $\lambda = 6,65 \mu$ (остаточные лучи известкового шпата) и больше, все исследованные металлы и сплавы имеют такую зависимость от температуры, как это требуется формулой (124). Определением величин n и k из отражения в инфракрасной части спектра занимались Ingersoll (1910, до $2,25 \mu$) и Försterling и Fréedericksz (1912, до 5μ). Последние показали (для Ag, Au, Cu, Pt, Jr), что уравнения (123, b) в этой области еще совсем не удовлетворяется. Также и электропроводность, вычисленная по формулам Drude (126), (126, a) в предположении, что существуют только свободные электроны (без членов Σ), плохо согласуется с непосредственно измеренной.

Измерения на тонких, прозрачных слоях металлов значительно труднее и менее надежны, чем на массивных зеркалах. Тонкие слои получаются химическим осаждением (Ag, Au), восстановлением металла из особой жидкости, заключающей хлористый металл, при высокой температуре, электролитическим осаждением на плохо проводящих поверхностях, распылением катода в эвакуированном сосуде, распылением проволоки в эвакуированной трубке при прохождении сильного тока, наконец, золото получается в тонких прозрачных слоях даже простым расколачиванием молотком. Во многих случаях можно думать, что в тонких слоях связь между частицами иная, чем в массивном куске, поэтому и оптические постоянные нередко получаются иные. Kundt'у (1888) удалось приготовить очень острые (угол $30''$ и меньше) достаточно прозрачные призмы из $Ag, Au, Cu, Pt, Bi, Ni, Fe$ и измерить непосредственно показатель преломления n , при чем подтвердился результат, полученный для массивных зеркал, что $n < 1$ для Ag, Au и Cu . С призмами работали потом Du Bois и Rubens, Schea, Pflüger. Измерение отношения интенсивности луча, прошедшего сквозь тонкий слой, к интенсивности падающего представляет из себя непосредственный метод для определения k . Чтобы учесть отражение, необходимо сделать измерения на двух слоях разной толщины и притом не слишком тонких, так как в очень тонких слоях R зависит от толщины слоя. Кроме других исследователей, длинные ряды подобных измерений (от $\lambda = 0,3 \mu$ до $\lambda = 2,5 \mu$) дали Hagen и Rubens. Луч, прошедший под углом через тонкий слой металла, вообще становится эллиптически поляризованным. Измеряя свойства его, можно определить n и k , а также и толщину слоя (Betz, 1905). Теорией отражения и прохождения света через тонкие слои занимались Voigt (1885), Drude (1891) и др. Galli и Försterling показали теоретически и подтвердили экспериментально, что при чрезвычайно тонких слоях луч, поляризованный под углом 45° к плоскости падения, после отражения может остаться прямолинейно поляризованным. Если слой металла на стекле или кварце чрезвычайно тонок (несколько μ), то луч, падающий со стороны стекла, отражается слабее, чем при отсутствии слоя, как это показали Partzsch и Hallwachs. Только при достаточной толщине слоя отражение становится более сильным.

В электролитах электропроводность гораздо меньше, чем в металлах; так, для наиболее проводящих растворов H_2SO_4 и HNO_3 $\sigma = 7 \cdot 10^{-5}$ электропроводности Hg , т. е. приблизительно $= 7 \cdot 10^{11}$. Для $T = 2 \cdot 10^{-15}$ получим $\sigma T = 0,0014$. По замечанию Drude, $n k$ всегда $< \sigma T$, поэтому k не может получить большой величины, если не имеется для данной области спектра связанных вибраторов.

§ 11. Распространение света в анизотропном диэлектрике. Обращаясь к уравнениям Максвелла (1,а) и (2,а) стр. 441, мы видим, что от свойств среды зависит только ур. (1,а), в которое входит диэлектрическая постоянная ϵ . В ур. (2,а) было положено для изотропных тел $\mu = 1$, и это условие мы сохраним на тех же основаниях (см. след. гл.) и для кристаллов. Следовательно, чтобы найти законы распространения электромагнитных волн в кристаллической среде, необходимо изменить ур. (1,а). Мы можем воспользоваться и для кристаллов ур. (9) (гл. III) $\frac{4\pi}{c} \mathfrak{S} = \text{curl } \mathfrak{H}$, понимая под \mathfrak{S} только ток смещения \mathfrak{B} , так как в это ур. ϵ не входит. Но соотношение между током смещения и электрической силой (см. ур. 10.), оставаясь линейным, должно быть написано в самом общем виде.

$$\left. \begin{aligned} 4\pi \mathfrak{S}_x &= \epsilon_{11} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} + \epsilon_{12} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} + \epsilon_{13} \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} \\ 4\pi \mathfrak{S}_y &= \epsilon_{21} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} + \epsilon_{22} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} + \epsilon_{23} \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} \\ 4\pi \mathfrak{S}_z &= \epsilon_{31} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} + \epsilon_{32} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} + \epsilon_{33} \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (128)$$

Прежде всего можно доказать на основании общих соображений, правильных для кристаллов какой-угодно симметрии, что $\epsilon_{21} = \epsilon_{12}$, $\epsilon_{31} = \epsilon_{13}$, $\epsilon_{32} = \epsilon_{23}$ (см. Drude, Lehrbuch der Optik, III. Aufl., p. 295). Раз это установлено, соответствующим выбором осей координат можно привести три ур. (128) к простому виду.

$$4\pi \mathfrak{S}_x = \epsilon_1 \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t}; \quad 4\pi \mathfrak{S}_y = \epsilon_2 \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t}; \quad 4\pi \mathfrak{S}_z = \epsilon_3 \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}.$$

Подставляя в ур. (9), получим

$$\frac{\epsilon_1}{c} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial x}; \quad \frac{\epsilon_2}{c} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial x}; \quad \frac{\epsilon_3}{c} \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial y} \quad (129)$$

Дифференцируя последовательно эти три уравнения по x, y, z , и складывая их, находим, вместо ур. (3,а), для периодических волн

$$\epsilon_1 \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \epsilon_2 \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \epsilon_3 \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (130)$$

Ур. (4,а), указывающее на перпендикулярность магнитного вектора \mathfrak{H} к нормали плоской волны, сохраняется. Если в кристалле распространяется плоская волна, то все проекции векторов имеют общий множитель $e^{i \frac{2\pi}{T} (t - \frac{mx + ny + pz}{v})}$, где v есть скорость распространения по нормали к плоскости волны. Ур. (130) эквивалентно (см. § 2), следовательно,

уравнению

$$m D_x + n D_y + p D_z = 0 \dots \dots \dots (130, b)$$

если введем вектор диэлектрического смещения $D_x = \epsilon_1 \mathfrak{X}$; $D_y = \epsilon_2 \mathfrak{Y}$; $D_z = \epsilon_3 \mathfrak{Z}$. Отсюда следует, что вектор электрического напряжения \mathfrak{E} не перпендикулярен к нормали волны, а этим свойством обладает вектор диэлектрического смещения.

Выбор вектора, который представляет собой световые колебания, теперь увеличивается, так как теперь можно принять в качестве такового, кроме \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , также вектор диэлектрического смещения. Законы распространения электромагнитных волн в кристаллах, конечно, не зависят от того или иного выбора, и в этом отношении электромагнитная теория охватила все существовавшие механические теории, которые приводили к экспериментально установленному закону Френеля, но исходили из разных постулатов. В теории Френеля световой вектор, строго поперечный и \perp плоскости поляризации, соответствует вектору диэлектрического смещения (D_x, D_y, D_z).

Другие теории (Ketteler, Boussinesq, Rayleigh и др.) приводили к вектору не строго поперечному и только приблизительно \perp плоскости поляризации — это вектор электрического напряжения \mathfrak{E} . Наконец, F. Neumann, Kirchhoff, Voigt и др. дали теории, в которых световой вектор строго поперечен и \parallel плоскости поляризации — это магнитный вектор \mathfrak{H} . Чтобы получить закон Френеля, выберем диэлектрическое смещение за световой вектор. Это не имеет принципиального значения, но приведет нас в более близкую связь с теорией Френеля, изложенной в томе II, гл. 16, и облегчит математические выкладки. Обозначим $\frac{c^2}{\epsilon_1} = v_1^2$, $\frac{c^2}{\epsilon_2} = v_2^2$, $\frac{c^2}{\epsilon_3} = v_3^2$. Величины v_1, v_2, v_3 суть главные скорости распространения плоских волн, когда нормали их совпадают с выбранными осями координат, т. е. электрическими осями симметрии. Дифференцируя первое ур. (129) по t , подставляя \mathfrak{M} и \mathfrak{N} из (2, а стр. 441) и вводя $D_x, D_y, D_z, v_1, v_2, v_3$, получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 D_x}{\partial t^2} = v_1^2 \Delta D_x - \frac{\partial}{\partial x} \left(v_1^2 \frac{\partial D_x}{\partial x} + v_2^2 \frac{\partial D_y}{\partial y} + v_3^2 \frac{\partial D_z}{\partial z} \right) \dots \dots (131)$$

Аналогично получают два уравнения для D_y и D_z . Все проекции D_x, D_y, D_z имеют общий множитель, указанный на предыдущей стр. Обозначим $D_x'' = \frac{\partial^2 D_x}{\partial t^2}$ и т. д., Тогда $\frac{\partial^2 D_x}{\partial x^2} = \frac{m^2}{v^2} D_x''$; $\frac{\partial^2 D_x}{\partial x \partial y} = \frac{mn}{v^2} D_x''$; $\Delta D_x = \frac{1}{v^2} D_x''$ и т. д. Подставляя эти соотношения в три ур. (131), находим

$$(v^2 - v_1^2) D_x'' = m (m v_1^2 D_x'' + n v_2^2 D_y'' + p v_3^2 D_z'')$$

$$(v^2 - v_2^2) D_y'' = n (m v_1^2 D_x'' + n v_2^2 D_y'' + p v_3^2 D_z'')$$

$$(v^2 - v_3^2) D_z'' = p (m v_1^2 D_x'' + n v_2^2 D_y'' + p v_3^2 D_z'').$$

Помножая их последовательно на $\frac{m}{v^2 - v_1^2}$ и т. д., и пользуясь (130, б), легко можно получить

$$\frac{m^2}{v^2 - v_1^2} + \frac{n^2}{v^2 - v_2^2} + \frac{p^2}{v^2 - v_3^2} = 0 \quad \dots \quad (132)$$

Это закон Френеля, который дает скорость распространения волны в зависимости от направления (m, n, p) нормали. Определенному направлению нормали в этом уравнении 2-ой степени относительно v^2 соответствуют две скорости, и можно доказать, что векторы D в этих двух волнах взаимно перпендикулярны. Если будем по каждому направлению откладывать от начала координат отрезок, равный скорости v , соответствующей этому направлению, то координаты конца отрезка будут $x = mv$, $y = nv$, $z = pv$, и, обозначая $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, получим из (132)

$$\frac{x^2}{r^2 - v_1^2} + \frac{y^2}{r^2 - v_2^2} + \frac{z^2}{r^2 - v_3^2} = 0.$$

Это поверхность нормальных скоростей. Она состоит из двух частей и похожа по внешней форме на волновую поверхность. Пересечение с плоскостями координат дает круг и овал (не эллипс, как у волновой поверхности). Если $v_1 > v_2 > v_3$, то в плоскости XOZ есть два направления нормали, для которых круг и овал пересекаются в 4 точках, симметрично расположенных относительно OX и OZ . (Других точек пересечения двух частей поверхности не существует). Эти направления представляют из себя оптические оси кристалла. Скорости двух волн, распространяющихся вдоль осей, совпадают.

Вектор Пойнтинга, т. е. поток энергии в кристаллической среде, дается тем же выражением в зависимости от \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , как и в изотропной. Это легко видеть из вывода этого выражения в гл. III, § 4, если принять во внимание, что плотность электрической энергии в кристалле при данном выборе координатных осей равна $\frac{1}{8\pi} (\varepsilon_1 \mathfrak{X}^2 + \varepsilon_2 \mathfrak{Y}^2 + \varepsilon_3 \mathfrak{Z}^2)$. Две диафрагмы, помещенные внутри кристаллической среды, определяют направление потока энергии, т. е. направление луча (см. конец § 3). Так как луч таким образом \perp к \mathfrak{E} и \mathfrak{H} , то он составляет некоторый угол с нормалью плоской волны, которая \perp к D и \mathfrak{H} . Вдоль луча электромагнитное возмущение распространяется конечно с большей скоростью, чем по нормали, так как скорость луча равна скорости по нормали, деленной на \cos угла между ними. Откладывая от начала координат вдоль всякого луча отрезок, равный его скорости, получаем поверхность лучевых скоростей, т. е. волновую поверхность, так как она есть геометрическое место точек, куда в единицу времени доходит электромагнитное возмущение из начала координат. Между поверхностью нормальных скоростей и волновой поверхностью существует тесная связь. Возьмем плоские волны, проходящие через начало координат по всем направлениям. Через единицу времени после прохождения через начало уравнение таких плоскостей будет $mx + ny + pz = v$. Каждая такая плоскость должна быть касательной к волновой поверхности, следовательно, последняя должна

быть огибающей всех плоскостей, при чем нужно заметить, что величины m , n , p связаны ур. $m^2 + n^2 + p^2 = 1$ и ур. (132). Чисто математическим путем можно получить уравнение волновой поверхности

$$\frac{v_1^2 x^2}{r^2 - v_1^2} + \frac{v_2^2 y^2}{r^2 - v_2^2} + \frac{v_3^2 z^2}{r^2 - v_3^2} = 0,$$

о которой была речь в т. II, гл. 16. Это тоже поверхность из двух частей. Плоскости координат пересекают ее по кругу и эллипсу. В плоскости ZOX (если $v_1 > v_2 > v_3$) эллипс и круг пересекаются, точкам пересечения соответствуют оптические оси лучей.

Очень ясное изложение геометрических соотношений между различными поверхностями можно найти в книгах Drude „Lehrbuch d. Optik“, 3. Aufl., Leipzig, 1912 и Pockels „Lehrbuch d. Krystalloptik“, Teubner, 1906. Теории дисперсии в кристаллах мы здесь не касаемся. Основные ее изложения изложены в книге Pockels'a.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 4.

- Stokes.* Camb. Phil. Trans. 8 p. 287.
Green. Camb. Phil. Trans. 7 p. 120, 1838.
Kelvin. Phil. Mag. 26 p. 414, 1888.
Glazebrook. Phil. Mag. 26 p. 521, 1888.
Cauchy. Mém. de l'Acad. de Sc. 9 p. 114; 10 p. 293, 549; 18 p. 153, 1829. Exerc. de Math. 3 p. 188; 4 p. 129; 5 p. 19.
Mac Cullagh. Collected Works, Dublin, London, 1880.
F. Neumann. Berlin. Abh. 1835 p. 1—160; Werke 2, p. 359.
Kirchhoff. Vorles. über math. Optik, p. 134, 1891.
Voigt. Wied. Ann. 19 p. 873, 1883; 43 p. 410, 1891. Compend. d. Theor. Ph. Bd. 2. Leipzig, 1896.
Drude. Gött. Nachr. 1892 p. 366—412.
A. Eichenwald. Festschrift Heinrich Weber. p. 37, 1912.
Kynast. Wied. Ann. 22 p. 26, 1907.
Zehnder. Wied. Ann. 26 p. 985, 1908.
Volke. Der Einfluß der Druckspannung auf die elliptische Polarisation des total-reflektierten Lichtes. Diss. Breslau, 1909.
Lummer und Sorge. Wied. Ann. 31 p. 325, 1910.
Rayleigh. Phil. Mag. 16 p. 444, 1908.
Maclaurin. Proc. Roy. Soc. (A) 79 p. 18, 1906.
Schulz. Wied. Ann. 26 p. 139, 1906.

К § 5.

- Эйхенвальд.* Ж. П. Ф.-Х. О. 41 p. 131, 1909.
Newton. Optice lib. 2. obs. 1 p. 185.
Quincke. Pogg. Ann. 127 p. 1, 199, 1866.
Hall. Phys. Rev. 15 p. 73, 1902.
Voigt. Compend. d. Theor. Ph. 2 p. 641, Leipzig, 1896.
Ketteler. Wied. Ann. 67 p. 886, 1899.
Ditscheiner. Wien. Ber. (2) 60 p. 584, 1870.
Exner. Wien. Ber. 98. IIa p. 51, 1889.
Edser and Senior. Phil. Mag. 4 p. 346, 1902.
Voigt. Wied. Ann. 67 p. 185, 1899.

- Stokes.* Cambr. Phil. Trans. 8 p. 642, 1849.
Voigt. Gött. Nachr. p. 49, 1884; Heft 3, 1903.
Righi. Optik der elektr. Schwing. p. 161. Leipzig, 1898.
Schaefer und Gross. Wied. Ann. 32 p. 648, 1910.
Voigt. Wied. Ann. 34 p. 797, 1911.
Eichenwald. Wied. Ann. 35 p. 1037, 1911.
Voigt. Wied. Ann. 36 p. 868, 1911.
Ignatowsky. Wied. Ann. 37 p. 901, 1912.
Ignatowsky u. Oettinger. Wied. Ann. 37 p. 911, 1912.
Fabry. C. R. 120 p. 314, 1895.
Hall. Phys. Rev. 21 p. 346, 1905.

K § 6.

- K. Ångström.* Pogg. Ann. 94 p. 141, 1855.
Kirchhoff. Pogg. Ann. 109 p. 148, 275, 1860. Abh. Berl. Akad. p. 63, 1861.
Kirchhoff und Bunsen. Pogg. Ann. 110, p. 160, 1860; 113 p. 337, 1861.
Lippich. Pogg. Ann. 139 p. 465, 1870.
Pfaundler. Wien. Ber. 46 II p. 852, 1877.
Rayleigh. Phil. Mag. (5) 27 p. 298, 1889.
Michelson. Phil. Mag. (5) 34 p. 280, 1892. Astroph. Journ. 2 p. 251, 1895.
Buisson et Fabry. Journ. de Ph. (5) 2 p. 442, 1912.
Schönrock. Wied. Ann. 20 p. 995, 1906; 22 p. 209, 1907.
Reiche. Ber. d. deutsch. Ph. Ges. 1913 p. 3.
P. P. Koch. Wied. Ann. 30 p. 841, 1909; 34 p. 377, 1911; 42 p. 1, 1913.
Brotherus. Wied. Ann. 38 p. 397, 1912.
К. Иванов. Ж. П. Ф.-Х. О. 45 p. 125, 1913. Phys. Zeitschr. 13 p. 1112, 1912.
Gouy. Journ. de Ph. (2) 5 p. 354, 1886; C. R. 120 p. 915, 1895.
Poincaré. C. R. 120, p. 457. 1895.
Schuster. Phil. Mag. (5) 37 p. 509, 1894. C. R. 120 p. 987, 1895.
Abraham. Theorie der Elektrizität. Bd. II.
Humphreys. Astroph. Journ. 22 p. 218, 1905; 26 p. 18, 297, 1907; 27 p. 194.
Duffield. Phil. Trans. A. 208 p. 111, 1908; 209 p. 136, 205, 1908; 211 p. 33, 1911.
J. J. Thomson. Phil. Mag. 7 p. 237, 1904.
H. Lorentz. Proc. Amsterd. Akad. 1905 p. 591, также The Theory of elektrons. Leipzig, 1909.
H. Lorentz. Enzykl. d. mathem. Wissensch. V Art. 14. Nr. 20.
M. Abraham. Theorie d. Elektrizität. Bd. 2 p. 72. Leipzig, 1905.

K § 7.

- Helmholtz.* Pogg. Ann. 154 p. 582, 1875.
Sellmeyer. Pogg. Ann. 143 p. 272, 1871; 145 p. 399; 147 p. 386, 525. 1872.
Rayleigh. Phil. Mag. (5) 48 p. 151, 1899.
Maxwell. Mathematical Tripos Examination, Cambridge Calendar, 1869.
Kettler. Theoretische Optik. Braunschweig, 1885.
Helmholtz. Berl. Ber. p. 1093, 1892; Wied. Ann. 48 p. 389, 723, 1893.
Kolačák. Wied. Ann. 32 p. 224, 428, 1887.
Goldhammer. Wied. Ann. 46 p. 99; 47 p. 93, 265, 1892.
Drude. Wied. Ann. 48 p. 542, 1893. Wied. Ann. 1 p. 437, 1900.
Reiff. Wied. Ann. 55 p. 82, 1895. Theorie molecular-elektrischer Vorgänge, Freiburg, 1895.
Ebert. Wied. Ann. 43 p. 1, 1893.
Larmor. Phil. Trans. 185 p. 719, 1894; 186 p. 695, 1895; 190 p. 206, 1897.
Nagaoka. Tokyo Sugaku — Batsurigakkwai Kiji-Gaiyo II p. 280, 293, 1904.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (6) II p. 769, 1906.
Planck. Berl. Ber. 1895 p. 289; 1896 p. 151; 1902 p. 470; 1903 p. 480; 1904 p. 740; 1905 p. 382.

- Galitzin.* Bull. St. Petersburg. (5) 2 p. 397, 895 u. Wied. Ann. 56 p. 78, 1895.
Ekman. Wied. Ann. 24 p. 267, 579, 1907.
Sommerfeld. Festschrift Heinrich Weber p. 338, 1912.
Rayleigh. Scientific papers 1 p. 537, 1881; p. 322, 1877,
Ehrenfest. Wied. Ann. 33 p. 1571, 1910.
Voigt. Wied. Ann. 68 p. 598, 1899; 4 p. 203, 1901.
Lamb. Proc. Lond. Math. Soc. (II) 1 p. 473, 1904.
Laue. Wied. Ann. 18 p. 523, 1905.
Schuster. Boltzmann Festschrift p. 569.

К § 8.

см. том II. литература к § 8 гл. 15.

- Ketteler.* Theor. Optik. Braunschweig, 1885.
Грузинцев. Электромагнитная теория проводников. Харьков, 1899.

К § 9.

- Rubens u. Nichols.* Wied. Ann. 60 p. 418, 1897.
Rubens u. Aschkinass. Wied. Ann. 67 p. 459, 1899.
Rubens and Wood. Phil. Mag. 21 p. 249, 1911.
Rubens u. Hollnagel. Phil. Mag. 19 p. 761, 1910.
Rubens u. Baeyer. Berl. Ber. 1911 p. 339.
Mach u. Arbes. Wied. Ann. 27 p. 436, 1886.
Puccianti. Mem. Soc. Spettrosc. Ital. 33 p. 133 1904. Mem. d. R. Accad. d. Lincei p. 27, 1906.
Исаков. Ж. Р. Ф.-Х. О. 42 p. 236, 1910.
Fricke. Wied. Ann. 16 p. 865, 1905.
Rosenthal. Wied. Ann. 68 p. 783, 1899.
Pulfrich. Wied. Ann. 14 p. 177, 1881.
Красец. Известия И. Моск. Инжен. Учил. 1912 г. II вып. VI, 1912.
Königsberger u. Külchling. Wied. Ann. 37 p. 601, 1912.
Loria. Bull. Acad. Cracovie 1909 p. 39 Wied. Ann. 30 p. 240, 1909.
Рождественский. Аномальн. дисп. в парах натрия, СПб. 1912. Wied. Ann. 39 p. 307, 1912.
Bevan. Proc. R. Soc. 83 p. 421; 84 p. 209, 1910; 85 p. 54, 1911.
Julius u. v. d. Plaats. Proc. Roy. Acad. Amsterd. 13 p. 1088, 1911.
Rubens u. Ladenburg. Berlin. Ber. 1908 p. 274, 1140.
Bode. Wied. Ann. 30 p. 326, 1909.
J. Becquerel. Le Radium 4 p. 383, 1907.
Erfle. Wied. Ann. 24 p. 672, 1907.
Königsberger u. Külchling. Wied. Ann. 28 p. 889, 1909.
Eva v. Bahr u. Königsberger. Sitzungsber. der Heidelberg. Akad. d. Wiss. Jahrg. 1911. 26. Abh.
Natanson. Bull. Acad. Cracovie 1907 p. 316; 1909 p. 907, 915.
O. Cuthbertson u. M. Cuthbertson. Proc. Roy. Soc. 81 p. 440, 1908; 83 p. 149, 151, 171, 1910.
Houstoun. Proc. Roy. Soc. 82 p. 606, 1909; Edinb. Proc. 31 p. 521, 1912.
J. J. Thomson. Phil. Mag. 11 p. 769, 1906.
K. Ångström. Wied. Ann. 6 p. 163, 1901. Arkiv för Matem. Astr. och Fysik 4 Nr. 30, 1908.
Eva v. Bahr. Wied. Ann. 29 p. 780, 1909; 33 p. 585, 1910; 33 p. 206, 1912. Phys. Zeitschr. 12 p. 1167, 1911.
Hertz. Verh. d. Ph. Ges. 13 p. 617, 1911.
Füchtbauer. Phys. Zeitschr. 12 p. 722, 1911.
Wood. Astroph. Journ. 26 p. 41, 1907.
J. Becquerel. Radium 4 p. 328, 383, 1907.
J. Becquerel and H. Kamerlingh Onnes. Radium 5 p. 227, 1908.

- W. Voigt.* Sitzungsber. d. Bayerisch. Akad. d. Wissensch. Math.-Ph. Klasse 1912 p. 603.
 Phys. Zeitschr. 14 p. 377, 1913.
Goldhammer. Dispersion und Absorption des Lichtes, Leipzig, Teubner, 1913.
Schuster. Nature 81 p. 97, 1909.
Wood. Phil. Mag. 3 p. 396; 4 p. 425, 1902; 6 p. 259, 1903.
Ehrenhaft. Wien. Ber. 112 IIa p. 181, 1903; p. 1115, 1905.
Mie. Wied. Ann. 25 p. 377, 1908.
Steubing. Wied. Ann. 26 p. 329, 1908.
Gans u. Happel. Wied. Ann. 29 p. 277, 1909.
H. Lorentz. Proc. Roy. Acad. Amsterd. XIII p. 92, 1910.

K § 10.

- Drude.* Phys. Zeitschr. 2 p. 161, 1900. Wied. Ann. 14 p. 936, 1904.
Schuster. Phil. Mag. 7 p. 151, 1904.
Грузинцев. Сообщ. Харьк. мат. Общ. 2. т. IX стр. 1, 1904. см. также: Математическая оптика, Харьков 1911.
J. J. Thomson. Phil. Mag. 3 p. 353, 1902.
H. Lorentz. Proc. Amsterd. 7 p. 684, 1905.
Jans. Phil. Mag. 17 p. 773; 18 p. 209, 1909.
Wilson. Phil. Mag. 20 p. 835, 1910.
Nicholson. Phil. Mag. 22 p. 245, 1911.
Ischiwara. Proc. Tokyo Math.-phys. Soc. (2) 6 p. 56, 1911.
Bohr. Studie over Metallernes El. theorie (Diss.), Kopenhagen, 1911.
Enskog. Wied. Ann. 38 p. 731, 1912.
Zakrzewski. Bull. Acad. Cracovie 1909 p. 734, 1911, p. 314.
Brewster. Phil. Trans. 1830. 2 p. 287. Pogg. Ann. 21 p. 219, 1831.
Quincke. Pogg. Ann. 123 p. 541, 1866, 142 p. 380, 1871.
Hennig. Gött. Nachr. 13 p. 365, 1887.
Glan. Pogg. Ann. 155 p. 1, 258; 156 p. 235, 1875; Wied. Ann. 7 p. 321, 1879; 47 p. 252, 1892.
Wernicke. Berl. Ber. 1875 p. 673. Wied. Ann. 51 p. 448; 52 p. 515, 1894.
Wiener. Wied. Ann. 31 p. 629, 1887.
Drude. Wied. Ann. 50 p. 595, 1893; 51 p. 77, 1894; 53 p. 841, 1894.
Königsberger u. Bender. Wied. Ann. 26 p. 763, 1908.
Conroy. Proc. Roy. Soc. 28 p. 242, 1879; 31 p. 486, 1881.
Des Coudres. Inaug.-Diss. Berlin, 1887.
Drude. Wied. Ann. 39 p. 544, 1890.
Ingersoll and Burge. Phys. Rev. 29 p. 392, 1909.
Baden-Powell. Phil. Trans. 1845. p. 296.
Jamin. Ann. Ch. Phys. 22 p. 311, 1848.
Quincke. Pogg. Ann. Jubelbd. p. 336, 1874.
Conroy. Proc. Roy. Soc. 28 p. 242, 1879; 31 p. 486, 1881; 35 p. 26, 1883; 37 p. 36, 1884.
Drude. Wied. Ann. 39 p. 481, 1890; 42 p. 186, 1891; 64 p. 159, 1895.
F. de la Provostaye et Desains. Ann. Chim. Phys. (3) 30 p. 276, 431, 1850.
Glatzel. Phys. Zeitschr. 2 p. 173, 1900.
Nutting. Phys. Rev. 13 p. 192, 1901; 16 p. 129, 1903. Phys. Zeitschr. 4 p. 201, 1903.
Trowbridge. Wied. Ann. 65 p. 595, 1898.
Wartenberg. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 12 p. 105, 1910.
Uljanin. Phys. Zeitschr. 11 p. 784, 1910.
Lave und Martens. Phys. Zeitschr. 8 p. 853, 1907.
Hagen u. Rubens. Wied. Ann. 1 p. 352, 1900; 8 p. 1, 1902.
Voigt. Phys. Zeitschr. 2 p. 303, 1910.
Minor. Wied. Ann. 10 p. 581, 1903.
Meier. Wied. Ann. 31 p. 1017, 1910.
Brochán. Wied. Ann. 39 p. 213, 1912.
Fréedericksz. Wied. Ann. 34 p. 780, 1911.

Tool. Phys. Rev. 31 p. 1, 1910.

Грузинцев. Ж. Р. Ф.-Х. О. отд. II. 44 p. 227, 1912. Обзор работ по металлооптике.

Wheeler. Phil. Mag. 25 p. 661, 1913.

Hagen u. Rubens. Wied. Ann. 11 p. 873, 1903. Berl. Ber. 1909 p. 487; 1910 p. 467.

Sissingh. Arch. Néerland. 20 p. 172, 1886.

Zeeman. Commun. of the Labor. of Physics. Leyden. No. 20, 1895.

Königsberger. Wied. Ann. 4 p. 796, 1901.

Ingersoll. Astroph. Journ. 32 p. 265, 1910.

Försterling und Fréedericksz. Wied. Ann. 40 p. 201, 1912.

Kundt. Wied. Ann. 34 p. 469, 1888; 36 p. 824, 1889.

Pflüger. Wied. Ann. 58 p. 493, 1896.

Betz. Wied. Ann. 18 p. 540, 1905.

Voigt. Wied. Ann. 25 p. 95, 1885.

Drude. Wied. Ann. 43 p. 154, 1891.

К § 11.

Partsch u. Hallwachs. Ber. d. Sächs. Ges. zu Leipzig 64 p. 147, 1912.

Ketteler. Theoret. Optik p. 297.

Boussinesq. Liouv. journ. 13 p. 425, 1868.

Rayleigh. (Strutt.). Phil. Mag. 41 p. 519, 1871.

Kirchhoff. Gesammelte Abh. p. 352.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ.

Магнитооптика и электрооптика.*)

§ 1. Введение. Связь между оптическими явлениями и явлениями электрическими и магнитными была открыта задолго до появления электромагнитной теории света. Впервые Faraday доказал (1845), что плоскость поляризации поляризованного луча поворачивается на некоторый угол, если луч распространяется в прозрачном теле, находящемся в магнитном поле, вдоль линий сил. Это явление было исследовано многими экспериментаторами, много теорий было предложено для его объяснения, но можно сказать, что в течение 50 лет теоретическое значение его оставалось невыясненным. В 1875 г. Kerr показал, что оптически изотропные диэлектрики в сильном электрическом поле становятся анизотропными: луч, распространяющийся в диэлектрике по направлению, перпендикулярному электрическим линиям сил, испытывает двойное лучепреломление. Далее в 1877 г. Kerr нашел, что намагниченное железное зеркало иначе отражает поляризованный луч, чем ненамагниченное. Открытие Zeeman'a (1896) — расщепление тонкой спектральной линии на две, три или несколько составляющих, если источник света находится в магнитном поле — является важным моментом не только для теории магнитооптических явлений, но и вообще для электронной теории, которая в руках Н. А. Lorentz'a к тому времени дала уже значительные положительные результаты. Электронная теория объясняет, в некоторых отношениях очень детально, явление Zeeman'a. Voigt, логически развивая теорию дальше, пришел к заключению, что тело, обладающее

*) Эта глава составлена проф. Д. С. Рождественским. О. Х.

линиями или полосами поглощения и находящееся в магнитном поле, должно иметь специфическое влияние на луч света, распространяющийся в этом теле. Если луч света распространяется вдоль линии магнитных сил, должно иметь место вращение плоскости поляризации, если перпендикулярно к ним — двойное лучепреломление. Первое из этих явлений было одновременно и независимо найдено учеными Macaluso и Corbino, второе обнаружил сам Voigt. Явление Faraday в этой теории является лишь частным случаем вращения в прозрачных телах. Повидимому, другое теоретическое объяснение имеет явление двойного лучепреломления в жидкостях, помещенных в магнитном поле (аналог электрическому явлению Kerr'a), которое открыли в 1910 г. Cotton и Mouton.

В этой главе упомянутые явления и их теория будут изложены не в исторической последовательности, а в порядке их теоретической важности. На первом месте стоит явление Zeeman'a, которое дает ключ к пониманию большинства явлений. Сочинения, в которых более подробно и систематически излагаются магнитооптические и электрооптические явления, указаны в собрании литературы.

§ 2. Явление Zeeman'a. Прежде чем приступать к изложению результатов экспериментальных исследований, рассмотрим, как должны изменяться колебания лучеиспускающих вибраторов в магнитном поле согласно электронной теории. Движущаяся заряженная частица представляет из себя конвекционный ток, на который должно действовать магнитное поле по закону Био-Савара. Величина и направление тока выражается в элматн. ед. вектором $\frac{e\mathbf{v}}{c}$, где e заряд частиц в элстат. ед., \mathbf{v} вектор, представляющий скорость движения частицы. Как уже выведено было в гл. IV, форм. (12), сила, которую испытывает частица со стороны магнитного поля \mathfrak{H} — это поле мы предполагаем заданным в элматн. ед., т. е. гауссах — равна $\frac{e}{c} [\mathbf{v}, \mathfrak{H}]$. Пусть \mathfrak{H} направлено по оси OZ , т. е. $\mathfrak{X} = \mathfrak{Y} = 0$, и обозначим $\mathfrak{H} = H$. Тогда, развертывая векторное произведение, получим три проекции искомой силы по осям координат: $\frac{e}{c} H \frac{d\eta}{dt}$; $-\frac{e}{c} H \frac{d\xi}{dt}$; 0. Легко понять, что проекция на ось OZ равна нулю, так как искомая сила \perp не только к направлению движения частицы, но и к направлению вектора магнитного напряжения. Пусть частица совершает периодические колебания под действием квазп-упругой силы, так что уравнения колебания мы пишем по типу ур. (80) гл. VII, при чем для всех трех проекций коэффициент f имеет то же самое значение. Прибавляя к правым частям уравнения найденные проекции силы действия магнитного поля, приходим к следующему результату:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \xi}{dt^2} &= -\nu_0^2 \xi + \frac{eH}{mc} \frac{d\eta}{dt} \\ \frac{d^2 \eta}{dt^2} &= -\nu_0^2 \eta - \frac{eH}{mc} \frac{d\xi}{dt} \\ \frac{d^2 \zeta}{dt^2} &= -\nu_0^2 \zeta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

Здесь введена частота колебаний частицы вне магнитного поля $\nu_0^2 = f/m$ по форм. (81) гл. VII. На проекцию ζ магнитное поле не оказывает действия. Чтобы узнать, как происходит движение в плоскости XOY , подставляем $\xi = A e^{i\nu t}$ и $\eta = B e^{i\nu t}$ в два первых уравнения и получаем

$$A(\nu^2 - \nu_0^2) = -B \frac{eH}{mc} i\nu; \quad B(\nu^2 - \nu_0^2) = A \frac{eH}{mc} i\nu \dots (2)$$

Изменение частоты $\nu - \nu_0 = \delta\nu$, как показывает опыт, всегда чрезвычайно ничтожно, и потому будем полагать $\nu = \nu_0$ там, где эти две величины не встречаются в разности. Таким образом $\nu^2 - \nu_0^2 = 2\nu_0 \delta\nu$ и

$$A \delta\nu = -B \frac{eH}{2mc} i; \quad B \delta\nu = A \frac{eH}{2mc} i \dots (2, a)$$

Исключая A и B из последних двух уравнений, приходим к окончательному результату:

$$\delta\nu = \pm \frac{eH}{2mc}, \quad \text{или} \quad \delta\lambda = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \delta\nu = \mp \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{e}{mc} H \dots (3)$$

Таким образом проекции на ось OZ соответствует частота ν_0 , а проекции на плоскость XOY —частоты $\nu_0 + \frac{eH}{2mc}$ и $\nu_0 - \frac{eH}{2mc}$. В магнитном поле всякая частица посылает вообще три спектральных линии вместо одной; положение средней линии этого триплета совпадает с положением линии, посылаемой вне магнитного поля, а две крайние смещены на равные величины вправо и влево. Далее, верхним знакам в (3) соответствует в (2, a) соотношение между амплитудами $B = Ai$, а нижним соотношение $B = -Ai$. Согласно стр. 460, первое дает вращение по кругу по часовой стрелке, второе против часовой стрелки.

Если наблюдатель смотрит по направлению, параллельному магнитным линиям сил (продольный или лонгитудинальный эффект, далее будет обозначаться буквой L) навстречу этим линиям, т. е. находится на положительной оси OZ , то он видит только две линии; средняя, не сместившаяся линия отсутствует, так как она соответствует продольным колебаниям, параллельным лучу. Крайние, сместившиеся линии поляризованы по кругу. Если заряд частицы e положительный, то линии с меньшей длиной волны соответствуют правая круговая поляризация, линии с большей длиной волны — левая. При отрицательном e направления вращения в обеих линиях противоположны.

Если наблюдатель смотрит по направлению \perp линиям сил (поперечный или трансверсальный эффект, далее будет обозначаться буквой T) например по направлению оси OX , то видны три линии; все три дают линейно-поляризованный свет. Средней, не сместившейся, соответствуют колебания \parallel двум крайним \perp магнитным линиям сил. Хотя последним соответствуют вращения по кругу в плоскости XOY , но наблюдатель, находящийся в той же плоскости, видит только проекцию движения на плоскость, перпендикулярную лучу зрения.

Это два главных способа наблюдения; при произвольном направлении луча зрения относительно магнитных линий сил величины $\delta\nu$

(или $\delta\lambda$), конечно, не меняются, линия расщепляется одинаково; средняя линия всегда линейно поляризована, крайние поляризованы вообще по эллипсу, при чем направление вращения по эллипсу для обеих крайних линий противоположно.

Тех же теоретических результатов можно достигнуть и более простыми соображениями. Частица вне магнитного поля совершает в самом общем случае движение по эллипсу, как угодно ориентированному в пространстве. Разложим это движение на прямолинейное движение по OZ и эллиптическое в плоскости XOY . Последнее можно опять всегда разложить на два круговых с противоположными направлениями движения, но вообще с разными амплитудами. Рассмотрим действие поля на каждое из этих круговых движений отдельно. Пусть в круговом движении по часовой стрелке частица движется по кругу радиуса r со скоростью v . Тогда сила притяжения $f \cdot r$ к центру должна равняться центробежной силе вне магнитного поля:

$$\frac{mv^2}{2} = fr,$$

а так как $v = \frac{2\pi r}{T} = v_0 r$, где T — период вращения, то $v_0^2 = f/m$ (как и выше). Магнитное поле дает силу, перпендикулярную к направлению движения частицы, следовательно, направленную к центру при положительном заряде e и равную (т. к. $v \perp H$) $\frac{evH}{c}$. Движение может совершаться по кругу, но теперь должно быть соблюдено условие:

$$\frac{mv^2}{r} = fr + \frac{ev}{c} H.$$

Подставляя, как и раньше, $v = v_0 r$ и $f = v_0^2 m$, находим $v^2 - v_0^2 = \frac{evH}{mc}$. При вращении против часовой стрелки магнитная сила отталкивает частицу от центра, в правой части при H будет знак минус; оба решения соответствуют точному решению уравнений (2).

Что касается до интенсивности линий, то ясно, что в L -дуплете обе линии равны по интенсивности и вдвое слабее неразложенной линии. В T -триплете крайние линии должны быть вдвое слабее средней. Действительно, так как начальные условия колебаний частиц источника света вполне случайны, то средние энергии движения для всех трех проекций по осям координат должны быть равны. В плоскости XOY средняя энергия каждого из круговых движений равна средней энергии движения по OZ , но глаз наблюдателя воспринимает свет, по интенсивности соответствующий только половине этой энергии, так как другая половина соответствует продольным колебаниям. Вообще в любом направлении свет, не разложенный спектроскопом, должен быть неполяризованным.

Первые наблюдения Zeeman'a были произведены над пламенем горелки, окрашенным солями Na и помещенным между полюсами сильного электромагнита. Наблюдались в спектроскопе линии D_1 и D_2 . Правда, магнитное поле и разрешающая сила спектроскопа не были достаточно

велики, чтобы вполне разделить линию на составляющие части, линии казались только расширенными в магнитном поле, но края линий были поляризованы так, как предвидела теория. Далее, Зеeman с усовершенствованными средствами наблюдал L -дуплет и T -триплет, измерил величину $\delta\lambda$ и вычислил, зная силу поля H , величину $\frac{e}{m}$. Оказалось, что эта величина очень близка к той, которая была найдена для свободных электронов в катодных лучах. Знак заряда, определяемый направлением круговой поляризации крайних линий L -дуплета, оказался отрицательным. Это замечательное открытие с громадной вероятностью указывает на то, что колеблющиеся частицы, которые дают спектральные линии, суть не что иное, как электроны. Самый факт существования электронов этим опытом значительно подкрепляется; ставятся в связь на первый взгляд вполне разнородные явления, как катодный пучок и явление лучеиспускания; наконец, является, повидимому, возможность проникнуть в ме-

Рис. 191.

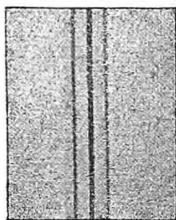


Рис. 192.



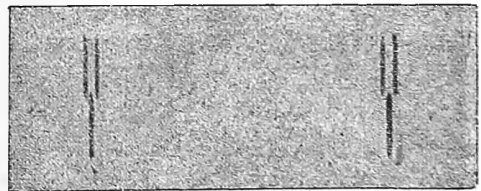
ханизм строения атома. Рис. 191 дает T -триплет (увелич.) линии Zn (4680), рис. 192 — часть спектра Fe в магнитном поле. (T -направление). Оба рисунка, как и некоторые следующие, заимствованы из книги Зеeman'a.

Из формулы (3) видно, что если бы все линии расщеплялись в магнитном поле согласно вышеприведенной простой теории, то характерной величиной для разложения являлась бы величина $\delta\nu$, зависящая только от H и имеющая постоянный множитель $\frac{e}{2mc}$, одинаковый для всех линий.

Так как спектр в обычных спектроскопах расположен (приблизительно) в шкале длин волн, а не в шкале частот, то наблюдается непосредственно величина $\delta\lambda$, которая пропорциональна λ^2 . Далее мы будем называть „нормальным триплетом Зеemана“ такой триплет, у которого величина $\frac{\delta\lambda}{\lambda^2 H} = a$, где $a = \frac{e}{mc} \cdot \frac{1}{4\pi c} = 4,692 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{гаус} \cdot \text{см}}$. Этому числу соответствует $\frac{e}{mc} = 1,769 \cdot 10^7 \frac{\text{элмагн. ед.}}{\text{гр}}$, следовательно, величина, свойственная электронам. Как увидим далее, число a имеет большое значение при изучении явления Зеemана. Чтобы получить представление о величине расщепления линии, вычислим для очень сильного поля $H = 30000$ гаусс и для линии в середине видимого спектра $\lambda = 5000 \text{ \AA} = 5 \cdot 10^{-5}$ см. величину $\delta\lambda = 3,5 \cdot 10^{-9}$ см. = $0,35 \text{ \AA}$. Расстояние между двумя крайними линиями триплета или дуплета = $0,7 \text{ \AA}$, т. е. несколько больше $\frac{1}{10}$ расстоя-

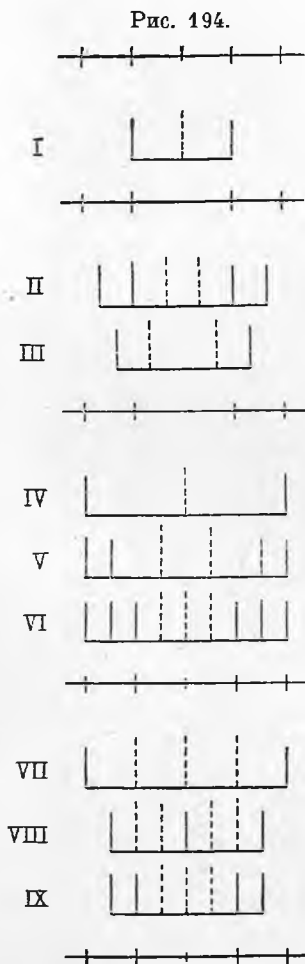
ния между линиями D_1 и D_2 натрия. Ясно, что для изучения явления Зеемана необходимо пользоваться очень сильно разрешающими спектроскопами и, по возможности, более сильным магнитным полем. В качестве спектроскопов употребляют очень большие диффракционные решетки, эшелонный или интерференционный (Fabry и Perot, пластинка Lummer и Geheiske) спектроскопы. Для получения сильного магнитного поля до последнего времени пользовались полукруговым электромагнитом Du Bois, который может дать $H = 30\,000 - 35\,000$ гаусс. В настоящее время Weiss konstruirал новый электромагнит, дающий до 55 000 гаусс. Воздушный промежуток между полюсами электромагнита должен быть по возможности малым (несколько мм.), чтобы поле было интенсивно. При этом является затруднительным помещать между полюсами источник света. Часто пользуются различными приспособлениями, чтобы по возможности уменьшить между железное пространство, например, заставляют проскакивать искру между электродом из какого-нибудь металла и железом конца полюса, помещают концы гейсслеровой трубки в каналах, выточенных в полюсах и т. д. При L -наблюдении в большинстве случаев пользуются подобными каналами, что имеет свои недостатки, так как каналы в узких (чтобы собрать линии сил в небольшое пространство) полюсных наконечниках уменьшают однородность и интенсивность поля; поэтому некоторые исследователи отражали луч света, параллельный линиям сил, в другое направление при помощи очень малой призмы с полным внутренним отражением или зеркала, которым может служить несколько скошенная и отшлифованная поверхность наконечника. Большое значение для успеха наблюдения имеет ширина спектральной линии. Например, в пламени при большом количестве соли спектральные линии очень широки, так что даже при большом H они не отделяются друг от друга. Выгодны источники света, которые дают тонкие линии, например, гейсслерова трубка (малое давление и низкая температура). Пользуясь поляризацией составных частей расщепленной линии, можно значительно облегчить условия опыта. При T -наблюдении достаточно поместить на пути луча николю, чтобы соответствующим поворотом потушить или среднюю линию или две крайние. Удобно пользоваться двояко преломляющей призмой и проектировать на щель стигматического спектроскопа (вогнутая решетка дает астигматический спектр) два взаимно перпендикулярно поляризованных изображения; тогда в спектре видны два поля (см. рис. 193, желтые линии Hg 5770 и 5790): в одном только средние линии, в другом только крайние. При L -наблюдении нужно сначала поместить на пути лучей пластинку в $1/4$ длины волны, чтобы превратить два круговых колебания в два взаимно перпендикулярных. Тогда двояко преломляющая призма дает в одном поле только, например

Рис. 193.



правую линию, в другом только левую (Cornu, Koenig), как будет видно далее на рис. 197.

Первые же наблюдения (Cornu, Michelson, Zeeman, Preston, H. Becquerel и Deslandres, Reese) показали, что нормальный триплет Зеемана получается редко; очень многие линии разделяются в магнитном поле на 4, 6 даже до 15 составляющих, при чем величины $\delta\lambda$ и интенсивности составляющих могут быть очень различны, так что, повидимому,



простая теория не оправдывается. Дальнейший анализ явления указал ряд закономерностей большой важности. Впервые Preston выяснил тесную зависимость между типом разложения линии и принадлежностью ее к определенной спектральной серии и высказал следующий закон. Тип разложения линии, величины $Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2 H}$, поляризация и относительные интенсивности слагающих одинаковы для всех линии одной серии, у какого бы элемента эта серия ни встречалась. Напомним, что в спектрах многих элементов (в особенности принадлежащих к I и II группе таблицы Менделеева) многие линии собраны в определенные серии, члены которых закономерно связаны между собой эмпирическими формулами. Различаются: главная серия, I и II побочные серии, серия Bergmann'a. Далее Ritz и Paschen установили существование комбинационных линий, которых мы касаться не будем. Каждая серия может быть составлена либо из одиночных линий, либо из дуплетов, либо из триплетов. В дуплетах и триплетях линии расставлены иногда далеко, иногда близко (и это свойство также изменяется закономерно от элемента к элементу, а вдоль серии — от одного члена серии к другому). Один и тот же элемент может иметь наряду с сериями одиночных линий также серии дуплетов и серии триплетов. Согласно закону Preston'a изучение отдельных линий различных элементов может быть заменено изучением типа разложения, свойственного данной серии. В рис. 194 сопоставлены (извлечение из статьи Cotton'a) некоторые типы разложения при наблюдении в T -направлении. От времени до времени на рисунке повторяется шкала, которая дает величины $Z = a$ и $Z = 2a$. Слагающая, которым соответствуют колебания \perp (t -слагающая) или \parallel (l -слагающая) полю, даны сплошной или разорванной чертой.

В I мы имеем нормальный триплет Зеемана, который дают линии гелия (Lohmann) и все изученные линии одиночных серий (*Zn, Cd, Ca, Mg, Hg*). II и III соответствуют сериям дуплетов, главной и второй побочной. Первые члены этих двух серий совпадают, и потому тип разложения у обеих серий должен быть одинаков, что вообще и оправдывается. Пример : линия $D_2 Na$ дает секстет, *l*-слагающие имеют $Z = \pm \frac{a}{3}$; *t*-слагающая — $Z = \pm \frac{3a}{3}$ и $\pm \frac{5a}{3}$. Здесь мы имеем первый пример сложного разделения, в котором величины *Z* стоят в простом рациональном отношении к величине *a*. Этот закон, открытый Runge при совместной работе с Paschen'ом над линиями *Hg*, применим к многим типам разложения. Бывают случаи, когда общность этого закона подвергается сомнению, именно, когда в рациональное отношение *Z/a* входят большие цифры, например 15/14. Тем не менее он очень важен, так как указывает на связь между сложными разложениями и элементарной теорией явления. В высшей степени вероятно, что колебания совершаются электронами, но возможно, например, что колебания нескольких электронов в одном атоме сложным образом связаны между собой. Вторая линия дуплета $Na - D_1$ — разлагается на квадруплет: для *l*-сл. $Z = \pm \frac{2a}{3}$; для *t*-сл. $Z = \pm \frac{4a}{3}$. IV, V, VI соответствуют второй побочной серии триплетов (*Zn, Mg, Cd, Hg, Sr*). Примером может служить триплет *Zn* 4680, 4722, 4810. Первая линия дает обыкновенный триплет (см. рис. 191), но с двойным разложением: для *l*-сл. $Z = 0$; для *t*-сл. $Z = \pm 2a$. Секстет второй имеет для *l*-сл. $Z = \pm \frac{a}{2}$; для *t*-сл. $Z = \pm \frac{3a}{2}$ и $\pm \frac{4a}{2}$. Наконец нет третьей имеет для *l*-сл. $Z = 0$ и $\pm \frac{a}{2}$; для *t*-сл. $Z = \pm \frac{2a}{2}$, $\frac{3a}{2}$ и $\frac{4a}{2}$. Легко понять VII, VIII, IX, относящиеся к первой побочной серии триплетов (*Mg*). Заметим здесь по две линии в каждом типе, наполовину сплошные и наполовину разорванные, что соответствует совпадению слагающих *l* и *t*.

Закон Preston'a допускает и исключения, например, триплет 1-ой побочной серии *Zn* 3282, 3303, 3345 разлагается не по типу VII, VIII, IX, а каждая линия дает симметрический триплет, при чем для каждого *Z* имеет различную величину, и притом не стоящую в простом соотношении с *a*. Таким образом и закон Runge здесь не имеет места. Наблюдая разложение узкого триплета кислорода (второй член главной серии) 3947, 438; 3947, 626; 3947, 731, Paschen и Back пришли к следующему замечательному выводу. В слабых полях, $H < 6000$ гаусс, каждая линия разлагается по типам IV, V, VI. В более сильных полях, когда магнитные составляющие одной линии заходят за составляющие другой линии, наступает ряд сложных аномалий в смысле величины разделения (*Z*), интенсивности, поляризации и резкости составляющих. В очень сильном поле $H = 32000$ наступает вновь упрощение; многие составляющие или исчезают или собираются вместе, остаются только три линии. Из них средняя сначала не вполне поляризована *l*, но в поле $H = 32000$ уже получается полная поляризация. Две крайние и при этом поле не вполне

поляризованы t , мало интенсивны и размыты. В поле $H = 40000$ все разложение еще больше походит на нормальный триплет с нормальной величиной $Z = a$, с нормальной поляризацией и интенсивностями. Подобные же наблюдения над взаимодействием близких линий дуплетов и триплетов делали Back и Fortrat (дуплет Na 3303 и 3302,5; второй член главной серии). При сильных полях наступают аномалии, при очень сильных полях разложение стремится к нормальному триплету. В следующем третьем члене главной серии Na , дуплете 2853, обе линии слишком близки друг к другу, чтобы их можно было разрешить; соответственно в сравнительно слабом поле получается почти нормальный триплет.

Закон Preston'a очевидно может служить для отыскания закономерностей между линиями: линии одинакового типа разложения должны принадлежать к одной серии.

Пока почти не замечено правильностей в разложении линий в спектрах, где серии еще неизвестны. Симметрический относительно средней линии T -триплет встречается часто (см. рис. 192, Fe), но с ненормальной величиной Z , обыкновенно не большей $2a$, а иногда и очень малой. На рис. 195 показаны очень сложные типы разложения. X принадлежит линии вольфрама 4269,6 (набл. Jack) с 13-ью составляющими и очень

Рис. 195.

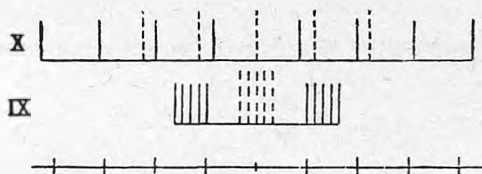
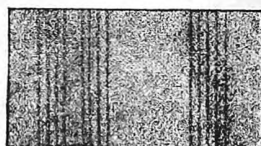


Рис. 196.



большой величиной $Z (> 4a)$ для крайних. Рис. 196 представляет фотографию этого разложения ($H = 23600$, налево t , направо l). XI соответствует линии неона 6402, 4 (набл. Lohmann) с 15 составляющими. В линии Fe 3587,11 Н. Becquerel и Deslandres наблюдали триплет, в котором, обратно обычному триплету, средняя линия поляризована t , а крайние l . Известен целый ряд линий (Н. Becquerel и Deslandres, Reese, van Moeurs, Jack, Purvis и др.), которые совсем не подвергаются действию магнитного поля. В особенности это можно сказать относительно линий линейчато-полосатых спектров (Bandenspectra). Но Dufour наблюдал целый ряд линейчатых полос у CaF_2 , $SrCl_2$ и аналогичных веществ, линии которых дают значительный эффект Зеемана, большей частью сложного аномального типа. В некоторых случаях (например полосы CaF_2 6036,9 и др.) при L наблюдении получается положительный эффект Зеемана, т. е. круговая поляризация двух линий дуплета, обратная нормальной. Подобный же случай (спектр иттрия) исследовал J. Becquerel. На первый взгляд, по величине и знаку разложения, можно думать, что в этих случаях колеблются положительные электроны.

Ряд аномалий, теоретически непонятных, многократно наблюдался и в сериальных линиях, когда главную линию сопровождают очень близкие спутники или трабанты. Так Gmelin, наблюдая указанную Зееманом асимметрию магнитного триплетта $Hg\ 5791$, нашел, что средняя линия смещается пропорционально квадрату H . Wali-Mohammed нашел, что один из двух трабантов желтой линии $Hg\ 5086$ в магнитном поле без разложения перемещается по направлению к главной линии и при $H = 600$ сливается с ней. Иногда в магнитном поле возникают новые трабанты. Подобных наблюдений имеется много; приведенные здесь выбраны случайно, чтобы показать, что в явлении Зеемана, в частных случаях, мы имеем дело с очень сложным процессом.

Теорией сложного явления Зеемана занимались в особенности Н. Lorentz и Voigt. Напомним, что в линейных уравнениях каждой степени свободы соответствует один период колебаний. Если в ур. (1) $H = 0$, то три степени свободы совпадают в смысле периода колебаний; но в магнитном поле каждой линии T -триплетта соответствует одна степень свободы. Если бы мы взяли так называемый „анизотропный электрон“, у которого сила притяжения к началу координат зависит от направления элонгации, то (при $H = 0$), сохраняя линейность уравнения, нужно было бы вообще написать три уравнения вида

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = a_1 \xi + b_1 \eta + c_1 \zeta,$$

которые при подходящем выборе координатных осей можно написать проще:

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -f_1 \xi; \quad m \frac{d^2 \eta}{dt^2} = -f_2 \eta; \quad m \frac{d^2 \zeta}{dt^2} = -f_3 \zeta. \quad \dots \quad (5)$$

Каждое уравнение соответствует одной степени свободы и дает свой период колебаний, т. е. всего три линии в спектре. Если к ур. (5) прибавить те члены (также линейные), которые выражают действие магнитного поля на движущийся анизотропный электрон, то останутся все-таки только три линии; каждая из них в слабом поле очень мало переместится, пропорционально H^2 , и эти смещения различны, в зависимости от того, как ориентированы линии сил относительно осей координат, в которых пишутся ур. (5). Если молекулы имеют всевозможные ориентировки осей координат в пространстве, то внутри каждой поле будет действовать на электрон несколько иначе, и линии, перемещаясь, будут также расплываться. В чрезвычайно сильных полях, как показал Sommerfeld, из трех линий должен получиться нормальный триплет, но все три линии будут расширены (ср. выше опыты Paschen'a и Back'a). Аналогичный ход имеет теория Lorentz'a и для более сложных механизмов, когда движения нескольких электронов связаны между собой. Тогда ур. (4) получают вид

$$m \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} = a_1 \xi_1 + b_1 \eta_1 + c_1 \zeta_1 + a_2 \xi_2 + b_2 \eta_2 + c_2 \zeta_2 + \dots,$$

и их всегда можно привести к более простому виду

$$m \frac{d^2 p_1}{dt^2} = -f_1 p_1; \quad m \frac{d^2 p_2}{dt^2} = -f_2 p_2; \quad \text{и т. д., где } p_1, p_2 \dots$$

линейные функции от $\xi \dots, \xi_1 \dots$ и т. д.; иными словами, мы получим ряд периодов колебаний ($\nu_1^2 = f_1/m_1$), соответствующих числу степеней свобод. Н. Lorentz показал, что вообще при совпадении n периодов n -кратная линия разлагается на n составляющих, при чем для каждой Z пропорционально H ; если линии соответствует одна степень свободы, то она не может разложиться, а только перемещается $:: H^2$. Величина разложения вообще зависит от ориентировки поля относительно осей координат, и потому составляющие разложения должны быть размытыми, если только сложная модель не изотропна (аналогично одиночному изотропному электрону). На самом деле в громадном большинстве случаев магнитные составляющие так же тонки, как и первоначальная линия. Последнее обстоятельство создает большие затруднения для теории. Н. Lorentz придумал тем не менее наиболее простые модели связанных электронов, которые дают триплет с резкими линиями и с аномальной величиной Z . Он показал кроме того (также J. J. Thomson), что при колебаниях связанных отрицательных электронов возможно получение триплетов, соответствующих положительным электронам. Повидимому опыты J. Besquerel'я и Dufour'a не делают, таким образом, необходимым вывод о существовании положительных электронов, которые до сих пор в других явлениях не наблюдались. Построить изотропную модель для более сложных типов разложения до сих пор не удалось. Быть может, резкость линий в явлении Зеемана указывает на то, что молекулы или атомы под влиянием магнитного поля ориентируются так, что потом уже поле на все вибрирующие механизмы действует одинаково.

Voigt построил чисто феноменологическую теорию. Уравнения для распространения световой волны в поглощающем теле, подверженном действию магнитного поля (см. дальше §§ 3 и 4), пишутся в наиболее общем виде так, чтобы соблюдалась круговая симметрия относительно направления линий сил магнитного поля. Затем вводятся, при соблюдении симметрии, те или иные связи между электронами, чтобы объяснить наблюдаемый сложный эффект. Наиболее интересно то, что повидимому можно формально объяснить наблюдавшееся в сильных полях упрощения (Paschen и Back). Недостаток теории, по указанию ее автора, лежит в затруднительности перехода от уравнений к соответствующим образом конструированной сложной модели атома с вибрирующими электронами.

Применяя закон Кирхгофа можно утверждать, что тонкие линии поглощения расщепляются в магнитном поле совершенно так же, как и линии лучеиспускания. В §§ 3 и 4 это положение будет доказано непосредственно, и опыт его вполне подтверждает. На этом основан отчасти простой метод наблюдения явления Зеемана без спектроскопа и в очень слабых магнитных полях (Cotton, Koenig). Пусть между полюсами электромагнита находится пламя, окрашенное солями Na , и

оно рассматривается в L направлении через второе такое же пламя, всегда находящееся вне магнитного поля. Свет первого пламени значительно поглощается вторым, так как линии лучеиспускания и поглощения совпадают. При возбуждении поля линии первого пламени изменяют длину волны и не поглощаются более вторым, поэтому первое пламя кажется более ярким. Можно поставить опыт и обратно, так чтобы второе пламя было в магнитном поле, а первое вне поля. Опыт при T наблюдении удастся вдвое хуже, так как средняя линия T -триплета остается не смещенной и продолжает поглощаться.

Н. Егоров и Н. Георгиевский, наблюдая пламя или искру (или отдельную линию в слабом спектрокопе) в T направлении, заметили, что свет в магнитном поле является частично поляризованным, именно преобладают t -колебания. Как было указано, с точки зрения элементарной теории факт этот является непонятным. Н. Lorentz дает ему следующее объяснение. Возьмем внутри пламени лучеиспускающий небольшой объем газа, и пусть $J_1 = J_2$ интенсивности крайних линий триплета, посылаемых объемов, а J_3 интенсивность средней, так что $J_3 = J_1 + J_2$. Свет проходит далее через слой пара толщины x , находящийся также в магнитном поле. Теория (см. § 4) говорит, что коэффициент поглощения для крайних линий вдвое меньше, чем для средней; $(J_1 + J_2)e^{-\frac{K}{2}x}$ и J_3e^{-Kx} будут интенсивности, попадающие в глаз наблюдателя, для t и l колебаний. Очевидно, что первое выражение $>$ второго, и таким образом интенсивность t -колебаний больше.

Пропорциональность величины расщепления линии силе магнитного поля в не слишком сложных типах разложения доказана многими исследователями. Очень точные измерения величины a сделали Weiss и Cotton, Stettenheimer, Gmelin. Первые дали $a = 4,688 \cdot 10^{-6}$, последний $a = 4,697 \cdot 10^{-6}$. В этих исследованиях сила поля H была тщательно измерена различными способами. Этим двум числам, из которых нами выше было взято среднее, соответствуют $\frac{e}{mc} = 1,767$ и $1,771 \cdot 10^7$. Последние измерения над свободными электронами (катодные лучи) дали $\frac{e}{mc}$ от 1,756 (Alberti) до $1,773 \cdot 10^7$ (Classen). Как видно, совпадение это очень хорошее, и возможно, что явление Зеемана дает наиболее точный метод для определения этой важной величины. Вследствие сомнений, возбужденных некоторыми исследователями, Dufour непосредственно сравнил разложения в L и T (крайние линии) направлениях и нашел, что они тождественны. По вопросу о точности измерения явления Зеемана укажем на заметку Р. Koch'a, который полагает, что при помощи выработанного им фотометрического метода можно констатировать влияние магнитного поля даже при $H = 10$ гаусс.

В твердых и жидких телах полосы поглощения обыкновенно так широки, что, в виду ничтожности расщепления, явления Зеемана наблюдать нельзя. J. Vesqueel наблюдал в магнитном поле ряд кристаллов, в особенности ксенотим (фосфат иттрия и эрбия) и тиво-

нит (фтористые соединения церия, лантана и дидама), оба одноосные, которые имеют очень тонкие линии поглощения. В особенности тонкими они становятся при низких температурах, если кристаллы погрузить в жидкий воздух. Эти линии разлагаются в магнитном поле приблизительно так же, как и линии поглощения паров, но, в виду кристаллического строения вещества, явление сложное. Напомним, что без магнитного поля одноосным кристаллам соответствуют 2 спектра поглощения (дихроизм); один всецело принадлежит обыкновенной волне, т. е. колебаниям \perp оптической оси, другой появляется в чистом виде в необыкновенной волне, если она распространяется по направлению \perp к оптической оси, т. е. соответствует колебаниям \parallel оси. Если необыкновенная волна распространяется под углом к оси, и следовательно колебания лежат в плоскости, заключающей ось, но не перпендикулярны оси, то ко второму спектру примешивается и первый. В этих двух спектрах отдельные полосы поглощения часто совпадают, но иногда в одном из них полосы сдвинуты, или даже совсем отсутствуют полосы, наблюдаемые в другом.

Нужно различать 5 главных случаев для одноосных кристаллов (9 для двуосных), смотря по относительной ориентировке оптической оси, световых колебаний, направления луча и линий магнитных сил.

Ось \parallel линиям сил.

1) Обыкновенный луч (колебания \perp полю), направление луча может быть L и T .

2) Необыкновенный луч (колебания \parallel полю), в T направлении.

Ось \perp линиям сил.

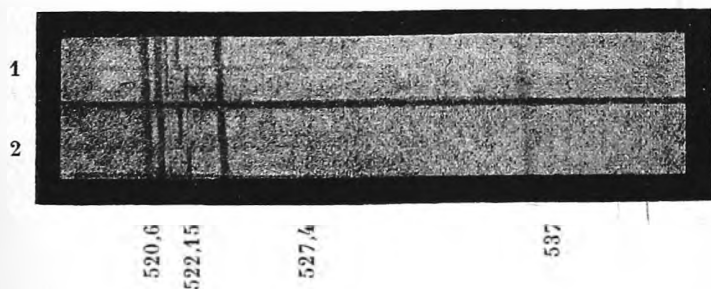
3) Обыкновенный луч (колеб. \parallel полю) в T направлении.

4) " " " \perp " в T или L направлении

5) Необыкновенный, " \perp " " " " "

В первом случае при наблюдении L , т. е. вдоль оптической оси, как и в изотропном теле, поглощаются круговые колебания (правые или левые). Разложение очень близко к обычному типу L -дуплета с круговой поляризацией. В T направлении дуплет (крайние линии триплета Зее-

Рис. 197.



мана) с линейной поляризацией. На рис. 197 даны два снимка, которые J. Vesqueget получил с ксенотимом (направление L) по методу Cornu,

т. е. правые и левые круговые колебания отдельно. Два верхних снимка сделаны при -253° (жидкий водород), два нижних при -259° (твердый водород). Линия $522,15 \mu$ дает сильный эффект, соответствующий отрицательным электронам; широкая линия вправо от $520,6$ и крайние линии направо дают $+$ эффект. Линия 537 кроме того показывает сильное неравенство поглощения правых и левых круговых колебаний. Величина Z вообще не нормальна, бывают случаи, когда она в 9 раз больше нормальной; $+$ эффект наблюдается часто.

Остальные 4 случая обыкновенно дают очень асимметрические разложения, которых мы не будем приводить; их тщательно изучил J. Vesquegel, а теорию явления дали Voigt и J. Vesquegel. Аналогичные явления дают кристаллы апатит, бастнезит, паризит, аметист, рубин, затвердевшие при очень низкой температуре спиртовые растворы солей неодима, празеодима, эрбия и др. Многочисленные наблюдения над разложением полос поглощения твердых веществ при очень низких температурах сделали также Du Bois и Elias, которые, между прочим, наблюдали разложение тонких полос флюоресценции рубина (при -190°). J. Vesquegel, несмотря на вышеприведенное соображение, считает возможным приписать положительное явление Зеемана положительным электронам.

В 1908 г. американский астроном Hale открыл при помощи могущественного спектроскопа, что в спектре солнечных пятен уже находятся линии магнитно разложенные. Что это действительно магнитное разложение, а не случайное близкое соседство линий, можно было проверить, пропуская луч солнца через николю (или призму исландского шпата) в соединении с пластинкой $\frac{1}{4} \lambda$, если наблюдение лонгитудинально. Пятно в середине солнечного диска соответствует L наблюдению, на краю — T наблюдению. Hale высказал гипотезу, что магнитное поле образуется закручивающимися вихрями электронов (из такого вихря и состоит пятно), которые выделяются при высокой температуре. На фотографиях пятен видно направление вращения вихря; при противоположных направлениях получается противоположное по знаку явление Зеемана. Чтобы можно было сравнивать результаты астрономических наблюдений, которые происходят часто под случайным углом к линиям сил, с земными, Zeeman и Winawer изучали при всевозможных условиях изменение поглощения в натровой горелке в магнитном поле. Теорией явления Зеемана под произвольным углом к H занимались Lorentz, Corbino и др.

К сожалению мы не можем здесь коснуться остроумной теории явления Зеемана, которую дал Ritz на совершенно других основаниях. Центр тяжести его теории лежит все-таки главным образом в объяснении теоретически пока непонятных закономерностей в сериальных спектрах. Этой теорией занимались также Cotton, Körner, критику ее дал Voigt.

Если поместить источник света в сильное электрическое поле, то теоретически расщепления линий, аналогичного явлению в магнитном

поле, нельзя ожидать. Допуская, что элонгации заряженных частиц всегда остаются чрезвычайно малыми, мы увидим, что они изменяют в электрическом поле свое положение равновесия, но периоды их колебаний останутся неизменными. Недавно J. Stark'у удалось поместить источник света (закатодные лучи) в очень сильное электрическое поле, что вообще представляет большое затруднение вследствие проводимости газов. При этом он нашел, что при трансверсальном наблюдении линии водорода H_β и H_γ разделяются на 5 составляющих. Трех средним соответствуют колебания \parallel полю, двум крайним \perp полю. Разлагаются также некоторые линии гелия. Теория этого явления пока неизвестна.

§ 3. Магнитное вращение плоскости поляризации вблизи полосы поглощения. В § 7 предыдущей главы было рассмотрено прохождение плоской прямолинейно-поляризованной волны через поглощающее тело. В поле световой волны уравнения колебания вибратора были (92,b), и два таких же для η и ζ . Теперь к силам, действующим на вибратор, прибавляется действие магнитного поля; соответствующие члены уравнений уже введены были в ур. (1). Мы их вводим и теперь в (92,b), обращая внимание на то, что в ур. (1) были опущены члены затухания, которые ничтожно влияют на период колебаний, но обуславливают поглощение. Магнитное поле по прежнему направлено по оси OZ . Вводя также проекции векторов электрического напряжения $\mathfrak{X} = X e^{i\nu t}$, \mathfrak{Y} и \mathfrak{Z} , будем иметь три уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dt^2} + \nu' \frac{d\xi}{dt} + \nu_0^2 \xi - \frac{eH}{mc} \frac{d\eta}{dt} &= \frac{e}{m} \mathfrak{X} \\ \frac{d^2\eta}{dt^2} + \nu' \frac{d\eta}{dt} + \nu_0^2 \eta - \frac{eH}{mc} \frac{d\xi}{dt} &= \frac{e}{m} \mathfrak{Y} \\ \frac{d^2\zeta}{dt^2} + \nu' \frac{d\zeta}{dt} + \nu_0^2 \zeta &= \frac{e}{m} \mathfrak{Z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

В этих уравнениях допущено уже некоторое упрощение, т. е. не рассматривается действие окружающих вибраторов на данный, что принципиально, конечно, неправильно, но не имеет существенного влияния на результат. Вибратор совершает вынужденные колебания такого же периода, как и \mathfrak{X} , \mathfrak{Y} , \mathfrak{Z} , т. е. проекции ξ , η , ζ имеют множитель $e^{i\nu t}$. Помножив все уравнения на Ne , подставляем $\mathfrak{F}_x = Ne\xi$ и т. д. и поступаем аналогично тому, как при получении ур. (103) гл. VII. Далее вводим старое обозначение

$$\nu_0^2 - \nu^2 + \nu\nu' i = p \dots \dots \dots (7)$$

и новое обозначение

$$\frac{eH}{mc} \nu = -r \dots \dots \dots (8)$$

В результате получаем

$$p \mathfrak{F}_x + ir \mathfrak{F}_y = \frac{Ne^2}{m} \mathfrak{X}; \quad p \mathfrak{F}_y - ir \mathfrak{F}_x = \frac{Ne^2}{m} \mathfrak{Y}; \quad p \mathfrak{F}_z = \frac{Ne^2}{m} \mathfrak{Z} \dots \dots (9)$$

Заметим, что величина r положительна, если e отрицательно, т. е. вибраторы суть электроны.

Другое соотношение между проекциями \mathfrak{F} и \mathfrak{E} дадут основные ур. (100, a, b), но здесь уже нужно различать два главных случая: направление распространения плоской волны параллельно (L) или перпендикулярно (T) линиям сил.

(L) Волна распространяется в направлении L , т. е. по оси OZ . Проекции векторов \mathfrak{E} , \mathfrak{H} , \mathfrak{F} и т. д. имеют множитель $e^{i\nu(t - \frac{z}{\omega})}$; все производные по x и y равны нулю. Векториальное уравнение (100, a , стр. 506), написанное для проекции D_x , показывает, что $D_x = \mathfrak{Z} + 4\pi\mathfrak{F}_x = 0$. Вместе с последним ур. (9) это дает $\mathfrak{F}_z = 0$ и $\mathfrak{Z} = 0$, т. е. в волне нет продольных колебаний. Два других ур. (100, a) вместе с двумя ур. (100, b) легко приводят, как обыкновенно, к

$$D_x = \mathfrak{X} + 4\pi\mathfrak{F}_x = \frac{c^2}{\omega^2} \mathfrak{X} = n^2 \mathfrak{X} \quad \text{и} \quad \mathfrak{Y} + 4\pi\mathfrak{F}_y = n^2 \mathfrak{Y} \dots (10)$$

Здесь n есть мнимый показатель преломления. Помножая (9) на 4π , вводя, как в § 7 пред. гл. (102) $s = \frac{4\pi N e^2}{m}$ и подставляя в (9) величины \mathfrak{F}_x и \mathfrak{F}_y из ур. (10), приходим к двум уравнениям

$$\left. \begin{aligned} [p(n^2 - 1) - s] \mathfrak{X} &= -ir(n^2 - 1) \mathfrak{Y} \\ [p(n^2 - 1) - s] \mathfrak{Y} &= +ir(n^2 - 1) \mathfrak{X}, \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

откуда очевидно

$$[p(n^2 - 1) - s]^2 = r^2(n^2 - 1)^2$$

или

$$p(n^2 - 1) - s = \pm r(n^2 - 1) \dots (12)$$

Обозначая решение этого уравнения при верхнем знаке через n_- и при нижнем через n_+ , находим

$$n_{\pm}^2 = 1 + \frac{s}{p \pm r} \dots (13)$$

Если возьмем в (12) верхний знак и внесем это соотношение в (11), то получим $\mathfrak{Y} = i\mathfrak{X}$. Согласно замечанию в гл. VII, § 3, мы имеем волну поляризованную по кругу с правым вращением, и ей соответствует мнимый показатель преломления n_- . При нижнем знаке в (12) получается $\mathfrak{Y} = -i\mathfrak{X}$, левая круговая волна и n_+ .

Применим полученные выражения к частному случаю одной очень тонкой линии поглощения, как например у паров Na . Как мы уже видели, заметная дисперсия наблюдается только в непосредственной близости к такой линии; то же относится и к явлению вращения плоскости поляризации, теория которого составляет предмет нашего рассмотрения. Поэтому можно положить $\nu = \nu_0$ всюду, где они не встречаются в разности $\nu - \nu_0$. Введем также обозначения

$$\nu - \nu_0 = \mu \quad \text{и} \quad \frac{r}{2\nu_0} = -\frac{eH}{2mc} = \mu_0 \dots (14)$$

С этим приближением $p = -2\nu_0\mu + \nu_0\nu'i$ и

$$n_{\pm}^2 = 1 - \frac{1}{\nu_0} \frac{s}{2(\mu \mp \mu_0) - ir'}$$

Наконец, отделяя действительные и мнимые части, см. (104), гл. VII, находим

$$n_{\pm}^2 - k_{\pm}^2 = 1 - \frac{1}{v_0} \frac{2s(\mu \mp \mu_0)}{4(\mu \mp \mu_0)^2 + v'^2} \dots \dots \dots (15)$$

$$2n_{\pm} k_{\pm} = \frac{1}{v_0} \frac{sv'}{4(\mu \mp \mu_0)^2 + v'^2} \dots \dots \dots (15, a)$$

В (15, a) можно считать n_{\pm} равным 1, так как вообще показатель преломления паров ничтожно мало отличается от 1. Если поля нет ($\mu_0 = 0$), то k имеет максимум при $\mu = 0$, что соответствует середине линии поглощения. В магнитном поле право-круговая волна имеет максимум k_- при $\mu = -\mu_0$, и лево-круговая волна максимум k_+ при $\mu = +\mu_0$. Следовательно, если падает луч поляризованный по кругу, то получается одна линия поглощения, смещенная в ту или другую сторону, смотря по направлению вращения по кругу. Если падает луч прямолинейно-поляризованный (или не поляризованный), то, проникнув в поглощающую среду, он разбивается на два круговых луча с противоположным вращением, и будет виден „обратный дуплет“, вполне соответствующий L -дуплету Зеемана. В последнем можно убедиться из ур. (3), где $\delta v = \mu$, и значения μ_0 по ур. (14). Из (15, a) видно, что величины k_+ и k_- ничем не отличаются от первоначальной величины k , кроме смещения центра линии. Если поле достаточно сильно, чтобы две линии были видны раздельно, и падает не поляризованный луч, то в каждой из смещенных линий один из круговых лучей совсем (почти) не поглощается, другой поглощается сильно.

Из (15) и (15, a) можно вычислить n_- и n_+ . Если на среду падает прямолинейно-поляризованный луч и разбивается на два круговых, имеющих неравные скорости распространения, то по выходе из среды он остается прямолинейно-поляризованным, но его плоскость поляризации поворачивается на некоторый угол χ , при чем

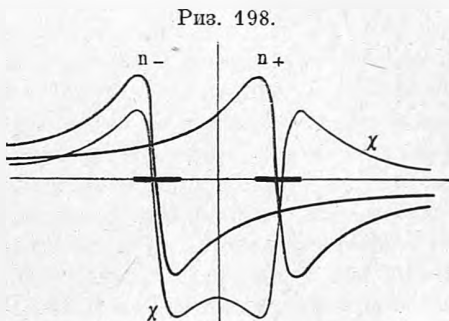
$$\chi = \frac{\pi l}{\lambda} (n_- - n_+) \dots \dots \dots (16)$$

Здесь l толщина слоя среды, которую пронизал луч. Подробный вывод (16) уже дан в томе II, гл. 18, § 4. Заменяя $\lambda = 2\pi c/v$, получаем

$$\chi = \frac{lv}{2c} (n_- - n_+) \dots \dots \dots (16, a)$$

Остановимся на вопросе о знаке круговых движений. Пусть наблюдатель стоит ногами в начале координат, головой по направлению $+OZ$, имеет направо $+OX$ и впереди $+OY$. По общепринятому определению, положительным вращением называется вращение перед наблюдателем от $+OX$ к OY , т. е. против часовой стрелки. Таким образом термины — „вращение положительное“, „левое“ (см. § 1), „против часовой стрелки“ — имеют тождественное значение. В (16, a) χ есть положительное вращение. Индексы $+$ и $-$ при n и k соответствуют положительной и отрицательной круговой волне.

Чтобы получить представление о величине χ , как функции ν или μ , прибегаем к графическому методу. Пусть мы вычислили n , как функцию μ , т. е. расстояния в спектре от центра линии поглощения в шкале частот. Центр линии поглощения ($\mu = 0$) принимаем за начало абсцисс. Формулы (15) и (15,а) показывают, что n_- и n_+ будут такие же функции μ , но сдвинутые вдоль оси абсцисс влево и вправо на μ_0 . Эти две кривые нанесены на рис. 198. Ось абсцисс соответствует значению $n = 1$. Заметим далее, что в (16,а) можно положить $\nu = \nu_0$, ограничиваясь тем же приближением, как и выше. Тогда величина, пропорциональная χ , получится, если вычесть из кривой n_- кривую n_+ . Тонкая кривая χ дает результат этого действия. Толстые черточки на оси абсцисс соответствуют так называемой половине ширины линии поглощения. Середина их соответствует центру линии, т. е. максимуму поглощения, края — тому месту, где k уменьшается вдвое. Обыкновенно опыту недоступно явление внутри линии поглощения (если один из круговых лучей поглощается, то результатом является эллиптически поляризованный луч). Обратим внимание на то, что справа и слева от дуплета χ имеет один и тот же знак, именно положительный для электронов и отрицательный для положительно заряженных вибраторов. Далее χ быстро возрастает по мере приближения снаружи к линиям дуплета. Это легко выяснить приблизительно и аналитически. Действительно n_- и n_+ всегда очень мало отличаются друг от друга и от n вдали от полосы поглощения. Если мы ограничиваемся такими областями, то можно положить



$$\chi = \frac{l\nu}{2c} \frac{n_-^2 - n_+^2}{n_- + n_+} = \frac{l\nu}{4nc} (n_-^2 - n_+^2) \dots \dots \dots (16, b)$$

и считать μ_0 малым сравнительно с μ . Далее в таких областях $k_{\pm} = 0$, и если $n^2 = \varphi(\mu)$, то $n^2_{\pm} = \varphi(\mu \mp \mu_0) = n^2 \mp 2n\mu_0 \frac{dn}{d\mu}$. Заметим, что $d\mu = d\nu$ и $d\nu/\nu = -d\lambda/\lambda$, так что

$$\chi = \frac{l\nu\mu_0}{c} \frac{dn}{d\nu} = -\frac{l\nu eH}{2mc^2} \frac{dn}{d\nu} = -\frac{l\lambda eH}{2mc^2} \frac{dn}{d\lambda} \dots \dots \dots (17)$$

Эту формулу получил впервые Siertsema. Воспользуемся формулой (118, i, гл. VII), которой соответствует на рис. (187) дисперсия около линий D_1 и D_2 . Ограничимся одной линией, при чем вблизи от линии в нашем приближении $\lambda = \lambda_1$, и обозначим $\delta = \lambda - \lambda_1$; наконец n очень мало отличается от 1. Тогда

$$n = 1 + \frac{a_1 \lambda_1}{4\delta} \dots \dots \dots (17, a)$$

В (17) через производную войдет множитель $\frac{1}{\beta^2}$, что и указывает на быстрый рост вращения плоскости поляризации при приближении к линии поглощения.

Формула (17) может быть выведена и в более общем случае широкой полосы поглощения в областях вдали от нее, где l мало в сравнении с членом $\nu_0^2 - \nu^2$.

Почти одновременно с появлением теории, которая принадлежит Voigt'у, были опубликованы следующие опыты Macaluso и Corbino. Между полюсами электромагнита находилось пламя, окрашенное парами Na ; интенсивный белый луч проходил вдоль линий сил через каналы в электромагните и пронизывал пламя; до электромагнита находился николю поляризатор, после — анализатор, затем луч попадал в сильный спектроскоп. Если николи скрещены, и магнитное поле не возбуждено, то в спектроскопе видны только слабые, широкие (много пар в Na в пламени) линии D_1 и D_2 . При возникновении поля разложения линий не было заметно, вследствие их ширины; но с той и другой стороны, на небольшом расстоянии от каждой из линий D_1 и D_2 , приблизительно симметрично к ним, появились яркие, узкие полосы. Для лучей, соответствующих по длине волны этому месту спектра, плоскость поляризации в парах Na вращается на 90° , и потому анализатор пропускает здесь весь свет. Полосы узки, так как χ быстро изменяется с μ (или λ); ближе к линии поглощения χ больше, дальше от нее — меньше 90° , и потому луч, прошедший через пары, гасится анализатором. Поэтому, вращая анализатор, можно передвигать полосы, при чем передвижение происходит почти одинаково с обеих сторон каждой линии: или к ней, или от нее. Следовательно знак вращения, как и требует теория, одинаков по обе стороны линии. В непосредственной близости к линиям наблюдалось вращение до 270° . По тому же методу Wood достигал вращения до 1350° в слое (10 см.) паров Na , полученных нагреванием в вакуированной трубке между полюсами электромагнита ($H = 2000^\circ$). Целый ряд светлых полосок появился с той и с другой стороны каждой линии, соответственно вращению на 90° , 270° , 450° и т. д. Эти полоски очень узки вблизи линии, значительно шире вдали, соответственно быстроте возрастания χ . Измеряя положение этих полосок в спектре, т. е. их длину волны, можно найти экспериментально χ , как функцию λ (или μ), и сравнить с результатами теории. Напомним, что вышеприведенная теория относится к нормальному разложению линии, а D_2 и D_1 дают секстет и квадруплет. Теория более приложима к D_1 (дуплет в L направлении), чем к D_2 (L -квадруплет).

Второй метод наблюдения магнитного вращения заключается в применении компенсатора, очень аналогичного компенсатору Бабинне. В параллельном пучке света помещается поляризующий николю и острый клин из кварца так, что стороны клина \perp оси, лучи проходят \parallel оси. Если этот клин рассматривать в однородном свете (светофильтр) через анализирующий николю, скрещенный с первым, то видны светлые и темные по-

лосы, параллельные ребру клина. Светлые полосы видны там, где, соответственно толщине клина в этом месте, плоскость поляризации вращается на $\pm \frac{\pi}{2}$, $\pm \frac{3\pi}{2}$ и т. д. От середины одной полосы до середины другой угол вращения меняется на 180° . Если к данному клину право вращающего кварца присоединить повернутый на 180° такой же лево вращающий клин (см. рис. 199), то в середине угол вращения равен нулю; вверх и вниз вращение положительное и отрицательное. В фиолетовых лучах расстояние между полосами меньше, чем в красных, так как для первых вращение больше. Проектируя в белом свете клин через анализатор на щель спектроскопа, можно получить вдоль спектра ряд темных, почти горизонтальных (так как вращение в кварце сравнительно медленно изменяется с λ) полос, несколько суженных в красной части. Если непосредственно перед клином или после него поместить пластинку вращающего вещества, то полосы поднимаются или опускаются (смотря по знаку вращения) для каждой λ так, как это соответствует дисперсии

Рис. 199.



Рис. 200.



вращения. Измеряя положение полос до и после помещения пластинки, можно найти кривую дисперсии вращения. Для таких веществ, как пары *Na* в магнитном поле, где аномальное вращение плоскости поляризации происходит в очень узкой области спектра, можно считать, что в этой области полосы вполне горизонтальны, и искривление их в магнитном поле дает непосредственно кривую дисперсии χ . Такие кривые видны на рис. 200 для линий D_2 (слева) и D_1 . Линии поглощения здесь широки, и потому их расщепления в магнитном поле не видно. По обе стороны каждой линии кривые поднимаются, т. е. согласно теории, χ имеет одинаковый знак. Это обстоятельство важно, так как Drude, на основании представлений Амрёге'а и Вебер'а о круговых молекулярных токах в пара- и диамагнитных телах, дал другую теорию, которая приводит как раз к обратному результату — знак вращения противоположен с обеих сторон линии — и таким образом повидимому не оправдывается, по крайней мере во многих случаях. Рис. 200 представляет увеличение фотографии Hallo, который измерял подъем полос (вращение в пламени *Na*), количественно проверял теорию Voigt'а и нашел удовлетворительное согласие с ней. К такому же результату пришел и Geiger (по методу Macaluso и Corbino, пламя *Na*, *K*, *Li*). Ladenburg наблюдал вращение в водороде, светящемся в гейсслеровой трубке около линии H_α .

Измеряя абсолютную величину χ , H и l (толщину пламени), можно из комбинации (16,*a*), (15) и (15,*a*) узнать константы, соответствующие данному роду вибраторов, в особенности важную величину $s = \frac{4\pi N e^2}{m}$.

Явление Зеемана показывает, что вибраторы суть электроны; следовательно e и m известны, и таким образом можно найти N — число вибраторов 1 куб. см. Hallo еще до Logia (стр. 535), приблизительно определив плотность паров Na в пламени, заключил, что N значительно меньше числа молекул. Следовательно не в каждой молекуле вибратор приводится в колебания световыми волнами, для этого нужны еще какие-то неизвестные условия.

Вращение плоскости поляризации внутри L -дуплета (см. рис. 198) имеет обратный знак сравнительно с вращением вне его. Здесь величина χ , представляющая плоский максимум между двумя минимумами, сложно изменяется с плотностью паров и с силой магнитного поля H ; вообще вблизи линии она не пропорциональна H . Наблюдения очень затруднены узостью промежутка между двумя линиями L -дуплета. Zeeman тем не менее показал методом полос, что теория Voigt'a по крайней мере качественно хорошо оправдывается. Такое же вращение плоскости поляризации, как вблизи тонких линий поглощения паров, наблюдал и J. Besquerel у тонких линий поглощения кристаллов, содержащих редкие земли, когда ось кристалла была $\parallel H$. Если разложение линий соответствовало + заряженным вибраторам, то и знак вращения χ был обратный, как это и следует из (17). При очень низких температурах, когда линии становились более тонкими и интенсивными, величина χ вообще сильно возрастала.

В линиях некоторых линейчато-полосатых спектров, при не очень сильном поле, разложения или смещения линий нельзя заметить; поле действует на вибраторы весьма слабо. Righi удалось констатировать это действие даже при очень слабых полях на полосах поглощения на J , Br , NO_2 и др. Постановка его опыта была такая же, как и у Masaluso и Corbino, за исключением спектроскопа. Между полюсами электромагнита находится, например, столб паров J . При возбуждении поля виден свет, проходящий таким образом через анализатор, скрещенный с поляризатором. Помещая после анализатора спектроскоп, Wood видел ряд тонких светлых линий (как он называет „спектр магнитного вращения“), по положению точно совпадающих с линиями поглощения. Возможно, что это явление объясняется вращением плоскости поляризации; во всяком случае все явление разыгрывается в такой тесной области около каждой линии поглощения, что вполне анализировать его пока не удалось. В линейчато-полосатом спектре поглощения паров Na , Wood мог констатировать эффекты противоположного знака (+ электроны?) для различных линий. Спектрами магнитного вращения занимались также Ribaud, Heuring, Carter и др.

Исследованием вращения около более широких полос поглощения в растворах солей неодима, празеодима, самария, эрбия, жидком воз-

духе, $KMnO_4$, $CoCl_2$, урановом стекле и др. занимались Cotton, Siertsema, Drepper, Wood, Schmauss (см. критику Bates), и в особенности точные измерения сделал Elias в лаборатории Bosscha. Аномалии вблизи полос поглощения наблюдались почти всегда, но характер аномалий не всегда был одинаков. Иногда они соответствовали теории Voigt'a, иногда теории Drude. J. Vesquegel указал, что полосы часто являются сложными (распадаются на несколько полос при охлаждении); с другой стороны, даже очень тонкие линии могут, например, при температуре жидкого воздуха дать неодинаковое поглощение обеих составляющих L -дуплета, что соответствовало бы сильному отступлению от кривой χ на рис. 198. Поэтому в широких полосах имеет место сложное явление, и нет необходимости прибегать для его объяснения к теории Drude, так как в простых случаях оправдывается теория Voigt'a.

§ 4. Двойное лучепреломление около полосы поглощения. Voigt, исследовавший теоретически вращение плоскости поляризации, одновременно показал, что тело, находящееся в магнитном поле, для лучей, распространяющихся в T -направлении, является двойко-преломляющим. Согласно его теории, мы разберем второй случай (§ 3), когда волна распространяется, например, по оси OX , т. е. \perp линиям сил, направленным по OZ .

(T) В этом случае все проекции имеют множитель $e^{iv(t-\frac{x}{v})}$. Совершенно аналогично ур. (10) и условию $\mathfrak{Z} + 4\pi \mathfrak{F}_z = 0$ (см. § 3), получаем 3 соотношения из ур. (10, a и b):

$$\mathfrak{X} + 4\pi \mathfrak{F}_x = 0; \quad \mathfrak{Y} + 4\pi \mathfrak{F}_y = n^2 \mathfrak{Y}; \quad \mathfrak{Z} + 4\pi \mathfrak{F}_z = n^2 \mathfrak{Z} \dots (18)$$

Ур. (9) по прежнему дают колебания вибраторов в электромагн. поле световой волны. Заметим прежде всего, что третьи ур. (9) и (18) 1) не зависят от магнитного поля, так как поле не действует на слагающую \parallel полю; 2) не зависят от проекций на оси OX и OY . Иначе говоря, волна с колебаниями, параллельными OZ , распространяется так, как если бы магнитного поля не существовало. Обозначая через n_z соответствующий мнимый показатель преломления, из указанных двух уравнений получим

$$n_z^2 = 1 + \frac{s}{p} \dots \dots \dots (19)$$

Первое ур. (18) выражает условие, что проекция вектора диэлектрической поляризации на OX равна 0, т. е. $D_x = 0$. Но отсюда не следует, что $\mathfrak{X} = 0$, следовательно волна с колебаниями \perp линиям сил поля в теле имеет и продольные колебания. Обозначим через n_x мнимый показатель преломления этой волны. Из первых двух ур. (18) подставим \mathfrak{F}_x и \mathfrak{F}_y в первые два ур. (9):

$$-p\mathfrak{X} + ir(n_x^2 - 1)\mathfrak{Y} = s\mathfrak{X} \dots \dots \dots (20)$$

$$p(n_x^2 - 1)\mathfrak{Y} + ir\mathfrak{X} = s\mathfrak{Y} \dots \dots \dots (20. a)$$

Исключая из этих двух уравнений \mathcal{X}/\mathcal{Y} , найдем n_s ; наиболее удобно это сделать так: умножаем (20,а) на $+i$ и $-i$ и складываем с (20), приходим к двум уравнениям:

$$\begin{aligned} -(p+r)\mathcal{X} + i(p+r)(n_s^2 - 1)\mathcal{Y} &= s(\mathcal{X} + i\mathcal{Y}) \\ -(p-r)\mathcal{X} - i(p-r)(n_s^2 - 1)\mathcal{Y} &= s(\mathcal{X} - i\mathcal{Y}). \end{aligned}$$

Пользуясь ур. (13) для n_+ и n_- , легко приведем полученные два уравнения к следующему виду:

$$i\left(\frac{n_s^2}{n_+^2} - 1\right)\mathcal{Y} = \mathcal{X}; \quad -i\left(\frac{n_s^2}{n_-^2} - 1\right)\mathcal{Y} = \mathcal{X}.$$

Отсюда очевидно следует

$$\frac{1}{n_s^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_+^2} + \frac{1}{n_-^2} \right) \dots \dots \dots (21)$$

Эта формула, несмотря на простой вид, очень сложна. Всегда имеет место соотношение

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{(n - ik)^2} = \frac{n^2 - k^2 + i2nk}{(n^2 + k^2)^2} \dots \dots \dots (21, a)$$

Обратимся к частному случаю, который почти всегда имеет место при тонких линиях поглощения: 1) k очень мало сравнительно с 1; 2) n очень мало отличается от 1. Тогда в действительной части (21,а) можно пренебречь k^2 сравнительно с n^2 , и из (21) получим

$$\frac{1}{n_s^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_+^2} + \frac{1}{n_-^2} \right).$$

Далее приблизительно $n^{-2} = [1 + (n - 1)]^{-2} = 1 - 2(n - 1)$, и следовательно

$$n_s = \frac{1}{2} (n_+ + n_-) \dots \dots \dots (22)$$

В мнимой части (21,а) можно положить знаменатель равным 1, а в числителе $n = 1$, и тогда

$$k_s = \frac{1}{2} (k_+ + k_-) \dots \dots \dots (23)$$

Величина k_s имеет два максимума, соответствующих максимумам k_+ и k_- и следовательно сдвинутых в обе стороны относительно максимума (центра линии) поглощения вне магнитного поля. Эти две линии поглощения соответствуют волне с колебаниями $\perp H$. Из (19) видно, что линия поглощения для волны с колебаниями $\parallel H$ не изменяет положения в спектре. Все вместе дает „обратный триплет“, вполне отвечающий T -триплету Зеемана. В каждой из сдвинутых линий k_s вдвое меньше, чем в обратном L -дуплете или в центральной линии обратного триплета, аналогично вдвое меньшей интенсивности в крайних линиях T -триплета лучеиспускания. При точном исследовании ур. (21) Voigt обнаружил, что в очень слабых полях образуется „диссимметри-

ческий триплет“, который только в сильных полях превращается в обычный триплет. До сих пор не удалось осуществить условий, при которых можно было бы обнаружить диссиметрию триплета (Zeeman, Gehrcke и Вауер и др.). Поэтому мы не останавливаемся на теории этого явления. Из ур. (22) видно, что по направлению T тело обладает кристаллическими свойствами: n_s и n_z (из ур. 19) не равны между собой, колебания \perp и \parallel полю распространяются с различной скоростью. Если падает на тело прямолинейно поляризованная волна, то в теле распространяются две волны, и разность фаз Δ между ними (как в кристалле, см. том II, гл. XVII, § 4) дается следующим выражением, где l длина пути луча в теле:

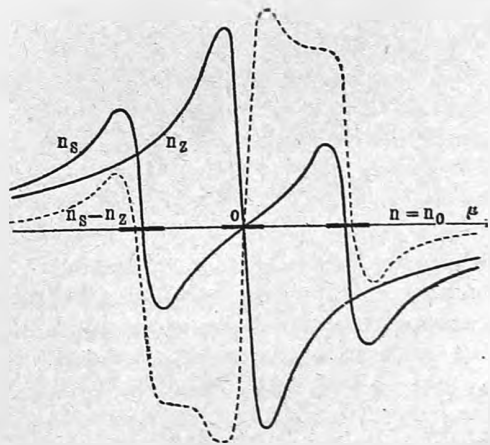
$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_s - n_z) = \frac{l\nu}{c} (n_s - n_z) = \frac{l\nu}{c} \left(\frac{n_+ + n_-}{2} - n_c \right) \dots \dots (24)$$

Кривая Δ , как функция μ , еще быстрее поднимается при приближении к линии поглощения, чем кривая χ . Действительно, если $n_z = \varphi(\mu)$, то вдали от линии поглощения можно поступить так же, как и при выводе ур. (17). Ур. (15) для прозрачных областей, где можно положить $k=0$, $\nu'=0$, μ_0 очень малым сравнительно с μ , а n мало отличающимся от 1, дает $n_z = \varphi(\mu)$, а $n_{\pm} = \varphi(\mu \mp \mu_0) = n_z \mp \mu_0 \frac{dn}{d\mu} + \frac{\mu_0^2}{2} \frac{d^2n}{d\mu^2}$, откуда

$$\Delta = \frac{l\nu}{2c} \mu_0^2 \frac{d^2n}{d\mu^2} = l \frac{\lambda^2}{16\pi c^4} \cdot \frac{e^2}{m^2} \cdot H^2 \frac{d^2n}{d\lambda^2} \dots \dots \dots (24, a)$$

Пользуясь для n ур. (17, a), видим, что Δ пропорционально $\frac{1}{\delta^2}$. Следовательно разность фаз убывает обратно пропорционально кубу расстояния от линии. Далее видно, что она пропорциональна квадрату силы поля, причем знак Δ не зависит от знака заряда e (в n входит e^2). Вообще разность фаз совершенно ничтожна на заметном расстоянии от линии поглощения и обнаруживается только в ее непосредственной близости. Пользуясь (24) и зная, что n_+ и n_- суть только сдвинутые вдоль оси абсцисс вправо и влево кривые, но такие же, как и n_s , можно графически получить Δ . На рис. 201 (Voigt) по абсциссе откладываются величины, пропорциональные μ ; одна кривая дает n_s , другая уже полусумму $n_c = \frac{1}{2}(n_+ + n_-)$. Пунктирная линия соответствует их разности, т. е. пропорциональна кривой Δ . Между линиями триплета ход кривой сложный. Вне триплета Δ изменяется приблизительно так, как это соот-

Рис. 201.



т. е. пропорциональна кривой Δ . Между линиями триплета ход кривой сложный. Вне триплета Δ изменяется приблизительно так, как это соот-

ветствует (24,а), хотя очень близко к триплету μ_0 уже не мало сравнительно с μ , и потому (24,а) не является точной формулой.

Предсказанное теорией двойное лучепреломление вблизи линии поглощения обнаружили впервые Voigt и Wiechert при помощи метода, очень аналогичного второму методу (§ 3) для исследования вращения плоскости поляризации. Два таких же по внешнему виду кварцевых клина, как на рис. 199, образуют компенсатор Бабинэ, если грани клиньев не \perp а \parallel оси, и притом в одном оптическая ось \parallel ребру, а в другом — \perp ребру. На пути луча до клина стоит поляризатор под углом 45° к главным сечениям клиньев. В середине, где оба клина равны по толщине, вертикально и горизонтально поляризованные волны проходят без разности фаз. Анализатор, скрещенный с поляризатором, тушит эти лучи, т. е. дает темную полосу \parallel ребру клина. Выше и ниже разность фаз положительна или отрицательна, и там, где она равна (для данной λ) $\pm 2\pi$, $\pm 4\pi$ и т. д., появляются темные полосы. Если луч белый, и клин проектируется на щель (\perp -ую ребру клина) спектроскопа, то в спектре видны почти горизонтальные полосы. Если перед компенсатором помещают двойко-преломляющую пластинку, то вводится разность хода, и полосы перемещаются по направлению \perp к длине спектра различно в разных местах спектра, смотря по тому, как Δ зависит от λ . В нашем случае Δ вблизи линии изменяется чрезвычайно быстро, почему и кривая должна сильно исказиться. Оптическая схема таким образом следующая. Горизонтальный белый луч проходит через 1) поляризатор, 2) слой паров (пламя), находящийся между полюсами электромагнита в T -направлении, 3) компенсатор, 4) анализатор, 5) линзу, проектирующую компенсатор

Рис. 202.



Рис. 203.



на вертикальную щель спектроскопа. Рис. 202 представляет фотографию Zeeman'a двойного лучепреломления близ D_2 и D_1 . Линии очень широки, полосы круто загибают около линий в противоположные стороны, смотря по тому, с какой стороны они подходят к линиям, как это теоретически следует из рис. 201. Также и ур. (24,а) показывает, что знак Δ должен быть противоположен с двух сторон триплетта. Рис. 203 есть воспроизведение фотографии Voigt'a и Hansen'a двойного лучепреломления вне и внутри T -триплетта красной линии Li 6708 \AA (пламя). Ограничиваемся приведением рисунка, не объясняя его. Количественным исследованием этого явления занимался Geest. Вышеприведенная теория относится к нормальному триплету. У линий D_1 и D_2 мы не имеем триплетта, поэтому

можно ожидать только качественного согласия с теорией. Что касается до линии Li , то она повидимому и вне магнитного поля является двойной линией. В прозрачном теле (стекло Faraday) Voigt не мог обнаружить двойного лучепреломления. Повидимому вдали от полосы поглощения кривая Δ падает так сильно, что практически становится равной нулю. Двойное лучепреломление в магнитном поле, которое обнаружили Cotton и Mouton, вероятно объясняется другими причинами. J. Vesquelet наблюдал и фотографировал у тонких линий кристаллов кривая Δ так же, как и кривая вращения плоскости поляризации.

§ 5. Вращение плоскости поляризации в прозрачных телах. Явление Faraday. Изложим сначала следствия, которые вытекают из теории Voigt'a (§ 3) для областей, очень далеких от полос поглощения, в том случае, если эти полосы не тонки. В прозрачных областях всегда можно положить $k = 0$ и в (7) $\nu\nu'$ i столь малым сравнительно с $\nu_0^2 - \nu^2$, что им можно пренебречь. Обозначим $\nu_0^2 - \nu^2 = p_1$. Теперь мнимый показатель преломления n становится действительным n и, согласно ур. 13,

$$n_{\pm}^2 = 1 + \sum \frac{s}{p_1 \pm r} \dots \dots \dots (25)$$

Знак суммы поставлен, так как вообще все вещества имеют несколько полос поглощения. Заметим далее, что r также мало сравнительно с p_1 , и, развернув (25) по степеням $\frac{r}{p_1}$, ограничимся первым приближением

$$n_{\pm}^2 = 1 + \sum \left(\frac{s}{p_1} \mp \frac{sr}{p_1^2} \right).$$

Наконец, пользуясь (16, b), найдем

$$\chi = \frac{l\nu}{2nc} \sum \frac{sr}{p_1^2} = -\frac{2\pi l}{nc^2} \sum \frac{Ne^2 \nu^2 H}{m^2 (\nu_0^2 - \nu^2)^2} = -\frac{lH}{2\pi nc^4} \sum \frac{Ne^2}{m^2} \lambda_0^4 \frac{\lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2}. (26)$$

Здесь уже подставлено r из (8) и $s = 4\pi Ne^2/m$. Этой формулой выражается закон вращения плоскости поляризации в зависимости от силы поля H , толщины слоя l и длины волны λ . При изучении преломляющей способности тел, сначала исследованы были прозрачные тела, и только потом было замечено, что явление аномальной дисперсии около полосы поглощения является наиболее существенным. Так и здесь, сначала Faraday открыл вращение в прозрачных телах, и только после открытия Zeeman'a явилась возможность теоретически объяснить это явление. Дисперсия магнитного вращения около линий и полос является теоретически гораздо более интересной, чем вдали от них. Вблизи полосы влияет главным образом данная полоса, вдали от нее — все полосы, все вибраторы вещества. Тем не менее гораздо удобнее производить наблюдения и проверять основные законы вращения над прозрачными телами. Эти законы установлены точными опытами Verdet, G. Wiedemann'a и др. Как мы видели, между линиями L -дуплета и вблизи от них, где μ_0 не мало в сравнении с μ (15 и 15, a), χ вообще не пропорционально H . В прозрачных областях эта пропорциональность всегда имеет место, если H одинаково по всей длине l . В противном случае возьмем короткий отрезок dl , где

H можно считать постоянным, и на протяжении этого отрезка вращение пропорционально Hdl , а на протяжении всей длины χ пропорционально $\int Hdl$. Если луч света распространяется под углом β к линиям сил, то вращение $:: \int H \cos \beta dl = V_1 - V_2$. V_1 и V_2 имеют значение магнитного потенциала в точках тела, где луч входит в него и выходит. В однородном поле пропорциональность длине l подтверждена точными опытами, поэтому в однородном поле

$$\chi = \varrho Hl \dots \dots \dots (20)$$

Коэффициент ϱ носит название постоянной Verdet или магнитной вращательной способности. Он дает угол вращения при толщине слоя 1 см. и силе поля 1 гаусс.

Формуле (16) соответствует представление о вращении χ , как следствии неодинаковой скорости распространения двух круговых лучей в теле, подверженном действию магнитного поля. Непосредственный опыт может подтвердить это предположение подобно тому, как Френель доказал это для естественного вращения плоскости поляризации. В какой-либо интерферометр поступает луч, поляризованный николем. После разделения на два луча, двумя пластинками в $1/4$ волны эти два луча превращаются в два противоположных круговых луча перед поступлением в тело; по выходе из тела другой николю снова превращает оба луча в прямолинейно поляризованные, после чего они, интерферируя, образуют полосы. Если на тело действует магнитное поле, то полосы сдвигаются в ту или другую сторону, смотря по направлению поля. Подобные опыты ставили Righi, H. Becquerel, Brace, Garbasso, Mills.

Правило для знака вращения установил еще Faraday. Если луч света распространяется по горизонтальной стрелке (рис. 204), которая указывает также направление поля, и наблюдатель находится на продолжении стрелки, то положительное вращение дается стрелками на кругах, иначе говоря, оно одинаково с направлением тока в обмотках электро-

Рис. 204.

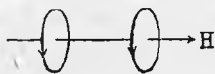


Рис. 205.



магнита, создающих поле. Еще иначе, оно происходит против часовой стрелки. Если наблюдатель находится сзади и наблюдает луч, распространяющийся навстречу линиям поля, то вращение для наблюдателя происходит по часовой стрелке, но абсолютно в пространстве оно сохраняет свое направление, следуя всегда за током в обмотках. Это правило легко вывести из всех вышеприведенных формул. Faraday показал, что этим обстоятельством можно воспользоваться, чтобы увеличить угол вращения. Если у пластинки (рис. 205) посеребрены плоскости 1 и 2, кроме мест α и β , где луч входит и выходит после многократных отражений, то χ будет во столько раз больше, сколько раз луч пробежал толщину пла-

стинки. Как известно, при естественном вращении плоскости поляризации, знак вращения зависит от направления луча, и при возвращении луча после отражения он поворачивается на прежний угол в обратном направлении. Подобным приспособлением удобно пользоваться, если пластинка находится между полюсами электромагнита в очень интенсивном поле, так как трудно получить интенсивное поле на большой длине. Вообще же большое произведение lH легче получить с длинными катушками, хотя там H обыкновенно мало.

Faraday наблюдал только положительное вращение, и действительно это свойство большинства тел. Среди диамагнитных тел единственным исключением является хлористый титан. Среди парамагнитных тел находится значительное число отрицательно вращающих веществ, например (по Du Bois) соли Fe (соли окиси), Ce , La , Di , $K_2Cr_2O_7$, $KCrO_4$ и др. В следующей табличке приведены постоянные Verdet ρ (в минутах) для некоторых тел, причем температура наблюдения дана во втором столбце ($\lambda = 589 \mu\mu$).

	t°	100 ρ		t°	100 ρ
вода	0	1,311	кварц \perp оси	20	1,664
сернистый углерод	0	4,341	каменная соль	16	3,28
спирт этиловый	20	1,12	сильвин	16	2,67
» метиловый	19	0,989	кронглас (фосф. иенский		
бензол	16	2,70	S. 179)	18	1,61
хлороформ	15	1,66	флинтглас (оч. тяж.		
хлористый метил			иенский S. 143)	18	8,88
(жидкий)	-23	1,372	жидкость Thoulet (конц.		
хлористый титан	16	-1,521	раств. $KJ + HgJ_2$)	прибл.	12,8
алмаз	16	1,28	Раствор $FeCl_3$, 37,8%	16	0,256
плавиковый шпат	16	0,897	Раствор Fe_2Cl_6 , 60,5%	16	-20,41

Много измерений сделали H. Becquerel, Perkin, Quincke, Jahn, Du Bois, Rodger и Watson, Siertsema, Borel и др. Из таблицы видно, что наблюдаемое вращение очень мало. Так CS_2 , при толщине слоя в 5 см., в поле 5000 гаусс вращает на $18^\circ,1$, вода на $5^\circ,5$. Тем более поражают те громадные вращаения, которые были получены в парах вблизи тонких линий поглощения. Чтобы не определять магнитного поля, часто довольствуются сравнением вращения исследуемой жидкости с водой или CS_2 , в том же магнитном поле, наливая их последовательно в один и тот же сосуд.

Методы для точного измерения магнитного вращения совершенно такие же, как и для естественного вращения, и потому мы их здесь не излагаем.

Измерения вращения в газах производили Kundt и Röntgen, Bichat, H. Becquerel, Siertsema. Приведенная табличка содержит

Газ	t°	p (атм.)	$\rho \cdot 10^4$
N_2	14	96,8	5,49
H_2	9,5	82,2	4,56
O_2	7	96,8	5,55
воздух	13	96,8	5,51
N_2O	10,9	30,5	2,41

данный Siertsema. Для O_2 он, кроме того, показал, что отношение вращения к плотности остается постоянным в пределах давления от 38 до 100 атм.

Для дисперсии магнитного вращения формулу (26) следует считать наиболее правильной теоретически. Если бы из кривой зависимости показателя преломления от λ можно было определить все параметры N , e , m , λ_0 , то можно было бы вычислить точно ρ , как функцию λ . Но сведения наши относительно всех этих величин еще очень малы, так что пока приходится пользоваться (26), как интерполяционной формулой. Drude применял ее в следующем виде

$$\rho = \frac{1}{n} \left(\frac{a}{\lambda^3} + \frac{b\lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_1^2)^2} \right)$$

к дисперсии креозота и CS_2 и нашел удовлетворительное согласие с наблюдением. До теории Voigt'a было предложено большое число формул для дисперсии; мы их не приводим, так как теоретически они являются гораздо менее важными. Интересна еще формула (17), которую Н. Vesquegel вывел в виде $\chi = kHl\lambda \frac{dn}{d\lambda}$, где k — постоянная, из совсем других соображений. Теоретически она в общем случае не может быть правильной, хотя бы потому, что для различных полос поглощения вообще расщепление имеет различную величину. Любопытно, что, применяя эту формулу в виде пробы, Siertsema нашел для e/m значения в пределах от 0,75 до $1,77 \cdot 10^7$, т. е. того же порядка, как и для электронов. U. Meyer выводит формулу несколько другого типа. В (26) он пренебрегает всеми членами с инфракрасными собственными колебаниями, которые по Drude соответствуют очень тяжелым частям атома, следовательно очень малой величине e/m . Если далее обозначить n' показатель преломления, который был бы в том же теле, но лишенном инфракрасных вибраторов, то можно найти

$$\rho = C \frac{n'}{n} \lambda \frac{\partial n'}{\partial \lambda},$$

полагая, что у всех ультрафиолетовых вибраторов e/m одинаково. Функцию n' он получает из формул Martens'a и Paschen'a (гл. VII, § 9), откидывая члены, соответствующие инфракрасным колебаниям. Из одного значения ρ при данном λ определяется постоянная C , и тогда ρ , как функция λ , хорошо удовлетворяет длинным рядам наблюдений от $0,25 \mu$ до 4μ для каменной соли, сильвина, плавикового шпата. В ультрафиолетовой части спектра измерения ρ сделал Landau, в инфракрасной — U. Meyer. Коэффициент C равен $\frac{1}{2c^2} \frac{e}{m}$. Отсюда опять вычисляется $e/m = 1,51; 1,42; 1,21 \cdot 10^7$ для $NaCl$, KCl , $CaFl_2$. Величина 100ρ , измеренная для этих тел в остаточных лучах кварца (4μ), меньше 0,01 (ср. таблицу). Нужно впрочем отметить, что и формула, выведенная Drude из теории молекулярных токов (§ 3), хорошо удовлетворяет наблюдениям. Длинный ряд измерений в инфракрасной части спектра для CS_2 (до 4μ) и для H_2O (до $1,3 \mu$) сделал также Ingersoll. Voigt приводит следующую

табличку, где даны величины 100ρ для CS_2 ($t = 25^\circ$) и воды ($t = 0^\circ$) для различных фраунгоферовых линий:

λ	C	D	E	F	G
CS_2	656	589	527	486	431
H_2O	3,19	4,15	6,37	6,67	9,20
	1,02	1,30	1,65	1,97	2,56

Вообще χ растет несколько быстрее, чем $1/\lambda^2$.

Чрезвычайно интересным является вращение в ферромагнитных телах Fe , Ni , Co , которые можно исследовать конечно только в очень тонких слоях. Впервые это удалось сделать Kundt'у. Он наносил тонкий слой Fe на прозрачное платинированное стекло (толщина определялась взвешиванием). Для средних лучей спектра вращение, рассчитанное на 1 см., для слоя Fe было в 32000 — 35000 раз больше, чем для стекла. Так, для пластинки стекла + слой Fe вращение было $3^\circ 25'$, без слоя Fe — $1^\circ 37'$. Слой Fe (толщины $5,5 \cdot 10^{-7}$ см.) вращает на $1^\circ 48'$, несмотря на то, что он почти в 30000 раз тоньше стекла. Вращение не пропорционально магнитному полю H , но с усилением поля возрастает сначала быстро, потом медленно и стремится к определенному пределу. Du Bois, исследовавший, кроме Fe , также Ni и Co , пришел к заключению, что χ пропорционально не силе намагничивающего поля, а интенсивности намагничивания J в слое металла. Когда наступило насыщение, дальнейшее увеличение поля уже не имеет влияния. Таким образом для ферромагнитных тел можно писать

$$\chi = klJ,$$

где k называется постоянной Кундта.

Lobach изучил изменение χ с длиной волны, причем оказалось, что для всех трех металлов дисперсия аномальная, т.е. χ растет с увеличением λ . В след. табличке приведены данные Lobach'a, рассчитанные на 1 см., в тысячах градусов для поля $H = 15000$, когда интенсивность намагничивания достигла уже предельного значения.

Линия	L_a	D	F	G
λ	671	589	486	431
Fe	223	195	145	122
Co	185	164	150	143
Ni	96,3	75,2	64,3	57,0

Повидимому обе круговые волны в ферромагнитных металлах поглощаются неодинаково, результатом чего является эллиптическая поляризация прошедшего сквозь слой луча. Изучением оптических свойств тонких слоев металлов в магнитном поле занимались также Hirsch, Ingersoll, Harris, Rinner и Tool и др. Последние исследовали слои, полученные различными методами, и нашли существенное различие в величине вращения и дисперсии.

Влияние температуры на вращение вообще сказывается в уменьшении χ с повышением температуры. По Vichat χ уменьшается для воды

на 4,3% при повышении температуры от 10° до 60° , а для CS_2 на 12% — от 0° до 48° . Rodger и Watson дают эмпирическую формулу для воды $\rho = 0,0437 - 0,04737 t$ (от 0 до 100°), а для CS_2 $\rho = 0,01311 - 0,04 t - 0,04 t^2$. Если брать отношение ρ к плотности, то для воды от 0 до 20° получается постоянная величина 0,01312; далее она медленно возрастает и при 100° равна 0,01322. То же отношение для CS_2 убывает с температурой. При 0° оно равно 0,03362, при 40° — 0,03288.

Величина $\frac{\rho}{d}$, где d плотность вещества, называется удельной магнитной вращательной способностью, а величина $\frac{M\rho}{d}$, где M молекулярный вес, — молекулярной удельной вращательной способностью. Если обозначим через s , s_1 , s_0 удельные вращательные способности раствора, растворенного вещества и растворителя, d плотность раствора и p вес растворенного вещества в 1 куб. см. раствора, то должно быть

$$ds = ps_1 + (d - p)s_0,$$

если раствор и растворенное вещество не оказывают влияния друг на друга (полная аддитивность). Такое же соотношение можно вывести для молекулярной вращательной способности химического соединения, в зависимости от атомных вращательных способностей составных частей. На самом деле эти соотношения очень часто не соблюдаются. Так Perkin нашел для HCl величины s_1 4,41; 3,33; 2,25, смотря по растворителю — вода, спирт, изоамилоксид. Скольконибудь точных и отчетливых представлений о влиянии химизма на вращательную способность пока не имеется.

Если — вращающее вещество растворено в + вращающем растворителе, то существует концентрация, при которой вращения совсем нет. Зависимость ρ от концентрации не находится в ясной связи с зависимостью от концентрации магнитной восприимчивости.

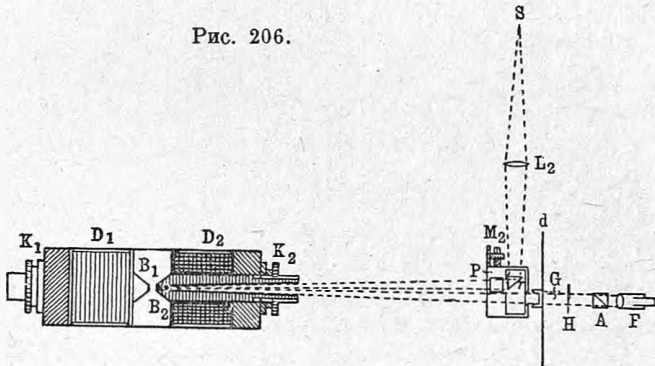
§ 6. Магнитное явление Керр'а. Это явление касается отражения света от намагниченных ферромагнитных тел. Как известно, все такие тела обладают очень сильным (металлическим) поглощением. Прямолинейно поляризованная волна после отражения делается эллиптически поляризованной. Намагничивание вообще очень мало изменяет эллиптичность отраженной волны. Поэтому выгодно ставить опыт так, чтобы большее влияние сильного поглощения не скрывало малого влияния намагничивания. Следует различать полярное, меридиональное и экваториальное намагничивание, согласно терминологии Voigt'a.

1) Полярное намагничивание. Магнитные линии сил перпендикулярны поверхности зеркала. Рис. 206 заимствован из работы Dzielwulski. Налево электромагнит с катушками D_1 и D_2 . Винты k_1 и k_2 позволяют регулировать сближение полюсов электромагнита B_1 и B_2 . Исследуемое зеркало прикреплено к наконечнику B_1 . Конический канал в сердечнике катушки D_2 позволяет бросит пучок света TB_1 под очень острым углом на зеркало у B_1 . Ограженный пучок B_1F возвращается

через канал, с источником света, T призма полного внутреннего отражения P и A — поляризатор и анализатор. Остальные детали опускаем. Если P и A скрещены, то при возбуждении магнитного поля заметно появление света, который можно потушить вращением A . Иначе говоря, при нормальном падении прямолинейно-поляризованного луча на полярно намагниченное зеркало плоскость поляризации отраженного луча поворачивается на некоторый угол.

В первых опытах Керг'а луч падал строго перпендикулярно на зер-

Рис. 206.



кало, но дальнейшие опыты выяснили, что небольшой угол падения не влияет заметно на угол вращения.

Знак вращения определяется, как и в § 5, т. е. положительное χ соответствует направлению тока в намагничивающей катушке.

Du Bois доказал, что величина вращения пропорциональна не интенсивности магнитного поля, а интенсивности намагничивания J , следовательно

$$\chi = kJ.$$

Коэффициент k носит название постоянной Керг'а. Наиболее исследованы Fe , Ni , Co , для которых χ всегда имеет отрицательный знак.

	Fe	Ni	Co
χ	-22,99	-7,25	-20,97
J	1699	453	1060
k	-0,0138	-0,0160	-0,0198

Du Bois дает для $\lambda = 589 \mu$ следующие значения коэффициента k и χ в минутах, откуда видно, что вообще угол вращения никогда не превышает полуградуса. Измерениями вращения при нормальном отражении от различных веществ при полярном намагничении занимались Righi, Kundt (тонкие слои), Ingersoll, Foote, Токмачев, Loria, Martin, Dzielwulski и др. В следующей таблице сопоставлены некоторые наблюдения для $\lambda = 589 \mu$. Во втором столбце дана интенсивность намагничивающего

поля, в третьем указано, наступило ли уже насыщение при данном поле. Величина χ дана в минутах, H в килогауссах. Некоторые наблюдатели исследовали χ , как функцию от λ . Бывают кривые, которые переходят через нуль для определенной λ . Например для $CuO \cdot Fe_2O_3$ при $\lambda = 477 \mu$

вещество	H		χ
сталь	21,9	ненас.	— 22,2
Co	19,9	«	— 20,0
Ni	19,2	нас.	— 8,5
инвар ($Fe + 36\% Ni$)	13,3	ненас.	— 13,7
сплав Heusler'a	16,8	«	— 1,5
Mn_4Sn	—	нас.	— 3,6
$MnSb$	—	«	— 17,6
$MnBi$	—	«	+ 0,5
магнетит (Fe_3O_4) ест.	11,6	«	+ 4,1
« « иск.	18,8	«	+ 4,8
$CuO \cdot Fe_2O_3$	10,2	«	— 0,05
Fe_3C	—	«	— 22,3
пирротин (Fe_7S_8)	—	«	+ 1,0

$\chi = 1,75$, при $\lambda = 637 \mu$ $\chi = -0,95$. Аналогично и для сплава Heusler'a (61 % Cu , 26 % Mn , 13 % Al). Для одного и того же вещества получаются несколько отличающиеся величины, в зависимости от образчика и, может быть, от приготовления зеркальной поверхности.

Righi показал, что отраженный луч поляризован не строго прямолинейно, а колебания представляют из себя очень вытянутый эллипс. Эту эллиптичность измеряли Zeeman, Foote, Dziewulski.

Случай падения луча под некоторым углом на полярно намагниченное зеркало схематически изображен на рис. 207. Здесь s кусок железа, концентрирующий линии сил на небольшой поверхности, как это было в первых опытах Керр'a. Это может быть также и второй полюс электромагнита. Глаз наблюдателя находится в O . Пока поле не возбуждено, поляризатор P устанавливается \parallel или \perp плоскости падения, и соответственно анализатор $A \perp$ или \parallel , т. е. на темноту. При возбуждении поля появляется свет, который нельзя потушить вращением анализатора, следовательно получается эллиптическое колебание при отражении. Минимум интенсивности можно достигнуть небольшими вращениями или A , или P (т. наз. минимум вращения). Знак вращения будем считать $+$, если вращение одинаково с проекцией намагничивающего тока на плоскость перпендикулярную лучу. Когда колебания, проходящие через P , параллельны плоскости падения, будем обозначать это знаком P_p и соответственно положение P , когда колебания перпендикулярны плоскости падения, через P_s . То же и для положения анализатора: A_p и A_s . Пусть без магнитного поля мы имеем скрещение николей P_p и A_s . Чтобы при намагничении получить минимум света, нужно повернуть или A на χ'_s , или P на χ'_p . Если же были скрещенные николи P_s и A_p , то минимумы вращения будут χ'_p для A и χ'_s для P . Наблюдения Kaz и Righi показали, что всегда имеют место соотношения (Reziprozitätssätze)

$$\chi'_s = \chi^0_s \text{ и } \chi'_p = \chi^0_p.$$

Можно достигнуть полного затемнения, если повернуть на небольшие углы одновременно и A и P . Возможно следовательно положение P , когда отраженный луч поляризован прямолинейно. Пусть начальное положение P_p и A_s , тогда A нужно повернуть на угол ψ'_s и одновременно P на ψ'_p . Эти величины носят название нулевых вращений. Соответственно при начальном положении P_s и A_p нулевые вращения будут ψ'_p и ψ^0_s . Наблюдения устанавливают постоянные соотношения.

$$\psi'_s = \psi^0_s \text{ и } \psi'_p = \psi^0_p.$$

Следующая табличка дает наблюдения Righi над зеркалом Fe , ход изменения величин ψ^0_p , ψ^0_s , χ^0_p , χ^0_s в минутах в зависимости от угла па-

Рис. 207.

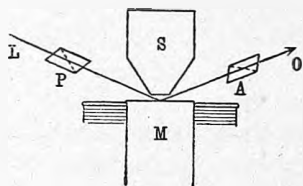
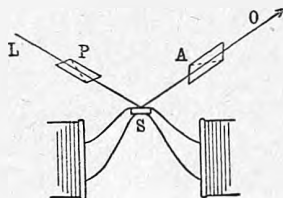


Рис. 208.



дения. Здесь даны двойные величины, которые наблюдались при коммутировании намагничивающего тока. Zeeman изучил это явление также и у Ni и Co . Для Fe , Ni , Co все величины имеют отрицательный знак, кроме ψ^0_p , до φ при бл. 65° .

φ	$-2\psi^0_p$	$-2\psi^0_s$	$-2\chi^0_s$	$-2\chi^0_p$
0	—	—	39	39
41	—47	1,114	60	38
48	—29,5	95	60	34
55	—16	80	61	29,5
63	—1	62	61	24
68	+6	55	59	20,5
73	11	47,5	51,5	16,5
76,5	13	39,5	38	12
82,5	17,5	29	12	5

2) Меридиональное намагничение. Некоторые авторы называют его экваториальным. Схема на рис. 208. От полюсов электромагнита идут отроги, к которым привинчено исследуемое зеркало s . Эти отроги служат для того, чтобы получить интенсивный магнитный поток, параллельный поверхности зеркала, и вместе с тем поместить зеркало в положение, доступное для наблюдений при углах падения близких к 90° . Плоскость падения луча параллельна магнитному потоку. Способ наблюдения такой же, как и при полярном намагничении; так же определяется и знак эффекта. Существуют и такие же соотношения, но с некоторым изменением, именно:

$$\chi'_s = -\chi^0_s; \chi'_p = -\chi^0_p; \psi'_s = -\psi^0_s; \psi'_p = -\psi^0_p.$$

Если магнитный поток направлен к наблюдателю, то χ'_s имеет всегда отрицательный знак; по данным Righi наибольшая величина для χ'_s .

не превышает $9'$ (Fe). Величина χ'_p положительна до угла 75° припл. (не больше $11'$) и затем меняет свой знак. Далее, ψ'_p всегда отрицательно, а ψ'_s меняет знак из отрицательного на положительный при очень больших углах падения. Они достигают величин в $12'$ и $6'$. Это явление измерял также Sissingh.

3) Экваториальное намагничение. Магнитный поток по прежнему параллелен поверхности зеркала, но плоскость падения \perp магнитному потоку. Влияние намагничения очень мало выражено, так что первые наблюдатели его не заметили. Только после того, как Wind вывел из видоизмененной теории Logenz'a необходимость такого эффекта, Zeeman'у удалось его констатировать и измерить. Влияние намагничения сказывается только в том случае, когда колебания падающего луча не \parallel и не \perp плоскости падения, и выражается в малом изменении формы эллипса, соответствующего колебаниям отраженного луча.

Все приведенные наблюдения конечно должны быть следствиями одной теории. Вместе с тем теория должна включить в круг рассмотрения также и вращение плоскости поляризации в луче, проходящем через тонкие слои ферромагнитных металлов. В этом смысле эти два явления должны были бы быть помещены в одном параграфе, посвященном магнитооптике металлически поглощающих веществ. Первоначальная теория Logenz'a, связывавшая явление Kerr'a с явлением Hall'a, не оправдалась наблюдениями. К сожалению место не позволяет останавливаться на очень сложных теориях; укажем только, что Logenz дал (в *Encycl. d. math. Wiss.*) чисто феноменологическую теорию, которая связывает все наблюдения. Voigt предложил электронную теорию (*Magneto- und Elektrooptik*); у него же можно найти и систематическое изложение наблюдений с ясным геометрическим толкованием. Некоторые другие теории упомянуты в списке литературы.

§ 7. Двойное лучепреломление в электрическом и магнитном полях. Двойное лучепреломление в диэлектриках, находящихся в электрическом поле, было изложено в IV томе, часть I, гл. 3, § 5. Здесь мы коснемся его только постольку, поскольку оно освещается вновь предложенной теорией, охватывающей оба явления — в электрическом и магнитном полях. Как видно было в § 5 этой главы, то двойное магнитное лучепреломление, которое логически необходимо следует из явления Зеемана, по мере удаления в спектре от полосы или линии поглощения так быстро падает, что практически становится недоступным наблюдению. Тем не менее в 1902 г. итальянскому физическому Majorana удалось наблюдать это явление на некоторых препаратах гидрата окиси железа. Между полюсами электромагнита помещался сосуд с исследуемой жидкостью. Луч света был направлен \perp к магнитным линиям сил. Перед поступлением в жидкость он проходил через поляризатор так, что колебания совершались под углом 45° к линиям сил. Если анализатор был поставлен на темноту, то при возбуждении электромагнита поле просветлялось. Легко было обычными методами констатировать, что прямолинейно поляризованный свет по выходе из жидкости становится эллиптически поляризован-

ным, т. е. жидкость в магнитном поле дает такое же явление, как и кристалл, иначе говоря, становится оптически анизотропной. Слагающие колебания \parallel и \perp линиям сил распространяются с различной скоростью. Будем называть двойное лучепреломление положительным, если слагающая \parallel линиям сил распространяется медленнее. Вместе с тем Majorana наблюдал и магнитный дихроизм, т. е. неодинаковое поглощение обеих слагающих в магнитном поле, измеряя отдельно поглощение лучей с колебаниями \parallel и \perp линиям сил. Если слагающая \parallel линиям сил поглощается сильнее, то дихроизм называется положительным. Мерой двойного лучепреломления, как обычно, является разность хода двух слагающих. Она пропорциональна толщине слоя жидкости и ее концентрации. Зависимость от силы магнитного поля оказалась сложной. Различные образчики растворов, одинаковые по концентрации и по виду, настолько различны по своей активности, что нельзя предугадать даже знака явления. В особенности активным оказался фармацевтический препарат, так называемое железо *Gravais*, очень старого приготовления. Свежеприготовленные препараты были гораздо менее активными. В указанном препарате разность хода изменялась с силой магнитного поля по своеобразному закону; она была положительна в слабых полях, достигала максимума, уменьшалась до нуля, становилась отрицательной, и далее отрицательная величина возрастала приблизительно пропорционально квадрату поля, доходя до нескольких волн при интенсивных полях. Некоторые препараты давали только дихроизм без двойного лучепреломления.

Правильное объяснение этому явлению, которое вначале склонны были рассматривать, как следствие теории Voigt'a, дал Schmauss. Все активные коллоидальные растворы гидрата окиси железа сильно рассеивают свет, так что путь луча в жидкости ясно виден сбоку. Таким образом присутствие подвешенных частиц в жидкости является несомненным. Известно, что тело неодинаковых размеров по всем направлениям, подвешенное в магнитном поле, определенным образом ориентируется относительно линий сил, и вращающий момент пропорционален квадрату силы поля. Если представим себе удлинённые частицы, которые в жидкости расположатся своей длиной вдоль линий сил, то ясно, что слагающая световых колебаний \parallel линиям сил будет находиться в иных условиях, чем слагающая \perp линиям сил, следствием чего и является двойное лучепреломление и дихроизм. Прибавив к активной жидкости горячий раствор желатины, можно застудить препарат в магнитном поле, и тогда он оказывается двоякопреломляющим и вне магнитного поля, так как ориентировавшиеся частицы лишились удобоподвижности и не могут вернуться к прежнему беспорядочному, случайному расположению в жидкости. Многими опытами Cotton и Mouton подтвердили предположение Schmauss'a. Отфильтрованные очень активные препараты не являются двоякопреломляющими в магнитном поле, так как они лишены подвешенных частиц. Если дать препарату отстояться в течение долгого времени и взять пробы из слоев различной глубины, то можно констатировать при помощи ультрамикроскопа, что в верхних слоях на-

ходятся частицы более мелкие, медленно осаждающиеся на дно, в глубоких — более крупные. Соответственно пробы из верхних слоев дают только отрицательное двойное лучепреломление даже в слабых полях, пробы из нижних слоев дают положительное даже в сильных полях. Присутствием разнородных частиц объясняется сложная зависимость величины двойного лучепреломления от силы поля в препаратах железа Bravais. Вместе с тем Cotton и Mouton выяснили следующее очень важное обстоятельство. Если бы не было никакой причины, заставляющей частицы ориентироваться по всевозможным направлениям самым беспорядочным образом, то в очень слабом магнитном поле все частицы получили бы окончательную ориентировку, и двойное лучепреломление не зависело бы от силы поля. Такой причиной является Броуновское движение частиц. При вполне беспорядочном тепловом движении молекул жидкости, подвешенные частицы испытывают совершенно случайные толчки по всевозможным направлениям, и вследствие этого наблюдается не только вполне случайное переносное „Броуновское движение“, но и вполне случайное вращение частиц. Эти случайные вращения противодействуют таким образом определенному направляющему действию магнитного поля. Действие поля пропорционально вращающему моменту, т. е. квадрату силы поля.

Наблюдения Majorana вызвали ряд исследований (Meslin, Chaudier) над оптическими свойствами жидкостей, в которых подвешены сравнительно грубые (не ультрамикроскопические) частицы, и которые подвержены действию магнитного или электрического полей. Электрическое поле, как известно, также поляризует и следовательно ориентирует кусочек диэлектрика, неодинаковый по размерам во всех направлениях. Вращающий момент также пропорционален квадрату силы поля. Подвешенные частицы состояли из очень мелкого порошка кристаллов. Заставляя встречаться струю паров HCl и NH_3 , можно получить кристаллический туман нашатыря NH_4Cl . Оптические его свойства исследовал Zeeman и Hoogenboom.

Отметим еще, что Cotton и Mouton, пользуясь сильным двойным лучепреломлением „железа Bravais“, исследовали эту жидкость в магнитном поле, как исследуют кристаллы. В полую призму, находящуюся в магнитном поле, была налита жидкость, и при помощи спектрометра наблюдалось отклонение монохроматического луча (спектральная линия) призмой. При возбуждении поля линия раздваивалась на две составляющих, поляризованные \parallel и \perp линиям сил. Абсолютное изменение показателя преломления для луча с колебаниями \parallel линиям сил вдвое больше, чем для другого.

Изучая электрическое двойное лучепреломление в сернистом угле-роде, Кегг пришел к заключению, что поле изменяет только скорость распространения колебаний полю, не действуя на колебания \perp полю. Повторяя наблюдения над нитробензолом, который дает эффект в 96 раз более сильный, чем CS_2 , Aeckerlein нашел, что изменяется скорость распространения обоих колебаний, и изменение показателя преломления

для колебаний \parallel полю вдвое больше, чем для колебаний \perp полю. Руководствуясь этой аналогией, Cotton и Mouton исследовали, не обязаны ли исключительно сильный электрооптический эффект нитробензола подвешенным частицам. В таком случае можно было бы ожидать у него и магнитное двойное лучепреломление. Оно действительно и было найдено, но все контрольные опыты показали, что подвешенные частицы отсутствуют. Таким образом было найдено новое свойство чистых жидкостей, — магнитное двойное лучепреломление, которое до сих пор вследствие своей малости ускользало от наблюдателей.

Обозначим разность хода между лучами с колебаниями \parallel и \perp полю через Δ . Измерения показали, что Δ пропорционально квадрату напряжения магнитного поля. Таким образом мы имеем две аналогичные формулы

$$|\Delta = B_e \lambda l E^2 \text{ и } \Delta = B_m \lambda l H^2$$

для электрического и магнитного двойного преломления, где E и H — напряжения электрического и магнитного поля, l — толщины слоя жидкости, B_e и B_m две постоянные, которые зависят от длины волны, температуры и т. д.

Наиболее точно определена постоянная B_m для нитробензола, она равна $+ 2,53 \cdot 10^{-12}$ для $\lambda = 5780$ и $t = 16,3^\circ$.

вещество	темпер.	k
бензол	18,3	+ 0,233
моноклорбензол	20	0,288
монобромбензол	15,7	0,257
толуен	17,5	0,245
α — монобромнафталин	17	0,99
моноклорнафталин	15	1,08
бетол (переохлажд.)	18	1,6
тиофен	14,8	0,156
сернистый углерод	15,5	— 0,196

Cotton и Mouton исследовали целый ряд органических жидкостей. Для некоторых отношение k их постоянных B_m к соответствующей постоянной нитробензола, с которым они сравнивались, приведено в табличке. Из неорганических веществ известно только одно, обладающее заметным отрицательным магнитным двойным лучепреломлением — это сернистый углерод. Точно так же не дает заметного эффекта большое число испытанных органических тел, например спирты, кислота и т. д. Вообще магнитный эффект значительно слабее электрического, и по видимому его дают только соединения ароматического ряда. Впрочем в последнее время Cotton и Mouton нашли его в очень слабой степени у хлороформа, нитрометана и других соединений жирного ряда.

Постоянные B_m и B_e увеличиваются по мере уменьшения длины волны. Чрезвычайно важен тот факт, что отношение B_m/B_e не зависит от длины волны, т. е. обе величины B_m и B_e одинаковые функции λ . Факт этот следует из измерений, которые сделали Skinner и Mc Comb над целым рядом веществ.

Основная идея теории, как электрического, так и магнитного явления, следует непосредственно из хода исследований Cotton и Mouton. Молекулы жидкости не изотропны; они легче поляризуются, например, электрическим полем в одном направлении, чем в других. Поэтому поле, поляризуя молекулу, сообщает ей электрический момент, вообще не параллельный направлению поля, и следовательно стремится повернуть ее так, чтобы момент стал параллельным. Момент пропорционален напряжению поля, вращающая пара сил также ему пропорциональна, следовательно действие пропорционально квадрату напряжения. Тепловое движение молекул стремится сделать расположение молекул вполне беспорядочным, т. е. противодействует направляющему действию поля. То же самое по существу делает магнитное поле с диамагнитными молекулами (до сих пор все исследования сделаны с диамагнитными телами). На основании одной теоремы из кинетической теории материи, данной Boltzmann'ом, Langevin построил параллельно теории явления электрического и магнитного. Величина эффектов должна зависеть от электрических (диэлектрическая постоянная) и магнитных (магнитная восприимчивость) свойств жидкостей. В особенности важен следующий результат теории. Назовем n показатель преломления вне поля, n_1 и n_2 показатели преломления в поле для луча с колебаниями \parallel и \perp полю. Тогда для обоих явлений должно быть $\frac{n_1 - n}{n_2 - n} = -2$. Опыты Aesckerlein'a подтверждают это простое соотношение для электрического явления; в магнитном поле эффект слишком слаб, чтобы можно было измерить абсолютные изменения показателей преломления. Доступны измерения только относительных изменений, т. е. $n_1 - n_2 = \frac{\Delta}{l}$. Далее теория требует, чтобы дисперсия обоих явлений подчинялась одному закону, что и подтверждается вышеприведенными исследованиями. Самый закон дисперсии дается формулой $n_1 - n_2 = C \cdot \frac{(n^2 - 1)^2}{n}$. Зависимость Δ от длины волны определяется таким образом зависимостью показателя преломления n . C есть постоянная. Эту формулу также исследовали Skinner и Mc Comb, она хорошо удовлетворяется результатами их наблюдений.

Заметим, что Havelock до Langevin'a дал теорию этих явлений, основанную не на ориентировке молекул, а на неодинаково плотном распределении молекул вдоль линий сил и \perp к ним. Эта теория приводит к тем же главным результатам, которые здесь были изложены. Cotton и Mouton приводят ряд соображений против этой теории.

При повышении температуры в общих чертах оба явления должны уменьшаться, так как энергия теплового движения растет пропорционально абсолютной температуре. Но так как изменяются с температурой также диэлектрическая постоянная и магнитная проницаемость, и притом различно, то полного параллелизма в температурном ходе обоих явлений нельзя ожидать. Заметим, что недавно Leiser констатировал и измерил электрическое двойное лучепреломление в парах с тяжелыми молекулами C_2H_5Cl ,

CH_3Cl , CH_3Br , CH_3CHO , также в NH_3 , CO_2 , HCN ; его нельзя было найти в воздухе, O_2 , N_2 , CO и NO .

По теории Langevin нужно также ожидать магнитное двойное лучепреломление и у парамагнитных молекул.

Теория Langevin предполагает молекулы обладающими симметрией двусосного эллипсоида. Voigt и Enderle распространили теорию также на молекулы с симметрией трехосного эллипсоида, при чем результаты существенно не изменились.

В последнее время Debye теоретически обработал идею о молекулах, содержащих уже готовые электрические моменты, которые только направляет электрическое поле. Цель этих исследований — объяснить с одной стороны большое влияние температуры на диэлектрические постоянные и показатели преломления длинных электрических волн (на показатели преломления световых волн изменение температуры действует мало), с другой — самый факт аномальной дисперсии и поглощения этих волн.

§ 8. Допустимость условия $\mu = 1$ для световых колебаний. В последних двух главах было положено у всех тел для быстрых световых колебаний $\mu = 1$. Является вопрос, насколько правильно подобное допущение. Если бы оно не было правильно, то для прозрачных тел, вместо пограничного условия $\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}_2$ (44), гл. VII, нужно было бы написать $\mu_1 \mathfrak{N}_1 = \mu_2 \mathfrak{N}_2$; законы отражения и преломления при этом вообще значительно изменились бы. На самом деле $\mu = 1,0006$ для концентрированного раствора хлорного железа является уже одной из наибольших наблюдавшихся величин для прозрачных тел. Drude (Physik des Aethers) нашел, что угол, при котором амплитуды колебаний электрического вектора \parallel плоскости падения в отраженном луче равны нулю, определяется условием $\frac{\cos \psi}{\cos \varphi} = n \frac{\mu_1}{\mu_2}$. Если $\mu_1 = \mu_2 = 1$, то $\psi = \frac{\pi}{2} - \varphi$ и $\text{tg } \varphi = n$, т. е. φ есть угол Brewster'a, как это соответствует наблюдениям; если же $\mu_1 = 1$ и $\mu_2 = 1,0006$ (отражение в воздухе от раствора Fe_2Cl_6), то этот угол будет отличаться от угла Brewster'a всего на $2',7$, и это отступление находится в пределах ошибки опыта (поверхностные слои). Влияние μ наиболее должно сказаться на отражении от ферромагнитных металлов, где μ может быть гораздо больше 100. Не выводя этого теоретически (см. Drude, Physik des Aethers), укажем, что при большом μ коэффициент отражения должен был бы быть равным 1, на самом же деле (Rubens) для Fe он равен 0,57; для Ni — 0,63. Величины n и k (показатель преломления и коэффициент отражения) для этих металлов могут быть определены непосредственно (тонкие призмы и слои). Подставив их значение в формулы металлического отражения, можно вычислить главный угол падения $\bar{\varphi}$ и главный азимут поляризации $\bar{\psi}$ в предположении $\mu = 1$. Вычисленная величина близко совпадает с найденной экспериментально. Наконец Hagen и Rubens показали, что для инфракрасных волн отражательная способность металлов вполне определяется их электропроводностью. Для ферромагнитных металлов было бы силь-

ное отступление от этого закона, если бы μ имело значительную величину для этих лучей.

Экспериментируя с очень длинными (электрическими) волнами от 70 см. до 1,3 см., Аркадьев наблюдал (отражение от проволок, поглощение в проволоках) непрерывное уменьшение величины μ с длиной волны. Так, у *Fe* величина $\mu = 80$ для $\lambda = 72,7$ см. и уже $= 4,5$ для $\lambda = 1,31$ см.

Все эти экспериментальные данные дают право полагать $\mu = 1$ для быстрых колебаний. Что касается до теоретического обоснования этого утверждения, то оно может явиться следствием только молекулярно-кинетической теории магнетизма, распространенной на переменные электромагнитные поля большой частоты (Langevin; см. также Аркадьев). Обыкновенно, предвосхищая результаты теории, говорят, что молекулярные магниты не могут следовать за быстрыми колебаниями поля. Druide полагает, что причина экспериментального результата $\mu = 1$, заключается в чрезвычайно малой величине напряжения магнитного поля в световом луче (Druide, Lehrbuch der Optik, III. Aufl., p. 441).

Укажем еще на одно приближение, которое молчаливо было допущено до сих пор. Если явление Zeeman'a показывает, что внешнее магнитное поле оказывает действие на колебания молекулярных вибраторов, то принципиально аналогичное действие должно оказывать и магнитное поле световой волны. Простое вычисление показывает, что это действие совершенно пренебрежимо, так как магнитное поле ничтожно. Ведь само явление Zeeman'a требует сильных магнитных полей и тонких оптических методов для наблюдения.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

- M. Faraday.* London Phil. Trans. 1846, Part I, p. 1. Experiment. researches in electric. 3, p. 1, 1855.
Kerr. Phil. Mag. (4) 50 p. 337, 446, 1875; (5) 3 p. 321, 1877; 5 p. 161, 1878.
Zeeman. Phil. Mag. (5) 43 p. 226; 44 p. 55, 1897.
Voigt. Wied. Ann. 67 p. 345, 1899.
Macaluso и Corbino. C. R. 127 p. 548, 1898.
Cotton и Mouton. Ann. de Chim. et de Ph. (8) 19 p. 153; 20 p. 195, 1910.
Cotton. Le phénomène de Zeeman. Scientia phys.-math. No. 5. Paris, 1899.
Lorenz. Rapports du congrès internat. de ph. III p. 1, 1900.
Néculcéa. Le phénomène de Kerr (электр.) Scientia phys.-math. No. 16, Paris, 1902.
Druide. Lehrbuch d. Optik. III Aufl. Leipzig. 1912.
Voigt. Magneto- und Elektrooptik. Leipzig, 1908.
Runge. Статья в *Kayser*, Handbuch d. Spectrosc. II т. Leipzig, 1902.
Zeeman. Researches in magneto-optics. London, 1913.
Lorenz. Theorie der magneto-optischen Phänomene. Enzykl. d. math. Wiss. V, p. 199. Leipzig, 1909.

К § 2.

- Cornu.* Journ. de Ph. 6 p. 673, 1897.
König. Wied. Ann. 62 p. 240, 1897.
Cornu. C. R. 126 p. 181, 300, 1898.

- Michelson*. Phil. Mag. 44 p. 109, 1897; Nature 59 p. 440, 1899.
Zeemann. Phil. Mag. 44 p. 255, 1897; 45 p. 197, 1898.
Preston. Nature 57 p. 173, 1897; Phil. Mag. 45 p. 325, 1898; 47 p. 165, 1899.
H. Becquerel и Deslandres. C. R. 126 p. 997; 127 p. 18, 1898.
Reise. Phil. Mag. 48 p. 317, 1899.
Runge и Paschen. Phys. Zeitschr. 1 p. 480, 1899; 3 p. 441, 1902; Anhang zu Abh. Berl. Ak. p. 1, 1902; Berl. Ber. p. 380, 720, 1902.
Runge. Phys. Zeitschr. 8 p. 232, 1907.
Lohmann. Phys. Zeitschr. 2 p. 145, 1903.
Paschen и Back. W. A. 39 p. 897, 1912; 40 p. 960, 1913.
Fortrat. C. R. 156 p. 1459, 1913.
Jack. Wied. Ann. 28 p. 1032, 1903.
Lohmann. Zeit. Wiss. Photograph. 6 p. 1, 41, 1903.
Bi'd rijk van Moeurs. Arch. Néerl. 15 p. 355, 1910.
Purvis. Camb. Trans. 20 p. 193, 1906; Camb. Proc. 13 p. 325, 1906; 14 p. 41, 1907; Astroph. Journ. 34 p. 312, 1911.
Dufour. Radium 5 p. 291, 1903; 6 p. 44, 298, 1909; Ann. de Ch. et Ph. 21 p. 568, 1910.
J. Becquerel. C. R. 148 p. 913, 1909.
Gmelin. Phys. Zeitschr. 9 p. 212, 1903; 11 p. 1193, 1910.
Zeeman. Phys. Zeitschr. 10 p. 217, 1909.
Wali-Mohammed. W. A. 39 p. 225, 1912.
Lorentz. Theory of electrons, см. выше.
Voigt. Wied. Ann. 67 p. 345; 68 p. 359; 69 p. 290, 1899; Annal. de Ph. 1 p. 389, 1900; 24 p. 193, 1907; 36 p. 873, 1911; 40 p. 368; 41 p. 403, 1913.
Cotton. C. R. 125 p. 865, 1897.
König. Wied. Ann. 63 p. 268, 1897.
Egoroff et Georgievsky. C. R. 124 p. 748, 943; 125 p. 16, 1897.
Lorentz. Arch. Néerl. 2 p. 1, 1897.
Wiss et Cotton. Journ. de Ph. 6 p. 429, 1907.
Stettenheimer. Wied. Ann. 24 p. 334, 1907.
Gmelin. Wied. Ann. 23 p. 1079, 1909.
P. P. Koch. Wied. Ann. 41 p. 115, 1913.
J. Becquerel. Radium 4 p. 49, 107, 328, 383, 1907; 5 p. 5, 193, 227, 356, 1908; 6 p. 327, 1909; также Physik. Zeitschr. томы 8, 9 и C. R., томы 142—152.
Du Bois и Elias. Wied. Ann. 27 p. 233, 1903; 35 p. 617, 1911.
Du Bois. Physik. Zeitschr. 13 p. 123, 1912.
Hall. Astroph. Journ. 28 p. 315, 1908.
Zeeman и Winawer. Phys. Zeitschr. 11, p. 553, 657, 880, 1910; также Astroph. J. 32 p. 329, 1911.
Lorentz. Arch. Teyler 1 p. 1, 1912.
Corbino. Phys. Zeitschr. 9 p. 669, 1908.
Ritz. Wied. Ann. 25 p. 660, 1908.
Cotton. Radium 8 p. 363, 449, 1911.
Körner. Verhandl. d. Deutsch. Ph. Ges. 15 p. 69, 1913.
Voigt. Wied. Ann. 36 p. 873, 1911.
J. Stark. Berl. Ber. 1913, p. 932.

К § 3.

- Voigt*. см. выше § 2.
Sirteema. Commun. Labor. Leiden Nr. 82, 1902. Verslag Akad. v. Wetensch. Amsterdam 11 p. 499, 1902
Macaluso и Corbino. C. R. 127 p. 548, 1898; Nuov. Cim. S p. 257, 1898; 9 p. 381, 1898.
Wood. Phil. Mag. 10 p. 403, 1905; 14 p. 145, 1907.
Hallo. Arch. Néerl. 10 p. 143, 1905.
Giger. Wied. Ann. 23 p. 753; 24 p. 597, 1907.
Ladenburg. Wied. Ann. 38 p. 249, 1912.

- Zeeman*. Proc. Amsterd. Akad. 5 p. 41, 1902.
J. Becquerel. см. § 2.
Righi. C. R. 127 p. 216; 128 p. 45, 1908; Nuov. Cim. 8 p. 295, 1898.
Wood. Phil. Mag. 15 p. 274, 1908; 18 p. 240, 1909; W. A. 37 p. 594, 1912.
Ribaud. C. R. 155 p. 900, 1912.
Dufour. Radium 8 p. 86, 1912.
Heurung. Wied. Ann. 36 p. 153, 1911; 37 p. 1046, 1912.
Carter. Ph. Rev. 24 p. 536, 1907.
Wood и Carter. Ph. Rev. 27 p. 107, 1908.
Wood и Hackett. Astroph. J. 30 p. 399, 1909.
Cotton. Eclair. Electr. VIII p. 162, 198, 1896; Ann. de Ch. et Ph. 8 p. 429, 1896.
Siertsema. Arch. Néerl. (5) 2 p. 447, 1900.
Drepper. Dissert. Münster i. W. 1907.
Wood. Phil. Mag. 15 p. 270, 1908; Phys. Zeitschr. 9 p. 148, 1908.
Schmauss. Wied. Ann. 2 p. 280, 1900; 8 p. 842, 1902; 10 p. 853, 1903.
Bates. Wied. Ann. p. 1080, 1091, 1903.
Elias. Wied. Ann. 35 p. 299, 1911.
J. Becquerel. Phil. Mag. 16 p. 153, 1908.
Drude. Lehrb. d. Optik, 1912. 3. Aufl.

R § 4.

- Voigt*. См. § 2.
Zeeman. Arch. Néerl. 5 p. 237, 1900; Phys. Zeitschr. 9 p. 340, 1908.
Gehrcke и Baeyer. Phys. Zeitschr. 7 p. 905, 1906; W. A. 29 p. 941, 1909.
Zeeman и Geest. Amsterd. Proc., 24 Dez. 1904.
Geest. Arch. Néerl. 10 p. 291, 1905; Phys. Zeitschr. 6 p. 166, 249, 1905.

R § 5.

- Verdet*. Ann. de Ch. et Ph. (3) 41 p. 370; 43 p. 37, 1854.
G. Wiedemann. Pogg. Ann. 82 p. 215, 1851.
Righi. Nuov. Cim. (3) 3 p. 212, 1878.
H. Becquerel. C. R. 88 p. 334.
Brace. Wied. Ann. 26 p. 576.
Garbasso. Beibl. 18 p. 458.
Mills. Ph. Rev. 18 p. 65, 1904.
Du Bois. Wied. Ann. 35 p. 160, 1888.
H. Becquerel. Ann. de Ch. et Ph. (5) 12 p. 5, 1877; (6) 6, 1885.
Perkin. Journ. of the Chem. Soc., много работ от 1884 до 1902 г.
Quincke. Wied. Ann. 24 p. 606, 1885.
Jahn. Wied. Ann. 43 p. 280, 1891.
Du Bois. Wied. Ann. 31 p. 970, 1887; 44 p. 377, 1891.
Rodger и Watson. Z. f. phys. Ch. 19 p. 350, 1896.
Siertsema. Commun. Ph. Labor. Leiden No. 57 и 80. Boltz-Festschr. 1904 p. 780.
Borel. C. R. 128 p. 1095, 1899.
Kundt и Röntgen. Wied. Ann. 6 p. 332, 1879.
Bichat. Ann. de l'École norm. 2 p. 292.
H. Becquerel. Journ. de Ph. 9 p. 265, 1880.
Siertsema. Arch. Néerl. 2 p. 291, 1899. Commun. Ph. Labor. Leiden No. 46 и 49, 1899.
U. Meyer. Wied. Ann. 30 p. 607, 1909.
Landau. Phys. Zeitschr. 9 p. 417, 1909.
Ingersoll. Phil. Mag. 11 p. 41; Ph. Rev. 23 p. 486, 1906.
Kundt. Wied. Ann. 23 p. 228, 1884; 27 p. 191, 1886.
Du Bois. Wied. Ann. 31 p. 941, 1887.
Lobach. Wied. Ann. 39 p. 347, 1889.

- Hirsch.* Wied. Ann. 48 p. 446.
Harris. Ph. Rev. 24 p. 337, 1907.
Ingersoll. Phil. Mag. 18 p. 74, 1909.
Skinner и Tool. Phil. Mag. 16 p. 833, 1908.

К § 6.

- Kaz.* Dissert. Amsterd. 1884; Beibl. 9 p. 275, 1885.
Righi. Ann. de Ch. et Ph. 4 p. 433, 1885; 9 p. 120, 1886; 10 p. 200, 1887.
Kundt. Wied. Ann. 23 p. 228, 1884; 27 p. 199, 1886.
Du Bois. Wied. Ann. 39 p. 25, 1890.
Sissingh. Arch. Néerl. 27 p. 173, 1894; Wied. Ann. 42 p. 115, 1891.
Zeeman. Commun. Leiden. Labor. No. 15, 1895; No. 29, 1896; Arch. Néerl. 27 p. 252, 1894.
Ingersoll. Phil. Mag. 11 p. 41, 1906; 18 p. 74, 1909.
Foot. Ph. Rev. 34 p. 96, 1912.
Токмачев. Ж. П. Ф.-X. O. 42 p. 15, 1910.
Loria. Wied. Ann. 38 p. 889, 1912.
Dziewulski. Phys. Zeitschr. 13 p. 642, 1912.
Lorenz. Arch. Néerl. 18 p. 123, 1884.
Goldhammer. Wied. Ann. 46 p. 71, 1892.
Drude. Wied. Ann. 46 p. 353, 1892; 48 p. 122; 49 p. 690, 1893; 52 p. 446, 1894;
 62 p. 691, 1897.
Wind. Arch. Néerl. 1 p. 119, 1897.

К § 7.

- Majorana.* Rendiconti Acc. Lincei XI, 1 sem. p. 374, 463, 531; 2 sem. p. 90, 139, 1902.
Schmauss. Wied. Ann. 10 p. 658; 12 p. 186, 1903.
Cotton et Mouton. Ann. Ch. Ph. 11 p. 145, 289, 1907.
Meslin. C. R. 136 p. 888, 930, 1059, 1305, 1438, 1641; 137 p. 247, 1903.
Chaudier. Ann. Ch. Ph. 15 p. 67, 1908.
Zeeman и Hoogenboom. Phys. Zeitschr. 13 p. 913, 1912.
Cotton et Mouton. Ann Ch Ph 19 p. 153, 194, 1910; J. de Ph. 1 p. 5, 1911.
Aeckerlein. Phys. Zeitschr. 7 p. 600, 1906.
McComb. Ph. Rev. 29 p. 525, 1909.
Skinner. Ph. Rev. 29 p. 541, 1909.
Langevin. Rad. 7 p. 249, 1910.
Havelock. Proc. R. Soc. 77 p. 170, 1906; 80 p. 28, 1908. Ph. Rev. 28 p. 136, 1909.
Voigt. Gött. Nachr. 1912.
Enderle. Diss., Freiburg.
Leiser. Phys. Zeitschr. 12 p. 955, 1911.
Debye. Phys. Zeitschr. 13 p. 97, 1912. Verh. D. Ph. Ges. 15 p. 777, 1913.

К § 8.

- Аркадьев.* Ж. П. Ф.-X. O. 44 p. 165, 1912; 45 p. 45, 103, 1913.
Аркадиев. Phys. Zeitschr. 14 p. 561, 928, 1913.
Langevin. Ann. Ch. Ph. 5 p. 70, 1905.
Voigt. Festschr. Heinrich Weber p. 422, 1912.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ.

Термодинамика лучистой энергии*).

§ 1. Излучение в термодинамическом равновесии. Электромагнитная теория света дает несомненно правильное решение проблемы лучистой энергии. Существует однако целый ряд вопросов, которые при настоящем состоянии наших знаний не разрешаются указанной теорией. Такова, напр., задача о законах теплового излучения тел. Для решения ее при помощи одних только уравнений Maxwell'а необходимо было бы знать электромагнитные свойства отдельных излучателей — (молекул, атомов и электронов), их взаимное расположение и законы их теплового движения. Не говоря уже о том, что мы еще весьма далеки от подобного проникновения в механизм излучения, самое решение вопроса встречает непреодолимые трудности математического характера. Только некоторые частные вопросы могли быть удовлетворительно разрешены этим путем.

Для общего же изучения явления теплового излучения на помощь к электромагнитной теории приходится привлечь основные начала термодинамики. Возможность применения термодинамики к излучению обуславливается следующими двумя опытными фактами: 1) испускание и поглощение телом лучистой энергии происходит за счет запаса тепловой энергии, и 2) лучистая энергия при помощи светового давления способна производить механическую работу. Эти факты дают нам право рассматривать самоизлучение (в смысле „излучаемого“), как термодинамическую систему, превращающую теплоту в работу.

Для того, чтобы к такой системе мы могли применить уравнения термодинамики, введем в настоящей главе следующие ограничения:

1. Мы будем рассматривать исключительно тепловое излучение, не сопровождающееся химическими, электрическими и т. п. изменениями в теле. Этому условию не противоречит то обстоятельство, что в механизме излучения участвуют электромагнитные процессы и силы, связанные с химической структурой тел. Достаточно потребовать, чтобы энергия излучалась за счет одного лишь теплового запаса тела, не вызывая в нем других остающихся изменений, кроме температурных. Мы исключаем из рассмотрения все явления люминесценции: флуоресценцию, фосфоресценцию, свечение при электрических разрядах, при химических реакциях и т. п.

2. Второе начало применимо в количественной форме определенного равенства лишь к равновесным состояниям и к обратимым процессам, состоящим из ряда равновесных состояний. Мы должны поэтому еще далее ограничить свою задачу изучением излучения, находящегося в термодинамическом равновесии с излучающим телом. Второе начало утверждает, что изолированная система стремится к состоянию устойчивого теплового равновесия, которому отвечает максимум эн-

*) Глава эта составлена проф. А. Ф. Иоффе.

тропии. В такой системе и лучистая энергия, беспрестанно излучаемая и вновь поглощаемая различными телами внутри изолированной системы, должна придти в состояние определенного динамического равновесия. Мысленно мы можем разбить нашу изолированную систему на материальную и электромагнитную составные части; эту последнюю часть мы и будем называть равновесным излучением.

Так как отдельные центры излучения, участвующие в беспорядочном тепловом движении, находятся в определенный момент времени в самых разнообразных условиях, то и лучистая энергия может сильно отличаться и по интенсивности, и по направлению, и по цвету в различных участках системы и в различные моменты времени. Однако, условие термодинамического равновесия требует, чтобы эти отклонения сглаживались для таких объемов и таких промежутков времени, которые доступны измерению приборами. Действительно, в противном случае мы имели бы в системе с установившимся тепловым равновесием постоянное перемещение частей прибора, достаточное для осуществления *perpetuum mobile II* рода. Точнее говоря, случайные отклонения, вызываемые лучистой энергией, не должны превышать тех случайных отклонений, которым подвержены части прибора в силу теплового движения их частиц.

Итак, в противоположность постоянно меняющимся и ускользающим от нашего наблюдения излучениям отдельных молекул, измеряемые нами средние значения должны быть в равновесном состоянии столь же устойчивыми, как термодинамические свойства материальных тел: их температура, плотность и т. д. Задачей термодинамики лучистой энергии и является возможно полная характеристика равновесного излучения в зависимости от температуры и оптических свойств среды. Опытный материал по этому вопросу был изложен во II томе; теоретическое же обоснование указанных там законов, основанное на законах термодинамики и электромагнитной теории света, составляет предмет настоящей главы.

Анализ равновесного излучения. Для количественного описания лучистой энергии выделим в среде, заполненной излучением, некоторую площадку и рассмотрим среднее количество энергии, проходящей через нее в данном направлении за определенное время. Из самого представления о тепловом излучении следует:

1. Рассматриваемая энергия приближается к нулю при уменьшении до нуля поперечного сечения пучка dj . Действительно, если бы через бесконечно малую площадку проходила в конечное время конечная энергия, то она могла бы повысить температуру тела до бесконечно высокой температуры, так как она поглощалась бы бесконечно малым объемом тела, обладающим и бесконечно малой теплоемкостью.

2. Через данную конечную площадку в конечное время может пройти конечная энергия лишь в том случае, если рассматривать все направления, лежащие внутри конечного телесного угла. С уменьшением телесного угла $d\omega$ до нуля и поток лучистой энергии становится бесконечно малым. Действительно, если бы мы имели конечную энергию внутри бесконечно

малого угла, т. е. строго параллельный пучок света, то, сконцентрировав его при помощи линз и зеркал, мы получили бы в фокусе конечную энергию на бесконечно малой площадке, что мы признали невозможным.

3. Наконец, очевидно, что количество энергии, проходящей в определенных направлениях через площадку, тем меньше, чем меньше рассматриваемый промежуток времени dt .

Поэтому для описания лучистой энергии мы определяем элементарный пучок, как энергию dE , проходящую за время dt внутри телесного угла $d\omega$ через площадку df , перпендикулярную к оси пучка, при чем:

$$dE = Kdf d\omega dt,$$

где K есть некоторая конечная величина, называемая интенсивностью или яркостью пучка. Очевидно, K можно определить как энергию, проходящую в единицу времени через единицу поверхности.

Направление луча будем определять углом ϑ , который луч образует с нормалью к данной поверхности, и углом φ между плоскостью, заключающей луч и нормаль, и некоторой неподвижной координатной плоскостью, проходящей через нормаль; тогда телесный угол $d\omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$, при чем ϑ может изменяться в пределах от 0 до π , а φ — от 0 до 2π .

Обозначим площадку, через которую проходит пучок, через $d\sigma$; сечение пучка df есть проекция этой площадки на плоскость, перпендикулярную к пучку: $df = d\sigma \cos \vartheta$.

Итак, общее выражение для энергии элементарного пучка примет вид:

$$dE = Kd\sigma \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi dt \dots \dots \dots (1)$$

С другой стороны, поток энергии через площадку $d\sigma$ может быть выражен при помощи вектора Пойнтинга \mathfrak{S} : (см. гл. III, ур. 32,b),

$$dE = \mathfrak{S} d\sigma \cos \vartheta dt |$$

откуда

$$\mathfrak{S} = K \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \dots \dots \dots (1,a)$$

Изложенное выше представление о тепловом излучении заставляет нас подчинить величину dt некоторому добавочному условию. Мы предполагаем, что интенсивность излучения меняется чрезвычайно часто и чрезвычайно неправильно. Поэтому величина K потеряла бы всякий смысл и всякую связь с опытными данными, если бы мы рассматривали промежутки времени того же порядка, как период колебаний или как промежутки между двумя случайными изменениями излучения. Наши рассуждения можно относить лишь к промежуткам времени Δt , хотя и очень малым, но все же настолько большим, чтобы все случайные отклонения успевали сглаживаться и давать средние значения. В таком случае K будет непрерывной функцией

t , а для данного равновесного состояния величиной, не зависящей от t . Если состояние излучения изменяется, но изменяется настолько медленно, что лучистая энергия лишь бесконечно мало удаляется от равновесного состояния, то все еще можно утверждать, что промежутки Δt , удовлетворяющие сделанному допущению, настолько малы, что $\frac{\Delta \epsilon}{\Delta t}$ при уменьшении Δt в указанных границах стремится к определенному пределу K . Если условиться 1) применять наши результаты лишь к таким промежуткам Δt , которые очень велики по сравнению с промежутками между двумя случайными изменениями, и 2) рассматривать лишь такие процессы, которые за время Δt вызывают бесконечно малые изменения, то можно будет Δt рассматривать, как бесконечно малую величину dt , а величину K как производную $\frac{d\epsilon}{dt}$. Укажем еще, что порядок величины Δt зависит от величины df и $d\omega$: чем больше площадка df и чем больше рассматриваемый угол, тем большее число отдельных электромагнитных возмущений через нее в данное время проходит, и тем скорее происходит выравнивание случайных отклонений. Если бы величина df или $d\omega$ была конечной, то и за бесконечно малое время dt через нее прошло бы в различных местах площадки столько отдельных волн, что можно было бы говорить о средних величинах. Таким образом сделанное условие относится собственно говоря не к величине Δt , а к произведению $df \cdot d\omega \cdot dt$. Однако, удобнее отнести это требование целиком к величине Δt , так как применение 2-го начала по существу ограничено бесконечно медленными процессами, при которых наше требование не вносит новых затруднений, тогда как геометрические размеры тел ограничены условиями опыта.

Определения количества прошедшей в данном направлении энергии недостаточно для описания свойств излучения. В нашем распоряжении имеются еще спектроскопы, которые позволяют судить о колебаниях электромагнитного поля во времени, представляя его как сумму гармонических колебаний различных периодов. Для объяснения действия спектроскопов нет необходимости допускать, что источники излучения сами производят правильные гармонические колебания, или же что излучение состоит из большого числа независимых друг от друга монохроматических волн. Наоборот, как показано было в главе VII, § 6, подобное допущение весьма мало вероятно. В частности равновесное излучение мы должны представить себе, как совокупность самых разнообразных и самых неправильных электромагнитных возмущений, весьма далеких от гармонических колебаний. С другой стороны, условия термодинамического равновесия требуют, чтобы те средние свойства излучения, которые выражаются спектроскопом, оставались постоянными в установленном выше смысле. Поэтому, описывая свойства элементарного пучка, мы должны учесть и то разложение на гармонические колебания, которое вызовет спектроскоп. Для этого можно воспользоваться теоремой Фурье, которая утверждает, что всякая функция, удовлетворяющая определенным требованиям непрерывности и конечности, может быть представлена в виде двойного интеграла

$$\begin{aligned}
 f(t) &= 2 \int_0^{\infty} d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cos 2\pi\nu(\tau-t) d\tau = \\
 &= 2 \int_0^{\infty} \cos 2\pi\nu t d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cos 2\pi\nu\tau d\tau + \\
 &+ 2 \int_0^{\infty} \sin 2\pi\nu t d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \sin 2\pi\nu\tau d\tau,
 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots \dots (2)$$

где переменная ν обозначает число колебаний в единицу времени.

Функция $f(t)$, выражающая собою зависимость электрического и магнитного поля от времени, удовлетворяет тем условиям, которые ставит теорема Фурье (конечное число maximum'ов и minimum'ов, конечность $\int f(t) dt$ и сходимость $\int \frac{f(t)}{t} dt$ для $t = +\infty$ и $t = -\infty$). Поэтому всякое излучение мы имеем право, независимо от его происхождения, рассматривать, как интеграл, составленный из отдельных монохроматических частей, соответствующих участку $d\nu$ чисел колебаний. Общее количество энергии, прошедшей через данное место, выразится через квадрат электрической или магнитной силы:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [f(t)]^2 dt = 2 \int_0^{\infty} (A^2 + B^2) d\nu,$$

где

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cos 2\pi\nu\tau d\tau \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \sin 2\pi\nu\tau d\tau.$$

Следовательно, и энергию можно рассматривать, как сумму монохроматических частей, при чем на интервал $d\nu$ приходится энергии $\frac{2}{4\pi} (A^2 + B^2)$; эта величина могла бы быть измерена идеальным спектроскопом.

Вместо двойного интеграла Фурье часто пользуются разложением в ряд Фурье. Последнее относится ко всякой периодической функции, которая, однако, в пределах одного периода может быть так же произвольна, как и выше приведенная функция $f(t)$. Обращаясь к излучению, мы можем принять за период T время столь большое, что электрическое поле можно далее считать повторяющимся, не ограничивая общности задачи; в пределах избранного периода T разложение будет во всяком случае справедливым, если исключить начальные и конечные моменты времени.

$$\begin{aligned}
 f(t) &= a_1 \sin 2\pi \frac{t}{T} + a_2 \sin 4\pi \frac{t}{T} + a_3 \sin 6\pi \frac{t}{T} + \dots \\
 &+ b_0 + b_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} + b_2 \cos 4\pi \frac{t}{T} + \dots,
 \end{aligned}$$

где

$$b_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(\tau) d\tau$$

представляет собою среднее значение электрической или магнитной силы $f(\tau)$ за период T . При достаточно большом T можно b_0 сделать как угодно близким к нулю. Далее мы имеем

$$a_i = \frac{2}{T} \int_0^T f(\tau) \sin 2i\pi \frac{\tau}{T} d\tau$$

$$b_i = \frac{2}{T} \int_0^T f(\tau) \cos 2i\pi \frac{\tau}{T} d\tau.$$

Обозначив $\frac{1}{T} = \nu_0$, получим электрическую силу в данном месте, как наложение гармонических волн с числами колебаний $k\nu_0$, кратными основному числу ν_0 ,

$$f(t) = \left. \begin{aligned} & \frac{2}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \sin 2\pi k\nu_0 t \int_0^T f(\tau) \sin 2\pi k\nu_0 \tau d\tau + \\ & + \frac{2}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \cos 2\pi n\nu_0 t \int_0^T f(\tau) \cos 2\pi n\nu_0 \tau d\tau = \\ & = \frac{2}{T} \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^T f(\tau) \cos 2\pi i\nu_0 (\tau - t) d\tau = \frac{2}{T} \sum_1^{\infty} i\varphi_i \end{aligned} \right\} \dots (3, a)$$

Энергия излучения выразится через

$$[f(t)]^2 = \frac{4}{T^2} \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i^2 + \frac{4}{T^2} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \varphi_p \cdot \varphi_q.$$

Однако, вторая сумма, в которую входят произведения двух \cos , обращается в нуль и

$$[f(t)]^2 = \frac{4}{T^2} \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i^2 \dots \dots \dots (4, a)$$

т. е. энергия излучения представляется в виде суммы энергий отдельных гармонических колебаний с числами колебаний, кратными ν_0 .

Для описания равновесного излучения мы остановимся на двойном интеграле Фурье, рассматривающем числа колебаний ν , как непрерывную величину, и не вводящем произвольного числа ν_0 . Энергия, заключающаяся в данном участке спектра $d\nu$, пропорциональна величине этого участка и стремится к нулю вместе с ним; поэтому строго монохроматическое колебание в термодинамическом равновесии не может обладать конечной интенсивностью.

Вводя разложение пучка в спектр, мы должны считать определенную выше яркость пучка величиной интегральной, которую интеграл Фурье представляет в виде

$$K = \int_0^{\infty} K_{\nu} d\nu.$$

Вместо числа колебаний ν можно ввести также в качестве независимой переменной и длину волны $\lambda = \frac{q}{\nu}$, где q — скорость света в данной среде. Тогда

$$K = \int_0^{\infty} K_{\lambda} d\lambda.$$

Заметим однако, что $K_{\lambda} \neq K_{\nu}$. Действительно, выделим определенный участок спектра, соответствующий интервалам $d\lambda$ и $d\nu$; тогда

$$K_{\nu} d\nu = K_{\lambda} d\lambda,$$

но уравнение $\lambda = \frac{q}{\nu}$ дает:

$$d\lambda = -\frac{q}{\nu^2} d\nu; \quad d\nu = -\frac{q}{\lambda^2} d\lambda,$$

следовательно

$$K_{\lambda} = -\frac{\nu^2}{q} K_{\nu}; \quad K_{\nu} = -\frac{\lambda^2}{q} K_{\lambda} \dots \dots \dots (5)$$

Знак минус указывает здесь на то, что возрастающим значениям длин волн ($+d\lambda$) соответствуют убывающие числа колебаний ($-d\nu$). Итак для одного и того же излучения функции $K_{\nu} = f(\nu)$ и $K_{\lambda} = \varphi(\lambda)$ различны; для того, чтобы перейти от кривой $K_{\nu} = f(\nu)$ к кривой $K_{\lambda} = \varphi(\lambda)$, необходимо каждую ординату первой кривой умножить на переменный множитель $-\frac{\nu^2}{q}$ или же вторую кривую на $-\frac{\lambda^2}{q}$. Если кривая обладала максимумом, то положение его сместится при переходе от K_{ν} к K_{λ} в сторону больших ν , а при переходе от K_{λ} к K_{ν} в сторону больших λ .

Что касается выбора одной из переменных, то преимущество величины ν заключается в том, что она остается одинаковой на всем протяжении данного пучка, тогда как λ изменяется вместе со скоростью света при переходе из одной среды в другую; зато разложение по λ отвечает спектру диффракционной решетки.

Знание величин K_{ν} и K_{λ} или же функции $(A^2 + B^2)$ в интеграле Фурье недостаточно впрочем для определения электромагнитного поля в данном месте, как функции времени: из колебаний одного и того же спектрального состава, т. е. отвечающих той же функции $(A^2 + B^2)$, можно составить еще самые разнообразные функции $f(t)$ в зависимости от того или иного соотношения между фазами отдельных колебаний. Можно думать, что в равновесном излучении фазы распределены самым неправильным образом, однако спектральный аппарат не дает нам воз-

возможности судить о разности фаз отдельных колебаний. Поэтому мы ограничиваем свою задачу определением интенсивностей отдельных составляющих K , или K_1 ; вопрос же о фазах колебаний, как неподдающийся измерению, оставляем открытым.

Наконец, электромагнитные волны, как колебания поперечные, различаются по состоянию поляризации пучка, которое может быть определено, напр., николем. В плоскости, перпендикулярной к направлению распространения пучка, интенсивность колебания можно разложить всегда на два взаимно перпендикулярных направления. При определенном выборе этих направлений составляющие колебаний достигнут наибольшей и наименьшей величины \mathfrak{R} и \mathfrak{R}' , а интенсивности в двух других направлениях \mathfrak{R}_1 и \mathfrak{R}_2 , образующих угол α с главными осями, могут быть следующим образом выражены через \mathfrak{R} и \mathfrak{R}'

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_1 &= \mathfrak{R} \cos^2 \alpha + \mathfrak{R}' \sin^2 \alpha \\ \mathfrak{R}_2 &= \mathfrak{R} \sin^2 \alpha + \mathfrak{R}' \cos^2 \alpha.\end{aligned}$$

Интенсивность всего пучка K равна сумме главных интенсивностей \mathfrak{R} и \mathfrak{R}'

$$K = \mathfrak{R} + \mathfrak{R}'.$$

Для лучей неполяризованных или таких, в которых плоскость поляризации за время наблюдения быстро и неправильно изменяется, $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}'$ и следовательно $K = 2\mathfrak{R}$.

На основании всего изложенного мы приходим к следующему выражению для элементарного поляризованного пучка лучистой энергии:

$$\mathfrak{R}_1 d\lambda df d\omega \Delta t \text{ или } \mathfrak{R}_1 dv df d\omega \Delta t$$

или же в координатах ϑ и φ ;

$$\mathfrak{R}_1 d\lambda d\sigma \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \Delta t \text{ или } \mathfrak{R}_1 dv d\sigma \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \Delta t, \dots (6)$$

а для всей лучистой энергии, проходящей через площадь F во всех возможных направлениях за время Δt ,

$$\begin{aligned}E &= 2 \int_0^\infty d\lambda \int_F d\sigma \int_0^\pi \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi \mathfrak{R}_1 \Delta t = \\ &= 2 \int_0^\infty dv \int_F d\sigma \int_0^\pi \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi \mathfrak{R}_v \Delta t.\end{aligned}$$

При равновесном состоянии излучения в каждый данный момент вся система заполнена лучистой энергией, и естественно поэтому для описания излучения пользоваться еще другой величиной, кроме яркости пучка, а именно удельной плотностью излучения, т. е. тем количеством лучистой энергии, которое в среднем приходится на единицу объема. Обозначив энергию в объеме dV через dU , мы получим $u = \frac{dU}{dV}$.

Точно так же, как и яркость, плотность излучения можно разложить по длинам волн или по числам колебаний, рассматривая излучение, как

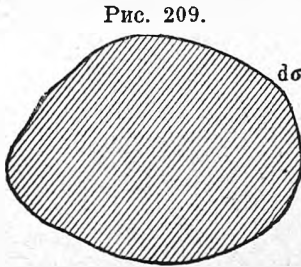
сумму гармонических колебаний:

$$u = \int_0^{\infty} u_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} u_{\nu} d\nu.$$

Очевидно u_{λ} не равно u_{ν} , но, см. (5),

$$u_{\lambda} d\lambda = u_{\nu} d\nu; \quad u_{\lambda} = -\frac{\nu^2}{q} u_{\nu}; \quad u_{\nu} = -\frac{\lambda^2}{q} u_{\lambda}.$$

Для того, чтобы установить связь между плотностью излучения в данном месте пространства и яркостью пучков, проходящих через него, рассмотрим некоторый объем, заполненный лучистой энергией, и предполагая, что в определенный момент удалена лучистая энергия из всего остального пространства, подсчитаем энергию, вышедшую затем из всего выделенного объема через его поверхность. Рассмотрим сначала энергию, выходящую через некоторый элемент поверхности $d\sigma$ и заключающуюся внутри телесного угла $d\omega$. По пре-



дыдущему она равна $K d\sigma \cos \vartheta d\omega \cdot t$.

Здесь t — промежуток времени, в течение которого энергия проходила через площадку $d\sigma$; так как лучистая энергия распространяется в данной среде со скоростью q , то время $t = \frac{l}{q}$, где l — расстояние до противоположной поверхности данного объема по направлению луча.

Следовательно, через элемент $d\sigma$ прошла лучистая энергия:

$$\frac{K}{q} d\sigma \cos \vartheta l \omega;$$

но $d\sigma \cos \vartheta l$ есть не что иное, как элемент выделенного нами объема. Поэтому, проинтегрировав это выражение по всей поверхности, мы получим для лучистой энергии, вышедшей из объема ΔV в направлении телесного угла $d\omega$, величину: $\frac{K}{q} \Delta V d\omega$.

Проинтегрировав еще раз по ω в пределах от 0 до 4π , получим для всей энергии, заключавшейся в объеме ΔV ,

$$u \Delta V = \frac{\Delta V}{q} \int_0^{4\pi} K d\omega, \quad u = \frac{1}{q} \int_0^{4\pi} K d\omega.$$

Очевидно, что то же рассуждение можно было бы отнести не к интегральному излучению, а к связи между интенсивностью и плотностью монохроматической части излучения, заключающей в себе участок спектра $d\nu$; в этом случае имеем

$$u_{\nu} = \frac{1}{q} \int_0^{4\pi} K_{\nu} d\omega \dots \dots \dots (7)$$

В частности, если яркость излучения не зависит от направления, то

$$u_\nu = \frac{K_\nu}{q} \int_0^{4\pi} d\omega = \frac{4\pi K_\nu}{q} = \frac{8\pi R_\nu}{q} \dots \dots \dots (7, a)$$

Кроме энергии, мы можем приписать элементарному пучку также некоторую энтропию, которая должна уравновесить то уменьшение энтропии излучающего тела, которое вызывается потерей им лучистой энергии. Те же рассуждения, которые мы привели для энергии, приводят к следующему выражению для энтропии элементарного пучка в тепловом излучении:

$$dS = L d\sigma \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \Delta t$$

и для плотности энтропии

$$s = \frac{1}{q} \int_0^{4\pi} L d\omega.$$

Возможность спектрального разложения энтропии не так очевидна, как разложение энергии, так как энтропию системы можно разбивать лишь на такие части, которые могут быть обратимым путем без сообщения тепла отделены друг от друга. Повидимому этому требованию удовлетворяют отдельные участки спектра в равновесном излучении. Поэтому мы представим:

$$L = \int_0^\infty L_\nu d\nu \quad s = \int_0^\infty s_\nu d\nu.$$

Что касается разложения энтропии L пучка на сумму энтропий прямолинейно поляризованных составляющих, то в § 9 настоящей главы будет показано, что такое разложение недопустимо.

Вычислим наконец давление, которое оказывает равновесное излучение на единицу поверхности помещенного в нем зеркала или на зеркальную стенку сосуда, в который оно заключено. В 3-ей главе 2-ой половины 4-го тома выведено было давление плоской волны па нормально к ней поставленное зеркало. Указанным там путем можно было бы найти выражение для волны, падающей под произвольным углом ϑ на зеркало. Проще всего выразить это давление при помощи вектора Пойнтинга \mathcal{E} или его проекции на направление, нормальное к зеркалу \mathcal{E}_n . Давление, производимое элементарным пучком, выразится следующим образом:

$$f d\sigma = \frac{2}{c} \mathcal{E}_n d\sigma \cos \vartheta = \frac{2}{c} \mathcal{E} d\sigma \cos^2 \vartheta,$$

или на основании уравнения (1 a) давление f на единицу площади:

$$f = \frac{2}{c} \cdot K \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi.$$

Так как в равновесном излучении интенсивность K не зависит от направления, то для давления всего излучения на единицу площади

зеркала получим

$$p = \int_0^{2\pi} f d\Omega = \frac{2}{c} K \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \frac{4\pi}{3c} K.$$

Сравнивая это выражение с выражением (7a), мы можем выразить давление через удельную плотность энергии u :

$$p = \frac{u}{3} \dots \dots \dots (8)$$

Вывод наш относится к давлению на идеальное зеркало; однако не трудно распространить его на любую поверхность, находящуюся в равновесии с излучением. Действительно, допустим, что мы поместили в среду, заполненную излучением, пластинку, одна сторона которой является идеальным зеркалом, другая же — обладает любыми оптическими свойствами. Если бы давление на обе поверхности было не одинаково, то она пришла бы в движение, т. е. вопреки второму началу производила бы работу за счет энергии равновесной системы. Как в формуле 8, так и в формуле (60,d) 3-ей главы части 3-ей 5 тома, давление связано с плотностью энергии; эта связь существует, однако, лишь в этих двух случаях; в общем же случае давление связано с вектором \mathfrak{S} указанным выше образом.

§ 2. Законы Кирхгофа. Законы Кирхгофа устанавливают связь между лучеиспускательной и поглощательной способностью тела и свойствами равновесного излучения. Коэффициент лучеиспускания e , мы определим, как яркость монохроматического пучка поляризованного света, испускаемого бесконечно малым объемом тела dv за время Δt в направлении угла $d\omega$. Энергия такого пучка определится тогда так:

$$e, dv dv d\omega \Delta t \dots \dots \dots (9)$$

Коэффициентом поглощения a , тела мы назовем относительное ослабление яркости пучка при прохождении им единицы длины тела, вызванное поглощением энергии

$$a, = \frac{1}{\mathfrak{R}_v} \frac{d\mathfrak{R}_v}{dl}; \quad d\mathfrak{R}_v = a, \mathfrak{R}_v dl.$$

Рассмотрим объем dv внутри тела, находящегося в установившемся тепловом равновесии, и вычислим поляризованную лучистую энергию, испускаемую и поглощаемую этим объемом за время Δt . Первая определяется выражением (9). Для вычисления же второй разобьем поверхность объема dv на бесконечно малые участки $d\sigma$ (см. рис. 209); через элемент $d\sigma$ за время Δt проходит в направлении $d\omega$ энергия

$$\mathfrak{R}_v dv d\sigma \cos \vartheta d\omega \Delta t.$$

На протяжении dl из этой энергии поглотится:

$$a, dl \mathfrak{R}_v dv d\sigma \cos \vartheta d\omega \Delta t.$$

Но $dl d\sigma \cos \vartheta$ есть элемент объема dv ; следовательно, при интегрировании по всей поверхности мы получим для энергии, поглощенной за время Δt внутри объема dv в направлении $d\omega$:

$$a, \mathfrak{K}, dv dv d\omega \Delta t \dots \dots \dots (9, a)$$

А так как в состоянии установившегося равновесия в выделенном мысленно объеме dv не должно происходить ни накопления, ни потери энергии, то выражения (9) и (9, a) должны быть равны между собою, откуда непосредственно следует:

$$e_r = a, \mathfrak{K}, \frac{e_r}{a_r} = \mathfrak{K}_r \dots \dots \dots (10)$$

Т. е. отношение коэффициента лучеиспускания тела к его коэффициенту поглощения для каждого участка спектра и для каждого направления равно интенсивности равновесного излучения в данном теле того же числа колебаний при той же температуре. Существование в теле рассеяния света, не связанного с поглощением энергии, ничего не изменит в приведенном рассуждении, так как рассеянная в данном объеме энергия не участвует в обмене тепла. Поэтому полученный нами результат справедлив и для рассеивающих тел. Излучение может исходить лишь из некоторого материального тела, обладающего конечной теплоемкостью, и поэтому лучеиспускательную способность правильнее относить к единице объема; однако для практических задач часто приходится относить излучение к поверхности тела. В этом излучении суммируются лучи, приходящие от различных элементов тела частью непосредственно, частью путем рассеяния внутри тела. Лучеиспускательной способностью поверхности мы назовем яркость того пучка E_r , который испускается телом через элемент поверхности в данном направлении.

Поглощательной способностью A поверхности мы назовем отношение той части энергии пучка, падающего извне на элемент поверхности тела, которая поглощается во втором теле, ко всей энергии данного пучка. Очевидно A зависит не только от вещества, но и от формы тела.

В случае установившегося теплового равновесия внутри конуса $d\omega$, имеющего основанием площадку df , по поверхности тела должно проходить за время Δt одинаковое количество энергии как в направлении к площадке, так и от нее. Энергия в первом направлении дается интенсивностью равновесного излучения во внешней среде.

$$I = \mathfrak{K}, dv df \cos \vartheta d\omega \Delta t.$$

Энергия же, удаляющаяся от площадки, складывается из излучения тела

$$II_a = E_r, dv df \cos \vartheta d\omega \Delta t$$

и из энергии, имеющей своим источником внешнюю среду и возвращающейся обратно через элемент df путем отражения от нее или рассеяния внутри тела. Для того, чтобы выразить эту часть энергии, воспользуемся свойством обратимости оптического хода луча: если луч на своем пути

претерпевает в определенных местах поглощение, отражение, преломление и т. п. изменения, то и обратный луч, идущий в прямо противоположном направлении, испытает те же изменения. Каковы бы поэтому ни были пути лучей, попавших из первой среды через вторую на элемент df , можно утверждать, что энергия их равна энергии лучей, идущих через ту же площадку в обратном направлении и снова вышедших в первую среду, т. е. энергии непоглощенной части вышедшего через df пучка.

По определению поглощательной способности эта часть энергии равна:

$$II_b = (1 - A). \mathfrak{R}_v dv df \cos \vartheta d\omega \Delta t.$$

Равенство энергии I и II дает

$$\mathfrak{R}_v = E_v + (1 - A)\mathfrak{R}_v$$

$$\frac{E_v}{A} = \mathfrak{R}_v \dots \dots \dots (10, a)$$

Или отношение лучеиспускающей способности тела к его поглощательной способности для всякого направления, числа колебаний и плоскости поляризации равно интенсивности соответственного равновесного излучения той же температуры и того же числа колебаний.

Величины E_v и A очевидно зависят как от свойств тела, так и от внешней среды. Рассмотрим тот случай, когда внешней средой является пустота; так как эфир абсолютно прозрачен для всех колебаний, то $A = 0$; а следовательно и E_v равно нулю. Можно, однако, показать, что между излучением в эфире, если он составляет часть изолированной системы, и остальными материальными частями этой системы должно установиться определенное тепловое равновесие, при чем свойства излучения в эфире определяются исключительно температурой системы. Действительно, положим, что в термодинамическом равновесии интенсивность пучка какого-нибудь числа колебаний и направления больше вблизи стенки из одного вещества, чем по соседству с другим веществом. Установим мысленно между ними перегородку из прозрачного вещества такой толщины, чтобы благодаря интерференции данные колебания ею преимущественно отражались. Световое давление, испытываемое такой перегородкой с двух сторон, будет неодинаково, и перегородка придет в движение, что противоречит второму началу термодинамики. Итак, ограниченная поглощающими стенками пустота, точно так же как и всякое тело, заполняется равновесным излучением вполне определенного состава.

Если тело, граничащее с пустотой, обладает коэффициентом поглощения $A = 1$ для какого-либо числа колебаний ν , то соответственное $E_v = \mathfrak{R}_v$.

Тела, поглощающие большую часть падающих на них лучей всех цветов, называются черными. Однако, ни для одного из них A не равно единице: как бы сильно тело ни поглощало, поверхность его всегда отражает, если коэффициент преломления его n не равен одновременно единице; это непосредственно следует из выражения для отражательной

способности тела:

$$r = \frac{(n-1)^2 + k^2 n^2}{(n+1)^2 + k^2 n^2}.$$

Поэтому не существует тела с абсолютно черной поверхностью, и следовательно лучеиспускание всякого тела меньше \mathfrak{R}_v .

Как было указано во II томе, О. Lummer'у и W. Wien'у удалось сконструировать тело, излучающее как абсолютно черное. Тело это представляет собою пустой горшок, стенкам которого можно сообщить любую температуру, и в котором проделано маленькое отверстие таким образом, что каждый луч, попавший через отверстие, может выйти только после очень большого числа отражений от внутренних черных стенок. При этом свет будет почти целиком поглощен, так что A с любой точностью можно приблизить к единице. Излучение этого абсолютно черного тела вполне соответствует излучаемому нами равновесному излучению, которое поэтому называется также абсолютно черным излучением. Спектральный состав его при различных температурах был тщательно изучен и с большой точностью измерен целым рядом исследователей (см. II т.).

Тело, которое вовсе не поглощает и в то же время равномерно рассеивает всякий падающий на него пучок света, называют абсолютно белым, а тело не поглощающее и отражающее правильно, т. е. с сохранением телесного угла $d\omega$, — идеальным зеркалом. В действительности тела, строго удовлетворяющие этим требованиям, не встречаются; однако, для некоторых рассуждений в термодинамике излучения пользуются этими идеальными поверхностями.

Мы доказали, что состав равновесного излучения есть функция одной температуры для всякого данного тела. Рассмотрим теперь, какова связь между интенсивностями \mathfrak{R}_v в двух различных телах.

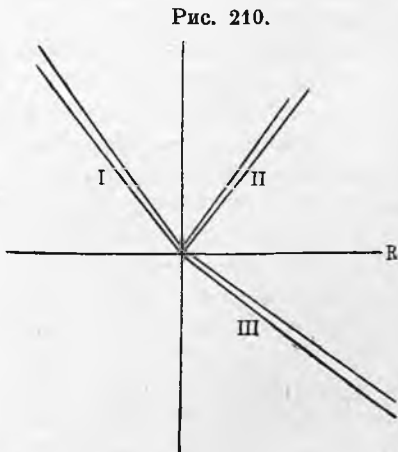


Рис. 210.

Предположим сначала, что одно из них не поглощает света; допустим кроме того, что граница раздела между телами — плоскость, по крайней мере на участке df . Обозначим через ϑ_1 угол падения луча, равный углу отражения, а через ϑ_2 угол, образуемый преломленным лучом с нормалью к поверхности раздела. Углы ϑ_1 и ϑ_2 связаны с показателями преломления n_1 и n_2 обеих сред и со скоростями света q_1 и q_2 в них соотношением:

$$\frac{\sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{q_1}{q_2} \quad (11)$$

Откуда

$$\frac{\cos \vartheta_1 d\vartheta_1}{\cos \vartheta_2 d\vartheta_2} = \frac{q_1}{q_2} \quad (11, a)$$

Энергия излучения в направлении луча I распадается на энергии отраженного от площадки df луча II и преломленного луча III. Величина коэффициента отражения для лучей 1 и 3 одинакова: обозначим ее через ρ , а интенсивности равновесного излучения в среде I через \mathfrak{R}' и в среде II через \mathfrak{R}'' . Тогда мы имеем:

$$\mathfrak{R}' d\nu \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_1 d\vartheta_1 d\varphi df \Delta t = \rho \mathfrak{R}' d\nu \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_1 d\vartheta_1 d\varphi df \Delta t + \\ + (1 - \rho) \mathfrak{R}'' d\nu \cos \vartheta_2 \sin \vartheta_2 d\vartheta_2 d\varphi df \Delta t$$

или

$$\mathfrak{R}' \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_1 d\vartheta_1 (1 - \rho) = \mathfrak{R}'' \cos \vartheta_2 \sin \vartheta_2 d\vartheta_2 (1 - \rho).$$

Подставляя в это уравнение значение $\sin \vartheta_1$ и $\cos \vartheta_1 d\vartheta_1$ из (11) и (11,а), получаем:

$$\mathfrak{R}' q_1^2 = \mathfrak{R}'' q_2^2 = F(\nu, T) \dots \dots \dots (12)$$

$$\frac{\mathfrak{R}'}{n_1^2} = \frac{\mathfrak{R}''}{n_2^2} = f(\nu, T) \dots \dots \dots (12, a)$$

Таким образом выражения $\mathfrak{R}' q^2$ или $\frac{\mathfrak{R}'}{n^2}$ для всех непоглощающих тел имеют при данной температуре одинаковое значение, независящее от индивидуальных свойств тела.

Перейдем наконец к поглощающим телам, характеризуемым мнимым показателем

$$\nu = n(1 - ik).$$

М. Лаце показал, что в этом случае роль функции f играет величина

$$\frac{\mathfrak{R}'}{n^2(1 + k^2)} = \Phi(\nu, T) \dots \dots \dots (13)$$

которая также одинакова для всех тел при данной температуре и данном числе колебаний. Очевидно, что выражение (13) содержит в себе выражение (12), как частный случай. Поэтому уравнение (13) есть самое общее выражение закона Кирхгофа, справедливое для любого физического тела.

Исходя из связи между плотностью излучения u_ν и интенсивностью \mathfrak{R} ,

$$u_\nu = \frac{8\pi}{q} \mathfrak{R}_\nu,$$

не трудно установить зависимость плотности излучения от оптических свойств среды. Для непоглощающих тел уравнения дают

$$u_\nu q^3 = \varphi(\nu, T) \dots \dots \dots (13, a)$$

Последнему результату можно придать наглядный смысл: если представить себе два геометрически подобных тела, заключающих одинаковое число длин волн, то заключенная в этих двух телах лучистая энергия будет одинакова. Это вытекает из того обстоятельства, что для данного числа колебаний длина волны пропорциональна скорости света, а объемы подобных тел относятся, как кубы линейных размеров.

Для поглощающих тел связь между скоростью света и оптическими постоянными менее ясна; в этом случае из уравнения (13) получаем:

$$\frac{u \nu q}{n^2 (1 + k^2)} = \psi(\nu, T) \quad (13, b)$$

Выведенные формулы дают возможность определить состав равновесного излучения во всяком теле, если известен состав его хотя бы в одной среде, а для этого достаточно знать ее лучеиспускательную и поглощательную способности.

Вопрос о применении закона Кирхгофа к неоднородным телам изучен W. Voigt'ом, M. Born'ом и R. Ladenburg'ом.

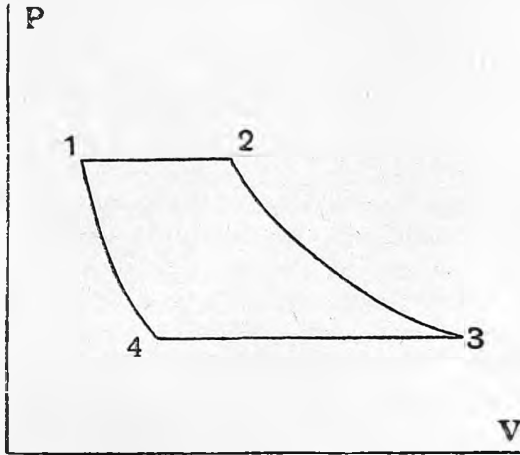
Уяснению логических основ закона Кирхгофа посвящены работы G. C. Evans'a, G. Meslin'a, F. Richarz'a и в особенности исследование D. Hilbert'a, пользующегося для перехода к свойствам элементарного пучка теорией интегральных уравнений.

§ 3. Закон Больцмана. Благодаря существованию светового давления, лучистую энергию можно использовать для обратимого превращения теплоты в механическую работу. На основании второго начала работа, производимая всякой обратимой машиной, определенным образом связана с температурами источников тепла: эта универсальная связь и определяет абсолютную шкалу температур. В применении к лучистой энергии 2-ое начало должно поэтому установить связь между работой излучения и температурами источников, если вычислить на основании электромагнитной теорий какой-нибудь обратимый замкнутый цикл. Подобный цикл предложил уже Бартоли (см. т. III) — он представляет собою цикл Carnot с лучистой энергией, как рабочим веществом. Представим себе цилиндр, дно которого может быть приведено в соприкосновение с источником тепла различных температур или же закрыто непоглощающей свет пластинкой; поршень представляет собою идеальное зеркало, тогда как стенки мы предположим абсолютно белыми. Как уже было замечено, идеально отражающих тел не существует; однако, тело тем лучше будет удовлетворять этому требованию, чем больше его проводимость. Так как применение II-го начала не ограничено определенным классом тел, то можно распространить его и на абсолютно проводящие тела, которые, представляя собою предельный случай действительных зеркал с конечной проводимостью, обладали бы свойствами идеальных зеркал.

Приведем в соприкосновение дно цилиндра с телом температуры T_1 , мы начнем выдвигать поршень, увеличивая объем, занимаемый лучистой энергией под поршнем. Движение поршня нарушает равновесие лучистой энергии, и процесс поэтому, строго говоря, необратим. Однако, чем медленнее происходит движение, тем меньше вызываемые им отклонения от равновесного состояния, т. к. отраженная от зеркала лучистая энергия имеет больше времени притти в равновесное состояние благодаря поглощению и испусканию дна и рассеянию стенок цилиндра. В предельном случае бесконечно медленного движения состояние лучистой энергии в

каждый момент бесконечно мало отличается от равновесного состояния, и процесс можно считать обратимым. В каждый момент времени такого процесса плотность энергии совпадает с плотностью равновесного излучения при той же температуре. При достаточно большой теплоемкости

Рис. 211.



тела можно считать температуру, а следовательно и плотность излучения, во все время процесса постоянной. Точно также и адиабатическое расширение или сжатие лучистой энергии в цилиндре, которое произойдет при изоляции излучения от источника тепла и замене дна непоглощающей пластинкой, будет обратимо, если процесс протекает бесконечно медленно. Рассмотрим последовательно все четыре части цикла Carnot и вычислим коэффициент полезного действия его на основании электромагнитной теории светового давления.

I. Изотермическое расширение при температуре T_1 . Плотность лучистой энергии, соответствующую этой температуре, обозначим через u_1 ; тогда давление лучистой энергии на единицу поверхности поршня $p_1 = \frac{u_1}{3}$. Общее количество лучистой энергии в цилиндре равно $U = u_1 V$, если через V обозначить объем под поршнем в данный момент. На основании первого начала количество теплоты dQ , сообщаемое телом излучению, равно:

$$\begin{aligned} dQ &= dU + p dV = d(uV) + \frac{1}{3} u dV = u dV + V du + \frac{1}{3} u dV = \\ &= \frac{4}{3} u dV + V du. \end{aligned}$$

Во время изотермического расширения плотность энергии остается постоянной, и следовательно

$$Q_1 = \frac{4}{3} u_1 (V_2 - V_1); \quad u_1 = u_2 \dots \dots \dots (14)$$

II. Адиабатическое расширение от плотности u_2 до u_3 . Во время адиабатического расширения 2—3

$$dQ = \frac{4}{3} u dV + V du = 0.$$

Отделив переменные, получим:

$$\frac{4}{3} \frac{dV}{V} = - \frac{du}{u}$$

или

$$u V^{\frac{4}{3}} = \text{const.}; \quad u_2 V_2^{\frac{4}{3}} = u_3 V_3^{\frac{4}{3}} \dots \dots \dots (15)$$

III. Изотермическое сжатие при температуре T_2 , соответствующей плотности u_3 .

Процесс 3—4 дает для энергии, поглощенной телом при температуре T_2 ,

$$Q_2 = \frac{4}{3} u_3 (V_3 - V_4); \quad u_3 = u_4 \dots \dots \dots (16)$$

IV. Адиабатическое сжатие до первоначальной плотности u_1 . Для процесса 4—1 имеем:

$$dQ = 0 \quad u_4 V_4^{\frac{4}{3}} = u_1 V_1^{\frac{4}{3}} \dots \dots \dots (17)$$

Отношение между количеством теплоты, отданным в этом круговом процессе телом с температурой T_1 , и теплотой, полученной источником температуры T_2 , по второму началу должно равняться отношению температур этих тел.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{u_1}{u_3} \cdot \frac{V_3 - V_1}{V_3 - V_4} \dots \dots \dots (18)$$

Перемножая левые и правые части уравнений (14), (15), (16), (17), мы получим $V_2 V_4 = V_3 V_1$, откуда:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}, \quad \frac{V_2 - V_1}{V_3 - V_4} = \frac{V_2}{V_3}$$

Но уравнение (15) дает:

$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{u_3^{\frac{3}{4}}}{u_1^{\frac{3}{4}}}$$

Подставив эти значения в уравнение (18), получим:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{u_1^{\frac{1}{4}}}{u_3^{\frac{1}{4}}} = \frac{V_3^{\frac{1}{3}}}{V_2^{\frac{1}{3}}}; \dots \dots \dots (19)$$

$$\frac{u_1}{T_1^4} = \frac{u_3}{T_2^4} = a \dots \dots \dots (19, a)$$

Но температуры T_1 и T_2 выбраны были нами произвольно, следовательно и для всякой температуры справедливо соотношение:

$$\frac{u}{T} = a; \quad u = a T^4 \dots \dots \dots (20)$$

Плотность энергии черного излучения пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры тела, с которым излучение находится в устойчивом равновесии, или, согласно определению температуры излучения, четвертой степени температуры самого излучения.

Измеривши a для одной температуры, мы можем определить плотность черного излучения при любой температуре, а также и яркость пучка \mathfrak{R} , связанную с u следующим соотношением (ур. 13)

$$\mathfrak{R} = \int_0^{\infty} \mathfrak{R}_\nu d\nu = \frac{q}{8\pi} u = \frac{aq}{8\pi} T^4$$

Закон Больцмана дает нам и выражение для энтропии черного излучения, как функции температуры и объема. Подставив в выражение

$$dQ = \frac{4}{3} u dV + V du$$

$u = a T^4$, мы получаем:

$$dQ = \frac{4}{3} a T^4 dV + 4a T^3 V dT,$$

и следовательно

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{4}{3} a T^3 dV + 4a T^2 V dT.$$

Частные производные энтропии по объему и температуре:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{4}{3} a T^3; \quad \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = 4a V T^2;$$

интегрирую их, мы получаем:

$$S = \frac{4}{3} a T^3 V + f(T); \quad S = \frac{4}{3} a T^3 V + \varphi(V);$$

здесь f — функция, которая может зависеть только от T , а φ — только от V . Сравнивая оба выражения для S , мы замечаем, что

$$f(T) = \varphi(V) = \text{const. и следовательно}$$

$$S = \frac{4}{3} a T^3 V + \text{const.} \quad (21)$$

Отсюда мы наконец определяем „удельную энтропию“, или энтропию единицы объема черного излучения как

$$s = \frac{S}{V} = \frac{4}{3} a T^3 + C \quad (21, a)$$

Теплоемкость единицы объема излучения при постоянном объеме:

$$c_v = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_v = 4a T^3.$$

§ 4. Закон смещения Вина. Закон Больцмана недостаточен для характеристики черного излучения, так как он ничего не говорит об его спектральном составе. Более детальное рассмотрение цикла Carnot позволяет установить и некоторые общие законы, определяющие зависимость спектрального состава черного излучения от температуры. Действительно, передвижение поршня при адиабатическом процессе изменяет температуру излучения; а все изменения, вызываемые в электромагнитной энергии движением зеркала, могут быть учтены теорией Maxwell'a-Lorentz'a. Исходя из этих соображений, W. Wien в 1893 году установил новый закон, определяющий спектральный состав равновесного излучения и значительно углубивший область термодинамики излучения. Прежде всего докажем, что после адиабатического расширения черного излучения до плотности u_3 получится излучение, которое и по спектральному составу вполне совпадает с соответственным черным излучением

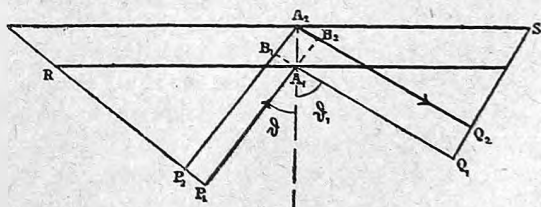
температуры T_2 . Предположим противное: пусть после адиабатического расширения излучение перестало быть черным по спектральному составу. По самому определению черного излучения, как излучения, находящегося в устойчивом равновесии, мы должны ожидать, что излучение, приведенное в соприкосновение с телом температуры T_2 , станет с течением времени черным, при чем однако не изменится общее количество заключающейся под поршнем лучистой энергии. Этот процесс, как необратимый, должен быть связан с возрастанием энтропии, во время же обратимого адиабатического расширения энтропия излучения остается постоянной. Следовательно, энтропия черного излучения в точке 3-ей должна быть больше энтропии черного излучения в точке 2-ой. Рассмотрим теперь обратный процесс бесконечно-медленного адиабатического сжатия по кривой 3—2. Этот процесс, не изменяя энтропии, приводит излучение в новое состояние, которое по нашему предположению обладает другим составом, чем черное излучение при температуре T_1 . В то же время энтропия его больше энтропии черного излучения при той же энергии. Итак, наше предположение приводит к невозможному следствию: переход излучения в равновесное должен сопровождаться уменьшением энтропии без всякой компенсации в окружающих телах.

Итак, адиабатический процесс с черным излучением переводит его снова в черное же излучение другой температуры. Те изменения, которые вызываются движущимся поршнем, вполне совпадают с изменениями, вызванными температурой.

С точки зрения электромагнитной теории очевидно, что те изменения, которые претерпевает черное излучение при адиабатическом расширении, могут вызываться только движущимся поршнем, представляющим собою по нашему предположению идеальное зеркало. Рассмотрим эти изменения: при отражении пучка света от движущегося зеркала изменяется число колебаний и яркость пучка; кроме того, угол отражения не равен углу падения, вследствие чего и телесный угол изменяется.

1. Положим, что на зеркало падает под углом ϑ к нормали плоская волна с числами колебаний, лежащими между ν и $\nu + d\nu$; отраженная волна выходит под новым углом ϑ' и с новыми числами колебаний между ν' и $\nu' + d\nu'$; обозначим еще число колебаний, отмечаемое наблюдателем, движущимся вместе с зеркалом через ν_0 . Положим, что зеркало двигалось в течение одной секунды со скоростью v ; наблюдатель, находившийся первоначально в точке A_1 , переместился через секунду в A_2 , при чем $A_1 A_2 = v$. Так как свет распространяется со скоростью c , независимой от движения зеркала, то во 2-ой момент наблюдателя достигнут волны, лежавшие за секунду до того на расстоянии c от A_2 , т. е. принадлежащие поверхности волны P .

Рис. 212.



В первый же момент наблюдатель видел поверхность, проходящую через A_1 . В продолжение одной секунды наблюдателя достигли колебания, лежащие в промежутке $A_1 P_1$. Легко видеть, что

$$A_1 P_1 = A_2 P_2 - A_2 B_1 = c - v \cos \vartheta.$$

А так как число волн, лежащих на расстоянии c , равно ν , то число волн, встреченных в одну секунду наблюдателем A , равно

$$\nu_0 = \nu \frac{c - v \cos \vartheta}{c}.$$

Рассматривая далее отраженный пучок, мы заключаем, что за одну секунду волна, отраженная от участка A зеркала распространится до плоскости $Q_1 Q_2$, лежащей в расстоянии c от A_1 . К концу секунды расстояние между наблюдателем и поверхностью волны равно

$$A_2 Q_2 = Q_2 B_2 + B_2 A_2 = c + v \cos \vartheta'.$$

Обозначая число колебаний отраженного света в одну секунду, т. е. число волн на протяжении c через ν' , мы получаем следующее равенство для числа волн, посланных наблюдателем A в продолжение одной секунды,

$$\nu_0 = \nu' \frac{c + v \cos \vartheta'}{c}.$$

Наконец, сравнивая оба выражения для ν_0 через ν и ν' , получаем

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{c - v \cos \vartheta}{c + v \cos \vartheta} \dots \dots \dots (22)$$

Откуда

$$d\nu' = d\nu \frac{c - v \cos \vartheta}{c + v \cos \vartheta} \dots \dots \dots (22, a)$$

Итак, при отражении плоской волны от зеркала число колебаний ν и интервал $d\nu$ уменьшаются, если движение происходит в направлении падающего света; если же $v < 0$, то-есть зеркало движется навстречу волне, то ν и $d\nu$ возрастают.

2. Изменение угла при отражении можно вывести из принципа Гюйгенса, который требует, чтобы падающая и отраженная волна с одинаковой скоростью двигались вдоль зеркала. Путь, пройденный падающим светом в одну секунду по поверхности зеркала:

$$A_1 R = \frac{A_1 B_1}{\sin \vartheta} = \frac{c - v \cos \vartheta}{\sin \vartheta}.$$

Путь, пройденный отраженным пучком за то же время:

$$A_2 S = \frac{A_2 Q_2}{\sin \vartheta'} = \frac{c + v \cos \vartheta'}{\sin \vartheta'}.$$

Сравнивая эти выражения, получаем уравнение, связывающее углы падения и отражения:

$$\frac{c - v \cos \vartheta}{\sin \vartheta} = \frac{c + v \cos \vartheta'}{\sin \vartheta'} \dots \dots \dots (23)$$

Принимая во внимание уравнение (22), мы можем придать этому равенству следующий вид:

$$v \sin \vartheta = v' \sin \vartheta' \dots \dots \dots (23, a)$$

В том случае, когда скорость зеркала достаточно мала по сравнению со скоростью света, мы пренебрегаем высшими степенями $\left(\frac{v}{c}\right)$ по сравнению с первой степенью и получаем следующие упрощенные формулы:

$$v' = v \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta - \frac{v}{c} \cos \vartheta'\right).$$

Как видно из уравнений 23 и 23, a, разность между ϑ и ϑ' того же порядка, как и $\frac{v}{c}$, следовательно $\cos \vartheta - \cos \vartheta'$ порядка $\frac{v^2}{c^2}$, а $\frac{v}{c} \cos \vartheta - \frac{v}{c} \cos \vartheta'$ порядка $\left(\frac{v}{c}\right)^3$, поэтому

$$v' = v \left(1 - 2 \frac{v}{c} \cos \vartheta\right) \dots \dots \dots (23, b)$$

3. Наконец, отражение от движущегося зеркала изменяет и энергию плоской волны. Так как мы предполагаем зеркало идеально отражающим и непоглощающим, то затраченная при перемещении зеркала внешняя работа должна равняться изменению внутренней энергии излучения. Внешняя работа равна произведению светового давления на площадь поршня и на нормальное перемещение зеркала. Световое давление на движущееся зеркало не равно давлению на неподвижное, но разность между ними тем меньше, чем меньше скорость зеркала по сравнению со скоростью света; при достаточно малых скоростях зеркала этой разностью можно пренебречь по сравнению с величиной самого светового давления. Если мы через J обозначим интенсивность волны, т. е. энергию, проходящую в единицу времени через единицу поверхности волны (вектор Пойнтинга), то световое давление равно:

$$D = J \cos \vartheta + J' \cos \vartheta' \approx 2J \cos \vartheta,$$

а работа, произведенная зеркалом с площадью F , движущимся со скоростью v за время Δt ,

$$dW = 2J \cos \vartheta F v \Delta t.$$

Общее же количество энергии, встретившей за то же время Δt поверхность зеркала

$$J \cdot F \cdot c \Delta t,$$

где c — скорость света.

Отраженная волна, обладающая уже другой интенсивностью J' , за то же время получает энергию

$$J' F c \Delta t = J F c \Delta t - 2J \cos \vartheta F v \Delta t = J F c \Delta t \left(1 - \frac{2v}{c} \cos \vartheta\right).$$

Откуда

$$J' = J \left(1 - \frac{2v}{c} \cos \vartheta\right) \dots \dots \dots (24)$$

Мы рассмотрели падение плоской волны. В случае падения пучка света можно было бы указать еще на одно изменение: отраженный от движущегося зеркала пучок, кроме изменения угла отражения, еще смещается параллельно самому себе. Пучок, имевший первоначально бесконечно малую площадь основания, получит конечную ширину при перемещении зеркала на конечное расстояние, если только пучок не перпендикулярен к зеркалу.

Параллельное смещение пучка не изменяет ни числа колебаний, ни угла падения, ни телесного угла; изменяется лишь площадь основания пучка, но притом так, что произведение из яркости пучка \mathfrak{R} , на площадь основания $d\sigma$ от этого смещения также не изменяется. А так как при адиабатическом расширении в цилиндре рассеивающие стенки постоянно вновь восстанавливают равномерное распределение лучистой энергии во всех частях и во всех направлениях, то мы можем не обращать внимания на смещение пучка в пространстве. Поэтому мы можем распространить полученные нами результаты и на элементарный пучок света:

$$dE = \mathfrak{R} \, dv \, d\sigma \cos \vartheta \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi \, dt.$$

После отражения он превратится в пучок:

$$dE' = \mathfrak{R}' \, dv' \, d\sigma \cos \vartheta' \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi \, dt.$$

На основании уравнения (24) мы можем написать:

$$\mathfrak{R}' \, dv' \cos \vartheta' \sin \vartheta' \, d\vartheta' = \mathfrak{R} \, dv \cos \vartheta \sin \vartheta \, d\vartheta \left(1 - \frac{2v}{c} \cos \vartheta\right) \quad . \quad (25)$$

Выделим мысленно из заключенного в цилиндре черного излучения ту часть его, которая обладает числами колебаний, лежащими в пределах между ν и $\nu + d\nu$. Так как мы ни в цилиндре, ни в стенках его не предполагаем присутствия излучающих и поглощающих веществ, то рассматриваемая монохроматическая часть излучения ни в какой обмен энергии с другими частями излучения вступать не может. Единственные изменения, испытываемые ею, будут заключаться в рассеянии при отражении от неподвижных стенок и в изменении энергии, числа колебаний и угла при каждом отражении от движущегося зеркала. Однако, абсолютно белые стенки цилиндра постоянно вновь восстанавливают равномерное распределение в пространстве, видоизмененное зеркалом. Если мы обратимся к случаю бесконечно медленного адиабатического расширения излучения, то мы можем считать излучение в каждый данный момент равномерно распределенным в цилиндре.

Изменение чисел колебания для данного пучка будет тем больше, чем большее число отражений он испытал и чем меньше были при этом углы падения ϑ . Пучок, остающийся постоянно параллельным плоскости поршня, не испытает вовсе изменений при сжатии, и наоборот пучок, постоянно падающий перпендикулярно на поршень и наиболее часто возвращающийся обратно к поршню, испытает наибольшее изменение — конечное при конечном сжатии излучения. Поэтому монохроматический

вначале свет интервала $d\nu$ превратится в излучение, числа колебаний которого лежат в конечных пределах между первоначальным ν_1 и наибольшим ν_2 , и следовательно перестанет быть монохроматичным. Однако, если движение поршня происходит бесконечно медленно, то каждый пучок успеет отразиться бесконечное число раз за то время, пока зеркало переместится на конечную величину; а так как излучение все время остается равномерно рассеянным, то отражение будет происходить одинаково часто под всеми углами ϑ от O до $\frac{\pi}{2}$ для каждого отдельного пучка. Итак, при бесконечно медленном движении поршня все пучки, составляющие излучение, испытают одинаковые изменения, и свет останется монохроматическим. При бесконечно медленном сжатии мы имеем поэтому право, мысленно выделив под поршнем монохроматическое излучение с числами колебаний между ν и $\nu + d\nu$, говорить об изменении его энергии, числа колебаний и интервала $d\nu$. Каждый раз, когда один из пучков, составляющих выделенную часть излучения, встретит зеркало под углом ϑ , изменится его энергия dU в

$$dU' = dU \left(1 - 2 \frac{v}{c} \cos \vartheta\right),$$

число колебаний ν в

$$\nu' = \nu \left(1 - 2 \frac{v}{c} \cos \vartheta\right)$$

и интервал $d\nu$ в

$$d\nu' = d\nu \left(1 - 2 \frac{v}{c} \cos \vartheta\right).$$

Очевидно, что все эти изменения связаны между собою соотношениями:

$$\frac{dU'}{dU} = \frac{\nu'}{\nu} = \frac{d\nu'}{d\nu} \dots \dots \dots (26)$$

Достаточно поэтому определить одно из этих изменений, чтобы вычислить и остальные.

Проще всего вычислить среднее изменение энергии избранного нами монохроматического излучения. Это изменение равно работе светового давления на поршень цилиндра, так как поставленные условия исключают всякий обмен тепла как с внешними источниками, так и с остальными частями лучистой энергии. Обозначим давление лучистой энергии на движущееся зеркало через p' . С точностью до величин порядка $\frac{v}{c}$ это давление равно давлению p на неподвижное зеркало. Так как на поршень падает одинаковое число пучков в каждом телесном угле $d\omega$, то давление, оказываемое избранной частью излучения, выразится через плотность этого излучения u_v :

$$p' = p = \frac{u_v}{3} = \frac{8}{3} \frac{\pi}{c} \mathfrak{R}_v.$$

При изменении объема на dV работа излучения равна

$$p' dV = \frac{u_v}{3} dV = \frac{U_v}{3V} dV.$$

Итак,

$$dU_\nu = -\frac{U_\nu}{3V} dV; \quad \frac{dU_\nu}{U_\nu} = \frac{1}{3} \frac{dV}{V}.$$

Интегрируя в пределах от V до V' , получаем;

$$\log n \frac{U'}{U} = \log n \frac{V'^{\frac{1}{3}}}{V^{\frac{1}{3}}}; \quad \frac{U'}{U} = \frac{V'^{\frac{1}{3}}}{V^{\frac{1}{3}}}.$$

А на основании уравнений 26 и 19 имеем:

$$\frac{U'}{U} = \frac{\nu'}{\nu} = \frac{d\nu'}{d\nu} = \frac{V'^{\frac{1}{3}}}{V^{\frac{1}{3}}} = \frac{T'}{T} \dots \dots \dots (27)$$

Наконец, переходя к плотности излучения, получаем:

$$\frac{u'}{u} = \frac{U' \cdot V}{V' \cdot U} = \frac{V'^{\frac{1}{3}}}{V^{\frac{1}{3}}} = \frac{T'^4}{T^4} \dots \dots \dots (28)$$

Таким образом закон Больцмана относится к каждой монохроматической составной части черного излучения. С другой стороны, изменился и самый интервал $d\nu$, поэтому выражение (28) нельзя отнести к плотности монохроматического излучения u_ν . Последнее связано с u соотношением:

$$u = u_\nu d\nu; \quad u' = u'_\nu d\nu'$$

Подставляя в выражение 28 значение $d\nu$ из уравнения 27, получаем:

$$\frac{u'_\nu}{u_\nu} = \frac{T'^4}{T^4} \cdot \frac{d\nu}{d\nu'} = \frac{T'^3}{T^3} \dots \dots \dots (29)$$

Уравнения 27 и 29 вполне характеризуют те изменения, которые претерпевает черное излучение при переходе от одной температуры T к другой T' . Разобьем все излучение при температуре T по числам колебаний на монохроматические части. При изменении температуры числа колебаний ν и ширина интервала $d\nu$ каждой части изменяются пропорционально абсолютной температуре, а плотность монохроматического излучения u_ν пропорционально третьей степени температуры. Достаточно было бы поэтому знать распределение энергии в спектре черного излучения, т. е. u , как функцию ν для одной температуры, чтобы на основании выведенных нами соотношений, выражающих собою так называемый „закон смещения В. Вина“, определить это распределение для всякой другой температуры.

Установленные нами законы в то же время до известной степени ограничивают вид основной функции Кирхгофа (12), устанавливая между величинами u_ν , ν и T зависимости (27) и (29). Посмотрим каков наиболее общий вид функции $u_\nu(\nu, T)$, который не противоречил бы выведенным законам.

Уравнения (27) и (29) показывают, что во время адиабатического расширения черного излучения (при чем по доказанному оно остается

черным, изменяя лишь температуру):

$$\frac{\nu}{T} = C_1; \quad \frac{u_\nu}{T^3} = C_2.$$

Постоянные C_1 и C_2 не могут зависеть от ν и T , которые изменяются, а только от тех величин или тех комбинаций этих величин, которые не изменяются во время адиабатического изменения. Такими величинами кроме C_1 и C_2 является энтропия излучения S .

Поэтому совокупность равенств (27) и (29) мы можем выразить таким образом:

$$\frac{u_\nu}{T^3} = f\left(\frac{\nu}{T}\right); \quad u_\nu = T^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \dots \dots \dots (30)$$

Кроме того, мы можем считать энтропию произвольной функцией постоянной адиабаты C_1 .

$$S = \varphi\left(\frac{\nu}{T}\right) \dots \dots \dots (31)$$

Но энтропия излучения может быть выражена через удельную энтропию монохроматического излучения s_ν , следующим образом: $S = \int s_\nu d\nu$,

откуда

$$s_\nu = \frac{1}{V} \frac{dS}{d\nu} = \varphi\left(\frac{\nu}{T}\right).$$

Далее из равенства (27) следует: $VT^3 = K_1$, и $d\nu \frac{1}{T} = K_2$, где K_1 и K_2 некоторые постоянные. Перемножая оба последние равенства получаем

$$V d\nu = \frac{K_1 K_2}{T^3},$$

а следовательно

$$s_\nu = \frac{1}{K_1 K_2} T^3 \varphi\left(\frac{\nu}{T}\right) = T^3 \psi\left(\frac{\nu}{T}\right) \dots \dots \dots (32)$$

Наконец, можно рассматривать энтропию S как функцию произвольной постоянной C_2 .

$$S = F\left(\frac{u_\nu}{T^3}\right) \dots \dots \dots (31, a)$$

откуда

$$s_\nu = \frac{1}{K_1 K_2} T^3 F\left(\frac{u_\nu}{T^3}\right) = T^3 \Phi\left(\frac{u_\nu}{T^3}\right) \dots \dots \dots (32, a)$$

Подставив в это выражение u_ν из уравнения (30), мы убедимся, что полученное уравнение совпадает с уравнением (32).

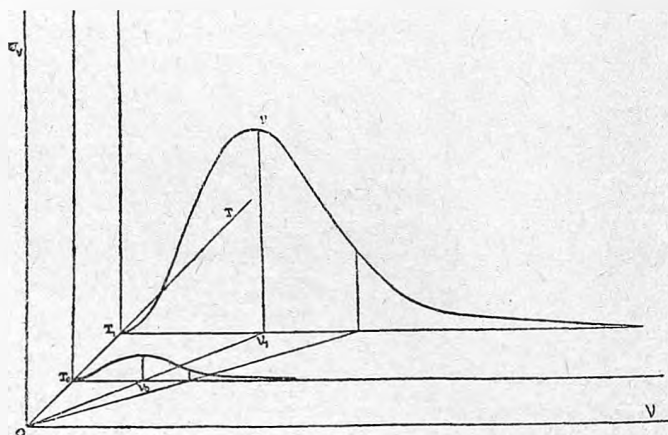
Итак, наиболее общим выражением закона смещения В. Вина являются уравнения (30), (31) и (32), но вид функций f , φ , ψ остается в них совершенно произвольным.

Уравнению (30) можно придать и несколько иной вид: разделивши и умножив правую часть его на ν^3 , получим

$$u_\nu = \nu^3 \frac{T^3}{\nu^3} f\left(\frac{\nu}{T}\right) = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right) \dots \dots \dots (30, a)$$

Полученные результаты допускают следующую весьма простую интерпретацию. Представим себе в пространстве трехосную координатную систему. Будем по оси абсцисс откладывать числа колебаний ν , по оси ординат соответственные значения u_ν , а по третьему направлению, перпендикулярному к плоскости чертежа, нанесем абсолютные температуры T . Положим, что при некоторой температуре T_0 нам известна зависимость u_ν от ν , т. е. кривая черного излучения в плоскости $T = T_0$. Для того, чтобы от этой кривой перейти к кривой, соответствующей другой температуре T_1 , поступим следующим образом: соединим абсциссу любой точки ν_0 с началом координат прямой линией, лежащей в горизонтальной плоскости νT . В точке пересечения этой прямой с плоскостью $T = T_1$ отложим в вертикальном направлении $u_{\nu_1} = u_{\nu_0} \frac{T_1^3}{T_0^3}$; тогда мы получим некоторую точку A_1 в плоскости $T = T_1$, соответствующую точке A_0 в

Рис. 213.



плоскости $T = T_0$. Подобным образом можно для каждой точки кривой, заданной в плоскости $T = T_0$, получить соответствующую ей точку в плоскости $T = T_1$. Соединивши их, мы получим распределение энергии в спектре черного излучения при температуре T_1 , а совокупность кривых, соответствующих всем температурам от $T = 0$ до $T = \infty$, образует поверхность $f(u_\nu, \nu, T) = 0$, выражающую свойства черного излучения.

Указанное построение вытекает из уравнений (27) и (29). Действительно, из подобия треугольников $OT_0\nu_0$ и $OT_1\nu_1$ следует, что координаты точек A_0 и A_1 удовлетворяют условиям $\frac{\nu_1}{\nu_0} = \frac{T_1}{T_0} = \frac{d\nu_1}{d\nu_0}$, и кроме того $\frac{u_{\nu_1}}{u_{\nu_0}} = \frac{T_1^3}{T_0^3}$, откуда следует, что точки A_0 и A_1 лежат на одной адиабате. В указанной координатной системе адиабаты представляют собою ряд плоских кривых, лежащих в плоскостях, проходящих через оси u_ν , и пересекающихся в точке $u_\nu = \nu = T = 0$.

Подобное же построение можно было бы на основании уравнения (32) указать для s , как функции ν и T , с той лишь разницей, что ординаты s , пришлось бы увеличивать в отношении $\frac{T_1^2}{T_0^2}$, а не $\frac{T_1^3}{T_0^3}$.

Из рассмотренного графического выражения закона смещения В. Вина вытекает также следующий результат: при переходе от кривой T_0 к кривой T_1 все соответственные ординаты увеличиваются в одно и то же число раз, равное $\frac{T_1^3}{T_0^3}$, поэтому максимальной ординате в кривой T_0 соответствует и максимальная ордината в кривой T_1 . Числа колебаний ν_m , которым соответствует максимальная энергия в спектре черного тела, относятся, как абсолютные температуры: $\frac{\nu_{1m}}{\nu_{0m}} = \frac{T_1}{T_0}$.

Нетрудно перейти к выражению закона Вина при помощи длины волны λ вместо ν ; для этого воспользуемся установленными уже нами соотношениями

$$\nu = \frac{q}{\lambda}; \quad d\nu = -\frac{q}{\lambda^2} d\lambda; \quad u_\nu = \frac{\lambda^2}{q} u_\lambda.$$

Подставляя эти значения в уравнение (27), получим

$$\frac{u'}{u} = \frac{\lambda}{\lambda'}; \quad \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\lambda'^2}{\lambda^2} \frac{d\lambda'}{d\lambda}; \quad \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{d\lambda'}{d\lambda}$$

$$\frac{u'}{u} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{d\lambda}{d\lambda'} = \frac{\nu'^{\frac{1}{3}}}{\nu^{\frac{1}{3}}} = \frac{T'}{T} \dots \dots \dots (27, a)$$

Вместо уравнения (29) имеем:

$$\frac{u_\lambda'}{u_\lambda} = \frac{T'^{\frac{5}{3}}}{T^{\frac{5}{3}}} \dots \dots \dots (29, a)$$

Вместо уравнений (30), (32) получаем соответственно:

$$u_\lambda = T^{\frac{5}{3}} f(T\lambda) = \frac{1}{\lambda^5} F(T\lambda) \dots \dots \dots (30, b)$$

$$s_\lambda = T^4 \psi(T\lambda) = T^4 \Phi\left(\frac{u_\lambda}{T^{\frac{5}{3}}}\right) \dots \dots \dots (32, c)$$

Уравнения (30) и (32) заключают в себе все следствия, к которым приводит изучение излучения, как рабочего вещества в обратимом двигателе. Основная задача термодинамики лучистой энергии — определение полного вида функции Кирхгофа — этими законами еще вполне не разрешается. Однако, второе начало указывает путь, который может привести к решению задачи: Черное излучение может быть определено, как система, находящаяся в устойчивом термодинамическом равновесии, и, следовательно, должно удовлетворять определенным условиям тахитим'а или minimum'а, формулированным в т. III. В частности, если поставить излучение в условия изолированной системы, то для устойчивого равновесия необходимо достижение тахитим'а энтропии, а

переход к черному излучению должен сопровождаться возрастанием энтропии. Ход решения задачи был бы в этом случае следующий:

1) необходимо составить выражение для энтропии произвольного не-черного излучения, как функции u , и ν ,

2) ввести условия изолированности системы: постоянство энергии и объема, и

3) найти в этих условиях максимум энтропии, приравняв первую вариацию ее нулю. Последнее равенство и выразит связь между u , и ν для данной температуры T ; последняя может быть введена при помощи законов Вина или Больцмана.

Для выполнения первой части задачи нужно найти выражение для энтропии монохроматического излучения данной плотности энергии и числа колебаний и закон, по которому энтропия сложного излучения складывается из его составляющих. Монохроматические составляющие сложного излучения можно, повидимому, рассматривать, как независимые друг от друга системы; по крайней мере Reiche показал, что допущение о возможности их обратимого отделения не противоречит 2-му началу. Следовательно, энтропию излучения можно определить, как сумму энтропий составляющих.

Итак, задача сводится к нахождению энтропии монохроматического излучения, как функции энергии и числа колебаний.

§ 5. Термодинамическая вероятность. М. Planck'у удалось разрешить эту задачу, распространив на лучистую энергию связь между энтропией данной системы и вероятностью ее состояния, которая была впервые установлена L. Boltzmann'ом для газов (т. III). Если мы допустим, что между энтропией и вероятностью существует некоторая универсальная зависимость, то самый вид этой зависимости может быть установлен и без детального определения вероятности состояния. Достаточно оказывается воспользоваться лишь самыми общими и элементарными свойствами обоих понятий. Из математической теории вероятности достаточно теоремы о том, что вероятность одновременного существования двух независимых друг от друга событий равна произведению вероятностей отдельных событий. Энтропия же двух независимых друг от друга систем равна сумме энтропий отдельных систем. Обозначим энтропию первой системы через S_1 , ее вероятность через W_1 ; энтропию и вероятность второй системы через S_2 и W_2 , а энтропию и вероятность совокупности из обеих систем через S и W . Тогда предположение о существовании универсальной связи между энтропией и вероятностью приводит к следующим уравнениям:

$$S_1 = f(W_1); \quad S_2 = f(W_2); \quad S = f(W).$$

С другой стороны, свойства функций S и W дают:

$$S = S_1 + S_2; \quad W = W_1 \cdot W_2$$

или

$$f(W_1 W_2) = f(W_1) + f(W_2).$$

Из этого основного уравнения можно получить вид функции $f(W)$, продифференцировав его сначала по W_1 , а затем по W_2 .

$$\frac{\partial^2 f(W_1, W_2)}{\partial W_1 \partial W_2} = 0,$$

или

$$W_1 W_2 f''(W_1 W_2) + f'(W_1 W_2) = 0.$$

Разделим обе части уравнения на $W_1 W_2 f'(W_1 W_2)$:

$$\frac{f''(W_1 W_2)}{f'(W_1 W_2)} = -\frac{1}{W_1 W_2},$$

или, заменив снова $W_1 W_2$ через W , имеем: $\frac{f''(W)}{f'(W)} = -\frac{1}{W}$.

Проинтегрируем обе части равенства; получим $\log f(W) = -\log W + \lg K$ или $f(W) = \frac{K}{W}$.

Снова проинтегрировав последнее равенство, мы придем, наконец, к искомой зависимости:

$$f(W) = k \log W + C$$

$$S = k \log W + C \dots \dots \dots (33)$$

Полагая произвольную постоянную $C = k \log \alpha$, можно придать уравнению более простую форму:

$$S = k \log \alpha W \dots \dots \dots (33, a)$$

Численное значение постоянных k и α зависит от ближайшего определения величины W — вероятности состояния системы.

Введение понятия о вероятности состояния делается неизбежным, когда мы имеем дело с явлениями, обуславливаемыми громадным числом разнообразных элементарных событий, из которых каждое в отдельности не поддается опытному наблюдению. В этих случаях необходимо различать 2 существенно различных способа описания явлений; суммарный — макроскопический, и элементарный — микроскопический. Так, напр., для суммарного описания газа мы пользуемся температурой, давлением, плотностью, для элементарного же описания того же газа нам необходимо было бы указать — координаты и скорости всех отдельных молекул в данный момент времени. Только микроскопическое описание явления может считаться исчерпывающим, так как оно определяет не только все суммарные свойства системы, но и предопределяет на основании законов механики или электродинамики поведение системы в будущем и прошедшем. Однако, ни в учении о материи, ни в учении о лучистой энергии такое детальное знание недоступно нам. Элементарное описание системы мы по необходимости заменяем суммарным, которое дается физическими приборами. Так, вместо определения координат каждой молекулы в данный момент, мы довольствуемся определенным плотностью, т. е. массы газа, приходящейся в среднем на единицу об-

ема в данном конечном пространстве. Вместо описания постоянно меняющихся по направлению и величине скоростей каждой молекулы, мы довольствуемся определением давления, т. е. среднего изменения количества движения через единицу площади в единицу времени, или же температурой, которая определяется средней кинетической энергией газовых молекул. В подобном же положении мы находимся при описании лучистой энергии. Рассматривая ее, как сумму гармонических колебаний, мы должны были бы для детального ее описания знать амплитуды и фазы каждой отдельной составляющей в данный момент в каждой точке пространства. Вместо этого наши измерительные приборы дают лишь среднюю энергию, заключающуюся в течение конечного времени в данном участке спектра.

Полное микроскопическое описание состояния газа или излучения вполне определяет и суммарное его состояние, но не наоборот. Одному и тому же суммарному состоянию системы может отвечать чрезвычайно большое разнообразие микроскопических состояний. Состояние системы, рассматриваемое с точки зрения элементарных явлений, определяется громадным числом переменных. Изменяя их значения, мы переходим от одного состояния к другому.

1) Если мы выберем переменные таким образом, что каждое значение их в известных пределах будет по законам, управляющим элементарными явлениями, одинаково возможным, что можно предполагать, то с течением времени отдельные переменные будут одинаково часто принимать всякое из доступных им значений. С макроскопической точки зрения система будет возвращаться в одно и то же состояние при весьма разнообразных микроскопических состояниях. Очевидно, что, чем большее число различных равновозможных микроскопических состояний соответствует одному макроскопическому состоянию, тем чаще будет последнее появляться. Естественно поэтому за меру термодинамической вероятности данного макроскопического состояния принять общее число тех равновозможных комбинаций элементарных состояний, которые ему отвечают.

2) Если же переменные, определяющие микроскопическое состояние, выбраны нами таким образом, что не всякое их значение одинаково возможно, то определение вероятности несколько усложнится. Каждое из значений придется снабдить особым коэффициентом, характеризующим вероятность его появления. При этом либо некоторым определенным значениям переменной придется приписать „исключительный вес“, т. е. считать их эквивалентными определенному числу нормальных значений, а все другие считать невозможными; либо вероятность различных значений переменной можно будет рассматривать, как функцию этой переменной; тогда придется в исчисление термодинамической вероятности состояния ввести эту „весовую функцию“.

Рассмотрим простейший случай: распределение некоторого числа N молекул в данном пространстве. Предположим, что все молекулы независимы друг от друга (пренебрегая силами сцепления) и не обладают

объемом; тогда естественно предположить, что для каждой данной молекулы одинаково возможно любое значение каждой из 3-х координат в данных пределах. Поэтому с микроскопической точки зрения состояние системы можно описать при помощи $3N$ независимых переменных. Общее число возможных комбинаций будет, очевидно, бесконечно велико, так как уже одна молекула может занимать по одной координате бесконечное число различных положений. Мы избавимся, однако, от той неопределенности, которая вносится непрерывностью пространства, если разобьем его на конечные участки столь малые, что перемещение молекул внутри одного и того же участка еще не влияет на суммарную картину.

Вместо того, чтобы задавать точно координаты всех молекул, мы удовольствуемся указанием, в каком участке пространства находится данная молекула. Этих указаний еще недостаточно для предсказания дальнейшей судьбы системы, однако они все еще далеко превышают те сведения, которые даются физическими приборами. Если мы могли бы узнать, сколько молекул находится во всяком данном участке, то у нас все же не было бы никаких данных узнать, какие именно молекулы находятся в данном участке. Поэтому то же самое распределение мы осуществили бы, переместив молекулы одну вместо другой. Не трудно подсчитать, сколькими различными способами можно осуществить данное распределение. Положим, что из общего числа N молекул n_1 находятся в первом участке, n_2 во втором, n_3 в третьем и т. д., так что

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots = N,$$

а общее число участков обозначим через M . Тогда общее число W различных комбинаций равно

$$W = \frac{N!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_M!} \dots \dots \dots (34)$$

Произведение первых n чисел, которое встречается в выражении для вероятности, можно выразить при помощи формулы Стирлинга. Последняя представляет собою расходящийся ряд:

$$n! = n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n} \left(1 + \frac{1}{12n} + \dots\right), \dots \dots \dots (35)$$

первые члены которого, однако, дают значение $n!$ с тем большим приближением, чем больше n . А так как в термодинамике нам приходится иметь дело с чрезвычайно большими числами элементов, то можно с достаточной точностью ограничиться первым членом ряда

$$n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \dots \dots \dots (36)$$

Уже при $n = 10$ ошибка меньше 1%, а при $n = 30$ менее 0,3%.

Так как нам приходится пользоваться \log этого выражения, то его можно еще значительно упростить.

$$\log n! = \frac{1}{2} \log 2\pi + \left(n + \frac{1}{2}\right) \log n - n \log e;$$

при больших n можно, очевидно, вместо этого написать:

$$\log n! = n \log n - n = n(\log n - 1) \dots \dots \dots (36, a)$$

и поэтому, пренебрегая небольшим сравнительно численным множителем, можно принять:

$$n! = \left(\frac{n}{e}\right)^n \dots \dots \dots (36, b)$$

Подставляя выражение (35) для n , мы получим более удобное выражение числа W различных комбинаций, при помощи которых избранное нами распределение может быть осуществлено:

$$W = \frac{\sqrt{2\pi} e^{-N} \sqrt{N} N^N}{(\sqrt{2\pi})^M e^{-(n_1+n_2+n_3+\dots)} \sqrt{n_1 n_2 n_3 \dots n_1^{n_1} n_2^{n_2} \dots}} =$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{M-1}} \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{n_1 n_2 n_3 \dots}} \cdot \left(\frac{N}{n_1}\right)^{n_1} \cdot \left(\frac{N}{n_2}\right)^{n_2} \cdot \left(\frac{N}{n_3}\right)^{n_3} \dots \dots \dots (34, a)$$

Если мы допустим, что каждая молекула одинаково часто попадает в каждый участок, то найденное нами выражение будет характеризовать частоту появления данного распределения молекул по участкам. Примем это выражение за меру термодинамической вероятности состояния системы.

Математическое понятие вероятности какого-нибудь события получается следующим образом: совокупность всех возможностей разбивается на некоторое число равновозможных случаев, из которых одни соответствуют данному событию, другие же противоречат ему. Вероятностью называется отношение числа равновозможных случаев, благоприятствующих данному явлению n , к общему числу всех равновозможных случаев N . Признание определенных случаев равновозможными является задачей физической гипотезы, описывающей явление. Очевидно, математическая вероятность не может быть больше единицы и меньше нуля, она представляет собою правильную дробь. Величина W , которую мы условились, следуя М. Планк'у, называть термодинамической вероятностью, представляет собою только числитель в выражении математической вероятности, так как величину W мы определяем, как общее число равновозможных случаев, благоприятствующих данному явлению. Очевидно, термодинамическая вероятность есть целое число, притом часто весьма большое.

Несмотря на указанное различие, термодинамическая вероятность сохраняет то свойство, которое послужило к выводу зависимости между энтропией и вероятностью. Действительно, допустим, что некоторое состояние одной системы может быть осуществлено при посредстве W_1 равновозможных случаев; другая независимая от первой система на-

ходится в состоянии, которому благоприятствуют W_2 равновероятных случаев. Рассматривая обе системы, как одну, мы можем осуществить одновременно данные состояния в них при помощи $W_1 W_2$ случаев; (если системы независимы, то каждое событие в первой системе может совпадать с любым из событий второй системы, и, следовательно, каждый из W_1 случаев первой с каждым из W_2 случаев второй системы). Теорема умножения вероятностей остается справедливой и в том случае, когда в выражении вероятности отброшен знаменатель.

Более существенное затруднение вносит зависимость значения вероятности от величины участков, на которые разбито пространство. С уменьшением участков величина W растет и стремится к бесконечности при уменьшении участков до нуля. Однако, в тех случаях, когда участки настолько малы, что распределение молекул очень медленно изменяется от участка к участку, дальнейшее уменьшение величины участков изменяет лишь произвольную постоянную C в выражении (33) или a в выражении (33,а).

Действительно, положим, что в приведенном примере мы каждый из M участков пространства разбиваем на m частей, так что общее число участков станет равным Mm . Число молекул в каждом участке уменьшится также в m раз, так что мы получим группы из m участков, в которых число молекул равно соответственно:

$$\frac{n_1}{m}, \frac{n_2}{m} \dots \dots \dots ;$$

общее же число молекул остается равным N . Тогда термодинамическая вероятность выразится так:

$$W_1 = \frac{N!}{\left(\frac{n_1}{m}\right)! \left(\frac{n_2}{m}\right)! \dots \dots \dots}$$

Воспользовавшись формулой Стирлинга, можно W_1 представить в виде

$$W_1 = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{Mm-1}} \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{n_1 n_2 n_3 \dots}} \left(\frac{N \cdot m}{n_1}\right)^{\frac{n_1}{m}} \left(\frac{N \cdot m}{n_2}\right)^{\frac{n_2}{m}} \dots \dots \dots$$

$$= W \cdot \frac{m^N}{(\sqrt{2\pi})^{M(m-1)}} \dots \dots \dots (37)$$

Т. е. для перехода к еще более мелким участкам достаточно умножить прежнюю вероятность на некоторый коэффициент, не зависящий от распределения, т. е. от чисел $n_1, n_2, n_3 \dots$.

При переходе системы из одного состояния в другое множитель этот остается постоянным, а следовательно и постоянная C не изменяется. Поэтому, если нам желательно знать изменение энтропии при переходе из одного состояния в другое, то величину участков можно при указанных условиях выбирать произвольно.

Наоборот, в тех случаях, когда при переходе от участка к участку густота распределения частиц заметно изменяется, величина участков существенно влияет на выражение для энтропии. Можно было бы определить термодинамическую вероятность, как то выражение, к которому стремится W при беспредельном уменьшении величины избранных участков. Однако, в теории лучистой энергии подобное допущение приводит к результатам, резко расходящимся с опытом. Наоборот, Planck'у удалось соответственным выбором величины и формы участков получить полное согласие с опытом. Гипотеза о необходимости вполне определенной конечной величины и формы участков при исчислении вероятности оправдалась и в термодинамике материальных тел.

Основываясь на выражении для вероятности, легко установить, каково будет наименее вероятное распределение в избранном нами примере. Если никаких ограничений, кроме постоянства числа $N = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$ не установлено, то, очевидно, выражение $\frac{N!}{n_1! n_2! \dots}$ достигает maximum'a при наименьшем знаменателе, т. е. при $n_1 = n_2 = n_3 = \dots$. Действительно, уменьшая n_i и увеличивая n_k на единицу, мы вместо множителя n_i вводим $(n_k + 1)$. Следовательно, мы уменьшаем произведение, если $n_i > n_k + 1$. Дальнейшего уменьшения величины W при постоянном N мы добьемся, уменьшая все числа n_i ; т. е. увеличивая число участков, что при заданном их размере приводит к увеличению объема.

Таким образом вероятнейшим распределением N независимых друг от друга молекул будет равномерное, при чем вероятность будет увеличиваться с увеличением занимаемого им пространства.

Необходимо впрочем отметить, что применение понятия термодинамической вероятности к неподвижным материальным точкам, не изменяющим своего положения во времени, лишено физического смысла. Мы можем себе, однако, представить, что молекулы посторонней причиной непрерывно перемешиваются.

§ 6. Применение статистических методов к модели идеального газа. Прежде чем перейти к изложению теории Planck'a, полезно рассмотреть применение идей Больцмана к простейшей физической модели идеального газа. Идеальным газом мы назовем систему, состоящую из чрезвычайно большого числа независимых друг от друга материальных точек, подчиненных законам механики и обладающих кинетической энергией. Суммарное описание состояния такого газа, или части его, требует указания его плотности, объема, давления и температуры; для детального же описания необходимо знать массу, координаты и скорости каждой отдельной молекулы в данный момент времени. Если мы обратимся к однородному газу, то массы молекул можно считать равными между собою, и достаточно указать для каждой из N молекул по 3 координаты и 3 составляющие скорости — всего следовательно 6 N величин. Обобщая те геометрические представления, которыми мы пользовались в случае неподвижных молекул, можно было бы здесь наряду с геометрическими координатами ввести новые 3 оси координат для скоростей.

Состояние газа можно изобразить двумя различными способами: 1) при помощи пространства с 6 координатами, указав, какое положение в этом пространстве занимает каждая молекула; и 2) воспользовавшись 6 N координатами, при чем одна точка вполне определяет состояние всего газа.

Воспользуемся, следуя Больцману, первым способом, и постараемся вычислить термодинамическую вероятность данного состояния и условия устойчивого равновесия газа. Из физических свойств модели непосредственно вытекает гипотеза о тех случаях, которые приходится считать равновероятными: для каждой отдельной молекулы все координаты x, y, z и все скорости ξ, η, ζ одинаково возможны, если ни объем газа, ни энергия ничем не ограничены. Разобьем наше шестимерное пространство на отдельные участки малого, но конечного размера $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta \xi \Delta \eta \Delta \zeta = \Delta \sigma$. Тогда положение определенной молекулы в любом из этих участков одинаково возможно.

Вероятность состояния газа, при котором в i -том участке находится n_i молекул, равна:

$$W = \frac{N!}{n_1! n_2! \dots}$$

а энтропия

$$S = k \log W + C = + k N \log N - k \sum n_i \log n_i + C \dots \dots \dots (38)$$

Очевидно, что и здесь вероятнейшим будет состояние, при котором $n_1 = n_2 = n_3 \dots$ и притом тем вероятнее, чем меньше n . S достигнет максимум'а при $n_1 = n_2 = n_3 = \dots = 1$. Рассмотренная нами схема отличается, однако, одним существенным признаком от физической модели идеального газа: последняя ограничена еще определенной энергией, зависящей от температуры газа, и объемом. Эти ограничения действительно совершенно изменяют решение вопроса. И не производя вычислений, легко видеть, что при ограниченном запасе энергии чрезвычайно большие скорости не могут встречаться так же часто, как малые, и не трудно указать тот предел, за который скорости не могут перейти: кинетическая энергия отдельной молекулы не может быть больше всего запаса энергии газа.

Введем необходимые ограничения, подчинив газ условиям изолированной системы: постоянству объема, энергии и массы.

$$\sum \Delta x \Delta y \Delta z = V \dots \dots \dots (39)$$

$$\frac{m}{2} \sum_{i=0}^{i=\infty} n_i (\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2) = E \dots \dots \dots (40)$$

$$\sum_{i=0}^{i=\infty} n_i = N \dots \dots \dots (41)$$

Равновесие при максимум'е энтропии мы получим, если, сохраняя эти условия, приравняем вариацию S нулю; независимая переменная, которую мы в этом случае варьируем, есть, очевидно, неизвестное нам распределение n :

$$\delta S = -k \sum \delta n_i (\log n_i + 1) = 0$$

$$\sum \delta n_i (\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2) = 0$$

$$\sum \delta n_i = 0$$

Умножим оба последние уравнения на произвольные множители α и β и прибавим их к первому

$$\sum \delta n_i [\log n_i + 1 + \alpha (\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2) + \beta] = 0 \quad \dots \dots (42)$$

Если это уравнение справедливо при всех значениях α и β , то одновременно будут удовлетворены все 3 основных уравнения. (Чтобы убедиться в этом, достаточно положить сначала $\alpha = \beta = 0$; затем $\alpha \neq 0$, $\beta = 0$, и наконец $\alpha = 0$; $\beta \neq 0$). Полученное нами уравнение (42) должно быть справедливо при любых значениях δn_i ; для этого необходимо и достаточно, чтобы выражение, заключенное в скобки, было равно 0.

$$\log n_i + 1 + \alpha (\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2) + \beta = 0 \quad \dots \dots (42, a)$$

откуда

$$n_i = C e^{-\alpha(\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2)}, \quad \dots \dots (43)$$

где $C = e^{-\beta-1}$.

Таким образом распределение молекул в 6-мерном пространстве не зависит от координат x, y, z , т. е. внутри всего заданного объема V молекулы распределены равномерно. Зависимость от скорости определяется также не отдельными составляющими ξ, η, ζ , а лишь абсолютной величиной скорости $|u_i| = \sqrt{\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2}$. Значение постоянных C и α мы найдем, подставив выражение для n_i в уравнения (40) и (41).

$$\frac{m}{2} \cdot C \sum (\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2)^2 e^{-\alpha(\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2)} = E$$

$$C \sum e^{-\alpha(\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2)} = N_i$$

Суммирование здесь необходимо произвести по всем участкам $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta \xi \Delta \eta \Delta \zeta$ шестимерного пространства. Просуммируем сначала при заданном ξ_i, η_i, ζ_i по всем областям пространства x, y, z . Так как распределение n_i не зависит от x, y, z , то очевидно, что обе суммы придется умножить на общее число участков $\Delta x \Delta y \Delta z$; число таких участков на основании уравнения (39) равно $\frac{V}{\Delta x \Delta y \Delta z}$. Далее, для суммирования по ξ, η, ζ , соберем все участки, обладающие одной и той же скоростью $u = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$; эти участки будут лежать на поверхности шара радиуса u . Разобьем все пространство системой шаровых поверхностей, отстоящих друг от друга на одинаковых расстояниях Δu . Тогда объем, занимаемый i -тым слоем, будет:

$$\frac{4\pi}{3} i^3 \Delta u^3 - \frac{4}{3} \pi (i-1)^3 \Delta u^3 = 4\pi \Delta u^3 \left(i^2 - i + \frac{1}{3} \right)$$

и следовательно число участков, лежащих внутри этого слоя:

$$4\pi \frac{\Delta u^3}{\Delta \xi \Delta \eta \Delta \zeta} \left(i^2 - i + \frac{1}{3} \right).$$

Для простоты вычисления (и по аналогии с вычислением вероятности излучения по теории Планка) припишем всем молекулам, находящимся в i -том слое, одну и ту же скорость $u_i = i \Delta u$. Уравнения (40) и (41) примут теперь следующий вид:

$$\frac{m}{2} C \frac{V}{\Delta x \Delta y \Delta z} 4\pi \frac{\Delta u^3}{\Delta \xi \Delta \eta \Delta \zeta} \Delta u^2 \sum_{i=0}^{i=\infty} i^2 e^{-\alpha \Delta u^2 i^2} \left(i^2 - i + \frac{1}{3} \right) = E \quad (40, a)$$

$$C \frac{V}{\Delta x \Delta y \Delta z} 4\pi \frac{\Delta u^3}{\Delta \xi \Delta \eta \Delta \zeta} \sum_{i=0}^{i=\infty} e^{-\alpha \Delta u^2 i^2} \left(i^2 - i + \frac{1}{3} \right) = N \quad (41, a)$$

Вычисление еще значительно упростится, если заменить суммирование интегрированием по бесконечно малым участкам. В случае идеального газа мы можем считать числа n медленно изменяющимися от участка к участку и пропорциональными величине участка в данном месте, причем, конечно, плотность молекул в различных частях шестимерного пространства может быть различна. Обозначив величину бесконечно малого участка

$$dx dy dz d\xi d\eta d\zeta = d\sigma,$$

а плотность молекул в участке через w

$$dn = w d\sigma; \quad w = \frac{dn}{d\sigma}$$

$$W = \frac{\int w d\sigma!}{\Pi w d\sigma!}$$

$$S = k \int w d\sigma \log \int w d\sigma - k \int w \log w d\sigma + C \quad (38, b)$$

Условия (39), (40), (41) примут вид:

$$\iiint dx dy dz = V \quad (39, b)$$

$$\frac{m}{2} \int w d\sigma (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) = E \quad (40, b)$$

$$\int w d\sigma = N \quad (41, b)$$

Складывая вариацию S с вариациями E и N , умноженными на произвольные коэффициенты α и β , и приравняв сумму нулю, мы получим

$$w = C e^{-\alpha(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} \quad (43, b)$$

Подстановка w в уравнение (41,b) дает:

$$C \cdot \iiint dx dy dz \iiint d\xi d\eta d\zeta e^{-\alpha(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} = N$$

или на основании условия (39,b):

$$C \cdot V \cdot \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{\frac{3}{2}} = N; \quad C = \frac{N}{V} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Подставляя это значение C в уравнение (40,b), получим

$$\frac{m}{2} \frac{N}{V} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \iiint_{-\infty}^{+\infty} (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) e^{-\alpha(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} d\xi d\eta d\zeta = E$$

$$\frac{m}{2} N \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{3}{2\alpha} \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{\frac{3}{2}} = E$$

Откуда

$$\alpha = \frac{3mN}{4E}; \quad C = \frac{N}{V} \left(\frac{3mN}{4\pi E}\right)^{\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (44)$$

$$w = \frac{N}{V} \left(\frac{3mN}{4\pi E}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{3mN}{4E}(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} \dots \dots \dots (45)$$

Обозначим еще через u энергию одной молекулы, через u_0 среднюю энергию газовых молекул и через n_0 среднее число молекул в единице объема; тогда выражение для w примет следующий вид:

$$w = n_0 \left(\frac{3m}{4\pi u_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{3}{2} \frac{u}{u_0}} \dots \dots \dots (46)$$

Подставляя значение w в уравнение (38,b), мы получим выражение для энтропии газа в состоянии равновесия;

$$\begin{aligned} S &= kN \log N - \frac{3}{2} kN - kN \log \frac{N}{V} \left(\frac{3mN}{4\pi E}\right)^{\frac{3}{2}} + C = \\ &= kN \log V + \frac{3}{2} kN \log \frac{E}{N} + \text{const} \dots \dots \dots (47) \end{aligned}$$

Отсюда

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_V = \frac{3}{2} k \frac{N}{E} \dots \dots \dots (48)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_E = k \frac{N}{V} \dots \dots \dots (49)$$

С другой стороны из общего выражения для энтропии

$$dS = \frac{dE + p dV}{T}$$

следует:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_V = \frac{1}{T} \dots \dots \dots (48, a)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_E = \frac{p}{T} \dots \dots \dots (49, a)$$

Сравнивая уравнения (48), (49) с уравнениями (48, a), (49, a), видим

$$u_0 = \frac{E}{N} = \frac{3}{2} k T \dots \dots \dots (50)$$

$$p V = k N T \dots \dots \dots (51)$$

Первое из полученных нами уравнений показывает, что температура идеального газа пропорциональна средней кинетической энергии молекул его, а второе заключает в себе характеристическое уравнение идеального газа.

Отнесем его к одному молю газа, тогда N_0 будет обозначать число молекул газа в одном моле, а V_0 об'ем его. Газовая постоянная R выразится очевидно через наши постоянные: $R = k N_0$.

Теплоемкость газа при постоянном об'еме $C_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v$. Далее из уравнения (50) следует:

$$C_v = \frac{3}{2} k N = \frac{3}{2} R \dots \dots \dots (52)$$

Так как R , выраженное в калориях, равно 1,985 cal, то

$$C_v = 2,98 \text{ cal.}$$

$$C_p - C_v = R; \quad C_p = R + C_v = R + \frac{3}{2} R = \frac{5}{2} R$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5}{2} R}{\frac{3}{2} R} = \frac{5}{3}.$$

в полном согласии с опытом.

Отметим одно существенное свойство изложенного здесь исчисления вероятности состояния газа, оправдывающее связь между энтропией и вероятностью. Как известно, при обратимом адиабатическом сжатии энтропия не изменяется; не должна поэтому измениться и вероятность. Нетрудно убедиться, что этому требованию удовлетворяет исчисленная нами вероятность. Действительно, при адиабатическом сжатии изменяются как координаты, так и скорости отдельных молекул, при чем для одноатомного газа

$$p V^{\frac{5}{3}} = \text{const.}$$

Но с другой стороны давление выражается через массу газа M , его об'ем V и среднюю квадратичную скорость \bar{v}^2 или энергию E :

$$p = \frac{1}{2} \frac{M}{V} \bar{v}^2 = \frac{2}{3} \frac{E}{V}.$$

Подставив p в предыдущее выражение, получим:

$$\bar{v}^3 \cdot V^{\frac{2}{3}} = \text{const.}; \quad E \cdot V^{\frac{2}{3}} = \text{const.}$$

Представим себе теперь адиабатическое бесконечно медленное сжатие газа, при котором все линейные размеры уменьшаются в m раз, а объем следовательно в m^3 раз; тогда средняя скорость молекул возрастает в m раз, а энергия газа в m^2 . Для того, чтобы перейти от статистической картины газа до сжатия к изображению его после сжатия, достаточно уменьшить в m раз координаты x, y, z и в m раз увеличить координаты ξ, η, ζ ; объем элементарного участка вероятности $dx dy dz d\xi d\eta d\zeta$ при этом, очевидно, не изменится; точно также не изменится выражаемое уравнением (46) число молекул, заключенных в равновесном состоянии в данном участке. Поэтому картина газа после сжатия совершенно идентична с прежней картиной, нанесенной лишь в другом масштабе $\frac{x}{m}, \frac{y}{m}, \frac{z}{m}, m\xi, m\eta, m\zeta$. Отсюда очевидно, что и вероятность, выражаемая числом возможных перестановок в этой картине, имеет то же численное значение.

§ 7. Основные законы статистической механики. Перейдем теперь к самому общему случаю механической системы, состоящей из чрезвычайно большого числа элементов. Явления в этой системе подчиняются законам механики, которые наиболее симметричным образом выражаются уравнениями Гамильтона. Если мы через $q_1, q_2, q_3 \dots q_n$ обозначим обобщенные координаты, а через $p_1, p_2, p_3 \dots p_n$ обобщенные моменты, (при чем $p_i = \frac{\partial U_k}{\partial \dot{q}_i}$, где U_k — кинетическая энергия системы, а q_i — соответственные скорости), то уравнения Гамильтона получают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_i &= \frac{\partial E}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i &= -\frac{\partial E}{\partial q_i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (53)$$

Здесь E обозначает сумму кинетической и потенциальной энергии системы, а \dot{q} и \dot{p} — производные по времени. Такая система может быть вполне описана при помощи $2n$ величин p_i и q_i . Выберем их за оси координат; тогда каждой точке в этом пространстве $2n$ измерений отвечает некоторое вполне определенное состояние системы. Требуя, чтобы энергия системы имела заданное значение, мы вводим добавочное уравнение, которое в наших координатах изобразится поверхностью ($2n - 1$) измерений. Все состояния системы, совместимые с данной энергией, должны лежать на этой поверхности.

Так как состояние непрерывно изменяется, то с течением времени точка, изображающая это состояние, опишет в нашем пространстве некоторую сложную кривую. Если мы к начальной точке присоединим и все близкие к ней состояния системы, заключенные в объеме $d\sigma = dq_1 dq_2 dq_3 \dots dq_n \cdot dp_1 dp_2 \dots dp_n$, то вместо отдельной линии получим целый

пучок линий или струю определенного сечения. Основываясь на уравнениях Гамильтона, Liouville доказал следующую теорему: если в некоторый момент времени избранные нами состояния занимают объем $d\sigma$, то и во всякий другой момент исходящий из них пучок приведет к пространству того же объема. Таким образом описанная нами струя обладает всеми свойствами потока несжимаемой жидкости: она изменяет свою форму, не изменяя объема.

Кривая, изображающая историю данного газа, выйдя из некоторой начальной точки, вследствие беспорядочного характера элементарных явлений, будет описывать чрезвычайно сложный путь; допускают, что громадное большинство таких кривых с течением времени пройдет через любую точку на поверхности, соответствующей заданной энергии; (кроме нескольких исключительных кривых, которые оказываются простыми и замкнутыми). А так как пучок кривых, равномерно покрывающих всю поверхность заданной энергии, повсюду будет занимать один и тот же объем, то мы имеем основание считать одинаковые участки нашего пространства одинаково вероятными, и следовательно вероятность данного суммарного состояния пропорциональной объему, который занимают в координатах p_i, q_i все те микроскопические состояния, которые отвечают данному суммарному. Это обстоятельство делает выбор независимых переменных p_i, q_i предпочтительным перед всяким другим. В рассмотренном нами ранее примере одноатомного идеального газа вместо моментов p_i были употреблены скорости \dot{q}_i ; однако они отличаются от моментов лишь постоянным множителем m :

$$p_i = \frac{\partial U_k}{\partial \dot{q}_i} = m q_i,$$

следовательно для перехода к координатам p_i, q_i , достаточно было бы увеличить масштаб координат ξ, η, ζ в m раз.

Установленное выше исчисление вероятности приводит к следующим чрезвычайно простым, но, как мы далее увидим, не всегда правильным положениям:

Если обобщенные координаты Q_i и моменты P_i выбраны таким образом (нормальные координаты), что кинетическая энергия может быть представлена под видом:

$$U_k = A_1 P_1^2 + A_2 P_2^2 + \dots + A_n P_n^2, \dots \dots \dots (54)$$

и потенциальная под видом

$$U_p = B_1 Q_1^2 + B_2 Q_2^2 + \dots + B_n Q_n^2, \dots \dots \dots (54, a)$$

то на каждую из независимых переменных P_i, Q_i в состоянии термодинамического равновесия приходится в среднем одинаковое количество энергии. Другими словами: наивероятнейшим будет такое состояние, при котором энергия распределяется в среднем поровну между всеми степенями свободы P_i, Q_i .

В случае идеального одноатомного газа

$$U_k = \frac{1}{2} m \xi_1^2 + \frac{1}{2} m \eta_1^2 + \frac{1}{2} m \zeta_1^2 + \frac{1}{2} m \xi_2^2 + \frac{1}{2} m \eta_2^2 + \frac{1}{2} m \zeta_2^2 \dots$$

$$U_p = 0$$

степенями свободы являются моменты $m\xi_i$, $m\eta_i$ и $m\zeta_i$: каждая молекула обладает 3 степенями свободы, а так как средняя энергия молекулы в состоянии равновесия по уравнению (50)

$$\overline{u_0} = \frac{1}{2} m \overline{\xi^2} + \frac{1}{2} m \overline{\eta^2} + \frac{1}{2} m \overline{\zeta^2} = \frac{3}{2} k T,$$

то на одну степень свободы приходится:

$$\frac{1}{2} m \overline{\xi^2} = \frac{1}{2} m \overline{\eta^2} = \frac{1}{2} m \overline{\zeta^2} = \frac{1}{2} k T.$$

Рассматривая любую механическую систему, мы можем привести ее в термическое равновесие с одноатомным газом при общей температуре T ; тогда во всей системе, включая и газ, на каждую степень свободы придется $\frac{1}{2} k T$ энергии:

$$\overline{A_1 P_1^2} = \overline{A_2 P_2^2} = \dots = \overline{B_1 Q_1^2} = \overline{B_2 Q_2^2} = \dots = \overline{B_n Q_n^2} = \frac{1}{2} k T \dots \quad (55)$$

§ 8. Опытная проверка законов статистической механики. Теплоемкость. Теплоемкость одноатомного газа c_v по предыдущему равна $2,98 \frac{\text{cal}}{\text{gr}}$ в полном согласии с опытными данным.

Теплоемкость одноатомного твердого тела может быть определена на том основании, что атомы твердого тела, совершая сложные колебания вокруг положения равновесия, обладают, кроме 3 степеней свободы, соответствующих кинетической энергии, еще 3-мя степенями свободы потенциальной энергии. Поэтому теплоемкость одного грамм-атома твердого тела

$$c_v = \frac{6}{2} k N = \frac{6}{2} R = 5,95 \frac{\text{cal}}{\text{gr}},$$

что вполне соответствует эмпирически установленному закону Дюлонга и Пти.

Однако, статистическая теория не дает достаточного объяснения исключениям из этого закона, и в особенности тому обстоятельству, что с понижением температуры теплоемкость всех твердых тел уменьшается.

Точно также нельзя считать вполне удовлетворительной теорию теплоемкости многоатомных газов. Так, для двухатомного газа необходимо принять возможность вращения молекул вокруг 3-х координатных осей, при чем двум из них будут соответствовать большие моменты инерции и следовательно малые числа оборотов, а одной оси, проходящей через центры тяжести обеих молекул, весьма малый момент инерции и большое число оборотов. Для того, чтобы объяснить величину теплоемкости, при-

ходится допустить, что вращение вокруг 3-ей оси не может возникнуть, так же как оно не возникает в одноатомном газе, и что энергия распределяется лишь между 3-мя степенями свободы поступательного движения и 2-мя — вращательного. Тогда

$$c_v = \frac{5}{2} kN = \frac{5}{2} R = 4,96 \frac{\text{cal}}{\text{gr}}$$

в очень хорошем согласии с опытными данными для двухатомных постоянных газов: водорода, азота, кислорода.

Однако и в этом случае Eucken показал, что при достаточном понижении температуры теплоемкость водорода значительно уменьшается и достигает значения теплоемкости одноатомных газов $2,98 \frac{\text{cal}}{\text{gr}}$, т. е. степени свободы, соответствующие вращению молекул, как бы постепенно исчезают. Никакого объяснения этому факту статистическая механика не дает.

Наконец, те многочисленные степени свободы молекул, которые проявляются в линейчатых спектрах, вопреки теории не оказывают влияния на теплоемкость.

Последнее десятилетие ознаменовалось изучением целого ряда фактов, которые составляют переход от чисто суммарного рассмотрения явлений к непосредственному изучению тех элементарных процессов, которые лежат в их основе. Эти опыты, более или менее приближающиеся к чисто микроскопической характеристике явлений, с несомненностью указывают, что суммарные величины составляют лишь статистические средние более простых элементарных, меняющихся в широких пределах в зависимости от не контролируемых опытом причин. Применение к такому рода явлениям теории вероятности вполне объясняет все наблюдаемые факты. На эти факты можно смотреть поэтому, как на непосредственную проверку некоторых положений статистической механики.

1. Броуновское движение. Еще в 1827 году английский ботаник Brown заметил постоянное беспорядочное движение микроскопических частиц, взвешенных в жидкости. Дальнейшее изучение показало, что это движение в такой же мере свойственно и неорганической природе и не может быть объяснено случайными причинами: тепловыми потоками, электризацией, освещением. Необходимо было допустить, что Броуновское движение есть результат невидимого теплового движения молекул, лежащего в основе кинетической теории материи. Применяя к движению микроскопических частиц в жидкости приведенные выше законы статистики, Einstein и Smoluchowsky нашли следующее выражение для среднего пути \bar{X} , который частичка пройдет в определенном направлении за время t :

$$\bar{X} = A \sqrt{t},$$

где по Einstein'у

$A^2 = \frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi a \zeta}$; здесь R — газовая постоянная; N — число Avogadro; a — диаметр частички, и ζ — коэффициент внутреннего трения. Более

того, Einstein и Smoluchowsky показали, что законы статистики заставляют с определенной вероятностью ожидать данных отклонений действительно пройденных путей x от среднего их значения \bar{x} ; величины отклонений $x - \bar{x}$ так же характерны для статистического метода, как и самая величина \bar{x} . Опыты Perrin'а с большой точностью подтвердили эти выводы. Кроме того, Perrin показал, что и распределение частиц по высоте количественно вполне совпадает с той барометрической формулой, к которой приводит закон равномерного распределения энергии между молекулами жидкости и взвешенными в ней частицами. Этот же закон оказался вполне приложимым и к вращательному движению Броуновских частиц.

II. Опалесценция. Законы статистики, устанавливая таким образом невероятнейшее состояние, в то же время заставляют ожидать и определенных отклонений от этого состояния и указывают, как часто мы можем ожидать появления данного отклонения. В частности, истинное распределение молекул в пространстве не должно вполне совпадать с наиболее вероятнейшим распределением — равномерным: от времени до времени плотность газа должна поэтому возрастать в одних и убывать в других местах. Изменения эти будут в большинстве случаев очень малы, т. к. изменение плотности вызывает и разность давлений, которые выравниваются со скоростью звука. Однако, вблизи критической точки величины $\frac{\partial p}{\partial v}$ и $\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}$ имеют значения, близкие к нулю. Smoluchowsky вычислил те отклонения от однородности, которые должны иметь место вблизи критической точки и которые действительно проявляются в виде „опалесценции“ жидкости, помутнения ее вследствие оптической неоднородности. Теория Smoluchowsk'ого и Einstein'а и в этом вопросе находится в полном согласии с измерениями, произведенными Keesom'ом. Голубой цвет неба также вполне удовлетворительно количественно объясняется рассеянием вокруг случайно возникающих неоднородностей в массе воздуха.

III. Испускание электронов раскаленными металлами. В 1884 году Edison заметил, что в пустоте происходит перенос заряда от раскаленного металла к окружающим телам. Опыты Mac Clelland'а и J. J. Thomson'а показали, что явление Эдисона состоит в излучении отрицательных электронов. Естественно предполагать, что мы имеем здесь дело с испарением свободных электронов, участвующих в тепловом движении металла и вызывающих его электро- и теплопроводность. Электроны в металле можно рассматривать, как одноатомный газ, к которому применимы все сделанные нами выводы. В то время, однако, как для изучения отдельных газовых молекул у нас нет никаких средств, электрические заряды, которыми обладают электроны, позволяют применить для их регистрации гораздо более тонкие электрические методы. Richardson'у удалось измерить как среднюю кинетическую энергию электронов, так и распределение скоростей между электронами, определяемое функцией w . Richardson помещал в пустоте против раскаленной пластинки металла другую холодную, соединенную с электрометром. Если между

пластинками существует определенная разность потенциалов, то электроны должны будут совершить некоторую работу во время перехода. Обозначим через v_0 начальную скорость электрона, через ϵ его заряд, через μ — массу и через P разность потенциалов между пластинками. Очевидно, что из всего потока, испускаемого горячей пластинкой, только те электроны достигнут холодной, начальная скорость которых удовлетворяет условию:

$$\frac{1}{2} \mu v_0^2 > \epsilon P.$$

Измеряя силу тока при различных разностях потенциалов, можно установить общее число электронов, испускаемых пластинкой в единицу времени со скоростями, превышающими данную величину, и таким образом изучить вид функции w . Опыты Richardson'a показали, что функция w вполне отвечает закону Maxwell'a-Boltzmann'a, выражаемому уравнением (46).

IV. Так же успешно было применение статистических методов к изучению явлений ионизации и восстановления газов, а также статистическая теория пара- и ферромагнетизма P. Langevin'a и P. Weiss'a.

V. Радиоактивный распад. Так как явления радиоактивности сопровождаются выделением заряженных частиц, обладающих громадными начальными скоростями, то Rutherford'у и Geiger'у удалось обнаружить полет каждой отдельной частицы по вызываемой ею ионизации, а Regeuer'у по вспышке на флуоресцирующем экране. Измерения показали, что точные суммарные законы радиоактивного распада имеют статистический характер, и что те отклонения от среднего значения числа разрушенных за данное время атомов, к которым приводит теория вероятностей, с достаточной точностью подтверждается на опыте.

VI. Фотоэлектрический эффект. Опыты А. Ф. Иоффе и Е. Мауер'a показали, что и испускание отдельных электронов под влиянием освещения также представляют собою явление статистическое, подчиняющееся законам статистики.

§ 9. Применение статистической механики к излучению. Теории I. H. Jeans'a и H. A. Lorentz'a. Приведенный выше ряд опытных фактов с несомненностью доказывает преимущество статистического метода перед классической формулировкой начал термодинамики материальных тел. Это не дает нам еще права переносить те же методы и на явления, происходящие в эфире, и не подчиняющиеся уравнениям Гамильтона. Однако, M. Laue показал, что и в этой области явления интерференции света приводят к противоречию со вторым началом термодинамики в его классической формулировке, а именно — к уменьшению энтропии изолированной системы; это противоречие весьма просто разрешается, если второе начало свести к законам вероятности.

Распространяющейся в пространстве лучистой энергии мы должны были приписать некоторую энтропию, т. к. при излучении энтропия излучающего тела уменьшается. Кроме того, мы можем говорить и о температуре пучка света, определяя ее, как температуру такого тела, с ко-

торым пучок данной интенсивности и числа колебаний находился бы в термодинамическом равновесии. Связь между энтропией S , температурой T и интенсивностью K пучка выражается общим термодинамическим уравнением:

$$\frac{\partial S}{\partial K} = \frac{1}{T}$$

Очевидно

$$\frac{\partial S}{\partial K} > 0$$

Дифференцируя это выражение, получим, что

$$\frac{\partial^2 S}{\partial K^2} = -\frac{1}{T^2} \frac{\partial T}{\partial K}$$

Но при одинаковом спектральном составе температура пучка тем выше, чем больше его интенсивность; следовательно

$$\frac{\partial T}{\partial K} > 0; \quad \frac{\partial^2 S}{\partial K^2} < 0.$$

Установленные нами неравенства позволяют выразить зависимость между энтропией пучка и его интенсивностью кривой, образующей по-

Рис. 214.

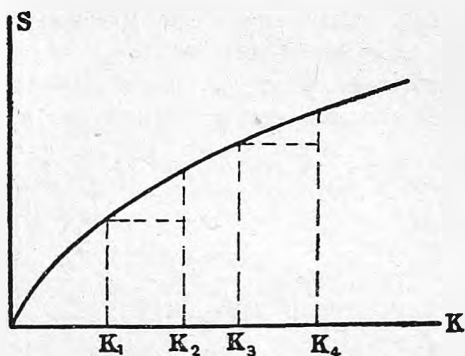
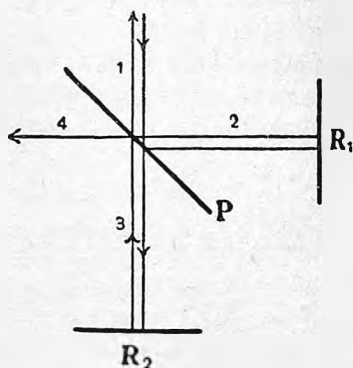


Рис. 215.



всюду положительный угол с осью k и обращенной выпуклостью вверх. Если мы на оси абсцисс выберем 4 точки так, чтобы

$$K_4 - K_3 = K_2 - K_1 \quad \dots \quad (56)$$

то в силу указанного характера кривизны

$$S_4 - S_3 < S_2 - S_1 \quad \dots \quad (57)$$

Выражения (56) и (57) можно переписать так:

$$K_1 + K_4 = K_2 + K_3 \quad \dots \quad (56, a)$$

$$S_1 + S_4 < S_2 + S_3, \quad \dots \quad (57, a)$$

т. е. сумма энтропий двух пучков при одинаковой энергии тем меньше, чем больше разность интенсивностей, (а следовательно и температур) между ними — совершенно так же, как и для материальных тел. Отсюда можно было бы заключить, что увеличение разности интенсивностей 2-х пучков при постоянной энергии невозможно, т. к. оно ведет к уменьшению энтропии системы.

Тем не менее явления интерференции дают достаточное число случаев, где разность интенсивностей увеличивается без какой-либо компенсации. Рассмотрим, напр., явление, лежащее в основе интерферометра Michelson'a: отраженные от зеркал лучи 2 и 3, падая на полупрозрачную пластинку, создают 2 новых луча 1 и 4, при чем, пренебрегая поглощением в пластинке, мы на основании закона сохранения энергии можем написать:

$$K_1 + K_4 = K_2 + K_3 = K_0 \dots \dots \dots (56, b)$$

Обозначая коэффициент отражения пластинки под данным углом через r и предполагая, что отражение от зеркал происходит без поглощения, мы получим

$$K_2 = r K_0.$$

$$K_3 = (1 - r) K_0.$$

В направлении пучка 4 складываются 2 луча с интенсивностями $r(1 - r) K_0$. Положим, что зеркала поставлены таким образом, что разность хода для этих 2-х лучей равна нулю; тогда по законам интерференции получается пучок, амплитуда которого равна сумме амплитуд составляющих, т. е. удвоенной амплитуде отдельного луча. Следовательно интенсивность пучка 4 равна учетверенной интенсивности отдельного луча

$$K_4 = 4r(1 - r) K_0.$$

Наконец из уравнения (56, b) следует

$$K_1 = (1 - 4r + 4r^2) K_0 = (1 - 2r)^2 K_0.$$

Итак, до встречи с пластинкой

$$K_3 - K_2 = (1 - 2r) K_0,$$

после же интерференции разность интенсивностей

$$K_4 - K_1 = (8r - 8r^2 - 1) K_0.$$

При всех значениях

$$\frac{1}{4} < r < \frac{3}{4}$$

$$|8r - 8r^2 - 1| > |1 - 2r|$$

и следовательно

$$K_4 - K_1 > K_3 - K_2.$$

На основании доказанного ранее положения отсюда следует, что

$$S_1 + S_4 < S_2 + S_3, \dots \dots \dots (57, b)$$

т. е. энтропия 2-х лучей 2 и 3 после встречи с пластинкой уменьшается при постоянной энергии и без каких-либо компенсирующих явлений. Этот результат противоречит классической формулировке 2-го начала термодинамики. Последнее выводится из невозможности *perpetuum mobile* II рода; можно было бы поэтому думать, что явления интерференции позволят осуществить и *perpetuum mobile* II рода. Это заключение однако не оправдывается, т. к. для использования энергии в машине необходимо обратимо поглотить интерферирующие лучи материальным телом, а при этом мы лишаем их способности интерферировать. Таким образом практического значения установленный парадокс не имеет; однако, он заставляет либо отказаться от положения о неизбежном росте энтропии изолированной системы, составляющем содержание 2-го начала, либо не признавать выражения $S_2 + S_3$ и $S_1 + S_4$ за энтропию системы, до и после интерференции, т. е. отказаться от свойства аддитивности энтропии. Принимая это последнее решение, мы не можем более считать энтропию 2-х отдельных пучков света всегда равной сумме их энтропий. Причиной служит их способность интерферировать, которая проявляется при сложении лучей. Противоречие нельзя устранить допущением, что энтропия пучка определяется, кроме его интенсивности и спектрального состава, еще каким-нибудь свойством, проявляющимся при интерференции, так как разница между пучками способными и неспособными интерферировать сказывается лишь при их суммировании. Способность интерферировать зависит от существования определенной связи между фазами колебаний двух пучков, практически эта связь может быть достигнута только при общности происхождения. С точки зрения классической термодинамики, применение одних правил сложения энтропий к 2-м отдельным пучкам, происходящим из одного источника, и других правил к лучам различного происхождения представляется новым произвольным допущением.

Стоит нам, однако, стать на точку зрения термодинамики статистической, определяющей энтропию через вероятность состояния, как наш результат становится очевидным следствием теории вероятностей. Действительно, только для независимых друг от друга событий теория вероятности утверждает, что вероятность их одновременного существования равна произведению вероятностей.

$$W = W_1 \cdot W_2$$

и следовательно только для таких двух явлений

$$\log W = \log W_1 + \log W_2; \quad S = S_1 + S_2.$$

Если же события не независимы друг от друга, а связаны определенными зависимостями, то

$$W_{не} = W_1 W_2$$

и

$$S_{не} = S_1 + S_2.$$

М. Лауе дал также выражение для энтропии 2-х и более пучков света в общем случае, когда пучки способны лишь к частичной интерференции. Положим, что мы имеем два пучка с интенсивностями K_1 и K_2 , при чем второй состоит из 1) части K_2' , связанной с K_1 общностью происхождения 2) части K_2'' , независимой от K_1 ; Лауе обозначает через

$$i = \frac{K_2'}{K} \dots \dots \dots (58)$$

степень зависимости двух лучей (Koherenz) и через

$$j = (1 - i) = \frac{K_2''}{K} \dots \dots \dots (58, a)$$

степень их независимости (Inkoherenz). Энтропия S этих двух пучков по Лауе равна не сумме энтропий пучка K_1 и K_2 , а сумме энтропий 2-х пучков, интенсивности которых являются определенными функциями K_1 , K_2 и j .

$$S = S \left[\frac{K_1 + K_2}{2} + \sqrt{\frac{(K_1 + K_2)^2}{4} - j K_1 K_2} \right] + S \left[\frac{K_1 + K_2}{2} - \sqrt{\frac{(K_1 + K_2)^2}{4} - j K_1 K_2} \right] \dots \dots \dots (59)$$

Отсюда получаем для энтропии двух независимых друг от друга пучков при $j = 1$.

$$S = S(K_1) + S(K_2);$$

в этом случае закон аддитивности энтропий справедлив, а для 2-х лучей, имеющих общее происхождение, полагая $j = 0$, получаем:

$$S = S(K_1 + K_2),$$

т. е. энтропия 2-х пучков, связанных общностью происхождения, равна энтропии одного пучка, обладающего интенсивностью, равной сумме интенсивностей обоих пучков. Поэтому при прохождении пучка через плоскость раздела 2-х сред, несмотря на расщепление одного пучка на два: отраженный и преломленный, энтропия не изменяется — следовательно явление обратимо, тогда как применяя к этому случаю закон сложения энтропий, мы должны были бы считать отражение и преломление необратимыми явлениями. Чтобы убедиться в этом, достаточно положить в выражениях (56) и (57) $K_1 = 0$; $S_1 = 0$.

Для решения вопроса об определенном оптическом явлении необходимо принимать во внимание степень зависимости между собою различных пучков. Так, напр., поглощение отдельного пучка, испускаемого телом при температуре T другим телом той же температуры, нельзя считать явлением вполне обратимым, так как, хотя второе тело и испускает такой же по интенсивности пучок, но он обладает другим распределением

фаз и не способен интерферировать с остальным излучением первого тела. Только в том случае, когда все излучение первого тела поглощается вторым, явление обратимо.

Точно также степень зависимости отдельных лучей определяет обратимость явлений диффракции. По Laue рассеяние света вокруг большого числа неправильно расположенных мелких частиц (обуславливающее, напр., голубой свет неба) необратимо. Диффракционная же решетка с бесконечно большим числом геометрически правильно расположенных элементов вызывает рассеяние вполне обратимое.

Приведенные выше соображения М. Лауэ дают нам право рассматривать термодинамику излучения со статистической точки зрения. Можно было бы ожидать, что в виду простоты явлений, происходящих в эфире, применение к излучению общих законов статистической механики дает такое же полное и согласное с опытом решение, как для идеального одноатомного газа. Однако, вычисленное на этом основании Ж. Н. Жеанс'ом распределение энергии в спектре черного тела оказалось в полном противоречии с действительностью. Эта неудача служит главным оправданием тех произвольных гипотез, которые пришлось ввести М. Планк'у в его статистическую теорию излучения, и которые тогда привели к полному согласию с опытом. Приведем рассуждение Жеанс'а, основанное на мысли, высказанной несколько ранее лордом Rayleigh'ем.

Рассмотрим излучение, заключенное в кубический ящик с абсолютно отражающими стенками.

Обозначим через l длину стороны куба и направим оси координат по трем ребрам его. Лучистая энергия внутри куба удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta u, \dots \dots \dots (60)$$

при чем на гранях куба электрические и магнитные силы подчинены условиям идеального отражения: так напр., для $x = 0$ и $x = l$: $\mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_z = 0$; $\mathfrak{H}_x = 0$.

Значения электрических и магнитных сил, удовлетворяющих этим условиям, могут быть выражены, как сумма частных решений

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_x &= \cos \frac{a\pi x}{l} \sin \frac{b\pi y}{l} \sin \frac{c\pi z}{l} [e_1 \cos(2\pi\nu t + \varphi) + e_1' \sin(2\pi\nu t + \varphi')] \\ \mathfrak{E}_y &= \sin \frac{a\pi x}{l} \cos \frac{b\pi y}{l} \sin \frac{c\pi z}{l} [e_2 \cos(2\pi\nu t + \varphi) + e_2' \sin(2\pi\nu t + \varphi')] \\ \mathfrak{E}_z &= \sin \frac{a\pi x}{l} \sin \frac{b\pi y}{l} \cos \frac{c\pi z}{l} [e_3 \cos(2\pi\nu t + \varphi) + e_3' \sin(2\pi\nu t + \varphi')] \\ \mathfrak{H}_x &= \sin \frac{a\pi x}{l} \cos \frac{b\pi y}{l} \cos \frac{c\pi z}{l} [h_1 \sin(2\pi\nu t + \varphi) - h_1' \cos(2\pi\nu t + \varphi')] \\ \mathfrak{H}_y &= \cos \frac{a\pi x}{l} \sin \frac{b\pi y}{l} \cos \frac{c\pi z}{l} [h_2 \sin(2\pi\nu t + \varphi) - h_2' \cos(2\pi\nu t + \varphi')] \\ \mathfrak{H}_z &= \cos \frac{a\pi x}{l} \cos \frac{b\pi y}{l} \sin \frac{c\pi z}{l} [h_3 \sin(2\pi\nu t + \varphi) - h_3' \cos(2\pi\nu t + \varphi')] \end{aligned} \quad (61)$$

соответствующих любой комбинации целых чисел a, b, c , при чем из уравнения (60) получаем

$$\frac{4l^2 \nu^3}{C^2} = a^2 + b^2 + c^2 \dots \dots \dots (62)$$

Уравнения

$$\text{div } \mathfrak{E} = 0; \quad \text{div } \mathfrak{H} = 0$$

дают:

$$\left. \begin{aligned} a e_1 + b e_2 + c e_3 &= 0 \\ a e_1' + b e_2' + c e_3' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (63)$$

$$\left. \begin{aligned} a h_1 + b h_2 + c h_3 &= 0 \\ a h_1' + b h_2' + c h_3' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (63, a)$$

А из уравнения

$$\frac{1}{C} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl } \mathfrak{E}$$

получаем:

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{C}{2l\nu} (c e_2 - b e_3) \\ h_2 &= \frac{C}{2l\nu} (a e_3 - c e_1) \dots \dots \dots (64) \\ h_3 &= \frac{C}{2l\nu} (b e_1 - a e_2) \end{aligned}$$

и подобные же 3 уравнения для h_1', h_2', h_3' .

Уравнения (61) выражают одно из собственных колебаний куба, при чем целые числа a, b, c определяют число узлов, а постоянные $e_1, e_2 \dots h_3'$ амплитуды колебаний. Всякое состояние электромагнитной энергии в кубе можно рассматривать, как наложение ряда собственных колебаний.

Число колебаний ν , соответствующее данным a, b, c , определяют уравнением (62).

Для вычисления термодинамической вероятности выразим электромагнитную энергию в нормальных координатах. Энергия по физическому ее значению разбивается на два слагаемых: электрическую

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{1}{8\pi} \iiint_0^l \mathfrak{E}^2 dx dy dz = \frac{l^3}{8\pi} \overline{\mathfrak{E}^2} = \frac{1}{8\pi} \frac{l^3}{8} [(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2) + (e_1'^2 + e_2'^2 + e_3'^2)] \\ &= \frac{1}{8\pi} \frac{l^3}{8} (e^2 + e'^2) \end{aligned}$$

и магнитную

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{1}{8\pi} \iiint_0^l \mathfrak{H}^2 dx dy dz = \frac{l^3}{8\pi} \overline{\mathfrak{H}^2} = \frac{1}{8\pi} \frac{l^3}{8} (h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + h_1'^2 + h_2'^2 + h_3'^2) \\ &= \frac{1}{8\pi} \frac{l^3}{8} (h^2 + h'^2); \end{aligned}$$

здесь $\bar{\mathcal{E}}$ и $\bar{\mathcal{H}}$ обозначают средние значения электрической и магнитной силы. Принимая, что U_e соответствует потенциальной энергии, а U_m — кинетической, Н. А. Lorentz'у удалось привести уравнения электродинамики к выражению, совершенно аналогичному принципу наименьшего действия Гамильтона, из которого выводятся и уравнения (53).

Введем в качестве обобщенной координаты q электрическую силу e . Для определения момента p , соответствующего координате q , подставим в уравнение Maxwell'a: $\frac{1}{C} \bar{\mathcal{E}} = \text{curl } \bar{\mathcal{H}}$, значение $\bar{\mathcal{H}}$ из уравнений (61) и воспользуемся соотношением (63, a):

$$\frac{1}{C^2} \dot{e}^2 = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot (a^2 + b^2 + c^2) h^2$$

или на основании (62):

$$\dot{e}^2 = 4\pi^2 \nu^2 h^2.$$

Кинетическая (магнитная) энергия выразится тогда через $\dot{e} = \dot{q}$

$$U_m = \frac{l^3}{8\pi} \cdot \frac{1}{4\pi^2 \nu^2} \dot{e}^2.$$

Отсюда получаем наконец для момента p

$$p = \frac{\partial U_k}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial U_m}{\partial \dot{e}} = 2 \frac{e^3}{8\pi} \cdot \frac{1}{4\pi^2 \nu^2} \dot{e}$$

$$\dot{e} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8\pi}{l^3} \cdot 4\pi^2 \nu^2 \cdot p.$$

Итак, в нормальных координатах электромагнитная энергия внутри зеркального куба выразится:

$$U = U_e + U_m = \frac{l^3}{8\pi} q^2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{8\pi}{l^3} \cdot 4\pi^2 \nu^2 \cdot p^2 \quad \dots \dots \dots (65)$$

Точно также получим для второй части энергии

$$U' = \frac{l^3}{8\pi} q'^2 + \frac{1}{4} \frac{8\pi}{l^3} 4\pi^2 \nu^2 p'^2 \quad \dots \dots \dots (65, a)$$

Таким образом лучистая энергия удовлетворяет тем условиям, которые ставит статистическая механика для применения закона о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Из выражения для электромагнитной энергии видно, что каждому собственному колебанию ящика, выражаемому формулами (61) с определенными значениями целых чисел a, b, c , — соответствуют 4 степени свободы. Действительно, хотя 12 величин $e_1 e_2 e_3 h_1 h_2 h_3 e'_1 e'_2 e'_3 h'_1 h'_2 h'_3$ связаны между собою 10 уравнениями (63) и (64), но уравнения (63) являются следствиями уравнений (64) и (64, a), так что число независимых друг от друга уравнений 8, а число независимых переменных 4.

Определим, сколько различных собственных колебаний (т. е. сколько различных комбинаций чисел a, b, c) обладает числами колебаний, лежащими в интервале между ν и $\nu + d\nu$. Для этого нанесем числа a, b, c , по осям прямоугольных координат. Весь положительный октант будет

заполнен пространственной решеткой из точек, соответствующих различным комбинациям целых чисел a, b, c ; при чем точки эти будут заполнять октант с равномерной плотностью, а именно по одной точке на единицу объема. Радиус-вектор определяет число колебаний ν ,

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{2l\nu}{c}$$

Проведем две шаровые поверхности из начала координат, как центра, с радиусами: $\frac{2l\nu}{c}$ и $\frac{2l(\nu + d\nu)}{c}$. В шаровом слое между этими двумя поверхностями должны лежать все значения a, b, c , удовлетворяющие поставленному условию; а так как плотность точек во всем октанте постоянная, то для больших значений $\frac{2l\nu}{c}$ и $\frac{2l d\nu}{c}$ число точек можно считать равным объему слоя, т. е.

$$\frac{1}{8} 4\pi \left(\frac{2l\nu}{c}\right)^2 \frac{2l d\nu}{c} = \frac{4\pi l^3}{c^3} \nu^2 d\nu$$

Каждой точке соответствует одно собственное колебание, которое обладает 4 степенями свободы. Поэтому общее число степеней свободы всех собственных колебаний, лежащих в интервале между ν и $\nu + d\nu$, равно:

$$\frac{16\pi l^3}{c^3} \nu^2 d\nu,$$

а так как на каждую степень свободы при тепловом контакте с телом температуры T приходится в среднем $\frac{1}{2} kT$ энергии, то количество энергии, лежащей в данном интервале:

$$u_\nu d\nu = 8\pi \frac{l^3}{c^3} kT \nu^2 d\nu.$$

Подставляя сюда $U_\nu = l^3 u_\nu$, мы получаем выражение для плотности энергии u_ν черного излучения при температуре T :

$$u_\nu = \frac{8\pi k}{c^3} \nu^2 T \dots \dots \dots (66)$$

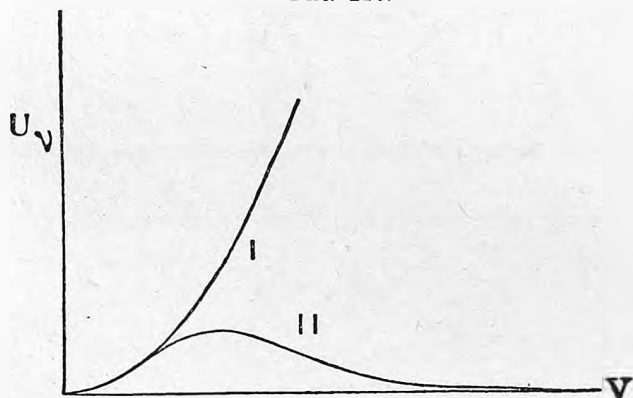
Выражение это удовлетворяет закону смещения В. Вина, однако

$$\int_0^\infty u_\nu d\nu$$

при конечном T обращается в бесконечность, следовательно распределение Jeans'a-Rayleigh'a требует бесконечно большой плотности энергии. Изложенный вывод страдает тем недостатком, что из него не видно того механизма, который должен привести излучение в равновесное состояние. Действительно, электромагнитные волны в ящике с неподвижными и непоглощающими стенками сохраняют свои числа колебаний и не могут обмениваться энергией; в таком кубе нет тенденции к переходу в черное излучение. Достаточно, однако, поместить в куб некоторое количество газовых молекул, обладающих конечной поглощательной способностью

для всех длин волн, чтобы привести излучение в равновесное состояние, температура которого определяется температурой газа. Формула Jeans'a требует, чтобы при этом вся энергия из газа, обладающего конечным числом степеней свободы, перешла в эфир, обладающий бесконечно большим числом степеней свободы, а именно — учетверенным числом точек в положительном октанте. Таким образом формула Jeans'a отвергает самую возможность достижения термодинамического равновесия между материей и излучением, которое тем не менее является повседневным опытным фактом. Lummer и Pringsheim указали на ряд других несообразностей, к которым приводит формула (66). Эти противоречия, однако с неизбежностью, вытекают из основного положения о распределении энергии поровну между всеми степенями свободы системы, — положения, которое не оправдалось и для внутренних степеней свободы материальных молекул, для многоатомных газов и твердых тел. Необ-

Рис. 216.



ходимо однако отметить, что хотя формула Jeans'a и противоречит опыту, но она тем не менее представляет собою весьма хорошее приближение к опытным данным в определенных пределах. Действительно, формула Planck'a, которая находится в наилучшем согласии с опытом,

$$u_{\nu} = \frac{8\pi\nu^3}{c^3} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}$$

при малых значениях $\frac{h\nu}{kT}$ переходит в формулу Jeans'a. Для наиболее длинных волн закон равномерного распределения энергии оказывается справедливым, и отклонения становятся тем значительнее, чем больше ν . В то время, как по формуле Planck'a u_{ν} , достигая максимума, падает затем с возрастанием ν и стремится асимптотически к нулю, по Jeans'у u_{ν} непрерывно возрастает до бесконечности по параболе. Связь между обеими формулами ясно видна на рис. 116.

Совершенно иным чисто физическим путем пришел к той же формуле (66) Н. А. Lorentz, исходя из своей электронной теории металлов, согласно которой электроны участвуют в тепловом движении, обладая всеми свойствами идеального газа. Электроны движутся прямолинейно и равномерно до столкновения с молекулой металла, после чего они изменяют величину и направление скорости. Во время столкновения электрон обладает ускорением и вследствие этого излучает электро-магнитную энергию. Предполагая: 1) что продолжительность столкновения очень мала по сравнению с продолжительностью свободного пробега электрона

между молекулами; 2) что скорости электронов подчинены тому же закону Maxwell'a (ур. 46), что и газовые молекулы, и разлагая электромагнитные импульсы, вызываемые ускорением электронов, в ряд Фурье, Н. А. Lorentz нашел следующее выражение для энергии, заключенной в интервале между ν и $\nu + d\nu$, излучаемой тонким металлическим слоем площадью df и толщиной δ в направлении телесного угла $d\Omega$:

$$E_\nu d\nu d\Omega df = \frac{e^2 \bar{l} u N}{3 c^3} \nu^2 d\nu \delta d\Omega df, \dots \dots \dots (67)$$

где

- e — заряд электрона
- \bar{l} — средний свободный путь электрона между двумя столкновениями
- \bar{u} — средняя скорость электронов
- N — число электронов в единице объёма
- c — скорость света

С другой стороны можно вычислить коэффициент поглощения для той же пластинки на основании ее электропроводности σ

$$A = \frac{\sigma}{c} \delta$$

и согласно электронной теории металлов выразить электропроводность формулой:

$$\sigma = \frac{e^2 \bar{l} u N}{6 k T},$$

откуда

$$A = \frac{e^2 \bar{l} u N}{6 c k T} \cdot \delta \dots \dots \dots (68)$$

Разделив уравнение (67) на (68), мы получаем

$$K_\nu = \frac{E_\nu}{A} = \frac{2k}{c^2} \nu^2 T, \dots \dots \dots (69)$$

т. е. отношение $\frac{E_\nu}{A}$ есть универсальная функция температуры и числа колебаний (закон Кирхгофа), подчиняющаяся, как легко видеть, закону смещения Вина. Переходя к плотности черного излучения, мы получим

$$u_\nu = \frac{4\pi}{c} K_\nu = \frac{8\pi k}{c^2} \nu^2 T \dots \dots \dots (69, a)$$

в полном согласии с формулой Rayleigh-Jeans'a (66).

При выводе формулы черного излучения из электронной теории металлов сделано было, кроме общего применения законов статистической механики, еще особое упрощающее допущение, что период столкновения очень мал. Это допущение ограничивает применимость формулы областью длинных волн или высоких температур. Однако, вычисление, сделанное Мс. Лаген'ом, показывает повидимому, что, отбросив это допущение, мы все же придем к формуле Jeans'a, а не к более общей формуле Planck'a.

Наконец, ту же формулу Jeans'a получили Einstein и Норф из рассмотрения равновесия между молекулами, подверженными Броуновскому движению, и излучением.

§ 10. Теория М. Планк'a. Результаты, к которым пришли Jeans и Н. А. Lorentz, показывают, что статистическая теория лучистой энергии не может быть приведена в согласие с опытом без каких-нибудь новых гипотез. М. Планк'у удалось установить те новые допущения, которые приводят статистическую теорию излучения к результатам, совпадающим с непосредственными измерениями. С точки зрения статистики гипотезы Планк'a сводятся к утверждению, что размеры участков при исчислении термодинамической вероятности должны иметь вполне определенную конечную величину и форму. С точки зрения электродинамики гипотезы Планк'a приводят к утверждению, что обмен лучистой энергии, т. е. испускание и поглощение ее материальными телами, происходит скачками, при чем по первой теории Планк'a (1901) тело может и излучать и поглощать энергию лишь в количествах, кратных величине $\varepsilon = h\nu$, где ν число колебаний, а h некоторая универсальная величина, имеющая измерение количества действия [erg. sec.]. По второй теории Планк'a (1909) только испускание подчинено этому закону, поглощение же энергии происходит непрерывно.

Термодинамическая теория лучистой энергии строится Планк'ом при помощи представления об электромагнитных резонаторах, которые обмениваются энергией с окружающим их излучением. Так как свойства черного излучения не зависят от индивидуальных свойств излучающих тел, то для указанной цели можно пользоваться любыми излучателями, лишь бы они не противоречили требованиям термодинамики. Планк рассматривает поэтому простейший резонатор — диполь, подчиняя его еще дополнительному требованию об испускании (или поглощении) целых порций энергии $n\varepsilon$.

Для того, чтобы удовлетворить закону смещения Вина и следовательно 2-му началу, из которого он вытекает, Планк принимает величину этих порций пропорциональной числу колебаний $\varepsilon = h\nu$; значение коэффициента h определяется затем из измерений черного излучения. Рассматривая условия наиболее вероятного распределения энергии между этими резонаторами и их излучением, Планк приходит наконец к своей формуле черного излучения.

Однако, как показал Debye, для вывода формулы Планк'a нет необходимости вводить определенную теорию резонаторов. К той же формуле можно придти, следуя методу Jeans'a, если только, вместо равномерного распределения энергии по степеням свободы, вычислить наиболее вероятное распределение в предположении, что энергия данного собственного колебания всегда должна быть кратной величины $\varepsilon = h\nu$; это допущение вполне эквивалентно первой гипотезе Планк'a.

Состояние лучистой энергии в кубе зависит от распределения энергии и фаз φ отдельных колебаний. Энергию же мы выразили через обобщенную координату q и момент p .

Выберем эти 3 величины p, q и φ за оси координат; тогда каждая точка соответствует определенному собственному колебанию, а распределение точек в пространстве вполне определяет состояние лучистой энергии для данного ν .

Так как по нашему допущению энергия колебания u, u' (см. уравн. 65) должна быть кратной величины $h\nu$, то точки могут находиться лишь на эллипсах, удовлетворяющих уравнениям:

$$\frac{l^3}{8\pi} q^2 + \frac{1}{4} \frac{8\pi}{l^3} 4\pi^2 \nu^2 p^2 = \varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots$$

Относительно 3-ей координаты φ мы допускаем, что все значения ее от O до 2π обладают одинаковой вероятностью, и не определяем ближе размера участка вероятности. Так как фаза колебания не влияет на величину энергии, то распределение энергии в направлении оси φ , не связанное никакими условиями, должно быть равномерным.

Сделавши эти допущения, нетрудно вычислить термодинамическую вероятность данного распределения и найти наиболее вероятное распределение. Положим, что из общего числа N собственных колебаний данного ν , n_0 лежит на эллипсе $u = 0$ (в начале координат); n_1 — на эллипсе, определяемом энергией $u = \varepsilon$; n_2 на эллипсе $u = 2\varepsilon$ и т. д. Вероятность такого распределения

$$W = \frac{N!}{n_0! n_1! n_2! \dots}$$

а энтропия

$$S = k \log w = k(N \log N - \sum_{i=0}^{i=\infty} n_i \log n_i) \dots \dots \dots (70)$$

Сохраняя постоянным как общее число собственных колебаний,

$$N = \sum_{i=0}^{i=\infty} n_i,$$

так и общую энергию

$$U = \sum_{i=0}^{i=\infty} n_i i \varepsilon,$$

мы получим наиболее вероятное распределение их условия

$$\delta S + \alpha \delta N - \beta \delta U = 0;$$

или, подставляя значения S, N и U , получаем $\log n_i + i\beta + 1 + \alpha = 0$. Откуда

$$n_i = C e^{-\beta i} \dots \dots \dots (71)$$

Значение постоянных C и β определится из условий

$$C \sum_{i=0}^{i=\infty} e^{-\beta i} = N \dots \dots \dots (72)$$

$$C \varepsilon \sum_{i=0}^{i=\infty} i e^{-\beta i} = U \dots \dots \dots (72, a)$$

Разделим 2-ое уравнение на 1-ое.

$$\frac{\sum i e^{-\beta i}}{\sum e^{-\beta i}} = \frac{U}{N\varepsilon}$$

Значения обеих сумм, выраженные в формулах (44), (44'), дают:

$$\frac{1}{e^\beta - 1} = \frac{U}{N\varepsilon}; \quad e^\beta = 1 + \frac{N\varepsilon}{U}.$$

Подставив это значение в уравнение (72), получаем

$$C = N \frac{N\varepsilon}{U + N\varepsilon},$$

а уравнение (71) дает:

$$n_i = N \frac{N\varepsilon}{U + N\varepsilon} \left(\frac{U}{U + N\varepsilon} \right)^i \dots \dots \dots (73)$$

Подставляя наконец полученное нами невероятнейшее распределение n_2 в формулу (70), мы получаем следующее выражение для энтропии равновесного монохроматического излучения в зависимости от энергии U в кубе и числа отдельных собственных колебаний N :

$$S_v = k N \log N - k \sum_{i=0}^{i=\infty} N \frac{N\varepsilon}{U_v + N\varepsilon} \left(\frac{U_v}{U_v + N\varepsilon} \right)^i \left[\log N \frac{N\varepsilon}{U_v + N\varepsilon} + i \log \frac{U_v}{U_v + N\varepsilon} \right],$$

что после некоторых алгебраических преобразований можно представить в виде:

$$S_v = k N \left[\left(1 + \frac{U_v}{N\varepsilon} \right) \log \left(1 + \frac{U_v}{N\varepsilon} \right) - \frac{U_v}{N\varepsilon} \log \frac{U_v}{N\varepsilon} \right] \dots \dots \dots (74)$$

Зная энтропию S и энергию U данного излучения, можно определить его температуру на основании 2-го начала из уравнения: $\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}$.

Выражение (74) дает:

$$\frac{\partial S_v}{\partial U_v} = \frac{k}{\varepsilon} \left[\log \left(1 + \frac{U}{N\varepsilon} \right) - \log \frac{U}{N\varepsilon} \right] = \frac{1}{T}$$

$$\log \frac{1 + \frac{U}{N\varepsilon}}{\frac{U}{N\varepsilon}} = \frac{\varepsilon}{kT}; \quad \frac{U}{N\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}$$

Отсюда мы получим для средней энергии \bar{u} одного собственного колебания куба в состоянии термодинамического равновесия при температуре T

$$\bar{u} = \frac{U}{N} = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1} \dots \dots \dots (75)$$

Совершенно так же получим для другой части:

$$\bar{u}' = \frac{U'}{N} = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}$$

Итак средняя энергия собственного колебания, обладающего 4 степенями свободы, равна

$$\bar{u}_0 = \frac{2 \varepsilon}{e^{kT} - 1}$$

А так как число собственных колебаний, лежащих в интервале между ν и $\nu + d\nu$, равно

$$N d\nu = \frac{4 \pi l^3}{c^3} \nu^2 d\nu,$$

то энергия, заключенная в этом интервале,

$$U_\nu d\nu = \frac{8 \pi l^3}{c^3} \nu^2 \frac{\varepsilon}{e^{kT} - 1}$$

Для плотности энергии отсюда следует

$$u_\nu = \frac{8 \pi}{c^3} \nu^2 \frac{\varepsilon}{e^{kT} - 1} \dots \dots \dots (76)$$

Остается определить величину ε , относительно которой нами пока не сделано никаких допущений, кроме ее конечности. Вид ее можно получить, подчинивши полученное нами излучение закону смещения Вина (30,а). Сравнивая оба выражения для плотности монохроматического излучения u_ν по формулам (30,а) и (76), легко видеть, что они могут быть совмещены при условии:

$$\varepsilon = h \nu \dots \dots \dots (76, а)$$

Это же условие обеспечивает постоянство исчисленной нами вероятности излучения при адиабатическом сжатии его. Действительно, уменьшим линейные размеры ящика Jeans'а в m раз, а объем его в m^3 раз; тогда на основании выведенных нами из принципа Доплера уравнений (27) энергия U_ν , число колебаний ν и величина порций $\varepsilon = h \nu$ возрастут в m раз, но

$$\frac{U_\nu}{\nu} = \text{const}; \quad \frac{U_\nu}{\varepsilon} = \text{const},$$

т. е. общее число порций энергии N не изменится. Из уравнения (73), относящегося к равновесному состоянию, видно, что и число собственных колебаний n_i , обладающих энергией $i\varepsilon$, не изменится; следовательно, не изменится и вероятность состояния всего черного излучения, как не изменится его энтропия.

Подставляя в выражение (76) вместо ε величину $h \nu$, мы получим в окончательной форме связь между плотностью энергии u_ν , числом колебаний ν и температурой T , т. е. искомый закон распределения энергии в спектре черного тела:

$$u_\nu = \frac{8 \pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{kT} - 1} \dots \dots \dots (77)$$

с большой точностью подтвержденный опытом.

Подставляя: $\varepsilon = h\nu$; $l = 1$ и $N = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$ в выражение для энтропии, мы получим связь между плотностью энтропии S_ν монохроматического излучения и плотностью энергии u_ν ,

$$s_\nu = \frac{8\pi k \nu^3}{c^3} \left[\left(1 + \frac{u_\nu c^3}{8\pi h \nu^3}\right) \log \left(1 + \frac{u_\nu c^3}{8\pi h \nu^3}\right) - \frac{u_\nu c^3}{8\pi h \nu^3} \log \frac{u_\nu c^3}{8\pi h \nu^3} \right] \quad (78)$$

Интенсивность неполяризованного пучка черного излучения

$$K_\nu = \frac{u_\nu c}{4\pi} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (79)$$

Отсюда можно, наоборот, определить температуру монохроматического пучка по его интенсивности:

$$T = \frac{h\nu}{k} \frac{1}{\log \left(\frac{2h\nu^3}{c^2 K_\nu} + 1 \right)} \quad (80)$$

Вторая гипотеза Planck'a. Изложенная теория приписывает электромагнитным колебаниям свойство, противоречащее уравнениям Maxwell'a. Если же отнести эти свойства на счет резонаторов, как и поступил Planck в своей теории, то к этим резонаторам, способным поглощать и испускать энергию лишь целыми кратными величины $h\nu$, нельзя прилагать уравнения колебания обычного диполя. В особенности большие затруднения представляет отказ от непрерывного поглощения энергии из электромагнитного поля. Поэтому Planck попытался заменить свою первую гипотезу другой, возможно менее нарушающей законы электродинамики и в то же время приводящей к той же формуле черного излучения. Этим условиям удовлетворяют резонаторы следующих свойств:

1) они поглощают энергию из окружающей среды непрерывно и равномерно со скоростью, пропорциональной плотности энергии в окружающей среде;

2) они излучают однако лишь в те моменты времени, когда их энергия проходит через значения ε , 2ε , 3ε и т. д., но тогда излучают сразу весь накопленный запас энергии.

3) Самый акт испускания в эти моменты есть явление статистическое, вероятность η которого определяется следующим допущением: Отношение вероятности того, что в момент достижения энергии $n\varepsilon$ не произойдет излучения к вероятности того, что излучение будет, пропорционально плотности энергии в окружающей среде:

$$\frac{1-\eta}{\eta} = p \cdot u,$$

при чем коэффициент p определяется таким образом, чтобы для больших значений u испускание перешло в испускание обычного диполя.

Степени свободы резонатора определяются из следующего выражения для энергии одного резонатора:

$$U = \frac{1}{2} K f^2 + \frac{1}{2} L \dot{f}^2,$$

где f обозначает момент диполя, т. е. произведение из заряда на расстоянии между полюсами, а \dot{f} производная момента по времени. Переменную f примем за координату q , тогда момент $p = \frac{\partial U}{\partial \dot{f}} = L \dot{f}$.

В противоположность допущениям, принятым в первой теории Планка, состояние резонатора может изображаться любой точкой пространства p, q . Однако эллипсы, соответствующие определенным количествам энергии,

$$u = \varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon \dots,$$

сохраняют свое значение, т. к. только при прохождении через такой эллипс точка, изображающая состояние резонатора, может перескочить внезапно к началу координат. Внутри одного кольца, лежащего между 2-мя соседними эллипсами, накопление энергии происходит равномерно и закономерно, поэтому положение точки внутри всего кольца одинаково возможно.

Для исчисления наивероятнейшего распределения N резонаторов с энергией U необходимо поэтому разбить пространство p, q или $f, L\dot{f}$ эллипсами

$$u = \varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon \dots,$$

на участки, при чем мы принимаем, что 1) вероятность изменяется лишь при переходе резонатора из одного участка, заключенного между эллипсами $u = (i - 1)\varepsilon$ и $u = i\varepsilon$, в другой кольцевой участок между $u = (k - 1)\varepsilon$ и $u = k\varepsilon$, передвижение же резонатора внутри одного и того же кольцевого участка совершенно не влияет на значение вероятности и 2) внутри каждого кольца резонаторы распределены равномерно, несмотря на различные энергии в разных точках кольца.

Обозначая число резонаторов, находящихся в i -том кольце, через n_i , мы получим на основании сделанных выше допущений:

$$S = k N \log N - k \sum_{i=1}^{i=\infty} n_i \log n_i$$

$$N = \sum_{i=1}^{i=\infty} n_i$$

$$U = \sum_{i=1}^{i=\infty} n_i \left(i - \frac{1}{2} \right) \varepsilon.$$

Требование $\delta S = 0$ при $\delta N = 0$, $\delta U = 0$ приводит к выражению для n_i :

$$n_i = C e^{-\beta i} \dots \dots \dots (71)$$

при чем для постоянных C и β получаем:

$$C = \frac{2N\varepsilon}{2U - N\varepsilon} \dots \dots \dots (72, b)$$

$$e^\beta = \frac{2U + N\varepsilon}{2U - N\varepsilon} \dots \dots \dots (72, c)$$

Отсюда:

$$S_v = kN \left[\left(\frac{U_v}{N\varepsilon} + \frac{1}{2} \right) \log \left(\frac{U_v}{N\varepsilon} + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{U_v}{N\varepsilon} - \frac{1}{2} \right) \log \left(\frac{U_v}{N\varepsilon} - \frac{1}{2} \right) \right] \dots (81)$$

Наконец из выражения второго начала: $\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}$ получим для средней энергии резонатора при температуре T

$$\bar{u} = \frac{U}{N} = \varepsilon \left(\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1} + \frac{1}{2} \right) \dots \dots \dots (82)$$

Для того чтобы перейти к формуле черного излучения, необходимо установить связь между величиной u и плотностью монохроматического излучения u_ν , с которой резонаторы находятся в равновесии. С этой целью Планк рассматривает условия стационарности для резонаторов, подчиняя их условию, чтобы за данное время из участка $[(i-1)\varepsilon$ до $i\varepsilon]$ ушло столько же резонаторов в участок $[i\varepsilon$ до $(i+1)\varepsilon]$, благодаря поглощению энергии из окружающего излучения, и к началу координат, благодаря излучению резонаторов, — сколько за то же время попадает резонаторов через поглощение из предыдущего участка $[(i-2)\varepsilon$ до $(i-1)\varepsilon]$. Гипотезы, определяющие условия поглощения и излучения, приводят к следующему выражению для числа резонаторов, лежащих в i -том кольце;

$$n_i = N \frac{1}{p u_\nu} \left(\frac{p u_\nu}{1 + p u_\nu} \right)^i$$

Из сравнения с выражением (71) получим:

$$C = \frac{N}{p u_\nu}; \quad e^\beta = \frac{1 + p u_\nu}{p u_\nu}$$

Сравнивая далее эти значения C и e^β с формулами (72, b) и (72, c), мы получим связь между u и u_ν ,

$$p u_\nu = \frac{U}{N\varepsilon} - \frac{1}{2} = \frac{u}{\varepsilon} - \frac{1}{2} \dots \dots \dots (83)$$

Остается определить коэффициент p , определяющий вероятность излучения резонатора. Заметим, что с увеличением плотности энергии u_ν возрастает и средняя энергия резонатора, тогда как величина ε не изменяется. Поэтому при достаточно больших значениях u_ν , ε становится чрезвычайно малым по сравнению с u ; с другой стороны, при больших значениях u_ν , излучение подчиняется закону Rayleigh-Jeans'a, вытекающему из теории Maxwell'a. Для того, чтобы и закон излучения

резонаторов Планка перешел в непрерывное излучение диполя, рассмотренное в главе VI, необходимо положить:

$$p = \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} \dots \dots \dots (84)$$

Из уравнений (83), (84) и (82) получаем формулу черного излучения, идентичную с выражением (77).

Позже Планк показал, что можно придумать такие законы элементарного излучения фотоэлектрического эффекта и восстановления молекул, при которых будет существовать равновесие между излучением, удовлетворяющим формуле (77), электронами, резонаторами и молекулами, подчиненными закону Maxwell'a (46).

Численное значение физических постоянных. Разрешение вопроса о черном излучении имело ряд чрезвычайно важных последствий. Одно из важнейших — это возможность определения основных физических величин. Действительно, формула Планк'a вводит лишь 2 постоянных, кроме хорошо известной скорости света. Эти две постоянные h и k по закону Кирхгофа должны быть универсальными, а по своему физическому значению они связаны вполне определенным образом с важнейшими константами физики. А так как состав черного излучения с большой точностью изучен с экспериментальной стороны, то все эти константы могут быть определены с точностью того же порядка. Для определения постоянных h и k необходимо 2 независимых измерения. С наибольшей полнотой и точностью измерены константы законов Больцмана и Вина.

I. Постоянная закона Больцмана. Количество энергии, излучаемое поверхностью абсолютно черного тела площадью в 1 см² при температуре T в 1 сек., равно

$$E = \sigma T^4 \dots \dots \dots (85)$$

Константа σ связана с постоянной закона Больцмана $u = a T^4$ следующим образом: из уравнения (7, a) следует

$$E = \frac{u \cdot c}{4}, \text{ откуда:}$$

$$\sigma = \frac{a c}{4} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{4} a \dots \dots \dots (86)$$

Численное значение σ было определено в 1898 году Kurlbaum'ом $\sigma = 5,32 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Erg}}{\text{cm}^2 \text{Grad}^4}$. Однако, спустя 10 лет после этих измерений, Féry получены были величины, значительно превышающие число Kurlbaum'a, что подало повод к целому ряду новых измерений, произведенных по весьма разнообразным методам, и к продолжительной полемике, подробно выяснившей возможные погрешности каждого из методов. Kurlbaum в ответ на возражения Paschen'a, утверждавшего, что ошибка при измерениях Kurlbaum'a, вследствие неоднородности платиновой пластинки болометра, могла достигнуть 18%, вновь пересмотрел

все источники ошибок и получил

$$\sigma = 5,45 \cdot 10^{-5} \pm 1\%$$

Следующая таблица дает результаты различных измерений.

Kurlbaum	1898 испр. 1912	$5,45 \cdot 10^{-5}$
Féry	1909	$6,30 \cdot 10^{-5}$
Bauer & Moulin	1909	$5,30 \cdot 10^{-5}$
Todd	1909	$5,48 \cdot 10^{-5}$
Valentiner	1910 исправлено в 1912	$5,58 \cdot 10^{-5}$
Féry & Drecq	1911 1912	$6,51 \cdot 10^{-5}$ $6,20 \cdot 10^{-5}$
Shakespear	1912	$5,67 \cdot 10^{-5}$
Gerlach	1912	$5,90 \cdot 10^{-5}$
Puccianti	1912 1912	$5,96 \cdot 10^{-5}$ $6,15 \cdot 10^{-5}$
Westphal	1912	$5,54 \cdot 10^{-5}$
Keene	1913	$5,89 \cdot 10^{-5}$
Westphal	1913	$5,57 \cdot 10^{-5}$

Несмотря однако на то, что отдельные измерения колеблются в пределах от $5,3$ до $6,5 \cdot 10^{-5}$, можно думать, что наиболее близки к истине результаты Kurlbaum'a, Valentiner'a и в особенности Westphal'я, хотя возможно, что величина σ и несколько больше. Планк принимает для σ значение, найденное Westphal'ем в 1912 году:

$$\sigma = 5,54 \cdot 10^{-5} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{grad}^4 \text{sec.}}$$

$$a = 7,39 \cdot 10^{-15} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{grad}^4}$$

Связь между постоянной a и постоянными Планк'a k и h определится, если мы проинтегрируем формулу черного излучения от $\nu = 0$ до $\nu = \infty$

$$u = \int_0^{\infty} u_{\nu} d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{kT} - 1}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \nu^3 d\nu = \int_0^{\infty} \nu^3 d\nu \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\frac{h\nu}{kT}} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \left(1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots\right) =$$

$$= 6 \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \cdot 1,0823$$

$$u = \frac{48\pi \cdot 1,0823 \cdot k^4}{c^3 h^3} T^4 = aT^4, \dots \dots \dots (87)$$

Следовательно *a* оказывается действительно универсальной постоянной.

II. Постоянная закона Вина. Закон Вина в форме

$$\lambda_m \cdot T = b$$

вводит вторую постоянную *b*, для которой измерения дали:

O. Lummer & E. Pringsheim	1899 1901	<i>b</i> = 0,294
F. Paschen	1901	<i>b</i> = 0,292
Wanner	1900	<i>b</i> = 0,292
Holborn & Valentiner	1907 испр. 1912	<i>b</i> = 0,289
W. Coblentz	1912	<i>b</i> = 0,2911
E. Warburg, Leithäuser, Hupka, Müller	1913	<i>b</i> = 0,2894

Последние 2 определения можно считать по тщательности измерения наиболее точными. Планк принимает последнее значение *b* = 0,289.

Связь между постоянной *b* и константами формулы Планк'а получается следующим образом:

Выразим распределение энергии, приняв за независимую переменную λ вместо ν

$$\nu = \frac{c}{\lambda}; \quad u_\lambda = \frac{c u_\nu}{\lambda^2}.$$

Подставив эти значения в формулу Планк'а, получим

$$u_\lambda = \frac{8\pi c h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{ch}{\lambda T}} - 1}.$$

Значение λ_{max} получится из уравнения

$$\left(\frac{\partial u_\lambda}{\partial \lambda}\right) = 0 \text{ что дает:}$$

$$e^{-\beta} + \frac{\beta}{5} - 1 = 0, \text{ где}$$

$$\beta = \frac{ch}{k\lambda_{max}T}$$

Корень этого уравнения: $\beta = 4,9651$, следовательно постоянная b выражается так:

$$b = \lambda_m \cdot T = \frac{ch}{\beta k} = \frac{3 \cdot 10^{10} \cdot h}{4,9651 \cdot k} \dots \dots \dots (88)$$

Из уравнений (87) и (88) нетрудно выразить h и k через экспериментальные постоянные a и b .

$$h = \frac{(4,9651)^4 a \cdot b^4}{48 \pi \cdot 1,0823 \cdot c}; \quad k = \frac{(4,9651)^3 a b^3}{48 \cdot \pi \cdot 1,0823}.$$

Подставляя принятые Планком значения, получим:

$$h = 6,415 \cdot 10^{-27} \text{ Erg sec}; \quad k = 1,34 \cdot 10^{-16} \frac{\text{Erg}}{\text{grad}}.$$

Постоянная k выражает связь между энтропией и логарифмом вероятности, так что основная формула статистической термодинамики получает по теории Planck'a количественное выражение:

$$S = 1,34 \cdot 10^{-16} \log W \frac{\text{Erg}}{\text{Grad}} \dots \dots \dots (89)$$

Отметим, впрочем, что и основанная на статистических соображениях формула Rayleigh-Jeans'a позволяет вычислить k при тех длинах волн, при которых эта формула еще не расходится заметно с опытом.

С другой стороны, знание k позволяет определить и число молекул в одном моле газа N_0 , связанное с k уравнением: $R = k N_0$.

Принимая для газовой постоянной R значение $R = 8,31 \cdot 10^7 \frac{\text{Erg}}{\text{Grad}}$, мы получим:

$$N_0 = \frac{R}{k} = \frac{8,31 \cdot 10^7}{1,34 \cdot 10^{-16}} = 6,20 \cdot 10^{23}.$$

Отсюда, напр., масса атома водорода

$$\mu_H = \frac{1,008}{6,20 \cdot 10^{23}} = 1,62 \cdot 10^{-24} \text{ гр.},$$

а число молекул газа в 1 cm^3 при давлении в 1 Atm. и при 0°C

$$\mathfrak{N} = \frac{N_0 1,014 \cdot 10^6}{8,31 \cdot 10^7 \cdot 273} = 2,77 \cdot 10^{19}.$$

Так как 1 грамм-эквивалент, состоящий из N_0 ионов, несет 96540 Coul. электричества, то заряд одновалентного иона, равный заряду электрона, в абсолютных электростатических единицах:

$$e = \frac{96540}{N_0} \cdot 3 \cdot 10^9 = 4,67 \cdot 10^{-10}$$

Если бы мы приняли для постоянных a и b значения: $a = 7,46 \cdot 10^{-15}$ (соответственно среднему из наблюдений Kurlbaum'a, Bauer'a, Todd, Valentiner'a, Schakespear'a, Gerlach'a, Westphal'a и Keene — $\sigma = 5,60 \cdot 10^{-5}$) и $b = 0,2902$, соответственно среднему из данных W. Coblentz'a и E. Warburg'a, то мы получили бы следующие значения физических постоянных:

$$h = 6,59 \cdot 10^{-27}; \quad k = 1,37 \cdot 10^{-16}; \quad N_0 = 6,06 \cdot 10^{23}; \quad \mathfrak{N} = 2,71 \cdot 10^{19}; \\ \varepsilon = 4,78 \cdot 10^{-10}.$$

§ 11. Физическое значение элементарного количества действия h . Теория Planck'a вводит некоторую новую универсальную величину, которая связывает элементы энергии ε с числом колебаний резонатора ν : $h = \frac{\varepsilon}{\nu}$.

Отдельные порции энергии ε , хотя и оказываются конечными, но величина их непрерывно изменяется с частотой; поэтому в конечности ε нельзя видеть проявления атомного строения энергии. Наоборот, величина h , имеющая измерение энергии на время (совпадающее с измерением количества действия или момента количества движения в механике) оказывается постоянной, не зависящей ни от природы резонаторов, ни от периода колебаний.

Конечное значение $h = 6,5 \cdot 10^{-27}$ отличает теорию Planck'a от статистической теории Rayleigh-Jeans'a. Действительно, достаточно положить в формуле Planck'a $h = 0$, чтобы получить противоречащую опыту формулу Jeans'a.

Каков однако физический смысл этой новой элементарной величины, появившейся впервые при статистическом изучении черного излучения? Вопрос этот, несмотря на самые разнообразные попытки его выяснения, не разрешен еще удовлетворительно. Приведем здесь важнейшие из этих попыток:

I. Planck видит смысл величины h в том, что она определяет размер участков при исчислении вероятности состояния. Действительно, вычислим величину кольцеобразных площадок в плоскости p, q , ограниченных двумя соседними эллипсами:

$$u = (i-1)\varepsilon \quad \text{и} \quad u = i\varepsilon.$$

Подставляя вместо u выражение (65), мы получим для разности площадей двух последовательных эллипсов:

$$\omega = F_i - F_{i-1} = h.$$

Совершенно также для пространства f, Lf , определяющего вероятность распределения резонаторов, получим эллипсы с уравнениями:

$$\frac{K}{2(i-1)\varepsilon} f^2 + \frac{1}{2(i-1)\varepsilon L} (Lf)^2 = 1.$$

$$\frac{K}{2i\varepsilon} f^2 + \frac{1}{2i\varepsilon L} (Lf)^2 = 1.$$

Площадь кольца, равная разности площадей обоих эллипсов,

$$\omega = \pi \varepsilon \cdot 2 \sqrt{\frac{L}{K}};$$

постоянные K и L связаны с числом колебаний резонатора известным соотношением:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{L}}; \text{ кроме того } \varepsilon = h\nu.$$

Откуда $\omega = h$.

Итак, при исчислении термодинамической вероятности излучения площадь участков должна иметь вполне определенную величину, равную $h = 6,5 \cdot 10^{-27}$ Erg. sec. Благодаря этому исчезает указанная в § 5 неопределенность, которая заключалась как в определении вероятности состояния, так и в уравнении, связывающем энтропию с вероятностью: произвольная постоянная C или a может быть опущена теперь без ущерба для общности решения.

В настоящее время нельзя еще с уверенностью утверждать, можно ли распространить этот результат и на материальные тела. В термодинамике идеального газа размер участков вероятности не влияет на вид выражения энтропии, а исключительно на значение постоянной (химической постоянной Nernst'a), определяющей химические свойства газа и переход его в жидкое состояние. Повидимому можно думать, что размер участков, которые в этом случае обладают измерением [erg³sec³], равен h^3 и во всяком случае представляет собою величину того же порядка, как и h^3 .

Конечная величина участков, которая вводится теорией Planck'a в определение термодинамической вероятности, совершенно видоизменяет перспективу кинетической теории материи. Пока существовал закон равномерного распределения энергии по степеням свободы, можно было придавать температуре простое кинетическое толкование — как меры средней энергии одной степени свободы (см. уравнение 55). По Planck'у этот закон справедлив лишь при бесконечно малых участках, и на смену ему является сложное уравнение (80), не допускающее наглядного толкования. Температура становится в кинетической теории понятием производным. Все термодинамические свойства определяются энергией и термодинамической вероятностью системы. Для вычисления последней необходимо знать: 1) вид выражения энергии через независимые переменные для определения формы участков и 2) величину каждого участка: последняя дается универсальной величиной h .

II. Теория Planck'a указывает, в каких пределах изменение энергии не влияет на вероятность и те границы, переход через которые сразу меняет вероятность. Существование таких границ было бы логически немислимо, если бы они не лежали в свойствах самой системы, в том механизме, от которого зависит передвижение точки, изображающей состояние излучения или материи.

Вторая теория Planck'a представляет собою попытку разрешения этой задачи при помощи определенных, хотя и довольно общих, гипотез о внутриатомных процессах.

Sommerfeld и Debye также считают h величиной характерной для всякого внутриатомного процесса, основываясь на следующих соображениях:

1. Величина h появляется в теории излучения в вопросах, касающихся взаимодействия между эфиром и материей, так как только присутствие материального тела способствует переходу излучения в равновесное. h не зависит ни от числа колебаний, ни от химической природы вещества и характеризует всякий элементарный акт поглощения или испускания энергии атомом.

2. Измерение величины h совпадает с измерением интеграла

$$W = \int_1^2 (L - U) dt,$$

минимум которого, согласно принципу наименьшего действия, определяют течение всякого механического процесса. В этом интеграле L обозначает кинетическую, U потенциальную энергию, 1 и 2 заданные начальное и конечное состояния. В том случае, когда непосредственное отделение кинетической энергии от потенциальной невозможно, общие уравнения механики и термодинамики определяются при помощи кинетического потенциала Helmholtz'a:

$$H = q \cdot G - U + TS,$$

который представляет собою обобщение функции $L - U$. Здесь U обозначает энергию, T — абсолютную температуру, S — энтропию системы, q скорость ее поступательного движения и G — количество движения. Planck показал, что количество действия W не изменяет своего значения при тех преобразованиях, которые вводит принцип относительности при переходе от покоящейся системы к движущейся. W — инвариант по отношению к преобразованиям Лоренца, и притом для материальной точки единственный инвариант наряду со скоростью света. Поэтому принцип наименьшего действия единственная формулировка начал механики, которая сохраняет свою силу и в теории относительности, и может служить основой динамики движущихся систем. Вследствие связи между постоянной h и количеством действия можно утверждать, что и значение h не изменяется при переходе к движущимся координатам.

Роль величины h по Sommerfeld'у и Debye'у сводится к следующему свойству всякого атома: накопление энергии происходит непрерывно по обычным законам механики и электродинамики до того момента, когда количество действия достигнет значения:

$$\int_1^2 (L - U) dt = \frac{h}{2\pi}.$$

В этот момент происходит потеря накопленной энергии в виде ли излучения или в виде выбрасывания электрона из состава атома с соответственной кинетической энергией. Гипотеза Sommerfeld'a представляет собою обобщение теории Планка на случай неперiodических процессов. Для полного согласования с теорией Планка необходимо было бы впрочем допустить, что процесс наступает, когда интеграл получает не только указанное значение, но и кратные ему, т. е. $\frac{2h}{2\pi}$, $\frac{3h}{2\pi}$... и что следовательно при достижении значения $\frac{h}{2\pi}$ атомный процесс неизбежен, а только возможен, как это и предполагает 2-ая гипотеза Планка.

Гипотеза Sommerfeld'a, как и гипотеза Planck'a, сохраняя для лучистой энергии и внешней среды непрерывные уравнения Maxwell'a, относит конечность элементарного количества действия h в неизвестную для нас область внутриатомных процессов. Эти гипотезы заключают в себе поэтому феноменологическое описание свойств атома; они позволяют сделать некоторые заключения о явлениях, имеющих атомное происхождение; так, напр., Sommerfeld'у удалось дать теорию рентгеновых лучей и фотоэлектричества, имеющую некоторые черты, согласные с опытом (независимость скорости фотоэлектронов от интенсивности и зависимость от длины волны света). Связь указанных гипотез с теми сведениями, которые дают нам об атоме явления дисперсии, еще совершенно не установлена.

Другую попытку свести постоянную h к общим свойствам атома сделал Вуск, допускающий, что атом есть область пространства, к которой неприменима не только обычная электродинамика и механика, но и геометрия Эвклида; в которой справедлива, наоборот, геометрия Лобачевского, при чем кривизна внутриатомного пространства определяется постоянной h . К внешнему же пространству попрежнему применимы обычные законы геометрии, механики и электродинамики.

Наконец, сюда же нужно отнести и гипотезу G. Mie, по которой постоянная h характеризует собою излучение элементарных диполей, заключенных в атоме.

De Boissoudy приписывает атому некоторый „порог раздражения“ h — минимальную энергию, которую может получить и поглотить атом. Это представление, развитое ранее Ehrenfest'ом, приводит однако, как он показал, к формуле для черного излучения, не вполне согласной с опытом.

III. Не было недостатка в попытках указать тот механизм атома, который объяснил бы свойства, требуемые теорией Планка. Удалось, действительно, придумать более или менее детально разработанные модели атома, которые излучали бы лишь конечные порции энергии и притом пропорциональные частоте колебаний. Гораздо труднее оказалось объяснить этим путем универсальность величины h . Исходной точкой для всех конкретных гипотез об атоме служит присутствие в нем элементарных электрических зарядов-электронов и, в частности, модели атома J. J. Tho m-

son'a и Rutherford'a. Подобные гипотезы предложили: A. E. de Haas (1910), A. Schidlof (1911), J. Kunz (1909), J. J. Thomson (1910, 1913), E. Wertheimer (1911), J. Trowbridge (1910), G. E. Gibson (1912), Д. А. Гольдгаммер (1911), К. Ф. Herzfeld (1912), Nicolson (1912), Gehrcke (1914). Особенно полной является модель атома, предложенная Bohr'ом (1913), в которой величина h появляется в виде элементарного момента количества движения, имеющего то же измерение, что и количество действия [$ML^2 \cdot T^{-1}$]. Модель Bohr'a, в основу которой положена 2-ая гипотеза Planck'a, приводит к весьма хорошему согласию с законами спектральных серий, как в области видимого света, так и рентгеновых лучей. Однако, свойство атома излучать конечные порции энергии $h\nu$ не вытекает из модели Bohr'a, а постулируется им.

IV. Существенно новое толкование получает величина h в теории Einstein'a, которая относит атомное строение количества действия не к резонатору, а к свойствам эфира. В пользу этого заключения можно привести прежде всего универсальность постоянной h . По Einstein'у, взгляды которого развивались затем многими авторами, и в особенности J. Stark'ом, лучистая энергия и в эфире обладает атомным строением: излучение состоит из ряда изолированных в пространстве и распространяющихся со скоростью $3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$ „атомов света“, энергия которых равна $h\nu$. Тело может поглощать и испускать только целые атомы света. В пользу этого взгляда Einstein привел ряд опытных фактов, касающихся воздействия света на тела и преобразования света: явления фотоэлектрические и фотохимические, ионизацию светом, флуоресценцию и фосфоресценцию. Указанные действия света возникают лишь при достижении определенного числа колебаний независимо от интенсивности света. Элементарный акт испускания одного электрона, расщепления одной молекулы и т. д. возможен только тогда, когда число колебаний ν превосходит определенный предел, при чем энергия, затрачиваемая одним атомом, имеет значение близкое к $h\nu$ — совершенно так, как если бы причиной служило поглощение одного „атома света“. Если свет одного периода переходит в другой при флуоресценции, то энергия, поглощенная одним атомом, должна быть меньше энергии, испускаемой им, а для этого по Einstein'у число колебаний света поглощенного должно быть больше числа колебаний света флуоресценции, что находится в полном согласии с эмпирически установленным правилом Стокса, которое охватывает громадное большинство всех случаев. J. Stark присоединил к этому еще явления эффекта Доплера в катодных лучах, испускания серий и др., которые вполне укладываются в теорию Einstein'a. Особенно существенно во всех этих явлениях совпадение между энергией элементарного процесса, вызванного светом, и энергией, заключенной в одном „атоме света“. Это совпадение, хотя и не было еще количественно точно проверено, но дает несомненно правильно порядок величины на всем протяжении спектра от красного света с длиной волны $\lambda = 7 \cdot 10^{-5}$ см. до рентгеновых лучей с длиной волны $\lambda = 10^{-9} - 10^{-8}$ см.

Во всех этих случаях мы имеем дело с элементарными актами поглощения и испускания света атомами и электронами и появление порций энергии $h\nu$ можно было бы отнести к свойствам атома. В пользу предположения, что индивидуальность атомов света сохраняется и в эфире, говорит тот факт, что рентгеновы лучи при падении на тело вызывают вторичные электроны, обладающие той же кинетической энергией, которой обладали первичные электроны в рентгеновой трубке. Здесь энергия электрона переходит при столкновении с антикатодом в лучистую энергию и распространяется в виде электромагнитного импульса в пространстве. На расстоянии нескольких метров от места возникновения этот импульс способен еще вызвать энергию того же порядка, как и первичная. Sommerfeld изучил форму электромагнитного импульса и законы его распространения согласно непрерывной теории эфира Maxwell'a и теории относительности. Хотя, как оказалось, в этом случае энергия распространяется далеко не равномерно по всем направлениям, однако ни в одном направлении она не обладает такой интенсивностью, чтобы сообщить здесь электрону энергию всего импульса. Оставаясь на почве теории Maxwell'a, пришлось бы допустить либо сложение действия большого числа независимых импульсов, либо отнести энергию вторичного электрона за счет внутриатомных запасов, оставив за рентгеновым импульсом роль спускового механизма.

В пользу гипотезы, что и в самом эфире излучение состоит из отдельных атомов света, Einstein привел следующее соображение: Рассмотрим тепловое равновесие между лучистой энергией, свободно движущимися газовыми молекулами и резонаторами. Последние испытывают в световом поле давление, которое больше с той стороны, куда они движутся, чем с противоположной; благодаря этому неравенству светового давления, резонатор испытывает трение, замедляющее его движение и вызывающее непрерывный переход кинетической энергии в лучистую. (По вычислению Hasenöhl'я при обычных условиях это обстоятельство вызовет уменьшение энергии на 1% в течение 3 лет). На движение резонатора влияют также импульсы, вызванные столкновениями с газовыми молекулами и случайными отклонениями в плотности лучистой энергии. Оба обстоятельства вызывают Броуновское движение, которое должно иметь вполне определенную величину для того, чтобы восстановить равновесие между лучистой энергией и кинетической, нарушаемое упомянутым выше трением. Броуновское движение, вызываемое молекулами, хорошо известно и может быть вычислено. Импульсы же светового давления могут быть вычислены по теории Maxwell'a, если разложить излучение в ряд независимых друг от друга монохроматических колебаний. Это рассмотрение приводит к распределению энергии, совпадающему с формулой Jeans'a. Если же исходить наоборот из формулы Planck'a, как наилучшего выражения опытных данных, то к импульсам, проистекающим от случайной комбинации фаз в разложении Фурье, присоединяется еще член (возрастающий с числом колебаний и для коротких волн превышающий первый в сотни раз); этот член можно толковать, как результат атомисти-

ческой структуры излучения. А. D. Fokker показал, что средняя кинетическая энергия электрона, находящегося среди лучистой энергии, обладающей распределением Планка, но не обладающей атомным строением, в 24 раза меньше энергии газовой молекулы при той же температуре; такой же малой энергией должно обладать и идеальное зеркало. Заметим, что указанные Einstein'ом уклонения от средней плотности излучения должны существовать в одинаковой мере во всей равновесной системе независимо от положения излучающих стенок, и следовательно выведенные этим путем заключения относятся к свойствам самой лучистой энергии, а не центров ее испускания.

По второй теории Планка резонатор в том же световом поле обладает по сравнению с резонаторами первой теории избытком энергии, в среднем равном $\frac{h\nu}{2}$. При некоторых допущениях относительно взаимодействия между этим избытком энергии и окружающей резонатор лучистой энергией можно, впрочем, как показали Einstein и Stern, объяснить нормальную величину импульсов, исходя из теории Maxwell'a, без гипотезы об атомном строении излучения.

К мысли об атомном строении излучения приводит также глубокая аналогия между термодинамическими свойствами черного излучения и идеального газа, при чем роль молекулы играет величина h , число же колебаний ν определяет энергию атома света $h\nu$ подобно тому, как квадрат скорости определяет энергию одной молекулы $\frac{1}{2}mv^2$. Среднее значение ν или $h\nu$ в черном излучении пропорционально абсолютной температуре.

Впрочем, нельзя указать ни одного опытного факта, позволяющего решить вопрос о том, существует ли величина h в эфире, или же появляется при воздействии излучения на материальное тело. За последнее говорят успехи применения статистической теории Планка и величины h к термодинамике материальных тел.

§ 12. Приложение теории Планка к термодинамике материальных тел. А. Einstein обобщил в 1907 году теорию Планка допущением, что свойство электро-магнитных резонаторов обмениваться энергией в количествах, кратных величине $h\nu$, относится также к колебаниям материальных атомов. По теории Планка, в статистическом равновесии при температуре T средняя энергия резонатора с числом колебаний ν равна:

$$\frac{h\nu}{e^{kT} - 1}$$

Так как резонатор обладает 2-мя степенями свободы, то, по гипотезе Einstein'a, на каждый атом одноатомного твердого тела, обладающий 3-мя степенями свободы кинетической и 3-мя степенями потенциальной энергии, приходится в среднем энергия:

$$\bar{a} = 3 \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} \dots \dots \dots (75, a)$$

а один грамм-атом вещества, заключающий N молекул, обладает запасом тепловой энергии

$$U = 3N \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \dots \dots \dots (90)$$

Отсюда получаем для атомной теплоемкости при постоянном объеме:

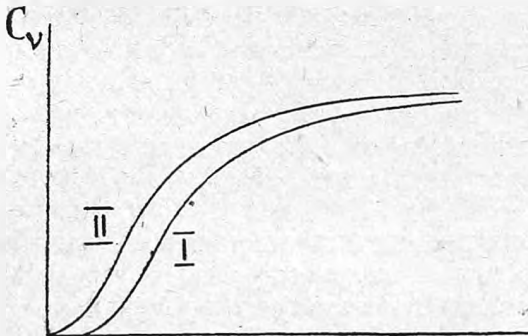
$$c_v = \frac{\partial u}{\partial T} = 3kN \frac{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2} \dots \dots \dots (91)$$

На черт. 218 кр. II и черт. 217 кр. I изображены графически зависимость энергии U и теплоемкости c_v от температуры по уравнениям (90) и (91). Теплоемкость по этим уравнениям с приближением к абсолютному нулю падает до нуля, а при достаточно высоких температурах асимптотически приближается к значению

$$3kN = 3R = 5,96.$$

Последнее следствие есть выражение закона Дюлонга и Пти, первое же приводит к тепловой теореме Нернста (см. т. III) высказанной впервые в 1906 году.

Рис. 217.



Опытные исследования Нернста и его учеников показали, что теплоемкости всех одноатомных твердых тел действительно стремятся к нулю при $T = 0$, однако количественное совпадение между опытом и формулой (91) не вполне удовлетворительно. По уравнению (91) при $T = 0$ не только c_v , но и все производные теплоемкости по температуре

обращаются в нуль; кривая чрезвычайно быстро падает при низких температурах. В действительности падение теплоемкости происходит более плавно. Если опытная кривая (II на черт. 217) при больших значениях T совпадает с теоретической (I), то при малых T она лежит выше последней. Nernst и F. A. Lindemann предложили вместо формулы Einstein'a выражение:

$$c_v = \frac{3}{2} R \left[\frac{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2} + \frac{\left(\frac{h\nu}{2kT}\right)^2 e^{\frac{h\nu}{2kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{2kT}} - 1\right)^2} \right] \dots \dots \dots (91, a)$$

в которое также входит лишь одна индивидуальная постоянная ν . Эта формула с весьма большим приближением выражает результаты опыта.

По Lindemann'у ν может быть вычислено по температуре плавления T_s , атомному весу M и атомному объему V :

$$\nu = 2,12 \cdot 10^{12} \sqrt{\frac{T_s}{M \cdot V^{\frac{2}{3}}}}$$

Относительно характера тепловых колебаний Einstein, Sutherland, Madelung высказали предположение, что мы имеем здесь дело с колебаниями, вызванными силами упругости, и установили качественную связь между постоянной ν , характеризующей тепловые свойства, и упругими постоянными тела.

Значительный шаг вперед в вопросе о тепловых свойствах твердых тел представляют собою одновременно и независимо друг от друга появившиеся работы P. Debye'a и M. Born'a & Th. v. Karman'a. Эти авторы рассматривают беспорядочное тепловое движение, как сумму всех упругих собственных колебаний данного тела. Каждому собственному колебанию приписывается средняя энергия u по формуле (75, a). Если бы тело обладало непрерывным строением, то число различных собственных колебаний было бы бесконечно велико, и мы имели бы случай, вполне аналогичный ящику Jeans'a с черным излучением, при чем энергия возрастала бы пропорционально T^4 , а теплоемкость — пропорционально T^3 . Однако, материальные тела в противоположность эфиру не непрерывны; они состоят из конечного числа N атомов. Если допустить, что внутриатомные степени свободы в тепловых движениях не участвуют, то общее число степеней свободы равно $6N$, а число независимых друг от друга собственных колебаний равно $3N$. С другой стороны, очевидно также, что стоячие волны в теле не могут иметь размеров, меньших междумолекулярного расстояния. Задача сводится поэтому к определению тех $3N$ колебаний, которые могут иметь место в твердом теле; приписав каждому из них среднюю энергию (75, a) и просуммировав все подобные выражения, мы получим выражение для тепловой энергии и теплоемкости тела.

К вычислению этих $3N$ колебаний, которые представляют собою акустический спектр твердого тела, P. Debye, с одной стороны, M. Born & Th. v. Karman, с другой, подошли с прямо противоположных сторон:

Debye заменяет твердое тело непрерывным и вычисляет все его стоячие волны совершенно так же, как это было нами сделано для черного излучения. Атомистическое же строение тела Debye учитывает, обрывая этот спектр при достижении $3N$ колебаний; дальнейшие колебания большей частоты просто отбрасываются. Этот подсчет, очевидно, не может быть верен для частот, близких к предельной, так как влияние атомистического строения начинает сказываться уже тогда, когда длина волны становится сравнимой с междумолекулярным расстоянием. С другой стороны, так же очевидно, что для длинных волн можно пользоваться представлением о твердом теле, как о непрерывном упругом теле, т. е. в этом случае вполне применимы формулы теории упругости. При достаточном низких температурах колебания большой частоты, как видно

из формулы (90) и крив. I на черт. 218, обладают пичтожной энергией, и тогда теплоемкость определяется лишь колебаниями меньшей частоты, к которым теория Деbye'я вполне приложима. Поэтому можно ожидать, что при весьма низких температурах теория Деbye'а подтвердится опытом. Насколько же существенно повлияет введенное Деbye'ем упрощение при более высоких температурах, можно будет судить из сравнения теоретических результатов с опытом. Для количественного определения акустического спектра необходимо найти те колебания, которые удовлетворяют уравнениям упругости, при заданных условиях на поверхности тела. Упругие свойства характеризуются 2 постоянными: напр., коэффициентом сжимаемости κ и отношением поперечного сжатия к продольному растяжению σ , которые для каждого тела могут быть измерены на опыте; условия же на поверхности и самая форма этой поверхности могут быть избраны произвольно наиболее удобным для вычисления образом. Влияние этих условий на теплоемкость, будет, очевидно невелико в виду малой сжимаемости твердых тел. Деbye рассматривал изотропный шар, при отсутствии внешних сил на поверхности, и в этом случае ему удалось выразить упругие колебания при помощи 2-х упругих постоянных. В участке $d\nu$ чисел колебаний, лежащих между ν и $\nu + d\nu$, лежит число собственных колебаний

$$n d\nu = 3 V F \nu^3 d\nu,$$

где F выражается через κ , σ и плотность ρ

$$F = \frac{4\pi}{3} \rho^{\frac{2}{3}} \kappa^{\frac{2}{3}} \left[2 \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1+\sigma}{1-2\sigma} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{3} \left(\frac{1+\sigma}{1-\sigma} \right)^{\frac{2}{3}} \right],$$

V об'ем тела.

Общее же число колебаний, не превышающих данного числа ν , равно:

$$N = \int_{\nu=0}^{\nu} n d\nu = V F \nu^3$$

Для тепловой энергии эти формулы приводят к выражению:

$$U = \frac{N}{\nu^3} \int_0^{\nu_{max}} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \nu^2 d\nu, \quad \dots \dots \dots (90, a)$$

которое является функцией одной лишь индивидуальной постоянной ν_{max} — наибольшего числа колебаний, или же температуры Θ , определяемой выражением

$$\Theta = \frac{h \nu_{max}}{k}.$$

Вводя в качестве переменной, вместо температуры T , величину:

$$x = \frac{\Theta}{T} = \frac{h \nu_{max}}{kT},$$

мы получим универсальную формулу теплоемкости для всех одноатомных твердых тел.

$$c = 3kN \left[\frac{12}{x^3} \int_0^x \frac{\xi^3 d\xi}{e^\xi - 1} - \frac{3x}{e^x - 1} \right] \dots \dots \dots (91, b)$$

Эта формула дает результаты, весьма близкие к формуле Nernst-Lindemann'a и к результатам опыта. В таблице приведены значения теплоемкости для различных значений x .

$x = \frac{\Theta}{T}$	C	$x = \frac{\Theta}{T}$	C	$x = \frac{\Theta}{T}$	C
0,250	5,94	2,00	4,91	10,0	0,451
0,500	5,88	2,50	4,44	13,33	0,195
1,000	5,67	3,33	3,62	20,0	0,058
1,25	5,52	4,00	3,00	40,0	0,00726
1,43	5,38	5,00	2,20	∞	0
1,67	5,20	6,67	1,27		

Для различных веществ Θ имеет по Debye'ю следующие значения: для свинца $\Theta = 95$; для серебра $\Theta = 215$; для алюминия $\Theta = 396$ и для алмаза $\Theta = 1895$.

Заключение Debye'a о том, что вблизи абсолютного нуля теплоемкость возрастает пропорционально T^3 , вполне подтверждено измерениями Nernst'a и его учеников, в особенности А. Eucken'a. Значения постоянных Θ , вычисленные Debye'ем из упругих свойств, оказались также весьма близкими к тем, которые можно было бы вычислить из измерения теплоемкостей. А. Eucken, впрочем, указал, что, если в основу вычисления положить для упругих постоянных значения их не при комнатной температуре, а вблизи абсолютного нуля, то совпадение теории с опытом будет значительно хуже.

М. Born & Karman вычислили акустический спектр, исходя из представления о кристаллическом твердом теле, как о пространственной решетке, составленной из атомов, между которыми действуют упругие силы. Для простейшей кубической решетки, которая соответствует большинству одноатомных тел, оказалось возможным произвести подсчет в предположении, что тело обладает бесконечными размерами. Последнее допущение может получить значение лишь при весьма низких, недостижимых на опыте температурах. Модель Born'a и Karman'a несомненно более соответствует истинному механизму явления и принципиально приложима ко всякому твердому телу. Выводы их должны быть справедливы при всех температурах, кроме самых низких, если только правильны представления о форме решетки и об упругих силах между ними. Born и v. Karman показали, впрочем, что для одноатомного тела, кристаллизующегося в правильной системе, молекулярная теория приводит к тем же формулам, как и упругостная теория Debye'я. Окончательная теория теплоемкости должна быть, повидимому, построена на основе, высказанной Born'ом и Karman'ом; но это станет возможным, когда сведения наши

о строении кристаллов станут более достоверными, напр., на основании изучения рентгенограмм Laue (см. главу о рентгеновых лучах). Действительно, Н. Thirring'у удалось произвести вычисления и для некоторых многоатомных кристаллов, атомная структура которых известна, при чем получилось хорошее согласие с опытом. Однако, и метод Debye'a несмотря на свою простоту дает чрезвычайно точные результаты и ведет ближе к цели.

Таким образом указанные в § 8 аномалии в теплоемкости не только качественно, но и количественно объясняются статистической теорией Планка с теми же значениями постоянных k и h . Так же непосредственно вытекает из теории Планка найденный А. Eucken'ом факт уменьшения теплоемкости c_v водорода при низких температурах (до 20° abs) от нормального значения для 2-х атомных газов $c_v = 4,9$ до величины, отвечающей одноатомному газу $c_v = 2,98$. Этот факт объясняется большой частотой вращательных колебаний молекул водорода; при низких температурах энергия и теплоемкость этих колебаний падают до нуля. Вычисленное из хода теплоемкости значение для числа колебаний вполне согласуется с другими способами определения этой величины.

О. Sackur и Н. Tetrode с большим успехом применили теорию Планка к газам; О. Sackur, Ratnowsky, Eisenmann, Grüneisen,

Debye, дали теорию твердого тела, основанную на статистических методах Планка, и могли указать на согласие целого ряда следствий с опытом.

В § 10 изложены были две различные теории Планка, из которых одна предполагает, что энергия собственного колебания (или резонатора) может иметь лишь значения, кратные $h\nu$; вторая же теория допускала все значения для энергии собственного колебания; энергия же $h\nu$ или кратная ей определяла лишь моменты, когда резонатор может потерять свою энергию, или когда вероятность обладания данной энергией внезапно изменяется. Для лучистой энергии обе теории приводят к одной и той же формуле (77); выражение же для энергии резонатора по второй теории больше, чем по первой в среднем на величину $\frac{h\nu}{2}$. Поэтому и энергия молекулы получит значение:

$$\bar{u} = 3 \left[\frac{h\nu}{e^{kT} - 1} + \frac{h\nu}{2} \right] \dots \dots \dots (75, b)$$

На черт. 218 изображена энергия, как функция температуры для $\nu = 10^{13}$ и 10^{14} . Пунктирная прямая I относится к формуле (54), кривая II

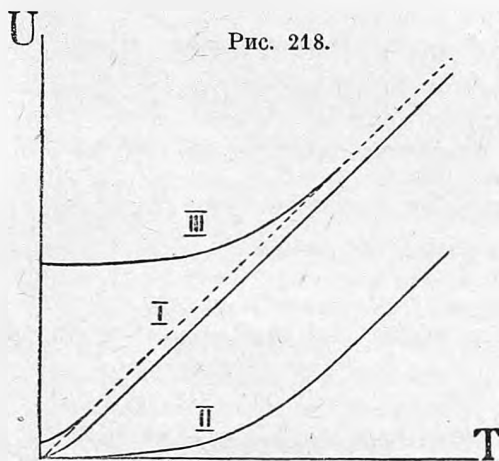


Рис. 218.

к формуле (75,а) и к III (75,б) и $\nu = 10^{14}$. На выражении для теплоемкости различие между формулами (75,а) и (75,б) не отразится, если ν не зависит от температуры. Но для многих других термодинамических явлений обе формулы приводят к существенно различным численным результатам, так как по второй теории Планка тела и при абсолютном нуле обладают еще запасом тепловой энергии, в среднем равном $\frac{h\nu}{2}$ для каждого собственного колебания числа ν .

A. Einstein, Kammerling-Onnes, Keesom, Oosterhuis указали на ряд явлений, которые, по видимому, лучше объясняются формулой (75,б), чем (75,а).

Уменьшение теплоемкости при низких температурах можно было бы объяснить и без теории Планка, если допустить, что уменьшается число степеней свободы, усложняется молекула; опыт показывает, однако, что коэффициент сжимаемости не уменьшается параллельно с падением теплоемкости. С. Benedix развил, впрочем, на этой основе теорию, правильно дающую ход теплоемкости.

ЛИТЕРАТУРА.

Общие курсы и обзоры:

M. Planck. Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. I. Aufl. 1906; II. Aufl. 1913.

W. Wien. Encyklop. d. Math. Wiss. V. (3) p. 282. 1909; Congrès internat. de physique II. p. 23, 1900.

B. A. Михельсон. Сборник обзоров на XI съезде естеств. и вр. Стр. 89, 1903.

H. A. Lorentz. The Theory of Elektrons 1909.

E. Bauer. Recherches sur le rayonnement. Ann. de chimie et de phys. (8) 28 p. 5, 1913.

К § 1. (Спектральн. разлож. белого света.)

M. Gouy. Journ. de phys. 5 p. 354, 1886.

Lord Rayleigh. Phil. Mag. 27 p. 460, 1889.

Кн. Б. Голицын. О лучистой энергии, Москва 1893; Wied. Ann. 47 p. 479. 1892: 56 p. 28, 1895.

A. Schuster. Phil. Mag. 37 p. 509, 1894.

H. Poincaré. C. R. 120 p. 757, 1895.

E. Carvallo. C. R. 130 p. 79, 130, 401, 1909; Journ. de phys. 9 p. 138, 1900.

M. Gouy. C. R. 130 p. 241, 560, 1900.

C. Godfrey. Tihl Trans. 1900.

M. Planck. Wied. Ann. 7 p. 390, 1902.

Lord Rayleigh. Phil. Mag. 5 p. 238, 1903.

T. H. Havelock. Proc. Cambr. Phil. Soc. 12 p. 175, 1903.

E. T. Whittaker. Month. Not. Roy. Astron. Soc. 67 p. 85, 1906.

H. A. Wilson. Proc. Roy. Soc. 82 p. 177, 1909.

A. Eagle. Phil. Mag. 18 p. 787, 1909.

K. v. Mosengeil. Theorie der stationären Strahlung in einem gleichförmig bewegten Hohlraume. Diss. 1906. Ann. d. Phys. 22 p. 867, 1907.

M. Planck. Zur Dynamik bewegter Systeme. Berl. Ber. 29 p. 542, 1907.

К § 2.

G. Kirchhoff, Ges. Abh. p. 566, 571.

R. Clausius. Mech. Wärmetheorie I, p. 315.

- E. Pringsheim.* Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 3 p. 81, 1901.
M. Smoluchowsky. Journ. d. Phys. 5 p. 488, 1896.
M. Laue. W. A. 32 p. 1085, 1910.
H. Kayser. Zeitschr. f. wiss. Phot. 8 p. 151, 1910.
G. C. Evans. Contrib. fr. the Jefferson phys. Lab. 8 p. 95, 1911.
M. Born u. R. Ladenburg. Phys. Zeitschr. 12 p. 198, 1911.
G. Meslin. Journ. de phys. 2 p. 557, 1912.
F. Richarz. Zeitschr. f. wiss. Phot. 11 p. 254, 1912.
W. Voigt. Wied. Ann. 39 p. 1381, 1912.
D. Hilbert. Gött. Nachr. p. 773, 1912.

R § 3.

- I. Stefan.* Wien. Ber. 69 p. 391, 1879.
L. Boltzmann. Wied. Ann. 22 p. 31, 291, 1884.
E. Buckingham. Phys. Rev. 17 p. 277, 1903.

R § 4.

- W. Wien.* Berl. Ber. p. 55, 1893. Ann. d. Phys. Chem. 52 p. 132, 1894; 58 p. 662, 1896.
Ch.-E. Guillaume. Arch. d. Genève 31 p. 121, 1894.
M. Thiesen. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 2 p. 65, 1900.
H. A. Lorentz. Proc. Amsterdam 3 p. 436, 1900; 3 p. 607, 1901.
M. Abraham. Wied. Ann. 14 p. 235, 1904; Boltz. Festschr. p. 85. Elektromagnetische
 Theory der Strahlung.
P. Ehrenfest. Wien. Ber. 114 p. 1301, 1905.
M. Cantor. Wied. Ann. 20 p. 333, 1906.
F. Reiche. Wied. Ann. 25 p. 521, 1908.
P. Saurel. Phys. Rev. 30 p. 350, 356, 1910.
W. W. Coblentz. Phys. Rev. 31 p. 317, 1910; 32 p. 591, 1911. Jahrb. d. Rad. 8 p. 1, 1911.
E. Buckingham u. J. H. Dellinger. S. A. Bull. Bur. of stand. 7 p. 393, 1911.
E. Buckingham. Phil. Mag. 23 p. 920, 1912.
A. Harnack. Wied. Ann. 31 p. 1053, 1912.

R § 5, 6, 7.

- L. Boltzmann.* Vorlesungen über Gastheorie, Bde. I u. 2, 1896, 1898.
J. H. Jeans. The Dynamical Theory of Gases. 1904.
W. Gibbs. Elementary Principles in Statistical Mechanics 1902. Elementare Grundlagen
 der Statistischen Mechanik 1905.
L. Boltzmann u. J. Nabl. Kinetische Theorie der Materie. Enzyklon. d. math. Wiss. V,
 p. 493, 1907.
P. und T. Ehrenfest. Begriffliche Grundlagen der Statistischen Auffassung in der
 Mechanik. Enzyklon. d. math. Wiss. IV. (32) 1911.
L. S. Ornstein. Toe passing der statistischen Mechanik van Gibbs op molekul.-theor.
 vraagstukken Leiden 1908.
P. Hertz. Wied. Ann. 33 p. 225, 537, 1910.
H. A. Lorentz. Ges. Abh. I (1) p. 202, 1906.

R § 8.

- Les idées modernes sur la constitution de la matière. Paris 1913.
 I. *A. Einstein.* Wied. Ann. 17 p. 549, 1905; 19 p. 371, 1906.
M. Smoluchowsky. Wied. Ann. 21 p. 756, 1906.
A. Perrin. Ann. de chimie et de physique 18 p. 5, 1909. C. R. 149 p. 549, 1909,
 152 p. 1380, 1911.
Th. Svedberg. Ztschr. f. phys. Chemie 65 p. 824; 66 p. 752; 67 p. 249, 1909; 74 p. 738;
 1910. Jon. 1 p. 373, 1910. Die Existenz der Moleküle. Leipzig, 1912.
 II. *M. Smoluchowsky.* Krak. Anz. p. 1057, 1907. Festschrift für L. Boltzmann, p. 626,
 1904. Wied. Ann. 25 p. 205, 1908. Phys. Zeitschr. 13 p. 1069, 1912.

- A. Einstein.* Wied. Ann. 33 p. 1275, 1910; 34 p. 1511.
W. H. Keesom. Commun. Lab. of. Leiden p. 1046, 1908.
 III. *O. W. Richardson.* Phil. Mag. 16 p. 353, 890, 1908; 18 p. 681, 1909.
 IV. *P. Langevin.* Thèse. Paris 1902. Journ. d. Phys. 4 p. 678, 1905.
 V. *E. Rutherford u. H. Geiger.* Phys. Zeitschr. 10 p. 1, 1909. Phil. Mag. 20 p. 698, 1910.
E. Regener. Verh. d. deutsch. Phys. Ges. 10 p. 78, 1908.
L. v. Bortkiewicz. Die radioaktive Strahlung als Gegenstand wahrscheinlichkeitstheoretischer Untersuchungen. Berlin, 1913.
N. Campbell. Camb. Phil. Soc. 15 p. 117, 310, 513, 1909.
 VI. *A. Ф. Иоффе.* Элементарный фотоэлектрический эффект. С.-ПБ, 1913. Münch. Ber. p. 19, 1913.
E. Mayer. Arch. de sciences, 1913.

K § 9.

- M. Laue.* Wied. Ann. 20 p. 365, 1906; 23 p. 1, 795, 1907. Phys. Zeitschr. 9 p. 778, 1908; 10 p. 807, 1909. Wied. Ann. 30 p. 225, 1909; 31 p. 547, 1910.
J. D. van der Waals Jr. Proc. Akad. Amsterdam 2 p. 308, 1899; 3 p. 413, 1900; 17 p. 659, 1909.
J. Larmor. Rep. Brit. Ass. Belfast, p. 546, 1902.
Lord Rayleigh. Nature 72 p. 54, 243, 1905.
J. H. Jeans. Nature 72 p. 101, 293, 1905; Phil. Mag. 10 p. 91, 1905. Proc. Roy. Soc. 76 p. 296, 1905. Phil. Mag. 17 p. 229, 773, 1909; 18 p. 209, 1909; 20 p. 642, 943, 1910.
H. A. Lorentz. Versl. K. Ak. van Wet. p. 729, 787, 1902—1903: p. 345, 1905. Nuovo Cimento 16 p. 5, 1908.
H. A. Lorentz, O. Lummer u. E. Pringsheim, J. H. Jeans, W. Ritz, A. Einstein. Phys. Zeitschr. 9 p. 449, 562, 853, 903, 1908; 10 p. 185, 224, 323, 1909.
S. B. Mc. Laren. Phil. Mag. 21 p. 15; 22 p. 66, 1911; 23 p. 513, 1912.
J. J. Thomson. Phil. Mag. 14 p. 217, 1907; 20 p. 238, 1910.
H. A. Wilson. Phil. Mag. 20 p. 835, 1910.
W. Peddie. Phil. Mag. 22 p. 663, 1911.
K. F. Herzfeld. Wien. Ber. 121 p. 1449, 1912.
H. Weyl. Math. Ann. 71 p. 441, 1911.
Johanna Rendler. Diss. Leiden 1912.
A. Einstein u. L. Hopf. Wied. Ann. 33 p. 1096, 1105, 1910.

K § 10.

- M. Planck.* Wied. Ann. 1 p. 69, 719, 1900; 4 p. 553, 1901; 6 p. 818, 1901; 9 p. 629, 1902; 31 p. 758, 1910; 37 p. 642, 1912. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 2 p. 202, 237, 1900; 13 p. 138, 1911; 14 p. 113, 1912. Berl. Ber. p. 57, 715, 1122, 1897; p. 449, 1898; p. 440, 1899; p. 544, 1901; p. 723, 1911; p. 350, 1913.
P. Ehrenfest. Wien. Ber. 114 p. 1301, 1905; Phys. Zeitschr. 7 p. 528, 1906. Wied. Ann. 36 p. 91, 1911.
P. Debye. Wied. Ann. 33 p. 1427, 1910.
L. Natanson. Phys. Zeitschr. 12 p. 659, 1911; Krak. Anz. p. 134, 1911. Prace Matematyczno-fizyczne 24 p. 1—88, 1913.
J. Larmor. Proc. Roy. Soc. 83 p. 82, 1910; Phil. Mag. 20 p. 350, 1910.
H. A. Wilson. Phil. Mag. 20 p. 121, 1910.
J. H. Jeans. Phil. Mag. 20 p. 943, 1910.
S. B. Mc. Laren. Phil. Mag. 25 p. 43, 1913.
H. Poincaré. C. R. 153 p. 1103, 1911; Journ. d. phys. 2 p. 5, 1912.
H. A. Lorentz. Arch. Néerl. 2 p. 176, 1912.
M. Br. Louin. C. R. 156 p. 124, 301, 1913.
Ph. Frank. Phys. Zeitschr. 13 p. 506, 1912.
A. D. Fokker. Over Brown'sche Bewegingen in het stralingsveld en waarschijnlijkheids-Beschouwingen in de stralingstheorie. Haarlem 1913.

К § 11.

- Congrès Solway.* La théorie du rayonnement et les quanta. Paris 1912. Halle 1514.
- I. M. Planck.* Wied. Ann. 31 p. 758, 1910.
- J. Larmor.* Proc. Roy. Soc. 83 p. 82, 1910.
- H. Poincaré.* Journ. d. Phys. 2 p. S 1912.
- O. Sackur.* Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 14 p. 951, 1912.
- K. F. Herzfeld.* Wien. Ber. 121 p. 1449, 1912.
- II. A. Sommerfeld.* Münch. Ber. p. 1, 1911; Phys. Zeitschr. 12 p. 1057, 1911.
- A. Sommerfeld u. P. Debye.* Wied. Ann. 41 p. 873, 1913.
- W. Wien.* Nobel Vortrag, 1912.
- G. Mie.* Grundlagen einer Theorie der Materie. Wied. Ann. 40 p. 1, 1913.
- A. Byck.* Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 11 p. 524, 1913.
- III. J. J. Thomson.* Phil. Mag. 20 p. 238, 544, 1910; 26 p. 792, 1913. Proc. Cambr. Phil. Soc. 16 p. 643, 1912.
- J. Kunz.* Phys. Rev. 23 p. 313, 1909.
- A. E. de Haas.* Wien. Ber. 119 p. 119, 1910; Phys. Zeitschr. 11, p. 537, 1910. Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 7 p. 261, 1910.
- I. Trowbridge.* Sill. J. 31 p. 51, 1910.
- E. Wertheimer.* Phys. Zeitschr. 12 p. 408, 1911.
- A. Schidlof.* Wied. Ann. 35 p. 90, 1911; Arch. sc. phys. 31 p. 374, 385, 1911.
- G. E. Gibson.* Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 10 p. 104, 1912.
- Д. А. Гольдгаммер.* Ж. Р. Ф.-X, O. 44 p. 390, 1912; Phys. Ztschr. 13 p. 535, 1912.
- F. Hasenöhr.* Phys. Zeitschr. 12 p. 931, 1911.
- K. F. Herzfeld.* Wien. Ber. 121 p. 593, 1912; Phys. Zeitschr. 15 p. 193, 1914.
- A. Korn.* Phys. Zeitschr. 14 p. 1103, 1913.
- De Boissoudy.* Journ. d. Phys. 3 p. 385, 649, 1913.
- P. Bauer.* Journ. d. Phys. p. 641, 1913.
- N. Bohr.* Phil. Mag. 26 p. 1, 476, 857, 1913; 27 p. 506, 1914.
- E. Gehrke.* Phys. Zeitschr. 15 p. 123, 198, 1914.
- W. Peddie.* Phil. Mag. 27 p. 257, 1914.
- IV. A. Einstein.* Wied. Ann. 17 p. 132, 1905; 20 p. 199, 1906. Arch. d. sc. phys. 29 p. 525, 1910.
- J. Stark.* Prinzipien der Atomdynamik II. Teil. Leipzig 1911.
- J. J. Thomson.* Phil. Mag. 19 p. 301, 1910; Proc. Cambr. Phil. Soc. 16 p. 143, 1912.
- H. A. Lorentz.* Phys. Zeitschr. 11 p. 349, 1234, 1910. Congres Utrecht p. 129, 1909.
- J. Kunz.* Sill. J. 30 p. 313, 1910.
- P. Lenard.* S.-B. Heidelb. Akad. 1910.
- N. Campbell.* Cambr. Proc. 15 p. 310, 513, 1910.
- A. Ф. Иоффе.* Ж. Р. Ф.-X, O. 42 p. 409, 1910. Wied. Ann. 36 p. 534, 1911.
- J. Ishiwara.* Science. Rep. Tōhoku Imp. Univ. Sendai. 1 p. 67, 1912.
- R. C. Tolman.* Phys. Rev. 35 p. 136, 1912.
- M. Wolfke.* Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 15 p. 1123, 1215, 1913; 16 p. 4, 1914.
- G. Krutkow.* Phys. Zeitschr. 15 p. 133, 1914.

К § 12.

- A. Einstein.* Wied. Ann. 22 p. 180, 800, 1907; 34 p. 170, 1911.
- P. Debye.* Wied. Ann. 39 p. 789, 1912.
- M. Born u. Th. v. Karman.* Phys. Zeitschr. 13 p. 297, 1912; 14 p. 15, 65, 1913.
- H. Törring.* Phys. Zeitschr. 14 p. 867, 1913; 15 p. 127, 180, 1914.
- R. Ortway.* Wied. Ann. 42 p. 745, 1913.
- E. Schrödinger.* Phys. Zeitschr. 15 p. 79, 191.
- L. Natanson.* Krak. Anz. p. 95, 1912.
- M. Planck.* Phys. Zeitschr. 13 p. 165, 1912.
- O. Sackur.* Wied. Ann. 36 p. 958, 1911; 34 p. 455, 1911; 40 p. 67, 87, 1913. Nernst-Festschr. p. 405, 1912.
- H. Tetrode.* Wied. Ann. 39 p. 434; 39 p. 255, 1912.

- S. Ratnowsky.* Wied. Ann. 38 p. 637, 1912.
K. Eisenmann. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 14 p. 769, 1912; 16 p. 41, 1914.
W. Nernst, F. Korff u. F. A. Lindemann. Berl. Ber. 1910, p. 165, 247, 262, 1910.
A. Magnus. Wied. Ann. 31 p. 597, 1910.
W. Nernst. Zeitschr. f. Elektrochemie 17 p. 265, 1911. Wied. Ann. 36 p. 395, 1911.
W. Nernst u. E. A. Lindemann. Zeitschr. f. Elektrochemie 17 p. 817, 1911. Berl. Ber. p. 494, 1911.
A. S. Russel. Phys. Zeitschr. 13 p. 59, 1912.
A. Eucken u. F. Schwers. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 11 p. 578, 1913.
A. Eucken. (обзор) Jahrb. f. Rad. und Elektron. 8 p. 489, 1912. Berl. Ber. p. 571, 1912. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 11 p. 571, 1913.
A. Einstein u. Stern. Wied. Ann. 40 p. 551, 1913.
P. Ehrenfest. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 11 p. 451, 1913.
A. Sommerfeld u. Lenz. Phys. Zeitschr. 14 p. 261, 1913.
H. Kamerlingh Onnes u. W. H. Keesom. Wolfskehl-Kongress. Göttingen 1913.
W. H. Keesom. Phys. Zeitschr. 14 p. 665, 670, 1913.
E. Oosterhuis. Phys. Zeitschr. 14 p. 862, 1913.
P. Debye. Wied. Ann. 39 p. 789, 1912; 43 p. 1 1914.
Born u. Courant. Phys. Zeitschr. 14 p. 731, 1913.
C. Benedix. Wied. Ann. 42 p. 133, 1913.
M. Trauts. Phys. Zeitschr. 14 p. 1176, 1913.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ.

Ионизация газов.*)

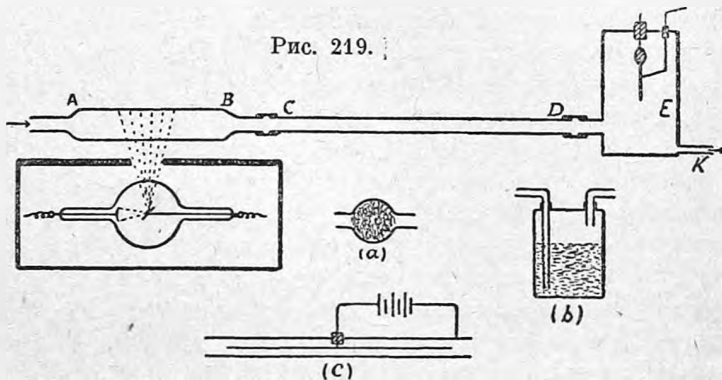
§ 1. Общие свойства газа, находящегося в состоянии проводимости.

Газы, находящиеся при обыкновенных температуре и давлении следует считать наилучшими изоляторами. Однако, еще *Coulomb* (1785), наблюдая потерю электричества с изолированного проводника, пришел к заключению, что часть электричества теряется не через изоляцию, а прямо в воздух. *Vois'y* (1889) особенно убедительно удалось показать, что электричество может теряться в воздух. Он подвешивал золотые листочки электроскопа к двум различного вида кварцевым столбикам изоляторам. — один был короткий и толстый, а другой длинный и тонкий, — и наблюдал, что потери в обоих случаях были одинаковы; если бы в его опытах электричество терялось через кварц, то очевидно, что в первом случае потеря должна бы быть гораздо больше, чем во втором. Целый ряд ученых занимались изучением этого явления, интересного самого по себе и особенно важного для выяснения вопросов об атмосферном электричестве. Так *Matteucci* (1850) показал, что потеря электричества уменьшается с понижением давления газа. К такому же выводу пришел и *Д. К. Бобылев* (1873). *Crookes'y* (1879) удалось сохранить в сильной пустоте заряженный электроскоп в течение нескольких месяцев. *Warburg* (1872) и *Hittorf* (1879) заметили, что присутствие пыли уменьшает проводимость воздуха. *Elster* и *Geitel* (1900) наблюдали потерю электричества в открытом воздухе и нашли, что электропроводность воздуха меняется

*) Эта глава составлена проф. А. П. Афанасьевым. О. Х.

со временем, но, вообще, она тем больше, чем чище воздух. С. Т. R. Wilson (1900, 1901), а также Rutherford и Allen (1902), изучая проводимость воздуха в замкнутых сосудах, установили, что потеря электричества пропорциональна объему сосуда и что в очищенном от пыли воздухе наибольшее количество электричества, которое может уйти с изолированного проводника, может быть вычислено по формуле $Q = 10^{-8} V$, где Q — количество электричества в электростатических единицах, а V — объем в кубических сантиметрах. Rutherford и Cooke, Mc. Lennan и Burton, а также Cooke (1903) показали, что проводимость атмосферного воздуха в значительной мере вызывается особым излучением, исходящим из земной поверхности. Из дальнейших работ Wulf'a, Macallum'a, Hess'a, Simpson'a, Wright'a, Cline'a и, особенно, Mc. Lennan'a выяснилось, что это излучение, исходящее из земной поверхности, в данной точке земной поверхности остается постоянным в пределах ошибок наблюдений. Однако, в разных точках земной поверхности оно различно; вообще говоря, оно меньше на поверхности моря и озер сравнительно с сушей, и на горах и башнях сравнительно с поверхностью земли. Число ионов, образуемых этим излучением в одну секунду в одном кубическом сантиметре воздуха, колеблется от 4 до 9.

Изучение проводимости воздуха сделало большие шаги с того момента, когда были открыты агенты, увеличивающие эту проводимость во много раз. К числу таких агентов в настоящее время следует отнести: лучи Рентгена, лучи Ленарда и катодные лучи, лучи радиоактивных веществ, лучи ультрафиолетовые из числа сильнопоглощаемых воздухом,



открытых Ленардом, лучи, сопровождающие электрическую искру, открытые E. Wiedemann'ом и названные им Entladungstrahlen, накалинные тела, освещенные тела, температура, превосходящая определенную величину, фосфор и некоторые другие тела. Для ознакомления со свойствами воздуха в состоянии проводимости, вызванной каким-нибудь внешним агентом, возьмем случай действия на воздух Рентгеновых лучей. Схема опыта изображена на рис. 219. AB тонкостенная латунная трубка, 12 см. длины и около 5 см. диаметром, расположена возле окна ящика, в котором заключена Рентгенова трубка. К трубке AB помощью резино-

вого соединения C присоединена другая более узкая (3 см. диам.) и более длинная CD (40 см. длины). Конец этой трубки D помощью резины соединен с сосудом E , содержащим электроскоп. Электрометрический сосуд E через трубку K сообщен с аспиратором, просасывающим воздух через всю систему от A до K в направлении, указанном стрелками.

Зарядим электроскоп и начнем просасывать воздух. При этом мы не заметим никакого спадения листочков электроскопа, но стоит только пустить в действие трубку Рентгена, как сейчас же заряд электроскопа станет уменьшаться. Следовательно, воздух, ставший проводником электричества под действием Рентгеновых лучей в камере AB , сохраняет это свое свойство и при переносе в электрометрический сосуд E . Что спадение листочков электроскопа происходит под действием этого перенесенного воздуха, а не благодаря непосредственному действию Рентгеновых лучей на воздух в сосуде E , легко убедиться, если прекратить действие Рентгеновой трубки, — тогда прекратится и спадение листочков электроскопа.

Приобретенное воздухом под действием Рентгеновых лучей свойство проводить электричество сохраняется им не особенно долгое время. Если, остановив ток воздуха, зарядить электроскоп и пустить Рентгеновы лучи, а затем, прекратив их, вновь начать просасывать воздух, то мы опять увидим спадение листочков электроскопа, но более слабое, чем прежде. Чем больше мы будем удлинять промежуток времени между прекращением Рентгеновых лучей и началом просасывания воздуха, тем слабее будет действие воздуха на заряд электроскопа и, наконец, очень скоро мы заметим, что электроскоп перестанет терять свой заряд.

Если разобрать резиновое соединение между B и C и вставить сюда шарик a , наполненный ватой, то разряжение электроскопа, наблюдавшееся в предыдущих опытах, прекратится. Следовательно, воздух при прохождении через вату теряет свою проводимость. То же произойдет, если вместо шарика с ватой a вставить промывную склянку b и просасывать воздух в виде пузырьков через воду.

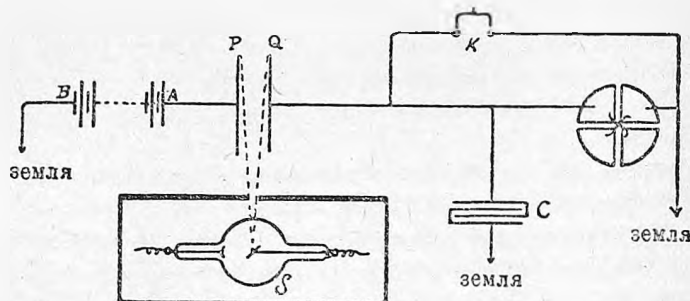
Удалим теперь промывную склянку и длинную латунную трубку CD , разобрав для этого оба резиновых соединения, и вставим на место их латунную трубку c , тех же размеров, что и трубка CD , но с изолированной от стенок металлической проволокой вдоль оси трубки. Если мы соединим и трубку и проволоку внутри ее с землей, то при действии Рентгеновых лучей и при токе воздуха мы по прежнему будем наблюдать разряжение электроскопа. Если же мы создадим внутри трубки электрическое поле, соединив для этого проволоку с одним из полюсов батарей в 150 вольт, другой полюс которой приключим к трубке, то при тех же прочих условиях разряжение электроскопа прекратится. Отсюда мы заключаем, что, при прохождении сквозь электрическое поле, воздух теряет приобретенную им под действием Рентгеновых лучей проводимость.

Итак, мы видим, что под влиянием Рентгеновых лучей в воздухе как бы появляется нечто новое, что делает его проводником электричества. Это нечто может быть удалено из воздуха фильтрованием его через вату или воду, а также пропусканием через электрическое поле, следовательно,

это нечто, примешанное к воздуху, должно иметь электрический заряд. Через некоторое время это нечто, появляющееся в воздухе, само собой исчезает. Так мы можем описать себе наблюдаемые явления.

§ 2. Ток насыщения. Исследуем теперь вопрос о том, как изменяется электрический ток через газ в зависимости от разности потенциалов, под которой происходит перенос электричества. Для этой цели заменим обстановку предыдущего опыта такую: рис. 220; P и Q обозначают две

Рис. 220.

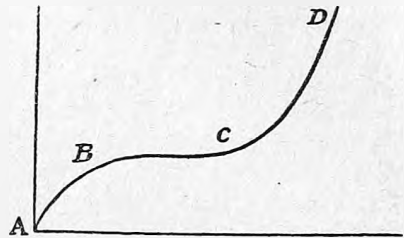


алюминиевые пластинки, около 15 кв. см. каждая, укрепленные одна параллельно другой в куске парафина на расстоянии 6—8 см. одна от другой. Как показано на рисунке, они расположены так, что воздух, находящийся между ними, пронизывается пучком Рентгеновых лучей, исходящих из ящика, заключающего в себе Рентгеновскую трубку и покрытого толстым листом свинца, имеющим для пропуска Рентгеновых лучей щель, около 1,5 см. ширины и 6 см. длины. Расположение ящика и пластинок должно быть таково, чтобы лучи, проходя через воздух между пластинками, не падали на самые пластинки. Этого легко достигнуть, проследивая ход пучка лучей помощью флюоресцирующего экрана. Одна из пластинок P соединяется с одним из полюсов батареи маленьких элементов, число которых можно менять. Другой полюс этой батареи отводится в землю. Вторая пластинка Q соединяется с одной парой квадрантов электрометра, другая пара квадрантов отводится в землю. Кроме этих приборов, как видно из схемы, имеются еще конденсатор C , служащий для увеличения емкости электрометра, и ключ K — для отведения, получаемого на электрометре, заряда в землю.

Сообщим пластинке P какой-либо потенциал. Мы тотчас же заметим движение электрометра. Если мы будем знать емкость электрометра и его чувствительность, и определим, на сколько делений отклоняется электрометр в одну секунду, то мы сможем вычислить силу электрического тока, проходящего через газ при данных условиях. Если таким образом определять силу тока через газ, то окажется, что она по величине не зависит от знака потенциала пластинки P (меняется при этом только направление тока). Зависимость же ее от величины потенциала выражается кривой, изображенной на рис. 221, где по оси абсцисс отложены

разности потенциалов между пластинками P и Q , а по оси ординат силы тока через газ, находящийся между теми же пластинками. Из этой кривой мы видим, что при малых напряжениях сила тока возрастает почти пропорционально напряжению, затем возрастание силы тока замедляется и при напряжениях, соответствующих части кривой BC , сила тока остается постоянной, несмотря на возрастание напряжения. Такой ток, когда увеличение потенциала не влечет за собой увеличения силы тока, называется током насыщения. Если еще дальше увеличивать потенциал, то через некоторое время ток снова начнет увеличиваться и может дойти до сколь угодно большой величины.

Рис. 221.



В дальнейшем мы почти исключительно будем иметь дело с токами насыщения, соответствующими части кривой BC , и только для краткости будем опускать слово насыщения. Если же где-либо придется говорить о токах, соответствующих частям кривой AB или CD , то это будет оговорено.

§ 3. Теория ионизации газов. Постараемся теперь объяснить себе механизм прохождения электричества через газ. В конце § 1 мы уже пришли к заключению, что перенос электричества как будто производится каким-то особым веществом (очевидно газообразным), появляющимся в газе под влиянием Рентгеновых лучей. Мы знаем далее, что прохождение электрического тока через жидкости совершается при посредстве ионов, на которые распадаются некоторые из молекул электролита. Очевидно, самое простое будет предположить, что под действием Рентгеновых лучей или же какого-либо другого агента, способствующего прохождению электричества через газ, часть молекул газа, подобно молекулам электролита, распадается на две части — два иона —, из которых один является заряженным положительным, а другой отрицательным электричеством. Тогда одни из этих ионов будут притягиваться к наэлектризованному телу, а другие отталкиваться. Притягивающиеся ионы будут нейтрализовать часть заряда тела, т. е., как бы снимать заряд с тела и переносить его в газ или на тело, наэлектризованное другим знаком, так как в газе или на противоположно наэлектризованном теле будет появляться избыток соответствующего числа ионов противоположного знака. Это предположение о механизме прохождения электрического тока через газ было высказано впервые Giese в 1889; в 1896 г. J. J. Thomson и E. Rutherford положили начало стройной теории ионизации газов, сделали из нее первые выводы и подвергли их количественной проверке.

Хотя одна и та же идея, высказанная впервые для случая электролиза Фарадеем и Максвеллем, открыла нам существование ионов в жидкостях и газах, однако, те и другие ионы при ближайшем изучении оказались весьма различными. Прежде всего следует отметить устано-

вившуюся разницу в названии ионов. В газах положительными ионами называются те, которые несут на себе положительный заряд и притягиваются к отрицательному электроду (в электролизе положительными ионами называются ионы, отлагающиеся на положительном электроде и, стало-быть, несущие отрицательный заряд). Соответственное различие существует и между отрицательными ионами газа и жидкости. Переходя к строению ионов, приходится прежде всего обратить внимание на тот факт, что в газах только один положительный ион всегда имеет молекулярные размеры, тогда как отрицательный ион сам по себе имеет массу во много раз меньшую не только молекулярной, но и атомной массы газа (он во всех газах имеет одну и ту же массу, приблизительно, в две тысячи раз меньшую массы атома водорода). Только в случае притяжения к отрицательному иону нейтральных молекул масса его возрастает до молекулярной и даже может превосходить ее.

Приходится допустить, что под влиянием энергии того или другого агента, делающего газ проводником электричества, от молекулы газа отделяется отрицательно заряженный электрон, при этом потерявшая его молекула является заряженной положительно и становится положительным ионом. Оказывается, что число таких ионизированных молекул пропорционально упругости газа и для разных газов, приблизительно, пропорционально поглощению тех лучей, которые производят ионизацию. Это число очень мало и для самых сильных ионизаторов не превосходит одной миллионной всего числа молекул, откуда понятна невозможность обнаружить появление ионов, наблюдая изменение каких-либо физических свойств ионизированного газа, кроме его электропроводности. При обыкновенных условиях число ионов того или другого знака, заключающихся в одном кубическом сантиметре газа, около 10^7 , что соответствует среднему расстоянию между ними в 10^{-2} см. Средняя длина свободного пути иона при 0° и 760 мм. давления ртутного столба около 10^{-6} см.

Если ионы появляются в газе только под влиянием ионизатора, то по прекращении действия ионизатора они через некоторое время, благодаря взаимному притяжению, должны опять соединиться в нейтральные молекулы, и газ теряет свою проводимость. Понятно также, что при прохождении через пористые тела или через электростатическое поле ионизированный газ должен потерять свои ионы и стать вновь изолятором. В § 1 мы видели, что это так и происходит.

Рассмотрим, наконец, каких нужно ожидать явлений в условиях опыта, описанного в § 2, соответствующего прохождению электрического тока через ионизированный газ, заключенный между двумя пластинами, находящимися под некоторой разностью потенциалов. При этом в пространстве между пластинами возникает электрическая сила, которая будет двигать положительные ионы к пластинке с меньшим потенциалом, а отрицательные к пластинке с большим потенциалом. Так как ионы находятся среди молекул газа, то понятно, что они будут на своем пути встречать сопротивление своему движению, подобно ионам электро-

лита, движущимся среди молекул жидкости, и точно также скорость их движения будет пропорциональна величине электрической силы, действующей в пространстве между пластинами. А чем больше будет скорость движения ионов, тем больше ионов будет достигать в единицу времени той или другой пластины. При этом нужно еще заметить, что с увеличением скорости движения иона уменьшается возможность его соединения с другим ионом противоположного знака. Поэтому при небольших силах электрического поля, соответствующих малым разностям потенциалов, как видно из кривой на рис. 221, сила тока пропорциональна разности потенциалов пластин. Однако, так как число ионов между пластинами конденсатора конечно, возрастание силы тока постепенно начинает отставать от возрастания разности потенциалов и, наконец, при токе насыщения совершенно останавливается. Это, очевидно, начинает происходить с того момента, когда скорости ионов достигнут такой величины, что соединения ионов противоположных знаков совсем не происходит и число ионов, достигающих в единицу времени каждой из пластин конденсатора, равно числу ионов, образуемых ионизатором в единицу времени. Если обозначить через e заряд каждого иона, через q число ионов какого-либо знака, образуемых данным ионизатором за каждую единицу времени в одном кубическом сантиметре газа, а через V об'ем газа, пронизываемого лучами Рентгена между пластинами конденсатора, то сила тока i или количество электричества, получаемое каждой пластиной в единицу времени, выразится такой формулой: $i = eqV$. Если теперь начать увеличивать расстояние между пластинами, увеличивая при этом и разность потенциалов так, чтобы электрическая сила между пластинами все время соответствовала току насыщения, то сила тока i будет увеличиваться пропорционально расстоянию, так как пропорционально расстоянию будет расти об'ем ионизированного газа V . Этот своеобразный результат легко подтверждается на опыте.

Если обозначить емкость собирательной пластины вместе с электрометром через C , а через E увеличение потенциала электрометра в единицу времени при токе насыщения i , тогда можем написать $i = CE$. Сравнивая это выражение с ранее установленным, мы получим $CE = eqV$, откуда

$$q = \frac{CE}{eV} \dots \dots \dots (1)$$

Величины C и V зависят от устройства прибора и первая из них может быть легко определена из опыта, а вторая из геометрических размеров прибора; величина E определяется непосредственно помощью электрометра и секундомера, а величина e равна $4,77 \times 10^{-10}$ электростатических единиц (см. главу XV). Таким образом, наблюдая ток насыщения, мы можем определить число ионов, образуемых данным ионизирующим агентом в одну секунду в одном кубическом сантиметре газа. Все это относится к тому случаю, если действие ионизатора по всему об'ему ионизированного газа одинаково. Если же ионизация в разных точках различна, то указанным путем мы получим среднее число ионов, обра-

зуемых данным ионизатором за одну секунду в одном кубическом сантиметре газа.

§ 4. Воссоединение ионов (рекомбинация). Остановимся теперь несколько внимательнее на явлении воссоединения противоположно наэлектризованных ионов под влиянием силы электростатического притяжения. Если обозначить через n_1 — число ионов одного знака и через n_2 — число ионов другого знака и предположить, что число воссоединяющихся в единицу времени ионов какого-либо знака будет пропорционально числу возможных встреч двух противоположно наэлектризованных ионов, то это число будет пропорционально произведению $n_1 n_2$. Предполагая, что газ не был вначале наэлектризован и имея в виду, что при ионизации число образующихся положительных ионов равно числу отрицательных, мы можем считать $n_1 = n_2 = n$ и тогда число воссоединяющихся ионов, рассчитанное на единицу времени, для любого момента можно положить равным αn^2 , где α — некоторое постоянное число, называемое коэффициентом воссоединения. Если обозначить через q число ионов какого-либо знака, производимых в единицу времени ионизирующим агентом, то тогда для каждого момента времени изменение числа существующих ионов, рассчитанное на единицу времени $\frac{dn}{dt}$ выразится так:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2 \dots \dots \dots (2)$$

Эта зависимость будет иметь место, как для периода нарастания ионизации вскоре после начала действия ионизирующего агента (1), так и для стационарного состояния ионизации (2), так и для постепенного убывания ионизации после прекращения действия ионизирующего агента (3). Соответственно этим трем состояниям и были произведены ее проверки. Мы рассмотрим опыты, относящиеся ко второму и третьему состояниям.

В состоянии втором, когда число ионов остается неизменным, $\frac{dn}{dt} = 0$. Обозначая число ионов, находящихся при этом в одном куб. сант. газа, через N , мы имеем

$$\alpha = \frac{q}{N^2} \dots \dots \dots (3)$$

Отсюда видно, что для определения коэффициента воссоединения нужно измерить q и N . Определение первой величины получается путем измерения тока насыщения, см. § 3 формула 1. Вторую величину N можно определить, если быстро прекратить действие ионизирующего агента и вслед за тем к пластинам конденсатора, между обкладками которого находится ионизированный газ, приложить достаточно высокую разность потенциалов, соединив при этом одну из пластин с электрометром, тогда заряд электрометра будет пропорционален Ne , где e заряд одного иона. Наблюдая отклонение электрометра, а также зная емкость заряжаемой системы и чувствительность электрометра, мы определим N , так как

заряд одного иона $e = 4,77 \times 10^{-10}$ электростатических единиц, как было уже упомянуто в § 3.

Прилагая уравнение (2) к состоянию газа, когда ионизирующий агент перестал действовать, мы должны положить $q = 0$, тогда получим

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2 \text{ или}$$

$$\frac{dn}{n^2} = -\alpha dt.$$

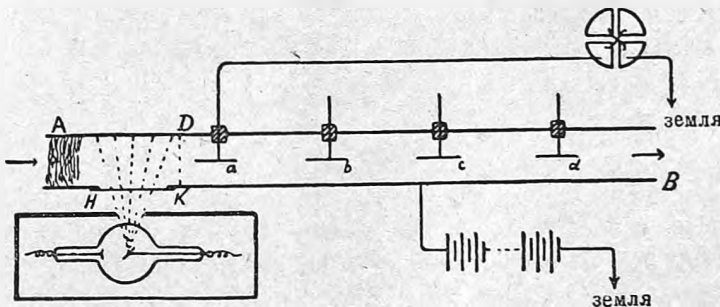
Общий интеграл этого уравнения будет $\frac{1}{n} = \alpha t + c$, где c постоянная величина. Для определения этой постоянной применим полученный результат к моменту времени, соответствующему прекращению действия ионизирующего агента, когда $t = 0$ и $n = N$ (см. выше). Получаем $c = \frac{1}{N}$. Откуда окончательно имеем

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{N} = \alpha t \dots \dots \dots (4)$$

Проверку этого равенства производили, определяя n (число ионов оставшихся в газе) для различных моментов t , прилагая в соответствующие моменты времени разность потенциалов, достаточную для очень быстрого, чтобы не успевало произойти дальнейшее воссоединение ионов, извлечения ионов из газа и определяя заряд, полученный притянувшими ионы проводником. Опыты при этом производились по двум различным схемам.

Помощью особого коммутатора, соединенного с маятником (Rutherford, McClung, Plimpton) через определенные промежутки времени после прекращения действия ионизирующего агента прилагалась необ-

Рис. 222.



ходимая для извлечения ионов разность потенциалов к тем же пластинам, между которыми производилась ионизация, при чем одна из пластин соединялась с электрометром. Сравни первый способ определения α для стационарного состояния ионизации.

Вторая схема, которой пользовались Rutherford и Townsend, состояла в следующем (рис. 222). Внутри латунной трубы около метра

длиной и около 5 сантиметров диаметром располагался ряд электродов (a, b, c, d), укрепленных помощью эбонитовых пробок в стенке цилиндра. Каждый из этих электродов поочередно мог соединяться с электрометром, при этом все остальные соединялись с трубой, которая в свою очередь соединялась с одним из полюсов батареи элементов, другой полюс которой был отведен в землю. Один из концов трубы (на рисунке левый) был заполнен ватой, через которую в трубу вдувался воздух струей постоянной силы. Газометром измерялось количество воздуха, продуваемого в единицу времени через трубу. Отсюда можно было определить скорость движения воздуха в трубе. Между ватой и первым из расположенных по оси электродов половина стенки трубы была срезана и отверстие покрыто алюминием, через который в трубу проникали Рентгеновы лучи. Определяя ток, соответствующий каждому из аксиальных электродов, и рассчитывая по скорости движения газа и расстоянию электрода от места ионизации газа, время, потраченное газом на перемещение от места ионизации до данного электрода, можно построить кривую, выражающую зависимость между временем и оставшимся в газе числом ионов, а из этой кривой можно определить и постоянные N и α , входящие в уравнение (4).

Различные наблюдатели не только подтвердили справедливость указанных равенств, но и нашли очень согласные числа для величины α .

Газ	Townsend	McClung	Langevin
Воздух	$3420 \times e$	$3384 \times e$	$3200 \times e$
Углекислый газ	$3500 \times e$	$3492 \times e$	$3400 \times e$
Водород	$3020 \times e$		

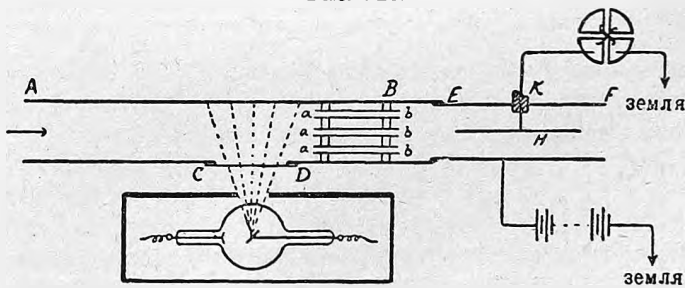
где e заряд одного иона; полагая его равным $4,77 \times 10^{-10}$ электростатических единиц в среднем имеем $\alpha = 1,5 \times 10^{-6}$. McClung, Langevin, Plimpton (исследовавший кроме воздуха еще $CO_2, SO_2, CH_2J, C_2H_5Cl, C_2H_5Br, (C_2H_5)_2O$) нашли, что величина коэффициента воссоединения α уменьшается с уменьшением упругости газа; McClung, Erikson и Phillips показали, что α уменьшается при нагревании газа. Присутствие пыли, капелек воды или табачного дыма сильно увеличивает коэффициент воссоединения. Если между пластинами конденсатора, между которыми находится ионизированный газ, вдувать табачный дым, то ток насыщения, как показал Owens, уменьшается во много раз.

§ 5. Диффузия ионов. Согласно теории ионизации, ионы, находящиеся в газе, можно рассматривать как особый ряд газа, примешанный в очень небольшом количестве к тому газу, из которого они получились. Частицы этого ионного газа обладают некоторыми своеобразными свойствами, так они делятся на два рода: положительные и отрицательные ионы; частицы одного рода могут соединяться с частицами другого и тогда количество частиц ионного газа становится меньше (воссоединение). Если какой-либо ион находится вблизи какого-либо тела, например, стенки сосуда, то он может притянуться к ней и либо он только отдаст

ей свой заряд, либо целиком прилипнет к ней, но во всяком случае число ионов, заключающихся в газе, станет меньше. Подобного рода явление наблюдается при прохождении газа через пористые тела или через жидкости (см. § 2).

Вообразим теперь, что в некотором месте газа произведена ионизация газа. Тогда образовавшиеся ионы будут стремиться диффундировать в окружающие области, занятые неионизированным газом, так что объем, занятый ионами, будет становиться больше. Число ионов, вышедших в определенное время за границы первоначального объема, будет тем больше, чем больше была поверхность, ограничивающая первоначальный объем ионизации. Например, если объем, занятый ионизированным газом, имел вид тонкого слоя или очень узкого цилиндра, то число ионов, вышедших в определенное время за границы этого объема, будет особенно велико. Если за границами первоначального объема ионы будут встречать твердые тела, например, стенки сосудов, то, как было указано выше, они будут как бы поглощаться стенками. Таким образом, если ионизированный газ поместить в сосуд, имеющий очень большую поверхность и очень малый объем, то число ионов в нем будет очень быстро убывать, гораздо быстрее, чем оно убывает вследствие воссоединения. Наблюдая скорость убывания числа ионов в этом случае, можно судить о быстроте диффузии ионов. Подобно коэффициенту диффузии газов, можно установить понятие о коэффициенте диффузии ионов, как о некотором коэффициенте пропорциональности, численно равном числу ионов какого-либо знака, про-

Рис. 223.



ходящих в одну секунду через один квадратный сантиметр по направлению, перпендикулярному к плоскости этого сантиметра, при градиенте числа ионов $\frac{dn}{dx}$ (где n число ионов, а x некоторое расстояние, измеренное по направлению перемещения ионов) равном единице. Наблюдения над диффузией ионов и определения коэффициентов диффузии были произведены Townsend'ом в 1899 году. Схема опытов Townsend'a состояла в следующем. Тщательно очищенный газ из газометра продувался вдоль латунной трубки AB (рис. 223) 50 см. длины и 3,2 см. диаметра. При прохождении мимо алюминиевого окошка CD газ ионизировался Рентгеновыми лучами. Далее он проходил сквозь систему из двенадцати узких

трубок, из которых каждая имела диаметр 0,3 см. В различных системах длина трубок была различна. Так в одной она была 10 см., в другой 4 см. и в третьей 3 см. При прохождении газа через узкие трубки происходила потеря ионов благодаря диффузии и действию стенок. По выходе из трубок газ встречал на своем пути изолированный осевой электрод H , который был соединен с электрометром. Придавая латунной трубке AB положительный или отрицательный потенциал достаточной величины, Townsend мог определять число положительных или отрицательных ионов, приносимых газом в единицу времени, по прохождении через узкие трубки той или иной длины. Понятно, что при прохождении газа через более длинные трубки число ионов получалось меньше, так как больше терялось от диффузии. Потерю ионов через воссоединение он принимает в расчет, определяя коэффициент воссоединения помощью наблюдений при различных положениях электрода H от места действия Рентгеновых лучей, как было описано в § 4. Townsend непосредственно измерял отношение числа ионов, приносимых газом к изолированному электроду H при прохождении через короткие и длинные трубки. С другой стороны, теоретически им была установлена формула, выражающая зависимость между величиною этого отношения, длинами трубок, коэффициентом диффузии и скоростью течения газа. Подставляя найденную величину в эту формулу, он определил коэффициенты диффузии положительных ($+D$) и отрицательных ($-D$) ионов различных газов, помещенные в следующей таблице:

Газ	$+D$	$-D$	$-D/+D$
Воздух сухой	0,028	0,043	1,54
« влажный *)	0,032	0,035	1,09
Кислород сухой	0,025	0,0396	1,58
« влажный	0,0288	0,0358	1,24
Углекислый газ сухой	0,023	0,026	1,13
« « влажный	0,0245	0,0255	1,04
Водород сухой	0,123	0,190	1,54
« влажный	0,128	0,142	1,11

При рассмотрении этой таблицы прежде всего обращает на себя внимание то обстоятельство, что коэффициент диффузии отрицательного иона больше, чем коэффициент диффузии положительного иона. Еще раньше опытов Townsend'a Rutherford'ом было замечено, что при прохождении через узкую трубку ионизированного газа, газ заряжается положительно, а трубка отрицательно. Более быстрая диффузия отрицательных ионов сравнительно с положительными, на первый взгляд, казалось бы, объясняется тем, что, по нашему предположению, положительный ион имеет гораздо большую массу, чем отрицательный, так как, согласно высказанному в § 3, составляет главную часть распавшейся молекулы. Однако, с одной стороны, разность между скоростями их диффузии не столь велика, как можно было бы ожидать из разности их масс.

*) Влажные газы заключали насыщенный водяной пар при $+15^{\circ}C$.

Согласно кинетической теории газов коэффициент диффузии обратно пропорционален корню квадратному из произведения массы диффундирующей молекулы на массу молекулы того газа, в котором диффузия происходит. Отсюда скорость диффузии положительного иона должна бы быть в $\sqrt{1000}$ раз больше скорости диффузии отрицательного. С другой стороны, если сравнить скорости диффузии ионов со скоростями диффузии газов, то мы увидим, что скорости диффузии газов во много раз больше скоростей диффузии ионов и только скорости диффузии паров сложных органических жидкостей подходят по величине к скоростям диффузии ионов. Отсюда приходится сделать такое предположение, что как положительный, так и отрицательный ион представляет из себя группу молекул газа, собравшихся около первоначального иона, при чем масса молекул около положительного иона больше, чем около отрицательного. По грубому подсчету можно в среднем принять, что около каждого иона собирается около 30 молекул. Присутствие водяного пара уменьшает подвижность как положительного, так и отрицательного иона, но при этом последнего в большей степени. Этот факт находится в связи со способностью, главным образом, отрицательных ионов являться центрами образования тумана в газе, наполненном пересыщенными парами воды.

Townsend изучал также влияние упругости газа на коэффициенты диффузии ионов и нашел, что с уменьшением упругости коэффициенты диффузии возрастают, и притом для отрицательных ионов скорее, чем для положительных.

Mc Clelland нашел, что при высоких температурах коэффициенты диффузии также возрастают. Оба эти факта говорят в пользу того предположения, что ионы представляют из себя группы молекул, образовавшихся около первоначальных ионов, получившихся сразу после распада молекулы. Townsend определял коэффициенты диффузии ионов, образующихся в газе не только под действием Рентгеновых лучей, но и в других случаях, именно, под влиянием излучений радиоактивных тел, под действием ультрафиолетовых лучей и при разряде электричества с острий. Во всех случаях он получил одно и то же значение коэффициента диффузии, как видно из следующей таблицы:

Способ	Сухой воздух		Влажный воздух	
	+ ионы	- ионы	+ ионы	- ионы
Рентгеновы лучи	0,028	0,043	0,032	0,035
Радиоакт. вещества	0,032	0,043	0,036	0,041
Ультра-фиол. лучи	0,032	0,043	0,036	0,037
Разряд с острия	0,0247	0,037	0,028	0,039
	0,0216	0,032	0,027	0,037

Таким образом, приходится заключить, во всех случаях в газе образуются одни и те же ионы.

§ 6. Подвижности ионов. Подвижность и коэффициент диффузии.

В предыдущем параграфе мы видели, что изучение явления диффузии ионов дает нам возможность составить себе некоторое суждение об их физическом строении. Еще большее в этом отношении дает изучение скоростей передвижения ионов в электрическом поле. Подобно скорости электролитического иона, мы будем называть подвижностью газового иона ту скорость, которую он развивает при движении в электрическом поле напряжения, равного единице. Thomson указал на зависимость, существующую между коэффициентом диффузии иона и его подвижностью. Это обстоятельство позволило при изучении свойств ионов главное внимание обратить на изучение подвижностей — величин, очень точно определяемых на опыте.

Если мы обозначим число ионов, приходящееся на один куб. сант. газа, через n , а коэффициент диффузии через D , то, как было указано в § 5, число ионов какого-либо знака, проходящих в одну секунду через один квадратный сантиметр по направлению x , перпендикулярному к плоскости этого сантиметра, будет равно $D \frac{dn}{dx}$. Разделив это выражение

на n , мы получим $\frac{D}{n} \frac{dn}{dx}$, что выражает собою ту часть ионов, заключающихся в одном кубическом сантиметре, которая выходит из этого куб. сант. по направлению x в течение одной секунды. Этот процесс выхода ионов можно представить себе еще так, — как будто бы весь куб. сант. переместился в направлении x на $\frac{D}{n} \frac{dn}{dx}$ линейного сантиметра.

При таком толковании величина $\frac{D}{n} \frac{dn}{dx}$ может быть названа средней скоростью движения ионов по направлению x . Мы видели, что ионы можно рассматривать, как особого рода газ, примешанный к тому газу, из которого они получены. Если назвать парциальную упругость ионного газа через p , то она будет пропорциональна числу ионов, заключающихся в одном куб. сант., полагая $p = kn$, где k число постоянное, мы получаем $\frac{D}{n} \frac{dn}{dx} = \frac{D}{p} \frac{dp}{dx}$. $\frac{dp}{dx}$ есть изменение давления на квадр. сант. поверхности по направлению x , рассчитанное на перемещение в один линейный сант. по тому же направлению, т. е. это есть сила, действующая на объем ионного газа, равный одному кубическому сантиметру. Итак мы видим, что при действии на один кубический сантиметр ионного газа силы, равной $\frac{dp}{dx}$, он перемещается в направлении x со скоростью равной $\frac{D}{p} \frac{dp}{dx}$. Отсюда, при действии силы, равной единице, тот же куб. сант. переместился бы на величину $\frac{D}{p}$. Отсюда следует, что, если поместить ионный газ в электростатическое поле напряжения X , то он будет перемещаться в нем со скоростью U , равной

$$U = Xen \frac{D}{p},$$

где Xen выражает электрическую силу, действующую на один куб. сант.

ионного газа, находящегося в поле напряжения X (e — заряд каждого иона). Отношение $\frac{n}{P}$ при постоянной температуре не изменяется и равно отношению $\frac{N}{P}$, где P есть нормальное давление, а N число молекул какого-либо газа при нормальном давлении и при данной температуре. С другой стороны, если обозначить через u подвижность иона, т. е. то расстояние, на которое он перемещается в единицу времени под действием электрической силы равной единице, то $U = uX$, или $u = \frac{U}{X}$. Таким образом, окончательно, мы имеем такую связь между коэффициентом диффузии и подвижностью иона:

$$D = u \frac{P}{Ne} \dots \dots \dots (5)$$

где P должно быть выражено в длинах на квадратный сантиметр, и u отнесено к напряжению поля равному единице в той системе, в которой измерена величина заряда e ; N есть число молекул в 1 куб. сант. при нормальном давлении и данной температуре.

Если в равенство (5) подставить найденные из опыта величины коэффициента диффузии и подвижности иона, то можно определить, как указал Townsend, величину заряда (e) каждого иона, ибо число N есть общее для всех газов. В самом деле, полагая величину нормального давления P равным 10^6 дин, беря из § 5 величину коэффициента диффузии для положительного иона в воздухе 0,032 а из § 8 величину подвижности 1,37 при силе электрического поля вольт на сантиметр, что даст для электростатической единицы напряжения поля $1,37 \times 300$, мы будем иметь

$$Ne = \frac{1,37 \times 300 \cdot 10^6}{0,032}$$

Сравним теперь заряд газового иона с зарядом электролитического иона. Известно, что один кулон электричества выделяет 0,123 куб. сант. водорода при комнатной температуре и нормальном давлении. Если обозначить заряд электролитического иона через e' и принять в расчет, что молекула водорода имеет два атома, то мы будем иметь такое соотношение

$$0,246 Ne' = 1 \text{ кулон}$$

или

$$Ne' = 1,22 \times 10^{10} \text{ электрост. ед.,}$$

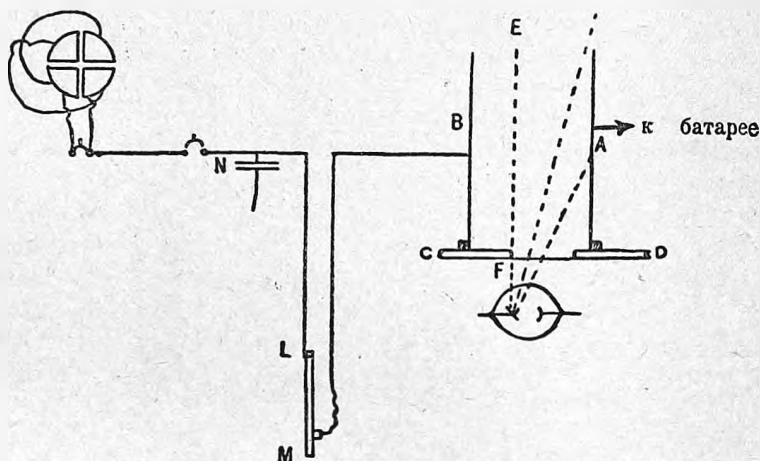
так как кулон равняется 3×10^9 электрост. единицы. Деля Ne на Ne' , мы имеем

$$\frac{e'}{e} = \frac{1,37 \times 300 \times 10^6}{0,032 \times 1,22 \times 10^{10}} = 1,05.$$

Принимая во внимание неточность определения подвижности ионов и, в особенности, коэффициента диффузии, мы можем в пределах ошибок наблюдений считать это отношение равным единице и, стало быть, утверждать, что заряд иона во всех газах одинаков и равен заряду водородного иона при электролизе жидкостей.

§ 7. Способы определения подвижностей ионов. Переходя к изложению способов определения подвижностей ионов, мы прежде всего кратко изложим старый способ Rutherford'a непосредственного измерения времени, необходимого для прохождения ионом определенного расстояния. Сущность этого способа заключается в следующем. Между пластинами плоского конденсатора A и B (рис. 224), укрепленными на двух изоляторах C и D на расстоянии 16 см. одна от другой, пропускаться пучек Рентгеновых лучей. Помощью экранов устраивают так, чтобы Рентгеновы лучи освещали только часть воздуха, заключающегося между

Рис. 224.



пластинами A и B , именно, направо от линии EF . Расстояние между пластиной конденсатора B и линией EF необходимо измерить. В опытах Rutherford'a оно было 8 см. Пластина A соединяется с одним из полюсов батареи аккумуляторов, другой полюс которой соединен с землей. Пластина B соединена помощью особого ключа LM с одной из пар квадрантов электрометра, другая пара квадрантов которого отведена к земле. Для увеличения емкости пластины A к проводу, соединяющему ее с электрометром, присоединен конденсатор N . Сначала пластина A соединяется с тем или другим полюсом батареи, смотря по тому, скорость каких ионов, положительных или отрицательных, желательно определить, пластина O при этом соединяется с изолированной парой квадрантов электрометра. Затем при помощи особого массивного маятника производится следующий ряд действий: 1) пускается на мгновение ток в первичную обмотку катушки, питающей Рентгенову трубку, от чего происходит быстрое возникновение ионов в части воздуха справа от линии EF ; 2) через определенное время производится размыкание ключа LM , т. е. отделение пластины B от электрометра; 3) вслед за этим производится отделение пластины A от батареи аккумуляторов. При очень малых промежутках времени, отделяющих момент ионизации газа от момента отделения пластины B от электрометра, отклонения электрометра были

ничтожны; но когда этот промежуток времени достиг величины 0,36 секунды, электромметр стал сразу показывать большие заряды, — следовательно, нужно 0,36 секунды, чтобы при данном поле (220 вольт на 16 см.) ионы прошли расстояние 8 см., отделяющее линии EF и CB . Отсюда для подвижности ионов получается число 1,6. Разности между подвижностью положительных и отрицательных ионов при этом Rutherford'ом обнаружено не было.

Впервые разность подвижностей положительного и отрицательного иона была обнаружена Zeleny, который употреблял следующий метод. Представим себе два коаксиальных металлических цилиндра AB и CD (рис. 225). Между ними параллельно их общей оси продувается струя воздуха. Часть внешнего цилиндра mn , имеющая вид очень узкого кольца, делается прозрачной для Рентгеновых лучей, исходящих из трубки, помещенной извне. При прохождении струи газа мимо этого кольца, в газе образуются ионы. Между внешним и внутренним цилиндрами поддерживается постоянная разность потенциалов V . Под влиянием этой разности потенциалов в пространстве между цилиндрами возникает электрическая сила, имеющая радиальное направление и гонящая, соответственно своему знаку, те или другие ионы от внешнего цилиндра к внутреннему. Величина этой силы F в какой-нибудь точке p , находящейся на расстоянии r от общей оси цилиндров будет (см. том IV, ч. I, гл. I, § 9)

$$F = \frac{V}{r \log \frac{R_2}{R_1}},$$

где \log есть знак натуральных логарифмов, а R_2 и R_1 обозначают радиус внешнего и внутреннего цилиндра. Обозначая подвижность иона через u , мы будем иметь для скорости движения иона по направлению к оси $\frac{dr}{dt}$ такое выражение

$$\frac{dr}{dt} = uF = \frac{uV}{r \log \frac{R_2}{R_1}}.$$

В то же время уносимый потоком продуваемого газа ион будет относиться вдоль цилиндров по направлению z с некоторою скоростью v , так что мы можем записать

$$\frac{ds}{dt} = v.$$

Деля почленно данное равенство на предыдущее, мы получим следующее дифференциальное уравнение кривой, по которой будет происходить движение иона в пространстве между поверхностями цилиндров

$$ds = \frac{r \log \frac{R_2}{R_1}}{uV} v dr.$$

Каждый из ионов, возникших в слое mn , через некоторое время будет притянут к поверхности внутреннего цилиндра. Это случится тем позднее, и пройденное ионом по направлению оси расстояние будет тем больше, чем дальше от поверхности внутреннего цилиндра было место возникновения иона. Дальше всего, очевидно, будут отнесены потоком продуваемого газа ионы, возникшие у самой поверхности наружного цилиндра. Обозначив это наибольшее расстояние, за которым уже не будет в струе газа ни одного иона, через S , мы получим его, интегрируя последнее из выше написанных равенств в пределах от $r = R_1$ до $r = R_2$

$$S = \frac{\log \frac{R_2}{R_1}}{u V 2 \pi} \int_{R_1}^{R_2} 2 \pi v r dr.$$

Выражение, стоящее под знаком интеграла, измеряет, очевидно, объем газа, проносимый в единицу времени через поперечное сечение пространства между цилиндрами. Этот объем легко измерить помощью газометра или газовых часов, — обозначим его через Q , тогда окончательно получим

$$S = \frac{Q}{2 \pi V u} \log \frac{R_2}{R_1} \dots \dots \dots (6)$$

Из этого равенства мы видим, что, если бы мы могли измерить S , то тогда бы легко было вычислить и u . Для измерения S Zeleny разделил внутренний цилиндр CD на две части, из которых одну, проходящую через полосу mn , соединил с землей, а другую с электрометром. Затем, установив определенную скорость продувания газа и придав внешнему цилиндру довольно большой потенциал, он постепенно уменьшал потенциал внешнего цилиндра до тех пор, пока электрометр не начинал показывать, что некоторые ионы начинают попадать на ту часть цилиндра, которая соединена с электрометром. Подставляя в формулу соответствующие величины Q и V , и заменяя S числом, измеряющим расстояние от слоя mn до соединенной с электрометром части внутреннего цилиндра, Zeleny получил значение u . Из равенства (6) видно, что, чем больше подвижность иона, тем меньше должен быть соответствующий потенциал. Пусть для положительных ионов величина положительного потенциала внешнего цилиндра будет V_1 а для отрицательных ионов соответствующая абсолютная величина потенциала будет V_2 , тогда из (6) мы получим:

$$\frac{u +}{u -} = \frac{V_2}{V_1}.$$

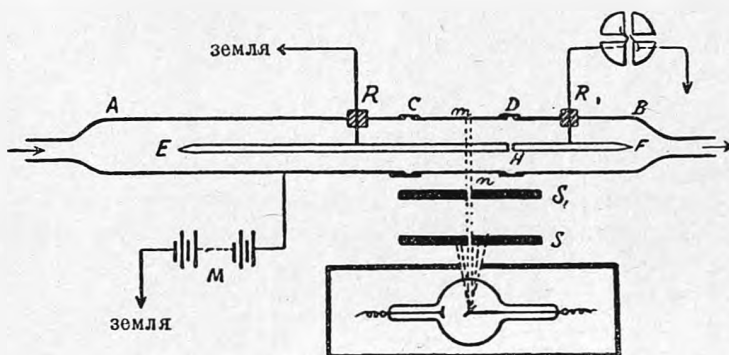
Так Zeleny впервые обнаружил разность в подвижностях ионов и установил, что обычно подвижность отрицательного иона больше подвижности положительного.

Общая схема опыта Zeleny изображена на рис. 226. На этом рисунке, не требующем особого раз'яснения, CD изображает часть внешнего цилиндра, сделанную из тонкого алюминия и наглухо соединенную с латун-

ными частями цилиндра; S_1 и S_2 изображают два свинцовых экрана, имеющие каждый по узкой (2—3 мм.) щели. По данному методу, очевидно, определяются подвижности самых медленных ионов.

Zeleny дал еще другой, основанный на продувании газа, способ определения подвижностей ионов. В этом способе электрическое поле создается между двумя сетчатыми пластинами плоского конденсатора и газ продувается сквозь пластины параллельно линиям движения ионов под влиянием электрических сил, и в направлении, противоположном

Рис. 226.



движению тех ионов, скорость которых определяется. Затем подбирается такая разность потенциалов пластин конденсатора, чтобы скорость движения иона под влиянием электрической силы равнялась скорости потока газа, что легко констатировать по отсутствию переноса заряда с одной пластины на другую. Этот способ позволяет определять скорости самых быстрых ионов.

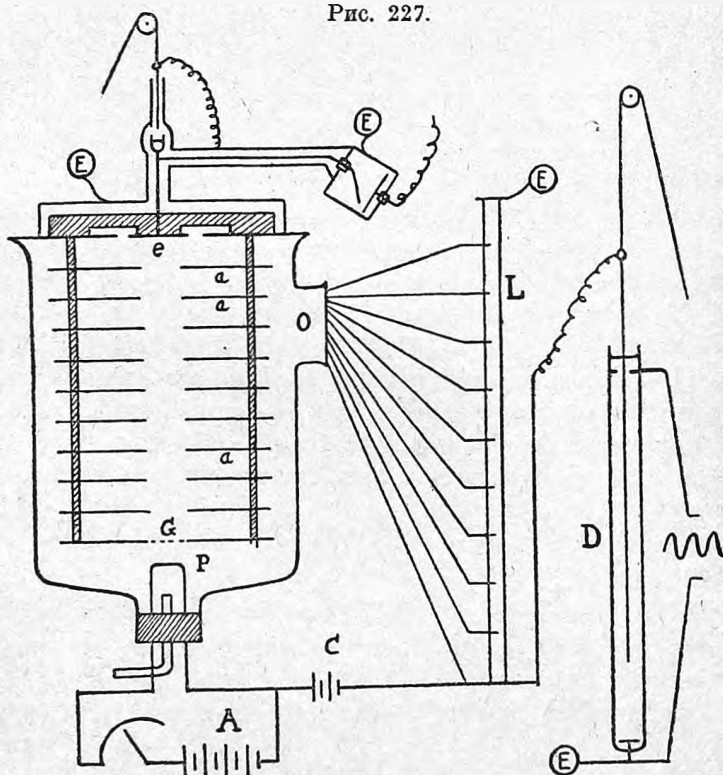
Интересную работу определения скоростей быстрых ионов по этому способу произвел Альтберг.

Эта же идея равновесия между скоростью газа и скоростью иона лежит в основе способа Н. А. Wilson'a для определения подвижностей ионов в пламенах, окрашенных солями щелочных и щелочно-земельных металлов.

Очень часто для измерения подвижности ионов, употребляется данный Rutherford'ом и разработанный Frank'ом, Pohl'ем и Todd'ом метод переменного тока. Опишем этот метод, как его применял Todd в одной из последних работ. На рис. 227 e — тщательно изолированная металлическая пластинка, помещенная внутри отведенного к земле охранного кольца, соединена с листочком наклонного электрометра Вильсона. Эта пластинка составляет одну из обкладок конденсатора, другая обкладка конденсатора помещена внизу и поддерживается изолирующими столбиками, идущими от охранного кольца; средняя часть нижней пластины имеет круглое отверстие G диаметра несколько меньшего, чем диаметр пластинки e , покрытое металлической сеткой. Чтобы поле между этими двумя пластинами оставалось равномерным, было применено следую-

щее устройство. Между пластинами конденсатора на равных расстояниях было расположено девять металлических пластин с такими же отверстиями, как у нижней, но без сетки. Этим пластинам сообщались равномерно убывающие, от величины потенциала нижней пластины до нуля, потенциалы. Для этого от каждой пластины шел провод к соответствующей точке потенциометра, представлявшего из себя эбонитовую трубку, наполненную водой, со введенными через стенку и равномерно распределенными по длине ее проволоками. Одна из конечных точек потенциометра была соединена с землей (E), а другая с некоторой точкой жидкостного сопротивления, по которому шел переменный ток от городской сети;

Рис. 227.



передвижением точки ответвления вдоль жидкостного сопротивления, можно придавать крайним пластинам любую амплитуду переменного потенциала, при этом на средних пластинах получают равномерно изменяющиеся промежуточные потенциалы, и поле в цилиндрическом пространстве, соответствующем круглым отверстиям в пластинах, можно считать равномерным.

Предположим теперь, что снизу через сетку G в цилиндрическое пространство проникают ионы какого-либо знака. Под влиянием переменного поля они будут совершать пульсирующие движения, а именно полупериода двигаться вверх, когда потенциал нижней пластины одинаков

со знаком ионов, и другие полпериода вниз. Легко вычислить то расстояние, на которое они будут подниматься над сеткой. Если обозначить подвижность ионов через u , расстояние между верхней и нижней пластиной через d , а мгновенное значение разности потенциалов между крайними пластинами через $E_0 \sin \omega t$ (см. гл. II, § 13), где E_0 есть амплитуда переменного потенциала, а ω число полных перемен в 2π секунд равное, $\frac{2\pi}{T}$, то, для скорости иона в момент времени t , мы будем иметь выражение

$$\frac{u E_0 \sin \omega t}{d},$$

тогда путь, пройденный за время dt , будет равен $\frac{u E_0 \sin \omega t}{d} dt$, и полный путь за весь полупериод:

$$S = \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{u E_0 \sin \omega t}{d} dt = \frac{u E_0}{d} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \frac{2\pi}{T} t dt = \frac{u E_0 T}{\pi d} \dots \dots \dots (7)$$

Увеличивая амплитуду переменного потенциала E_0 , можно достичь того, что S станет равным d , тогда при движении вверх ионы будут достигать пластинки e , соединенной с электрометром, и последний начнет заряжаться электричеством того же знака, как и ионы, проникающие через сетку G в цилиндрическое пространство с равномерным переменным полем. Итак, наблюдения сводятся к тому, что наблюдатель изменяет точку ответвления переменного тока на жидкостном сопротивлении D до тех пор, пока электрометр не начнет отклоняться. Полагая, при таких условиях, в последнем равенстве $S = d$ и решая его относительно подвижности u , мы имеем

$$u = \frac{\pi d^2}{E_0 T}, \dots \dots \dots (8)$$

где d есть расстояние между пластинами конденсатора, которое благодаря введению промежуточных пластин может иметь любую величину. При очень маленьких d можно, и не вводя промежуточных пластин, считать поле равномерным; E_0 есть амплитуда разности потенциалов переменного тока в точке ответвления, а T есть продолжительность периода переменного тока.

Теперь надо сказать еще несколько слов о способах производства ионов. В колоколе, в котором заключен весь прибор, оставляют некоторое пространство, в котором тем или иным способом производят ионизацию, кроме того, в этом же пространстве создают небольшое постоянное поле, которое сообразно со своим знаком гонит те или другие ионы в цилиндрическое пространство, в котором они подвергаются, как было указано выше, пульсирующим движениям переменного электрического поля. Так, в схеме указанной на рис. 227, предназначенной для исследования положительных ионов, имеется платиновая ленточка P , покрытая фосфорнокислым алюминием и нагреваемая особой маленькой батареей аккумуля-

муляторов А. При накаливании фосфорноокислый алюминий испускает положительные ионы. Для получения отрицательных ионов можно покрыть пластинку окисями бария и кальция*). Кроме этого, в схеме имеется еще батарея С, один полюс (отрицательный) которой соединен с нижней пластиной G цилиндрического конденсатора, а другой полюс (положительный) с платиновой полоской Р. Эта батарея и создает поле, гонящее положительные ионы к сетке G.

Вместо правильного синусоидального переменного тока, часто употребляют переменный ток неправильной формы, доставляемый каким-либо прерывателем.

Если мы будем повышать амплитуду переменного потенциала только до начала заряжения пластинки e , соединенной с электрометром, то мы определим только подвижность наиболее быстрых ионов. Предположим теперь, что в газе имеются ионы различных подвижностей. Под влиянием переменного поля различные ионы совершают пульсации вверх и вниз различных амплитуд. Как видно из формулы (7), амплитуда пульсации пропорциональна подвижности. Из той же формулы видно, что, если увеличивать амплитуду потенциала, то пропорционально ей будут увеличиваться и амплитуды пульсаций ионов различных подвижностей. Будем теперь увеличивать амплитуду потенциала и наблюдать силу тока, вступающего в пластину e . Построим кривую, связывающую эти две величины. Всякий раз, как амплитуда электродвижущей силы достигнет такой величины, что верхней пластины будет достигать новая амплитуда пульсирующих ионов, которая при меньших значениях амплитуды переменного потенциала была меньше расстояния d между пластинами конденсатора, — на кривой пока получится изгиб. По этим изгибам мы и можем судить о существовании ионов различных подвижностей. Конечно, это возможно только в том случае, если подвижности ионов меняются не непрерывно, а скачками, что в большинстве случаев и наблюдается на деле.

Langevin дал оригинальный метод изучения подвижностей ионов. Сущность этого метода заключается в следующем. Предположим, что между пластинами А и В плоского конденсатора тем или иным способом, например, Рентгеновыми лучами, производится ионизация газа. В некоторый момент Рентгеновы лучи гасятся и непосредственно за этим в конденсаторе создается поле, гонящее положительные ионы от пластины А к пластине В. Затем через небольшой, но точно измеримый промежуток времени T , направление электрического поля меняется на прямо противоположное, так что на пластину В теперь будут поступать уже не положительные, а отрицательные ионы, и положительный заряд пластины В станет уменьшаться и может даже превратиться в отрицательный, сообразно с величиной промежутка времени T . В самом деле, вычислим заряд, получаемый в конце концов пластиною В, при этом будем

*) Это делается так. Приготавливается раствор азотнокислых бария и кальция вместе. Каплю этого раствора наносят на пластинку, которую затем прокалывают в пламени бунзеновской горелки.

вести расчет не на всю поверхность этой пластины, а на каждый ее квадратный сантиметр. Обозначим через n число ионов того или другого знака в каждом куб. сант. ионизированного газа, а через l — расстояние между пластинами конденсатора, тогда наибольшее число ионов какого-либо знака, могущее попасть на пластину B , будет nl , если заряд каждого иона назвать через e , то наибольший заряд, приходящийся на один кв. сант. поверхности пластины, будет enl . Если через u_+ и u_- мы обозначим подвижности положительных и отрицательных ионов, а через X напряжение электростатического поля между пластинами конденсатора, то в течение времени T из газа будет перенесено на пластину B — enu_+XT единиц положительного электричества, а на пластину A — enu_-XT ед. отрицательного электричества, следовательно, в газе останется еще в виде ионов $enl - enu_+XT$ ед. положительного электричества и $enl - enu_-XT$ ед. отрицательного электричества. С увеличением промежутка времени T количества перенесенного электричества будут увеличиваться, а количества оставшегося уменьшаться, при чем однако количества перенесенного электричества не могут превзойти величины enl ; когда это будет достигнуто, тогда количество оставшегося электричества сделается равным нулю. Очевидно, что прежде всего это произойдет для того электричества, ионы которого обладают большей подвижностью.

Подсчитаем теперь, как будет меняться заряд пластины B с постепенным увеличением промежутка времени T . Сделаем это в том предположении, что $u_- > u_+$, т. е., что отрицательные ионы обладают большей подвижностью, чем положительные. Разобьем время на три промежутка: 1) от момента прекращения Рентгеновых лучей до того момента T_1 , когда будут исчерпаны все отрицательные ионы, т. е. когда $enu_-XT_1 = enl$, откуда $T_1 = \frac{l}{u_-X}$; 2) от только что отмеченного момента T_1 до момента T_2 , когда будут исчерпаны все положительные ионы, т. е., когда $enu_+XT_2 = enl$, откуда $T_2 = \frac{l}{u_+X}$; и 3) от этого момента до сколь-угодно далекого момента времени.

Для всех значений T , заключающихся в пределах первого промежутка, от 0 до T_1 , на пластину B сначала будет поступать положительное электричество в количестве enu_+XT , а затем, после перемены направления электростатического поля оставшееся в газе отрицательное в количестве $enl - enu_-XT$, так что окончательно на пластине соберется количество электричества, выражаемое алгебраической суммой этих двух количеств, т. е.,

$$Q = enu_+XT - (enl - enu_-XT) = en(u_+ + u_-)XT - enl.$$

Отсюда мы видим, что заряд пластины B , указываемый соединенным с ней электрометром, будет расти пропорционально времени, при чем угловой коэффициент соответствующей прямой будет равен $en(u_+ + u_-)X$. На чертеже (рис. 228) это изобразится прямой CD .

Для всех значений T , заключающихся в пределах второго промежутка времени, т. е. от T_1 до T_2 , на пластину B будет поступать только поло-

жительное электричество, так как к моменту перемены поля все отрицательное электричество уже будет исчерпано. Положительный заряд пластины B , указываемый электрометром, выразится так

$$Q = enu_+ X T;$$

он будет расти пропорционально времени, однако, угловой коэффициент соответствующей ему прямой,

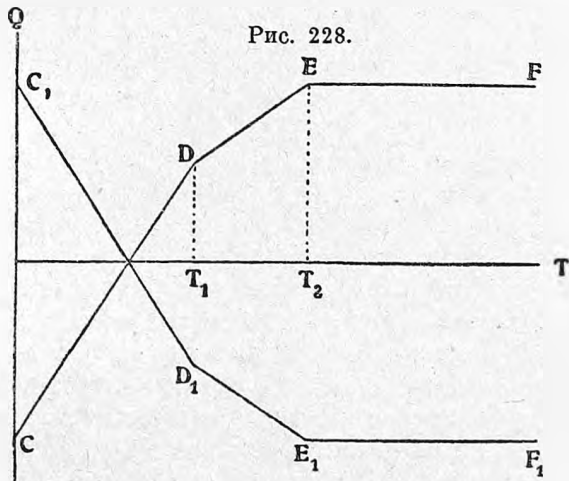


Рис. 228.

равный $enu_+ X$, будет меньше предыдущего углового коэффициента. На чертеже (рис. 228) мы получим отрезок DE .

Наконец, для значений T , соответствующих третьему промежутку времени, начинающемуся от момента времени T_2 , к которому будет исчерпано и все положительное электричество, мы, при всех значениях T , будем получать на пластине B один и тот же наибольший заряд

$$Q = enl.$$

На чертеже мы будем иметь прямую EF параллельную оси времен. Если брать прямо противоположные направления электростатического поля, так чтобы на пластине B сначала выделялись отрицательные ионы, а потом положительные, то мы будем иметь ход явлений, соответствующий на чертеже ломаной линии $C_1D_1E_1F_1$.

Наблюдения состоят в том, что, постепенно увеличивая промежуток времени T , определяют электрометром соответствующий заряд пластины B . Полученные величины наносят на бумагу, строят графику и определяют на ней точки D и E или D_1 и E_1 . По этим точкам определяют моменты T_1 и T_2 , а отсюда, пользуясь выше приведенными соотношениями $T_1 = \frac{l}{u_- X}$ и $T_2 = \frac{l}{u_+ X}$, вычисляют u_+ и u_- , так как l и X известны.

Вследствие неравномерности ионизации между пластинами A и B , а также вследствие нерасоединения ионов, отрезки CD и DE изображаются не прямыми, а кривыми линиями, однако точки пересечения этих кривых, D и E , легко определяются.

Если произвести сделанный подсчет в предположении, что положительные ионы обладают большей подвижностью, то мы получим подобного же вида графику, только точка D будет соответствовать моменту исчезновения положительных ионов, а точка E — моменту исчезновения отрицательных ионов. Если подвижности тех и других ионов одинаковы $u_+ = u_-$, то обе точки сольются в одну.

Свой метод Langevin применил к изучению изменения подвижности ионов с изменением давления.

При очень больших величинах электрического поля, как, например, при стекании электричества с острей, когда скорости ионов достигают очень большой величины, все предыдущие способы оказываются неприемлемыми. Для этого случая Chattock предложил следующий способ.

Положим, что с острей P (рис. 229) непрерывно стекает электричество, так что на некотором расстоянии от острей мы обнаруживаем присутствие ионов только одного знака, того же, что и знак заряжающего острей электричества. Эти ионы вследствие существования трения между ними и частицами окружающего газа увлекают последние и таким образом возникает так называемый электрический ветер. Если газ заключен в замкнутый сосуд

Рис. 229.



так, что движения возникнуть не может, то в разных точках пространства, занимаемого газом, возникает различное давление. Так в точках плоскости B (рис. 229) давление будет больше, чем в соответствующих точках плоскости A , лежащей ближе к острей. Если обе плоскости достаточно далеко удалены от острей P , то во всех точках каждой из них давление можно считать одинаковым, разность этих давлений можно измерить чувствительным манометром с одной стороны, а с другой стороны, эту же разность можно подсчитать следующим образом.

Положим, что плотность электричества в какой-либо точке пространства между плоскостями A и B будет ρ , а электрическая сила, направленная сверху вниз, будет Z , тогда электрическая сила F , действующая на весь газ, заключенный между плоскостями A и B , будет равна

$$F = \iiint Z \rho dx dy dz.$$

С другой стороны, если обозначить через u подвижность ионов, а через ω скорость их движения в какой-либо точке этого пространства, то тогда из соотношения $\omega = uZ$, мы будем иметь $Z = \frac{\omega}{u}$. Подставляя это выражение в предыдущую формулу и имея в виду, что $\iint \rho \omega dx dy$ представляет из себя количество электричества, протекающее в единицу времени через каждую из плоскостей A или B , определяющее собою силу тока i и могущее быть измеренным гальванометром, мы получаем для силы F такое выражение:

$$F = \frac{i}{u} \int dz = \frac{1}{u} (Z_B - Z_A),$$

где $Z_B - Z_A$ есть расстояние между плоскостями A и B , откуда имеем

$$u = \frac{i}{F} (Z_B - Z_A).$$

Сила F , действующая на объем газа, заключенный между плоскостями A и B , обусловит избыток давления газа на плоскость B , сравнительно с плоскостью A , подобно тому, как сила тяжести, действующая на некоторый объем воздуха, измеряет избыток давления атмосферы. Чтобы измерить силу F надо измерить, насколько давление газа в точках плоскости A меньше, чем давление газа в точках плоскости B , что можно сделать, например, помощью наклонного Теплеровского чувствительного манометра, и этот избыток умножить на величину каждой из плоскостей, которая определяется площадью сечения стеклянной трубки, заключающей в себе острие и находящуюся против него металлическую пластинку или кольцо, отводящее доставляемое острием электричество в землю. Сила тока i измеряется гальванометром, через который пропускается текущее к острию электричество.

Ионы, наблюдаемые по этому способу, имеют очень малое время существования, измеряемое тысячными долями секунды. Больше время существования, около $\frac{1}{50}$ секунды, имеют ионы, исследуемые по способу переменного тока. Возраст ионов, исследуемых по способу продувания, измеряется целыми секундами.

§ 8. Результаты определений подвижностей ионов. Классификация ионов. При изучении подвижностей ионов выяснилось чрезвычайно большое разнообразие ионов, получающихся в тех или иных газах при различных обстоятельствах. Однако, все наблюдаемые ионы можно разбить на следующие три класса: а) отрицательные электроны и положительные атомионы; б) нормальные или скорые отрицательные и положительные ионы, и в) медленные, открытые Langevin'ом, отрицательные ионы.

Под влиянием данного какого-либо ионизатора молекула газа выделяет из себя один электрон и сама через это приобретает положительный заряд. Так что прежде всего получаются электрон и положительный атомион, но при обычных условиях температуры и давления в большинстве газов в таких состояниях ионы существуют очень короткое время, очень скоро они соединяются с одной или несколькими молекулами газа и обращаются в нормальные ионы. Повидимому, нормальные ионы на очень короткое время теряют входящие в их состав нейтральные молекулы и существуют в виде электронов или атомионов. В виду такой связи представляется очень удобным рассматривать свойства первых двух классов ионов одновременно.

В дальнейшем изложении мы будем руководствоваться обзором J. Frank'a, посвященным подвижностям ионов.

Большинство определений подвижностей ионов было сделано для ионов, получающихся в воздухе. Как среднее из различных определений можно принять для подвижностей нормальных ионов в воздухе при комнатной температуре и нормальном давлении:

$$U_+ = 1,35 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \text{ для } \frac{\text{вольт}}{\text{сант.}}$$

$$U_- = 1,83 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}} \text{ для } \frac{\text{вольт}}{\text{сант.}}$$

Точность этих чисел можно считать в 3%.

Наибольшее влияние на эти числа имеет изменение давления. Для довольно больших пределов давления можно рассчитывать подвижности по правилу $pu = \text{const.}$, где p есть упругость газа, а u есть подвижность иона. Справедливость этого правила, впервые экспериментально установленного для ионов в воздухе, явствует из того, что с уменьшением давления возрастает длина свободного пути ионов между двумя последовательными столкновениями, а следовательно, и наибольшая скорость, которую ион на этом пути под влиянием данной электрической силы может развить.

В приведенной ниже таблице имеются подвижности ионов в некоторых газах и парах. Все данные относятся к атмосферному давлению и большинство к комнатной температуре, в противном случае температура указана в последнем столбце таблицы.

Некоторые числа, относящиеся к тем веществам, для которых наблюдения производились при малых давлениях, получены путем перечисления по выше приведенной формуле $pu = \text{const.}$

Газ	U_+	U_-	Молекул. вес	Наблюдатель	Температура
Воздух	1,35	1,83	—	—	—
Водород	6,70	7,95	2	Zeleny	—
"	6,02	7,68	2	Frank u. Pohl	—
"	5,4	7,43	2	Chattock	—
Кислород	1,36	1,80	32	Zeleny	—
"	1,30	1,85	32	Chattock	—
"	1,29	1,79	32	Frank	—
Азот чистый	1,27	120,4	28	Frank	—
" не совсем чистый	1,27	1,84	28	Frank	—
Углекислый газ	0,76	0,81	44	Zeleny	—
"	0,83	0,92	44	Chattock	—
"	0,86	0,90	44	Langevin	—
"	0,81	0,85	44	Wellisch	—
Оксись углерода	1,10	1,14	28	Wellisch	—
Аргон чистый	1,37	206,3	40	Frank	—
" не совсем чистый	1,37	1,70	40	Frank	—
Гелий чистый	5,09	около 500,0	4	Frank u. Gehlhoff	—
" не совсем чистый	5,09	6,31	4	Frank u. Pohl	—
Хлор	около 1,0	около 1,0	71	Rutherford	—
Закись азота	0,82	0,90	44	Wellisch	—
Аммиак	0,74	0,80	17	Wellisch	—
Этиловый алкоголь	0,26	0,27	46	Przibram	79°
Метиловый алкоголь	0,29	0,30	32	Przibram	66°
Ацетон	0,11	0,12	58	Przibram	57°
Пентан	0,36	0,35	72	Wellisch	—
Гексан	0,15	0,16	86	Przibram	69°
Иодистый метил	0,21	0,22	142	Wellisch	—
Иодистый этил	0,17	0,16	156	Wellisch	—
Вода	0,77	0,73	18	Przibram	100°
Бензол	0,18	0,21	78	Przibram	—
Хлороформ	0,19	0,16	129,2	Przibram	—

Изучение подвижностей ионов привело к целому ряду выводов относительно свойств и природы ионов. Главнейшие из этих выводов можно сгруппировать следующим образом.

I. Подвижности нормальных ионов очень малы. Особенно это становится заметным, если от подвижностей, пользуясь формулой (5) на стр. 695, мы перейдем к коэффициентам диффузии. Так, например, в воздухе для положительных ионов получается $D = 0,028$, а для отрицательных $D = 0,043$, числа в несколько раз меньше, чем коэффициент диффузии воздуха в кислороде $D = 0,178$. Большинство английских авторов объясняют это тем, что вокруг иона образуется группа молекул, притягиваемых его электрическим полем, вследствие чего размеры иона увеличиваются (cluster theory of ions).

Некоторые немецкие ученые видят причину уменьшения коэффициента диффузии в увеличении внутреннего трения вследствие существования притягательных сил между ионом и молекулами газа.

II. Тщательно очищенные азот и благородные газы: аргон и гелий обладают чрезвычайно большой, как видно из таблицы, подвижностью отрицательных ионов. Достаточно, однако, примешать какой-либо газ в количестве меньшем процента, чтобы подвижность уменьшилась до пределов, свойственных большинству газов. По всей вероятности, получившиеся после распада молекулы отрицательные электроны в этих газах плохо соединяются с нейтральными молекулами и большую часть своего пути ионы представляют из себя одни электроны (см. также V).

III. Для большинства газов подвижность отрицательных ионов больше подвижности положительных. На основании групповой теории ионов (cluster theory см. выше I) приходится допустить, что положительные ионы образуют большие группы, чем отрицательные. Замечательно, что отношение $\frac{u^-}{u^+}$ численно тем больше, чем большими электроположительными свойствами обладает газ; так для H_2 — 1,4; O_2 — 1,3; NO — 1,1; N_2O — 0,9.

IV. Подвижность ионов уменьшается с увеличением молекулярного веса. Kaufmann и Lenard указали на то, что в большинстве случаев подвижность обратно пропорциональна корню квадратному из молекулярного веса.

V. В довольно больших пределах изменения давления, как было указано выше, подвижности ионов обратно пропорциональны упругости ($pu = \text{const.}$). Однако, при достаточно малой, так называемой критической упругости, подвижности вдруг начинают сильно увеличиваться, что свидетельствует, с точки зрения cluster theory, о том, что больше вокруг ионов не образуется групп молекул. Эти критические упругости для отрицательных ионов гораздо больше, чем для положительных, так, в воздухе критическая упругость отрицательных ионов 100 мм., а положительных 1 мм.

Особенно много работали по этому вопросу Townsend, Lattey и Todd.

Frank полагает, что необычно большая подвижность отрицательных ионов (см. II) в чистых N_2 , A , He может быть обусловлена тем, что критическая упругость этих газов для отрицательных ионов больше атмосферного давления.

VI. Подвижности ионов, вообще говоря, можно считать пропорциональными абсолютной температуре газа, как показали исследования Philips'a, Kovarik'a, Lusby и других.

При температурах, близких к ожижению, подвижности уменьшаются быстрее, чем убывает температура, и, кроме того, исчезает постепенно разница между подвижностями положительных и отрицательных ионов.

Кривая, выражающая зависимость между подвижностью и температурой, при очень высоких температурах имеет перегиб, вследствие очень сильного возрастания подвижности с температурой. Эта критическая точка, соответствующая, согласно cluster theory, превращению ионов в положительный ион и отрицательный электрон, должна иметь чрезвычайно важное теоретическое значение. К сожалению, до сих пор нет достаточно точных определений ее.

Так, для отрицательных ионов H. A. Wilson и Gold в пламени светильного газа определили подвижность в 10000, следовательно, при температуре 1600—1700 ионы в пламени светильного газа существуют в виде электронов, Frank и Pringsheim нашли, что в пламени хлора в водороде при температуре 1700° подвижность отрицательных ионов меньше подвижности положительных, т. е. отрицательные ионы и при такой высокой температуре не являются электронами. Следовательно, критическая температура зависит от рода газа, в котором находятся ионы. Уже при температуре 700° H. A. Wilson определил для подвижности отрицательных ионов в воздухе, насыщенном парами солей, величину 26, что указывает на то, что и при этой температуре часть ионов существует в виде электронов.

Что же касается положительных ионов, то при сравнительно невысоких температурах около 700° H. A. Wilson нашел, что одновалентные ионы *Li*, *Na*, *K*, *Rb* и *Cs* имеют подвижность 7,2, почти вдвое большую, чем ионы двувалентных *Ba*, *Sr*, *Ca*, имеющие подвижность 3,8. В пламени же светильного газа исчезает разница между подвижностью ионов одновалентных и двувалентных металлов и для тех и других она достигает величин от 60 до 250. Более детальные исследования Lusby показали, что исчезновение разницы в подвижностях этих ионов и заметное увеличение величины подвижности наблюдается уже при температуре около 1000°. Lusby объясняет эти явления тем, что при этой температуре не происходит соединения атома с нейтральными молекулами, и ион большую часть своей жизни существует в виде атома.

VII. Третьей причиной, могущей влиять на величину подвижности ионов, является величина силы электрического поля. В обыкновенных условиях подвижность не зависит от напряжения поля. Однако, Frank, Chattock и Tyndall нашли, что при очень больших напряжениях, около 10000 вольт на сантиметр, подвижность сильно возрастает. Это явление лучше всего наблюдалось в чистом азоте, затем в благородных газах и, при очень больших напряжениях, в водороде. Примеси других газов даже в небольших количествах уменьшают явление.

Может быть, при таких больших напряжениях мы уже приближаемся к области нового явления, — ионизации через столкновение, — о котором будет речь в § 9.

VIII. Подмесь к исследуемому газу другого газа, за исключением случаев, отмеченных в пункте II, не оказывает существенного влияния на подвижность ионов. Однако, этого нельзя сказать про подмесь пара какой-либо жидкости. Так, еще Zeleny обнаружил свойство водяного пара уменьшать подвижность, главным образом, отрицательного иона. Rutherford наблюдал подобное же влияние пара алкоголя и эфира. Основательно занимался изучением этого вопроса Przibram, по мнению которого пары воды, алкоголя, кислот жирного ряда и хлороформа понижают подвижность отрицательного иона, тогда как пары эфиров кислот жирного ряда понижают подвижность положительного иона. Вообще действуют пары тех жидкостей, молекулы которых сильно ассоциированы. J. J. Thomson указывает на то, что вещества, имеющие в составе молекулы группу *ОН*, заметно понижают подвижность отрицательного иона. J. J. Thomson ставит это свойство в связь с сильно выраженными электроотрицательными свойствами этой группы.

IX. Весьма интересным представляется вопрос о строении ионов в газовых смесях, содержащих достаточные количества того и другого газа. Оказывается по наблюдениям Blanc'a, что получается всего только одна подвижность, согласно правилу, что подвижность обратно пропорциональна молекулярному весу газа, если за молекулярный вес смеси принимать средний молекулярный вес составных частей. Если ион переходит из одного газа в другой, то подвижность его меняется и принимает величину, соответствующую подвижности ионов того газа, среди молекул которого ион в данный момент находится. Wellisch объясняет эти результаты, а также аналогичные свои результаты предположением, что собирающиеся вокруг иона молекулы, не остаются все время около иона, а часть их непрерывно отделяется и заменяется новыми молекулами из числа окружающих ион. Некоторые опыты Frank'a, а также Frank'a и Meitner, повидимому, противоречат этому предположению Wellisch'a.

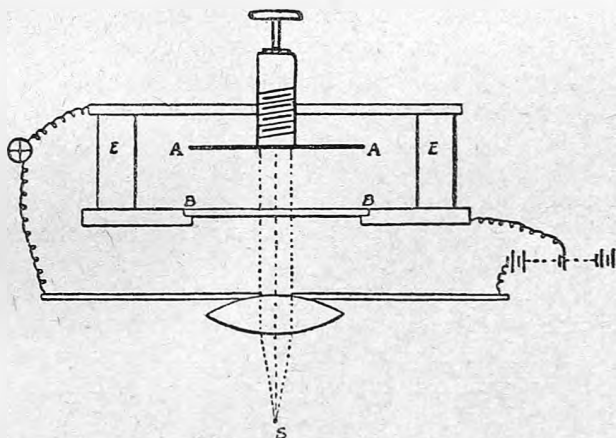
X. Townsend открыл существование ионов, имеющих заряды, кратные зарядам нормальных ионов. Повидимому, эти ионы имеют ту же подвижность, что и нормальные.

XI. В 1905 году Langevin открыл в атмосфере существование особого рода медленных ионов, подвижности которых колеблются от 0,02 до 0,0003 $\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$. Согласно предположению Langevin'a, подтвержденному и другими наблюдателями, эти ионы образуются в том случае, если параллельно с ионизацией происходит какой-либо химический процесс, тогда продукты химической реакции скопляются около иона, как ядра, и таким образом образуются очень массивные и медленные ионы.

§ 9. Ионизация через столкновение. Рассматривая (§ 2) зависимость между величиной электрической силы, действующей на ионизированный газ, и силой электрического тока, проходящего через этот газ, мы видели,

что при достаточно больших значениях электрической силы, сила тока может превысить ток насыщения и достигнуть какой угодно величины, соответствующей точкам ветви CD на диаграмме (рис. 221). Теорию возникновения таких токов, превосходящих ток насыщения, когда все образующиеся в единицу времени ионы тотчас же увлекаются к электродам, дал впервые Townsend в 1900 году, по поводу объяснения опытов А. Г. Столстова, произведенных в 1888 г. в Москве. По теории Townsend'a при больших величинах электрической силы, с одной стороны, и достаточно малых упругостях газа, с другой, ионы между столкновениями могут приобретать такую скорость, что подвергшаяся удару иона молекула разделяется на электрон и остаток молекулы. Вследствие этого число ионов будет увеличиваться, а вместе с тем будет возрастать и сила тока, проходящего через газ. Особенно легко такую ионизацию через столкновение производят отрицательные ионы, которые при условиях, благоприятствующих этому явлению (большая электрическая сила и малая упругость газа), являются в виде электронов, как показывают опыты (ср. пункты VII и V, § 8). Особенно удобно наблюдать это явление при прохождении электрического тока через газ, находящийся вблизи металлического электрода, освещенного ультрафиолетовыми лучами. Возьмем расположение опыта, аналогичное постановке опытов А. Г. Столе-

Рис. 230.



това, изображенное на рис. 230. Пространством, в котором производится ионизация и через которое проходит электрический ток, является пространство между пластинами AA и BB . Пластина AA — цинковая, пластина BB — кварцевая, посеребренная со стороны, обращенной к пластине AA . Пластины изолированы одна от другой эбонитовыми столбиками EE . Пластина AA поддерживается микрометрическим винтом, вделанным в металлическую доску. Благодаря этому винту расстояние между пластинами можно менять по произволу. В серебряном слое пластины BB сделан ряд узких царашин, через которые пропускается на пластину AA

пучок параллельных ультрафиолетовых лучей, испускаемых искрой S и проходящих через кварцевую линзу. Последняя вделана в соединенный с землей металлический экран. Серебряный слой пластины B соединен с положительным полюсом батареи аккумуляторов, отрицательный полюс которой соединен с землей; число аккумуляторов берется пропорциональное расстоянию между пластинами AA и BB , так что величина электрической силы в пространстве между пластинами при раздвигании пластин все время остается неизменной. Пластина AA соединена с одной из пар квадрантов электрометра, другая пара квадрантов, как обычно, отведена к земле. Под влиянием ультрафиолетовых лучей, падающих на цинковую пластину AA , из нее выделяются отрицательные электроны (см. гл. XV). Эти электроны гонятся электрическим полем к пластине BB , а пластина AA в это время получает положительный заряд. Если начать с какого-нибудь определенного расстояния между пластинами и, не изменяя этого расстояния, постепенно увеличивать величину электрической силы, наблюдая при этом помощью электрометра силу тока, то мы пройдем все части кривой, изображенной на рис. 221. Часть AB будет соответствовать таким величинам электрической силы, когда не все, выделившиеся из пластины AA электроны, будут достигать пластины BB , часть их вследствие явления диффузии (см. § 4) будет возвращаться к пластине AA . Часть кривой BC будет соответствовать таким величинам электрической силы, когда все выделяемые в единицу времени электроны будут переноситься к пластине BB ; поэтому некоторое время, несмотря на увеличение электрической силы, сила тока будет оставаться постоянной (ток насыщения). Наконец, в части CD ток начнет опять возрастать и притом очень быстро. Очевидно, будут, согласно теории Townsend'a, появляться в газе новые ионы, получающиеся от распадаения молекул под влиянием ударов ионов.

Произведем подсчет этого явления для какой-либо определенной величины электрической силы. Положим, что при прохождении пути в 1 см. каждый отрицательный ион своими ударами производит α новых таких же ионов. Назовем это число α коэффициентом ионизации через столкновение. Рассмотрим слой толщиной dx , находящийся на расстоянии x от верхней пластины AA . Тогда сверху вступают в этот слой, положим, n ионов. Каждый ион, при прохождении через слой, толщиной dx , произведет αdx новых ионов. Следовательно, все увеличение ионов dn , произведенное в рассматриваемом слое, будет $n\alpha dx$, откуда и получаем дифференциальное уравнение

$$dn = n\alpha dx.$$

Интегрируя это уравнение, получаем

$$\log n = \alpha x + C, \text{ или} \\ n = Ce^{\alpha x}.$$

Значение постоянной C получим из условия, что при $x = 0$, $n = n_0$ — числу электронов, испускаемых пластиной AA под действием ультра-

фиолетового света. Тогда имеем

$$n = n_0 e^{\alpha x}.$$

Если расстояние между пластинами AA и BB равно l_1 , то число отрицательных ионов, достигающее пластины BB , а следовательно, и число положительных ионов, выделяющихся в одну секунду на каждом квадратном сантиметре пластины AA будет

$$n_1 = n_0 e^{\alpha l_1}.$$

При другом расстоянии между пластинами l_2 , но при той же электрической силе будем иметь

$$n_2 = n_0 e^{\alpha l_2},$$

и т. д. Следовательно, сила тока при постоянной электрической силе изменяется не пропорционально расстоянию, а пропорционально числу e , возвышенному в степень расстояния. Так, например, Townsend'ом при электрической силе, равной 350 вольт на 1 см., для расстояний между пластинами в 1, 3 и 5 мм. были получены силы тока пропорциональные числам 1, 2,06 и 4,22. Таким образом для определения α можно воспользоваться одним из следующих двух уравнений:

$$\frac{2,06}{1} = e^{\alpha(3-1)}; \quad \frac{4,22}{2,06} = e^{\alpha(5-3)}.$$

Если ионизация между пластинами производится при помощи Рентгеновых лучей, то для числа ионов, получаемого пластиною AA в единицу времени получается формула

$$n = n_0 \frac{e^{\alpha l} - 1}{\alpha l},$$

где n_0 число ионов, образуемое Рентгеновыми лучами в единицу времени, определяемое по наблюдению тока насыщения.

Коэффициент ионизации через столкновение α изменяется с изменением величины электрической силы и упругости газа.

При данной упругости он сначала возрастает с увеличением электрической силы, но затем возрастание его замедляется и, наконец, он достигает постоянной величины. Очевидно, это наступит тогда, когда каждый удар будет сопровождаться расщеплением соответствующей молекулы. При меньших же величинах электрической силы расщепление будет происходить только тогда, когда длина пути между двумя последовательными ударами окажется достаточной для развития надлежащей скорости под действием данной электрической силы.

При данной электрической силе коэффициент α будет возрастать с уменьшением упругости, достигнет максимума и затем начнет уменьшаться. Этот результат также легко предвидеть из теории Townsend'a. По мере разрежения газа увеличивается длина свободного пути, а, стало быть, и скорость развиваемая ионом перед столкновением, следовательно, число столкновений, оканчивающихся расщеплением молекулы должно

возрастать. Но вместе с тем число столкновений вообще будет уменьшаться. Поэтому ясно, что α может до некоторого предела возрастать, а затем будет убывать.

Между числами, выражающими коэффициент α , упругость газа p и электрическую силу X , существует связь, выражаемая формулой вида:

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{X}{p}\right).$$

В самом деле, предположим, что упругость увеличится в некоторое число раз k , тогда число столкновений возрастает тоже в k раз; чтобы каждое столкновение по прежнему осталось действительным, т. е. сопровождалось расщеплением молекулы, при уменьшении свободного пути в k раз, необходимо увеличение электрической силы тоже в k раз. Однако, при таких условиях и α увеличится в k раз. Следовательно, увеличение двух из величин в k раз, влечет за собой увеличение и третьей величины в то же число раз, а это и выражено выше написанной формулой. Опыты подтверждают это предположение. Так в одних опытах Townsend'a получились такие данные:

p	X	α
8 мм.	1050 $\frac{\text{ВОЛЬТ}}{\text{СМ.}}$	14,8
4 "	525 "	7,4
2 "	262 "	3,7

Townsend раскрыл вид функции $F\left(\frac{X}{p}\right)$, именно, он вывел следующую, подтверждаемую опытом, зависимость:

$$\frac{\alpha}{p} = Ne^{-\frac{NVp}{X}},$$

где N и V суть некоторые постоянные для каждого газа числа, имеющие следующее физическое значение: N есть наибольшее число столкновений, вызывающих распад молекулы данного газа на расстоянии 1 см. при упругости 1 мм.; это число не равно числу столкновений двух молекул газа при данной упругости, так как размеры электрона меньше размеров молекулы газа. V есть наименьшая разность потенциалов на расстоянии 1 см., которая при указанном давлении заставляет электрон произвести N расщеплений молекул на расстоянии 1 см.

Для различных газов получены были следующие значения этих постоянных:

	Воздух	Азот	Водород	Углек. газ	Водян. пар
N	14,6	12,4	5,0	20,0	12,9
V	25	27,6	26,0	23,3	22,4
		Аргон	Гелий		
N		13,6	2,8		
V		17,3	12,3		

Все вышесказанное относилось к отрицательным ионам, которые в этом явлении существуют в виде электронов. Что же касается положительных ионов, то они также могут производить расщепление молекулы при ударе, но только для этого нужны гораздо большие значения электрической силы. При тех же значениях электрической силы, при которых отрицательные ионы являются хорошими ионизаторами, положительные почти совсем не ионизируют газа. Так, на основании данных опыта Townsend вычисляет: для водорода при одной и той же электрической силе в $50 \frac{\text{ВОЛЬТ}}{\text{СМ.}}$ и при одном и том же числе столкновений с молекулами газа отрицательный ион производит в 15 раз больше разрушений молекул, чем положительный; для воздуха при силе $190 \frac{\text{ВОЛЬТ}}{\text{СМ.}}$ ионизирующая сила отрицательного иона в 57 раз больше положительного; для гелия при $X = 25 \frac{\text{ВОЛЬТ}}{\text{СМ.}}$ это отношение равно 52 : 1; для углекислого газа при $X = 215 \frac{\text{ВОЛЬТ}}{\text{СМ.}}$ получается 1070 : 1.

§ 10. Некоторые измерительные приборы и методы измерений. При изучении прохождения электрического тока через газы выработался ряд особого рода приборов и способов измерений. Одним из основных приборов в этой области является электрометр Долежалека, о котором было упомянуто в главе IV, § 3. Этот электрометр отличается от всех прочих электрометров легкостью установки и высокою чувствительностью, благодаря малости квадратного ящичка и легкости иглы, при-

Рис. 231.

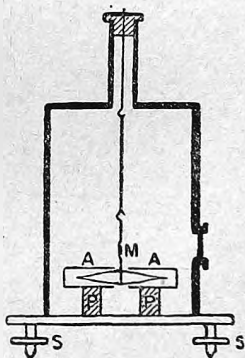
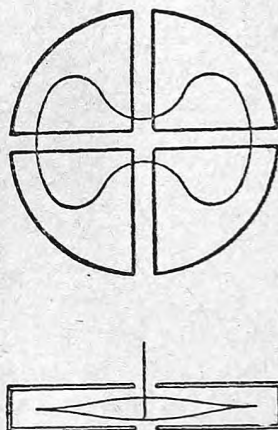


Рис. 232.



готовленной из бумаги, покрытой тонким слоем серебра. Схематический чертеж электрометра изображен на рис. 231, а форму иглы можно видеть из рис. 232. На рис. 231, *Р Р* обозначают два из четырех янтарных столбиков, поддерживающих квадратные ящички, *М* — зеркальце, прилаженное к алюминиевой проволочке, к которой прикреплена игла. Выше зеркальца, на проволочке имеется крючок, помощью которого игла под-

вешивается к ленточке из фосфорной бронзы (чувствительность около $\frac{1}{200}$ вольта на 1 мм. при расстоянии шкалы в 1 метр) или к тончайшей кварцевой нити, поверхность которой делается проводящей помощью серебрения, платинирования или погружения в раствор (15 %) хлористого кальция (чувств. до $\frac{1}{2000}$ вольта на 1 мм. при расстоянии в 1 метр и выше). Через эти проводящие подвесы и сообщается игле высокий потенциал*) от одного из полюсов батареи элементов.

Установка электрометра производится обычным порядком. Сначала, насколько возможно, на глаз устанавливают иглу симметрично относительно квадрантов, как показано на рис. 232. Затем сообщают игле потенциал, при чем игла обычно выходит из первоначального положения. Тогда установочными винтами S, S (рис. 231) возвращают иглу на нуль. Разряжают иглу и, вращая верхний подвес, вновь возвращают иглу на прежнее место. Такие операции повторно производят до тех пор, пока при зарядении и разрядении игла не перестанет смещаться. Емкость квадрантного электрометра, обычно, около 50 см.

Прежде, чем перейти к вопросу о том, как по отклонению электрометра судить о количестве переносимого в единицу времени электричества, необходимо несколько остановиться на теории квадрантного электрометра. В т. IV, часть I, гл. IV, § 3 была выведена элементарная формула (20). При выводе этой формулы предполагалось, что, при равенстве потенциалов обеих пар квадрантов, при повороте иглы электрометра не возникает никакой силы, происходящей от смещения электрических силовых линий. Между тем фактически вследствие ассиметрии в расположении иглы и существования разрезов в коробке такая сила всегда бывает. Иногда она действует в том же смысле, как и сила кручения нити, иногда в обратном. Эта сила пропорциональна углу поворота иглы и квадрату потенциала иглы. Принимая, что потенциалы квадрантов очень малы, сравнительно с потенциалом иглы, и обозначая угол поворота иглы θ , момент силы кручения нити $k_1\theta$, момент электрической силы, противящейся смещению иглы, $K_2\theta V^2$, момент пары сил, вращающей иглу вследствие того, что квадранты имеют потенциалы V_1 и V_2 , $K_3\theta V(V_1 - V_2)$, где K_1, K_2, K_3 суть некоторые постоянные, мы вместо формулы (19, стр. 281) можем написать

$$K_1\theta \pm K_2\theta V^2 = K_3\theta V(V_1 - V_2),$$

откуда

$$\theta = \frac{K_3 V (V_1 - V_2)}{K_1 \pm K_2 V^2}.$$

Следовательно, чувствительность электрометра будет изменяться пропорционально выражению

*) Для избежания вредных последствий от могущего произойти короткого замыкания между иглой и квадрантами, между иглой и батареей включают водяное сопротивление.

$$\frac{K_3 V}{K_1 \pm K_2 V^2},$$

которое для знака + имеет максимум при $V = \sqrt{\frac{K_1}{K_2}}$, а для знака — чувствительность растет по мере возрастания потенциала иглы, и, наконец, равновесие иглы становится неустойчивым.

При измерении электрометром токов ионизации возникает особого рода затруднение, проистекающее оттого, что на изолированной паре квадрантов и соединенном с ней изолированном проводнике (рис. 233), кроме подлежащего учету перенесенного через прибор C электричества, появляется еще некоторое количество электричества вследствие индукции со стороны движущейся иглы электрометра. При повороте иглы на угол θ на изолированных квадрантах через индукцию возбуждается количество электричества, пропорциональное $V\theta$ (где V — потенциал иглы), если обозначить через C емкость данной пары квадрантов и присоединенных к ней приборов, то потенциал их изменится на величину, пропорциональную $\frac{V\theta}{C}$. Такое изменение потенциала квадрантов вызовет возникновение вращающего момента, который можно принять равным $K_4 \frac{V^2 \theta}{C}$, где K_4 — некоторое постоянное число.

Если в течение некоторого времени через ионизированный газ в приборе C (рис. 233) было перенесено q единиц электричества, то на иглу электрометра станет действовать сила, момент которой можно обозначить $K_3 \frac{Vq}{C}$, где K_3 имеет прежнее значение. Приравнивая этот отклоняющий момент сумме всех моментов, возникающих, как следствие отклонения иглы электрометра, мы получим:

$$K_1 \theta \pm K_2 V^2 \theta + \frac{K_4 V^2 \theta}{C} = K_3 \frac{Vq}{C},$$

откуда

$$\theta = \frac{K_3 V}{K_1} \frac{q}{C \pm \frac{K_2 V^2 C}{K_1} + \frac{K_4 V^2}{K_1}}.$$

Если бы отклонение иглы электрометра не вызывало никаких сил, кроме момента закрученной нити, мы имели бы

$$\theta = \frac{K_3 V q}{K_1 C}.$$

Сличая последние две формулы, мы видим, что результат получился такой же, как если бы емкость электрометра и соединенных с ним проводников изменилась.

Отсюда мы видим, что тот простой способ определения силы тока, который был указан в § 3, стр. 687, допустим только в том случае, когда емкость присоединенных к электрометру проводников достаточно велика, сравнительно с емкостью электрометра. Самое наблюдение числа делений, на которые отклонится игла в единицу времени, производится двояко: или наблюдается число делений, проходящих в определенный промежуток

времени, или же помощью секундомера определяется время прохождения некоторого числа делений; при этом лучше начать наблюдения спустя некоторое время после отделения электрометра от земли, так как вначале движение иглы электрометра происходит неравномерно. Этот последний способ допустим, если скорость движения не превосходит 20 мм. в минуту при расстоянии шкалы от электрометра в один метр.

Более совершенными способами являются: способ постоянного отклонения и, в особенности, нулевой способ.

Сущность первого способа, предложенного Bronson'ом, видна из

Рис. 233.

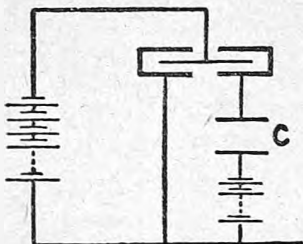
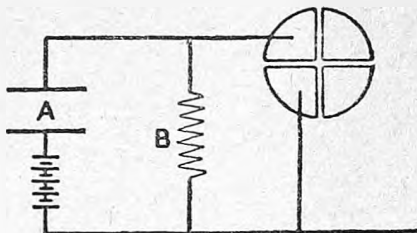


Рис. 234.



схемы на рис. 234, где *A* — сосуд с ионизируемым газом, а *B* — очень большое постоянное сопротивление, к которому применим закон Ома (напр., смесь одной части хорошо просушенного алкоголя с 10 частями ксиллола уд. сопр. порядка 10^{10} ома). Наблюдения сводятся к определению электрометром разности потенциалов на концах сопротивления *B*. По этой разности потенциалов и величине сопротивления *B* определяют силу тока, текущего через *B*, а стало быть и через *A*, так как весь ток из *A* через *B* уходит в землю.

Самым точным способом определения абсолютной величины тока, протекающего через ионизированный газ, является нулевой способ, предложенный Townsend'ом. На рис. 235 *AA'* — сосуд, наполненный ионизированным газом, *KK'* — конденсатор, емкость которого известна, *R* — потенциометр, *S* и *L* — ключи. При наблюдении сначала размыкают ключ *S* и затем через вполне определенный промежуток времени (*t*) ключ *L*. Между этими двумя моментами ток заряжает электрометр и одну из пластин конденсатора *KK'*. Помощью потенциометра *R* нейтрализуют появившийся на пластине *K'* заряд. Отсутствие свободного заряда на *K* констатируется помощью электрометра. Если емкость конденсатора *KK'* обозначим через *C*, установившийся в конце опыта потенциал конденсатора, отсчитываемый по потенциометру, — *V*, а время опыта через *t*, то для силы тока *i* получим такое выражение

$$i = \frac{CV}{t}.$$

В качестве конденсаторов лучше всего употреблять конденсаторы с изолятором — воздухом. Часто применяются для этой цели конденсаторы цилиндрические.

Наилучшим способом для сравнения малых емкостей, употребляемых при ионизационных измерениях, является следующий способ, схематически изображенный на рис. 236. A и B — сравниваемые емкости, R_1 и R_2 — изменяемые сопротивления, K_1 и K_2 — ключи. Наблюдение заключается в том, что подбирают сопротивления R_1 и R_2 так, чтобы при разомкнутом ключе K_1 замыкание и размыкание ключа K_2 не вызывало отклонения электрометра. Тогда количества электричества, индуцируемые на конденсаторах A и B , будут равны $C_1 V_1 = -C_2 V_2$, если C_1 и C_2 — емкости конденсаторов, а V_1 и V_2 — потенциалы. Отсюда $\frac{C_1}{C_2} = -\frac{V_2}{V_1}$. Но потенциалы V_1 и V_2 , очевидно, будут относиться, как сопротивления, отделяющие соответственно каждый конденсатор от точки, имеющей потенциал нуль, т. е. $-\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1}$. Следовательно, $\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1}$. Если вместо ключа K_2 взять коммутатор, могущий менять направление тока, то чувствительность способа удваивается.

Кроме электрометров, при ионизационных измерениях употребляется целый ряд электроскопов. Наиболее чувствительными из них являются

Рис. 235.

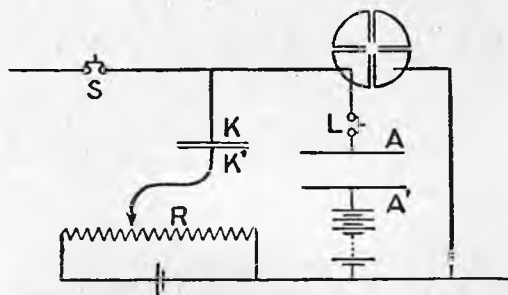
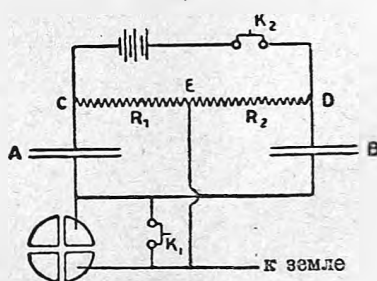


Рис. 236.

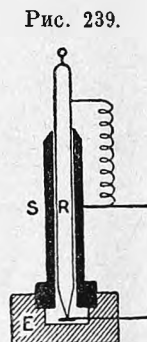
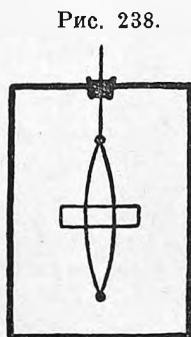
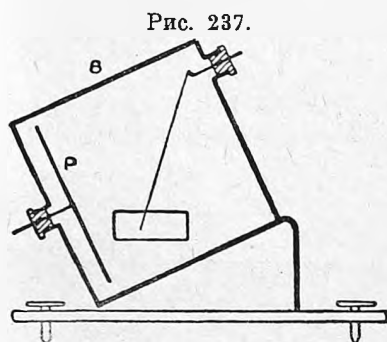


наклонный электроскоп и электроскоп с кварцевыми нитями. Первый из них принадлежит С. Т. R. Wilson'у, он изображен на рис. 237. Внутри металлического ящика B , против металлической пластинки P висит тонкий золотой листок, прикрепленный к стерженьку, проходящему через изолирующую пробку. Ящик B наклонен к горизонту, приблизительно, под углом в 30° . Пластинка P соединяется с одним из полюсов батарей аккумуляторов, другой полюс которой соединен с землей. Оказывается, что, при данном наклоне прибора, можно подобрать такой потенциал пластинки P , что ничтожные изменения потенциала листка вызовут значительные перемещения его, которые и наблюдают помощью микроскопа через особое окошко, вырезанное в ящике против конца листка. Нужно, однако, заметить, что шкала этого электроскопа не велика, так как при больших перемещениях листка положение его становится неустойчивым.

Электроскоп с кварцевыми нитями (рис. 238) состоит из двух кварцевых нитей длиной 5 или 6 см., скрепленных сверху и снизу. Они привешены к металлическому изолированному стержню. К нижней их части прикреплен, как груз, кусочек листового олова. Поверхности нитей сделаны проводящими помощью платинирования распыленным ка-

тода Гейслеровой трубки. При заряджении нити отталкиваются одна от другой. Помощью микроскопа измеряют расстояние, на которое отходят нити одна от другой.

При электрометрических работах нужно особое внимание обращать на предохранение проводников от индукционных действий окружающих тел, поэтому все приборы и все провода необходимо заключать в металлические ящики и трубки, соединенные с землей. Самым лучшим изолятором между проводом и окружающей его трубкой служит пустота или воздух, поэтому не следует между ними помещать каких-либо других изоляторов, кроме небольших кусков, служащих для укрепления провода. Из твердых тел наилучшими изоляторами являются янтарь и сера.



Для соединения электрометров и электроскопов с землей следует употреблять особого рода ключи, построенные так, чтобы при размыкании не получалось никакой электризации электрометра. Удобная форма ключа изображена на рис. 239. Внутри латунной трубки *S* передвигается латунный же стержень *R*, соединенный с землей и снабженный внизу платиновым острием, соприкасающимся с платиновой пластинкой, укрепленной на изоляторе *E* и соединенной с электрометром.

ЛИТЕРАТУРА.

- J. J. Thomson.* Conduction of electricity through gases. Second edition. Cambridge, 1906.
- A. Abraham et P. Langevin.* Les quantités élémentaires d'électricité ions, électrons, corpuscules. Mémoires réunis et publiés. TT. I et II. Paris, 1905.
- B. K. Mc Clung.* Conduction of electricity through gases and radioactivity. London, 1910.
- J. Townsend.* The theory of ionization of gases by collision. London, 1910.
- J. Stark.* Die Elektrizität in Gasen. Leipzig, 1902.
- P. Langevin.* Recherches sur les gaz ionisés. Paris, 1902.
- J. Stark.* Die Elektrizität in Gasen. A. Winkelmann. Handbuch der Physik. Zweite Aufl. Bd. IV 2 Abt.
- E. Rutherford.* Radioactive substances and their radiations. Cambridge, 1913.

К § 1.

- Coulomb.* Mémoires de l'Académie des Sciences, 1785, p. 612.
- Boys.* Phil. Mag. (5) 28 p. 14, 1889.

- Matteucci.* Ann. chim. et phys. 28 p. 390, 1850.
W. Crookes. Proc. R. Soc. 28 p. 347, 1879.
E. Warburg. Pogg. Ann. 145 p. 578, 1872.
W. Hittorf. Wied. Ann. 7 p. 595, 1879.
J. Elster u. H. Geitel. Wied. Ann. (4) 2 p. 425, 1900.
C. T. R. Wilson. Proc. Camb. Phil. Soc. 11 p. 32, 1900; Proc. R. Soc. 68 p. 151, 1901.
Д. Бобылев. О рассеянии электричества в газах. С.-Петербург, 1873.
E. Rutherford and G. Allen. Phys. Zeitschr. 3 p. 225, 1902.
E. Rutherford and H. Cooke. Phys. Rev. 16 p. 183, 1903.
H. Cooke. Phil. Mag. (6) 6 p. 403, 1903.
J. Mc Lennan and E. Burton. Phil. Mag. (6) 5 p. 699, 1903.
Th. Wulf. Phys. Zeitschr. 11 p. 811, 1910.
J. Mc Lennan and E. Macalum. Phil. Mag. (6) 22 p. 639, 1911.
V. Hess. Phys. Zeitschr. 12 p. 998, 1911.
G. Simpson and C. Wright. Proc. R. Soc. 85 p. 175, 1911.
C. Wright. Phil. Mag. (6) 17 p. 295, 1909.
G. Cline. Phys. Rev. 30 p. 35, 1910.
J. Mc Lennan. Phil. Mag. (6) 24 p. 520, 1912.
K. Braun. Die Untersuchungen über die durchdringende Strahlung an der Erdoberfläche mittels der Ionisierung in geschlossenen Gefäßen. Jahrb. d. Radioakt. 9 p. 205, 1912.
K. Bergwitz. Habilit.-Schrift. Braunschweig, 1910.

К § 2.

- J. J. Thomson and E. Rutherford.* Phil. Mag. (5) 42 p. 392, 1896.
J. J. Thomson. Phil. Mag. 47 p. 253, 1899.

К § 3.

- W. Giese.* Wied. Ann. 17 pp. 1, 236, 519, 1882; 37 p. 576, 1889.
J. J. Thomson and E. Rutherford. Phil. Mag. (5) 42 p. 312, 1896.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (5) 47 p. 253, 1899.
H. Greinacher. Wied. Ann. (4) 37 p. 561, 1912.

К § 4.

- E. Rutherford.* Phil. Mag. (5) 44 p. 422, 1897; 47 p. 109, 1899.
J. Townsend. Phil. Trans. Roy. Soc. A. 193 p. 157, 1899.
R. Mc Clung. Phil. Mag. (6) 13 p. 283, 1902.
P. Langevin. Thèses p. 151, 1902. Ann. chim. et phys. 28 p. 289, 1903.
S. J. Plimpton. Phil. Mag. (6) 25 p. 65, 1913.
H. Erikson. Phil. Mag. (6) 18 p. 328, 1909.
P. Phillips. Proc. Roy. Soc. A. 83 p. 246, 1910.
R. Owens. Phil. Mag. (5) 48 p. 360, 1899.
R. Mc Clung. Phil. Mag. (6) 6 p. 655, 1903.
J. Mc Clelland. Phil. Mag. (5) 46 p. 29, 1898.

К § 5.

- J. Townsend.* Phil. Trans. Roy. Soc. A. 193 p. 129, 1899; 195 p. 259, 1901.
J. Mc Clelland. Proc. Cambridge Phil. Soc. 10 p. 241, 1899.

К § 6.

- J. J. Thomson.* Conduction of electricity through gases p. 42.
J. Townsend. Phil. Trans. Roy. Soc. A. 193 p. 129, 1899.

K § 7.

- E. Rutherford*. Phil. Mag. (5) 44, p. 422, 1897.
J. Zeleny. Phil. Trans. Royal. Soc. A. 195, p. 193, 1901; Phil. Mag. (5) 46, p. 120, 1898.
B. Альтберг. Ж. П. Ф.-Х. Общ. 44, p. 431, 1912. W. A. (4) 37, p. 849, 1912.
E. Rutherford. Proc. Cambr. Phil. Soc. 9, p. 401, 1898.
J. Frank. Wied. Ann. (4) 21, p. 972, 1906.
J. Frank u. *R. Pohl*. Ver. d. Dtsch. Phys. Ges. 9, p. 69, 1907.
G. W. Todd. Proc. Cambr. Phil. Soc. 16, p. 653, 1911; Phil. Mag. (6) 22, p. 791, 1911;
 (6) 25, p. 163, 1912.
M. Langevin. Thèses. 1902. Ann. d. Chimie et de Phys. (7) 28, p. 495, 1903.
A. Chattock. Phil. Mag. (5) 48, p. 401, 1899.
A. Chattock, W. Walker and E. Dixon. Phil. Mag. (6) 1, p. 79, 1901.
H. A. Wilson. Phil. Trans. Royal. Soc. 193, p. 89, 1900; Phil. Mag. (6) 21, p. 711, 1911.

K § 8.

- J. Frank*. Jahrb. d. Radioaktivität. 9, p. 235, 1912.
J. Zeleny. Phil. Trans. Royal Soc. A. 195, p. 193, 1901.
A. Chattock. Phil. Mag. (5) 48, p. 401, 1899.
J. Frank u. *R. Pohl*. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 9, pp. 69, 194, 1907.
A. F Kovarik. Physical Review. 30, p. 415, 1910.
W. Todd. Le Radium 8, p. 113, 1911.
M. de Broglie. Le Radium 4, p. 184, 1907; 8, p. 106, 1911.
A. Chattock, W. Walker and E. Dixon. Phil. Mag. (6) 1, p. 79, 1901.
J. Frank. Ver. d. Dtsch. Phys. Ges. 12, pp. 291, 613, 1910.
M. Langevin. Thèses, 1902. Ann. d. Chimie et de Phys. (7) 28, p. 495, 1908.
E. M. Wellisch. Phil. Trans. Royal Soc. A. 209, p. 249.
E. Rutherford. Phil. Mag. (5) 44, p. 422, 1897.
K. Przibram. Wien. Berichte, 117, p. 665, 1908.
W. Kaufmann. Phys. Zeitschr. 1, p. 22, 1899.
P. Lenard. Wied. Ann. (4) pp. 298, 313, 1900.
J. Townsend. Proc. Royal Soc. A. 85, p. 25, 1911.
R. Lattey. Proc. Royal Soc. A. 84, p. 173, 1910.
G. Todd. Phil. Mag. (6) 22, p. 791, 1911.
P. Phillips. Proc. Royal Soc. A. 73, p. 167, 1906.
S. Luby. Phil. Mag. (6) 22, p. 775, 1911.
H. A. Wilson. Proc. Royal. Soc. A. 82, p. 595, 1909.
E. Gold. Proc. Royal Soc. A. 79, p. 60, 1907.
J. Frank u. *P. Pringsheim*. Ver. d. Dtsch. Phys. Ges. 13, p. 328, 1911.
H. A. Wilson. Phil. Trans. Royal Soc. A. 192, p. 499, 1899.
J. Frank. Wied. Ann. (4) 21, p. 972, 1906.
A. Chattock and A. Tyndall. Phil. Mag. (6) 19, p. 499, 1910; Phil. Mag. 16, p. 24, 1908;
 Phil. Mag. 20, p. 266, 1910.
A. Tyndall. Phil. Mag. (6) 21, p. 585, 1911.
E. Rutherford. Phil. Mag. (6) 2, p. 219, 1901.
K. Przibram. Wien. Berichte 118, pp. 331, 1419, 1909.
J. J. Thomson. Corpuscular theory of Matter, London, 1907.
A. Blanc. Bull. Soc. Franç. de Phys. 2, p. 156, 1908.
E. M. Wellisch. Proc. Royal Soc. A. 82, p. 500, 1909.
J. Frank. Ver. d. Dtsch. Phys. Ges. 11, p. 159, 1911.
E. M. Wellisch. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 11, p. 397, 1909.
J. Frank u. *L. Meitner*. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 13, p. 671, 1911.
J. Townsend. Proc. Royal. Soc. A. 80, p. 207, 1908.
J. Frank u. *W. Westphal*. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 11, pp. 146, 276, 1909.
P. Langevin. Comptes Rendus 140, pp. 232, 305, 1905.
M. de Broglie. Journ. d. Phys. 8 p. 869, 1909. Ann. d. Chim. et Phys. 16, p. 5, 1909.

К § 9.

- J. Townsend.* The theory of ionization of gases by collision. London, 1910.
E. Gill and F. Pidduck. Phil. Mag. (6) 23, p. 837, 1912.

К § 10.

- W. Makower and H. Geiger.* Practical measurements in radioactivity. London, 1912.
R. Beattie. Electrician 65 p. 729, 1910; 69, p. 233, 1912.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (5) 6, p. 526, 1898.
H. Bronson. Phil. Mag. (6) 11, p. 143, 1906.
J. Townsend. Phil. Mag. (6) 6, p. 598, 1903.
H. Gerdien. Phys. Zeitschr. 5, p. 204, 1904.
C. T. R. Wilson. Proceed. Cambridge Phil. Soc. 12, p. 135, 1903.
C. W. C. Kauye. Proceed. Phys. Soc. London 23, p. 209, 1911.
Th. Wulf. Phys. Zeitschr. 8 pp. 246, 527, 780, 1907; 15 p. 250, 1914.
A. Bestelmeyer. Zeitschr. f. Instrumentenkunde 25, p. 339, 1905.

ГЛАВА ОДИННАДЦАТАЯ.

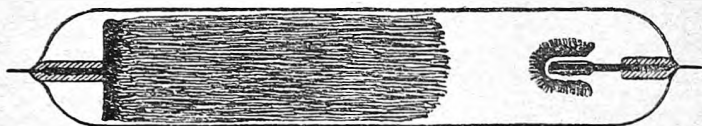
Прохождение электричества через газы, находящиеся под уменьшенным давлением*).

§ 1. **Общий вид разряда и распределение потенциала.** Как уже было упомянуто в предыдущей главе, газы при обыкновенном давлении почти не проводят электричества, если только разность потенциалов электродов не достигает особенно большой величины. При уменьшении упругости газа эта разность потенциалов все уменьшается и, наконец, достигает сравнительно небольшого числа вольт (около тысячи) и притом почти не зависит от расстояния между электродами. Для наблюдения можно взять цилиндрическую стеклянную трубку, около 50 см. длиной и около 3—4 см. диаметром, со впаянными на концах электродами, дискообразным и цилиндрическим, соединить первый из них с положительным, а второй с отрицательным полюсом индуктора, электростатической машины, машины высокого напряжения или батареи большого числа элементов и постепенно выкачивать воздух, при этом можно наблюдать ряд последовательных явлений. В 1904 году *Wehnelt* открыл, что если покрыть катод окисью бария или кальция и накалить его, то при этом необходимый для пропускания тока через газ потенциал сильно понижается: вместо тысяч вольт постоянного тока, можно пользоваться несколькими сотнями, и притом, регулируя добавочное сопротивление, получать очень большие токи, измеряемые целыми амперами. В этом последнем случае выделяется очень большое количество тепла и приходится брать трубки большого сечения или применять кварцевое стекло, как это сделали *Konen* и *Jungjohann*. Если же, вводя достаточное сопротивление последовательно с трубкою, не выходить из пределов миллиампер, то можно пользоваться обычными трубками. В этих трубках

*) Эта глава составлена проф. А. П. Афанасьевым. О. Х.

катод делается в виде платиновой полоски, через которую пропускается для накаливания особый ток от нескольких аккумуляторов. Предварительно полоска обрабатывается следующим образом. На нее наносится капля раствора азотнокислого бария, или кальция (или даже просто сургуча) и затем она прокаливается током или в пламени горелки. При выкачивании упомянутой выше трубки в ней прежде всего появляется ветвистое свечение, отдельные части которого, начинаясь у электродов, распространяются вдоль трубки, но при этом не достигают противоположного электрода. При некоторой упругости на смену этого свечения появляется светящаяся нить волнистой формы, распространяющаяся от одного электрода до другого. Постепенно эта нить утолщается и, наконец, заполняет все поперечное сечение трубки. Наиболее изученной является форма разряда, изображенная на рис. 240, соответствующая упругости в несколько милли-

Рис. 240.



метров ртутного столба. Поверхность катода (электрод в виде проволоки) покрыта желтоватокрасным свечением — первый катодный слой, непосредственно за этим свечением расположено узкое темное пространство — Круксово катодное пространство*); за ним следует светящийся слой — катодное свечение; далее идет второе темное пространство — Фарадеево темное пространство, и, наконец, вплоть до анода (дискообразный электрод) тянется — положительное свечение. В некоторых случаях положительное свечение как бы разбивается на отдельные светящиеся диски — страты —, имеющие выпуклую поверхность со стороны, обращенной к катоду, и вогнутую — со стороны, обращенной к аноду (рис. 241). Если увеличивать длину трубки, то изменяется

Рис. 241.

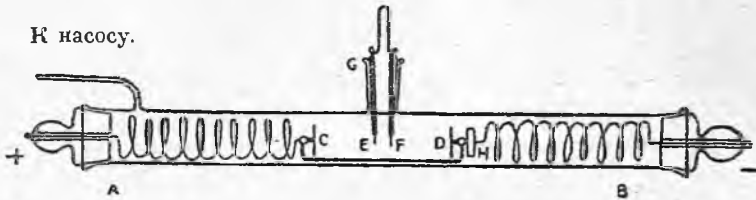


только длина положительного свечения, тогда как размеры первого катодного слоя, Круксова темного пространства, катодного свечения и Фарадеева темного пространства остаются неизменными. Так J. J. Thomson употреблял трубку в 15 метров длиной, при этом положительное свечение заполняло почти всю трубку, на долю же остальных частей разряда приходилось только от двух до трех сантиметров.

*) Некоторые немецкие ученые называют это темное пространство Гитторфовым темным пространством.

В тесной связи с вышеуказанными особенностями свечения различных частей газа, при прохождении через него электрического тока, находится распределение падения потенциала вдоль пути тока. Такого рода исследования впервые были предприняты Ниттори'ом в 1869 году. На рис. 242 изображена одна из трубок, употреблявшихся Уилсоном.

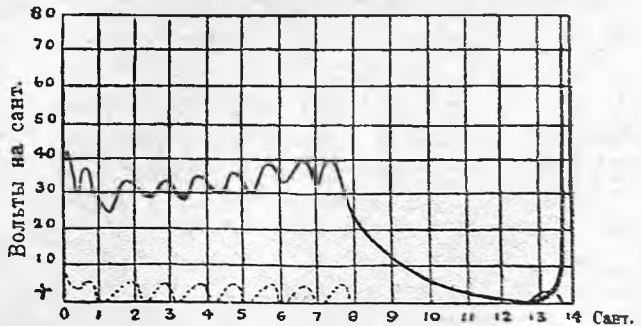
Рис. 242.



Два дискообразных алюминиевых электрода *C* и *D*, соединенные друг с другом неизменно стеклянной палочкой, могли помощью действия внешним магнитом на кусок железа *H* передвигаться вдоль трубки. Ток к электродам подводился помощью гибких спиралей. По середине трубки через боковую трубку *G* были введены две платиновые проволоки — зонды *E* и *F*, соединенные с двумя парами квадрантов электрометра, который и измерял падение потенциала на расстоянии *EF* в разных частях разряда, смотря по положению подвижных электродов. Как этот, так и другие методы, пользующиеся введенным в газ металлическим зондом, основаны на допущении, что такой зонд принимает потенциал газа. Опыты вполне оправдывают это предположение, если только зонд, который должен быть очень мал (толщина 0,025 мм., длина 1 мм.), не находится слишком близко к катоду, ближе 0,5 мм.

Результаты подобного рода исследований изображаются кривыми, одна из которых приведена на рис. 243. По оси абсцисс отложены расстояния, отделяющие зонды от анода, по оси ординат — падения потенциала в вольтах на сантиметр. Кривая относится к водороду, находящемуся при упругости 2,25 мм. ртутного столба. Внизу около оси абсцисс пунктиром указаны положения катодного свечения и страт.

Рис. 243.



При отсутствии страт левая зигзагообразная ветвь кривой падения потенциала выравнивается и идет параллельно оси абсцисс.

Если обозначить через X величину электрической силы и через ρ — плотность электричества, то, как было показано в § 6 первой главы настоящего тома, пользуясь равенством

$$\frac{dX}{dx} = 4\pi Q,$$

из кривой можно определить, какое электричество — какие ионы — находится в избытке в той или другой части разряда. При этом предполагается, что поверхности уровня идут приблизительно параллельно поверхности катода и во всяком случае не меняют знака кривизны. Wehnelt и Westphal подтвердили на опытах справедливость этого предположения для различных условий опыта. Оказывается, что положительные ионы преобладают в тех местах, где угловой коэффициент кривой имеет положительное значение, т. е., в Круксовом темном пространстве и в той части страт, которая обращена к аноду; отрицательные ионы имеют перевес в Фарадеевом темном пространстве и на той стороне страт, которая обращена к катоду. В катодном свечении точно так же, как и во всех точках не разбитого на страты положительного свечения, и те и другие ионы находятся в одинаковом числе.

§ 2. Падение потенциала в пределах катодного слоя, Круксова темного пространства и катодного свечения. Как было отмечено, падение потенциала в пределах катодного свечения ничтожно, практически его можно считать равным нулю. Однако, этого нельзя сказать про части свечения, лежащие между катодным свечением и поверхностью катода, как это видно из рис. 243. Еще Hittorf показал, что разность потенциалов между катодом и какой-либо точкой катодного свечения измеряется сотнями вольт и при том для данного газа и для данного вещества катода не зависит от упругости газа и силы, пропускаемого через газ, тока, если только катодное свечение не охватывает всей поверхности катода. При малых токах катодное свечение расположено только у конца цилиндрического катода, в виде колпачка, как показано пунктиром на рис. 244. По данным

К насосу

Рис. 244.



Wehnelt'a, весь ток идет с катода через место, занятое свечением. При усилении силы тока увеличиваются размеры свечения, плотность тока при этом остается неизменной. Замечательно, что плотность тока пропорциональна упругости газа и не зависит от вещества катода. Эта величина разности потенциалов, характерная для данного газа и данного вещества катода, называется нормальным катодным падением потенциала. Если же увеличить ток настолько, чтобы катодное свечение охватило весь катод, то указанная разность потенциалов будет возрастать вместе с силой тока и может достигнуть очень больших значений. В этом случае ее можно назвать аномальным катодным падением потенциала.

Величины нормального катодного падения потенциала для различных газов и электродов помещены в нижеследующей таблице:

	Pt	Hg	Ag	Cu	Fe	Zn	Al	Mg	Na	Na-K	K
Воздух	340—350	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Кислород	369	—	—	—	—	—	—	310	—	—	—
Водород	298	—	295	280	230	213	190	168	185	169	172
Азот	232	226	—	—	—	—	—	207	178	125	170
Гелий	160	143	162	177	161	143	141	125	80	78,5	69
Аргон	167	—	—	—	—	—	100	—	—	—	—
Водяной пар	469	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Аммиак	582	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Как видно из приведенной таблицы, особенно малое катодное падение потенциала мы имеем, с одной стороны, для благородных газов, с другой, стороны для щелочных металлов. Ко всем этим числам надо относиться с большой осторожностью, так как величина катодного падения в высшей степени зависит от чистоты газа и электродов. Так, например, небольшие примеси кислорода к какому-либо газу весьма сильно приближают числа катодного падения к числам, соответствующим чистому кислороду; свежее очищенные цинк, медь и железо давали значительно меньшие, чем даны в таблице, величины катодного падения потенциала.

Для сложных газов определение величины катодного падения потенциала очень затруднительно, так как через эти газы очень трудно получить непрерывный разряд. Стоит только включить последовательно с трубкой телефон, чтобы убедиться в этом, — телефон почти всегда издает звук.

Величина аномального катодного падения потенциала, как сказано выше, возрастает вместе с силой тока. Stark для воздуха дал такую формулу, связывающую эти величины:

$$V = V_n + \frac{k}{pf^{\frac{1}{2}}}(i - xpf)^{\frac{1}{2}},$$

где V — аномальное падение потенциала, V_n — нормальное падение потенциала, i — сила тока, p — давление, f — действующая поверхность катода, k и x — постоянные числа.

§ Eisenmann также для воздуха дает следующую гиперболическую зависимость аномального падения потенциала от силы тока:

$$V = C + \operatorname{tg} \varphi \sqrt{i(i + 2a)},$$

где V — аномальное падение потенциала, i — сила тока, c — постоянное число, равное 142 вольта, a — другое постоянное число, равное $0,326 \cdot 10^{-3}$ ампера, а $\operatorname{tg} \varphi$ — некоторая величина, изменяющаяся с упругостью газа. Связь этой величины с упругостью газа p , а также с длиной Круксова темного пространства R , в свою очередь зависящей от упругости газа, видна из следующей таблицы:

p мм.	R мм.	$\text{tg } \varphi$ $\frac{\text{вольты}}{\text{микроамперы}}$	$p \cdot \text{tg } \varphi$	$\frac{\text{tg } \varphi}{R}$	$R \cdot p$
0,675	2,2	194,6	131,0	88,2	1,48
0,563	2,5	220,6	123,9	88,2	1,41
0,337	4,2	363,3	123,3	86,2	1,43
0,271	5,4	480,0	129,7	88,9	1,46
0,243	5,7	519,0	125,8	89,5	1,39
0,170	7,5	622,8	105,7	83,0	1,28
0,112	10,0	713,6	79,8	71,4	1,12

Из этой таблицы мы видим, что величина $\text{tg } \varphi$ прямо пропорциональна длине Круксова темного пространства R , именно можно положить $\text{tg } \varphi = 88,2R$. С другой стороны, для больших значений силы тока i уравнение гиперболы можно заменить уравнением ее ассимптот, тогда получаем такую простую зависимость:

$$V = 142 + 88,2 R(i + 0,326).$$

Что касается закона падения потенциала внутри Круксова пространства, то для точки, отстоящей на расстоянии x от катода, Eisenmann дает для величины потенциала V_x такое выражение:

$$V_x = \alpha - \gamma e^{-kx},$$

где e — основание натуральных логарифмов, а α , γ , и k — некоторые постоянные величины. Эта формула сохраняет свой характер и для того случая, когда мы имеем дело с нормальным падением потенциала.

Полагая в ней x равным 0, мы имеем $V_x = \alpha$, т. е., у самой поверхности катода должен существовать скачок потенциала. Этот вопрос специально изучали два автора: Aston и Westphal. В то время, как первый отрицает существование такого скачка у поверхности катода, второй считает его несомненным как для нормального, так и аномального падения потенциала; в различных случаях величина его меняется от 0,275 до 0,7 катодного падения потенциала. В случае нормального падения потенциала величина катодного скачка не зависит от давления газа и силы тока и является такой же характерной величиной для данного газа и данного электрода, как и само катодное падение. Westphal не заботился о чистоте газов, с которыми он работал: азот и водород, а также и электродов: платина, сталь, медь, алюминий. Различные значения катодного скачка потенциала у него получились в пределах от 64 до 99 вольт. При употреблении Wehnelt'овых катодов (покрытых окисями щелочно-земельных металлов и накаливаемых) как нормальное, так и аномальное катодное падение потенциала сильно уменьшаются, достигая немногих вольт.

§ 3. Длина Круксова темного пространства. Распыление катода. Из последнего столбца таблицы, помещенной в § 2, видно, что длина Круксова темного пространства растет с уменьшением упругости газа и, приблизительно, обратно пропорциональна ей. Ebert, подробно изучавший этот вопрос, нашел, что правильнее зависимость между длиной

темного Круксова пространства и упругостью газа выразить такой формулой:

$$R p^m = \text{Const.},$$

где m — некоторое положительное число меньшее единицы. Замечательно, что для каждого газа существует такая упругость, при переходе через которую величина m меняется скачком. Величина этой критической упругости несколько зависит от формы и, размеров разрядной трубки. Так, например, для кислорода она в среднем около 0,7 мм., — при упругостях меньших 0,7 мм. m равно 0,738, а при упругостях больших 0,7 мм. m равно 0,459.

При увеличении силы тока длина Круксова катодного пространства убывает сначала быстро, а потом медленно, и наконец, стремится к некоторой предельной величине. Если взять трубку по Wehnelt'у, в которой катодом служит накаленная платиновая полоска с пятном из окиси кальция или бария, и постепенно уменьшать нагревание катода, то параллельно с уменьшением силы тока будет происходить возрастание катодного пространства. В различных газах эта предельная длина катодного пространства достигает различной величины, которую однако трудно поставить в связь с какими-либо другими величинами, характеризующими данный газ. Так, например, при давлении газа равном 1 мм. для водорода длина катодного пространства 5,59 мм., для углекислого газа — 2,61 мм., для окиси углерода — 2,51 мм., для азота — 2,11 мм. и для кислорода — 1,41 мм.

Aston, посвятивший ряд работ изучению катодного пространства, остановился на следующей формуле, связывающей длину катодного пространства R с давлением газа p и плотностью тока c :

$$R = \frac{A}{p} + \frac{B}{\sqrt{c}},$$

где A и B суть некоторые постоянные числа, различные для различных газов и различных катодов, из них число A сильно меняется в разных случаях, а число B сохраняет, примерно, одно и то же значение.

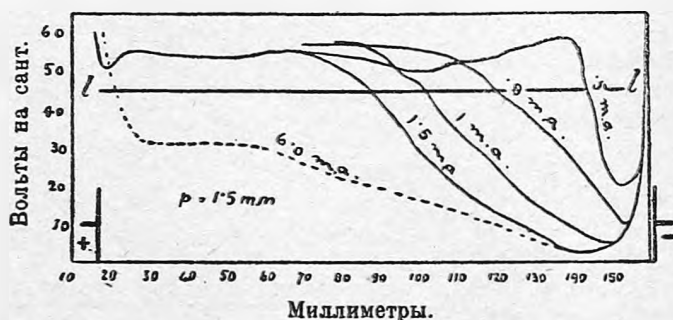
Металлы, употребляемые в качестве катода в трубках с разреженным газом вообще говоря всегда теряют свой вес. Мельчайшие частички этих металлов отделяются от них по направлению нормалей к поверхности катода и отлагаются в виде тонкого зеркального слоя на поверхности стенок трубки и других встречающихся на их пути твердых тел. Этим явлением пользуются для приготовления металлических зеркал. Вполне разработанный способ получения таких зеркал опубликовал Rühmelin. Количество распыленного таким образом металла быстро увеличивается с уменьшением упругости газа. Затем, оно зависит от рода наполняющего трубку газа. Так в воздухе и большинстве газов алюминий распыляется очень мало, почему его обычно и употребляют для изготовления электродов, однако, в одноатомных газах: гелие, аргоне и парах ртути — распыление алюминия идет очень быстро. По исследованиям Holborn'a и Austin'a, а также Kohlschütter'a для боль-

шинства металлов количества распыленного металла пропорциональны их электро-химическим эквивалентам.

Столь же загадочными, как явление распыления катода, представляются и другие два явления, наблюдаемые при прохождении электрического разряда через разреженные газы: выделение газов из катода и постепенное уменьшение упругости газа, наблюдаемое непрерывно в рентгеновых трубках и вызывающее необходимость устройства особых приспособлений для пополнения этой убыли газа. Первое явление особенно часто состоит в выделении водорода. Так Skinner нашел, что серебряный катод объемом 0,15 куб. сант. выделил 2 куб. сант. водорода при атмосферном давлении; при этом выделение водорода могло идти еще дальше. Угольные катоды выделяют из себя азот.

§ 4. Фарадеево темное пространство и положительное свечение. На рис. 243, изображающем общий ход падения потенциала при прохождении электрического тока через газы, видно, что в пределах Фарадеева темного пространства электрическая сила постепенно возрастает, пока не достигнет постоянной величины в месте трубки, занятом положительным свечением. Замечательно, что размер Фарадеева пространства очень сильно зависит от силы тока, именно, Фарадеево пространство увеличивается при увеличении силы тока за счет положительного свечения. При известной силе тока Фарадеево пространство может дойти до самого анода, почти уничтожив положительное свечение, как это видно для силы тока 6 миллиампер на рис. 245. Здесь изображены кривые падения потенциала для сил

Рис. 245.



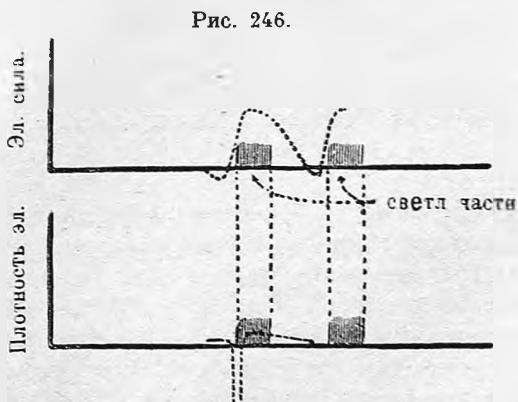
тока 0,5; 0,8; 1; 1,5 и 6 миллиампер. Граница Фарадеева пространства, ближайшая к аноду, определяется точкой пересечения соответствующей кривой с горизонтальной линией II. Уменьшение упругости газа также увеличивает длину Фарадеева темного пространства. Работа Skinner'a содержит ряд указаний на свойства Фарадеева темного пространства.

Переходим теперь к последней части свечения разреженного газа — положительному свечению. Рассмотрим сначала тот случай, когда нет страт и положительное свечение представляет из себя однородный светящийся цилиндр. В этом случае во всех точках вдоль оси трубки градиент потенциала имеет одно и то же значение. Исследования этого градиента потенциала, производившиеся в пределах плотностей тока от

нескольких миллиампер до целых ампер на квадратный сантиметр (в трубках с накаленным катодом, покрытым окисью кальция или бария по *Wehnelt's*), и в пределах давлений от долей миллиметра до атмосферного (в вольтовых дугах), выяснили следующие его свойства. Градиент потенциала зависит от площади поперечного сечения трубки: он уменьшается с увеличением этой площади, при чем при больших плотностях тока и высоких упругостях влияние площади поперечного сечения сказывается сильнее. Градиент потенциала возрастает при увеличении упругости газа, причем при малых плотностях тока и малых упругостях возрастание градиента потенциала происходит быстрее. И при больших и при малых упругостях градиент потенциала можно считать линейной функцией давления, однако, при малых упругостях влияние давления сказывается гораздо больше. Градиент потенциала уменьшается при возрастании плотности тока. Особенно это заметно при больших упругостях. При малых же упругостях градиент потенциала сначала быстро возрастает вместе с плотностью тока и только, когда плотность тока достигнет определенной величины, начинает постепенно уменьшаться. Наконец, градиент потенциала зависит от природы газа. Так, по данным *Matthies'a* и *Struck'a* при малых упругостях градиент потенциала в водороде меньше, чем в азоте, а при больших упругостях обратно. По наблюдениям *Kirkby* градиент потенциала в кислороде вообще меньше, чем в других газах и кроме того имеет минимум при упругости 2 мм. ртутного столба.

У самой поверхности анода наблюдался некоторыми авторами (*Skinner*, *Matthies* и *Struck*) скачок потенциала порядка около 20 вольт. Для различных металлов величина его несколько меняется, причем различие между разными металлами не превосходит контактной разности потенциалов.

При распадении положительного свечения на страты, падение потенциала вдоль светящегося столба перестает быть постоянным, а подвергается периодическим колебаниям, как это видно из кривой, изображенной на рис. 243. Более детально это изображено на рис. 246. Заштрихованные места обозначают положения страт; верхняя пунктирная кривая изображает закон изменения электрической силы, нижняя — электрическую плотность, при чем ординаты, направленные вверх, соответствуют положительной электризации, а вниз — отрицательной; анод находится направо, а катод — налево. Как показывает нижняя кривая, на светлой стороне каждой страты, обращенной к катоду, наблюдается сильная отрицательная электризация, на стороне же, обращенной к аноду, — слабая положительная.



Исследованию страт было посвящено весьма много работ. Однако, они не раскрыли каких-либо простых законов, управляющих этим в высшей степени правильным явлениям. В самых общих чертах выяснилось следующее. Страты появляются только при определенных величинах давления газа и силы тока. В смесях газов страты появляются легче, чем в чистых газах. Некоторые авторы (Baly) отрицают возможность образования страт в абсолютно чистых газах. В смесях газов иногда появляется несколько разных родов страт, соответствующих той или другой составной части (Crookes). Goldstein обнаружил, что расстояние между стратами увеличивается с уменьшением упругости газа. По указанию J. J. Thomson'a, наблюдения Goldstein'a приводят к формуле:

$$d p^m = \text{Const.},$$

где d есть расстояние между стратами, p — упругость газа, а m — некоторое постоянное число меньше единицы. Willows нашел, что расстояние между стратами растет вместе с увеличением плотности тока, достигает некоторого maximum'a и затем постепенно убывает. Он же нашел, что расстояние между стратами в широких трубках больше, нежели в узких. Расстояние между стратами во всех газах приблизительно одно и то же. В более плотных газах влияние давления на расстояние между стратами сказывается больше. Wehner дает такую формулу, связывающую расстояние между стратами (d), упругость газа (p) и радиус трубки (r):

$$d = c \frac{r^{1-m}}{p^m},$$

где c и m — некоторые постоянные числа.

Разность потенциалов между двумя соответственными точками двух соседних страт убывает с увеличением плотности тока, приближаясь к некоторой постоянной величине, и возрастает с увеличением упругости газа и диаметра трубки.

§ 5. 1. Влияние сужений в трубке на форму разряда. 2. Влияние магнитного поля. 3. Распределение температуры. 4. Особые формы разряда. 5. Характеристики.

1. Если в цилиндрической трубке, через которую проходит разряд, сделать сужение, или вставить в нее перегородку с узким отверстием, то со стороны этого отверстия, обращенной к аноду трубки, образуются те же явления, которые получаются у катодного электрода: Круксово темное пространство, отрицательное свечение и Фарадеево темное пространство. Если сделать несколько сужений одно за другим или поместить несколько перегородок с отверстиями, то образуется столько же новых катодов. Holtz показал, что, если на пути разряда поставить одну или несколько воронок и пропустить переменный ток, то при одном направлении тока разряд проходит легче, чем при другом. Именно, при больших упругостях газа легче проходит разряд, имеющий направление от основания воронки к ее узкому концу, при малых упругостях — разряд противоположного направления. В продаже имеются трубки Holtz'a, снабженные двумя

рядами воронок противоположного направление, могущие указывать на наличие колебательного разряда.

Еще в 1858 году Plücker обнаружил влияние магнитного поля на разряд электричества в разреженных газах. С того времени много работ было посвящено этому вопросу. Исследовалось влияние магнитного поля на отдельные части свечения (Lehmann, Hittorf, Schuster, Spottiswoode and Moulton, Goldstein), на силу тока, проходящего через газ, разность потенциалов на концах трубки и распределение потенциала внутри (Willows, Birkeland, Almy). Замечательно действие магнитного поля на катодное свечение и страты. Катодное свечение располагается вдоль магнитных силовых линий, как если бы оно состояло из тонких нитей, несущих электрический ток, прикрепленных к катоду и закручивающихся вокруг магнитных силовых линий. Подобным же образом в стратах, судя по действию магнитного поля, можно предполагать существование подобных же токовых линий, направленных от яркой выпуклой части страты к вогнутой части соседней страты (рис. 241).

Магнитное поле, перпендикулярное к направлению тока, в зависимости от разных условий, может и увеличивать и ослаблять разность потенциалов на полюсах трубки. Магнитное поле, совпадающее по направлению с током, иногда производит необыкновенное, в десятки раз, уменьшение разности потенциалов. По наблюдениям Almy такого же эффекта можно добиться и при поле, перпендикулярном току. Paalzow и Neesen наблюдали задерживающее действие магнитного поля, перпендикулярно к линии тока по отношению к прохождению разряда. В дальнейшем изучении этого явления занимались Strutt, Townsend, Horton, More, Reimann, Mauchley и Righi, Eberhart. Righi предполагает существование внутри трубки особых магнитных лучей, идущих от катода, подобных катодным лучам. Sirk обнаружил изменение упругости газа в направлении, перпендикулярном к направлению магнитного поля и линии тока, если два последние направления образуют между собой прямой угол.

3. В обычных условиях температура газа внутри трубки не превосходит 100° , насколько можно об этом судить по термометру. Впрочем болометрические измерения дают то же самое. При пропускании очень плотных токов, например, в трубках с Wehnelt'овым катодом, температура может достигать очень высокой величины, могут плавиться кварцевые стенки трубки. Кривые распределения температуры вдоль тока аналогичны кривым падения потенциала. Отсюда можно заключить, что при обычных условиях давления и силы тока обращение электрической работы в тепло происходит почти в том же месте, где эта работа производится.

4. Явления, сопровождающие прохождение электрического тока через разреженные газы, можно наблюдать в сосудах, и не имеющих электродов. Для этого надо такой сосуд поместить в переменное электрическое поле, например, между двумя проводниками, соединенными с полюсами индуктора, или с полюсами вторичной обмотки трансформатора Тесла. В

этом случае, ближайšie к проводникам части стенок сосуда играют роль электродов.

Если сосуд с разреженным газом поместить внутрь вторичной обмотки трансформатора Тесла, то в сосуде получится без-электродный круговой ток.

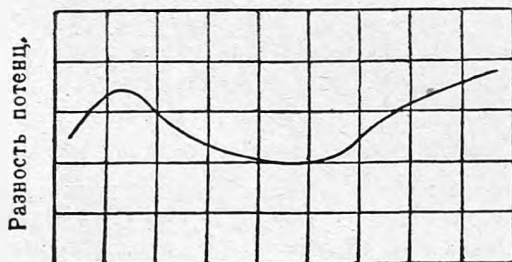
Проф. И. И. Боргман изучил и описал целый ряд интересных форм свечения газов, заключенных в сосуды с одним электродом, большую часть имевшим вид длинной проволоки.

Проф. И. И. Боргман наблюдал также остаточное свечение, появляющееся в трубке после пропускания через газ электрического тока.

Влияние магнитного поля на то и другое свечение было также исследовано проф. И. И. Боргманом.

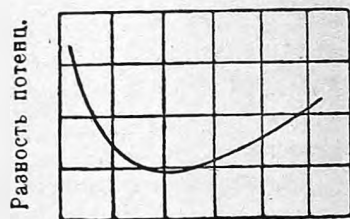
5. В §§ 2, 3 и 4 настоящей главы было указано, из каких составных (падений потенциала в различных частях свечения газа) складывается общая разность потенциалов на электродах трубки. Ясно, что эта величина будет зависеть от тех же величин, что и ее слагаемая, т. е., от силы тока, от упругости газа и от площади поперечного сечения трубки. Кривые, выражающие эту зависимость, в связи с изменением одной из независимых переменных, называются характеристиками. На рис. 247 и 248

Рис. 247.



Сила тока.

Рис. 248.



Давление газа.

изображены две такие характеристики, в обоих случаях по оси ординат отложены разности потенциалов на электродах трубки. По оси абсцисс для первой кривой, выражающей зависимость разности потенциалов от силы тока, отложены различные силы тока; для второй кривой, выражающей зависимость разности потенциалов от давления газа, по оси абсцисс отложены упругости газа. Давление, соответствующее наименьшей разности потенциалов, иногда называется критическим давлением.

§ 6. Теория J. J. Thomson'a прохождения электричества через разреженные газы. J. J. Thomson дал в самых общих чертах теорию описанных в предыдущих параграфах явлений, являющуюся в настоящее время единственной сколько-нибудь принятой. В основе этой теории лежит предположение, что перенос электричества в разреженном газе происходит при помощи ионов, как и перенос электричества через газ, находящийся при обыкновенных условиях. Источником ионизации газа является ионизация через столкновение (смотри § 9, глава X), при чем

главная роль в этом отношении принадлежит отрицательным ионам; они являются ионизаторами по всей длине разряда, кроме самых близких к катоду слоев газа, где ионизаторами являются положительные ионы. Именно, в пределах Круксова темного пространства положительные ионы получают, благодаря большой величине электрической силы (катодное падение потенциала), очень значительную скорость и ударяясь о молекулы газа, находящиеся у катода, или о самую поверхность катода, производят ионизацию и дают возможность возникновения отрицательных электронов. Возможно, что свечение у самой поверхности катода, названное первым катодным слоем (см. § 1), и является тем местом, где происходит ионизация положительными ионами. Если просверлить в поверхности катода отверстия, то эти положительные ионы пролетают сквозь них по другую сторону катода и являются там тем, что называется каналовыми лучами или лучами положительного электричества (*Kanalstrahlen*), см. главу XII, § 8.

Таким образом падение потенциала внутри Круксова темного пространства является необходимым условием, при котором могут, благодаря работе положительных ионов, возникнуть отрицательные электроны, столь нужные, как мы увидим дальше, для поддержания газа в состоянии проводимости во всех остальных частях разряда. Если каким-нибудь образом облегчить выделение отрицательных электронов из поверхности катода, то катодное падение потенциала и длина Круксова темного пространства должны уменьшиться. В остальных же своих составных частях разряд не должен измениться. Это и наблюдали Dember и Helhoff при освещении поверхности катода ультрафиолетовыми лучами, а Westphal, покрывая катод окисями щелочноземельных металлов и накаливая его.

Возникшие у поверхности катода отрицательные электроны, благодаря очень большому падению потенциала, приобретают сразу же очень большую скорость по направлению к аноду. Вследствие этой большой скорости они плохо ионизируют газ. Вот почему в пределах Круксова пространства ионизации почти нет. Затем, в силу трения, скорость их уменьшается, и в области катодного свечения выделившиеся у катода электроны производят сильную ионизацию. Им помогают те немногие отрицательные ионы, которые все-таки выделяются в Круксовом пространстве вследствие столкновения электронов с молекулами газа. По мере приближения к отрицательному свечению скорость этих новых отрицательных ионов возрастает до величины, при которой они делаются ионизаторами. В пределах отрицательного свечения, происходит наибольшая ионизация газа и вместе с тем исчезновение ионов через воссоединение. Электрическая сила делается ничтожно малой. Некоторые отрицательные ионы, как наиболее подвижные, вылетают из этой области в область Фарадьева темного пространства. Однако, скорость их мала. Они не могут ионизировать газа. При этом, в силу господствующего в Фарадеевом пространстве падения потенциала, скорость их постепенно увеличивается до тех пор, пока они не получают способности ионизировать газ. Это слу-

чится при начале положительного свечения, где происходит сильная ионизация газа и столь же энергичное воссоединение ионов. Благодаря наблюдаемому в положительном свечении довольно большому падению потенциала ионизирующая способность отрицательных ионов поддерживается по всей его длине. Если же в силу каких, то нам неизвестных причин скорость отрицательных ионов сильно уменьшится, то сейчас же возникает темное пространство, в котором нет ионизации, но которое нужно для приобретения отрицательными ионами достаточной скорости. Так возникают страты. Темные пространства между стратами представляют из себя как бы малые Фарадеевы пространства.

У самой поверхности анода вследствие разности скоростей положительных и отрицательных ионов образуется слой, более богатый отрицательными ионами, чем положительными, и таким образом возникает анодный скачок потенциала. Подобные же скопления отрицательного электричества и быстрые поднятия потенциала образуются со сторон катодного и положительного свечения, обращенных к катоду, и с катодной стороны каждой страты. У катода же и с обращенной к аноду стороны каждого свечения и каждой страты мы имеем избытки положительного электричества.

Если отрицательные ионы являются главными возбудителями свечения газа, то и уклонение этих свечений под действием магнитного поля должно происходить так, как это описано в § 5.

Теория J. J. Thomson'a дает нам и объяснение действия сужений на пути разряда (см. § 5). Действительно, необходимо допустить, что в узкой части электрическая сила больше, чем в других частях. Если это так, то электроны, вылетевшие из узкой части имеют скорость большую, чем нужна для ионизации, и некоторое время не ионизируют газа — у выхода сужения в широкую часть образуется как бы Круксово темное пространство. Основания для допущения, что в узкой части электрическая сила больше чем в широкой, таковы. Прежде всего в узкой части плотность тока больше. Если допустить, что плотность ионизации (число ионов в одном куб. сант.) в узкой части такая же, как в широкой, то большая плотность тока возможна только при большем падении потенциала. Если же допустить, что в узкой части большая плотность ионизации, то это опять возможно только при большей электрической силе. Сюда же присоединяется еще другая причина, требующая большого производства ионов в единицу времени, — потеря ионов через диффузию к стенкам в узкой трубке гораздо больше, чем в широкой.

ЛИТЕРАТУРА.

- J. J. Thomson. Conduction of electricity through gases. Second ed. Cambridge. 1906.
 J. Stark. Die Elektrizität in Gasen. Winkelmann. Handbuch d. Physik. 2. Aufl. Bd. IV. Abt. 2.

Р § 1.

- De la Rue and Müller. Phil. Trans. Roy. Soc. 169, p. 155, 1878.
 W. Hittorf. Pogg. Ann. 136 pp. 1 und 197, 1869. Wied. Ann. 7 p. 553, 1879. 20 p. 705, 1883. 21 p. 90, 1884.

- W. P. Graham.* Wied. Ann. 64 p. 49, 1898.
H. A. Wilson. Phil. Mag. (5) 49 p. 505, 1900.
J. S. Townsend. Phil. Mag. (6) 12 p. 729, 1906.
W. Westphal. Wied. Ann. (4) 27 p. 571, 1908.
W. Westphal. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 12 p. 275, 1910.
A. Wehnelt. Wied. Ann. (4) 14 p. 425, 1904.
H. Konen und W. Jungjohann. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 12 p. 145, 1910.

К § 2.

- W. Hittorf.* См. литературу къ § 1.
E. Warburg. Wied. Ann. 20 p. 705, 1883.
A. Schuster. Proc. Roy. Soc. 47 p. 542, 1890.
A. Wehnelt. Wied. Ann. (4) 10 p. 542, 1903.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (5) 44 p. 293, 1897.
H. A. Wilson. Phil. Trans. Roy. Soc. A. 197 p. 415, 1901.
F. Aston. Proc. Roy. Soc. A. 79 p. 80, 1907; 84 p. 526, 1910; 87 p. 437, 1912.
R. Strutt. Phil. Trans. Roy. Soc. A. 193 p. 377, 1900.
K. Eisenmann. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 14 p. 297, 1912.
W. Westphal. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 14 p. 233, 1912.
C. A. Skinner. Phil. Mag. (6) 2 p. 616, 1901; 4 p. 490, 1902.
K. Mey. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 5 p. 72, 1903.
J. Stark. Phys. Zeitschr. 3 p. 274, 1902.
F. Aston and H. Watson. Proc. Roy. Soc. A. 86 p. 168, 1912.

К § 3.

- H. Ebert.* Wied. Ann. 69 p. 200, 372, 1899.
H. Ebert und P. Ewers. Wied. Ann. (4) 10 p. 72, 1903.
W. Crookes. Proc. Roy. Soc. 50 p. 80, 1891.
G. Granqvist. Oefversigt. Kgl. Vetensk. Akad. Forh. Stockholm, 1898, p. 709.
L. Holborn und L. Austin. Wissenschaftl. Abhandl. der Physik. Techn. Reichsanstalt 4 p. 101, 1903.
V. Kohlschütter. Zeitschr. f. Elektrochem. 12 pp. 365, 869, 1906; 14 pp. 437, 471, 681, 1908; 15 p. 316, 1909.
G. Rümelin. Phys. Zeitschr. 13 p. 1222, 1912.
C. A. Skinner. Phys. Rev. 21 p. 1, 1905.

К § 4.

- W. Hittorf.* Wied. Ann. 20 p. 705, 1883.
W. P. Graham. Wied. Ann. 64 p. 49, 1898.
H. A. Wilson. Phil. Mag. (5) 49 p. 505, 1900.
C. A. Skinner. Phil. Mag. (5) 50 p. 563, 1900.
A. Herz. Wied. Ann. 54 p. 244, 1895.
H. A. Wilson. Proc. Camb. Phil. Soc. 11 pp. 249, 391, 1902.
C. A. Skinner. Phil. Mag. (6) 2 p. 616, 1901.
W. Heuse. Wied. Ann. (4) 5 p. 678, 1901.
J. Stark. Phys. Zeitschr. 4 p. 535, 1903.
W. Matthies. Wied. Ann. (4) 17 p. 675, 1905; 18 p. 473, 1905; Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 13 p. 552, 1911.
W. Matthies und H. Struck. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 14 p. 83, 1912.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (6) 18 p. 441, 1909.
P. B. Pentscheff. Phys. Zeitschr. 7 p. 463, 1906.
R. Holm. Phys. Zeitschr. 9 p. 558, 1908.
P. Kirkby. Phil. Mag. (6) 15 p. 559, 1908.
F. Wehner. Wied. Ann. (4) 32 p. 49, 1910.
E. C. Baly. Phil. Mag. (5) 35 p. 200, 1893.
E. Goldstein. Wied. Ann. 15 p. 177, 1882.
C. Willows. Proc. Cambridge Phil. Soc. p. 302, 1900.

К § 5.

- E. Goldstein.* Wied. Ann. 11 p. 832, 1880.
W. Holtz. Pogg. Ann. 155 p. 643, 1875. Wied. Ann. (4) 18 p. 1057, 1905.
O. Lehmann. Wied. Ann. (4) 7 p. 1, 1902.
J. Plücker. Pogg. Ann. 103 p. 88, 1858.
W. Hittorf. Pogg. Ann. 136 p. 221, 1869.
A. Schuster. Proc. Roy. Soc. 37 p. 317, 1884.
W. Spottiswood and F. Moulton. Phil. Trans. Roy. Soc. A. p. 205, 1879.
C. Willows. Phil. Mag. (6) 6 p. 250, 1901.
K. Birkeland. C. R. 126 p. 586, 1898.
J. Almy. Proc. Cambr. Phil. Soc. 11 p. 183, 1901.
A. Paalzow und F. Neesen. Wied. Ann. 63 p. 209, 1897.
R. Strutt. Proc. Roy. Soc. A. 89 p. 68, 1913.
J. Townsend. Phil. Mag. (6) 26 p. 902, 1913.
L. More and E. Rieman. Phil. Mag. (6) 24 p. 307, 1912.
L. More and S. Mauchley. Phil. Mag. (6) 26 p. 252, 1913.
A. Pighi. Phil. Mag. (6) 26 p. 848, 1913.
R. Earhart. Phys. Rev. (2) 3 p. 103, 1914.
H. Sirk. Berichte Wiener Akad. 112 p. 417, 1913.
E. Wiedemann. Wied. Ann. 6 p. 298, 1879; 10 p. 202, 1880.
R. Wood. Wied. Ann. 59 p. 238, 1896.
H. Geiger. Wied. Ann. (4) 22 p. 973, 1907.
J. E. Lilienfeld. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 8 p. 182, 1906.
J. Borgmann. Phys. Zeitschr. 4 p. 659, 1901; 3 pp. 433, 565, 1902; 4 pp. 401, 558, 1903.
И. Боргман. Ж. Р. Ф.-Х. О. 36 p. 239, 1904
И. Боргман и А. Петровский. Ж. Р. Ф.-Х. О. 31 p. 137, 1899.
J. Stark. Phys. Zeitschr. 4 pp. 535, 605, 715, 1903; 5 p. 96, 1904.
W. Kaufmann. Phys. Zeitschr. 4 pp. 578, 653, 1903; 5 p. 57, 1904.
H. Ebert. Wied. Ann. 69 p. 374, 1899.

К § 6.

- J. J. Thomson.* Phil. Mag. (5) 44 p. 293, 1897.
J. J. Thomson. Conduction of electricity through gases. Second edition. Cambridge, 1906.
J. J. Townsend. The theory of ionisation of gases by collision. London, 1910.
J. Stark. Die Elektrizität in Gasen. A. Wingelmann. Handbuch der Physik. Zweite Aufl. Bd. IV. Abb. 2.
H. Dember und G. Gelhoff. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 8 p. 264, 1906.
G. Gelhoff. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 12 p. 411, 1910.
W. Westphal. Wied. Ann. (4) 27 p. 571, 1908.

ГЛАВА ДВЕНАДЦАТАЯ.

Катодные лучи, каналовые и другие положительные лучи. *)

§ 1. Катодные лучи. При прохождении тока через сильно разреженный газ явления, происходящие у анода, отступают на задний план и главную роль начинает играть катод. Характерным внешним признаком этой формы разряда является особое характерное свечение стеклянных

*) Эта глава составлена проф. Д. А. Рожанским. О. Х.

стенок трубки, которое особенно ярко вблизи катода и на противоположных стенках. Plücker, первый обративший внимание на это явление, нашел, что место наиболее интенсивной флюоресценции передвигается под действием магнитного поля. Hittorf, продолжая изучение его, открыл способность твердых тел, помещенных между катодом и стеклянной стенкой бросать довольно резко очерченную тень. Таким образом катод является источником лучей, распространяющихся прямолинейно от катода и названных поэтому катодными лучами (Goldstein).

Goldstein затем нашел, что катодные лучи испускаются поверхностью катода в определенном направлении, приблизительно совпадающем с ее нормалью, независимо от положения анода. При плоском катоде они идут параллельным пучком, при вогнутом — сходящимся. При сложных формах катодной поверхности и в особенности при высоких разрежениях газа и больших разрядных напряжениях в трубке форма пучка может принимать довольно сложное строение, в виде полых цилиндров, конусов, и т. п.

Природа катодных лучей долгое время оставалась загадочной и на нее существовало две точки зрения. Сторонники одной из них считали их возмущениями в эфире, возникающими под влиянием импульсивных разрядов у поверхности катода. К ним принадлежали Goldstein, Wiedemann, Н. Hertz. С другой стороны Hittorf, Crookes, Schuster и целый ряд, главным образом, английских физиков смотрели на разряд через газ, как на особое явление электролиза, и приписывали катодным лучам материальную природу. С этой точки зрения катодные лучи представляют из себя отрицательно заряженные материальные частицы, получающие значительную скорость под действием весьма больших электрических сил около катода. Crookes подкрепил эту теорию рядом блестящих опытов с трубками (круковскими), в которых газ разрежен до яркой флюоресценции стенок под действием катодных лучей. Он показал, что катодные лучи, поглощаясь телами, вызывают сильное нагревание их поверхности, оказывают заметное механическое действие на легко подвижные тела (напр., мельнички радиометра), отклоняются от прямолинейного пути под действием магнитов, как и должны отклоняться отрицательно заряженные, быстро движущиеся частицы и т. п.

В своем знаменитом докладе на Шеффилдском конгрессе в 1874 году: „Лучистая материя или четвертое состояние вещества,“ он также высказал смелую гипотезу, поставив вопрос, не состоят ли катодные лучи из основных элементов всякого атома.

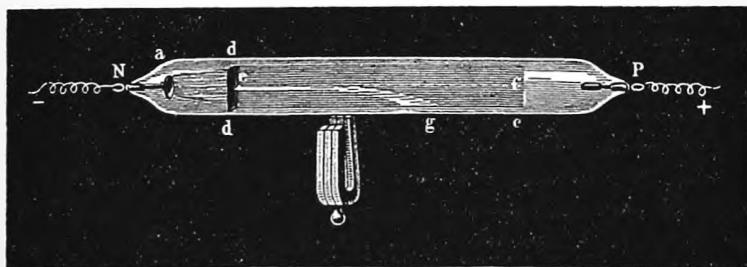
Сторонники эфирной теории в качестве одного из серьезных доводов выставляли открытую Н. Hertz'ем проницаемость для катодных лучей тонких слоев металла, непроницаемых для обыкновенных газовых частиц. Кроме того не удавалось заметить переноса зарядов катодными лучами, а также отклонения их электрическим полем, что, казалось, говорило против ионной точки зрения. Таким образом в середине девяностых годов прошлого столетия вопрос о природе катодных лучей представлялся весьма спорным, и доводы сторонников обеих теорий были приблизительно равновесны.

Весьма важную роль в этом споре между эфирной и материальной теорией катодных лучей сыграл опыт Perrin'a (1895), которому удалось показать, что катодные лучи несут отрицательные заряды. Подобные попытки доказать заряд лучей были сделаны раньше Crookes'ом, но не привели к определенному результату, так как электрод, на который падали катодные лучи, обнаруживал то отрицательный, то положительный заряды. Perrin воспользовался в своих опытах фарадеевым цилиндром, соединенным с электрометром и защищенным от внешних электрических влияний. Когда катодные лучи попадали в отверстие цилиндра, то последний получал отрицательный заряд, который можно было легко измерить. Для успеха опыта необходимо, чтобы газ в трубке был достаточно разрежен, иначе, в силу проводимости его, заряды будут стекать обратно к аноду. Кроме того при аналогичных опытах необходимо, как увидим ниже, принять во внимание частичное отражение катодных лучей от металлических поверхностей и образование вторичных катодных лучей.

Если катодные лучи суть заряженные материальные частицы, то под действием электрических сил они должны получать ускорения. Поперечное электрическое поле должно отклонять пучок от первоначального направления. Н. Hertz не мог получить этого отклонения, но объяснение такого отрицательного результата было дано впоследствии J. J. Thomson'ом, который показал, что при слабых разрежениях газ очень сильно ионизируется катодными лучами и постоянное электрическое поле внутри хорошо проводящего газа не может существовать; как только оно возникает, тотчас же поверхностные заряды, образующиеся у стенок, уничтожают его. Даже при сильном разрежении, когда число ионов в газе невелико, отклонение лучей, сообщенное внешним электрическим полем, медленно убывает вследствие образования поверхностных зарядов.

Действие на катодные лучи магнитного поля наблюдалось еще Plücker'ом и было изучено подробно Hittorf'ом. Пучок катодных лучей в

Рис. 249.



магнитном поле искривляется, как проводник с током, закрепленный одним концом у катода. Это действие весьма наглядно проявляется в трубке Крукса, изображенной на рис. 249. Катодные лучи падают на стеклянный экран с отверстием, которое выделяет узкий пучок. Последний скользит вдоль экрана, покрытого флюоресцирующей краской и оставляет

на нем след, указывающий траекторию лучей при действии поперечного магнитного поля.

Для полного знакомства с природой катодных лучей необходимо еще определить их заряд e , массу m и скорость v . Последняя приобретает заряженными частицами под действием электрического поля между катодом и анодом трубки. Верхняя граница этой скорости, очевидно, определяется разностью потенциалов V , пробегаемой зарядом e на этом пути. Достигается ли она в действительности, — этот вопрос может быть решен только опытным путем. Что же касается направления их движения, то при малых разрежениях газа, когда темное катодное пространство имеет незначительную длину, электрическая сила достигает значительной величины только в этом пространстве, и почти вся скорость приобретает катодными лучами на коротком расстоянии у поверхности катода. В этой области направление электрической силы весьма мало отличается от нормали к поверхности электрода, почему и направление катодных лучей также нормально к поверхности катода. При уменьшении давления газа длина темного катодного пространства увеличивается, и граница его может достигнуть анода. В этом случае скорость лучей, как по величине, так и по направлению определяется электрическим полем не только у поверхности катода, но и в других точках траектории, описываемой катодными частицами.

Наряду с катодными лучами, наблюдаемыми при разрядах в сильно разреженных газах, известен целый ряд совершенно аналогичных лучей, которые все можно объединить общим термином — катодные лучи. Общим для всех них является то, что они представляют из себя потоки отрицательно заряженных частиц — электронов, тождественных в отношении величины заряда и массы, и различающихся лишь по величине скорости. Условия возникновения их позволяют различать следующие разновидности: 1. Обыкновенные катодные лучи. 2. Ленардовы лучи. 3. Лучи фотоэлектрического происхождения. 4. Лучи от накаленных катодов. 5. Отраженные и вторичные катодные лучи. 6. Стрикционные лучи. 7. Анодо-катодные лучи. 8. Радиоактивные лучи β .

1. Обыкновенные катодные лучи возникают у поверхности катода под действием положительных ионов, пробегающих катодное падение потенциала. Величина и направление скорости катодных лучей определяется электрическим полем между катодом и анодом.

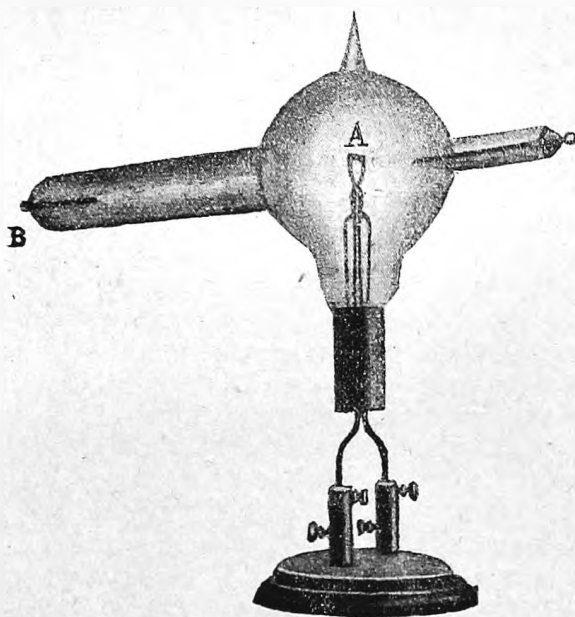
2. Ленардовыми лучами называются катодные лучи, прошедшие сквозь тонкие металлические листочки. Свойством катодных лучей проходить сквозь слои металла толщиной в несколько $\frac{1}{1000}$ мм. воспользовался Lenard для того, чтобы выпустить катодные лучи из разрядной трубки непосредственно в атмосферу или в другую трубку с более или менее разреженным газом. В пустоте эти лучи не отличаются по своим свойствам от обычных катодных лучей.

3. Под действием света, в особенности ультрафиолетовых лучей, металлические поверхности выбрасывают с небольшой скоростью элек-

троны, не отличающиеся от электронов катодных лучей. Если освещаема пластинка находится в пустоте и служит катодом, то под действием электрических сил между катодом и анодом электроны получают ускорения. Конечная скорость их определяется разностью потенциалов между электродами трубки и может изменяться в весьма широких пределах.

4. Поверхность накаливаемого твердого тела также является источником электронов, которые испускаются в тем большем количестве, чем выше температура катода. В особенности обильно, как открыл Wehnelt, испускание электронов накаливаемой поверхностью некоторых солей, напр. окислов щелочно-земельных металлов (кальция, бария). Платиновая пластинка *A* (рис. 250), накаливаемая током, покрыта слоем окиси этих

Рис. 250.



металлов и служит катодом, а металлический штифт *B* анодом. Разряд в трубке Венельта происходит уже при небольших разностях потенциалов, так как обильное выделение электронов катодом понижает падение потенциала почти до нуля. Пучок катодных лучей, полученных этим способом, весьма интенсивен и часто применяется при изучении свойств сравнительно медленных (мягких) катодных лучей.

5. При падении обычных катодных лучей на металлическую пластинку, последняя является источником вторичных катодных лучей, из которых часть обладает той же скоростью, как и лучи первичные (отраженные лучи), а часть представляет из себя поток весьма медленно движущихся электронов; скорость последних может быть сделана равной нулю при помощи задерживающей разности потенциалов от 5 до 35 вольт.

6. Стрикционные катодные лучи образуются при разряде в разреженных газах, но не у поверхности металлического катода, а у вторичных катодов в самом газе в местах сильного сужения диаметра трубки.

7. Родственными им являются и анодо-катодные лучи, которые возникают у анода, если имеется у его поверхности достаточной величины анодное падение потенциала. Большие значения анодного падения являются аномалиями и возникают от не вполне выясненных причин при продолжительном разряде через газ, а также, повидимому, при действии на анод некоторых газов, напр., паров галоидов.

8. β -лучи, представляющие также катодные лучи весьма большой скорости, испускаются некоторыми радиоактивными телами. Мы не будем, однако, останавливаться на замечательных свойствах этих лучей, так как они будут подробно разобраны в главе о радиоактивных телах.

В большинстве случаев можно считать, что скорость катодных лучей определяется пробегаемой ими разностью потенциалов. В виду этого весьма удобно выражать величину скорости прямо в вольтах. Величина же ее в абсолютных единицах может быть найдена тогда по следующей формуле

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V, \dots \dots \dots (1)$$

где m , e , v — суть масса, заряд и скорость катодных лучей, а V — разность потенциалов.

§ 2. Катодные лучи в электрическом и магнитном полях. Так как методы определения заряда, массы и скорости катодных лучей основаны обычно на измерении действий электрических и магнитных сил на движущиеся электроны, то в этом параграфе мы остановимся на следующих наиболее важных случаях движения катодных частиц в электрическом и магнитном поле, которые отчасти рассмотрены были в гл. 4, § 3.

Электрическое поле

- a) поперечное,
- b) продольное.

Магнитное поле

- c) поперечное,
- d) продольное.

a) Пусть движение катодных лучей происходит в направлении оси x -ов с постоянной скоростью v , а направление электрической силы E параллельно оси y -ов. Сила E есть сама функция координат, но практическое значение имеют лишь те случаи, когда она не зависит от y . Обозначая массу электрона m , заряд e , можем написать

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = e E. \dots \dots \dots (2)$$

Но легко видеть, что $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dy}{dx}$, и следовательно $\frac{d^2 y}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 y}{dx^2}$. Пользуясь этими преобразованиями, мы найдем дифференциальное уравнение, определяющее траекторию катодных лучей в плоскости XY :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{e}{m v^2} E. \dots \dots \dots (3)$$

Если начальное направление траектории электрона совпадает с осью x -ов и скорость v не очень велика, то отклонение катодных лучей на протяжении от o до x может быть представлено выражением

$$y = \frac{e}{m v^2} \int_0^x dx \int E dx. \dots \dots \dots (4)$$

В гл. IV, § 3 рассмотрен частный случай движения электрона в равномерном поле конденсатора.

В общем случае задача решается формулой (4), если известно распределение электрической силы на всем промежутке от O до x .

б) Продольное электрическое поле, параллельное начальной скорости, не изменяет направления движения катодных лучей, но оказывает влияние на их скорость. Если катодные лучи пробегают ускоряющую разность потенциалов $V - V_0$, то изменение скорости их определяется из соотношения

$$v^2 - v_0^2 = \frac{2e(V - V_0)}{m} \dots \dots \dots (5)$$

здесь v_0 скорость электронов в начале пути и v — в конце. Формула эта есть лишь первое приближение, справедливое при малых скоростях v .

с) Действие поперечного магнитного поля H на движущийся заряд e выражается так: $F = \frac{evH}{c}$. Если же магнитная сила H составляет со скоростью угол α , то электромагнитная сила $F = \frac{evH \sin \alpha}{c}$. Иначе можно выразить это так: продольная составляющая магнитной силы (параллельная скорости α) не оказывает действия на движение электронов, и в выражение для электромагнитной силы входит лишь составляющая, перпендикулярная к v . Направление силы F — нормально к плоскости, проходящей через направления H и v , т. е. нормально к каждому из этих двух векторов.

Пусть направление скорости v совпадает с осью x -ов, направление H с осью y -ов, тогда сила F , действующая на движущийся электрон (несущий отрицательный заряд), совпадает с направлением отрицательной оси z -ов и

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{evH}{c} \dots \dots \dots (6)$$

Если скорость электрона сохраняет неизменное направление, что при наличии поперечного ускорения может быть приближенно справедливо лишь при небольших отклонениях, то перемещение в направлении оси z -ов можно, как в случае электрического поля, представить так:

$$z = \frac{e}{mv} \int_0^x dx \int H dx \dots \dots \dots (7)$$

Выше уже было выведено (см. т. V, стр. 311), что

$$\frac{evH}{c} = \frac{mv^2}{R}, \dots \dots \dots (8)$$

где R — радиус кривизны траектории. Для небольших отклонений катодных лучей от прямолинейного распространения можно считать, что кривизна траектории

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2 z}{dx^2}.$$

Интегрируя после этой подстановки уравнение (8), мы приходим опять к формуле (7). Для вычисления z необходимо, конечно, знать распределение магнитной силы вдоль траектории луча.

d) Собственно говоря, продольное поле на движущийся электрси не действует, но обычно катодные лучи имеют форму слегка расходящегося конической формы пучка, в котором имеются лучи несколько различающихся направлений. Таким образом, если магнитное поле по направлению совпадает с осью конуса, то составляющие скорости, перпендикулярные к этому направлению, будут испытывать на себе действие магнитного поля.

Как уже указывалось в гл. IV, § 3, в этом случае каждый электрон, скорость которого составляет с направлением магнитной силы угол α , движется по винтовой линии на поверхности кругового цилиндра, радиус которого

$$R = \frac{cmv \sin \alpha}{eH}.$$

Если угол α мал, то все лучи, выходящие из вершины конуса, независимо от угла α , собираются опять в одной точке, и наибольшее расстояние, на которое удаляются электроны от оси пучка, равно $2R$. Расходящийся пучок лучей под действием продольного магнитного поля принимает веретенообразную форму, периодически повторяющуюся вдоль оси пучка.

Приведенные примеры c) и d) являются иллюстрацией общего характера действий магнитного поля на направление катодных лучей. Он может быть выражен следующими правилами: траектории катодных лучей закручиваются вокруг магнитных силовых линий; достаточно сильное магнитное поле не позволяет катодным лучам сколько-нибудь значительно уклоняться от направления магнитных силовых линий.

Необходимо отметить еще, что формулы (4), (5) и (7) для электрического и магнитного отклонения катодных лучей, кроме величин, характеризующих силовое поле, действующее на них, содержат еще постоянные, характерные для самих катодных лучей. Заряд e и масса m их входят в эти формулы в одной определенной комбинации, в виде отношения. Что же касается скорости v , то она содержится в разных степенях; электрическое отклонение зависит от квадрата скорости, а магнитное от первой степени. Эта разница в строении формул делает возможным определение двух неизвестных величин $\frac{e}{m}$ и v из уравнений (4) и (7). Она тесно связана с тем обстоятельством, что в то время, как действие электрических сил на катодные лучи сопровождается изменением их энергии, действие магнитных сил не оказывает на последнюю никакого влияния, изменяя лишь направление движения.

§ 3. Отношение $\frac{e}{m}$ и скорость катодных лучей. Первая попытка Schuster'a (1890) определить отношение $\frac{e}{m}$ для катодных лучей не

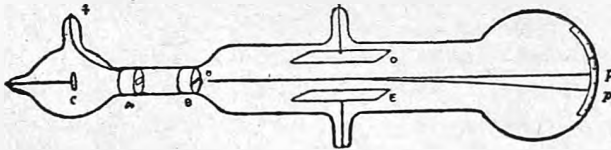
увенчалась успехом. Вернее, был найден ожидаемый, но неверный результат — тождество катодных частиц с электролитическими ионами.

В 1897 появились новые работы, посвященные этому вопросу. Наиболее важным шагом вперед является исследование *J. J. Thomson'a*, который применил для определения $\frac{e}{m}$ и v метод электрических и магнитных отклонений в поперечном поле. Здесь впервые был применен весьма остроумный метод скрещенных полей электрического и магнитного. Сущность этого метода заключается в следующем. Если обе силы, перпендикулярные к катодному пучку, перпендикулярны и между собой, то направления отклонений, электрического и магнитного, совпадают. Если подобрать величину и направление электрических или магнитных сил так, чтобы отклонения были равны и противоположны, то из ур. (4) и (7) находим:

$$v = \frac{\int_0^x dx \int E dx}{\int_0^x dx \int H dx} \dots \dots \dots (9)$$

Катодные лучи в форме узкого пучка, выделяемого диафрагмами *A* и *B* (рис. 251), проходили между пластинками *D* и *E*, заряжаемыми до определенной разности потенциалов, и падали на стеклянную стенку, вызывая на этом месте свечение стекла. Магнитное поле создавалось катушками, расположенными по бокам

Рис. 251.



трубки, так что магнитная сила была параллельна поверхности пластин *D* и *E*. При заряджении последних светящийся след катодных лучей перемещается из *p* в *p'*, но это перемещение можно уничтожить магнитным полем, подбирая соответственно силу тока в катушках. Если электрическое и магнитное поле однородны и действуют на одном и том же промежутке траектории, то равенство (9) обращается в такое:

$$v = \frac{E}{H} \dots \dots \dots (9')$$

Эти соотношения позволяют определить скорость лучей; для измерения же отношения $\frac{e}{m}$ *Thomson* пользовался величиной магнитного отклонения, т. е. уравнением (7), которое дает $\frac{e}{m}$, если известно v .

Этим методом был получен замечательный и совершенно неожиданный результат. Отношение $\frac{e}{m}$ в разных газах оказалось одинаковым, не зависящим от природы газа, и притом в много раз большим, чем такое же отношение для наиболее легкого электролитического иона, водо-

родного. Для последнего из электрохимического эквивалента мы находим приближенно $\frac{e}{m} = 10^4$, в то время как Thomson нашел для катодных лучей величину равную $7,7 \cdot 10^6$, т. е. почти в 770 раз больше.

В настоящее время можно считать установленным, что заряды газовых ионов не отличаются от элементарных зарядов электролитических ионов, поэтому значительная величина отношения $\frac{e}{m}$ должна быть приписана весьма малой массе электронов в катодных лучах.

Независимость отношения $\frac{e}{m}$ катодных лучей от природы газа, давления и вещества электродов указывает на то, что катодные лучи не суть атомы вещества электродов или газа; на это указывает и величина отношения их заряда и массы. J. J. Thomson высказал смелую догадку, что эти частицы представляют из себя общий для всех материальных атомов элемент — элементарный электрический заряд, атом отрицательного электричества, который может существовать свободно, т. е. не в соединении с материальными атомами, и обладает массой совершенно иного порядка, чем последние. В отличие от обыкновенных ионов, представляющих соединение материальных частиц с электричеством, эти свободные электрические атомы получили название электронов.

Одновременно с Thomson'ом такие же результаты получили Kaufmann и Wiechert. Последовавшие затем многочисленные исследования показали, что независимо от способа получения катодных лучей порядок отношения $\frac{e}{m}$ остается всегда одним и тем же. Правда, различные методы приводили не всегда к одинаковым численным результатам, но до настоящего времени все эти различия мы можем приписывать скорее недостаткам применявшихся способов определения, чем недостаточному постоянству измеряемой величины. По мере усовершенствования методов, различия в результатах все более сглаживаются.

Необходимо заметить еще, что постоянство массы электронов, каково бы ни было их происхождение, справедливо лишь для определенной скорости. Как показали новейшие измерения, в особенности опыты Kaufmann'a с β -лучами радия, масса электронов есть функция их скорости. При очень малых скоростях она приближается к некоторому предельному значению, которое мы будем обозначать m_0 , при возрастании же скорости возрастает и масса, притом тем скорее, чем ближе скорость катодных лучей к скорости света. Поэтому для сравнения между собой различных измерений величины $\frac{e}{m}$, необходимо приводить их к одной и той же скорости, напр., к нулевой.

Различные методы, применявшиеся для определения величин, характеризующих катодные лучи, т. е. $\frac{e}{m}$ и v , можно разбить на следующие типы.

1. Метод отклонений катодных лучей поперечными магнитным и электрическим полями. Необходимо различать две его разновидности:

- a) Метод скрещенных полей.
- b) Метод параллельных полей.
2. Метод продольного электрического поля и поперечного магнитного. Мы можем также различать две разновидности его:
 - a) Электрическое и магнитное поля действуют раздельно.
 - b) Оба поля действуют на электрон одновременно (метод J. J. Thomson'a).
3. Метод, основанный на непосредственном определении энергии катодных лучей, при помощи термостолбика и заряда, приносимого ими. Эти измерения комбинируются с измерением магнитных отклонений.
4. Метод Des Coudres'a, осуществленный Wiechert'ом, основанный на сравнении скорости катодных лучей со скоростью проводочных волн.

1, a) Этот метод, как мы видели, применен впервые J. J. Thomson'ом. Он был усовершенствован впоследствии Bestelmeyer'ом (1907); кроме того, им пользовались Bucherer и Woltz для измерений с β -лучами радия. Bestelmeyer производил свои опыты с катодными лучами, которые выбрасываются металлической поверхностью под действием рентгеновых лучей. Пучок катодных лучей проходит между пластинками плоского конденсатора (длина 7 см., взаимное расстояние 0,58 мм.), заряжаемого до 160—320 вольт. Одновременно под прямым углом к электрическому полю конденсатора на пучок действует однородное магнитное поле. Только те лучи, скорость которых удовлетворяет соотношению (9'), проходят через щель, образуемую пластинками конденсатора, не испытывая отклонения. Лучи с иными скоростями попадают на ту или другую пластинку и не выходят из конденсатора. Изменяя величину электрического и магнитного полей, можно этим способом из сложного пучка неоднородных катодных лучей выделить однородный пучок любой скорости v . Выйдя из конденсатора, эти однородные лучи попадают в равномерное магнитное поле, испытывают отклонение и падают на фотографическую пластинку; отклонение измеряется потом на фотографии.

Результаты измерений дали для различных скоростей v следующие значения $\frac{e}{m}$:

v	0,195	0,247	0,322
$\frac{e}{m} \cdot 10^{-7}$	1,697	1,678	1,643

За единицу скорости здесь принята скорость света. Экстраполяция по формулам Abraham'a или Lorentz'a (см. гл. IV, § 8) дает для нулевой скорости $\frac{e}{m_0} = 1,72 - 1,73 \cdot 10^7$.

1, b) При параллельных электрическом и магнитном поле отклонения получаются во взаимно перпендикулярных направлениях. Этим способом пользовался при своих, в высшей степени точных опытах с β -лучами, Kaufmann.

2, a) Методы, основанные на применении продольного электрического поля и поперечного магнитного, применялись весьма часто. При этом

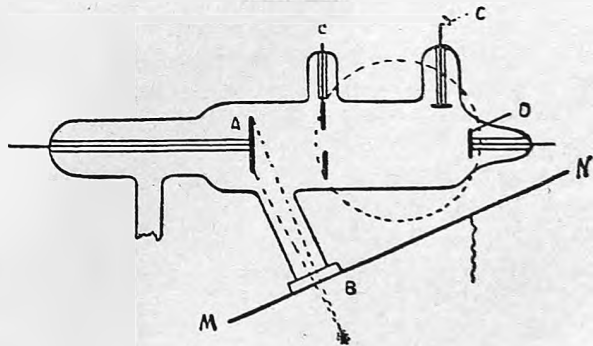
в некоторых случаях вводится допущение, что катодные лучи, пробегая путь между катодом и анодом, получают кинетическую энергию, соответствующую разности потенциалов между электродами. В других пользуются электрическим полем для ускорения или замедления катодных лучей, уже обладающих некоторой начальной скоростью.

Kaufmann и затем Simon произвели тщательные измерения по этому методу с обыкновенными катодными лучами. Разность потенциалов на электродах трубки, определяющая скорость катодных лучей, изменялась в пределах от 4860 до 1184 вольт. Магнитное поле, создаваемое катушкой с током, тщательно промерялось, и на основании этих данных вычислялся интеграл в формуле (7). Как результат многочисленных измерений получилось число $\frac{e}{m_0} = 1,878 \cdot 10^7$, которое долгое время считалось наиболее надежным и точным. Новейшие исследования, однако, дают весьма согласно между собой несколько меньшее число. Так Lepg, повторивший опыты Simon'a, нашел $\frac{e}{m_0} = 1,72 \cdot 10^7$.

Lenard применил подобный метод для измерения $\frac{e}{m}$ катодных лучей фотоэлектрического происхождения. Фотоэлектрические электроны сами по себе обладают ничтожной скоростью и поэтому, пренебрегая величиной начальной скорости этих катодных лучей, можно пользоваться формулой $\frac{1}{2} m v^2 = e V$, где V разность потенциалов, пробегаемая электроном. На рис. 252 представлено схематически расположение опытов Lenard'a. Лучи света от искры между металлическими электродами, падают на катод A , проходя сквозь кварцевую пластинку B , свободно пропускающую ультрафиолетовые лучи. Электрическое поле, сообщающее электро-

нам надлежащую скорость, создается между катодом A и металлической пластинкой E , снабженной в центре отверстием, через которое пучок катодных лучей может входить в пространство, защищенное от действия внешнего электрического поля. Здесь катодные лучи попадают в магнитное поле катушки, отмеченной на рис. 252 пунктиром. Если магнитное поле не возбуждено, то катодные лучи падают на электрод D и сообщают ему отрицательный заряд. Под действием определенного магнитного поля пучок лучей изгибается и попадает на другой электрод C . Так как магнитное поле можно считать однородным, то траектория катодных лучей в этом случае — круг, радиус которого R определяется относительным расположением электродов D , C и диафрагмы E . Для расчета

Рис. 252.



результатов служат два следующих равенства:

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V,$$

$$m v = R e H. \quad \dots \dots \dots (8')$$

Вескер определял отношение $\frac{e}{m}$ для Ленардовых лучей, т. е. катодных лучей, прошедших сквозь тонкий алюминиевый листочек, заставляя их еще проходить электрическое поле, сообщавшее ускорение в направлении первоначальной скорости или же в прямо противоположном. Магнитное отклонение катодных лучей фиксировалось на фотографической пластинке. Опыты эти дали для начальной скорости Ленардовых лучей, если условно, как было пояснено выше, выражать ее в вольтах, — 35000 вольт, а для $\frac{e}{m}$, как среднее из ряда опытов $\frac{e}{m_0} = 1,85 \cdot 10^7$.

Метод Lenard'a был применен сравнительно недавно в опытах Нурка для решения вопроса о точной форме зависимости массы от скорости. Фотоэлектрические электроны приобретали скорость под действием известной разности потенциалов. Магнитное отклонение пучка наблюдалось на флюоресцирующем экране.

Измерения носили относительный характер: для разных величин ускоряющей разности потенциалов, пробегаемой электронами, определялась относительная величина магнитного поля, дающая всегда одно и то же отклонение катодного пучка. Наибольшие скорости катодных лучей, достигнутые в этих опытах, были несколько больше половины скорости света, что соответствует разности потенциалов около 90000 вольт. Опыты поэтому производились в крайнем достижимом вакууме, в котором даже такое напряжение не дает самостоятельного разряда. Для получения катодных лучей медный катод освещался ультрафиолетовыми лучами ртутной кварцевой лампы.

Весьма точные измерения произведены были также с катодными лучами, испускаемыми накаленным катодом. Wehnelt, открывший весьма энергичное излучение электронов накаленными окислами щелочноземельных металлов (кальция, бария и др.), нашел, что отношение $\frac{e}{m}$ здесь того же порядка, что и в обыкновенных катодных лучах. Так как начальная скорость этих катодных лучей почти равна нулю, то, пробегая расстояние между катодом и анодом, они получают скорость, зависящую лишь от напряжения на электродах. Так, в опытах Classen'a на расстоянии 1 мм. от катода помещалась платиновая диафрагма, служившая вместе с тем и анодом. Разность потенциалов достигала 1000 вольт. В однородном магнитном поле, создаваемом катушкой с током, пучок принимал форму круга. Измеряя диаметр круга, Classen нашел $\frac{e}{m_0} = 1,774 \cdot 10^7$. Совершенно такой же результат получил и Bestelmeyer, который нашел кроме того, что скорость катодных лучей не остается постоянной, а уменьшается от начала к концу пучка. Катодные лучи при движении в газе испытывают особого рода трение.

2, б) Движение ионов при одновременном действии продольного электрического и поперечного магнитного полей изучалось Thomson'ом для определения $\frac{e}{m}$ фотоэлектрических электронов, а также испускаемых накаленными телами. Идея этого опыта такова. Электроны, образующиеся при освещении металлического диска (катода) у поверхности накаленного катода, получают ускорения под действием равномерного электрического поля. Одновременно на них действует равномерное магнитное поле. Направление скорости их, в начале параллельное электрической силе, затем изменяется под действием магнитной силы; огибая магнитные силовые линии, они возвращаются вновь к плоскости электрода, у которой возникли. Наибольшее расстояние, на которое они удаляются от этой плоскости, зависит от силы магнитного и электрического полей, и может быть определено следующим способом. Параллельно к катоду помещается плоский анод. Если он находится на таком расстоянии, что катодный пучок загибается обратно к катоду прежде, чем достигает анода, то последний не заряжается. Приближая анод, можно найти для него положение, при котором на нем начинают появляться отрицательные заряды, приносимые катодными лучами.

Пусть разность потенциалов между катодом и анодом равна V абсолютных единиц, а расстояние между электродами x , когда электрическая сила в поле, которое предполагается однородным, равна $X = \frac{V}{x}$. Если анод находится как раз на таком расстоянии от катода, на котором направление скорости делается параллельным его поверхности, т. е. находится как раз в том предельном положении, когда катодные лучи еще могут попасть на его поверхность, то ускоряющее действие электрического поля должно уничтожаться действием магнитного поля. Пусть скорость, которой обладают катодные лучи, равна v , тогда, так как электрическая и электромагнитная силы взаимно уравниваются,

$$eX = evH. \dots \dots \dots (10)$$

С другой стороны скорость v приобретена электроном вследствие разности потенциалов $V = xX$, и поэтому

$$mv^2 = 2eV.$$

Из этих двух уравнений находим

$$\frac{e}{m} = \frac{V}{2x^2H^2} \dots \dots \dots (11)$$

Этим методом, кроме Thomson'a, пользовался еще Owen, определявший отношение $\frac{e}{m}$ для катодных лучей, даваемых накаленным шрифтом Нернстовой лампы.

3. Непосредственное измерение катодных лучей было произведено J. J. Thomson'ом, при помощи термоэлемента, на который падают катодные лучи. Если количество тепла, получаемое в единицу времени

термоэлементом, обозначить Q и предположить, что вся энергия катодных лучей превращается в тепло, то

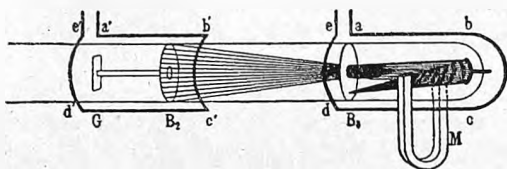
$$Q = \frac{1}{2} N m v^2,$$

где N число электронов, достигающих термоэлемента в единицу времени. Последняя величина может быть получена измерениями заряда, который приносят катодные лучи, т. е. величины Ne .

Эти измерения необходимо дополнить измерениями магнитного отклонения для определения скорости и отношения $\frac{e}{m}$ катодных лучей.

4. Непосредственное измерение скорости катодных лучей было произведено в опытах Wiechert'a следующим образом. Сходящийся пучок

Рис. 253.



катодных лучей от вогнутого катода C (рис. 253) падает на металлическую диафрагму B_1 и, пройдя сквозь ее отверстие, встречает на некотором расстоянии другую диафрагму B_2 . Последняя выделяет узкий пучок, падающий на экран G , покрытый флюоресцирующей

краской. Если поместить около катода магнит M , то лучи отклоняются, как показано на рис. 253, и не проходят через отверстие B_1 .

На катодные лучи может действовать, сверх того, еще магнитное поле электрических колебаний, происходящих в проволочных контурах $abcde$ и $a'b'c'd'e'$. Под действием этого переменного поля лучи отклоняются периодически вверх и вниз. Если они отклонены предварительно магнитом, то при этом движении они могут попадать в отверстие диафрагмы, когда отклонение, вызванное магнитом M , уничтожается магнитным полем колебаний. Эта компенсация отклонений имеет место для определенной фазы колебаний, и можно подобрать такое положение магнита M , чтобы лучи проходили отверстие только при максимуме тока в контуре $abcde$. Очевидно, что если еще сильнее отклонить их магнитом, то они совершенно не будут проходить сквозь диафрагму.

Катодные лучи, прошедшие через первую диафрагму B_1 , проходят затем через вторую — B_2 и попадают на экран G . Если на них действует магнитное поле колебаний в контуре $a'b'c'd'e'$, то светлое пятно на экране смещается вверх или вниз, смотря по фазе колебаний. Пусть колебания в обеих проволочных петлях по фазе совпадают. За то время, когда катодные лучи пройдут путь между диафрагмами B_1 и B_2 , фаза колебаний изменится. Эта разность фаз колебаний, действующих на лучи перед диафрагмой B_1 и после B_2 , очевидно, зависит от скорости лучей и периода колебаний. Положим, что расстояние B_1B_2 таково, что катодные лучи проходят его за время, равное четверти периода колебаний, тогда магнитное поле в контуре $a'b'c'd'e'$ равняется нулю в тот момент, когда катодные лучи, прошедшие через диафрагму B_1 , доходят до B_2 . В самом деле,

магнит M установлен так, что лучи могут проходить через диафрагму B_1 только, когда ток в проволоках проходит через максимум; спустя четверть периода, когда лучи достигнут B_2 , он уже равен нулю. При этих условиях пятно на экране не испытывает отклонения. Если переменить полюса магнита M , т. е. изменить направление его поля, то отклонение лучей будет противоположное, но опять лучи, пройдя первую диафрагму и доходя до второй, не будут испытывать здесь магнитного отклонения.

Для измерения скорости лучей необходимо найти такое предельное положение магнита M , при котором на экране G наблюдается еще свечение, и затем, передвигая диафрагму B_2 и контур $a'b'c'd'e'$, найти такое положение, чтобы свечение экрана G не изменилось при поворачивании магнита M на 180° . Тогда расстояние между диафрагмами, деленное на четверть периода колебаний, дает скорость катодных лучей.

Хотя вследствие трудности измерений этот метод и не может дать значительной точности, тем не менее принципиальное значение его чрезвычайно велико, так как это единственный способ, который дает величину скорости лучей независимо от величины отношения $\frac{e}{m}$.

Различные методы, описанные в этом параграфе, не всегда приводили к согласным результатам. В виду этого Seitz подверг сравнению методы: 1) непосредственного измерения энергии катодных лучей; 2) продольного поля (метод Kaufmann-Simon'a) и 3) поперечного электрического поля, применив их все к одной и той же трубке. Результаты, полученные этими тремя способами при тождественных условиях, оказались совершенно согласными, что доказывает правильность предпосылок, лежащих в основе этих методов. В частности эти опыты показывают, что скорость катодных лучей может быть определяема из разности потенциалов между анодом и катодом.

Применение различных методов к катодным лучам различного происхождения дает величины одного порядка; но в более ранних измерениях, вообще сильно расходящихся между собой, большей частью получались слишком малые значения $\frac{e}{m}$.

Мы приведем здесь только наиболее надежные и точные результаты. Измерения более новые (после 1907 года) дают весьма близкие результаты; но необходимо отметить, что и число Kaufmann-Simon'a заслуживает весьма серьезного внимания.

$$\frac{e}{m_0} \cdot 10^{-7}$$

Kaufmann-Simon	1,878	катодные лучи	(1899—1906).
Bestelmeyer	1,71—1,73	вторичные лучи	(1907).
Classen	1,776	накаленный катод	(1908).
Bucherer	1,763	β -лучи	(1909).
Wolz	1,767	„	(1909).
Lerp	1,72	катодные лучи	(1911).
Bestelmeyer	1,776	накаленный катод	(1911).

§ 4. **Электромагнитная масса катодных лучей.** В главе IV об основах электронной теории (§ 4 и § 8) указано, что электрон должен обладать электромагнитной массой, которая зависит от заряда его, размеров, распределения зарядов и при больших скоростях также от скорости.

Теории Abraham'a, с одной стороны, Lorentz'a и Einstein'a, с другой, дают несколько различные формы зависимости электромагнитной массы от скорости. Но эта разница, как показывают разложения формул в ряды по восходящим степеням отношения $\frac{v}{c}$, где c — скорость света, обнаруживается только в членах, зависящих от квадрата этой величины, и поэтому становится заметной лишь при больших скоростях катодных лучей, близких к скорости света.

Прежде всего является вопрос, вся ли масса электрона электромагнитного происхождения. Не имеет ли электрон еще „материальной“ массы, не зависящей от скорости? Этот вопрос сводится в сущности к следующему: можно ли зависимость массы электрона от скорости, установленную опытом, представить формулами электронной теории. Пусть m_e — электромагнитная масса электрона, μ — его „материальная“ масса, тогда полная масса $m = m_e + \mu$. Опыты Kaufmann'a и других физиков установили с несомненностью, что массу μ можно положить равной нулю.

Мы можем формулировать это так: $m_e = m_0 \Phi(v)$, где функция Φ зависит от теоретических воззрений, лежащих в основе электронной теории.

Этот результат нуждается в пояснении. Прежде всего отметим, что в электронной теории понятие массы является гораздо более сложным, чем в механике Ньютона. Мы знаем (гл. IV, § 8), что необходимо различать массу продольную и поперечную. Первая m' встречается при тангенциальном ускорении электрона, вторая m'' определяет нормальное ускорение его при криволинейном движении. При бесконечно малых скоростях обе массы равны между собой. Но ни одна из этих масс не определяется непосредственно из опыта.

Действительно, если мы станем определять отношение $\frac{e}{m}$ и скорость v , пользуясь действием электрического и магнитного полей на движущийся электрон, то в одном случае мы встречаемся с касательными ускорениями, а в другом (магнитная сила) с нормальными. Кроме того выражения для живой силы, приобретенной электроном под действием электрического поля, имеют более сложный вид вследствие изменения массы со скоростью. Покажем на примере опытов Нирка, какой смысл получает в электронной теории определение массы и скорости катодных лучей.

Электроны пробегают разность потенциалов V и работа, которая совершена электрическими силами, равняется eV ; она же должна равняться кинетической энергии W_k электрона. Но последняя представляется не произведением половины квадрата скорости на массу, а следующими выражениями:

$$\text{по теории Abraham'a } W_k = T_0 c^2 \left\{ \frac{3}{4\beta} \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} - \frac{3}{2} \right\} \dots \text{(см. гл. IV, § 8)}$$

по теории Lorentz'a-Einstein'a

$$W_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \dots \dots \dots (\text{см. гл. V } \S 5)$$

Здесь m_0 масса электрона для нулевой его скорости, c — скорость света, а $\beta = \frac{v}{c}$.

Первое уравнение, которым мы воспользуемся, будет иметь поэтому такой вид:

$$eV = W_k \dots \dots \dots (12)$$

Действие магнитного поля H , сообщаящего электрону, получившему скорость v , нормальное ускорение, может быть представлено обычным уравнением

$$\frac{m'' v^2}{R} = \frac{e v H}{c}, \dots \dots \dots (13)$$

где R радиус кривизны траектории, а m'' — поперечная масса, равная в теории Abraham'a $m'' = \frac{3 m_0}{4 \beta^2} \left\{ \frac{1+\beta^2}{2\beta} \lg \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right\}$, в теории Lorentz-Einstein'a $m'' = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Таким образом обе теории дают довольно сложные уравнения, в которые входят отношение $\frac{e}{m_0}$ и v . Значения скорости v и отношения $\frac{e}{m_0}$ получаются различными в зависимости от выбора теории, и неизбежные ошибки абсолютных измерений электрического и магнитного поля довольно сложным образом влияют на окончательный результат этих определений. Критерием для оценки той или другой теории, а также того, в какой мере опыт вообще согласуется с теорией, может служить постоянство отношения $\frac{e}{m_0}$, определенного при разных скоростях катодных лучей, а также сравнение этого результата с теми определениями, которые были сделаны для катодных лучей малой скорости.

В случае же относительных измерений, как в опытах Нурка, проверка теории может быть произведена еще следующим способом. Из ур. (13) следует, что

$$m'' v = \frac{e H R}{c} \dots \dots \dots (14)$$

Магнитное поле подбирается таким образом, чтобы отклонение, испытываемое катодными лучами, т. е. радиус кривизны R , было при всех скоростях одним и тем же. Так как магнитное поле H создается катушкой с током, то левая часть уравнения (14) должна изменяться пропорционально силе тока и по разделении на эту последнюю давать постоянную величину, независящую от скорости. Для вычисления $m''v$ необходимо предварительное определение скорости v , для чего может служить уравнение (12), при чем отношение $\frac{e}{m_0}$ должно быть принято, как известное, так как определение его из этих относительных измерений невозможно.

В опытах Нурка левая часть уравнения (14) по разделении на силу тока оказалась постоянной только для формул теории относительности (Lorentz-Einstein). Наибольшее изменение дает теория, принимающая, что масса не зависит от скорости. Необходимо, однако, заметить, что выбор теории влияет не только на вид функции m'' , но и на величину скорости v , которая находится из ур. (12), и что на результат оказывает влияние также величина отношения $\frac{e}{m_0}$, которая, несмотря на многочисленные определения, еще не может считаться окончательно установленной.

Из этих опытов, а также опытов Bucherer'a и Woltz'a с β -лучами можно сделать в настоящее время лишь следующие выводы:

Масса электрона изменяется со скоростью, является функцией скорости.

Результаты более новых исследований лучше согласуются с теорией относительности, чем теорией Abraham'a.

Точность измерений не настолько велика, чтобы можно было окончательно решить, какая из этих теорий опровергается опытом.

§ 5. Разные действия катодных лучей. Мы уже встречались с тепловым действием катодных лучей при измерении энергии их. Измерения эти производили J. J. Thomson, E. Wiedemann, Ewers, Cady. Количества тепла, которые выделяются при поглощении катодных лучей, весьма значительны и могут достигать нескольких калорий в минуту. Металлическая пластинка, на которой собираются в фокус катодные лучи от вогнутого катода, накаливается до плавления. На счет нагревания необходимо отнести и те действия, которые Crookes считал механическими и объяснял давлением, производимым быстро летящими материальными частицами при ударе о поверхности твердого тела. Легкая мельничка типа радиометра приходит во вращение, когда на крылья ее попадают катодные лучи. Но элементарный подсчет величины давления электронов показывает, что в наиболее благоприятных условиях оно не может превосходить нескольких тысячных долей дины. Поэтому вращение мельнички Crookes'a должно быть объяснено радиометрическими силами, т. е. нагреванием поверхности крылышка, на которое падают лучи, и прилегающего слоя газа. Starke показал, что устранение радиометрических действий почти вовсе уничтожает механические действия катодных лучей.

Катодные лучи возбуждают флюоресценцию у многих солей. Стекло, обычное натровое, светится желтовато-зеленым цветом, хотя при некоторых условиях, в особенности в сильных вакуумах, наблюдалась флюоресценция голубая и красная. Свинцовое стекло, флинтглас, дает голубоватое свечение. После продолжительного освещения катодными лучами наблюдается явление утомления; свечение делается менее ярким. Это явление демонстрируется опытом Crookes'a с непрозрачным подвижным крестом (рис. 254), который бросает тень на стенку трубки. Если опрокинуть этот крест, то затененные до этого участки стенки флюоресцируют гораздо ярче остальной поверхности. Для обнаружения катодных лучей применяются экраны, покрытые сернистым цинком и другими фосфорами.

Падая на химически сложные тела, катодные лучи оказывают химическое действие. Например, хлористые соли щелочных металлов приобретают окраску, что указывает на восстановление их (Goldstein). Окисленная медная пластинка восстанавливается (Villard). Органические вещества разрушаются под действием катодных лучей. Падая на фотографическую пластинку, они оказывают сильное действие, разлагая светочувствительную соль серебра.

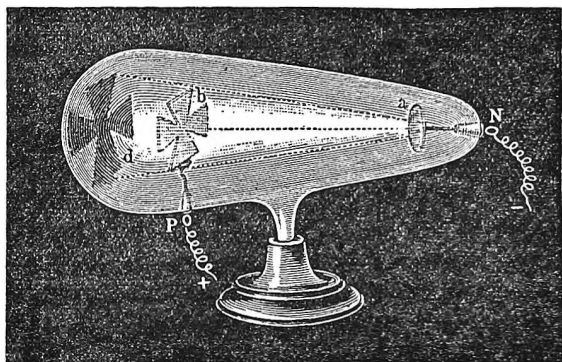
Катодные лучи, проходя через газы и другие тела, делают их проводящими, ионизируют. Ионизация газа особенно сильна под действием мягких катодных лучей с малой скоростью. Как показали опыты Gehrke и Seeliger'a, оттенок свечения, возбуждаемого в газе катодными лучами, зависит от скорости их.

Поток катодных лучей, как всякий движущийся заряд, создает магнитное поле. Однако, многочисленные попытки доказать на опыте магнитные действия катодных лучей кончались неудачей, благодаря различным побочным влияниям и малости тока, переносимого катодными лучами.

Так, напр., опыты Klupathy не дали вполне убедительного доказательства магнитного поля катодных лучей, и причиной этого являлось, повидимому, обратное движение зарядов, переносимых катодными лучами, создавшее магнитное поле равное и обратное искомому. Устранить все эти побочные влияния и получить согласие между вычисленным и измеренным магнитным полем удалось впервые А. Ф. Иоффе для катодных лучей в трубке Венельта.

§ 6. Поглощение катодных лучей. Способность катодных лучей проходить сквозь твердые тела открыта Н. Hertz'ем, и это открытие послужило толчком к весьма важным исследованиям Lenard'a о прохождении катодных лучей через различные материальные тела. Опыты Lenard'a производились с катодными лучами, прошедшими уже тонкий алюминиевый листок, т. е. с упоминавшимися уже выше Ленардовыми лучами. Для получения этих лучей служила трубка, изображенная на рис. 255. Катод K на длинной проволоке, заключенной в стеклянную трубку и впаянной в стекло у конца l , выленяется в трубку hh . Анодом служит металлическая трубка AA , от которой идет платиновая проволока ppp , подводящая ток. Конец трубки закрыт металлической крышкой, герметически примастиченной; последняя в центре просверлена, и отверстие закрыто очень тонким алюминиевым листочком (0,0026 мм.). Это так называемое окошко, через которое лучи могут выходить из трубки.

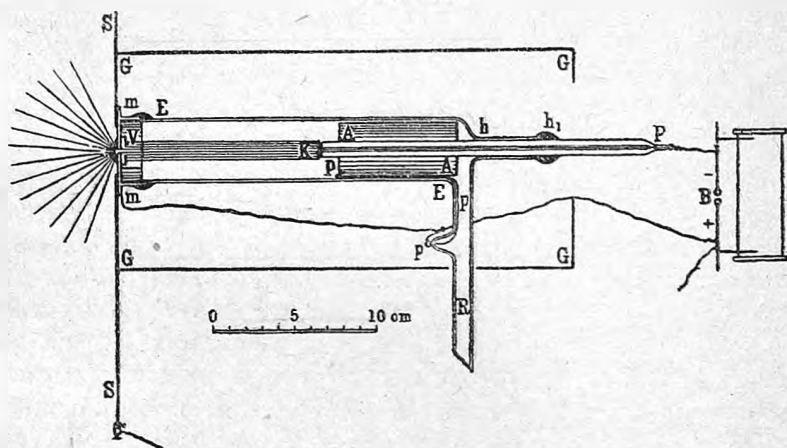
Рис. 254.



Ленардовы лучи, проходя через воздух при атмосферном давлении, очень быстро рассеиваются и поглощаются. Непрозрачные тела, поставленные между окошком и флюоресцирующим экраном, бросают сильно увеличенную тень с размытыми краями. Сколько-нибудь резкие очертания у тени имеются лишь тогда, когда тело находится непосредственно у экрана. При удалении тень увеличивается и расплывается. Поглощаясь воздухом, лучи очень сильно ионизируют его, что сопровождается слабым свечением газа.

Гораздо удобнее изучать свойства этих лучей, если выпускать их не в атмосферный воздух, а в какую-нибудь камеру, наполненную ис-

Рис. 255.



следуемым газом под нужным давлением. Таким образом является возможность исследовать поглощение лучей не только в металлических листах, но и в различных газах.

Lenard нашел, что интенсивность пучка лучей уменьшается при прохождении через газы вследствие двух причин: диффузного рассеяния лучей и поглощения их. Вследствие первой причины интенсивность лучей должна изменяться обратно пропорционально квадрату расстояния от окошка. Поглощение же дает убывание интенсивности лучей по обычному показательному закону $J = J_0 e^{-\lambda x}$, где J_0 — начальная интенсивность, J — интенсивность на расстоянии x от входа лучей в газ, а λ — коэффициент поглощения. Этот закон подтвержден опытами, при чем определялись расстояния от окошка, на которых лучи уже не возбуждали фосфоресценции при разных давлениях газа.

В газах поглощение зависит от плотности и давления. Коэффициент поглощения возрастает приблизительно пропорционально плотности d . Таким образом отношение $\frac{\lambda}{d}$ должно быть постоянным. Но эта закономерность наблюдается и в телах совершенно иного агрегатного состояния, напр., в твердых. В нижеследующей таблице приведены коэффициенты

поглощения λ разных газов и твердых тел, плотность их d и отношение $\frac{\lambda}{d}$, полученные Lenard'ом.

		λ	d	$\frac{\lambda}{d}$
Водород	давл. 3,3 мм.	0,00149	0,000000368	4040
Воздух	„ 0,78 „	0,00416	0,00000125	3330
Водород	„ 760 „	0,476	0,000085	5610
Воздух	„ 760 „	3,42	0,00123	2780
Сернистый газ	„ 760 „	8,51	0,00271	3110
Коллодий, пленка		3310	1,10	3010
Бумага		2690	1,30	2070
Стекло		7810	2,47	3160
Алюминий		7150	2,70	2650
Слюда		7250	2,80	2590
Серебро		32200	10,50	3070
Золото		55600	19,30	2880

Эта таблица показывает, что в то время, как поглощение и плотность изменяются в весьма широких пределах, их отношение изменяется сравнительно мало и при том довольно беспорядочным образом. Поэтому можно считать приближенно справедливым следующий закон Lenard'a:

Поглощение катодных лучей материальными телами зависит только от плотности этих последних, но не зависит ни от агрегатного состояния, ни от химических свойств.

Некоторые тела, однако, дают индивидуальные отступления от этого закона. Так, напр., водород обладает относительно гораздо большим поглощением, чем другие газы. При малых скоростях это избирательное поглощение выступает особенно ярко.

Вескер исследовал подробно поглощение катодных лучей, изменив метод флюоресценции более точным электрометрическим. В газах совершенно ясно выступили индивидуальные отклонения от закона масс: водород дает весьма значительное поглощение, гелий — уклоняется в противоположную сторону. Вескер указал на связь между коэффициентами поглощения, с одной стороны, и диэлектрическими свойствами, а также размерами молекул, с другой. Эти измерения впоследствии подтверждены опытами Ваerwaldt'a.

Поглощение лучей в очень сильной степени зависит от скорости их. Поглощение очень значительно уменьшается при возрастании скорости катодных лучей. Для лучей, скорость которых по отношению к скорости света равна 0,01, поглощение, примерно, в 10^6 раз больше, чем для самых быстрых β -лучей радия. При малых скоростях, по наблюдениям Robinson'a, поглощение стремится к некоторому пределу.

При прохождении лучей через тонкие слои твердых тел их скорость несколько изменяется. Этот результат получил Leithäuser, заставляя

однородный пучок катодных лучей проходить через металлические листки и подвергая его затем действию магнитного поля. Наряду с лучами почти той же скорости, как и лучи падающего пучка, в прошедшем пучке оказались в значительном количестве и лучи, обладавшие значительно меньшими скоростями и сильнее отклоняемые магнитным полем. Таким образом лучи, прошедшие через слой материи, гораздо менее однородны, чем до прохождения. Это влияние сильнее сказывается при малых скоростях и менее значительно при больших. Becker также установил, что при возрастании толщины поглощающего слоя коэффициент поглощения немного возрастает, т. е. после прохождения первых слоев лучи делаются более поглощаемыми.

Whiddington, определяя изменение скорости катодных лучей при прохождении через тонкие слои различных металлов и воздух, нашел следующий закон: если v_0 скорость лучей до прохождения, а v_x после прохождения слоя x , то $v_0^4 - v_x^4 = ax$.

Закон Lenard'a представляет особенный интерес в виду того, что он дает некоторые указания на внутреннее строение атомов. Теория J. Thomson'a принимает, что каждый атом состоит из собрания первичных атомов (быть может, электронов), которые содержатся в нем в числе, пропорциональном атомному весу. Поглощение катодных лучей является следствием столкновений их не с атомом, как целым, а с этими составными элементами атома. Свободный путь электронов L должен зависеть от числа этих элементарных атомов в единице объема, а следовательно, от плотности тела, независимо от его химического состава.

Для того, чтобы объяснить уменьшение коэффициента поглощения λ при возрастании скорости, необходимо принять, что при этом возрастает свободный путь электрона, т. е. уменьшается число столкновений. Но свободный путь зависит, кроме числа атомов, еще и от размеров их, или лучше от радиуса их сферы действия. Поэтому мы должны предполагать, что этот радиус уменьшается с возрастанием скорости электронов. Теория Thomson'a поясняет эту зависимость следующим образом. Столкновение будет иметь место, если электрон пройдет на таком расстоянии от центра атома, что направление его движения заметно изменится. Пусть кратчайшее расстояние между атомом и электроном равно d . Электрон испытает заметное отклонение от первоначального направления движения, если работа электрических сил при приближении электрона из бесконечности на расстояние d будет не очень мала по сравнению с его кинетической энергией. Пусть d есть как раз то расстояние, на которое должны приблизиться атом и электрон, чтобы произошло столкновение. Если тот элементарный или первичный атом, который мы подразумеваем здесь все время, есть просто один из электронов, входящих в состав материального атома, то работа электрических сил до момента столкновения равна $\frac{e^2}{d}$, где e заряд электронов. Эта величина должна быть не меньше, чем $\frac{1}{2} kmv^2$, где k некоторый постоянный множитель. Если приравнять эти два выражения, то мы найдем, что диаметр d сферы действия первичного атома изменяется

обратно пропорционально квадрату скорости, или свободный путь электронов L , пропорциональный, согласно кинетической теории газов $\frac{1}{d^2}$, пропорционален четвертой степени скорости.

При уменьшении скорости диаметры первичных атомов увеличиваются, и их сферы действия могут дойти до соприкосновения. В этом случае при столкновениях электрон попадает в сферу действия нескольких атомов, и число столкновений уже не определяется только числом атомов в 1 объеме. Этим объясняются увеличивающиеся отступления от закона Lenard'a при очень малых скоростях, когда столкновения происходят, вероятно, с газовой молекулой, как целым.

Подобные представления о строении материальных атомов и о механизме столкновений с ними электронов катодного пучка были высказаны также Lenard'ом. Действующим элементом при столкновениях он считает пары положительных и отрицательных электронов, образующих внутри атома электрические дублеты. Силовое поле такого дублета Lenard называет динамидой и под объемом ее понимает ту сферу, внутри которой силовое поле достаточно сильно, чтобы оказать заметное влияние на движение электрона. Этот объем, очевидно, также должен зависеть от скорости электрона.

§ 7. Вторичные катодные лучи. Если на пути пучка лучей поставить металлическую пластинку, то лучи диффузно отражаются от ее поверхности и заставляют флюоресцировать стенки трубки, к которым обращена отражающая поверхность (Goldstein). Явление отражения катодных лучей изучали Campbell Swinton, Starke, Seitz, Austin и Starke, Becker, Lenard.

Campbell Swinton заставлял катодные лучи падать на платиновый диск под разными углами, вращая диск при помощи шлифа. Маленький фарадеев цилиндр, соединенный с электрометром, перемещался около отражающей поверхности диска, так что лучи, отраженные от нее под разными углами, могли попадать в отверстие цилиндра. Отражение лучей происходило во всех направлениях, но интенсивность их, измеряемая зарядом в фарадеевом цилиндре, была наибольшей в том случае, когда падающие и отраженные лучи составляли приблизительно равные углы с нормалью к поверхности пластинки. Кроме того, оказалось, что отражение сильнее при косом падении лучей, чем при нормальном. Измеряя в то же время заряд, который получала пластинка, Campbell Swinton нашел, что при увеличении угла падения уменьшается отрицательный заряд и при некотором критическом угле переходит даже в положительный. Таким образом отраженные лучи уносят заряд больший, чем приносится падающими лучами. Эти наблюдения подтвердили также Starke и Austin, которые нашли, что отражение сильнее при более плотных металлах, и что перемена знака зарядов, получаемых отражающей поверхностью, происходит при меньшем критическом угле в случае лучей малой скорости.

Вопрос о скорости вторичных катодных лучей исследовали Meritt и Gehrke. Первый нашел, что магнитное отклонение, которое испыты-

вают отраженные лучи, в общем такое же, как у первичных, и что, следовательно, скорость лучей не изменяется при отражении. Однако, Gehrke показал, что наряду с лучами, не отличающимися от первичных, в отраженном пучке имеются лучи значительно меньшей скорости. Таким образом отражение лучей происходит с частичной потерей их скорости. Уменьшение скорости отраженных лучей необходимо вытекает и из факта появления положительных зарядов на отражающей пластинке: количество отраженных лучей может превосходить количество падающих, очевидно, лишь в том случае, если энергия части отраженных лучей меньше. Тепловые действия катодных лучей, как показал Laub, очень мало меняются при изменении угла падения их, в то время как заряд, получаемый отражающей пластинкой при больших углах падения, изменяется очень значительно и, как мы видели, меняет даже знак. Это показывает, что возрастание вторичного излучения приходится на долю лучей с малой скоростью.

Несколько отличные результаты получил Lenard. Он пользовался катодными лучами, которые возникали при освещении катода ультрафиолетовым светом и пробегали разность потенциалов от 0—4000 вольт. Параллельно пучку первичных лучей помещался экран, покрытый флюоресцирующим веществом. Когда на пути лучей ставилась металлическая пластинка, которая должна давать вторичные лучи, то никаких следов свечения экрана нельзя было заметить, если между экраном и отражающей пластинкой не создавалось электрического поля, сообщающего ускорение вторичным лучам. Из этого, а также многочисленных контрольных опытов, Lenard мог заключить, что скорость вторичных лучей недостаточна для возбуждения свечения и ничтожно мала по сравнению со скоростью первичных лучей. Скорость вторичных лучей была определена из величины разности потенциалов, при которой совершенно прекращается испускание их; в этом случае отражающая пластинка имеет положительный потенциал, и все вторичные лучи возвращаются электрическим полем к ее поверхности. Вторичные лучи в опытах Lenard'a имели все одинаковую скорость, равную 10,8 вольт, т. е. скорость, которую приобретает электрон, пробегая такое падение потенциала; оказалось также, что она не зависит от скорости первичных лучей. Lenard не наблюдал вовсе вторичных лучей со скоростями, близкими к скорости первичных, что указывает на значительное преобладание при условиях его опыта медленных вторичных лучей и малое количество диффузно отраженных. Точно также и при прохождении катодных лучей через газы возбуждаются медленные вторичные лучи, испускание которых и представляет из себя явление ионизации газа катодными лучами. По оценке Lenard'a, при скорости первичных лучей в 4000 вольт и нормальном падении на металлическую пластинку, количество вторичных лучей в 1,9 раз больше количества первичных. Вещество отражающей пластинки имеет мало значения.

Таким образом можно различать в пучке вторичных лучей: 1) собственно отраженные лучи, скорость которых того же порядка, как и

первичных лучей; их можно рассматривать, как лучи, которые входили в состав первичного пучка, но под действием материальных частиц изменили направление и отчасти величину своей скорости; и 2) собственно вторичные лучи, которые возникают вновь при действии катодных лучей на нейтральные частицы материи. Вескер показал, что когда катодные лучи падают на тонкий металлический листок, то количество лучей, прошедших через него, зависит не только от поглощения внутри слоя, но и от отражения на поверхности. Количество отраженных лучей, отнесенное ко всему количеству падающих, т. е. коэффициент отражения, вообще говоря, возрастает с плотностью металла. Что же касается вторичных, в тесном смысле слова, лучей, то их относительное количество не зависит от плотности, а является селективным свойством металлов; не зависит оно при нормальном падении и от направления катодных лучей, т. е. вторичные лучи одинаково испускаются, как передней, так и задней стороной листка, пронизываемого катодными лучами.

Необходимо, однако, заметить, что величина скорости вторичных лучей разными наблюдателями получалась не одинаковой. Так Füchtbauer нашел по методу магнитного отклонения для скорости вторичных лучей, независимо от скорости первичных (21 000—4500 вольт), величину в 27—34 вольт; а Baerwaldt электрическим методом подтвердил результат Lenard'a. Bayer и позднее Gehrts находили еще меньшие скорости (от 8—5 вольт).

Вопрос о зависимости количества вторичных лучей от скорости первичных был изучен Lenard'ом. Оказалось, что вторичное излучение хотя и зависит от поглощения первичных лучей, но при малых скоростях имеет совершенно иной ход. В то время, как поглощение первичных лучей уменьшается с возрастанием скорости, и самые медленные лучи являются наиболее поглощаемыми, вторичное излучение начинается лишь при некоторой предельной скорости первичных лучей, около 11 вольт; при возрастании же скорости, оно в начале также растет, достигает максимума при 300 вольт и затем убывает вместе с поглощением. Этому закону подчиняются и наиболее быстрые β -лучи. Kossel, измеривший число вторичных лучей в газах, нашел максимальное действие при скорости в 200 вольт, когда каждый электрон, проходя 1 см. пути в воздухе при давлении в 1 мм. ртутного столба, освобождает 10 вторичных электронов. Вторичное излучение оказалось пропорциональным плотности газов, за исключением водорода, который дает в четыре раза больше вторичных лучей. Наконец, общее число вторичных электронов, которое способен создать первичный электрон до полного поглощения, возрастает при возрастании скорости его. Образование вторичных лучей исследовал также Glasson. При малых скоростях первичных лучей по наблюдениям Bayer'a простое отражение преобладает под вторичным излучением; но последнее быстро возрастает, и уже при скорости в 30 вольт количества вторичных и первичных лучей одинаковы. При больших первичных скоростях преобладают вторичные лучи. Эти же явления кроме того изучал Gehrts. Его наблюдения находятся в хорошем согласии с результатами Lenard'a.

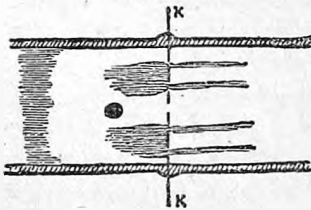
Вторичные лучи появляются, когда скорость первичных больше 11 вольт; максимум излучения наблюдается при 220 вольтах и затем идет падение. При скорости первичных лучей до 500 вольт отраженные лучи также имели малую скорость, не более 25 вольт.

Теория вторичного излучения дана J. J. Thomson'ом.

§ 8. Каналовые лучи. До сих пор мы занимались отрицательными электронами, но рядом с ними в разреженных газах при электрическом разряде наблюдаются быстро движущиеся носители положительного электричества, положительные лучи. Направление их движения противоположно направлению катодных лучей; их масса значительно больше массы электрона, а именно — того же порядка, как масса газовых частиц, и соответственно этому они обладают, конечно, меньшей скоростью. Впервые открытые Goldstein'ом, они названы им каналовыми лучами (Kanalstrahlen).

Это название возникло, как результат специальных условий, благоприятствующих наблюдению этих лучей. Для получения их служит трубка, разделенная катодом на две части, при чем в одной находится катод и происходит собственно разряд. Если в катоде сделать отверстие, то при известном давлении газа позади катода появляется более или менее диффузный светящийся пучок лучей, выходящий из отверстия (канала) в катоде. При нескольких отверстиях каждое является источником каналовых лучей (рис. 256). Их можно рассматривать, как поток ионов, получивших

Рис. 256.



значительную скорость в катодном темном пространстве и движущихся за катодом по инерции. Если перед катодом находится какое-нибудь тело, закрывающее одно или несколько отверстий, то как раз эти отверстия не дают каналовых лучей. Такая тень бросается лишь в том случае, если непрозрачное тело находится между поверхностью катода и границей катодного свечения, где, вероятно, и образуются положительные ионы.

Доказать, что мы имеем в этом случае дело с материальными частицами, несущими заряды, гораздо труднее, чем в случае катодных лучей. Вследствие значительной массы отклонения их в электрическом и магнитном поле значительно меньше, чем отклонения катодных лучей. Заметное действие оказывают лишь очень сильные электрическое и магнитное поля. Однако, Goldstein, искавший действие магнитного поля, убедился, что в его опытах получались лишь кажущиеся отклонения. Дело в том, что магнитное поле электромагнита, применяемого для этой цели, оказывает действие на разряд в трубке: изменяется направление катодных лучей, положение основания их пучка и другие стороны разряда, и как результат этих изменений, каналовые лучи изменяют свое направление. Это вторичное действие магнитного поля маскирует непосредственное действие на каналовые лучи. Получить последний результат в чистом виде можно, лишь тщательно защищая разряд от магнитного поля, что удалось впервые W. Wien'у (1898).

Обнаружить перенос электрического заряда, а именно положительного, и отклонение лучей в электрическом поле также удалось W. Wien'у. Главным препятствием здесь является сильная ионизация газа каналowymi лучами, если давление газа не очень мало. Электропроводность газа мешает зарядению электродов, на которые падают каналовые лучи, и образованию электрического поля внутри трубки.

Свечение, которое каналовые лучи возбуждают в газе, наблюдается только при сравнительно больших давлениях. При малых давлениях зато лучи менее диффузны и дают более яркую флюоресценцию стекла в том месте, где они падают на стенку. Самое стекло при этом флюоресцирует зеленоватым светом, но гораздо слабее, чем при действии катодных лучей. Но кроме того наблюдается свечение желтого оттенка, которое исходит из тонкого слоя газа, прилегающего к стеклу. Этот свет содержит только желтую линию натрия, и его источником является слой паров натрия, образующихся под действием каналовых лучей на стеклянную стенку трубки. Для обнаружения каналовых лучей служит также свечение экранов, покрытых фосфоресцирующей краской, напр., сернистым цинком или минералом виллемитом, и действие лучей на светочувствительные соли серебра. Измерение их энергии при помощи термостолбика также неоднократно применялось W. Wien'ом.

§ 9. Магнитное и электрическое отклонение каналовых лучей. Для исследования каналовых лучей и определения их массы и скорости обычно применяется метод отклонений, магнитного и электрического, при чем направления этих полей параллельны и отклонения происходят во взаимно перпендикулярных направлениях. Мы остановимся поэтому несколько подробнее на особенностях этого метода, чем это было сделано выше для катодных лучей.

Обозначим, как и раньше, E напряжение электрического поля, действующего на каналовые лучи, H напряжение магнитного поля, и пусть направление движения лучей совпадает с осью x -ов, электрическое отклонение происходит в направлении оси y -ов, а магнитное параллельно оси z -ов. Тогда, как мы видели, можно получить приближенные формулы (4) и (7):

$$y = \frac{e}{mv^2} \int_0^x dx \int E dx = \frac{e}{mv^2} A,$$

$$z = \frac{e}{mv} \int_0^x dx \int H dx = \frac{c}{mv} B.$$

Здесь буквами A и B обозначаются величины интегралов, зависящих от величины и распределения электрических и магнитных сил. Исключая из этих уравнений v , находим

$$z^2 = \frac{e}{m} \frac{B^2}{A} y, \dots \dots \dots (15)$$

исключение $\frac{e}{m}$ дает

$$z = v \frac{B}{A} y. \quad \dots \dots \dots (16)$$

Пусть пучок лучей падает на фосфоресцирующий экран и дает светящееся пятно, координаты которого Y и Z . Уравнение (15), связывающее эти координаты, показывает, что если в пучке лучей имеются лучи различной скорости v , но с тождественными величинами $\frac{e}{m}$, т. е. одинаковые ионы, но движущиеся с различными скоростями, то, при одновременном действии электрического и магнитного поля, они пересекут плоскость экрана в точках параболы, ось которой совпадает с осью y -ов (см. рис. 10). Такой неоднородный пучок дает на экране вместо одного пятна — полосу параболической формы. Каждому значению $\frac{e}{m}$ соответствует особая парабола; каждой точке параболы соответствует определенная величина скорости.

Ионы, обладающие наибольшей скоростью, испытывают наименьшее отклонение. Если они получают свои скорости под действием электрических сил между анодом и катодом, то ясно, что наибольшая живая сила их $\frac{1}{2} m v^2 = e V$, где V разность потенциалов между электродами трубки. Те из ионов, которые возникают у самой поверхности анода и пробегают полностью все расстояние между анодом и катодом, приобретают именно эту максимальную кинетическую энергию; меньшие скорости приобретаются ими, если они возникли ближе к поверхности катода, тогда $\frac{1}{2} m v^2 < e V$. Электрическое отклонение, которое испытывают ионы, имеющие максимальные скорости $y = \frac{A}{2V}$, не зависит от природы их, поэтому концы параболических отрезков, лежащие ближе к началу координат, независимо от природы ионов, расположены все на прямой, параллельной оси z -ов.

Этот результат мы получили, предполагая, что заряд иона остается неизменным. Если же он изменяется, т. е. если ион несет не один элементарный заряд, а несколько, и, напр., присоединяет один или несколько электронов, с которыми сталкивается, пробая свой путь, или теряет их, то начало параболы может отодвигаться дальше от начала координат или же приближаться к нему. Нормальным случаем мы будем считать тот, когда заряд иона имеет одну и ту же величину, как между анодом и катодом, где ион приобретает свою живую силу, так и в отклоняющем электрическом и магнитном поле. Отклонения от него возможны в двух направлениях: 1) заряд, на который действует ускоряющее электрическое поле, больше заряда, который испытывает действие отклоняющих полей, 2) — обратный случай. В первом случае параболическая дуга начинается ближе к оси z -ов, во втором — дальше, чем в нормальном случае. Расстояния эти должны относиться между собой, как целые числа, так как заряд иона во всех случаях имеет величину кратную величине элементарного заряда.

Максимальные скорости получают, если ион, не теряя своего заряда, пробегает все падение потенциала между электродами. Но воз-

можны случаи, когда заряд изменяется на этом пути; в этих случаях изменяется и живая сила ионов. В частности, заряд иона может нейтрализоваться присоединением одного или нескольких электронов или же изменить знак, и тогда в пучке лучей за катодом наблюдаются нейтральная, неотклоняемая часть пучка, или лучи, отрицательно заряженные, отклоняемые в противоположных направлениях по сравнению с обычными положительными лучами.

Потеря заряда или перезарядение частиц может происходить как перед катодом, так и за ним, в частности в отклоняющем электрическом и магнитном поле. В этом последнем случае отклоняющее поле действует на той части пути, где лучи еще имеют заряд. Очевидно, что, соответственно этому, отклонение может принимать все значения от нуля до максимальных, соответствующих полному действию отклоняющих полей. При постоянной скорости лучей отклонения z и y приблизительно пропорциональны длине пути, который ионы пробегают в поперечном поле в заряженном состоянии, и на экране должно получиться приблизительно прямолинейная полоска, соединяющая с началом координат положение пятна, которое образуется под действием лучей, не испытавших превращений. Подобный же результат, очевидно, получается, если, наоборот, нейтральные лучи, вступая в область отклоняющих полей, на некотором расстоянии от их начала приобретают заряд. Такие превращения лучей наблюдаются как увидим дальше в особенности при сравнительно значительных давлениях газа.

Резюмируя все вышесказанное, мы можем установить, что при одновременном действии на пучок каналовых лучей электрического и магнитного полей должны получаться спектры лучей в виде различных отрезков кривых, несоединенных между собой. При этом каждая параболическая дуга соответствует лучам с определенным значением $\frac{e}{m}$, а прямолинейные отрезки, соединяющие концы параболических дуг с началом координат, указывают на перезарядение лучей в отклоняющем поле. Кроме того и без знания абсолютных значений магнитной и электрической силы эти спектры дают относительные величины отношения $\frac{e}{m}$ различных парабол. Действительно, магнитные отклонения z разных лучей, испытавших то же электрическое отклонение y , как видно из уравнения (15), относятся между собой, как корни квадратные из отношения $\frac{e}{m}$.

§ 10. Опытное изучение каналовых лучей было начато W. Wien'ом в 1898 году, когда он доказал существование заряда и измерил величину электрического и магнитного отклонений. Отклонение лучей в магнитном поле достигается только при очень большой величине напряжения магнитного поля, создаваемого электромагнитом. Но при этих условиях магнитное поле оказывает действие и на разряд в трубке, и перемещение каналовых лучей может быть лишь побочным результатом этого действия. Что такое действие существует, было доказано Goldstein'ом, и W. Wien, для получения магнитного отклонения каналовых лучей в магнитном

поле в возможно чистом виде, должен был защитить от магнитных воздействий ту часть трубки, в которой происходил разряд. Это было достигнуто применением толстого железного катода, в котором просверливалось отверстие для пропуска каналовых лучей в ту часть трубки, где они подвергались действию магнитных и электрических сил. Кроме того толстые железные листы, окружавшие во внешнем пространстве трубку, служили ей магнитной защитой. Этот прием получил широкое применение и в других исследованиях каналовых лучей.

Результаты первых измерений показали, что скорость лучей равна $3,6 \cdot 10^7 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$, а $\frac{e}{m} = 3,1 \cdot 10^4$, т. е. того же порядка, как и отношение заряда к массе электролитического иона водорода, равное 10^4 . Однако, отклонение лучей магнитным полем обнаружило в дальнейших опытах (1901) весьма значительную неоднородность лучей. Часть пучка, вызывавшего яркое свечение газа на всем протяжении, но возбуждавшего довольно слабую флюоресценцию стекла, вовсе не отклонялась, а отклоняемые лучи, наоборот, не возбуждали свечения газа, но зато давали максимум яркости флюоресценции стекла. Отклонения в том же пучке получались столь различные, что крайние значения $\frac{e}{m}$ оказались равными 10,1 и 36360. Максимум света приходился на долю лучей с $\frac{e}{m} = 10^3$.

Измерения энергии и электрического заряда, переносимого лучами, производились так, что вначале измерялось нагревание болометра и получаемый им положительный заряд под действием всего пучка и затем только неотклоненной части его. Устранение отклоняемой части пучка при включении магнитного поля весьма мало изменяет нагревание болометра, но значительно уменьшает заряд. Однако, и неотклоненный пучок переносит положительный заряд.

При применении магнитного и электрического поля (1902), отклонявших пучок в направлениях, взаимно перпендикулярных, пятно растягивалось в прямолинейную полоску. Согласно уравнению (16) такие отклонения должны иметь место, если скорость v постоянна, а отношение $\frac{e}{m}$ непрерывно меняется, так как в этом случае магнитные и электрические отклонения изменяются оба пропорционально $\frac{e}{m}$. W. Wien объяснил этот результат непрерывным изменением заряда e ионов, что противоречит представлению об атомном строении электричества. Однако, как мы видели в предыдущем параграфе, тот же результат получается, как следствие перезарядки частиц каналовых лучей.

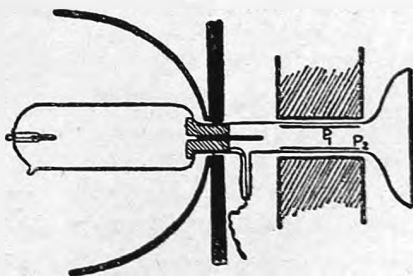
На возможность такого объяснения указали Mie и Stark. Как показал затем J. J. Thomson, спектры лучей в виде прямолинейных отрезков получаются при не очень низких давлениях (около 0,02 мм.). В этом случае одно магнитное или электрическое поле не просто отклоняет пятно, а растягивает его в непрерывную полоску, так что наблюдаются всевозможные отклонения от нуля до некоторого максимума. Параболлические дуги, начинающиеся на некотором расстоянии от оси магнитных

отклонений, получались лишь при значительно меньших давлениях, когда большинство лучей проходит отклоняющие поля, не изменяя своего заряда.

Все эти более ранние наблюдения над отклонением каналовых лучей магнитным и электрическим полями, произведенные при сравнительно высоких давлениях, могут быть объяснены надлежащим образом только, если принять во внимание явления нейтрализации заряженных лучей и диссоциации движущихся нейтральных частиц при столкновениях с покоящимися газовыми частицами или ионами. Перезаряджение (Umladung) частиц связано с наличием достаточно густой атмосферы газа, который к тому же ионизируется проходящими через него каналовыми лучами. Как показали опыты W. Wien'a, между заряженной и нейтральной частью пучка лучей существует своего рода диссоциационное равновесие, т. е., заряженные частицы составляют некоторую определенную долю всех частиц. Если магнитным полем отклонить заряженные частицы, то энергия пучка уменьшается в определенном отношении; но неотклоненные нейтральные частицы при дальнейшем движении опять распадаются на ионы, и второе магнитное поле, которое проходят они на некотором расстоянии от первого, опять ослабляет интенсивность пучка в том же отношении. В виду этого, число заряженных лучей находится в постоянном процентном отношении к общему числу. Перезаряджение слабее при уменьшении давления и почти исчезает при крайне низких давлениях, достигаемых применением угля, охлажденного жидким воздухом. Так как при таких низких давлениях разрядное напряжение весьма велико, и разряд делается беспокойным, то W. Wien применил прием, которым пользовались широко и другие наблюдатели. А именно камера, в которой происходил разряд и возникали лучи, сообщалась с другой, в которой они отклонялись, при помощи узкого капилляра, пропускавшего тонкий пучок лучей. В виду этого можно было поддерживать в этих камерах различное давление, достигая в том пространстве, где лучи изучались, крайних пределов разрежения, и не давая давлению упасть в той камере, где происходил разряд, ниже известного минимума.

Исследования, произведенные J. J. Thomson'ом, привели его к результатам, вполне согласным с только что изложенными. Трубка, с которой производились опыты, изображена на рис. 257. Катодом служит цилиндр из мягкого железа, снабженный по оси отверстием, в которое вставляется медная трубка с длинным и узким каналом, выделяющим узкий пучок лучей. Последний проходит затем между полюсами электромагнита и пластинками P_1P_2 , создающими электрическое поле. Толстыми черными линиями изображены на рисунке железные листы, защищающие разряд от магнит-

Рис. 257.



ного поля, создаваемого электромагнитом. Лучи падают на экран, покрытый виллемитом. Thomson приходит к выводу, что необходимо различать три рода лучей:

1) Нейтральные, неотклоняемые лучи, для которых электрическими методами нельзя определить скорость и массу.

2) Вторичные лучи, которые образуются из нейтральных при столкновениях, сопровождаемых потерей электрона. Их скорость, по видимому, не зависит от напряжения между анодом и катодом. Относительное содержание в пучке этих лучей сильно возрастает при возрастании давления газа. Постоянство скорости их объясняется, по мнению Thomson'a, во-первых тем, что для превращения нейтральных частиц в заряженные ионы неблагоприятны слишком малые скорости, так как при этом мала энергия частиц; поэтому все нейтральные частицы, скорость которых лежит ниже известного предела, остаются нейтральными на всем пути. Но, с другой стороны, образование нейтральных частиц из положительных ионов возможно лишь при скоростях, не превосходящих известного предела; следовательно, нейтральные лучи не могут заключать в себе частиц с очень большими скоростями. В виду этого скорость вторичных лучей должна быть заключена в известных пределах. Скорость вторичных лучей оказалась равной $2 \cdot 10^8 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$ независимо от напряжения в трубке. Отношение заряда к массе получается всегда одинаковое, такое же, как водородного иона.

3) Третий род лучей содержит ионы, не меняющие заряда при движении в отклоняющем поле. Они дают на экране параболические дуги, позволяющие определить их массу и заряд. Среди этого рода лучей можно различать следующие разновидности:

- a) положительно заряженные атомы с одним элементарным зарядом,
- b) положительно заряженные молекулы с одним зарядом,
- c) положительно заряженные атомы с несколькими элементарными зарядами,
- d) отрицательно заряженные атомы и
- e) отрицательно заряженные молекулы.

Величины $\frac{e}{m}$, соответствующие первым двум разновидностям, являются кратными одна другой, если эти лучи соответствуют одному и тому же элементу. Параболические дуги, относящиеся к атомам и молекулам, не вполне одинакового вида; кроме того, их относительная яркость, указывающая, какое число частиц принадлежит к тому или другому виду лучей, меняется при изменении условий, в которых происходит разряд, напр., при изменении положения катода. Все это указывает, по мнению Thomson'a, на разницу механизма образования ионов с атомной массой и массой молекулярной.

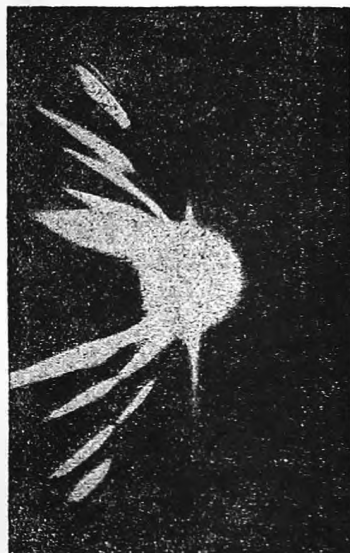
Положительно заряженные ионы с зарядами, кратными элементарного, обнаруживаются исключительным продолжением парабол по направлению к началу координат. По видимому, при образовании таких

многовалентных ионов главную роль играет масса атома. Так, для ртутных атомов наблюдались случаи восьмикратных зарядов, атомы криптона могут иметь 5, аргона — 3, неона — 2 и т. д. элементарных зарядов. Повидимому, молекулы встречаются только с одним элементарным зарядом.

Отрицательные лучи, преимущественно в виде атомов с однократным зарядом, образуются из нейтральных частиц таким же образом, как нейтральные из положительных, т. е. присоединением электрона. Некоторые элементы, как ртуть, азот, гелий, неон, криптон — вовсе не дают отрицательных лучей, в то время как последние наблюдаются у атомов водорода, углерода, серы, хлора и особенно кислорода. Параболы, соответствующие отрицательным лучам, лежат симметрично относительно начала координат в другом квадранте.

Рис. 258.

По наблюдениям Thomson'a каналовые лучи дают в руки физика весьма чувствительный метод анализа газовых смесей в состоянии высокого разрежения. Это метод гораздо тоньше спектрального. Так, напр., не трудно при помощи него открыть в смеси других газов то количество гелия, которое заключается в одном куб. см. воздуха. Исследуя состав смеси газов, полученной, как остаток при испарении больших количеств атмосферного жидкого воздуха, Thomson получил систему кривых, представленных на рис. 258. Все эти кривые принадлежат известным уже редким газам атмосферного воздуха, а именно ксенону, криптону, аргону, и очень слабая кривая — неону. В других случаях Thomson получал линии, которые трудно приписать известным газам. Таков,



напр., газ, для которого отношение $\frac{e}{m}$ в три раза меньше, чем для водородного иона. По мнению Thomson'a это, может быть, молекула, состоящая из трех атомов водорода, или же атом неизвестного еще газа с атомным весом 3. Во всяком случае, этот газ образуется при особых условиях, напр., довольно обильно выделяется вместе с гелием под действием катодных лучей на твердые тела, и обладает, повидимому, такими химическими свойствами, которые отличают его от других известных до сих пор газов.

Подобные же результаты получили W. Wien, Gehrke и Reichenheim, Königsberger и Kutschewski, Königsberger и Kichling, Dechend и Hammer. Отметим лишь некоторые разногласия и новые результаты. Так, скорость вторичных лучей, т. е. образующихся из нейтральных частиц, по наблюдениям Dechend'a и Hammer'a, а также Königsberger'a и Kichling'a, оказалась так же сильно зависящей от

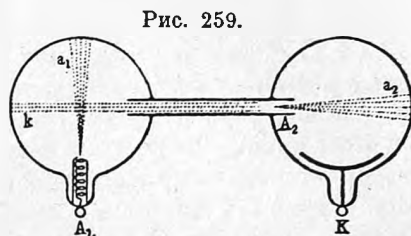
разрядного напряжения, как и скорость настоящих каналовых лучей. Среди вторичных лучей оказались ионы с разными массами, а не только водородные атомы. Кроме того скорость ионов при значительных давлениях оказалась непостоянной; она уменьшается вдоль луча, который в то же время становится более диффузным. При начальной скорости $1,2 \cdot 10^8$ и давлении газа $2 \cdot 10^{-3}$ мм., скорость ионов H уменьшалась на протяжении 5,5 см. на 30 %.

§ 11. Другие виды положительных лучей. Goldstein наряду с каналовыми лучами различает еще несколько видов лучей, которые впрочем до сих пор еще недостаточно изучены. За катодом рядом с каналовыми лучами наблюдаются, так называемые, туманные лучи (Nebelstrahlen), которые состоят из двух родов лучей: 1) прямолинейных лучей, распространяющихся широким конусом от отверстия в катоде и дающих довольно резко очерченные тени, и 2) диффузных лучей, которые, повидимому, являются в результате столкновений обычных каналовых и туманных лучей с молекулами газа; в воздухе они имеют золотистую окраску. Оба эти типа лучей заставляют светиться газ за катодом и наполняют трубку слабым рассеянным светом.

Перед катодом наблюдаются два вида лучей, названные Goldstein'ом лучи S_1 и лучи K_1 . Более изучены последние, которые подробно исследовал J. J. Thomson. Лучи K_1 (или, по терминологии Thomson'a, обратные лучи — retrograde rays) замечательны тем, что они распространяются от катода, как и катодные лучи. Если отклонить магнитом в сторону пучок катодных лучей, то перед катодом наблюдается неотклоненный пучок лучей, вызывающий розоватое свечение в газе и не отклоняемый заметным образом магнитным полем. Свойства этих лучей во многих отношениях тождественны с свойствами каналовых лучей. Если сделать отверстие в аноде, то они проходят в пространство за анодом и здесь могут быть изучены. Магнитное и электрическое поле действуют здесь на них, как на положительные лучи. Их скорость и отношение заряда к массе такие же, как и у каналовых лучей за катодом, и их спектры обнаруживают присутствие таких же быстро движущихся ионов, из которых состоят лучи каналовые. Для объяснения того, каким образом эти положительные лучи приобретают свою скорость, двигаясь против электрической силы, можно предполагать, что в электрическом поле перед анодом они обладают отрицательными зарядами и являются отрицательными ионами, и затем уже меняют свой заряд, как вторичные каналовые лучи (см. выше). Другое объяснение, предложенное вначале и для вторичных каналовых лучей J. J. Thomson'ом, рассматривало механизм образования этих лучей, как своего рода радиоактивный распад атомов газа.

К положительным лучам относятся также анодные лучи, открытые Gehrke и Reichenheim'ом. Они возникают у металлического анода или в особенности у вторичных анодов, образующихся около сужений в разрядной трубке в самом газе, под действием паров иода, сильно увеличивающих анодное падение потенциала. Аномально высокая ве-

личина анодного падения является необходимым условием для образования этих лучей. Для получения анодных лучей применяется трубка, изображенная на рисунке 259. Источником этих лучей является металлический анод A_1 , который должен иметь малую поверхность, и в опытах Gehrke и Reichenheim'a имел вид проволочной спирали, окруженной стеклянной трубкой, а также вторичный анод A_2 , в конце узкой (7 мм.) трубки, соединяющей два стеклянных шара около 10 см. в диаметре. Эти последние лучи a_2 носят также название стрикционных анодных лучей, по аналогии со стрикционными катодными лучами K , выходящими из другого конца трубки. Анодные лучи получаются в водороде, кислороде и гелии при наличии следов паров иода. Цвет лучей в водороде розовый, в кислороде серый, в гелии красновато-зеленого оттенка. Спектр этого свечения содержит лишь линии того газа, которым наполнена трубка. Анодные лучи вызывают желтую флюоресценцию стекла, подобно каналовым лучам.



Лучи, подобные описанным здесь, наблюдаются и в том случае, когда анодом служат некоторые соли, главным образом, иодистые металлы, напр. NaJ , LiJ , смешанные для увеличения проводимости с угольным порошком. В этом случае получаются очень яркие анодные лучи, спектр которых зависит от металла соли, употребляемой в качестве анода. Анодные лучи, даваемые NaJ , имеют ярко желтую окраску, при LiJ — красную и т. д. Магнитное и электрическое отклонения, которые испытывают лучи, показывают, что мы имеем здесь металлические ионы, приобретающие значительную скорость под действием анодного падения потенциала.

§ 12. Явление Допплера в каналовых лучах. Stark (1905) первый открыл и исследовал замечательное явление, которое находит себе объяснение в применении принципа Doppler'a к каналовым лучам. Спектр света, испускаемого пучком каналовых лучей в водороде, при наблюдении перпендикулярно к пучку, состоит из отдельных простых водородных линий. Но если спектроскоп поставлен так, что частицы каналовых лучей движутся к наблюдателю, то около каждой линии появляется более слабый, обычно, спутник, смещенный в сторону более коротких волн, как видно на рис. 260. Наоборот, если смотреть в направлении движения частиц, то появляется смещенная линия со стороны более длинных волн. Такие же явления наблюдаются и в других газах.

Рис. 260.



Появление этих смещенных линий, или, как принято называть его, явление Штарка (Stark-Effekt) объясняется по принципу Допплера движением частиц, являющихся в то же время источниками света. Зависят

мость длины волны от скорости движения источника, разобранный в т. I, дает возможность воспользоваться спектроскопическими данными для решения вопроса о скорости частиц. Изучение спектрограмм показывает, что смещенные линии, соответствующие лучеиспусканию движущихся источников света (*bewegte Intensität*), всегда довольно сильно размыты, но обычно отделены от несмещенной линии, соответствующей неподвижным источникам света (*ruhende Intensität*), темным промежутком. Это указывает на неоднородность пучка каналовых лучей, в котором встречаются частицы различной скорости. Верхним пределом последней является та скорость, которую положительные ионы могут приобрести, пробегая разность потенциалов между анодом и катодом. Так как принцип Доплера дает возможность вычислить величину скорости по смещению спектральной линии, то является возможным из этих данных определить отношение $\frac{e}{m}$ для каналовых лучей. Результаты этих вычислений дают правильно порядок величины, но не могут служить для точных измерений.

Рядом с движущимися источниками каналовые лучи содержат неподвижные центры лучеиспускания. Этими последними являются, по видимому, молекулы и атомы газа, которые под действием каналовых лучей испускают свет, характерный для газа. Относительная яркость линий „движущейся“ и „покоющейся“ зависит от давления газа, его химической природы, примесей и т. д.

Этот вопрос в настоящее время имеет обширную литературу, но результаты разных исследователей, не всегда согласные между собой, не могут быть изложены в этом месте.

§ 13. Действие каналовых лучей на материальные тела. Некоторые из разнообразных действий каналовых лучей при падении их на поверхность твердых тел или прохождении через газ, были уже упомянуты в предыдущем. Таковы разные формы люминесценции, которые наблюдаются при действии каналовых лучей на материальные тела, тепловые действия лучей и связанные с ними радиометрические, которые аналогичны таковым же для катодных лучей.

Проходя через газы, каналовые лучи сильно ионизируют газ. Это явление изучали Schmidt, Seeliger. Число ионов, образующихся под действием лучей, пропорционально давлению газа и, по видимому, мало зависит от скорости их. Через твердые тела каналовые лучи даже в тонких слоях не проходят почти вовсе. Впрочем возможность проникновения их через слои толщиной 0,001 мм. вероятна на основании опытов Goldsmith'a, но при этом они теряют все свои свойства, напр., способность возбуждать флюоресценцию.

При падении лучей на металлическую поверхность катода, последняя разрушается, и мелкие металлические частицы садятся на соседние к катоду стенки трубки. Для объяснения этого распыления катода под действием каналовых лучей предложено несколько теорий. Наиболее вероятными являются: химическая теория (Kohlschütter, Ramsay), рассматривающая процесс распыления, как результат образования не-

стойких соединений газа с металлом, и теория Stark'a, который считает, что каналовые лучи, ударяясь о поверхность твердого тела, сообщают его частицам часть своей живой силы, достаточную для преодоления сил сцепления.

Подобно катодным лучам, каналовые лучи испытывают отражение от поверхности твердых тел, а также возбуждают испускание вторичных катодных лучей. Это явление изучали J. J. Thomson, Austin и Füchtbauer. Вторичные лучи испускаются поверхностью совершенно диффузно, и количество их возрастает с углом падения возбуждающих лучей. Те металлы, которые при разрядах в разреженном газе дают меньший скачек потенциала у катода, дают по наблюдениям Füchtbauer'a большее количество вторичных электронов. Скорость их не зависит от скорости каналовых лучей и остается постоянной в пределах 27—34 вольт, при изменении скорости каналовых лучей от 21000 до 4500 вольт. Скорость была определена по методу магнитных отклонений. Baerwaldt, пользуясь электрометрическим методом, нашел несколько иной результат, а именно скорость вторичных лучей всего 10 вольт. Это противоречие является следствием различия методов, но еще не объяснено вполне.

§ 14. Положительные электроны. Все виды положительных лучей, которые упоминались здесь, представляют из себя ионы с массой того же порядка, как и масса материальных атомов. В этом отношении они коренным образом отличаются от катодных лучей, состоящих из отрицательных электронов. Существуют ли положительные электроны, т. е. частицы с такой же массой и таким же зарядом, как электроны в катодных лучах, только положительного знака? На этот вопрос наблюдения над разными случаями разряда в газах дают отрицательный результат. Во всех случаях, где опытом с несомненностью установлено существование положительных лучей, последние оказываются обладающими массой материальных ионов.

Lilienfeld наблюдал при крайних достижимых разрежениях явления флюоресценции, которые он приписал положительным лучам, легко отклоняемым магнитом, для которых и было определено $\frac{e}{m} = 5 \cdot 10^7$ до $8 \cdot 10^7$. Однако, последующие наблюдения Gehrke, Reichenheim'a, Goldstein'a, Bestelmeyer'a и Marsch'a выяснили, что в этих опытах наблюдались обычные катодные лучи, несущие отрицательный заряд. Таким образом даже при крайних разрежениях газа свободные положительные электроны не наблюдаются. Этот результат делает весьма вероятной гипотезу о существовании только отрицательных электронов; положительные же заряды всегда связаны с материей. Насколько это представление справедливо, должны показать дальнейшие исследования, главным образом, оптических явлений, которые дают некоторые указания на возможность существования положительных электронов внутри атома, в связанном состоянии.

ЛИТЕРАТУРА.

§ 1.

- Schmidt.* Die Kathodenstrahlen, Braunschweig. 1907.
Plücker. Pogg. Ann. 107 p. 77, 1859; 116 p. 45, 1862.
Hittorf. Pogg. Ann. 136 p. 8, 1869; Wied. Ann. 7 p. 553, 1879; 20 p. 705; 21 p. 90, 1883.
Goldstein. Berl. Monatsber. p. 284, 1876. Wied. Ann. 15 p. 254, 1882.
E. Wiedemann u. H. Ebert. Sitzungsber. phys. med. Ges. Erlangen. 1891. Wied. Ann. 46 p. 159, 1892.
Hertz. Wied. Ann. 14 p. 28, 1897.
Crookes. Philos. Transact. Pt. 1, 1879 p. 135. Pt. 2, 1879 p. 641. Strahlende Materie oder der vierte Aggregatzustand. 4. Aufl. 1894.
Schuster. Pros. Roy. Soc. 47 p. 526, 1890.
Perrin. C. R. 121 p. 1130, 1895.

§ 3.

- J. J. Thomson.* Phil. Mag. (5) 44 p. 293, 1897.
Kaufmann. Wied. Ann. 61 p. 544, 1897.
Wiechert. Sitz.-Ber. d. Phys.-ökon. Ges. in Königsberg. Jan. 1897.
Kaufmann. Wied. Ann. (4) 19 p. 487; 20 p. 639, 1906.
Bestelmeyer. Wied. Ann. (4) 22 p. 429, 1907.
Bucherer. Wied. Ann. (4) 28 p. 513, 1909.
Woltz. Wied. Ann. (4) 30 p. 273, 1909.
Hupka. Wied. Ann. (4) 31 p. 169, 1910.
Kaufmann. Wied. Ann. 62 p. 596, 1897. 65 p. 431, 1898.
Simon. Wied. Ann. 69 p. 589, 1899.
Lerp. Dissertation. Göttingen. 1911.
Lenard. Wied. Ann. 65 p. 504, 1898. Wied. Ann. (4) 2 p. 359, 1900.
Becker. Wied. Ann. (4) 17 p. 381, 1905.
Hupka. Wied. Ann. (4) 31 p. 169; 33 p. 400, 1910.
Classen. Phys. Ztschr. 9 p. 762, 1908. Ber. d. Deutsch. Phys. Ges. 10 p. 700, 1908.
Bestelmeyer. Wied. Ann. (4) 35 p. 909, 1911.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (5) 48 p. 547, 1899.
Owen. Phil. Mag. (6) 8 p. 231, 1904.
Seitz. Wied. Ann. (4) 8 p. 234, 1902.

§ 5.

- J. J. Thomson.* Phil. Mag. (5) 44 p. 293, 1897.
E. Wiedemann. Wied. Ann. 66 p. 61, 1898.
Ewers. Wied. Ann. 69 p. 167, 1899.
Cady. Wied. Ann. (4) 1 p. 678, 1900.
Starke. Wied. Ann. (4) 3 p. 101, 1900.
Goldstein. Wied. Ann. 54 p. 371, 1898.
Villard. Journ. d. Phys. (III) 8 p. 140, 1899.
Gehrke u. Seeliger. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 14 p. 335, 1023, 1912.
E. Klupathy. Wied. Ann. (4) 25 p. 31, 1908.
A. Ф. Иоффе. Ж. Р. Ф.-Х. О. 43 p. 7, 1911.

§ 6.

- Lenard.* Wied. Ann. 51 p. 225, 1894; 56 p. 225, 1895. W. A. (4) 12 p. 414; 15 p. 485, 1904.
Becker. Wied. Ann. (4) 17 p. 381, 1905.
Baerwaldt. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 12 p. 159, 1910.
Leithäuser. Wied. Ann. (4) 15 p. 283, 1904.
J. J. Thomson. Elektrizitätsdurchgang in Gasen p. 325, 1906.

§ 7.

- Goldstein.* Wied. Ann. 15 p. 254, 1882.
Campbell Swinton. Proc. Roy. Soc. 64 p. 377, 1899.
Starke. Wied. Ann. 66 p. 49, 1898. Wied. Ann. (4) 3 p. 75, 1900.
Seitz. Wied. Ann. (4) 12 p. 860, 1903.
Austin u. Starke. W. A. (4) 9 p. 271, 1902.
Becker. Wied. Ann. (4) 17 p. 381, 1905.
Lenard. Wied. Ann. (4) 15, p. 485, 1904.
Merritt. Physic. Rev. 7 p. 217, 1898.
Gehrcke. Wied. Ann. (4) 8 p. 81, 1902.
Laub. Wied. Ann. (4) 23 p. 285, 1907.
Füchtbauer. Phys. Ztschr. 7 p. 153, 748, 1906.
O. Bayer. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 10 pp. 96, 953, 1908.
A. Gehrts. Wied. Ann. (4) 36 p. 995, 1911.

§ 8.

- Gehrke.* Die Strahlen der positiven Elektrizität. Leipzig, 1909.
Goldstein. Monatsber. d. Kgl. Akad. zu Berlin 1876 p. 279; 1886 p. 691. Wied. Ann. 64 p. 38, 1898; Berl. Ber. 1900 p. 818; Wied. Ann. 15 pp. 246, 254, 1882. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 3 p. 198, 1901.
W. Wien. Wied. Ann. 65 p. 440, 1898.

§ 10.

- Dechend u. Hammer.* Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 8 p. 34, 1911.
W. Wien. Wied. Ann. 65 p. 440, 1898; W. A. (4) 5 p. 421, 1901; 8 p. 244, 1902; 9 p. 660, 1902; 27 p. 1025, 1908; 30 p. 349, 1909; 33 p. 871, 1910. Phil. Mag. (6) 14 p. 212, 1907. Berl. Ber. 1911 p. 773. Phys. Zeitschr. 9 p. 765, 1908; 10 p. 862, 1909; 11 p. 377, 1910.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (6) 13 p. 561, 1907; 14 pp. 359, 295, 1907; 16 p. 657, 1908; 18 p. 821, 1909; 19 p. 424, 1910; 20 p. 752, 1910; 21 p. 225, 1911; 24 p. 209, 1912 Proc. Roy. Soc. A. 89 p. 1, 1913.
Dechend u. Hammer. Ber. d. Heidelb. Akad. 1910, 21 Abh., p. 25. Zeitschr. f. Elektroch. 1911 p. 235. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 12 p. 531, 1910; 13 p. 203, 1911.
Gehrke u. Reichenheim. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 12 p. 414, 1910; 13 p. 111, 1911.
Koenigsberger u. Kutschewski. Ber. d. Heidelb. Akad. Abh. 4 u. 13. Phys. Zeitschr. 11 p. 379, 848, 1910. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 12 pp. 538, 998, 1910; 13 p. 151, 1911; 14 pp. 1, 168, 1912.
Koenigsberger u. Kichling. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 12 p. 995, 1910.

§ 11.

- Goldstein.* Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 4 p. 237, 1902.
J. J. Thomson. см. § 10.
Gehrke u. Reichenheim. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 9 pp. 76, 200, 373, 1907; 10 p. 217, 1908; W. A. (4) 25 p. 861, 1908. Phys. Zeitschr. 9 p. 724, 1908.

§ 12.

- Stark.* Jahrb. d. Radioact. u. Elektron. 4 p. 231, 1907. Библиография по явлению Stark'a собрана в Jahrb. d. Radioact. u. Elektr. 10, 1913.

§ 13.

- Schmidt.* Wied. Ann. (4) 12 p. 622, 1903.
Seeliger. Phys. Zeitschr. 12 p. 839, 1911.
Goldsmith. Phys. Rev. (2) 2 p. 16, 1913.
Kohlschütter. Z. f. Elektroch. 12 p. 869, 1906; 17 p. 393, 1911; 14 pp. 437, 681, 1908; 12 p. 365; 14 pp. 221, 417, 1908; 15 p. 316, 1909.
Stark. Z. f. Elektroch. 15 p. 509, 1909; 14 p. 754, 1908.
J. J. Thomson. Proc. Cambr. Soc. 13 p. 215, 1905.

- Austin.* Phys. Rev. 22 p. 312, 1906.
Füchtbauer. Phys. Zeitschr. 7 pp. 153, 748, 1906; Wied. Ann. (4) 23 p. 301, 1907.
Baerwaldt. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 12 p. 159, 1910, 14 pp. 675, 887, 1912. Wied. Ann. (4) 41 p. 643; 42 p. 1287, 1913.
Lilienfeldt. Wied. Ann. (4) 32 p. 678, 1910. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 8 p. 631, 1906; 9 p. 125, 1907.
Gehrke u. Reichenheim. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 9 p. 593, 1907.
Goldstein. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 8 p. 636, 1906; 9 p. 598, 1907.
Bestelmeyer u. Marsch. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 9 p. 758, 1907.

ГЛАВА ТРИНАДЦАТАЯ.

Рентгеновы лучи.*)

§ 1. X-лучи. В 1895 году Röntgen, работая с кружковой трубкой, заметил, что находившийся вблизи экран с платино-синеродистым барием начинает светиться при разрядах через трубку даже в том случае, когда она тщательно закрыта черным картоном.

Как показали дальнейшие опыты, это свечение вызывается особыми лучами, которые проходят через бумагу, картон, дерево, слои металла и т. п. тела, непрозрачные для лучей света. Источником этих лучей X, как их назвал Röntgen, является кружковая трубка и именно то место ее стенки, которое флюоресцирует под действием катодных лучей. Дальнейшее изучение новых лучей привело Röntgen'a к открытию следующих свойств их.

Лучи X или рентгеновы лучи действуют на фотографическую пластинку. Они вызывают почернение ее, при чем экспозицию пластинки можно производить в светлом помещении, помещая ее в конверт из плотной черной бумаги, непрозрачной для света, но пропускающей свободно рентгеновы лучи.

Рентгеновы лучи обладают также весьма важным свойством, способностью ионизировать газы, через которые они проходят. Это действие может служить не только для обнаружения, но и для измерения интенсивности лучей.

Röntgen нашел, что прозрачность тел уменьшается при возрастании их плотности, и особенно мала она у элементов с большим атомным весом. Толстый свинцовый экран является поэтому надежной защитой от действия рентгеновых лучей. Густота тени, бросаемой на флюоресцирующий экран различными телами, зависит от их плотности и состава; так, кости человеческого тела дают более темные тени, чем мягкие ткани, а последние, в свою очередь, смотря по строению и толщине, задерживают лучи не одинаково. Эти наблюдения послужили началом широкому применению в медицине рентгеноскопии и рентгенографии для исследования внутренних органов живого человеческого тела.

*) Эта глава составлена проф. Д. А. Рожанским. О. Х.

Излучать рентгеновы лучи может всякое твердое тело, на которое падают катодные лучи достаточно большой скорости. Но особенно интенсивным радиатором является платиновая пластинка. Для усиления излучения, катодные лучи концентрируются при помощи вогнутого катода на платиновой пластинке — антикатоде. Фокус катодных лучей на поверхности антикатада и является тогда центром испускания рентгеновых лучей.

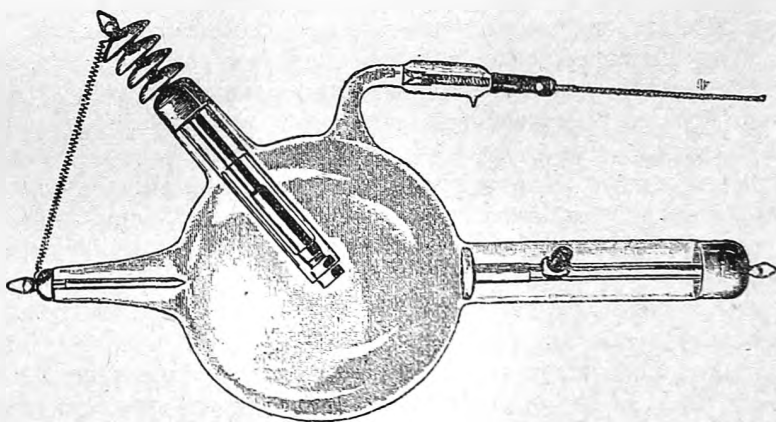
Если разрежение газа в круковой трубке значительно, и, следовательно, разрядное напряжение высоко, то излучаются сильно проникающие лучи, которые принято называть жесткими, в отличие от мягких, легко поглощаемых. Жесткость лучей зависит от скорости катодных лучей, а жесткость трубки от высоты напряжения, необходимого для разряда. Пучок рентгеновых лучей, вообще говоря, неоднороден и состоит из лучей разной проникающей способности. Из него можно выделить более жесткие лучи, поглощая мягкие металлическими экранами. Вследствие неоднородности пучка поглощение лучей материей не может быть выражено простым законом

$$J_x = J_0 e^{-\mu x}.$$

Коэффициент поглощения μ уменьшается по мере прохождения лучей через толщу материального тела, вследствие поглощения мягких лучей.

§ 2. Рентгеновы трубки. Вогнутый катод и металлический антикатод, покрытый слоем какого-нибудь тяжелого металла (платины, вольф-

Рис. 261.



рама, родия) и соединенный проволокой с металлическим штифтом, играющим роль анода, являются до сих пор отличительными признаками этих трубок. Из технических усовершенствований отметим различные способы охлаждения антикатада, на поверхности которого под действием катодных лучей выделяются большие количества тепла. В трубке, представленной на рис. 261, охлаждение достигается тем, что антикатод вделан в массивную медную трубку, конец которой снабжен медными пластинками, с

большой охлаждающей поверхностью. В некоторых случаях применяется водяное охлаждение.

Кроме того трубки снабжаются приспособлениями, позволяющими увеличивать давление газа, так как при продолжительном прохождении разрядов в одном направлении газ поглощается электродами, и трубка делается слишком жесткой. В трубке на рис. 261 это достигается добавочным электродом, который позволяет пропускать разряды через боковой отросток, содержащий какое-нибудь тело, выделяющее при разрядах газ.

§ 3. Природа рентгеновых лучей. Несомненно, что эти лучи не являются потоком заряженных материальных частиц вроде катодных или каналовых положительных лучей, так как они не отклоняются ни электрическим, ни магнитным полем.

Являются ли они такими же электромагнитными возмущениями в эфире, как свет? На первый взгляд, против этого говорит отсутствие правильного отражения, преломления, диффракционных и прочих явлений, известных нам в оптике. Действие материи на рентгеновы лучи сводится к диффузному рассеянию части их и поглощению.

Попытки определить длину волны их по диффракции у очень узкой щели остались до сих пор безуспешными. Такие опыты производили Haga и Wind, а впоследствии с более совершенными приборами Walter и Pohl. Метод их состоял в фотографировании рентгеновыми лучами очень узкой клиновидной щели. Расширения изображения щели, которое указывало бы на диффракцию лучей, нельзя было установить с достоверностью, хотя ширина щели измерялась всего несколькими микронами. Изображение почти вполне соответствовало тени и полутени от прямолинейных лучей, выходящих из фокуса на антикатоде, т. е. из площадки конечных размеров. Более подробное изучение этих рентгенограмм при помощи микрофотометра Kosh'a позволило Sommerfeld'у сравнить полученные результаты с теоретическим распределением яркости в изображениях, даваемых коротким импульсом, толщины λ с одним максимумом. Наибольшее согласие, хотя и не полное, получается, если принять $\lambda = 4 \cdot 10^{-9}$ см.

Все эти отрицательные результаты могут быть объяснены тем, что рентгеновы лучи суть или очень короткие волны, несравненно более короткие, чем световые, или неправильные возмущения, заключенные в слое весьма малой толщины.

§ 4. Теория электромагнитных импульсов. Выше указанная точка зрения на рентгеновы лучи была впервые высказана Стоксом и более подробно развита Wiechert'ом и J. J. Thomson'ом. Мы в этом параграфе изложим главнейшие результаты теории, касающиеся механизма возникновения рентгеновых импульсов и их строения, оставляя в стороне довольно сложные математические доказательства.

В главе об основах электронной теории (т. V ч. III гл. 4 § 7) рассмотрен случай равномерного и прямолинейного движения электрона. Электрические и магнитные силовые линии движутся с той же скоростью, не изменяя своей формы и расположения относительно электрона. Элек-

ромагнитная энергия сохраняет свою величину, и движение происходит по инерции.

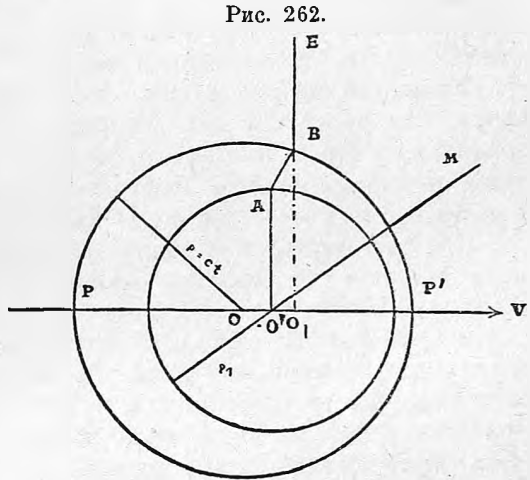
Когда электрон находится в покое, магнитное поле совершенно отсутствует, а электрическое такое же, как вокруг покоящегося наэлектризованного шарика. Переход от состояния движения к покою сопровождается изменением энергии электрона. Часть ее излучается в окружающее пространство, и это излучение происходит только во время ускоренного движения электрона.

Каждый электрон, движущийся со скоростью v в пучке катодных лучей, ударяясь о поверхность антикатада, теряет свою скорость в весьма короткое время после одного или целого ряда столкновений с молекулами антикатада, каждое из которых дает начало импульсу очень малой толщины. Представление о характере этих электромагнитных импульсов мы можем составить себе, рассматривая изменение формы силовых линий электрона, скорость которого падает за время τ от v до нуля, при чем движение все время остается прямолинейным.

В начальный момент электрон, двигаясь со скоростью v , находится в точке O (рис. 262). Когда он останавливается, спустя время τ , в точке O' , его электрическое поле должно совершенно измениться. Но эти изменения будут распространяться во все стороны с конечной скоростью c — скоростью света. В виду этого в какой-нибудь момент t во всех точках пространства, лежащих за пределами сферы, описанной, как из центра, из точки O радиусом $r = ct$, электромагнитное поле будет такое же, как если бы электрон продолжал двигаться со скоростью v и в этот момент находился в O_1 , если $OO_1 = vt$.

Если мы опишем около O' — другую, внутреннюю сферу радиуса $r_1 = c(t - \tau)$ где $t - \tau$ — время, в течение которого электрон покоится, то внутри ее мы имеем электростатическое поле электрона в точке O' . Пространство, заключенное между этими двумя сферами, представляет из себя область электромагнитного возмущения; в ней электромагнитное поле определяется характером ускоренного движения электрона за время τ . Это возмущение мы рассматриваем, как шаровую волну во всех точках, где имеется составляющая электрической силы, касательная к волновой поверхности.

Рассмотрим, как изменится форма какой-нибудь электрической силовой линии, напр. той, которая была перпендикулярна к направлению



движения электрона. В момент t она представилась бы линией O_1E , если бы электрон продолжал двигаться с прежней скоростью v , но вследствие сказанного мы имеем в действительности только часть ее BE за пределами внешней сферы, изображенную сплошной чертой. Соответствующая ей, как ее продолжение, силовая линия во внутренней сфере изобразится прямой $O'A$. В переходном слое линия AB имеет форму, зависящую от закона изменения скорости электрона. Так же можно найти, что и другие силовые линии искривлены в переходном слое, очевидно, кроме тех, которые параллельны скорости v . Все эти искривленные силовые линии дают составляющую электрической силы, касательную к поверхности волны.

Переходный слой между сферами представляет таким образом шаровую электромагнитную волну, излучаемую электроном. Количество энергии, проходящее через единицу поверхности сферы, описанной около точки O' , зависит от величины вектора Пойнтинга на этой поверхности. Так как этот вектор перпендикулярен к направлению электрической и магнитной силы волны, то ясно, что в направлении движения, т. е. в направлениях к полюсам сферы P и P' , энергия не излучается. От полюсов к экваториальной области сферы энергия волны возрастает; вообще энергия, полученная в каком-нибудь направлении $O'M$, зависит довольно сложным образом от угла φ . Направление лучей, т. е. вектора Пойнтинга, приблизительно, совпадает с направлением радиусов из точки O' . Так как линия PP' является осью симметрии всего явления, то электрические силовые линии нашей сферической волны должны лежать в плоскостях, проходящих через ось PP' . Это можно выразить так: электрические лучи, выходящие из точки O' , поляризованы, и электрический вектор лежит в меридианных плоскостях сферической волновой поверхности.

Толщина импульса также зависит от угла φ . Она играет здесь такую же роль, как и длина волны в явлениях оптических. Мы будем в дальнейшем обозначать ее λ и говорить о длине волны импульса, понимая под этим расстояние между поверхностями, ограничивающими область электромагнитного возмущения. То, что длина волны импульса зависит от направления луча, есть результат, отвечающий принципу Допплера в оптике.

Когда скорость электрона не очень близка к скорости света, и ускорение не слишком велико, можно воспользоваться формулой, которую дал Abraham для квадрата электрической силы в волне:

$$\mathcal{E}^2 = \frac{e^2 w^2 \sin^2 \varphi}{r^2 c^2 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \varphi\right)^6} \dots \dots \dots (1)$$

и в которой e обозначает заряд электрона, w — ускорение, r — радиус шаровой волны, v — скорость электрона, c — скорость света, φ — имеет то же значение, что и на рис. 262.

Так как магнитный вектор волны равен по величине электрическому, то по теореме Пойнтинга количество энергии, проходящее через эле-

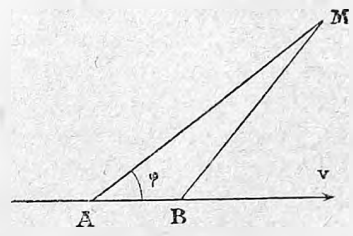
мент dS сферы радиуса r за время dt' , равно

$$dW = \frac{1}{4\pi} \frac{e^2 w^2 \sin^2 \varphi}{r^2 c^2 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \varphi\right)^6} dt' dS \dots \dots \dots (2)$$

Эта часть импульса излучается электроном за время $dt = \frac{dt'}{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}$.

Действительно, пусть за время dt электрон перемещается со скоростью v из точки A в точку B (рис. 263), тогда $AB = vdt$. Электромагнитные возмущения, излучаемые электроном в положениях A и B , достигают какой-нибудь точки M последовательно через промежуток времени dt' .

Рис. 263.



Очевидно, что $dt - dt' = \frac{AB \cos \varphi}{c}$, так как за время dt электрон приблизился к M на расстояние $AB \cos \varphi$. Заменяя в формуле (2) dt' на dt и интегрируя по поверхности сферы, находим выражения для энергии, излучаемой электроном за время dt :

$$\frac{2}{3} \frac{e^2 w^3}{c^3} \cdot \frac{dt}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^3}$$

Это выражение несколько упрощается, если $\frac{v}{c}$ малая дробь, квадратом которой можно пренебрегать, что и будет предполагаться в дальнейшем. Если скорость изменяется с постоянным ускорением $w = \frac{v}{\tau}$ от v до нуля, то полное количество энергии, излученное электроном,

$$W = \frac{2}{3} \frac{e^2 w^3}{c^3} \tau = \frac{2}{3} \frac{e^2 v^2}{c^2 \lambda}; \dots \dots \dots (3)$$

здесь λ есть средняя толщина импульса, $\lambda = c\tau$. Эта величина пропорциональна энергии электрона и обратно пропорциональна длине волны импульса, т. е. времени излучения. Импульсы с малой длиной волны, соответствующие, как увидим дальше, жестким лучам, несут относительно большее количество энергии.

Как суммируются действия элементарных импульсов вроде рассмотренного выше, нельзя сказать а priori. Если электроны не претерпевают изменений направления движения в антикатоде, то рентгеновы лучи должны быть поляризованы и излучаться преимущественно в направлениях, перпендикулярных к направлению катодного пучка. Если же они испытывают неправильное диффузное рассеяние между молекулами антикатода, то должно наблюдаться более равномерное излучение, неполяризованное и, по всей вероятности, весьма неоднородное.

§ 5. Энергия рентгеновых лучей. Измерение энергии производилось неоднократно различными способами. Первые попытки в этом направ-

влении сделаны были Dogn'ом, который применил воздушный дифференциальный термометр. В одном из резервуаров термометра рентгеновы лучи поглощались, проходя через ряд металлических пластинок и нагревая их и окружавший их газ.

Дальнейшие измерения теплового действия лучей производились: 1) термостолбиком (W. Wien, Angerer); 2) болометром (Rutherford и Mc Clung, Carter); 3) радиометром (Bumstead) и 4) радиомикрометром Бойса (Adams). Кроме того для измерения энергии лучей пользовались их ионизирующим действием и способностью возбуждать вторичные лучи. В некоторых случаях одновременно производились измерения энергии катодных лучей. Энергия рентгеновых лучей возрастает с ростом напряжения в трубке, т. е. энергии катодных лучей. Однако, для точного учета излучения рентгеновых лучей необходимо принять во внимание поглощение их стенками трубки или тем алюминиевым окошком, через которое они выходят из трубки. Так как в пучке лучей, исходящих из антикатада, имеются обычно рядом с проникающими, жесткими лучами еще мягкие, то определение полной энергии, излучаемой антикатодом, весьма затруднительно.

Излучение происходит почти равномерно во всех направлениях; только, когда лучи почти скользят по поверхности антикатада, наблюдаются отступления в сторону уменьшения излучения. Распределение энергии вокруг антикатада подробно изучали Нам и Friedrich.

Как показывает формула (3), отношение энергии импульса, излучаемого электроном, когда он теряет свою скорость, к его кинетической энергии, пропорциональной квадрату скорости, должно быть обратно пропорционально длине волны λ импульса. В виду этого соотношения особенный интерес представляет определение отношения энергий рентгеновых лучей W_R и лучей катодных — W_k , т. е. коэффициента полезного действия трубки. Согласно (3),

$$\frac{W_R}{W_k} = \frac{4}{3} \cdot \frac{e^2}{mc^2\lambda}, \dots \dots \dots (4)$$

где e и m — заряд и масса электрона, c — скорость света. Wien нашел, что это отношение при напряжении в трубке, равном 58700 вольт, равняется $2,18 \cdot 10^{-3}$. Если принять в расчет и ту часть энергии, которая излучается вглубь антикатада, тогда λ оказывается равной

$$\lambda = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ см.}$$

Эта величина, однако, значительно меньше той, которая найдена из явлений диффракции и новейших опытов с интерференцией лучей, о которых будет речь ниже.

Коэффициент полезного действия трубки возрастает при увеличении напряжения V , т. е. энергии катодных лучей. Как показал Carter, возрастание пропорционально V . Вследствие этого длина волны импульсов, согласно формуле (4), больше в мягких трубках; наоборот, жесткие лучи суть импульсы с малой длиной волны λ . Пользуясь однородными

катодными лучами определенной скорости v , Whiddington подтвердил эту зависимость, которую можно представить так: $W_R = av^4$. Beatty нашел, что энергия рентгеновых лучей может быть представлена формулой $W_R = 0,58 A \beta^4$, где A — атомный вес металла антикатада, а β — отношение скоростей катодных лучей и света.

Так как энергия рентгеновых лучей очень быстро убывает при уменьшении скорости катодных лучей, то является вопрос о существовании порога скоростей катодных лучей, при которых еще возможно возбуждение рентгеновых лучей. Опыты в этом направлении производили Wehnelt и Trenkle, а также Dember. Wehnelt и Trenkle пользовались катодными лучами от накаливаемого катода; эти последние при напряжении на электродах всего в 400 вольт возбуждали рентгеновы лучи, дававшие резкое изображение диафрагмы на фотографической пластинке; лучи проходили через алюминиевый листок в 4μ толщины.

При более низких напряжениях лучи настолько сильно поглощаются, что поглощаются самыми тонкими листками алюминия и не действуют на фотографическую пластинку. Наиболее мягкие лучи получил Dember, пользуясь фотоэлектрическими электронами, которые попадали на антикатод, пробегая ускоряющее напряжение всего в 17 вольт. Обнаружить эти мягкие лучи удается по их фотоэлектрическому действию на щелочные металлы. Длина волны их, вычисленная по теории Einstein'a, оказывается равной

$$\lambda = 74,5 \mu\mu,$$

т. е. сравнительно близкой к крайнему концу ультрафиолетового спектра.

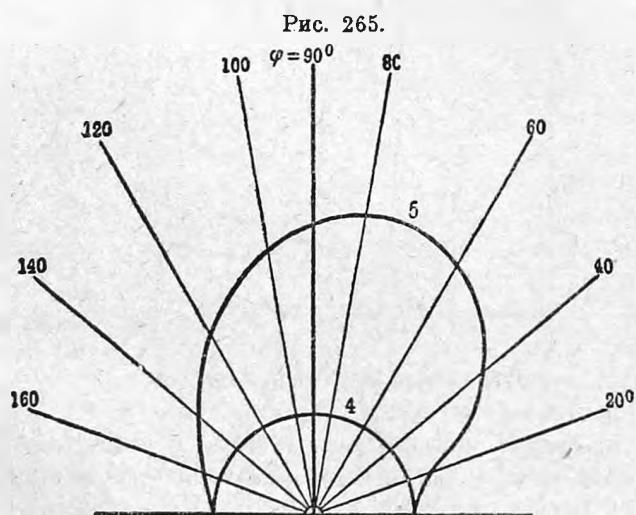
На величину энергии, излучаемой антикатодом, оказывает весьма большое влияние материал последнего, что было замечено еще Röntgen'ом. Kaufmann показал, что вообще при возрастании атомного веса металла возрастает энергия рентгеновых лучей. Этот результат подтвердили в последующих измерениях Kaye, Whiddington, но простой зависимости энергии от атомного веса не удалось установить.

§ 6. Поляризация рентгеновых лучей. Согласно теории, очерченной в § 4, можно ожидать, что рентгеновы лучи, по крайней мере отчасти, поляризованы. Направление электрического вектора в случае полной поляризации должно было бы лежать в плоскостях, проходящих через направление катодного пучка. Именно такая, но только частичная поляризация рентгеновых лучей была доказана Barkla. Подробно ее исследовали Bessler, Ham, Vegard.

Пучок рентгеновых лучей I, выходящий из антикатада A (рис. 264) в направлении, перпендикулярном к катодным лучам, падая на тело R, вызывает излучение вторичных рентгеновых лучей II. Наибольшее рассеяние должно происходить, как и для света, проходящего через мутную средину, в направлениях, перпендикулярных к электрическому вектору. Если максимум электрического вектора в первичных лучах I лежит в плоскости чертежа (как показано стрелкой), то рассеяние должно происходить преимущественно в направлении, перпендикуляр-

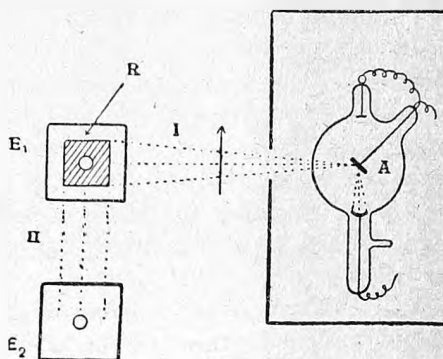
ном к этой плоскости. Такое неравномерное распределение вторичных, рассеянных лучей могло быть установлено по ионизации, производимой ими в разных направлениях вокруг первичного пучка. Для этой цели служили два электроскопа E_1 и E_2 , из которых один расположен над телом R , а другой в одной с ним горизонтальной плоскости. При расположении, указанном на рисунке, горизонтальный вторичный пучок II вызывал в электроскопе E_2 рассеяние заряда, меньшее, чем вертикальные лучи в электроскопе E_1 . Если вращать трубку около оси, совпадающей с направлением первичного пучка рентгеновых лучей, то ионизация газа возрастает в электроскопе E_2 и уменьшается в E_1 . По наблюдениям Barkla около 20% первичных лучей поляризовано. Наиболее сильно поляризованными являются лучи мягкие. Остальная часть лучей, неполяризованная, по видимому, является следствием беспорядочного движения электронов катодного пучка и многократных столкновений с молекулами антикатада.

В связи с поляризацией лучей находится распределение излучения в разных направлениях. Рядом с равномерным во всех направлениях



излучением неполяризованных лучей, мы имеем поляризованные лучи, испускаемые, преимущественно, в направлениях, перпендикулярных к катодному пучку. В этих направлениях должно излучаться максимальное количество энергии. Если принять во внимание еще различную толщину импульса при разных углах φ (см. рис. 262 и 263), то, как показал Sommerfeld, излучение должно иметь максимум в направлении, наклоненном к направлению движения катодных лучей. Схематически это распределение представлено на рис. 265, где длина радиуса представляет энергию лучей, наклоненных под различными углами φ к катодному пучку. Кривая 4 дает распределение равномерно

Рис. 264.



во всех направлениях излучением неполяризованных лучей, мы имеем поляризованные лучи, испускаемые, преимущественно, в направлениях, перпендикулярных к катодному пучку. В этих направлениях должно излучаться максимальное количество энергии. Если принять во внимание еще различную толщину импульса при разных углах φ (см. рис. 262 и 263), то, как показал Sommerfeld, излучение должно иметь ма-

излучаемых неполяризованных лучей, кривая же 5 — полное излучение, т. е. энергию как поляризованных лучей, так и неполяризованных.

Такое распределение подтвердили на опыте Ham и Friedrich. Их результаты обнаруживают зависимость поляризованного излучения от угла φ , согласно с теорией электромагнитных импульсов.

Теория кроме того требует, чтобы в направлении скорости движения катодных лучей длина волн была меньшая; то, что лучи обладают неодинаковой жесткостью в различных направлениях, доказано опытами Friedrich'a, который определял абсорбцию лучей в разных направлениях. Наибольшее поглощение обнаружили лучи, составлявшие с направлением движения катодных лучей угол, близкий к 180° .

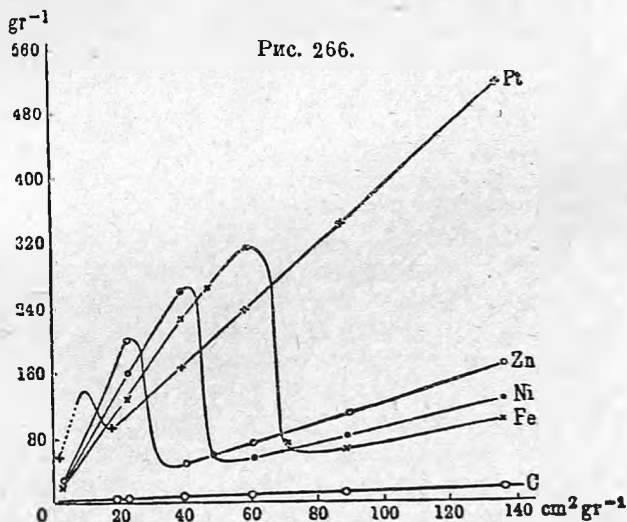
§ 7. Поглощение рентгеновых лучей. Отсутствие явлений дисперсии, диффракции или интерференции, которые в оптике служат для измерения длины волны, делает невозможным определение толщины импульсов, излучаемых антикатодом. Для анализа сложного пучка лучей, выделения более однородных составных частей его и изучения природы монохроматических лучей можно воспользоваться поглощением их слоями металла разной толщины. Поглощение вполне однородного пучка лучей металлическим слоем толщины x можно представить формулой

$$J_x = J_0 e^{-\mu x},$$

где μ коэффициент поглощения лучей. Чем жестче лучи, т. е. чем меньше коэффициент μ , тем короче, как мы видели, длина волны λ . Поэтому за отсутствием лучшего критерия приходится пользоваться величиной коэффициента поглощения лучей в таких телах, где можно предполагать однозначную зависимость между λ и μ . Обычно, для этой цели измеряется поглощение лучей в алюминии.

Поглощение в газах, как показали опыты Benoist, Rutherford'a, Crowther'a, Leitz'a, пропорционально массе газа, пронизываемой лучами, и не зависит от физического состояния его (температуры, понижения). Поглощение лучей есть аддитивное свойство атомов.

Эта аддитивность и независимость от физического состояния, установленные Benoist, распространяются на все агрегатные состояния материи. Так Benoist показал, что можно находить поглощение сложных молекул, зная поглощения атомные тех элементов, которые входят в состав их. При возрастании атомного веса поглощение элементов, вообще



говоря, растет, но эта зависимость довольно сложная и изменяется для лучей различной жесткости. Benoist пользовался ею для определения атомного веса индия.

За меру поглощения лучей каким-нибудь телом определенного химического состава обычно принимается величина отношения $\frac{\mu}{\rho}$, где ρ — плотность тела, т. е. поглощение рассчитывается на единицу массы. Все тела в отношении поглощения разделяются на два типа: 1) тела с малым атомным весом (< 32) и 2) тела с большим атомным весом (> 32). На рис. 266 представлен ход абсорбции в зависимости от жесткости лучей. По оси абсцисс откладывается $\frac{\mu}{\rho}$ см.² гр.⁻¹ для алюминия, ординатами же служат те же величины для углерода, железа, никкеля, цинка и платины. Кривая *C* показывает, что в углероде поглощение возрастает пропорционально поглощению лучей алюминием. У прочих элементов с большим атомным весом для некоторых областей длин волн наблюдается резко возрастающее избирательное поглощение. Коэффициент поглощения здесь, вместо того, чтобы убывать при возрастании жесткости лучей, дает аномальное возрастание и максимум, за которым опять следует нормальное убывание поглощения. Эта аномальная абсорбция находится в связи с излучением особых монохроматических лучей, которыми мы займемся в § 9. Чем больше атомный вес элемента, тем жестче лучи, дающие аномальное возрастание поглощения. Вообще для всех элементов зависимость абсорбции от длины волны так же однозначна, как для *Al* и более легких элементов, в тех областях, где эти элементы не имеют полос аномального поглощения. Для *Al* аномальное поглощение известно лишь в области очень мягких волн.

Если элемент дает несколько монохроматических излучений, то, повидимому, каждому соответствует полоса аномального поглощения.

§ 8. Вторичные лучи. Вторичные лучи излучаются телами, на которые падает пучок рентгеновых лучей. Эти лучи были открыты еще Röntgen'ом и, как показали Townsend, Sagnac, Barkla и др., по природе своей не отличаются от первичных.

Вторичные лучи были детально изучены Barkla и его учениками. Метод, применявшийся ими, состоял в изучении ионизирующего действия вторичных лучей, испускаемых радиатором, телом, подвергнутому действию первичных лучей. Таким радиатором может служить, как на рис. 264, пластинка твердого тела или же слой газа, пронизываемого лучами, как показывает рис. 267. В последнем случае пучок лучей *R* проникал через отверстие *B*₁ в свинцовом экране, вызывая в воздухе излучение вторичных лучей. Последние через диафрагмы *B*₂ и *B*₃ попадали в электроскоп 2 и обнаруживались рассеянием его заряда. Диафрагмы имеют целью выделить только те вторичные лучи, которые испускаются в определенном направлении известным объемом *L* воздуха. Другой электроскоп 1 служил для параллельных измерений интенсивности первичных лучей.

Весьма сложные результаты, полученные при изучении испускания вторичных лучей различными телами, становятся понятными, если, как

указал Barkla, различать два типа вторичных лучей: 1) диффузно-рассеянные и 2) характеристичные, однородные лучи.

Рассеянные лучи испускаются телами, в состав которых входят элементы с атомным весом меньше 32, т. е. атомы более легкие, чем атомы серы. Особенностью этих вторичных лучей является тождественность свойств их и первичных лучей в отношении поглощения. Состав пучка рассеянных лучей, поскольку можно судить по поглощению их слоями алюминия, ничем не отличается от состава первичного пучка, почему их образование и можно рассматривать, как диффузное рассеяние, подобное рассеянию света мутными средами.

J. J. Thomson дал теорию этого явления, рассматривая действие электромагнитных импульсов на электроны, находящиеся в материальных атомах. Под действием электрических сил импульса электроны получают ускорение и являются в свою очередь центрами излучения вторичных импульсов. Энергия, рассеиваемая таким способом, должна быть пропорциональна, как энергии первичных лучей, так и числу электронов в данном объеме. Толщина вторичных импульсов такая же, как и первичных, так как излучение энергии происходит в течение того про-

Рис. 267.

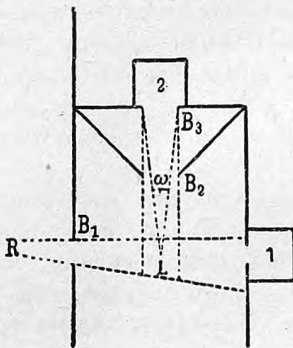
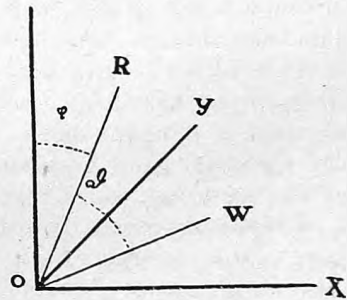


Рис. 268.



межутка времени, когда мимо электрона проходит электромагнитная волна, сообщающая ему ускорение.

Положим, что первичная волна плоская. Электрическая сила, а следовательно, и ускорение электронов должны лежать в плоскости волны. Поэтому во всяком направлении, перпендикулярном к первичным лучам, т. е. параллельном этой плоскости, излучаются вторичные лучи, поляризованные так же, как диффузно-рассеянные световые лучи в мутной среде.

Излучение энергии в каком-нибудь направлении зависит от угла ϑ , составленного этим направлением с направлением ускорения электрона, см. гл. VI, § 14, форм. (60), а именно пропорционально $\sin^2 \vartheta$. Пусть направление первичных лучей совпадает с осью Z на рис. 268, а плоскость волны с координатной плоскостью XY. Возьмем направление OR, составляющее с осью Z угол φ , как направление вторичного пучка лучей. Ускорение W электрона лежит в плоскости XY и составляет с OR угол ϑ .

Если вращать направление OW в плоскости волны XU , то угол ϑ изменяется в пределах от $90^\circ - \varphi$ до $90^\circ + \varphi$. Среднее значение $\sin^2 \vartheta$ равняется, как легко найти, $\frac{1 + \cos^2 \varphi}{2}$. Поэтому, если обозначим $J_{\frac{\pi}{2}}$ интенсивность вторичного пучка, когда $\varphi = \frac{\pi}{2}$, то

$$J_{\varphi} = J_{\frac{\pi}{2}}(1 + \cos^2 \varphi) \dots \dots \dots (5)$$

Эту формулу проверяли Barkla, Bragg, Crowther, Owen. Barkla нашел, что для углов φ , лежащих между 30° и 170° , получается превосходное согласие, если измерять интенсивность вторичных лучей по производимой ими ионизации воздуха в камере электроскопа. Для углов меньших 30° , вторичное излучение происходит во много раз интенсивнее, чем по формуле (5). Как показал Crowther, можно представлять себе это распределение рассеянных лучей, как результат наложения нормально рассеянных лучей и добавочного диффузного излучения, происходящего преимущественно в направлении первичных лучей. По теории Webster'a такое добавочное излучение является следствием взаимного влияния электронов в атоме.

Поляризация рассеянных лучей доказана впервые Barkla тем же методом, который позволил установить частичную поляризацию первичных лучей. Его опыты показали, что в некоторых направлениях рассеянные лучи вполне поляризованы, и плоскость поляризации проходит через направления лучей первичных и вторичных, что вполне согласно с теорией Thomson'a.

Количество же диффузно рассеянных лучей зависит от атомного веса химически простого радиатора. В сложных химических соединениях рассеяние является аддитивным свойством атомов.

Sadler и Mesham показали, что если первичный пучок монохроматичен, то рассеянные лучи уже не обладают в той же мере однородностью, а содержат известное количество более мягких лучей.

§ 9. Характеристические лучи. Такое название получили особые вторичные лучи, открытые Barkla и Sadler'ом. Они отличаются от рассеянных вторичных лучей своей однородностью. Коэффициент поглощения их μ в данном металле имеет вполне постоянное значение, не изменяющееся с толщиной слоя, пронизываемого лучами. Вследствие связи, существующей между поглощением рентгеновых лучей и их длиной волны, нужно признать эти лучи в высокой степени монохроматичными.

Такие лучи наблюдаются только у тех химических элементов, атомный вес которых больше 32, т. е. больше, чем у серы. Из более легких элементов такие лучи известны лишь для алюминия. Какими бы способами они ни возбуждались, их длина волны для данного элемента так же постоянна, как длина волны линии D для натрия. Их испускание является атомным свойством, не зависящим от того, в каких соединениях находится атом или каково агрегатное состояние тела. В виду этого их можно назвать с полным правом лучами характеристическими.

Мягкие первичные лучи не возбуждают характеристичных лучей. Вторичными лучами в этом случае являются рассеянные лучи, почти не отличающиеся от первичных по составу и коэффициенту поглощения. Излучение характеристичных лучей наступает лишь при известной жесткости первичных лучей. Как только тело начинает испускать их, интенсивность пучка вторичных лучей резко возрастает. Количество рассеянных лучей в этом случае составляет лишь несколько процентов общего количества вторичных лучей, быстрое возрастание интенсивности вторичных лучей приходится на долю характеристичных лучей.

Особенностью характеристичных лучей являются следующие их свойства:

1. Они излучаются совершенно равномерно во всех направлениях, независимо от направления и поляризации первичных лучей.
2. Они абсолютно неполяризованы при всех способах получения их.
3. Длина волны их не зависит от способа возбуждения и состава первичных лучей.

Энергия же этих лучей весьма сильно зависит от состава пучка первичных лучей. Если в последнем имеются только лучи более мягкие, чем характеристичные, то последние вовсе не испускаются. Если постепенно увеличивать жесткость трубки, дающей первичные лучи, то первые признаки появления характеристичных лучей наблюдаются лишь тогда, когда наиболее жесткие лучи первичного пучка начинают превосходить жесткостью характеристичные лучи. Возрастание жесткости первичных лучей сопровождается в этом случае быстрым возрастанием энергии вторичных. Вместе с тем, как мы уже видели в § 7, происходит сильное возрастание поглощения первичных лучей. Оба эти явления: поглощение первичных и испускание характеристичных лучей, находятся в тесной связи. Когда поглощение, достигнув максимума, уменьшается при дальнейшем возрастании жесткости первичных лучей, излучение вторичных лучей также убывает.

Соотношение между длиной волны возбуждающих лучей и лучей вторичных, относящихся к типу характеристичных, вполне аналогично правилу Стокса для спектров флюоресценции. Для возбуждения характеристичных лучей необходимы лучи с меньшей длиной волны. Эта аналогия дает основание называть эти вторичные лучи — лучами флюоресценции.

Спектры характеристичных лучей, согласно опытам Barkla, линейные. Каждый элемент с атомным весом, большим 32, имеет по крайней мере одну линию. Длина волны лучей, дающих такую спектральную линию, убывает при возрастании атомного веса элемента, если судить о длине волны по поглощению лучей. Эта закономерность позволила Barkla соединить спектральные линии разных элементов в группу *K*. Кроме линий группы *K*, некоторые элементы, а именно, с атомным весом выше 100, дают еще другой ряд линий, группу *L*, соответствующую более мягким лучам. Лучи *L* обнаруживают такую же зависимость длины волны от атомного веса, как и лучи *K*.

Линии *K* обнаружены лишь у элементов с атомным весом не меньшим *Al*, и не большим *Ce*. Элементы с меньшим атомным весом, по всей вероятности, дают лучи слишком мягкие и поглощаемые, в то время как тяжелые атомы испускают слишком проникающие лучи, которые поэтому не могут быть обнаружены обычными способами. Лучи *L* найдены лишь для элементов с атомным весом, не меньшим, чем у серебра. В ниже-следующей таблице приведены для лучей *K* и *L* коэффициенты поглощения $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Al}$, рассчитанные на единицу массы алюминия.

	<i>K</i>	<i>L</i>		<i>K</i>	<i>L</i>		<i>K</i>	<i>L</i>
<i>Al</i>	580	—	<i>Br</i>	16,4	—	<i>Ce</i>	0,6	—
<i>Ca</i>	435	—	<i>Rb</i>	13,7	—	<i>W</i>	—	30
<i>Sr</i>	136	—	<i>Sr</i>	9,4	—	<i>Pt</i>	—	22,2
<i>Fe</i>	88,5	—	<i>Mo</i>	4,7	—	<i>Au</i>	—	21,6
<i>Co</i>	71,6	—	<i>Rh</i>	3,1	—	<i>Pl</i>	—	17,4
<i>Ni</i>	59,1	—	<i>Ag</i>	2,5	700	<i>Bi</i>	—	16,1
<i>Cu</i>	47,7	—	<i>Sn</i>	1,57	—	<i>Th</i>	—	8,0
<i>Zn</i>	39,4	—	<i>Sb</i>	1,21	435	<i>Ur</i>	—	7,5
<i>As</i>	22,5	—	<i>J</i>	0,92	306			
<i>Se</i>	18,9	—	<i>Ba</i>	0,8	224			

Зависимость коэффициентов поглощения этих лучей от атомного веса излучающих их элементов довольно проста; с весьма большим приближением величина коэффициентов изменяется в отношениях, обратных пятым степеням атомного веса элементов. Эта зависимость указана для некоторых газов впервые Owen'ом и подтверждена для других тел Kaufmann'ом.

Шарпан, сравнивая свойства лучей *L* тяжелых элементов и лучей *K* легких элементов с тем же коэффициентом поглощения (напр. *As* и *Pt*, *Br* и *Bi*), обнаружил полное тождество свойств их. Таким образом лучи *L* и *K* отличаются только длиной волны. В своих опытах Баркла нашел только лучи группы *K* и *L*. Новейшие же исследования показали, что линейный спектр некоторых металлов содержит значительно больше, чем две линии.

Замечательное соотношение нашел Whiddington между атомным весом и наименьшей скоростью катодных лучей, вызывающих испускание характеристичных лучей. Заставляя падать на металлическую пластинку катодные лучи определенной скорости *v*, он открыл, что, начиная с известной предельной скорости *v*₂, испускание рентгеновых лучей быстро возрастает. Это возрастание является следствием испускания монохроматичных лучей, свойственных металлу. Предельная скорость *v*_p возрастает пропорционально атомному весу *A* элементов:

$$v_p = kA,$$

при чем

$$k = 10^8 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$$

По мнению Barkla, испускание характеристичных лучей в этом случае не является первичным результатом действия катодных лучей. Последние возбуждают сначала в антикатоде жесткие неоднородные лучи, которые затем уже вызывают характеристичное излучение металла. Однако, на основании опытов Beatty необходимо признать, что весьма значительная часть этих лучей возбуждается непосредственно катодными лучами.

§ 10. Фотоэлектрическое действие лучей. Испускание вторичных лучей, как показал Dogn, сопровождается испусканием электронов, отклоняемых магнитным полем. Отношение заряда к массе этих отклоняемых лучей такое же, как и для катодных лучей или фотоэлектрических электронов. Скорость их не зависит от интенсивности первичных лучей, а лишь от жесткости последних. Если первичный пучок неоднороден, то и скорости электронов различны. Так, напр., в опытах Bestelmeyer'a электроны, испускаемые под действием неоднородных рентгеновых лучей, имели скорости, лежащие в пределах $5-15 \cdot 10^9 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$. Эти скорости того же порядка, как и в катодных лучах, почему и можно говорить о вторичных катодных лучах, испускаемых под влиянием лучей Рентгена. От фотоэлектрических электронов они отличаются лишь скоростями, во много раз большими.

Как и в явлениях фотоэлектрических, скорости электронов, выбрасываемых из освещенной поверхности металла, возрастают при уменьшении длины волны. Если воспользоваться гипотезой Einstein'a о связи между кинетической энергией фотоэлектрических электронов и числом колебаний ν лучей света, и положить ее равной элементарному количеству энергии ϵ , соответствующему данным лучам, т. е. $\epsilon = h\nu$, где h — универсальная постоянная Планка, то является возможность определения длины волны рентгеновых лучей из скорости вторичных катодных лучей. Такой подсчет для жестких лучей дает величину порядка $10^9 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$.

Так же, как и при фотоэлектрических явлениях с обыкновенным светом, интенсивность пучка лучей оказывает влияние лишь на число электронов и пропорциональна этому числу, как показали Holstmark, Angerer и др. Но наряду с обычным фотоэлектрическим действием мы находим здесь и особое избирательное действие, как только начинается испускание характеристичных лучей. Испускание катодных лучей и характеристичных лучей идет совершенно параллельно (Sadler). Whiddington нашел, что мягкие рентгеновы лучи оказывают фотоэлектрическое действие только в том случае, когда вызывают испускание характеристичных лучей.

Если рентгеновы лучи пронизывают тонкие слои металла, то катодные лучи испускаются преимущественно в направлении распространения рентгеновых лучей (Beatty). Максимальное количество электронов выбрасывается той поверхностью металлической пластинки, из которой рентгеновы лучи выходят.

Между фотоэлектрическим действием рентгеновых лучей и лучей света, как видно из приведенных здесь фактов, существует лишь количественное различие.

§ 11. Ионизация рентгеновыми лучами. Способность рентгеновых лучей, проходя через газ, ионизировать его измеряется числом q ионов, создаваемых в единицу времени в 1 куб. см. газа. Эта величина измеряется током насыщения в ионизированном газе (см. гл. X § 2). Сравнивая ионизирующую способность лучей с величиной их энергии, измеренной, напр., болометрически, можно установить пропорциональность между этими величинами, для данного рода лучей (Angerer). Точно так же, измеряя ионизацию в разных расстояниях от антикатада, можно установить, что ионизирующее действие рентгеновых лучей убывает обратно пропорционально квадрату расстояния. В виду этого весьма часто измерение ионизации, производимой лучами, может заменить измерение их энергии и предпочитается вследствие большей простоты.

При измерениях ионизации, производимой рентгеновыми лучами, необходимо иметь в виду, что, если лучи падают на стенки сосуда, то последние испускают вторичные лучи, рентгеновы и катодные, которые также ионизируют газ. Эти побочные влияния, конечно, усложняют явление. К ним необходимо причислить и возбуждение третичных лучей в стенках сосуда под действием вторичных лучей, испускаемых газом. Для устранения всех подобных действий или уменьшения их, стенки сосуда, в котором ионизируется газ, покрываются бумагой или алюминиевыми листками.

Ионизация газа, как показали многочисленные исследования (Perrin, Rutherford, McClung, J. Thomson, Strutt, Barkla, Crowther, Owen), возрастает пропорционально его давлению, если в нем не возбуждается сильного испускания вторичных лучей. Этому условию удовлетворяют газы с малым атомным весом. В газах же, в состав которых входят тяжелые атомы, явление протекает сложнее. При достаточной жесткости первичных лучей вторичные лучи (характеристические) настолько интенсивны, что заметная доля ионизирующего действия приходится на их долю. Но так как и количество вторичных лучей пропорционально давлению газа, то ионизация, вызываемая ими, возрастает пропорционально квадрату давления. В этих случаях зависимость ионизации от давления не линейная, а параболическая.

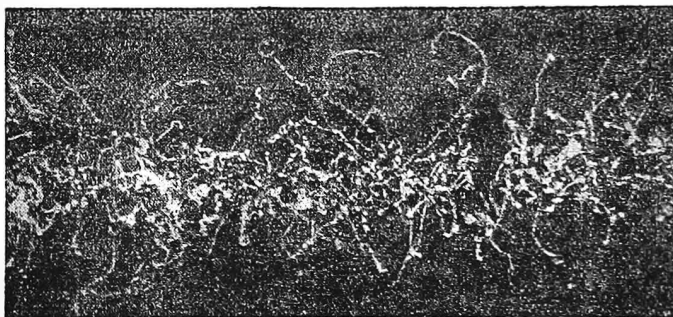
Ионизация в газах зависит от химической природы их. J. J. Thomson нашел, что ионизация в разных газах находится, как аддитивные свойства атомов, входящих в состав молекулы, по правилу смешения. Так для некоторых атомов были найдены следующие относительные величины ионизации, рассчитанные на один атом: $H = 0,165$; $N = 0,445$; $O = 0,55$; $C = 0,3$; $S = 5,3$; $Cl = 8,7$.

Ионизация газа тесно связана с поглощением лучей. Когда начинается испускание характеристических лучей, то увеличение поглощения сопровождается возрастанием ионизации. Однако, измерения Rutherford'a показывают, что поглощаемая энергия значительно больше той, которая необходима для образования ионов.

Новейшие исследования Bragg'a и Porter'a, Beatty, Barkla и Simons'a показали, что ионизация газа производится не непосредственно рентгеновыми лучами, а главным образом вторичными катодными лучами, выбрасываемыми под действием рентгеновых лучей. По мнению Bragg'a, поглощением этих катодных лучей может быть объяснена вся ионизация газа. Особенно наглядно рисуется механизм ионизации в опытах Wilson'a.

Метод, примененный последним тот же, который послужил ему для измерения величины заряда иона. В ионизированном воздухе, насыщенном водяными парами, производится внезапное охлаждение быстрым расширением газа. При известном переохлаждении паров последние конденсируются на ионах, образуя капли, видимые в микроскопе при боковом освещении. Если пропустить через газ пучок рентгеновых лучей и немедленно за этим произвести адиабатически расширение газа, то капли, образующиеся на ионах, зафиксируют то положение их, в котором застал их процесс конденсации. Фотографические снимки, произведенные Wilson'ом, из которых один приведен на рис. 269, обнаруживают следующие особенности ионизации газа рентгеновыми лучами.

Рис. 269.



1. Ионы располагаются вдоль неправильно изломанных линий, которые представляют из себя пути катодных лучей, испускаемых частицами газа под действием рентгеновых лучей. Неправильный вид этих линий, в особенности концов их, есть результат столкновений с молекулами газа. Действие столкновений проявляется особенно ясно при уменьшении скорости катодных лучей. Длина этих путей достигает одного сантиметра и более.

2. Никаких следов ионов, кроме тех, которые располагаются вдоль этих линий, не заметно на снимках. Таким образом непосредственное действие рентгеновых лучей на газ в смысле ионизации его делается мало вероятным.

3. В некоторых снимках удается сосчитать число ионов, приходящихся на один см. пути катодных частиц. Число это возрастает от начала

к концу соответственно уменьшению скорости катодных лучей, изменяясь от 150 до 2160 пар ионов на см.

Ионизация газов рентгеновыми лучами и фотоэлектрическое действие их ведет к понижению разрядного напряжения искры и уничтожает запаздывание разряда. Такое же влияние рентгеновы лучи оказывают и на разряд в разреженных газах.

§ 12. Различные действия рентгеновых лучей. Химическое действие рентгеновых лучей мало чем отличается от обычных фотохимических действий. Фотографические пластинки дают почернение в зависимости от поглощения лучей. Избирательное поглощение при возбуждении характеристичных лучей серебра или брома увеличивает фотографическое действие первичных лучей.

К химическим действиям необходимо отнести и изменение окраски стекла, которое можно наблюдать в каждой долго работавшей трубке в виде фиолетового оттенка, а также других минералов.

Флюоресценция и фосфоресценция некоторых фосфоров, как по распределению энергии в спектрах, так и по скорости затухания свечения, весьма мало отличается от действия, производимого лучами света или катодными, как показали Nichols и Merrit, а также Dowel. Но не все вещества, фосфоресцирующие при действии света, испытывают действие рентгеновых лучей.

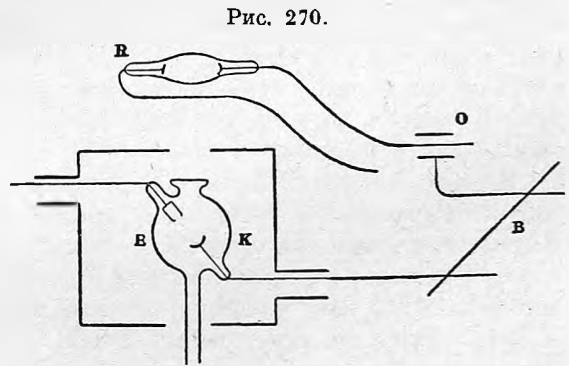
Наш глаз также флюоресцирует под действием лучей, и, как показал Röntgen, вызываемое ими световое впечатление позволяет видеть, напр., щель в непрозрачном экране с закрытыми глазами.

Яркость флюоресценции пропорциональна энергии рентгеновых лучей и может служить не только для относительных, но и для абсолютных измерений энергии, как показали опыты Rutherford'a и Mc Clung'a. Количество энергии, превращаемое в свет, согласно этим наблюдателям, равняется 3,7% для экранов с платиносинеродистобарием.

§ 13. Скорость рентгеновых лучей. Первые попытки измерить скорость рентгеновых лучей сделаны Brunhes и Blondlot (1902). Оба исследователя пользовались действием рентгеновых лучей на искру. В опытах Blondlot сравнивалась скорость этих лучей со скоростью волн, при чем был применен остроумный способ замещения. Колебания вибратора Hertz'a вызывают колебания резонатора с искровым промежутком. Кроме того от вибратора идут проволоки к рентгеновой трубке, которая испускает лучи по направлению к резонатору. Действие рентгеновой трубки на искру резонатора зависит здесь от двух факторов: расстояния, которое должны проходить лучи, и момента, когда прекращается испускание лучей. Этот момент определяется длиной проволок между вибратором и электродами трубки. Как только в вибраторе начинаются колебания, напряжение на проволоках падает, и это изменение со скоростью света передается по проволокам до трубки, в которой испускание лучей тотчас прекращается. Очевидно, что освещение искры резонатора рентгеновыми лучами прекратится только спустя некоторое время после начала колебаний в вибраторе и резонаторе, а именно

по истечении того промежутка времени, который необходим для распространения проволочных волн от вибратора до трубки и лучей от трубки до резонатора. Если за это время напряжение в резонаторе достигнет величины, необходимой для искрового разряда, то последний начнется под действием рентгеновых лучей. В противном случае лучи Рентгена не будут оказывать влияния на искру. При надлежащем выборе этого промежутка времени, что достигается удалением трубки и удлинением проволок, наблюдается весьма заметное усиление яркости искры. Это действие рентгеновых лучей ослабляется при изменении в ту или другую сторону длины проволок, но ослабление может быть компенсировано изменением расстояния, проходимого лучами до резонатора. Опыты Blondlot показали, что при удлинении проволок необходимо для компенсации на столько же укоротить путь рентгеновых лучей. Эти опыты делают весьма вероятным, что время в течение которого проволочные волны и рентгеновы лучи проходят равные пути, одинаково, или что скорость лучей равняется скорости света.

Подобный же метод применил впоследствии Marx (1905). Рентгенова трубка *R*, как показано на рис. 270, присоединена к проволокам, из которых одна связана с Лехеровской системой при помощи металлического колечка *O*, изолированного от провода рентгеновой трубки, но устанавливающего электрическую связь между проводами. Другой провод Лехеровской системы присоединен к катоду трубки *E*; анод же ее (в виде Фарадеева цилиндра) соединяется с электрометром. Трубка *E* защищена метал-



лической коробкой от посторонних влияний. Колебания Лехеровской системы создают разряд в рентгеновой трубке *R*. Испускаемые ею лучи проходят через тонкое алюминиевое окошко в *E* и ионизируют газ. Направление разряда в трубке *E* и знак зарядов на электрометре зависят от фазы потенциала, создаваемого колебаниями в тот момент, когда газ освещается рентгеновыми лучами. Ясно, что разность фаз колебаний у электрода *K* и у катода трубки *R*, с одной стороны, и путь, проходимый рентгеновыми лучами, с другой — должны определять направление разряда в трубке *E*. Разность фаз колебаний, очевидно, зависит от длины проволок, соединяющих катоды трубок *R* и *E*, и можно всегда подобрать эту длину таким образом, чтобы заряд, получаемый электрометром, имел тот или иной знак.

Marx применял нулевой метод, а именно устанавливал мостик *B* в таком положении, чтобы электрометр не получал заряда. Передвигая трубку *R* ближе к трубке *E* или же удаляя, можно было вызвать появление

зарядов противоположных знаков. Но это перемещение можно было компенсировать перемещением мостика B , изменяющим длину проволоки $РВК$. Изменения длины путей рентгеновых лучей и проволочных волн, которые взаимно компенсировались, оказались равными с точностью до нескольких процентов, откуда можно заключить о равенстве скоростей рентгеновых лучей и электромагнитных волн.

Опыты эти вызвали возражения со стороны Franck'a и Pohl'я, которые полагают, что разряд в трубке E происходит под действием двух систем волн: проволочных и свободных от свободного конца Лехеровских проводов в трубке R . Обе системы волн возбуждают колебания в металлической коробке, окружающей трубку E и, интерферируя, определяют разность потенциалов на электродах трубки. С этой точки зрения нулевой метод Marx'a дает лишь отношение скоростей свободных и проволочных электрических волн, которое оказывается равным единице.

Если непосредственные измерения скорости рентгеновых лучей и не дают вполне решающего ответа, то все же все другие, известные нам свойства их, не оставляют сомнения в том, что скорость их такая же, как скорость любых электромагнитных возмущений.

§ 14. Интерференция рентгеновых лучей. Как уже говорилось выше, явления интерференции или диффракции не могут быть получены обычными способами в виду малости λ у лучей Рентгена. Длины волн световых и рентгеновых, как увидим дальше, находятся в отношениях порядка 10^4 ; поэтому все размеры интерференционных картин для лучей Рентгена должны быть во столько раз меньше, чем для лучей видимого света. Поэтому для наблюдения их необходимо уменьшить во много раз размеры приборов. Однако, мы видели, что диффракционные явления у искусственно приготовленной щели в опытах Walter и Pohl'я не дают вполне определенного результата.

Laue (1912) удивительно просто и остроумно преодолел это затруднение, решив воспользоваться в качестве диффракционной решетки для получения диффракционного спектра рентгеновых лучей той природной решеткой, в которой, согласно идеям Bravais (т. I), располагаются молекулы кристалла. Эта удивительная по глубокомыслию идея позволила осуществить интерференцию рентгеновых лучей экспериментально и открыла физикам совершенно новые пути для изучения, как природы лучей, так и строения кристаллов.

Представим себе наиболее простой случай, когда кристалл принадлежит к правильной системе, и молекулы его располагаются в равных расстояниях друг от друга вдоль трех систем линий, взаимно перпендикулярных. Элементом такой кристаллической решетки является куб, в вершинах которого располагаются молекулы кристалла. На этот кристалл пусть падает плоская волна, которую для простоты будем считать вполне монохроматической. Каждая молекула кристалла рассеивает некоторое количество лучей, достигающих ее, и делается центром испускания вторичных лучей той же длины волны. Последние интерферируют в про-

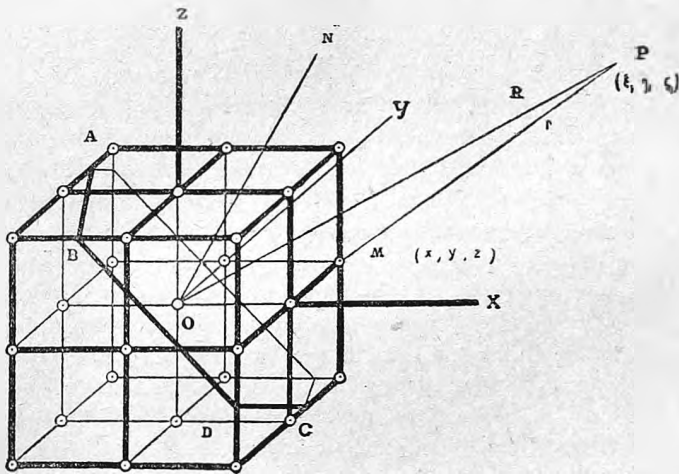
странстве, окружающем кристалл, и дают диффракционную картину, представляющую явление Лауэ.

Пусть координатные оси параллельны ребрам элементарного куба, и начало координат O находится где-нибудь внутри кристалла и совпадает с одной из молекул его (рис. 271). Тогда координаты любой молекулы кристалла могут быть представлены числами, кратными длины ребра a элементарного куба, т. е. $x = ma$, $y = na$, $z = pa$, где m , n и p целые положительные или отрицательные числа. Если координаты точки P , лежащей вне кристалла, обозначим ξ η ζ , то расстояние ее r от любой точки M внутри кристалла равно

$$r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2} \dots \dots \dots (6)$$

Пусть R расстояние точки P от начала координат, а α , β , γ — угловые коэффициенты линии OP , равные косинусам углов, составляемых ею с

Рис. 271.



координатными осями. Тогда $\alpha = \xi : R$; $\beta = \eta : R$; $\gamma = \zeta : R$. Если точка P взята на большом расстоянии от кристалла, так что размеры кристалла по сравнению с расстоянием R малы, то, отбрасывая члены, содержащие высшие степени малых величин x , y , z , мы формулу (6) можем заменить следующим приближенным равенством:

$$r = R - \alpha x - \beta y - \gamma z \dots \dots \dots (7)$$

Плоскость волны, падающей на кристалл, когда она проходит через начало координат, представлена на рис. 271 плоскостью $AB-DC$. Косинусы углов ее нормали N , т. е. направления лучей, с осями координат, обозначим α_0 , β_0 , γ_0 . Все молекулы, лежащие в плоскости волны, когда последняя находится на расстоянии d от начала координат, удовлетворяют условию

$$x\alpha_0 + y\beta_0 + z\gamma_0 = d \dots \dots \dots (8)$$

Если волна в момент $t = 0$ достигает начала координат, то в какой-нибудь другой момент t_0 она будет находиться на расстоянии $d = ct_0$, где c — скорость распространения волны. Частицы, лежащие в плоскости $x\alpha_0 + y\beta_0 + z\gamma_0 = d$, приходят одновременно в колебания и становятся центрами вторичных волн. Пусть r — расстояние от точки M , лежащей в плоскости d , до точки P ; колебания в точке P , создаваемые вторичной волной, приходящей из точки M , могут быть представлены выражением

$$y = \frac{A}{r} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r-d}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (9)$$

где T период колебания, а коэффициент A , вообще говоря, зависит от направления линии MP . Пользуясь формулами (7) и (8) и заменяя в знаменателе r на R , в виду малых размеров кристалла, мы получим

$$y = \frac{A}{R} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R}{\lambda} + \frac{(\alpha - \alpha_0)x + (\beta - \beta_0)y + (\gamma - \gamma_0)z}{\lambda} \right) \dots (10)$$

Сумма таких выражений, распространенная на все молекулы кристалла, дает нам выражение результирующего колебания в точке P . Положим, что кристалл имеет форму куба, и числа m, n, p принимают всевозможные целые значения, лежащие в пределах $\pm M, \pm N, \pm P$. Заменяем выражение (10) комплексным выражением

$$Y = \frac{A}{R} e^{2\pi i \left(\frac{t}{T} - \frac{R}{\lambda} + \frac{(\alpha - \alpha_0)x + (\beta - \beta_0)y + (\gamma - \gamma_0)z}{\lambda} \right)} \dots \dots \dots (11)$$

Последнее в своей действительной части совпадает с (10), и действительная часть суммы таких выражений будет равняться сумме выражений (10). Возьмем сумму выражений Y ; она может быть представлена так:

$$\sum Y = \frac{A}{R} e^{2\pi i \left(\frac{t}{T} - \frac{R}{\lambda} \right)} \sum_{-Ma}^{+Ma} e^{\frac{2\pi i (\alpha - \alpha_0) x}{\lambda}} \sum_{-Na}^{+Na} e^{\frac{2\pi i (\beta - \beta_0) y}{\lambda}} \sum_{-Pa}^{+Pa} e^{\frac{2\pi i (\gamma - \gamma_0) z}{\lambda}} \dots (12)$$

при чем $x = ma, y = na, z = pa$, где m, n, p , любые целые числа, лежащие в указанных выше пределах.

Легко показать, суммируя входящие в формулу (12) ряды, как геометрические прогрессии, что, например,

$$\sum_{-Ma}^{+Ma} e^{\frac{2\pi i (\alpha - \alpha_0) x}{\lambda}} = \frac{\sin \frac{2\pi \left(M + \frac{1}{2} \right) (\alpha - \alpha_0) a}{\lambda}}{\sin \frac{\pi (\alpha - \alpha_0) a}{\lambda}}.$$

Точно также находим и прочие суммы. Обозначая

$$B = \frac{2\pi (\alpha - \alpha_0) a}{\lambda}, \quad C = \frac{2\pi (\beta - \beta_0) a}{\lambda}, \quad D = \frac{2\pi (\gamma - \gamma_0) a}{\lambda},$$

найдем, что

$$\sum Y = \frac{A}{R} e^{2\pi i \left(\frac{t}{T} - \frac{R}{\lambda} \right)} \cdot \frac{\sin \left(M + \frac{1}{2} \right) B}{\sin \frac{1}{2} B} \cdot \frac{\sin \left(N + \frac{1}{2} \right) C}{\sin \frac{1}{2} C} \cdot \frac{\sin \left(P + \frac{1}{2} \right) D}{\sin \frac{1}{2} D}.$$

Таким образом результат сложения всех колебаний y дает колебание

$$\frac{A}{R} \cdot \frac{\sin\left(M + \frac{1}{2}\right) B}{\sin \frac{1}{2} B} \cdot \frac{\sin\left(N + \frac{1}{2}\right) C}{\sin \frac{1}{2} C} \cdot \frac{\sin\left(P + \frac{1}{2}\right) D}{\sin \frac{1}{2} D} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R}{\lambda}\right) \dots (13)$$

амплитуда которого зависит от выражений, встречающихся в теории дифракционных решеток (т. II). Как известно, главные максимумы этих выражений получаются для таких значений B , C и D , которые обращают в нуль знаменатели отношений синусов. Для всех других значений B , C и D каждое из отношений весьма мало отличается от нуля. Поэтому амплитуда колебаний имеет в точке P заметную величину, если соблюдены все три условия:

$$B = 2\pi h_1, \quad C = 2\pi h_2 \quad \text{и} \quad D = 2\pi h_3, \quad \dots \dots \dots (14)$$

в которых h_1 , h_2 , h_3 — целые числа. Подставляя сюда значения B , C и D , находим

$$\alpha - \alpha_0 = \frac{h_1 \lambda}{a}, \quad \beta - \beta_0 = \frac{h_2 \lambda}{a}, \quad \gamma - \gamma_0 = \frac{h_3 \lambda}{a} \dots \dots \dots (15)$$

Каждое из этих условий в отдельности удовлетворяется для всех точек, лежащих на поверхности системы круговых конусов, оси которых совпадают с одной из координатных осей X , Y , Z , а образующия составляют с последними углы, косинусы которых равны соответственно α , β , γ — определяемым условиями (15).

Два таких условия одновременно удовлетворяются для всех точек линий пересечения пары этих конических поверхностей. Все же три условия могут выполняться лишь для тех точек, которые лежат на линии пересечения трех конусов. Вдоль таких линий, если они имеются, амплитуда колебаний имеет величину, отличную от нуля. Но заметные величины амплитуды должны получаться также в точках соседних или вообще в таких, для которых условия (15) лишь приближенно справедливы.

Положим, что волны первичных рентгеновых лучей распространяются вдоль одной из координатных осей, например, оси Z . Этот случай, когда лучи параллельны одному из ребер куба, был изучен экспериментально в опытах Friedrich'a и Knipping'a и разобран Laue. В этом случае $\alpha_0 = \beta_0 = 0$ и $\gamma_0 = 1$. Тогда

$$\alpha = h_1 \frac{\lambda}{a}, \quad \beta = h_2 \frac{\lambda}{a}, \quad 1 - \gamma = h_3 \frac{\lambda}{a} \dots \dots \dots (16)$$

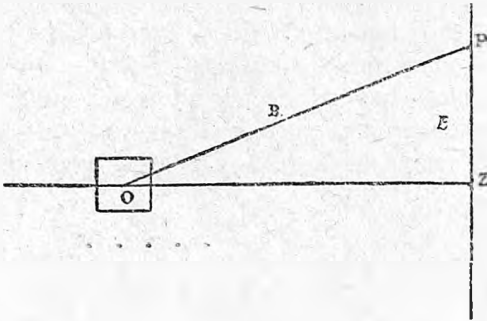
Так как $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$, то легко найдем, что

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{2h_3}{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2}.$$

Поэтому, если мы найдем целые числа h_1 , h_2 , h_3 , удовлетворяющие условиям (16), то находится и отношение длины волны рентгеновых лучей к расстоянию между молекулами в кристалле.

Пусть кристалл, центр которого находится в точке O (рис. 272), пронизывается лучами в направлении OZ . Линия OP пусть представляет из себя прямую, точки которой удовлетворяют условиям (16). Тогда в направлении OP распространяются вторичные лучи, попадающие в точке P на фотографическую пластинку, поставленную перпендикулярно к первичным лучам. Почернение пластинки, которое вызывается в точке P , подобно тому, которое получается в точке Z под действием первичных лучей, только меньшей интенсивности. Если расстояние между центрами этих пятен равно ρ , то $\gamma = \rho : R$. Положим, что h_3 принимает для этого пятна наименьшее из возможных значений $h_3 = 1$. Тогда последнее из усло-

Рис. 272.



вий (16) дает величину $\frac{\lambda}{a} = 1 - \frac{\rho}{R}$. Если наше предположение справедливо, то

$$h_1^2 + h_2^2 + 1 = \frac{2a}{\lambda} \dots \dots \dots (17)$$

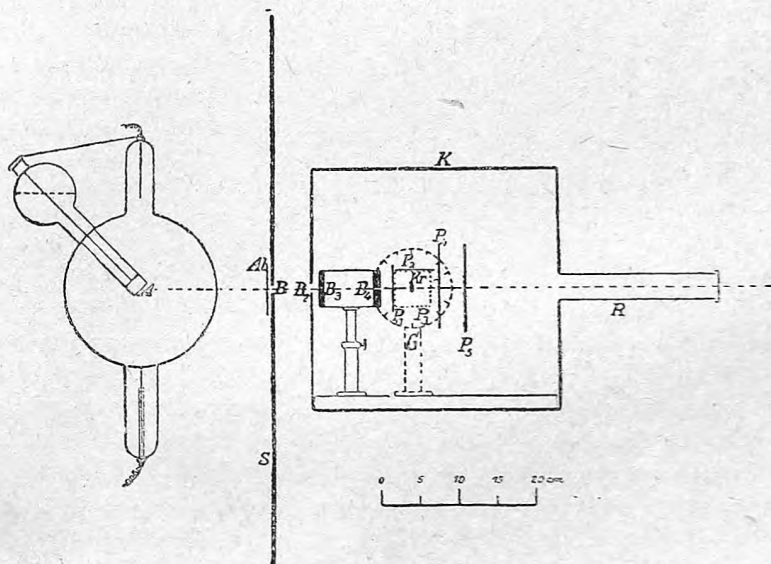
Целые числа h_1 и h_2 , удовлетворяющие этому условию, определяют расположение пятен на пластинке, в равных расстояниях ρ от центра. Если h_3 принять равным какому-нибудь другому целому числу, то $\frac{\lambda}{a}$ получится иным, и h_1 и h_2 будут иметь другие значения. Опыт должен показать, какая из гипотез относительно величины h_3 , справедлива, и какова истинная величина отношения $\lambda : a$.

§ 15. Опытное изучение интерференции рентгеновых лучей. На рис. 273 представлено схематически расположение опытов, которые произвели, по предложению Laue, Friedrich и Knipping для проверки результатов теории, развитой в предыдущем параграфе. Узкий пучок рентгеновых лучей, выделяемый диафрагмами B_1, B_2, B_3, B_4 пронизывает пластинку кристалла Rr , установленную на столике гониометра G , и проходит в трубку R . Последняя предохраняет фотографическую пластинку от действия рассеянных волн, возникающих при падении лучей на стенку темной камеры, в которой установлены пластинки и прочие приборы; P_1, P_2, P_3, P_4 — фотографические пластинки, расположенные с равных сторон около кристалла. После весьма продолжительной экспозиции, в течение многих часов, на пластинке при проявлении ее обнаруживается, кроме центрального пятна от прямых лучей, еще ряд темных пятен, расположенных симметрично относительно первичного пучка и осей кристалла. На рис. 274 приведен образец снимков, полученных с кристаллом цинковой обманки правильной системы, тщательно установленным так, чтобы рентгеновы лучи падали на него перпендикулярно к грани. Большое число пятен разной интенсивности и в равных расстояниях от центра

указывает на существование дифракционных спектров различных порядков, соответствующих различным значениям h_2 . Однако, объяснить присутствие всех этих пятен можно, лишь принимая, что вторичные лучи неоднородны и состоят из нескольких лучей различной длины волны. Для того, чтобы объяснить появление всех пятен, заметных на негативе, Лаце должен был принять наличие пяти различных длин волн: $\lambda = 1,27$; $1,90$; $2,24$; $3,55$; $4,83 \cdot 10^{-9}$ см.; при этом принималось, что расстояние молекул кристалла друг от друга равняется $a = 3,38 \cdot 10^{-9}$ см. Замечательно, что на фотографии представлены точки, соответствующие лишь спектрам низших порядков, не больше четвертого. Однако не все точки, которые предвидит теория, представлены на фотографии.

Такие же снимки должны были бы получиться и на пластинках, по-

Рис. 273.

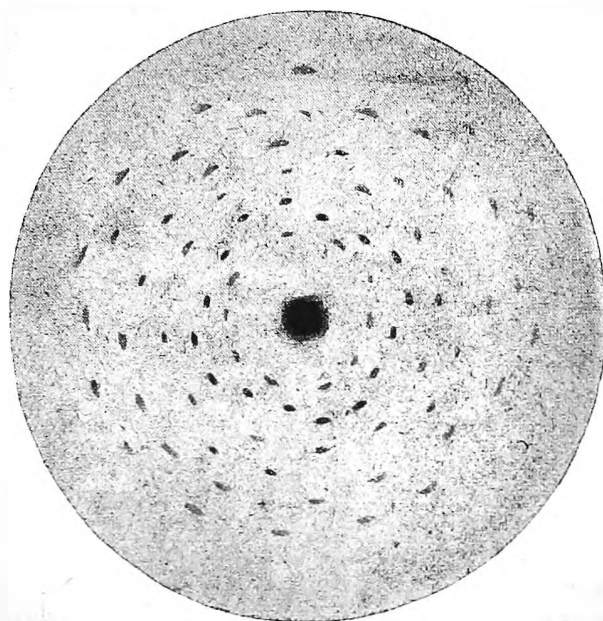


ставленных с боков кристалла. Но на этих пластинках следы пятен получены только в случае алмаза.

Debye теоретически исследовал влияние тепловых движений молекул на явления интерференции и пришел к выводу, что оно не может влиять на резкость максимумов интенсивности лучей, но должно оказывать сильное влияние на величину последней при коротких длинах волн. В виду этого волны с длиной $\lambda < 10^{-9}$ см. не могут давать сколько-нибудь ярких максимумов. Рассеянные лучи, согласно этой теории, должны состоять из правильно рассеянных лучей вдоль интерференционных максимумов и диффузных, относительное количество которых в осбенности велико в направлениях, составляющих большой угол с направлением первичных лучей, и это количество возрастает с температурой. Этим можно объяснить отсутствие интерференционных явлений в боковых направлениях.

Можно все эти явления рассматривать с иной точки зрения, как это сделал Bragg. Диффракционные явления, даваемые кристаллом, представляются в теории Bragg'a, как результат отражения лучей от некоторых плоскостей в кристалле. Положим, что пучок параллельных лучей падает на кристалл и возбуждает в молекулах испускание вторичных лучей. Все частицы, которые дают в каком-нибудь направлении рассеянные лучи с нулевой разностью хода, лежат в плоскости, к которой падающие и рассеянные лучи наклонены под равными углами. Действительно, параллельные лучи, правильно отражаясь от плоского зеркала, не получают разности хода. Таким образом можно свести рассмотрение диффракционных явлений к явлениям правильного отражения

Рис. 274.



от некоторых плоскостей, проведенных через вершины кубов пространственной решетки.

Интенсивность отраженных лучей должна, очевидно, зависеть от числа молекул в такой плоскости, от плотности заполнения последней. Поэтому из бесчисленного множества теоретически возможных отражающих плоскостей в кристалле только те отражают лучи в достаточном количестве, которые густо заполнены частицами. Такими плоскостями являются прежде всего плоскости спайности и плоскости, параллельные естественным граням кристалла.

Отражение происходит не от одной плоскости, а от очень большого числа параллельных плоскостей пространственной решетки. Если разность хода лучей, отраженных от двух соседних плоскостей, равна целому числу волн, то отраженные лучи будут взаимно усиливаться. Если это условие не соблюдено, то разность хода отраженных лучей будет принимать различные значения в промежутке от 0 до 2π , в результате чего отдельные составные части пучка будут взаимно уничтожаться.

Пусть расстояние между соседними плоскостями d , а угол падения лучей i . Мы имеем здесь случай, аналогичный явлению интерференции света в плоскопараллельных пластинках. Как известно, разность хода лучей в этом случае равна $2d \cos i$. Итак для того, чтобы лучи были в

одинаковых фазах, необходимо выполнение условия:

$$2d \cos i = n\lambda \dots \dots \dots (18)$$

При очень больших углах падения i естественные грани кристаллов отражают весьма значительное количество рентгеновых лучей. Это явление открыто Bragg'ом, который наблюдал правильное отражение от плоскостей спайности слюды настолько значительное, что время экспозиции можно было довести до нескольких минут (вместо многих часов в опытах Laue). Если бы лучи были монохроматичны, то отражение происходило бы лишь при известных углах падения i , определяемых условием (18); наблюдения же Bragg'a показали, что при всех углах падения происходит отражение по законам геометрической оптики. Количество отраженных лучей уменьшается при этом с уменьшением угла падения. Это говорит против гипотезы о монохроматичности лучей и указывает на существование непрерывного спектра, что вполне согласуется с обычным воззрением на рентгеновы лучи, как на электромагнитные импульсы неправильной формы.

Величина энергии отраженных лучей позволила Bragg'у воспользоваться ионизирующим действием рентгеновых лучей для устройства спектроскопа, в котором диффракционной решеткой служила естественная грань кристалла. Воспринимающей частью этого спектроскопа является ионизационная камера, наполненная сернистым газом. Изменяя угол падения лучей на кристалл, можно измерить изменение энергии отраженных лучей. Эта энергия вообще уменьшается при уменьшении угла падения, но для некоторых углов обнаруживаются резкие максимумы, указывающие на существование в спектре рентгеновых лучей линий, выделяющихся на фоне непрерывного спектра. Такие линии соответствуют, по видимому, характеристичным лучам антиматода. Длина волны этих лучей может быть определена по формуле (18), если известно d , т. е. число, характеризующее пространственную решетку, дающую диффракционный спектр. Этим способом Bragg установил наличие линейного спектра лучей, испускаемых платиновым антиматодом.

Как показал Bragg, интерференционная картина, полученная Laue, может быть объяснена и без гипотезы о монохроматичности лучей. Рассматривая каждую точку на фотографическом снимке, как место, на которое падают лучи после отражения от параллельных плоскостей, содержащих достаточно большое число молекул кристалла, можно объяснить существование всех точек. Если первичные лучи представляют из себя импульс неправильной формы, то, отражаясь последовательно от системы параллельных плоскостей, они дают ряд импульсов, следующих друг за другом через определенные промежутки времени. Таким образом отраженные лучи обладают уже известной периодичностью и длиной волны, которая определяется расстоянием d между соседними плоскостями и углом падения i .

Такая точка зрения является, очевидно, обобщением теории Laue. Кроме того она позволяет легче ориентироваться в вопросах о строении

кристалла, расположения в нем атомов и т. п. Укажем здесь на успешное применение метода отражения рентгеновых лучей от плоскостей, параллельных граням кристалла, для детального изучения структуры кристаллов *NaCl*, *KCl*, *KBr*, *KJ* и алмаза, которое произвели W. H. Bragg и W. L. Bragg.

Наблюдения над отражением рентгеновых лучей от плоскостей спайности кристаллов производили также Barkla, Нурка и Steinhaus, M. de Broglie, Глаголев и Зубарев. Последние получили очень подробные рентгенограммы при отражении лучей от плоскостей спайности слюды, *Sb*, *Cu*, шпирита.

Некоторые диффракционные явления наблюдаются и при прохождении лучей через аморфные тела. Так Friedrich нашел, что белый воск дает диффракционные кольца вокруг центрального пятна. Это явление отвечает тем кольцам, которые можно наблюдать, если смотреть на источник света через пластинку, посыпанную ликоподием. Из размера колец можно судить об относительной величине длины волны и размеров частиц, в данном случае молекул тел, входящих в состав воска. Отношение диаметров частиц к длине волны λ оказывается равным от 10 до 100, что не противоречит вышеприведенным числам Laue.

Явление это весьма сильно зависит от жесткости трубки и механических воздействий на тело, напр. от одностороннего давления, при котором кольца исчезают в местах, находящихся на линии, перпендикулярной к направлению давления.

§ 16. Спектроскопия рентгеновых лучей. В предыдущем параграфе указано, каким образом W. H. Bragg установил существование линейного спектра лучей, испускаемых антикатодом из платины. Главная линия в спектре принадлежит лучам с длиной волны $\lambda = 1,1 \cdot 10^{-8}$ см. Кроме того были определены длины волн для линий в спектре лучей от антикатодов из никкеля — $\lambda = 1,66 \cdot 10^{-8}$, вольфрама — $1,25 \cdot 10^{-8}$, родия — $0,607 \cdot 10^{-8}$ и более слабая линия $\lambda = 0,553 \cdot 10^{-8}$.

Подобным же методом пользовались Moseley и Darwin, изучившие весьма подробно спектр лучей от платинового антикатада. Эти лучи дают наряду с непрерывным спектром еще пять линий, соответствующих длинам волн 1,642; 1,397; 1,375; 1,194 и $1,157 \cdot 10^{-8}$ см.

Для подробного изучения спектров рентгеновых лучей почти одновременно были построены спектрографы Moseley в Англии, de Broglie во Франции и Herweg'ом в Германии. Moseley исследовал спектры, даваемые антикатадами из *Ca*, *Ti*, *V*, *Cr*, *Mn*, *Fe*, *Co*, *Ni*, *Cu*, *Zn*. Лучи падали на кристалл железосинеродистого калия под большим углом и отражались на фотографическую пластинку. При таких положениях кристалла, когда происходит отражение однородных лучей, на пластинке получается линия, соответствующая металлу антикатада. Для каждого из перечисленных металлов была установлена наличие двух линий с мало отличающимися длинами волн. При возрастании атомного веса происходит уменьшение λ . Так, напр., для *Ca* получены $\lambda = 3,357$ и $3,085 \cdot 10^{-8}$ см., для *Cu* — 1,548 и $1,403 \cdot 10^{-8}$ см. и т. п.

M. de Broglie, медленно вращая кристалл, получал на пластинке после двухчасовой экспозиции спектр, содержащий большое число линий и полос.

Подобным же образом Herweg получил спектрограммы для платинового антикатада, дающие пять линий, согласно наблюдениям Mo-seley и Darwin'a.

Таким образом благодаря открытию Laue удалось разрешить задачу спектрального разложения рентгеновых лучей. Получение спектрограммы этих лучей оказалось почти столь же простым, как фотографирование ультрафиолетового спектра.

ЛИТЕРАТУРА.

§ 1.

W. C. Röntgen. Würzburg. Ber., p. 137, 1895; p. 11, 1896. Berl. Ber. p. 576, 1897. Wied. Ann. 64, p. 1, 1898.

R. Pohl. Die Physik der Röntgenstrahlen. Braunschweig, 1912.

§ 3.

H. Haga u. C. H. Wind. Wied. Ann. (4) 10 p. 305, 1903.

B. Walter u. R. Pohl. Wied. Ann. (4) 25 p. 715, 1908; 29 p. 331, 1909.

P. P. Hoch. Wied. Ann. (4) 38 p. 507, 1912.

A. Sommerfeld. Wied. Ann. (4) 38 p. 473, 2911.

§ 4.

G. Stokes. Proc. Cambr. Phil. Soc. 9 p. 215, 1896.

E. Wiechert. Phys. Okon. Ges. Königsberg 1896 p. 1.

J. J. Thomson. Phil. Mag. (5) 45 p. 172, 1897.

M. Abraham. Theorie der Elektrizität. II p. 110.

§ 5.

E. Dorn. Wied. Ann. 63 p. 160, 1897.

W. Wien. Wied. Ann. (4) 18 p. 991, 1905.

E. Carter. Wied. Ann. (4) 21 p. 955, 1906.

E. Anzerer. Wied. Ann. (4) 24 p. 370, 1907.

E. Rutherford a. Mc Clung. Phys. Zeitschr. 2 p. 53, 1900.

H. A. Bumsted. Phil. Mag. (6) 11 p. 292, 1906.

J. M. Adams. Proc. Amer. Acad. 42 p. 671, 1907.

W. Friedrich. Wied. Ann. (4) 39 p. 377, 1912.

A. Wehnelt u. W. Trenkle. Ber. d. phys. med. Soc. Erlangen 37 p. 312, 1905.

H. Dember. Verh. d. D. Phys. Ges. 13 p. 601, 1911; 15 p. 560, 1913.

W. Kaufmann. Verh. d. D. Phys. Ges. 18 p. 116, 1897.

G. W. C. Kaye. Proc. Cambr. Phil. Soc. 14 p. 236, 1908.

R. Whiddington. Proc. Roy. Soc. (A) 85, p. 99, 323, 1911.

C. G. Barkla. Phil. Trans. London 204 p. 467, 1905; Proc. Roy. Soc. Lond. (A) 77 p. 247, 1906.

E. Bassler. Wied. Ann. (4) 28 p. 808, 1909.

W. R. Ham. Phys. Rev. 30 p. 96, 1910.

L. Vegard. Proc. Roy. Soc. Lond. (A) 83 p. 379, 1910.

§ 7.

L. Benoit. C. R. 124 p. 146, 1897; 134 p. 225, 1902; Journ. d. Phys. (3) 10 p. 653, 1901.

Rutherford a. Mc Clung. Phil. Trans. Lond. 196 p. 35, 1901.

Rutherford. Phil. Mag. (5) 43 p. 241, 1897.

Crowther. Proc. Roy. Soc. (A) 82 p. 103, 1909.

Seitz. Phys. Zeitschr. 13 p. 476, 1912.

Owen. Proc. Roy. Soc. (A) 86 p. 370, 1913.

§ 8.

Townsend. Proc. Phil. Soc. Cambr. 10 p. 217, 1899.

Sagnac. Ann. de Chim. et de Phys. (7) 22 p. 493, 1901.

Barkla. Phil. Mag. (6) 7 p. 543, 812, 1906; Proc. Roy. Soc. (A) 77 p. 247, 1906; Phil. Trans. (A) 204 p. 467, 1905; Phil. Mag. (6) 15 p. 218, 1908; Jahrb. d. Rad. u. Electr. 5 p. 246, 1908.

Crowther. Phil. Mag. (6) 14 p. 653, 1907.

Beatty. Phil. Mag. (6) 14 p. 604, 1907.

Barkla a. Ayres. Phil. Mag. (6) 21 p. 270, 1911.

Crowther. Proc. Roy. Soc. (A) 86 p. 478, 1912; 85 p. 28, 1911.

Owen. Proc. Cambr. Ph. S. 16 p. 161, 1911.

D. L. Webster. Phil. Mag. (6) 25 p. 234, 1913.

Sadler u. Mesham. Phil. Mag. (6) 24 p. 138, 1912.

§ 9.

Barkla a. Sadler. Phil. Mag. (6) 14 p. 408, 1907.

Barkla. Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 8 p. 471, 1911.

Chapman. Phil. Mag. (6) 21 p. 446, 1911; Proc. Roy. Soc. (A) 86 p. 439, 1912; 88 p. 24, 1913.

Whiddington. Proc. Roy. Soc. Lond. (A) 85 p. 99, 1911.

Beatty. Proc. Roy. Soc. Lond. (A) 87 p. 511, 1912.

Barkla a. Nicol. Proc. Phys. Soc. Lond. 24 p. 9, 1911.

Barkla a. V. Collier. Phil. Mag. (6) 23 p. 987, 1912.

Owen. Proc. Roy. Soc. Lond. (A) 86 p. 426, 1912.

W. Kaufmann. Phys. Zeitschr. 14 p. 386, 1913.

§ 10.

E. Dorn. Arb. d. Naturf. Ges. Halle, 1900; Beibl. 24 p. 572, 1900.

A. Bestelmeyer. Wied. Ann. (4) 22 p. 429, 1907.

G. Holstmark. Wied. Ann. (4) 10 p. 522, 1903.

Angerer. Wied. Ann. (4) 21 p. 87, 1906.

Sadler. Phil. Mag. (6) 22 p. 447, 1911.

Whiddington. Proc. Roy. Soc. (A) 85 p. 99, 1911; 86 p. 37, 1912.

Beatty. Proc. Cambr. Soc. 15 p. 492, 1910.

§ 11.

Angerer. Loc. cit.

Perrin. Ann. Chim. et Phys. 11 p. 496, 1897.

E. Rutherford. Phil. Mag. 43 p. 241, 1897.

J. J. Thomson. Proc. Cambr. Phil. Soc. 10 p. 10, 1900.

Strutt. Proc. Roy. Soc. (A) 72 p. 209, 1903.

Mc Clung. Phil. Mag. (6) 8 p. 610, 1904.

Barkla. Proc. Cambr. Ph. Soc. 15 p. 257, 1909; Phil. Mag. (6) 20 p. 370, 1910.

Crowther. Proc. Roy. Soc. (A) 82 p. 103, 1908.

E. A. Owen. Proc. Roy. Soc. (A) 86 p. 429, 1912.

Bragg a. Porter. Proc. Roy. Soc. (A) 85 p. 349, 1911.

Beatty. Proc. Roy. Soc. (A) 85 p. 230, 1911.

Barkla a. Simons. Phil. Mag. (6) 23 p. 317, 1912.

Wilson. Proc. Roy. Soc. (A) 87 p. 277, 1912.

§ 12.

Nichols a. Merrit. Phys. Rev. 21 p. 247, 1905.

Dowel. Phys. Rev. 30 p. 474, 1910.

Rutherford a. Mc Clung. Loc. cit.

§ 13.

- Brunhes.* C. R. 130 p. 169, 1900.
Blondlot. C. R. 135 pp. 666, 721, 763, 1902.
Marx. Phys. Zeitschr. 6 p. 768, 1905; Verh. d. D. Phys. Ges. 7 p. 302, 1905; Wied. Ann. (4) 33 p. 1305, 1910; 35 p. 397, 1911.
Franck u. Pohl. Wied. Ann. (4) 34 p. 936, 1911; Verh. d. D. Phys. Ges. 10 p. 489, 1908.

§ 14.

- Laue.* Sitzber. d. Bayer. Akad. 1912 pp. 303, 363; Wied. Ann. (4) 41 p. 971, 989; 42 p. 397, 1913.
Friedrich u. Knipping. Ber. d. Bayer. Akad. 1912 p. 311.

§ 15.

- Bragg.* Nature 90 pp. 219, 410, 1913; Cambr. Proc. 17 p. 43, 1913; Proc. Roy. Soc. London (A) 88 p. 428; 89 p. 246, 1913.
B. Бурсуан. Ж. Р. Ф.-Х. О. (2) 45 p. 216, 1913.
Debye. Verh. d. D. Phys. Ges. 15 pp. 673, 738, 857, 1913.
Barkla a. Martin. Nature 90 p. 430, 1913.
Hupka u. Steinhaus. Verh. d. D. Phys. Ges. 15 p. 162, 1913.
M. de Broglie. C. R. 156 pp. 1011, 1153, 1913.
Глаголев и Зубарев. Ж. Р. Ф.-Х. О. 45 p. 143, 1913.
Friedrich. Phys. Zeitschr. 14 p. 317, 1913.

§ 16.

- Moseley a. Darwin.* Phil. Mag. (6) 26 p. 210, 1913.
Moseley. Phil. Mag. (6) 26 p. 1024, 1913.
de Broglie. Journ. de phys. 4 p. 101, 1914.
Herweg. Verh. d. D. Phys. Ges. 15 p. 555, 1913; 16 p. 73, 1914.

ГЛАВА ЧЕТЫРНАДЦАТАЯ.

Вольтова дуга и искра.*)

§ 1. **Вольтова дуга.** Если два угольных стержня, соединенные с батареей достаточно большой электродвижущей силы или другим источником тока, привести в соприкосновение и затем раздвинуть, то наблюдается особая форма электрического разряда в газах, называемая вольтовой дугой. Дуга испускает ослепительный белый свет, который исходит преимущественно из концов раскаленных электродов, имеющих весьма высокую температуру, которая поддерживается самим разрядом. Значительно меньше света испускает столб раскаленных газов между электродами, хотя температура его также очень высокая. Газ или вернее раскаленные пары, образующиеся при испарении накаленных электродов в вольтовой дуге, обладают значительной электропроводностью, т. е. сильно ионизированы. Состояние электродов и газового столба весьма удобно можно наблюдать, получая на экране увеличенное изображение дуги.

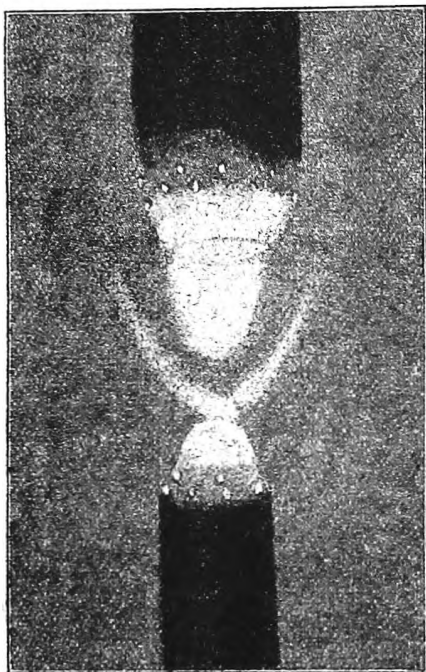
Одним из первых, открывших и исследовавших это явление, является русский ученый В. Петров, который производил опыты с боль-

*) Эту главу составил проф. Д. А. Рожанский. О. Х.

шой батареей элементов в 1802 и описал их в книге, изданной в 1803 году. Примерно к этому же времени относятся первые опыты Дауи в Англии, которые были опубликованы лишь в 1821 году. С тех пор изучению дуги были посвящены многочисленные исследования, которые однако лишь в XX столетии, под влиянием новых открытий в области разряда электричества через газы и новых воззрений, дали удовлетворительное объяснение механизма дуги и приподняли завесу над этим загадочным явлением, нашедшим себе самое широкое применение в технике и повседневной жизни.

В угольной вольтовой дуге анод и катод резко отличаются по внешнему виду. Если проектировать изображение дуги на экран, то легко наблюдать картину, схематически представленную на рис. 275. Анод представляет из себя более или менее неправильной формы усеченный конус, верхушка которого имеет углубление, кратер, с накаленной

Рис. 275.



добела поверхностью, в то время как катод заострен и имеет на поверхности сравнительно небольшой величины белое пятно, довольно легко меняющее свое положение. Последнее, как мы увидим дальше, можно рассматривать, как основание столба газа, проводящего ток, и необходимое условие существования дуги. Газовый промежуток, собственно дуга, состоит из внутреннего голубоватого столба, соединяющего накаленные поверхности электродов и проводящего ток, и окружающего его зеленоватого пламени, ореола, в котором происходят различные химические процессы при соприкосновении накаленных паров, выделяемых электродами, с атмосферным воздухом.

Температура поверхности электродов может быть измерена лишь при помощи оптических пирометров. Та часть поверхности, которая накалена добела, имеет почти одинаковую температуру во всех точках. При возрастании тока она почти не изменяется, но зато увеличивается величина накаленной поверхности. Наибольшая температура положительного электрода заключена в пределах $3500-4000^{\circ}$, накаленная же часть катода имеет несколько меньшую температуру, около 3100° ; но все такого рода измерения, в виду значительных экспериментальных трудностей, не дают вполне надежных результатов. Температура газового промежутка не может быть измерена даже приблизительно, но лежит во всяком случае выше температуры плавления платины. При таких высоких температурах все известные элементы плавятся и переходят в парооб-

разное состояние. Постоянство температуры наклонной поверхности угольного кратера также может быть объяснено чрезвычайно быстрым испарением угля, при чем пары его, развиваясь на аноде, заполняют внутреннюю часть дуги и переносятся к катоду, где частью оседают, образуя наросты, нередко придающие катоду форму гриба. В виду разницы температурных условий сгорание электродов происходит с неодинаковой скоростью. Положительный угол обгорает раза в два скорее отрицательного и поэтому обычно делается толще.

Наблюдения Ayrton'a, Granquist'a, Reich'a показали, что величина поверхности накаленной добела части кратера возрастает при возрастании силы тока по такому закону: если обозначим r радиус поверхности (круга), а i — силу тока, то $r = m + ni$. По такому же закону, приблизительно, происходит и возрастание площади накаленного основания дуги на катоде. Значения коэффициентов m и n различны для анода и катода, зависят от длины дуги и других условий.

Вольтова дуга может возникать и между металлическими, и неметаллическими электродами, напр., двумя штифтами лампы Нернста, предварительно нагретыми до такой температуры, когда они начинают проводить ток. Одним из электродов (анодом) может служить даже жидкость, напр., серная кислота. В этих случаях накаленный кратер может совершенно отсутствовать, в то время как катод всегда должен быть нагрет до высокой температуры.

Дуга между металлическими электродами горит весьма беспокойно. Горение ее легче происходит при образовании на поверхности металлов тугоплавких окислов; поэтому в воздухе дугу между медными или железными электродами получить сравнительно легко, в то время как в атмосфере водорода она почти не возникает. Но образование дуги совершенно не связано с химическими процессами на электродах или в прилегающем к ним газе. Так, например, угольная дуга при свободном доступе воздуха является местом весьма сложных процессов окисления и восстановления, в которых участвуют пары угля и различные газы, входящие в состав воздуха, но вполне возможно горение дуги и в замкнутом пространстве, без доступа воздуха. В последнем случае угли обгорают значительно медленнее, обстоятельство, которое утилизируется в закрытых дуговых лампах, горящих несколько сот часов без замены углей. Форма концов электродов в этом случае отличается от обычной, поверхность их почти плоская. Точно также возможно образование дуги в присутствии одних лишь паров, даваемых электродами. Наиболее важным случаем этого рода является ртутная дуга.

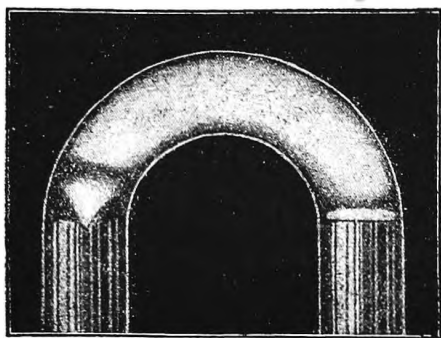
§ 2. Ртутная дуга. Дуга между ртутными электродами в вакууме подробно изучена впервые Агонс'ом. Она оказалась весьма удобной и для исследования механизма дугового разряда, а также и для технических целей после того, как Hewit выработал (1902) удобный для этого назначения тип ртутной дуговой лампы.

Ртутная дуга дает весьма яркий свет, источником которого является главным образом столб ртутных паров между электродами. Вследствие

этого ртутная дуга дает спектр, составленный из отдельных линий, в особенности многочисленных в ультрафиолетовой части. Это свойство делает ртутную дугу весьма ценным по своей интенсивности источником монохроматического света. Но вместе с тем ее свет, лишенный красных лучей, слишком сильно отличается от дневного, что представляет неудобство для целей освещения. При свете ртутной дуги все предметы, в особенности, красные, совершенно изменяют свою окраску.

Ртутная дуга образуется между ртутными электродами в сильно эвакуированном стеклянном сосуде, которому придают различные формы.

Рис. 276.



Удаление посторонних газов способствует спокойному горению ее, поэтому запаивание трубки после откачивания производится лишь после того, когда дуга горела в течение некоторого времени, находясь в сообщении с ртутным насосом. Для зажигания здесь также обычно пользуются способом непосредственного соприкосновения электродов. Для этого ламу, имеющую, напр., форму, изображенную на рис. 276, наклоняют так, чтобы ртуть переливалась из одного колена в другое. Струя

ртути устанавливает металлический контакт между электродами, и при разрывании ее в месте разрыва образуется дуга.

Внешний вид дугового разряда представлен на рис. 276. На катоде образуется конической формы сияние, вершина которого опирается на участок поверхности ртути, накаленный добела и являющийся основанием дуги. Вслед за несколько более темным промежутком следует светящийся столб ртутных паров, который отделен со стороны анода от ртутной поверхности вторым темным промежутком. Анод весь покрыт сиянием. Основание дуги на катоде не остается неподвижным, а быстро перемещается по поверхности ртути, которая сильно испаряется под действием выделяющегося тепла. Это испарение сильно повышает упругость паров, которые нагревают стенки трубки и своим давлением могут разрушить ее. Поэтому необходимо озаботиться, чтобы происходила достаточно быстрая конденсация паров, напр., присоединить к трубке холодильный аппарат, в котором и происходит сгущение ртутных паров.

В настоящее время изготавливаются ртутные лампы из кварцевого стекла (плавленый аморфный кварц), которое выдерживает лучше высокую температуру и давление. Такая лампа, изготавливаемая фирмой Heгаeus, представлена на рис. 277. Металлические медные пластинки, расходящиеся веерообразно и облекающие концы ртутной лампы, служат хорошими охладителями электродов вследствие своей большой поверхности. Размеры этих охладителей подбираются таким образом, чтобы ртуть не перегонялась из одного колена в другое. Кварцевые лампы из

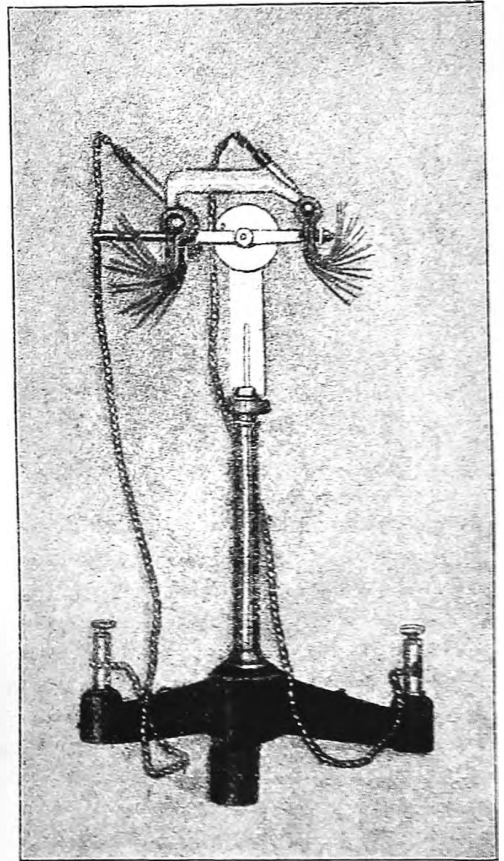
более толстых кварцевых трубок могут служить и при таких сильных токах, когда давление в лампе значительно превышает атмосферное. Такие ртутные лампы высокого давления являются весьма сильным источником ультрафиолетовых лучей, свободно пропускаемых кварцевым стеклом. Лучеиспускательную способность этих ламп весьма подробно исследовали Күш и Речинский.

§ 3. Напряжение и сила тока в дуге. Вольтова дуга принадлежит к числу проводников, для которых закон Ома уже не имеет места. Зависимость напряжения на электродах от силы тока, как и в других случаях разряда через газ, оказывается более сложной. Для угольной дуги она выяснена исследованиям г-жи Ayrton. Характерным в этом отношении свойством дуги является то, что напряжение уменьшается при возрастании силы тока и стремится к некоторому предельному значению. Этот закон может быть представлен формулой

$$e = \frac{a}{i} + b, \dots (1)$$

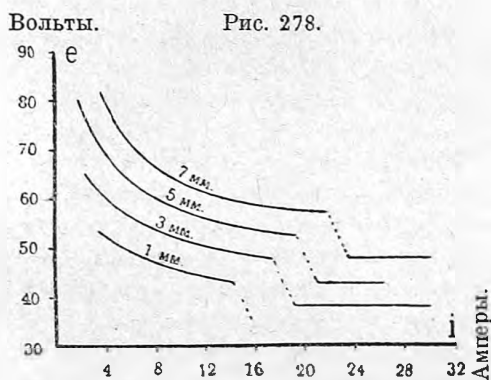
где e — разность потенциалов на электродах, i — сила тока, a и b — две постоянные, зависящие от прочих условий, в которых происходит горение дуги. Если представить эту зависимость графически, пользуясь прямоугольными координатами, то получим равностороннюю гиперболу, имеющую асимптотами ось ординат и прямую $e = a$, параллельную оси абсцисс. Такая кривая, выражающая зависимость между напряжением и силой тока в дуге, называется ее характеристической кривой. Эти кривые, полученные Ayrton для угольной дуги при разных расстояниях между электродами, представлены на рис. 278. Каждая из них состоит из двух частей, соответствующих двум различным формам дугового разряда. Первая устойчивая при меньших силах тока, представляет из себя спокойно горящую дугу; напряжение ее изменяется по закону, выражаемому уравнением (1). При возрастании силы тока она внезапно переходит в новый вид разряда, шипящую дугу. При дальнейшем возрастании силы тока напряжение остается постоянным.

Рис. 277.



Шипение дуги начинается тогда, когда накаленная добела часть кратера увеличивается настолько, что, заполнив все углубление, переходит на края. Это явление тесно связано с окислением накаленной поверхности, которая на краях кратера уже не защищена от доступа кислорода воздуха угольными парами в такой мере, как внутренняя область кратера. Как показала Ayrton, шипящая дуга образуется только в присутствии кислорода. На границе или в переходной области между этими формами разряда дуга очень беспокойна и находится все время в быстром движении.

При спокойной дуге постоянные a и b в уравнении (1) зависят, как



видно уже из кривых на рис. 278, от длины дуги. Эта зависимость очень простая и может быть представлена линейными выражениями $a = a + \beta l$ и $b = \gamma + \delta l$, где l — длина дуги, вернее расстояние между крайними точками электродов, а величины a , β , γ , δ — постоянные величины при определенных условиях, как толщина и качество углей, атмосфера, в которой происходит горение и т. п.

Такие же зависимости наблюдаются и в случае металлических электродов, как показали опыты различных исследователей, из которых укажем лишь на исследования Guye и Zebrikoff. Уравнение (1) справедливо и для очень малых сил тока (меньше 1 ампера), как показали Simon и Malcolm.

В закрытых дуговых лампах, напр. в ртутной, давление паров непостоянно. При возрастании тока сильно возрастает испарение электродов, и вследствие большей упругости газа начинает расти напряжение на электродах.

Распределение потенциала в вольтовой дуге представляет следующие особенности. У обоих электродов потенциал делает довольно значительный скачок. Падение потенциала происходит в весьма тонком слое газа у самой поверхности электродов, где электрическое поле вследствие этого весьма велико.

Эти скачки потенциала обычно называются катодным и анодным падением (Kathoden- и Anodenfall). Их величина определяется при помощи зондов, помещаемых на возможно малом расстоянии от электрода и принимающих потенциал соответствующей точки дуги. На всем остальном протяжении дуги электрическая сила остается неизменной. Так как в виду конечных размеров зонда нельзя поместить его непосредственно у поверхности электрода, то измерение катодного и анодного падения удобнее производить экстраполированием из наблюдений разности потенциалов между электродами и зондом, помещаемым в разных расстояниях от их поверхности.

Существование сильного падения потенциала у электродов и постоянство электрического поля в столбе газа, указывает на скопление свободных зарядов, положительного у катода и отрицательного у анода, и равенство числа положительных и отрицательных ионов в остальных точках разряда. Таким образом распределение потенциала в дуге дает некоторые указания относительно состояния ионизации газа и, следовательно, процессов образования ионов.

При изменении длины дуги изменяется разность потенциалов между электродами на величину пропорциональную длине дуги, так как катодное и анодное падение мало изменяются при этом. Сумма последних, очевидно, дает ту наименьшую разность потенциалов, которая необходима для поддержания дуги и соответствует чрезвычайно малой длине дуги. Эта разность потенциалов иногда называется обратной электродвижущей силой дуги. Она обуславливается, главным образом, тепловым состоянием электродов и необходимостью поддерживать поверхность катода в накалинном состоянии. Согласно опытам Миткевича, искусственное подогревание электродов значительно уменьшает ту минимальную электродвижущую силу, которая необходима для поддержания дуги. В то время как в обычных условиях наименьшее напряжение на электродах составляет около 40 вольт, при накаливании электродов кислородным пламенем оно падает до 4—2 вольт.

Вопрос о существовании обратной электродвижущей силы в дуге служил предметом ряда исследований Blondel'я, Duddel'я, Миткевича и др. Однако, термин этот получал различные определения, которые не всегда совпадали с вышеуказанным. В опытах Blondel'я определялась та электродвижущая сила, которая сохраняется в дуге после размыкания тока и не зависит, стало быть, от падения потенциала, обуславливаемого прохождением тока через газы. Blondel нашел, что спустя 0,002 секунды электродвижущая сила дуги составляет не более 0,16 вольта. Эти измерения производились при помощи быстро вращающегося коммутатора. По мнению Миткевича, Stark'a, Duddel'я, такая электродвижущая сила может являться следствием различной температуры электродов и должна быстро уменьшаться при охлаждении их. По наблюдениям Миткевича, накаленный и холодный электрод дают измеримую электродвижущую силу, которая быстро уменьшается до нуля при охлаждении нагретого электрода. Duddel рассматривал разность потенциалов на электродах, как состоящую из двух частей: одной, которая обуславливается сопротивлением дуги и изменяется пропорционально силе тока, и другой независимой от тока, которая, по мнению Duddel'я, должна быть названа обратной электродвижущей силой дуги. Определения этих величин должны производиться таким образом, чтобы температурные условия в дуге, напр., температура электродов, не изменялись при этих измерениях. Это достигалось применением слабого переменного тока весьма большой частоты (100,000 перемен в секунду), который накладывался на постоянный ток в дуге. Вследствие значительной тепловой инерции электродов их температура не может

следовать за колебаниями тока, и изменения напряжения при этих частотах оказываются пропорциональными изменениям силы тока и отношение их дает величину сопротивлению дуги. Разность же между падением потенциала, вызванным сопротивлением дуги, и напряжением на электродах есть, по определению Duddel'я, искомая обратная электродвижущая сила.

Катодное и анодное падение изменяется, вообще говоря, при изменении силы тока. Измерения г-жи Ayrton показали, что в угольной дуге величина анодного падения

$$A = 31,28 + \frac{q + 3,1l}{i},$$

где A — величина анодного падения, i — сила тока, q — сечение дуги и l — ее длина. Катодное падение K равняется

$$K = 7,6 + \frac{13,6}{i}.$$

По наблюдениям Stark'a, Речинского и Шапошникова, катодное падение не зависит от силы тока и остается приблизительно равным 5,3 вольта. Анодное же падение зависит весьма сильно от температуры анода.

Электрическая сила в самой дуге при атмосферном давлении по наблюдениям тех же авторов зависит и от вещества электродов и от газа, в котором происходит горение дуги. В углекислоте при угольных электродах она равна 100 вольт на 1 см., а в водороде 266. При медных электродах она достигает значительно больших значений в водороде, а именно равна 373 вольт, и значительно меньше в углекислоте (60 вольт на см.). В ртутной дуге в вакууме электрическая сила не велика. Агонс нашел величины от 0,36 до 2,4 вольта на см. При возрастании тока и упругости пара эти величины сильно возрастают.

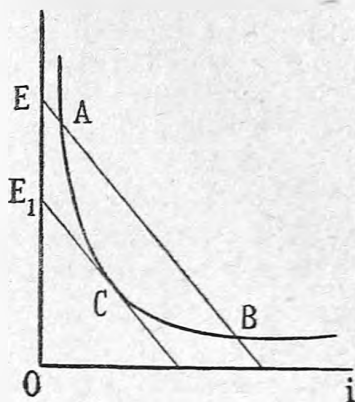
Внешняя электродвижущая сила, достаточная для поддержания дугового разряда, не определяет еще вполне силы тока, протекающего через дугу, так как обычно напряжение на электродах уменьшается с возрастанием силы тока. Легко видеть, что в этом случае ток должен все время возрастать, т. е. разряд неустойчив для какой угодно силы тока. В самом деле, если для какой-нибудь силы тока приложенная извне электродвижущая сила E равняется напряжению на электродах e , то, при малейшем приращении силы тока i , будем иметь $E > e$, что поведет за собой дальнейшее возрастание i . Для устойчивости разряда необходимо ввести в цепь сопротивление R . В этом случае мы получаем систему, находящуюся в устойчивом равновесии при определенной силе тока. Так как $E = e + Ri$, то возрастания тока происходить не будет, если при этом

$$-\frac{de}{di} < R \dots \dots \dots (2)$$

Это условие, необходимое для устойчивости разряда в цепи, содержащей, кроме внешней электродвижущей силы, еще сопротивление R и дугу,

может быть представлено графически следующим образом. Пусть кривая ACB (рис. 279) изображает зависимость напряжения e от силы тока i , а отрезок OE — величину внешней электродвижущей силы E . Прямая, пересекающая кривую в точках A и B , проводится так, что ее ординаты равны $E - Ri$. Тогда в точках пересечения $e = E - Ri$, но устойчивое состояние в цепи соответствует лишь точке B , для которой удовлетворено условие (2). Прямая, параллельная первой, но имеющая одну общую точку касания с кривой, отсекает на оси ординат отрезок OE_1 , определяющий величину наименьшей электродвижущей силы E_1 , при которой для данной величины сопротивления R еще может существовать разряд. При меньших электродвижущих силах можно получить дугу, лишь уменьшая величину сопротивления R .

Рис. 279.



§ 4. Испускание электронов накаленными телами. Ионизация газа, находящегося в соприкосновении с накаленными поверхностями твердых проводников представляет из себя сложное явление, зависящее от природы газа, давления, содержания в твердом теле абсорбированного газа, температуры и других факторов. Значительно проще однако протекает явление в вакууме, как показали Elster и Geitel. После продолжительного прокалывания тщательно очищенной платиновой проволоки в пустоте отдача положительного электричества значительно уменьшается. В то же время число отрицательных ионов, образуемых накаленной проволокой, оказывается независящим от времени, в течение которого проволока остается в накаленном состоянии. Определяя ток насыщения между накаленным электродом, имеющим отрицательный потенциал, т. е. катодом, и холодным анодом, можно определить число ионов, отдаваемых первым при высокой температуре. Эта величина есть определенная функция температуры, которую Richardson получил, пользуясь термодинамическими соображениями и данными кинетической теории газов, и подтвердил на опыте. Если обозначим абсолютную температуру буквой T , а ток насыщения J , то результаты его работы могут быть представлены следующей зависимостью между этими величинами:

$$J = aT^{\frac{1}{3}} e^{-\frac{b}{T}}, \dots \dots \dots (3)$$

где e — основание натуральных логарифмов, a и b — величины постоянные.

Сила тока быстро возрастает с температурой, как показывает формула Richardson'a. При температуре плавления платины, т. е. около 2000° , ток насыщения вследствие излучения электронов должен, согласно опытам Richardson'a, достигать $\frac{1}{10}$ ампера на квадратный сантиметр поверхности накаленной платины.

Весьма тщательную проверку формулы (3) произвел Wilson. Число электронов, испускаемых накаленной проволокой, зависит от состояния ее поверхности, обработки, которой подвергалась проволока, и природы газа, в котором она находится. Небольшие количества водорода, поглощаемые платиной, оказывают сильное влияние на это явление.

Wehnelt нашел, что накаленные окислы щелочно-земельных металлов обладают также способностью испускать в больших количествах электроны. В трубке с разреженным газом катодное падение потенциала принимает весьма малые значения, близкие к нулю, если катодом служит накаленная платина, покрытая слоем окисла. Это обстоятельство является следствием обильного испускания электронов окислами при высоких температурах, при чем число их возрастает с температурой также согласно формуле (3). В главе XII уже упоминалось это свойство, дающее весьма удобный способ получения мягких, т. е. обладающих малою скоростью, катодных лучей. Весьма распространенная форма трубок Wehnelt'a показана на рис. 250 (гл. XII, стр. 742).

Явление, о котором идет речь, наблюдается в проводниках, как первого, так и второго рода. Для получения его могут быть применены и угольная нить и накаленный штифт лампы Нернста. Во всех этих случаях зависимость от температуры сохраняет ту же форму, изменяется лишь величина постоянных a и b . В виду этого способность накаленных проводников испускать электроны необходимо признать общим свойством этих тел. Согласно теории Thomson'a, механизм этого явления находит себе простое объяснение с электронной точки зрения. Испускание электронов является следствием подвижного равновесия между „атмосферой электронов“ у поверхности металла и содержанием их в самом металле. Эта точка зрения, встретившая возражения, по мнению Richardson'a, является единственно возможной, как показали его новейшие исследования над распределением скоростей вылетающих электронов и определением их кинетической энергии в опытах с накаленной вольфрамовой проволокой. Теория приводит к следующей зависимости числа электронов N' , испускаемых накаленной поверхностью, от температуры T :

$$N' = \frac{\alpha}{\sqrt{6\pi}} \left(\frac{T}{m}\right)^{\frac{1}{2}} Ne^{-\frac{W}{\beta T}} \dots \dots \dots (4)$$

Здесь α и β постоянные, одинаковые для всех газов, m — масса электрона, N — число их в единице объема проводника, а W — работа, затрачиваемая при переходе электрона из металла в окружающее его пространство. Сравнивая эту формулу с формулой (3) Richardson'a, можно определить из опытов величины N и W .

Прохождение электричества через газ у поверхности накаленного проводника есть явление униполярное, так как число положительных ионов, которые образуются у такой поверхности, невелико. На этом основано применение накаленных электродов в качестве выпрямителей переменного тока

§ 5. Механизм вольтовой дуги. Для существования дугового разряда необходима высокая температура катода. Значение этого фактора ясно указывается следующими опытами:

1) Если создать дугу между двумя углями и сбоку вблизи одного из них поместить холодный угольный электрод, то при раздвигании углей дуга между ними потухает, как только электродвижущая сила в цепи окажется недостаточной для поддержания разряда; но между соседними накалившимся и холодным углем при этом может возникнуть более короткая дуга, если холодный электрод соединен с положительным полюсом источника тока, питавшего дугу, т. е. является анодом. Такое явление никогда не наблюдается, если холодный электрод является катодом.

2) Если раздвинуть угли настолько, что дуга потухает, и тотчас сблизить их, не доводя до соприкосновения, то дуга может вновь образоваться, если электроды не успели охладиться. При этом анод может быть заменен другим холодным электродом, но катод непременно должен сохранить еще высокую температуру. Благодаря этому же свойству при переменном токе угольная дуга зажигается вновь при каждой перемене направления тока, так как угли вследствие малой теплопроводности их не успевают охладиться за короткое время потухания дуги.

3) Наконец, возможно получить дугу между металлическим или угольным катодом и водным раствором какого-нибудь электролита в качестве анода, но невозможно образование дуги, если пользоваться электролитом, как катодом. Поэтому в прерывателе Венельта, где необходимо помешать образованию дуги при размыкании тока, необходимо, чтобы платиновая проволока имела положительный знак.

Все эти факты указывают, что для существования дуги необходимым условием является накалившийся катод, который, как мы видели, является обильным источником электронов. При самостоятельном разряде, каким является дуга, самый механизм его должен обеспечивать наличие этого условия. Разряд должен поддерживать высокую температуру катода. Это достигается при существовании катодного падения потенциала, благодаря которому положительные ионы приобретают значительную скорость и, ударяясь о его поверхность, отдают свою энергию и поддерживают высокую температуру.

Такой взгляд на сущность дугового разряда был высказан почти одновременно (1903) в сочинении J. J. Thomson'a и в работах Stark'a и Миткевича. Последний весьма остроумным способом показал кроме того, что отрицательными ионами в дуге являются электроны и что они суть главные носители электрического тока. Сущность метода, примененного Миткевичем, состоит в определении механического действия потока электронов, производимого на поверхность анода. Если N число электронов, вылетающих из поверхности катода в 1 секунду, а e — заряд электрона, то, пренебрегая переносом зарядов при помощи медленно движущихся положительных ионов, можно силу тока в дуге принять равной $i = Ne$. Если v скорость электрона, пробегающего разность потенциалов V между электродами, то, принимая, что работа электрических

сил переходит целиком в кинетическую энергию электронов, находим

$$Vi = \frac{1}{2} Nmv^2, \dots \dots \dots (5)$$

где m — масса электрона. Давление, которое производит этот поток электронов на поверхность анода, равняется потере количества движения их, т. е. Nmv . Таким образом механическое действие представится силой $f = Nmv$. Находя отсюда скорость и подставляя полученное выражение в ур. (5), получим

$$\frac{e}{m} = \frac{2Vi^2}{f^2} \dots \dots \dots (6)$$

Эти соотношения дают возможность определить отношение заряда к массе, а затем и скорость носителей отрицательного электричества.

По наблюдениям Миткевича, при дуге между ртутным анодом и углем, как катодом, на поверхности ртути у основания дуги замечается углубление, величина которого дает возможность определить величину давления, вызывающего это явление. Для определения этой силы применялся весьма простой по идее метод, состоявший в том, что на поверхность ртути производилось давление струей воздуха, вытекавшей из конца капилляра и вызывавшей углубление, по форме и размерам по возможности одинаковое с тем, которое наблюдалось при вольтовой дуге. Самое давление измерялось взвешиванием на весах. Полученные величины отношения $\frac{e}{m}$ и скорости v оказались в разных опытах весьма близкими между собой, как показывает следующая таблица:

i	v	$\frac{e}{m}$
9 ампер	$1,9 \cdot 10^8$	$0,6 \cdot 10^7$
20 "	$2,3 \cdot 10^8$	$0,6 \cdot 10^7$
30 "	$2,0 \cdot 10^8$	$0,4 \cdot 10^7$

Эти результаты подтверждают, что отрицательные ионы имеют массу, близкую к массе электронов. Подобные же опыты с угольной дугой, в которой давление на поверхность анода измерялось при помощи чувствительного манометра, соединенного с каналом в положительном угле, дали результаты того же порядка, а именно, для $\frac{e}{m}$ величины в пределах от 0,8 до $1,56 \cdot 10^7$. Таким образом эти опыты показали, что главную роль в дуговом разряде играют электроны, испускаемые накаленным катодом.

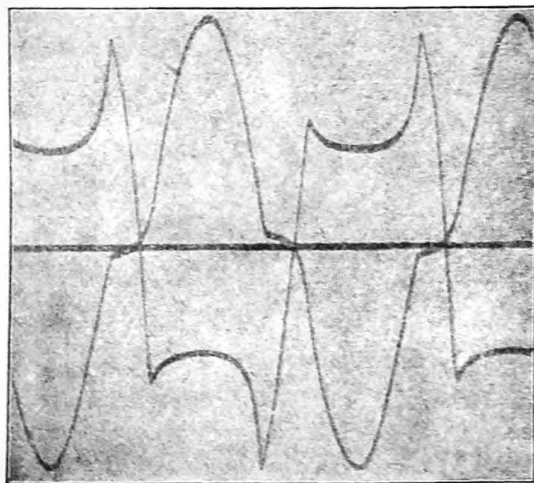
Если роль катода и электронов таким образом представляется в настоящее время выясненной, то явления в газе между электродами и у анода являются еще недостаточно изученными. Происходит ли в газе ионизация быстро движущимися электронами, и являются ли положительные ионы, которые должны образовываться у анода, результатом столкновений молекул пара с электронами, и какую роль играет при этом высокая температура, — на эти вопросы ответов мы еще не имеем.

§ 6. Дуга при переменном токе. При переменном токе вольтова дуга должна вновь зажигаться всякий раз, когда внешняя электродвижущая сила меняет направление. В случае угольных электродов это облегчается тем, что сильно раскаленный положительный кратер при каждой перемене тока делается катодом, не успев охладиться. Металлические электроды, обладающие значительно лучшей теплопроводностью, охлаждаются настолько быстро, что обыкновенный технический переменный ток не может поддерживать горение дуги, если напряжение его не настолько велико, чтобы при каждой перемене тока могло происходить вновь образование дугового разряда при холодном катоде. Если одним электродом является угольный стержень, а другим металлический, то ток в дуге существует практически лишь в те промежутки, когда уголь служит катодом. Такая несимметричная дуга пропускает, следовательно, ток только в одном направлении.

Характер периодических изменений силы тока и напряжения на электродах вольтовой дуги изучил при помощи своего осциллографа Duddel, а впоследствии весьма подробно Simon и его ученики. Эти опыты показали, что нет однозначной зависимости между величиной напряжения и силой тока.

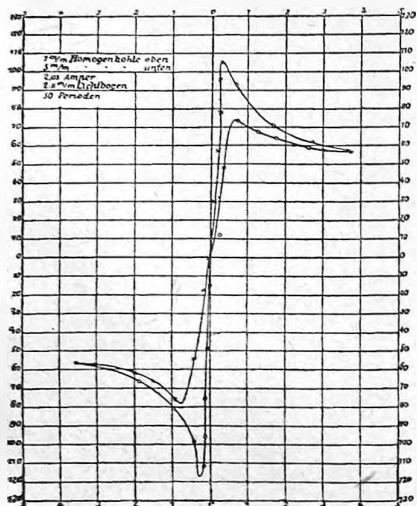
Напряжение зависит не только от силы тока в данный момент, но и от предыдущей истории дуги. Когда ток возрастает, то напряжение для данной силы тока вообще больше, чем при убывании тока. Это может быть объяснено тем, что в первом случае катод накален меньше, чем при постоянном токе той же силы; во втором же, наоборот, вследствие медленного охлаждения, разряд происходит при более высоких температурах и большей накаленной поверхности катода, сохранившихся от предыдущих моментов. Такое поведение дуги хорошо иллюстрируется осциллографическими снимками кривых напряжения и силы тока, изображающих их изменение во времени (рис. 280). Кривая с зубцам представляет изменение напряжения. Всякий раз, когда сила тока начинает возрастать, напряжение вначале быстро растет до некоторого максимума, после которого начинается обычное для дугового разряда уменьшение его при дальнейшем возрастании тока. Это падение напряжения облегчает разряд, и кривая тока довольно круто подымается кверху, как показывает вторая кривая, полученная одновременно на той же осциллограмме (рис. 280).

Рис. 280.



При уменьшении тока, наоборот, возрастание напряжения менее резко выражено, и второй максимум значительно ниже. Эти отношения еще нагляднее представляются графически, если на оси ординат откладывать величину напряжения, а на оси абсцисс соответственные силы тока.

Рис. 281.



Точки, определяемые этими координатами, дают соотношение между одно-временными значениями тока и напряжения. Соединяющая их кривая (рис. 281), характеристика (динамическая) дуги переменного тока, ясно показывает, насколько отличаются величины напряжения при возрастании и убывании тока при той же силе его. Это явление, по аналогии с магнитными явлениями, принято называть гистерезисом дуги.

§ 7. Говорящая и поющая дуга.

Всякие внезапные изменения напряжения и силы тока в дуге изменяют объем паров между электродами и могут вызывать звуковые явления, напр. шипение, которое наблюдается при больших силах тока и сильном сгорании электродов и сопровождается неправильными колебаниями силы тока. Если сделать эти колебания периодическими, то может возникнуть более или менее чистый тон.

Это свойство дуги было использовано Simon'ом в 1897 году для устройства говорящей дуги, передающей музыкальные звуки и человеческую речь, если на постоянный ток, питающий дугу, накладываются соответственной частоты переменные токи, возбуждаемые при помощи микрофона, воспринимающего звуковые волны. Наиболее удобной схемой, по мнению Simon'a, является изображенная на рис. 282. Батарея или другой источник тока, питающего дугу, присоединяется к ней через сопротивления, состоящие из реостатов и катушек с железными сердечниками с большим коэффициентом самоиндукции (первичная обмотка небольшого трансформатора). Параллельно к этим сопротивлениям присоединяется микрофон, через который идет ток, ответвляющийся из основной цепи. Периодические колебания мембраны микрофона вызывают быстрые колебания тока, которые через конденсатор (5—10 микрофард) или непосредственно по цепи (конденсатор может быть опущен) достигают дуги и накладываются на постоянный ток, даваемый батареей. Рекомендуется пользоваться углями с фитилем, пропитанным солями, и напряжением не меньше 100 вольт. Сила тока берется в 10—20 ампер, а дуга по возможности длинная. При помощи подобной же схемы можно пользоваться дугой для восприятия звуков и передачи их в телефон.

Поющей дугой принято называть дугу, самостоятельно поддерживающую правильные периодические колебания тока в цепи. В этом случае

газовая оболочка дуги совершает правильные колебания и дает довольно чистый тон. Это явление открыл и впервые изучил Duddel. Схематически расположение опыта показано на рис. 283. Батарея E , в цепь которой введено сопротивление с самоиндукцией L_0 , питает дугу ac . Параллельно к дуге присоединяется достаточной величины емкость C и самоиндукция L ; вместе с дугой они образуют цепь, в которой могут возникать электрические колебания. Сопротивление этой цепи и всякие иные факторы, поглощающие энергию колебаний, представлены в нашей схеме введенным между точками cb сопротивлением W . Распространению колебаний в цепь батареи препятствует индукционное сопротивление L_0 .

Эта схема создает условия для возникновения колебаний, но энергия их, раз они возникли, должна переходить в джоулево тепло в сопротивлении W , и поэтому колебания будут затухать, если какая-нибудь внешняя причина не поддерживает их, возмещая расходуемую энергию. Единственным источником энергии является цепь постоянного тока с

Рис. 282.

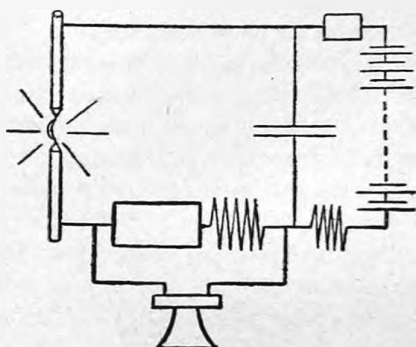
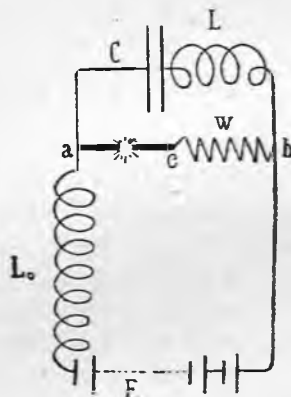


Рис. 283.



батареей E , и поэтому незатухающие колебания возможны лишь при условии, что энергия постоянного тока превращается непрерывно в энергию колебаний. Роль такого преобразователя энергии и исполняет вольтова дуга.

Для объяснения этого явления необходимо вспомнить, что вольтова дуга имеет спадающую характеристику, т. е. что напряжение на ее электродах падает при возрастании силы тока. Положим, что конденсатор C присоединен к точкам ab , и колебаний в цепи нет. Обкладки конденсатора зарядятся, очевидно, до разности потенциалов между a и b , т. е., если не считать падения напряжения в сопротивлении W , до разности потенциалов на электродах дуги постоянного тока, протекающего по главной цепи. Если сопротивление W очень мало, то это состояние, очевидно, неустойчиво. Стоит только напряжению на электродах немного понизиться, как конденсатор начинает разряжаться через ветвь ab , а сила тока в дуге возрастает. Ток в главной цепи вследствие большой само-

индукции L_0 практически остается неизменным, возрастание же тока в дуге сопровождается дальнейшим падением напряжения, вследствие чего возрастает и ток в колебательной цепи. Когда возрастание его прекращается, и ток достигает максимума, разряд продолжается вследствие присутствия самоиндукции L . Таким образом конденсатор C может разрядиться или даже перезарядиться, и тогда начинается обратный процесс заряжения его или разряда в обратном направлении. Это заряжение происходит на счет тока в главной цепи, который разветвляется в точках a и b , вследствие чего ток в дуге падает, напряжение на электродах возрастает, что способствует заряжению конденсатора до более высокого напряжения, чем то, которое имелось перед началом разряда. Так возникают колебания, амплитуда которых нарастает до известного предела. Вместе с возрастанием амплитуды увеличиваются потери энергии в сопротивлении W и стационарное состояние достигается тогда, когда энергия, поступающая при каждом колебании в колебательную цепь из главной цепи, делается равной энергии, расходуемой в сопротивлении W .

Таким образом из этих элементарных рассуждений следует, что возникновение колебаний возможно только в том случае, если напряжение в дуге падает при возрастании силы тока. Присутствие сопротивления W способствует устойчивости того состояния всей системы, при которых не происходит колебаний. Действительно, если W настолько велико, что при возрастании силы тока на величину di разность потенциалов между точками cb возрастает на величину $Wdi > -de$, где de есть уменьшение напряжения в дуге, то разность потенциалов в точках ab будет возрастать, а не уменьшаться при возрастании тока. Условие возможности возникновения колебаний может быть поэтому формулировано так: $-\frac{de}{di} > W$. Ясно, что не только дуга, но и всякий другой непостоянный проводник, который удовлетворяет этому условию, т. е. имеет спадающую характеристику, может поддерживать незатухающие колебания в ответвленной цепи. Что же касается сопротивления W , противодействующего образованию колебаний, то легко показать, что безразлично, в каком месте колебательной цепи оно помещается.

Если амплитуда колебаний не велика, напр., при большом сопротивлении W , то колебания тока, налагающиеся на постоянный ток, малы и весьма близки к правильным гармоническим колебаниям. Период их может быть представлен с большой точностью формулой Томсона, а именно:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Это — колебания первого рода.

Колебаниями второго рода называются колебания столь большой амплитуды, что дуга совсем или почти затухает, когда при заряжении конденсатора весь постоянный ток уходит в ответвленную цепь. Потухание дуги сопровождается сильным нарастанием напряжения на ее электродах. Если то напряжение, до которого батарея E может зарядить

конденсатор C , больше напряжения, необходимого для зажигания вновь потухшей дуги, последняя опять возникает и напряжение быстро падает. Осциллограммы напряжения и тока в дуге при колебаниях второго рода представлены на рис. 284. Для пояснения его необходимо заметить, что ординаты, изображающие значения силы тока в разные моменты, нужно представлять себе отложенными вниз (нижняя кривая). Верхняя кривая показывает, что при потухании дуги напряжение быстро возрастает и затем при возрастании тока (загорание дуги) опять быстро падает. Время, в течение которого происходит зарядка конденсатора, зависит от емкости C и силы тока в главной цепи, а также от того напряжения, которое требуется для зажигания вновь вольтовой дуги. Очевидно, что при этих условиях период колебаний не может быть представлен формулой Томсона.

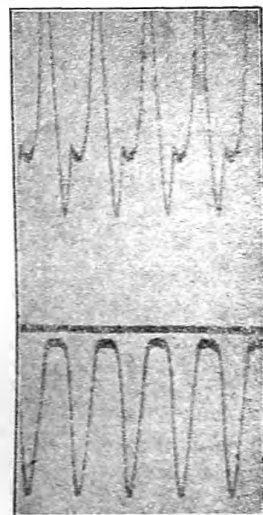
Колебания третьего рода возникают тогда, когда дуга не только потухает, но и зажигается обратным током так, что направление тока в ней изменяется в обратное. В этом случае колебания должны всякий раз преодолевать обратную электродвижущую силу, представляемую дугой, и являются по необходимости затухающими. Мы имеем здесь в сущности ряд отдельных разрядов, из которых каждый имеет колебательный характер. Период этих колебаний определяется емкостью и самоиндукцией цепи, а также свойствами самой дуги.

Незатухающие колебания в угольной дуге могут иметь частоту не больше 100 000 периодов в секунду. При более высоких частотах дуга не может поддерживать колебаний в ответвленной цепи. Объяснением этому может служить значительная тепловая инерция дуги между угольями, вследствие чего она при этих частотах, как показали опыты Duddel'я при измерении обратной электродвижущей силы дуги, ведет себя, как обыкновенный проводник. Но можно получить колебания значительно меньшего периода, если увеличить скорость охлаждения электродов, делая катод их из хорошего проводника теплоты, напр. меди, а также получая дугу в водороде или светильном газе. Последний способ применил Paulsen, впервые использовавший вольтову дугу для получения незатухающих колебаний сравнительно короткого периода для целей беспроволочного телеграфирования.

В этих применениях, в особенности при использовании резонансных явлений, колебания поющей дуги представляют то преимущество, что являются незатухающими. Однако весьма серьезным препятствием при использовании этого ценного свойства колебаний, даваемых дугой, является непостоянство их периода.

Условия возникновения и устойчивого существования поющей дуги

Рис. 284.



(positive Lichtsäule), при котором напряжение резко падает до нескольких сот вольт и продолжает уменьшаться по мере возрастания силы тока. Если ток может возрастать и дальше, то при некоторой силе его происходит опять разрыв в непрерывном изменении напряжения искры, и оно падает до нескольких десятков вольт, при чем искровой промежуток заполняется парами электродов, а электроды достигают высокой температуры. Накаленное состояние участка на поверхности катода необходимо, как мы видели, для образования вольтовой дуги, и дуговой разряд является последней стадией искрового разряда.

При незначительном сопротивлении цепи и достаточной емкости электродов или цепи, присоединенной параллельно к искровому промежутку, возрастание тока в искре зависит, главным образом, от самоиндукции цепи и количества электричества, разряжающегося через газ. В этом случае разные типы разряда быстро переходят один в другой, заканчиваясь кратковременной существующей дугой, которая в свою очередь потухает, когда весь запас электричества разрядится через газ. Это сложное явление представляется наблюдателю, как более или менее блестящая искра, сопутствуемая рядом механических и тепловых действий, определяемых электродинамическими свойствами разрядной цепи.

Устойчивое существование одной из промежуточных стадий разряда возможно лишь при достаточно большом сопротивлении цепи, не позволяющем силе тока возрастать выше известного предела. При отсутствии этого условия и в цепи с достаточно большой емкостью и самоиндукцией разряд обычно принимает колебательный характер. В этом последнем случае искра представляет из себя дугу переменного тока, но с убывающей амплитудой. Когда ток делается равным нулю и меняет свое направление, дуга потухает, но при очень быстрых колебаниях за это время электроды не успевают охладиться, и искровой промежуток остается заполненным накаленными парами электродов. В виду этого напряжение на электродах, необходимое для вторичного зажигания дуги, не подымается высоко. Образующийся, повидимому, при этом тлеющий разряд очень скоро доводит температуру электродов до той высоты, которая необходима для начала дугового разряда. После потухания дуги напряжение тотчас подымается до напряжения 300—400 вольт и так же быстро падает до нескольких десятков вольт, что соответствует обычному напряжению на электродах дуги. В некоторых случаях, однако, напр. при угольных, ртутных или магниевых электродах, наблюдается только дуговой разряд и совершенно отсутствует стадия тлеющего разряда. Таким образом при колебательном разряде искра является собственно дугой переменного тока. Эти особенности ее были выяснены при исследовании колебательного разряда с помощью Брауновской трубки (Рожанский).

Из сказанного ясно, что зажигание дуги может производиться не только непосредственным соприкосновением электродов, при котором накаливается место соприкосновения, но также при возникновении тлеющего разряда, который затем при возрастании тока внезапно переходит

в дуговой разряд. Условия этого перехода и устойчивости различных форм искрового разряда выяснены Kaufmann'ом.

При разряде воздушного конденсатора через искру иногда наблюдается на электродах остаточный заряд определенного знака. Это явление было подробно изучено Koch'ом, который показал, что остающийся заряд, или напряжение на обкладках банки является следствием того, что в момент потухания искры напряжение на ее электродах имеет некоторую конечную величину, зависящую от силы тока в момент потухания. Это явление отличается большой правильностью, если в цепи имеется достаточно большое сопротивление, при котором разряд неперIODический и не превращается в дугу. Вместе с тем эти наблюдения дали возможность выяснить зависимость напряжения при тлеющем разряде от силы тока (Koch), которая оказалась тождественной с такой же зависимостью для постоянного тока и может быть представлена такой же формулой, как (1), только с иными постоянными (Heydweiller).

Весьма интересные результаты получены при наблюдении искры, возникающей при колебательном разряде, в быстро вращающемся зеркале. Еще Feddersen (1862) при помощи этого метода нашел, что электроды испаряются, и светящиеся потоки паров металла как бы выбрасываются электродом, когда сила тока достигает максимума, после чего они отделяются от электрода и медленно движутся по направлению к противоположному электроду (рис. 117). Много времени спустя Schuster и Nemsalech (1900) обратились опять к изучению этого явления, при чем они получали изображение искры на быстро движущемся барабане, покрытом светочувствительной пленкой. По мнению этих авторов, выделяющееся на электродах тепло заставляет их испаряться, при чем масса пара, продолжая испускать свет вследствие высокой температуры в искре, движется от электрода, образуя светящиеся потоки (streamers). Изображение их вследствие конечной скорости движения дает более или менее искривленные полосы, растянутые в направлении перемещения изображения на пленке. Форма полос дает возможность определить скорость движения светящихся масс пара, которая имеет наибольшую величину у поверхности электрода и уменьшается при приближении к середине искрового промежутка. Если самоиндукция цепи, в которой происходят колебания, а следовательно, и период их, очень малы, то вращение барабана уже недостаточно для разделения отдельных изображений искры, и они сливаются в более или менее широкую светлую полосу с характерными потоками. Если разложить свет, испускаемый такой искрой в спектре, то получается ряд изображений полос, соответствующих различным линиям спектра искры. Каждое изображение представляет одну и ту же картину; только висмут и отчасти кадмий дают тот удивительный результат, что в различных спектрально простых изображениях потоки имеют различную кривизну. Это указывает на то, что носители различных спектральных линий движутся с различной скоростью. Однако эти наблюдения не подтвердились в позднейших опытах Müller'a. Но вместе с тем последний автор нашел, что вид изображений искры для различных

спектральных линий не одинаков вследствие того, что продолжительность испускания различных линий не одинакова. Линии дуги испускаются паром гораздо дольше, чем линии искры, которые поэтому дают более резкие изображения искры. Кроме того излучение некоторых лучей, соответствующих линиям искры, прекращается после немногих первых колебаний.

Искровой разряд, как показывают опыты всех этих наблюдателей, можно разложить на две фазы: в течение первой ток идет через воздух, и пары металла в искровом промежутке отсутствуют. Светлая полоса, соединяющая электроды, дает в этом случае спектр воздуха; она не представляет таких искривлений, как изображения потоков пара, что указывает на малую продолжительность этой фазы и весьма большую скорость частиц, испускающих свет. Этот начальный разряд подготавливает собственно дуговой разряд: электроды нагреваются, начинают испускать пар, и на последующих изображениях искры видны уже потоки его. Скорость последних, вообще говоря, тем больше, чем меньше атомный вес металла; однако натрий дает наименьшую величину скорости.

В течение первых двух-трех колебаний температура электродов, повидимому, растет, так как длина потоков увеличивается и только для последующих колебаний делается постоянной. При этом испаряется преимущественно тот электрод, который является катодом. Самый пар, повидимому, состоит из заряженных частиц, так как переменное электрическое поле разряда может периодически изменять его скорость.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

- Mrs. Ayrton.* The electric arc. London.
B. Monasch. Der elektrische Lichtbogen. Berlin 1904.
W. v. Czudnochowski. Das elektrische Bogenlicht. Leipzig 1906.
C. D. Child. Der Stand der Forschung über den Lichtbogen, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 3 p. 189, 1906.
E. Rasch. Das elektrische Bogenlicht. Braunschweig 1910.
J. Stark. Handb. der Physik, herausg. v. Winkelmann. B. IV, p. 527, 1905.
J. J. Thomson. Elektrizitätsdurchgang in Gasen. p. 437. Leipzig 1906.
В. Петров. Известие о Гальвано-Вольтовских опытах, которые производил профессор физики Василий Петров, посредством огромной наипаче батареи, состоявшей иногда из 4200 медных и цинковых кружков и находящейся при С.-Петербургской Медико-Хирургической Академии. 1803.
Davy. Philos. Trans. 2 p. 487, 1821.
G. Granquist. Nov. Acl. Soc. Lit. Ups. 1902. Upsala.
M. Reich. Phys. Zeitschr. 7 p. 73, 1906.

К § 2.

- L. Arons.* Wied. Ann. 47 p. 767, 1892; 58 p. 73, 1896; 62 p. 569, 1897; (4) 23 p. 176, 1907.
M. v. Reckinghamusen. Über d. Quecks.-Lampe von P. C. Hewitt. Elektrot. Zeitschr. 23 p. 492, 1902.
Küch u. Reitschinsky. Wied. Ann. (4) 20 p. 563, 1906; 22 p. 595, 1907; 22 p. 852, 1907.

К § 3.

- Mrs. Ayrton.* The electric arc. London.
Guye u. Zebrikoff. Phys. Ztschr. 8 p. 703, 1907.

- H. Th. Simon u. W. Malcolm.* Phys. Ztschr. 8 p. 471, 1907.
B. Mumkeu. Ж. Р. Ф.-Х. О. 36 p. 259, 1904.
Blondel. C. R. 125 p. 164, 1897.
Duddel. Proc. Roy. Soc. 68 p. 512, 1901. Phil. Trans. (A) 203 p. 305, 1904.
Mumkeu. Ж. Р. Ф.-Х. О. 36 p. 13, 1904.
Stark, Retschinsky u. Schaposchnikow. Wied. Ann. (4) 18 p. 213, 1905.
Arons. Wied. Ann. 58 p. 73, 1896.

К § 4.

- Elster u. Geitel.* Wied. Ann. 37 p. 315, 1889.
Richardson. Proc. Cambr. Phil. Soc. 11 p. 286, 1901. Phil. Trans. (A) 201 p. 513, 1903.
 Phys. Zeitschr. 5 p. 6, 1904. Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 1 p. 300, 1904. Phil. (6) 16 pp. 353, 360, 1908; 18 p. 681, 1909; 17 p. 813, 1909; 26 p. 345, 1913.
Wilson. Phil. Trans. (A) 202 p. 243, 1903.
J. J. Thomson. Conduction of electricity through Gases. Cambridge 1906.
Wehnelt. Wied. Ann. (4) 14 p. 425, 1904.

К § 5.

- J. J. Thomson.* Conduction of Electr. through Gases. Cambridge 1906.
Stark. Wied. Ann. (4) 12 p. 673, 1903.
B. Mumkeu. Ж. Р. Ф.-Х. О. 35 pp. 507, 675, 1903.

К § 6.

- Duddel u. Marchaut.* Proc. of the Inst. El. Eng. 23, 1899.
H. Th. Simon. Phys. Ztschr. 6 p. 297, 1905.

К § 7.

- H. Th. Simon.* Phys. Zeitschr. 2 p. 253, 1901; 3, 278, 1902.
Duddel. The Electrician 46 pp. 269, 310, 1900.
H. Th. Simon. Phys. Zeitschr. 7 p. 433, 1906.
Barkhausen. Das Problem der Schwingungserzeugung. Leipzig 1907.
K. W. Wagner. Der Lichtbogen als Wechselstromerzeuger. Leipzig 1910.

К § 8.

- Stark.* Wied. Ann. (4) 7 p. 919, 1902; 12 p. 712, 1903.
Kaufmann. Wied. Ann. (4) 2 p. 159, 1900. Phys. Zeitschr. 4, p. 161, 1903.
Рожанский. Ж. Р. Ф.-Х. О. 43 p. 277, 1911.
Koch. Wied. Ann. (4) 15 p. 865, 1904.
Heydweiler. Wied. Ann. 43 p. 310, 1891. Wied. Ann. (4) 19 p. 649, 1906.
Feddersen. Pogg. Ann. 116 p. 132, 1862.
Schuster a. Hemsalech. Phil. Trans. (A) 193 p. 189, 1900.
Hemsalech. C. R. 142 p. 1511, 1906.
Milner. Phil. Trans. (A) 209 p. 71, 1908.

ГЛАВА ПЯТНАДЦАТАЯ.

Фотоэлектрический эффект*).

§ 1. Основные черты. В 1887 году Н. Hertz заметил, что ультрафиолетовый свет, испускаемый одной искрой, облегчает прохождение разряда в соседнем искровом промежутке, если при этом освещается отрицательный электрод. Это явление привело еще в том же 1887 году

*) Эту главу составил проф. А. Ф. Иоффе. О. Х.

Hallwachs'a к открытию фотоэлектрического эффекта, состоящего в испускании телами отрицательного электричества под влиянием света.

В течение следующих 3 лет проф. А. Г. Столетовым, A. Righi и W. Hallwachs'ом были твердо установлены основные черты явления:

1) Потеря заряда происходит при падении света на поверхность твердого или жидкого тела, а не на окружающий газ; (в настоящее время можно считать установленным, что свет ионизирует и газы; однако ионизация воздуха может быть вызвана только крайними ультрафиолетовыми лучами Шумана ($\lambda < 180 \mu$), которых не было в условиях опытов Столетова и Righi).

2) Фотоэлектрическими свойствами обладают как металлы, так и изоляторы и электролиты, при чем необходимым (но не достаточным), условием является заметное поглощение данного света в поверхностном слое тела.

3) Свет вызывает потерю одного лишь отрицательного электричества, которое движется затем в газе по линиям электрических сил по направлению к положительному полюсу. Рассеяния положительного электричества не существует.

Способностью терять отрицательный заряд под действием света достаточно большой частоты обладают не только отрицательно наэлектризованные тела, которые при этом разряжаются, но и нейтральные или даже тела слабо заряженные положительно, при чем положительный потенциал их еще далее возрастает.

4) Освещая отрицательную пластинку конденсатора сквозь сетчатую поверхность положительного электрода, Столетов наблюдал в цепи, содержащей конденсатор, батарею элементов и гальванометр, непрерывный ток. Сила тока оказалась прямо пропорциональной интенсивности падающего света и освещаемой площади; ток тем больше, чем сильнее поглощение света в поверхностном слое, и зависит от контактной разности потенциалов между освещаемой пластинкой и сеткой.

5) Фотоэлектрический ток возрастает с увеличением приложенной к конденсатору разности потенциалов, но не пропорционально последней. Столетов наблюдал в своем исследовании впервые явление тока насыщения и формулировал законы, определяющие роль упругости и природы газа (см. гл. X).

Однако газ в этих опытах лишь усложняет явление, происходящее в поверхностном слое металла; поэтому существенным шагом вперед является изучение Lenard'ом (1899) фотоэлектрического эффекта в наивысшей доступной пустоте. Lenard показал, что носителями эффекта являются электроны, освобождаемые светом из металла. Опыты J. J. Thomson'a (1899), Lenard'a (1900) и последние наиболее точные измерения Alberti (1912) показали, что отношение заряда фотоэлектронов к массе совпадает с числом, установленным для катодных лучей: $1,76 \cdot 10^7$ C. G. S.; а опыты Нурка (1909) над зависимостью массы от скорости приводят к заключению, что масса фотоэлектронов, как и масса β -лучей, электромагнитного происхождения. А. Ф. Иоффе (1913) наблюдал непосредствен-

но потерю металлической пылинкой отдельных электронов и нашел, что заряд их равен заряду одновалентного иона: $4,77 \cdot 10^{-10}$ абс. эл.-ст. единиц. Lenard (1904) и Schulze (1912) доказали, что фотоэлектрический эффект не сопровождается распылением вещества по крайней мере в количествах, отвечающих закону Фарадея.

J. Robinson (1909) проследил при помощи передвижного цилиндра Фарадея распределение электронов по различным направлениям и пришел к заключению, что электроны, вызванные лучем света, расходятся под всеми углами до 75° и, вероятно, даже до 90° к нормали, при чем наибольшее число оказалось внутри угла в 30° . Rubens и Ladenburg (1907) и, более детально, Hallwachs и Partsch (1913) определили глубину слоя металла, участвующего в фотоэлектрическом эффекте; по мнению последних исследователей, эта глубина составляет часть длины волны видимого света. При освещении тонких металлических листочков или слоев, нанесенных на кварц, электроны испускаются не только передней поверхностью, встречаемой светом, но и задней. Этот факт, наблюдаемый впервые Hallwachs'ом (1889) и Rubens'ом и Ladenburg'ом (1907) и подтвержденный позже Stuhlmann'ом (1910), Kleemann'ом (1910) и Robinson'ом (1913), показывает, что электроны вылетают и по направлению падающего света, т. е. под углами более 90° к нормали. Если принять еще во внимание, что, как показали те же опыты, электроны вылетают из слоя металла некоторой конечной толщины, испытывая тем большее поглощение, чем больше угол выхода из металла, то можно прийти к заключению, что фотоэлектроны имеют в месте своего возникновения всевозможные направления, но не всем удается покинуть поверхность металла.

Фотоэлектрические явления не ограничиваются ультрафиолетовой областью спектра: Elster и Geitel заметили, что щелочно-земельные металлы: калий, натрий, рубидий весьма чувствительны и в видимом свете, а обработка электрическими разрядами в разреженном водороде делает их чувствительными даже к инфракрасным лучам. Elster'у и Geitel'ю не удалось установить границы для интенсивности света, вызывающей эффект; свет самого маленького газового пламени создавал на расстоянии в 10 метров нормальный и вполне измеримый эффект. Не удалось также установить минимального времени освещения, необходимого для появления эффекта; по Elster'у и Geitel'ю, это время меньше 0,0002 сек. Испускание электронов успевает следить даже за колебаниями вибратора Hertz'a. Marx и Lichtenecker (1913) наблюдали эффект нормальной величины при освещении калия по 10^{-7} сек. через промежутки в 0,001 сек.

Светочувствительность свежее приготовленной пластинки падает обыкновенно во времени; это явление носит название фотоэлектрического утомления; иногда впрочем, напр. после продолжительного освещения (Millikan и Wright, 1912), чувствительность возрастает. Причина этих явлений еще не вполне исследована: не только чисто химическое воздействие на поверхность металла, но и присутствие некоторых газов

(озона, перекиси водорода) вызывает утомление; от утомления не избавляет даже содержание пластинки в крайней, доступной опыту пустоте. Только исследованные Elster'ом и Geitel'ем металлы: калий, натрий и их сплав сохраняют в пустоте или в атмосфере аргона годами постоянную чувствительность. Газы с большой диэлектрической постоянной (аммиак, метиловый спирт, этилен) повышают, по наблюдениям Hallwachs'a и Raesch'a (1913), светочувствительность в несколько раз, так что Hallwachs считает присутствие адсорбированного газа необходимым условием появления эффекта, а Fredenhagen (1914) приписывает эффект химическому воздействию газа. Впрочем наблюдения Pohl'я и Pringsheim'a (1914) не подтвердили указанных заключений.

Фотоэлектрический эффект представляет собою, как показали наблюдения А. Ф. Иоффе (1912), Meyer'a и Gerlach'a (1913) и Pringsheim'a (1913), явление статистическое. Потеря отдельных электронов происходит через самые разнообразные промежутки времени, определяемые неконтролируемыми опытом условиями. С начала освещения тело может испустить электрон в любой момент и в любом направлении с одинаковой вероятностью. Однако самая величина этой вероятности, определяющая число электронов, теряемых телом в среднем за единицу времени, является строго закономерной функцией интенсивности и длины волны света, с одной стороны, размеров и свойства освещаемого тела, с другой стороны. Определение этой функции составляет задачу количественного изучения суммарного фотоэлектрического эффекта. Для полного описания явления необходимо кроме того еще знать скорости, приобретаемые фотоэлектронами под действием света.

§ 2. Методы фотоэлектрических измерений. Количественное изучение суммарного эффекта производится следующим образом. Испытуемое вещество помещают в наилучшую пустоту (менее 0,00001 мм. ртутного столба) и измеряют ток, возникающий при освещении между веществом и другим неосвещенным электродом, который представляет собою либо пластинку, помещенную параллельно освещаемой, либо, что принципиально правильнее, металлическую сферу, окружающую испытуемый электрод. Ток измеряется чувствительным гальванометром, электрометром или, наконец, по разности потенциалов, создаваемой фотоэлектрическим током на электродах Бронсонова сопротивления (воздушный конденсатор, снабженный радиоактивным налетом, гл. X, § 10).

Если потенциал освещенной поверхности выше потенциала второго электрода, то электрон на своем пути должен совершить работу, равную произведению из его заряда e на замедляющую разность потенциалов V . Электрон достигнет неосвещенного электрода только в том случае, если начальная кинетическая энергия его в момент выхода из металла $\frac{1}{2}mv^2 \geq eV$. Изменяя разность потенциалов, можно удержать от перехода на неосвещенный электрод все электроны, скорость которых меньше

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} V}, \dots \dots \dots (1)$$

т. е. соответственно уменьшить силу тока. Зная силу тока при различных значениях V , не трудно затем вычислить распределение электронов по скоростям. Уравнение (1) позволяет условно измерять начальные скорости в вольтах по той разности потенциалов, которая способна остановить данный электрон. Обычно скорости фотоэлектронов колеблются в пределах от 1 до 3 вольт. Необходимо впрочем отметить, что под v надо понимать в однородном поле скорость в направлении электрической силы. Но всегда встречаются электроны, вылетающие в направлении силовых линий; поэтому та разность потенциалов, которая способна совершенно прекратить фотоэлектрический ток, измеряет всегда наибольшую скорость фотоэлектронов. Если оба электрода изолированы, то эффект продолжается до тех пор, пока автоматически не будет достигнут указанный предел; максимальное самозаряжение электродов измеряет и максимальную начальную скорость.

Главнейшие экспериментальные трудности при этих измерениях вызываются: 1) изменчивостью свойств поверхностного слоя в зависимости от времени, от присутствия адсорбированных газов, от обработки и т. д.; 2) неопределенностью контактной разности потенциалов между электродами; 3) вторичными электронами, возникающими при падении фотоэлектронов на электрод или на стенки сосуда, или же электронами, вылетающими с поверхности окошка, пропускающего ультрафиолетовый свет. Для устранения таких побочных электронов, освещаемый электрод окружается со всех сторон сетками, за которыми помещаются проводники, обладающие высоким положительным потенциалом; эти проводники улавливают все электроны, возникающие на сетке, и не влияют на фотоэлектроны, пока те находятся между освещенным электродом и сеткой.

§ 3. Законы нормального и селективного эффекта. Измерения числа и начальной скорости фотоэлектронов привели к следующим законам:

1) Число освобождаемых светом в единицу времени электронов не зависит от температуры металла во всем измеренном интервале: от -180° до $+800^{\circ} C$ — опыты Leinhor'a (1906), Ladenburg'a (1907), и Millikan'a и Winchester'a (1907).

2) На число фотоэлектронов не влияет переход из твердого состояния в жидкое (Dember, 1907).

3) Чем электроположительнее металл, тем в общем интенсивнее эффект. Так наибольшие токи дают *Cs, Ru, K, Na*, затем *Zn, Cd, Al, Mg* и т. д.

4) Кроме того на числе электронов сильно сказывается состояние поверхности (хорошая полировка усиливает эффект) и присутствие газов.

5) Число электронов прямо пропорционально количеству поглощенной световой энергии, т. е. силе света, величине поверхности, продолжительности освещения.

6) Влияние плоскости поляризации и угла падения света сказывается постольку, поскольку они влияют на величину коэффициента поглощения. Исключение составляет селективный эффект, о котором речь будет идти ниже.

7) С увеличением частоты падающего света быстро возрастает число фотоэлектронов; и здесь селективный эффект составляет исключение.

Что касается до скоростей, с которыми фотоэлектроны покидают освещенный металл, то опытные данные представляются столь несомненными и столь загадочными, что фотоэлектрический эффект сделался центром усиленного опытного и теоретического изучения (фотоэлектричеству посвящено более 500 исследований), не приведшего впрочем еще к полному уяснению явления. Можно считать установленным:

1) Скорость фотоэлектронов не зависит от температуры тела и от его агрегатного состояния.

2) Вещество и поверхностные условия влияют повидимому лишь вторично через изменение контактной разности потенциалов между электродами. За вычетом этой разности потенциалов скорости электронов до выхода из металла для всех веществ одинаковы.

3) Начальные скорости совершенно не зависят от интенсивности падающего света и, повидимому, не зависят от плоскости поляризации (составляет ли и в этом отношении исключение селективный эффект, еще не установлено).

4) Скорость фотоэлектронов определяется исключительно длиной волны света, при чем строго монохроматическому свету соответствует и вполне определенная скорость всех фотоэлектронов. С уменьшением длины волны скорость электронов возрастает. Закон этого возрастания не может считаться установленным. Предложены две формулы, которые часто оправдываются в больших интервалах чисел колебаний ν (см. гл. IX, § 11).

$$v = a\nu; \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = h\nu - P \dots \dots \dots (3)$$

Однако есть указания и на существование максимума скорости при определенной длине волны в противоречии с обеими формулами.

Чрезвычайно важное значение имеет открытый и изученный Рохл'ем и Рringsheim'ом (1910) селективный фотоэлектрический эффект: Вблизи некоторой длины волны величина эффекта резко возрастает вопреки общему правилу, иногда в сотни раз. Способностью вызывать селективный эффект обладает только та составляющая электрического вектора в луче, которая перпендикулярна к поверхности. Поэтому нормально к поверхности падающий свет не вызывает селективного эффекта, точно так же как и всякий пучок света, поляризованный в плоскости падения. Можно предположить, что фотоэлектрический ток составляется из двух частей: 1) из нормального эффекта, не зависящего от плоскости поляризации (см. положение 6) и непрерывно возрастающего с уменьшением длины волны, и 2) из накладывающегося на него селективного тока, обязанного своим происхождением нормальной электрической силе и ограниченного участком спектра вблизи определенной длины волны. Максимум селективного эффекта наблюдался при следующих длинах волн λ :

Rb	K	Na	Li
490	440	340	280 μ .

С несомненностью селективный эффект установлен только для группы щелочных металлов, быть может, потому, что для остальных металлов область селективного эффекта лежит при столь малых длинах волн, что изучение его представляется затруднительным. Возможно однако, что селективный эффект не представляет общего явления и ограничивается щелочными металлами.

Исходя из представления о том, что электроны селективного эффекта внутриатомного происхождения, что число колебаний селективной области соответствует числу оборотов, совершаемых электроном при его вращении по эллиптической орбите вокруг положительного ядра, F. A. Lindemann дает следующую простую формулу для длины волны: $\lambda_s = 65,3 \sqrt{\frac{A}{n}}$, где A атомный вес, а n валентность; следовательно $\frac{A}{n}$ — химический эквивалент вещества. Эта формула дает хорошие результаты для K и Rb , но для Li , напр., по Lindemann'у $\lambda_s = 225 \mu$.

Абсолютные величины селективного и нормального фотоэлектрического эффекта, отнесенные к 1 калории поглощенной энергии той длины волны, которая соответствует максимуму, измерены были Pohl'em и Pringsheim'ом. Для селективного эффекта K они нашли около $50 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кул.}}{\text{кал.}}$, для Na $120 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кул.}}{\text{кал.}}$, а для коллоидальных поверхностей тех же металлов около $300 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кул.}}{\text{кал.}}$, тогда как нормальный эффект в той же области оказался менее $10^{-4} \frac{\text{кул.}}{\text{кал.}}$.

Теория фотоэлектрического эффекта еще не установлена окончательно. Можно предположить либо, что энергия электронов создается за счет поглощенной световой энергии, либо же, что энергия эта внутриатомного происхождения, свет же играет лишь роль спускового механизма. Первое предположение удовлетворительно объясняет пропорциональность эффекта поглощенной энергии, но не объясняет независимости скорости электронов от интенсивности, если не внести добавочной гипотезы об атомном строении света или о роли квант (см. гл. IX, § 11). Если сделать и это последнее предположение, то все основные свойства, в том числе и зависимость скорости от числа колебаний (формула 3), удовлетворительно объясняются. Приписывая свету роль спускового механизма, можно объяснить связь скорости с числом колебаний, резонансом электрона; это допущение особенно непринужденно объясняет селективный эффект, но не вполне согласуется с универсальным характером связи ν и ν . Не вполне понятна с этой точки зрения и полная пропорциональность эффекта поглощенной энергии.

Первая теория высказана Einstein'ом, вторая же Lenard'ом; в настоящий момент большинство исследователей пользуются теорией Einstein'a, однако ее далеко нельзя считать установленной.

Фотоэлектрический эффект свойствен не только металлам, но и всем твердым, жидким и газообразным телам. В последних эффект наблюдался лишь при свете крайне короткой длины волны.

ЛИТЕРАТУРА.

Обзоры:

- E. v. Schweidler.* Jahrb. d. Rad. u. El. 1 p. 358, 1904.
R. Ladenburg. Jahrb. d. Rad. u. El. 6 p. 425, 1909.
Chr. Ries. Das Licht. Leipzig 1909.
A. Ф. Иоффе. Новые идеи в физике. СПб. 1912.
H. Stanley Allen. Photo Electricity. London 1913.
R. Pohl u. P. Pringsheim. Die lichtelektrischen Erscheinungen. Braunschweig 1914.
A. Ll. Hyghes. Photo-Electricity. Cambridge 1914.
D. Morichini. Gilb. Ann. 43 p. 212. 1813.
H. Herz. Wied. Ann. 31 p. 983, 1887.
W. Hallwachs. Wied. Ann. 33 p. 301, 34 p. 731, 1888; 37 p. 666, 1889.
A. Г. Столетов. С. R. 106 pp. 1149, 1593; 107 p. 91, 1888; 108 pp. 1241, 1889.
 Ж. Р. Ф.-Х. О. 21 p. 159, 1889. Journ. d. Phys. 9 p. 468, 1890.
A. Righi. Journ. d. Phys. 7 p. 153, 1888. С. R. 106 p. 1349; 107 p. 559, 1888. Rend. Linc. 1888, 1889, 1890.
И. И. Бореманн. Phil. Mag. 26 p. 272, 1888, Ж. Р. Ф.-Х. О. 21 p. 23, 1889.
J. Elster u. H. Geitel. Wied. Ann. 33 pp. 40, 497, 1889; 41 p. 161, 166, 1890; 42 p. 564; 43 p. 225; 44 p. 722, 1891; 46 p. 281, 1892; 48 p. 625, 1893; 52 p. 433, 1894; 55 p. 684; 1895; 57 p. 24, 1896; 61 p. 445, 62 p. 599, 1897. Phys. Z. 10 p. 457, 1909; 11 p. 257, 1910; 12 p. 609, 758, 1911; 13 p. 468, 1912; 14 p. 741, 1913.
P. Lenard. Wied. Ann. 37 p. 443, 1889; Wied. Ann. (4) 2 p. 359, 1900; 8 p. 149, 1902; 12 pp. 449, 714, 1903; 15 pp. 485, 671, 1904.
J. J. Thomson. Phys. Z. 1 p. 20, 1899.
E. Ladenburg. Diss. Leipzig 1903; Wied. Ann. (4) 12 p. 558, 1903; Verh. d. D. Phys. Ges. 5 p. 165, 1907; Phys. Z. 8 p. 590, 1907.
E. Ladenburg u. R. Markau. Phys. Z. 9 p. 821, 1908.
A. Lienhop. Wied. Ann. (4) 21 p. 281, 1906.
Millikan a. Wincester. Phil. Mag. 14 p. 188, 1907.
R. Reiger. Wied. Ann. 17 p. 935, 947, 1905.
H. Dembler. Wied. Ann. 23 p. 957, 1907. Phys. Z. 9 p. 188, 1908.
W. Hallwachs. Phys. Z. 5 p. 489, 1904; 7 p. 766, 1906; Wied. Ann. (4) 23 p. 459 1907; Verh. d. D. Phys. G. 14 p. 634, 1912; 16 p. 1914.
W. Hallwachs u. Partsch. Wied. Ann. (4) 41 p. 247, 1913.
E. Ullmann. Wied. Ann. (4) 32 p. 1, 1910.
H. Beil. Wied. Ann. (4) 31 p. 860, 1910.
G. Paech. Diss. Leipzig 1913.
Rubens u. E. Ladenburg. Verh. d. D. Phys. G. 9 p. 749, 1907.
Stuhlmann. Phil. Mag. 20 p. 331, 1910.
Kleemann. Prog. Rog. Soc. 84 p. 92, 1910.
Robinson. Phil. Mag. 23 p. 542, 1912.
R. Pohl. Phys. Z. 10 p. 542, 1909; Verh. d. D. Phys. G. 11 p. 339, 1909.
R. Pohl u. P. Pringsheim. Verh. d. D. Phys. Ges. 12 pp. 682, 697, 1039, 1910; 13 p. 474, 1911; 14 p. 46, 1912; 15 pp. 111, 173, 431, 1913; 16 p. 336, 1914.
A. Ф. Иоффе. Элементарный фотоэлектрический эффект. СПб. 1913.
E. Meyer u. W. Gerlach. Arch. d. m. phys. 35 p. 398, 1913.
P. Pringsheim. Verh. d. D. phys. Ges. 15 p. 534, 1913.
E. Marx u. K. Lichteneker. Wied. Ann. (4) 41 p. 124, 1913.
K. Compton. Phil. Mag. 23 p. 579, 1912.
O. W. Richardson u. K. Compton. Phil. Mag. 24 p. 551, 1912.

O. W. Richardson. Phil. Mag. 23 p. 594; 24 p. 570, 1912.

H. Küstner. Phys. Z. 15 p. 68, 1914.

K. Fredenhagen. Phys. Z. 15 p. 65, 1914.

P. Debye u. A. Sommerfeld. Wied. Ann. (4) 41 p. 873, 1913.

ГЛАВА ШЕСТНАДЦАТАЯ*).

Электронная теория металлов.

§ 1. Общие замечания о теориях металлической проводимости. Предметом следующих параграфов будет изложение теорий прохождения электричества через тела, которые проводят электрический ток, не подвергаясь разложению и без переноса вещества проводника вдоль направления распространения тока. Так как подобная проводимость свойственна прежде всего металлам, то она и получила название металлической проводимости. Отсутствие разложения и переноса вещества при прохождении тока через металл может считаться твердо установленным опытными данными. Так, напр., Rieseke (1901) в течение года пропускал электрический ток через 3 поставленных друг на друга цилиндра: медный, алюминиевый и медный. Количество протекшего электричества было равно 3448 800 кулонам. Тем не менее цилиндры не изменились и сохранили свой вес с точностью до $\pm 0,03$ mg. Объяснение металлической проводимости представляет трудности. Классическая теория Максвелла и Фарадея рассматривает проводник, по которому течет электрический ток, как место, куда сбегаются трубки сил электрического поля. В проводнике трубки уничтожаются, и энергия трубок переходит в тепловую энергию. Отсюда джоулево тепло. Однако наряду с таким формальным взглядом на явление, в проводнике происходящее, всегда существовали попытки объяснить механизм тока. Так W. Weber в ряде работ (1862 г. и сл.) развил взгляд на электрический ток, как на движение весоных, положительных и отрицательных, электрических молекул. Кинетическая энергия этих молекул определяла собой содержание тепла в металле. В последних своих работах W. Weber стоит на унитарной точке зрения и приписывает подвижность только положительным молекулам. W. Giese (1889) пытался приложить к явлению металлической проводимости схему, взятую им из учения об электролизе жидкостей. E. Rieseke (1898), P. Drude (1900) и J. J. Thomson (1900) положили основание современной электронной теории проводимости металлов, которая затем была разработана, главным образом, H. A. Lorentz'ом (1905). Из продолжателей H. A. Lorentz'a особенно замечательны R. Gans (1906), P. Gruner (1908) и N. Bohr (1911). В 1907 г. J. J. Thomson предложил новую схему явления, о которой будет сказано особо. Сущность теории Rieseke сводится к тому, что молекулы металла принимаются отчасти диссоциированными. Между молекулами имеются поло-

*) Эту главу составил проф. К. К. Баумгарт. О. Х.

жительные и отрицательные заряженные частицы. Они то и меняют свое движение под влиянием внешней электрической силы, т. е. создают электрический ток. Drude определенно отождествляет заряженные частицы с электронами. Однако теория Drude дуалистична, т. е. наравне с отрицательными принимаются и положительные ионы (электроны). Как мы увидим ниже, это очень удобно для объяснения явления Hall'я; но так как положительные электроны ни в каких других явлениях не наблюдались, то постулирование их в явлении электрической проводимости является несколько рискованным. Теории J. J. Thomson'a и H. A. Lorentz'a унитарны*), к объяснению привлекаются только отрицательные электроны. По всем теориям находящиеся внутри металла свободные электроны предполагаются в беспорядочном тепловом движении, как частицы газа. По теориям Drude, J. J. Thomson'a и H. A. Lorentz'a, частицы находятся в тепловом равновесии с частицами газа. Таким образом средняя кинетическая энергия электрона принимается равной средней кинетической энергии газовой частицы при той же температуре. Таким образом все теории могут рассматриваться, как приложение выводов кинетической теории газов к „электронному газу“ внутри металла. Теория H. A. Lorentz'a отличается от всех предыдущих тем, что, вместо элементарной теории газов, оперирующей со средними величинами, принимается во внимание Максвеллов закон распределения скоростей частиц газа (см. т. I) и разбирается изменение этого распределения под влиянием внешней электрической силы, подобно тому, как, напр., Boltzmann разобрал, как меняется распределение скоростей частиц во внешнем поле тяготения. В следующем параграфе будет изложена теория J. J. Thomson'a, выбранная по следующим соображениям: 1° она унитарная, что соответствует духу современной электронной теории, 2° дополняющая ее теория H. A. Lorentz'a при гораздо более сложном математическом аппарате приводит по существу к выводам, близко подходящим к теории J. J. Thomson'a. 3° новые экспериментальные исследования, произведенные в области очень низких температур привели к противоречиям со всеми вышеприведенными теориями, не исключая и теории H. A. Lorentz'a. Эти противоречия вместе с противоречиями, уже ранее замеченными, привели к вопросу: что можно сохранить из электронной теории металлической проводимости? [H. A. Lorentz на с'езде физиков в Геттингене в 1913 году сам поднял этот вопрос]. Развитие, которое получила теория квант в последнее время, привело к тому, что постарались приложить метод квант к явлению металлической проводимости. Kammerlingh Onnes, W. Nernst, A. L. Bernoulli, Koenigsberger, P. Debye, K. F. Herzfeld, W. N. Keesom, W. Wien — одни экспериментально, другие теоретически подготовили почву для этой будущей теории металлической проводимости. Мы еще вернемся к этому вопросу.

Излагая в дальнейшем взгляды J. J. Thomson'a, мы будем делать ссылки на теории Drude и Lorentz'a везде, где это потребуется.

*) H. A. Lorentz разработал, впрочем, и такую теорию, в которой принимаются различные носители электричества.

§ 2. Основные уравнения электронной теории металлической проводимости. Мы предполагаем, что в металле содержится значительное число свободных отрицательных электронов, которые движутся внутри металла, как газ движется в промежутках какого-либо пористого тела. Электроны постоянно сталкиваются между собой (и с молекулами металла), в результате чего устанавливается равновесное состояние, при котором средняя кинетическая энергия электрона определяется только температурой и равна средней кинетической энергии молекулы любого газа при той же температуре. Средняя энергия молекулы равна $2,0 \cdot 10^{-16} T$, где T абсолютная температура. Напомню, как получается этот результат. Газовая постоянная в уравнении Клапейрона [$p v = RT$] равняется 84144, если давление измерять в граммах на квадрат. сантиметр., взять грамм молекулу газа и объем ее выражать в куб. сантиметрах (см. т. I); если давление измерять в динах на квадрат. сант. и не менять остальных условий, то ясно, что R возрастает в 981 раз: $R = 84144 \cdot 981$. Далее $RT = \frac{1}{3} N m u^2$ (том I).

Отсюда средняя кинетическая энергия одной молекулы выразится следующим образом:

$$\frac{1}{2} m u^2 = \frac{3 RT}{2 N}$$

Здесь N — число молекул во взятой массе газа; в нашем случае N есть число молекул в грамм молекуле, т. е. число заключающееся между $60 \cdot 10^{23}$ и $70 \cdot 10^{23}$ по новейшим данным (см. том I).

Отсюда средняя кинетическая энергия одной молекулы будет заключаться в пределах

$$\frac{3 \cdot 84144 \cdot 981}{2 \cdot 60 \cdot 10^{23}} \cdot T > \frac{1}{2} m u^2 > \frac{3 \cdot 84144 \cdot 981}{2 \cdot 70 \cdot 10^{23}} \cdot T$$

или

$$2,06 \cdot 10^{-16} T > \frac{1}{2} m u^2 > 1,76 \cdot 10^{-16} T.$$

Так как электрону приписывается та же энергия, что и молекуле любого газа при той же температуре, то легко определить среднюю скорость электрона, принимая во внимание, что „плотность“ электрона по отношению к молекуле H_2 равняется примерно $\frac{1}{3400}$, и что скорость водородных молекул при $0^\circ C$. равна $1,843 \cdot 10^5$ сантим., Отсюда средняя скорость электронов, „частиц электронного газа,“ равна $\sqrt{3400} \cdot 1,843 \cdot 10^5 = 1,07 \cdot 10^7 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$, т. е. около 100 километров в секунду. Назовем эту скорость электронов v .

В виду того, что электроны, двигаясь со скоростью v , непрерывно сталкиваются между собой, и так как их движение носит равномерно беспорядочный характер, не получается никакого переноса электричества в каком-либо направлении. Если приложить к металлу электрическую силу, то условия меняются. У каждого электрона получается составляющая скорость в направлении, обратном направлению электрической силы [отрицательные электроны]. Назовем скорость, сообщаемую

электрону электрической силой, u . Вообще говоря, u чрезвычайно мало в сравнении с v . Но так как u для всех электронов одно и то же и направлено в ту же сторону, то получается перенос отрицательного электричества через каждую площадку, взятую в металле поперек электрической силы. Если число электронов в единице объема металла равно n , а заряд каждого электрона e , то число отрицательных электронов, проходящих в 1 секунду через 1 кв. сантиметр в направлении, обратном направлению электрической силы, равно nue — это и есть плотность эл. тока. Скорость u приобретает за время между двумя столкновениями электронов; после каждого столкновения направление движения будет почти совсем такое же, какое было бы после столкновения при отсутствии электрического поля (вследствие малости u в сравнении с v), и работа электрического поля должна начаться снова. Выразим u через электрическую силу \mathfrak{E} и среднее время свободного пути, или, что сводится к тому же, через электрическую силу \mathfrak{E} и среднюю длину свободного пути. — Пусть время между двумя столкновениями будет τ , тогда постоянная электрическая сила сообщит электрону постоянное ускорение $\mathfrak{E} \frac{e}{m}$, и, следовательно, приращение скорости $\frac{\mathfrak{E} e}{m} \tau$.

Отсюда средняя скорость, приобретенная благодаря электрической силе, (т. е. скорость в половинный момент) равна $\mathfrak{E} \frac{e}{m} \frac{\tau}{2}$. Это есть наше u . Плотность тока J равняется

$$J = nue = n \frac{\mathfrak{E} e^2}{m} \cdot \frac{\tau}{2}.$$

Время между двумя столкновениями связано со средней длиной пути формулой $\tau = \frac{\lambda}{v}$, где λ — средняя длина пути.

Отсюда
$$J = \frac{ne^2 \lambda}{2mv} \mathfrak{E} = \frac{n}{4} \frac{e^2 \lambda v}{mv^2} \mathfrak{E}.$$

Но $\frac{mv^2}{2} = \alpha T$, где $\alpha = 2 \cdot 10^{-16}$; получаем

$$J = \frac{n}{4} \cdot \frac{e^2 \lambda v}{\alpha T} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (1)$$

Формула (1) есть выражение закона Ома; плотность тока пропорциональна электрической силе, гл. III, форм. (10).

Обозначая удельную электропроводность через σ , получаем из (1)

$$\sigma = \frac{1}{4} \frac{ne^2 \lambda v}{\alpha T} \dots \dots \dots (2)$$

или, подставляя $v = \sqrt{\frac{2\alpha T}{m}}$

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{e^2 \lambda n}{\sqrt{\alpha m T}} \dots \dots \dots (2')$$

Теория Drude дает то же выражение, если ограничиться одним видом электронов; Н. А. Lorentz получает

$$\sigma = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \frac{n\lambda e^2}{\sqrt{\alpha m T}} \dots \dots \dots (2'')$$

Пользуясь формулами (1) и (2), нужно помнить те допущения, которые были сделаны при выводе. 1°. Было предположено, что u настолько незначительно сравнительно с v , что действие электрического поля как бы уничтожается при каждом столкновении. После столкновения электрон летит так же, как бы он летел, если бы никакого поля не было. Если считать, что действие поля не вполне уничтожается при каждом столкновении (Jeans), то в правые части формул войдет множитель β , про который мы, однако, можем сказать только то, что он немногим больше единицы. Следовательно знак равенства в формулах следовало бы заменить знаком пропорциональности. 2°. Формула (1) — выражение закона Ома — будет справедлива только тогда, когда u мало сравнительно с v . J. J. Thomson показывает, что если электрическая сила достаточно велика, чтобы создать u большое в сравнении с v , то плотность тока будет пропорциональна корню квадратному из электрической силы, т. е. закон Ома будет нарушен. Однако подсчет показывает, что это наступит только при электрических силах порядка миллиона вольт на сантиметр, т. е. далеко за пределами осуществимого опыта.

Перейдем теперь к выводу зависимости между коэффициентами теплопроводности и электропроводности вещества. P. Drude первый вывел эту зависимость из электронной теории и получил закон Wiedemann-Granz'a. Это его большая заслуга, хотя основания его вывода и подверглись критике, о которой будет сказано ниже.

Мы допускаем, что передача тепла по металлу теплопроводностью совершается теми же электронами, которыми обуславливается электропроводность. В более горячих частях металла средняя кинетическая энергия электронов больше; при столкновениях электронов с молекулами и между собой происходит передача энергии к холодным частям металла. Выражение для коэффициента теплопроводности получается из одной теоремы, выведенной Boltzmann'ом для диффузии газов (если в первом приближении допустить независимость концентрации электронов n от температуры). Теорема Boltzmann'a может быть выражена следующим образом: мы имеем некоторую величину G , при чем G обозначает и количество этой величины, приходящееся на одну молекулу. Пусть в направлении Z величина G меняется; тогда через площадь в 1 кв. см., перпендикулярную направлению Z , проносится в секунду количество данной величины, равное

$$\Gamma = \frac{1}{3} n \lambda v \frac{\partial G}{\partial z}, \dots \dots \dots (3)$$

где значение n , λ , v ясно из предыдущего.

В нашем случае заменим молекулы электронами, а за величину G возьмем кинетическую энергию электрона, равную αT . Тогда T будет

поток энергии или измеренный в механических единицах тепловой поток. Он будет равен

$$\Gamma = \frac{1}{3} n \lambda v \alpha \frac{dT}{dz} \dots \dots \dots (3)$$

Отсюда коэффициент теплопроводности k (т. III) выразится таким образом:

$$k = \frac{1}{3} n \lambda v \alpha \dots \dots \dots (4)$$

P. Drude дает то же выражение, а H. A. Lorentz приходит к формуле

$$k = \frac{8\sqrt{2}}{9\sqrt{3}\pi} n \lambda \alpha v \dots \dots \dots (4')$$

Разделив (4) на (2), получаем по J. J. Thomson'у и Drude

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \frac{a^2}{e^2} T, \dots \dots \dots (5)$$

а по Lorentz'у

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{8}{9} \frac{a^2}{e^2} T \dots \dots \dots (5')$$

В формулах (5) или (5') заключаются два закона, эмпирически найденных гораздо ранее.

1. Закон Wiedemann-Franz'a (1853): Для всех металлов при данной температуре отношение коэффициентов теплопроводности и электропроводности есть одна и та же величина.

2. Закон L. Lorenz'a (1882): Отношение коэффициентов теплопроводности и электропроводности металлов при изменении температуры меняется прямо пропорционально абсолютной температуре.

P. Gruner (1908) и de Thullie (1912) вывели поправочный множитель к формуле (5').

§ 3. Опытная проверка и оценка основных формул электронной теории проводимости. Формулы (2), (4) и (5) являются основными для электронной теории проводимости металлов. По поводу их можно заметить следующее. I. Формула (2)

$$\sigma = a \frac{ne^2 \lambda v}{\alpha T},$$

где a — численный коэффициент ($\frac{1}{4}$ по J. J. Thomson'у), трудно поддается проверке, т. к. содержит несколько величин, о характере которых необходимо сделать добавочные предположения прежде, чем приступить к проверке. Невозможно, напр., сказать, как по электронной теории должно меняться сопротивление при изменении температуры, т. к. в формулу (2) входят величины n и λ , которые обе могут различным образом зависеть от температуры. Часто делают предположение, что для чистых металлов n почти не зависит от температуры; J. J. Thomson

исходя из рассмотрения явления В. Томсона (термоэлектрического) полагает, что n пропорционально корню квадратному из абсолютной температуры. Для каждого из этих предположений можно подобрать такое предположение о температурной зависимости величины λ , чтобы оказаться в согласии с фактами. Что же касается λ , то значительная изменчивость ее с температурой вероятна, в виду самой структуры металлов. Микрофотограммы шлифов металлов всегда показывают сложное строение. В металлах образуются скопления молекул. Величина этих скоплений сильно зависит от температуры. Вместе с ними изменяется и длина свободного пути электрона между двумя столкновениями с частицами металла.

Для плохих проводников (таковы, напр. графит, пирит, свинцовый блеск, кремний и т. п.) Koenigsberger предполагает, что проводящие электроны выделяются из металла процессом, подобным, напр., выделению кристаллизационной воды из твердой соли, и прилагает к этому явлению уравнение термодинамики для упругости паров при диссоциации. Считая, что упругость в данном случае пропорциональна концентрации электронов, он получает следующую температурную зависимость n :

$$n = n_0 e^{\frac{q}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

Влияние температуры на остальные множители он выражает эмпирически полиномом $1 + \alpha\tau + \beta\tau^2$, что приводит к формуле для сопротивления такого вида;

$$r = r_0 (1 + \alpha\tau + \beta\tau^2) e^{\frac{-q\tau}{(\tau + 273)^2 \cdot 73}}$$

Формула Koenigsberger'a довольно хорошо оправдывается на ряде плохих проводников.

Все же, резюмируя, можно сказать, что формула (2) есть то в электронной теории проводимости, что стремятся сохранить все ее критики, т. к. она дает представление о процессе, о котором без нее мы не имеем никакого представления.

II. Формула (4) есть подверженное сомнению место электронной теории проводимости. Эта формула предполагает, что тепловая энергия передается электронами. Между тем в области низких температур учение о теплоемкости, развитое в последнее время, рассматривает тепло-все движение в твердом теле, как колебания молекул вокруг неподвижных центров, при чем частоты колебаний распределяются по формуле Planck'a; Согласие этого учения с опытами показывает, что электроны мало причастны к тепловой энергии в области низких температур. Во всяком случае здесь есть значительное затруднение. Еще J. J. Thomson указал, что в вопросе о теплоемкости электронная теория приводит к противоречиям. Так, напр., для нагрева на 1°C сдвиг только электронов в одном куб. см. серебра потребуются 6 гр. кал., тогда как на самом деле для нагревания всего куб. сантиметра, т. е. и электронов и металла, требуется только 0,6 гр. калорий. Reinganum (1911) пытался преодолеть это

затруднение путем введения понятия о потенциальной энергии электрона, зависящей от его положения в неравномерно нагретом теле. Keesom (1913) различает две области температур: область температур (Wien-region), в которой электронная теория проводимости должна быть изменена соответственно новому учению о квантах, и область высоких температур (Richardson-region), для которой остается в силе Лоренцевская электронная теория проводимости. W. Wien (1913) совершенно отказывается от объяснения теплопроводности движением электронов.

III. Формулы (5) или (5')

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \frac{\alpha^2}{e^2} T \quad \text{или} \quad \frac{k}{\sigma} = \frac{8}{9} \frac{\alpha^2}{e^2} T$$

представляют самый красивый вывод электронной теории. Экспериментальный материал, относящийся к подтверждению закона Wiedemann'a и Franz'a, уже приведен ранее (т. III-ий и т. V, часть II, гл. X, § 9); поэтому я могу ограничиться немногим.

Лучшими экспериментальными исследованиями считаются работы Jäger и Diesselhorst (1900) и Lee (1908). Из них следует, что для чистых металлов закон Wiedemann — Franz'a довольно хорошо подтверждается количественно [всю правую часть форм. (5) легко вычислить]. Закон L. Lorenz'a также подтверждается, хотя температурный коэффициент $\frac{k}{\sigma}$ все время несколько больше, чем следует: от 0,0037 до 0,0046 вместо 0,0037. У железа, стали, висмута, а в особенности у сплавов, $\frac{k}{\sigma}$ гораздо больше, чем следует из электронной теории, а температурный коэффициент этого отношения, наоборот, меньше, чем 0,0037. Из электронной теории следует

$$\frac{k}{\sigma T} = \text{const.} \dots \dots \dots (6)$$

Здесь постоянная величина равна $\frac{4}{3} \frac{\alpha^2}{e^2}$ или $\frac{8}{9} \frac{\alpha^2}{e^2}$.

Подставляя $\alpha = 2,0 \cdot 10^{-16}$ и $e = 1,5 \cdot 10^{-20}$, получаем

$$\frac{k}{\sigma T} = 2,4 \cdot 10^9 \text{ по J. J. Thomson'у и P. Drude}$$

и

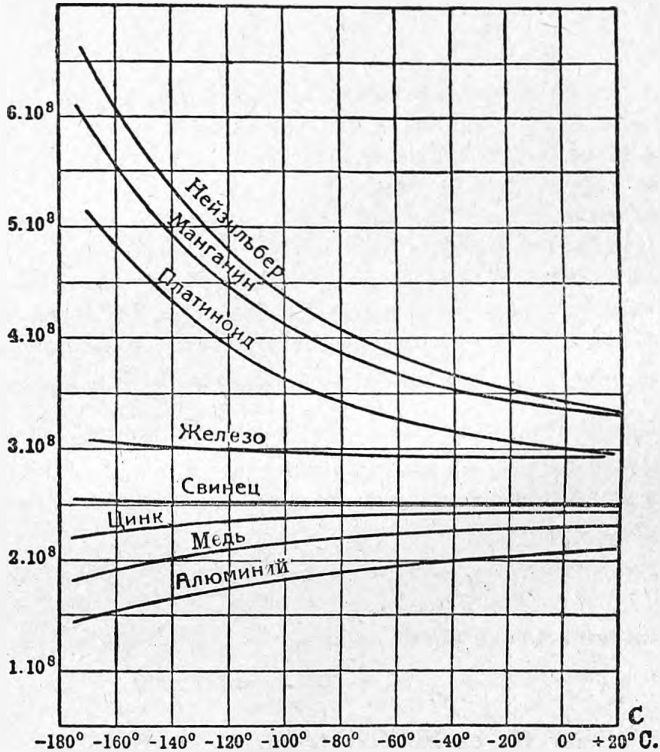
$$\frac{k}{\sigma T} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ по H. A. Lorentz'у.}$$

Рис. 288, заимствованный из книги K. Baedeker: „Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern“, показывает, на сколько выполняется закон L. Lorenz'a. По оси ординат отложены значения величины $\frac{k}{\sigma T}$, а по оси абсцисс температуры. Кривые взяты из работы Lee. Как видно, величина $\frac{k}{\sigma T}$ ни для одного вещества, кроме разве свинца, не есть величина постоянная, но 1) порядок величины правильный и 2) по мере повышения температуры, все кривые становятся параллельными оси

абсцисс и сближаются между собой. Число Drude и Thomson'a — $2,5 \cdot 10^8$ даже лучше, чем число H. A. Lorentz'a.

Рис. 1-ый как бы подтверждает мысль Keesom'a о двух областях температур. Richardson-region начинается около 0° примерно или несколько выше. Около -100° по Ц. мы имеем уже заметные отступления от закона Lorentz'a. Здесь уже несомненно Wien'-region. Почему Keesom назвал области именами Wien'a и Richardson'a, будет ясно из дальнейшего. То обстоятельство, что сплавы дают для отношения коэффициентов те-

Рис. 288.

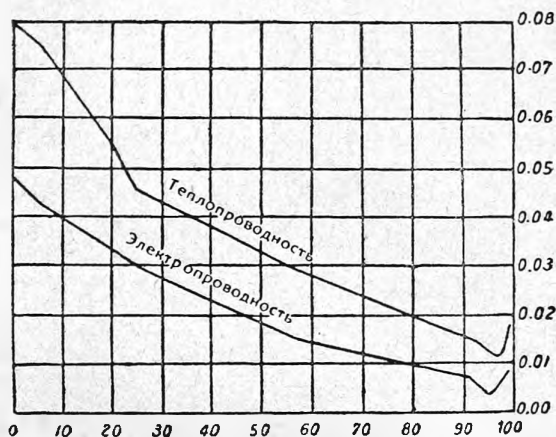


плопроводности и электропроводности слишком большие числа, т. е. обнаруживают меньшую электропроводность, чем следует из закона Wiedemann'a и Franz'a, может быть объяснено следующим образом (Lord Rayleigh). Сплав состоит из разнородных частиц. При переходе тока из одного вещества на другое вещество на границе двух веществ выделяется или поглощается тепло Peltier. Это должно произойти по всей толще сплава. Место разных температур вызовут термоэлектрический ток, который, согласно закону сохранения энергии, будет направлен навстречу первоначальному току. Таким образом кроме настоящего сопротивления мы будем обнаруживать „ложное сопротивление“ вследствие встречной электродвижущей силы. Что в сплавах сохраняется парал-

лелизм изменения теплопроводности и электропроводности, видно из рис. 289, представляющего кривые тепло- и электропроводности для сплава висмута и свинца. По оси абсцисс отложено процентное содержание висмута в сплаве.

§ 4. Приложение электронной теории проводимости к явлениям излучения. Н. А. Lorentz показал, что его электронная теория проводимости металлов приводит к тепловому излучению согласно закону

Рис. 289.



Rayleigh-Jeans'a. Вывод приведен выше в гл. IX, § 9. Как известно, закон Rayleigh-Jeans'a не подтверждается опытами. Он приводит к более интенсивному излучению волн короткой длины, чем наблюдается в действительности.

§ 5. Приложение электронной теории проводимости к явлениям термоэлектричества. Пусть соприкасаются два металла A и B . Пусть давление „электронного газа“, т. е. $\frac{1}{3} n m v^2$, больше в A , чем в B . Тогда электроны будут диффундировать из A в B ; однако такой переход электронов остановится, т. к. в A возникнет положительный, а в B отрицательный потенциал. Это создает возвращающую электроны электродвижущую силу, которая уравнивает избыток электронного давления в A . Получается термоэлектрическая разность потенциалов т. е. эффект Peltier*). Выведем выражение для этой разности потенциалов, согласно J. J. Thomson'у. Возьмем тонкий слой между веществами A и B , где переход от A в B происходит постепенно. Пусть число электронов в единице объема в металле A будет n_1 , в металле B — n_2 , а в промежуточном слое — на расстоянии x от A — n . Электрическая сила в том же месте промежуточного слоя пусть будет X . Тогда сила, рассчитанная на электроны, в единице объема около этого места будет $X n e$. Эта сила уравнивается

*) Мы называем здесь эффектом Peltier термоэлектрическую разность потенциалов в отличие от явления Peltier — поглощения или выделения тепла в сплае.

слоем, происходящей от изменения давления т. е. $\frac{dp}{dx}$. Отсюда

$$\frac{dp}{dx} = X n e \quad \text{или} \quad \frac{1}{n e} \frac{dp}{dx} = X.$$

Но $p = \frac{1}{3} n m v^2 = \frac{2}{3} \alpha n T$, где T — абсолютная температура.

Это дает

$$\frac{2}{3} \frac{\alpha T}{e} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = X$$

или

$$\frac{2}{3} \frac{\alpha T}{e} d \log n = X.$$

Проинтегрировав последнее выражение через весь промежуточный слой, получаем

$$\frac{2}{3} \frac{\alpha T}{e} \log \frac{n_1}{n_2} = V \dots \dots \dots (7)$$

где V есть разность потенциалов или „эффект Peltier.“ Легко видеть, что здесь мы имеем дело не с эффектом Вольта, т. е. не с контактной разностью потенциалов. Действительно

$$\frac{2}{3} \frac{\alpha T}{e} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2,0 \cdot 10^{-10}}{1,5 \cdot 10^{-20}} = 0,9 \cdot 10^4;$$

Итак $V = 0,9 \cdot 10^4 T \log \frac{n_1}{n_2}$ эл. магн. ед. = $0,9 \cdot 10^{-4} T \log \frac{n_1}{n_2}$ вольт.

Отсюда легко вычислить, что для получения разности потенциалов в 1 вольт (т. е. порядка контактной разности потенциалов) при T около 300° (комнатная температура) необходимо $\frac{n_1}{n_2}$ порядка 10^{17} . Такое огромное различие в содержании электронов совершенно не вяжется с отношением электропроводностей металлов, дающих контактную разность потенциалов порядка 1 вольта, напр. медь-цинк.

С другой стороны, термоэлектрическая разность потенциалов приводит к соразмерным числам. Пара висмут-сурьма дает наибольший эффект Peltier: $\frac{1}{30}$ вольт. Отсюда $\frac{n_1}{n_2} = 3,8$. Другие пары дают меньшее отношение*).

Электронное объяснение эффекта Peltier не свободно от противоречий с опытами. Так, напр., электропроводности олова, цинка, свинца сильно меняются при плавлении. При температуре плавления электропроводность твердой фазы в два раза превосходит электропроводность жидкой фазы. Согласно формуле (2), электропроводность зависит от произведения $n\lambda$. Так как эти металлы при плавлении расширяются, то надо ду-

*) Замечу кстати, что не совсем отчетливая грань между явлениями Peltier и Volta и экспериментальные работы ряда лиц, в особенности Warburg'a и Greinacher'a (1905), заставляют некоторых ученых сомневаться в существовании явления Volta между чистыми сухими металлами. Это не означает отсутствия разности потенциалов на границе двух металлов, но означает совсем другой порядок этой величины.

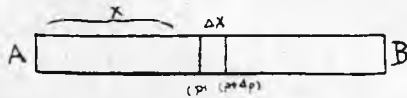
мать что λ_1 в твердой фазе меньше λ_2 в жидкой фазе. Следовательно надо допустить, что концентрация электронов в твердой фазе n_1 больше концентрации электронов в жидкой фазе n_2 более, чем в 2 раза, т. е. $\frac{n_1}{n_2} > 2$. Этому бы должен соответствовать очень заметный эффект Peltier между твердым и жидким металлом. Между тем Fitzgerald, Minarelli и Obermauer не могли заметить никакого эффекта.

Укажу еще, что Н. А. Lorentz дает для эффекта Peltier ту же величину, а Drude величину вдвое большую, чем J. J. Thomson.

Перейдем теперь к выводу выражения для явления В. Томсона (Lord Kelvin). Как известно (см. главу о термоэлектрических явлениях), лорд Кельвин показал, что если через металлический стержень, концы которого поддерживаются при разных температурах, пропустить ток, то происходит перенос тепла или от горячих частей стержня к холодным или (у других металлов) от холодных частей стержня к горячим.

Это так называемое явление Томсона. Разберем его с электронной точки зрения.

Рис. 290.



Пусть (рис. 290) AB стержень, конец которого B нагрет до температуры высшей, чем A . Давление „электронного газа“ растет с температурой. Проведем через стержень два сечения на расстояниях x и $(x + \Delta x)$ от A . Вследствие различия давлений на сечения, электроны в слое между сечениями будут испытывать силу, направленную справа налево и равную $\Delta x \frac{dp}{dx}$ на каждую единицу поверхности сечения. Для уравновешения этой силы мы должны иметь электродвижущую силу X , стремящуюся двинуть электроны направо, при чем

$$Xen \Delta x = \frac{dp}{dx} \Delta x$$

или

$$Xe = \frac{1}{n} \frac{dp}{dx}$$

$$\text{Подставляя } p = \frac{2}{3} n \alpha T; \quad \frac{dp}{dx} = \frac{2}{3} \alpha \frac{dnT}{dx},$$

получаем

$$Xe = \frac{2\alpha}{3n} \frac{dnT}{dx}$$

Если электроны будут двигаться от $(x + \Delta x)$ к x , т. е. против электрической силы X , то над каждым электроном должна быть совершена работа $Xe\Delta x$, и отнято от металла эквивалентное количество тепла

$$\frac{2}{3} \frac{\alpha}{n} \frac{d}{dx} (nT) dx.$$

С другой стороны, электрон, переходя от места, где температура $T + \frac{dT}{dx} dx$ к месту, где температура T , теряет в своей энергии величину $\alpha = \frac{dT}{dx} dx$; эта потерянная энергия выделяется в виде тепла в стержне.

Окончательно в стержне выделяется количество тепла

$$\left[\alpha \frac{dT}{dx} - \frac{2}{3} \frac{\alpha}{n} \frac{d}{dx} (nT) \right] dx$$

или

$$\alpha \left[1 - \frac{2}{3n} \frac{d}{dT} (nT) \right] dT.$$

Если от *A* к *B* протекает ток силой *i*, то это значит, что от *B* к *A* движутся $\frac{i}{e}$ электронов.

Это движение вызовет выделение тепла

$$\frac{\alpha i}{e} \left[1 - \frac{2}{3n} \frac{d}{dT} (nT) \right] dT$$

между точками, температуры которых *T* и (*T* + *dT*).

Но это количество тепла может быть выражено так

$$-i\mu dT,$$

где знак (—) поставлен оттого, что ток идет от более холодного места к более теплому. μ есть мера „Томсоновского тепла“, „теплоемкости электричества“ в металле, по терминологии лорда Кельвина. Итак, согласно нашему выводу,

$$\mu = -\frac{\alpha}{e} \left(1 - \frac{2}{n} \frac{d}{dT} (nT) \right).$$

Простое преобразование дает

$$\mu = -\frac{\alpha}{3e} \left(1 - 2T \frac{d \log n}{dT} \right). \dots \dots \dots (8)$$

Как видно из вышеприведенного вывода, принадлежащего *J. J. Thomson*'у, здесь давление электронов определено по формуле $p = \frac{1}{3} Nmv^2$, т. е. по формуле для газов, вычисленной, как известно, в предположении столкновения частиц газа (в данном случае электронов) между собой. Между тем в данном случае необходимо еще учесть удары электронов об атомы металлов. *J. J. Thomson* пренебрег этими ударами. *P. Drude*, который учел именно эти удары, получил

$$\mu = \frac{1}{e} \left(\frac{dE}{dT} - \frac{4}{3} \frac{E}{T} \frac{d \log n}{dT} \right) \dots \dots \dots (8')$$

Здесь *E* — энергия электрона, т. е. αT .

H. A. Lorentz, принявший максвелловское распределение скоростей, дает

$$\mu = \frac{1}{e} \left(\frac{dE}{dT} - \frac{2}{3} \frac{E}{T} \frac{d \log n}{dT} \right) \dots \dots \dots (8'')$$

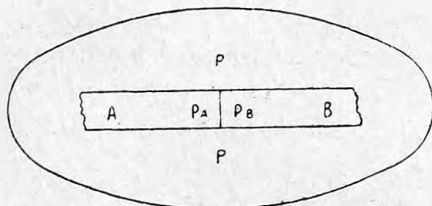
В 1913 г. *H. A. Lorentz* дал новый вывод термоэлектрических соотношений, свободный от многих возражений.

H. A. Гезехус (1907), *Schenk* (1910) и другие выяснили ряд закономерных связей, вытекающих из электронной теории термоэлектричества.

§ 6. Применение методов термодинамики к электронному газу. Необходимо отметить особый способ рассмотрения электронной теории термоэлектричества, введенный Krüger'ом и независимо от него Ваедекер'ом (1910). Richardson в ряде работ изучал излучение свободных электронов накаливаемыми телами. Он рассматривал это явление, как вылетание электронов из поверхности тела и, между прочим, экспериментально подтвердил максвелловское распределение скоростей у электронов. Поэтому работы Richardson'a считаются подтверждением теории Н. А. Lorentz'a*).

Wilson рассматривает излучение электронов накаливаемыми телами, как испарение электронов. Ток насыщения при этом есть функция температуры. Испарение происходит при всех температурах, но, будучи ничтожным при обыкновенной температуре, оно при возрастании температуры быстро возрастает. Над металлом мы имеем атмосферу паров электронов в том же смысле, как мы имеем атмосферу CO_2 над $Ca(CO_3)_2$.

Рис. 291.



К этим парам мы можем приложить термодинамический способ рассуждения. Это и сделали Krüger и Ваедекер и в последнее время M'Whan, изложения которого мы и будем придерживаться. Выведем несколько основных законов термоэлектричества. Пусть (рис. 291) A и B два металла, касающиеся друг друга, p_A и p_B — упругости паров внутри металлов при температуре T . Металлы находятся в сосуде, непроницаемом для электронов, в котором упругость паров электронов p . Пусть $p < p_A < p_B$. Пусть единица массы электронного газа испаряется из A в сосуд (заряд единицы массы = $1,772 \cdot 10^7$ эл. магн. ед.). Газ совершит работу изотермического расширения, т. е. $RT \log \frac{p_A}{p}$, и поглотит скрытое тепло испарения (q_A). Затем заставим эту единицу массы войти в металл B. Теперь над газом будет совершена работа $RT \log \frac{p_B}{p}$, и выделится тепло q_B . Итак, весь расход работы и тепла на газ равен

$$RT \log \frac{p_B}{p} - RT \log \frac{p_A}{p} + q_A - q_B = RT \log \frac{p_B}{p_A} + (q_A - q_B).$$

Так как весь процесс может быть рассматриваем, как перенос количества электричества $Q = 1,772 \cdot 10^7$ эл. магн. ед. против разности потенциалов V из тела A в тело B, то должно быть удовлетворено следующее равенство, выражающее равенство работ:

$$VQ = RT \log \frac{p_B}{p_A} + q_A - q_B$$

*) В виду этого Keesom и назвал область температур, в которой справедлива электронная теория проводимости — Richardson'овской областью (см. § 3).

или

$$V = \frac{RT}{Q} \log \frac{p_B}{p_A} + \frac{1}{Q} (q_A - q_B) \dots \dots \dots (9)$$

Это дает термоэлектрическую разность потенциалов [см. выше форм. (7)]

Термоэлектрическая способность получается дифференцированием по T :

$$e = \frac{dV}{dT} = \frac{R}{Q} \log \frac{p_B}{p_A} + \frac{RT}{Q} \frac{d}{dT} \log \frac{p_B}{p_A} + \frac{1}{Q} \frac{d}{dT} (q_A - q_B).$$

К скрытому теплу (q_A и q_B) прилагаем формулу Клапейрона-Клаузиуса, предполагая, что к упругости пара относятся законы идеальных газов:

$$q_A = V_A T \frac{\partial p_A}{\partial T} \dots \dots \dots (10)$$

где, как обыкновенно, считается, что объем испарившейся части велик по сравнению с объемом неиспарившейся части; и где V_A обозначает изменение объема, т. е. практически весь объем сосуда, в который испаряются электроны.

Из (10) получаем:

$$\frac{q_A}{p_A V_A T} = \frac{1}{p_A} \frac{\partial p_A}{\partial T}$$

или

$$\frac{\partial \log p_A}{\partial T} = \frac{q_A}{RT^2}$$

Отсюда легко вывести

$$\frac{d}{dT} \log \frac{p_B}{p_A} = \frac{q_B - q_A}{RT^2} \dots \dots \dots (11)$$

Для определения $\frac{d}{dT} (q_A - q_B)$ используем известное уравнение термодинамики

$$\frac{dL_T}{dT} + c - h = \frac{L_T}{T},$$

где c и h теплоемкости в первой и второй фазах. Мы получаем

$$\frac{dq_A}{dT} = \frac{q_A}{T} + h - c_A.$$

Написав такое же выражение для q_B , окончательно выводим

$$\frac{d}{dT} (q_A - q_B) = \frac{q_A - q_B}{T} - (c_A - c_B) \dots \dots \dots (12)$$

Вставляя (11) и (12) в выражение для e , получаем

$$e = \frac{\partial V}{\partial T} = \frac{R}{Q} \log \frac{p_B}{p_A} - \frac{c_A - c_B}{Q}.$$

Из (9) следует

$$\frac{R}{Q} \log \frac{p_B}{p_A} = \frac{V}{T} - \frac{q_A - q_B}{QT}.$$

Окончательно, термоэлектрическая способность e

$$e = \frac{V - \frac{1}{Q} \{ (q_A - q_B) + T(c_A - c_B) \}}{T} \quad (13)$$

Здесь числитель состоит из трех слагаемых: V представляет электрическое изменение энергии вследствие переноса единицы заряда из A в B ; $\frac{q_A - q_B}{Q}$ — скрытое тепло изменения, рассчитанное на единицу заряда; $\frac{T(c_A - c_B)}{Q}$ — рассчитанное на единицу заряда тепло, поглощенное или выделенное, вследствие изменения теплоемкости пара при нагревании. Таким образом весь числитель представляет все тепло, выделенное или поглощенное в спае при переносе единицы заряда из A в B , т. е. представляет тепло Peltier π .

Это дает

$$e = \frac{dV}{dT} = \frac{\pi}{T} \quad (14)$$

т. е. первое из двух уравнений для термоэлектрических токов, выведенных W. Thomson'ом чисто термодинамическим путем. Мы не останавливаемся на электронном выводе второго уравнения W. Thomson'a. Он тоже может быть сделан. M' Whan, впрочем, показывает, что из электронной теории второе уравнение W. Thomson'a получается только, как приближение.

§ 7. Попытки приложения теории квант к объяснению металлической проводимости. Мы воздерживаемся от подробного изложения этих попыток, так как они пока носят несколько случайный характер. Исследователи, интересующиеся теорией квант, при своих работах сталкивались с вопросом о металлической проводимости и попутно применяли метод квант и к этому вопросу.

Опытные данные, полученные в области низких температур, не согласуются с электронной теорией. Закон L. Lorenz'a (форм. 5) оказался только приближенным. Kammerlingh Onnes и W. Nernst (1911) заметили, что кривая изменения сопротивления с температурой похожа на кривую Planck'a*). Kammerlingh Onnes с успехом применил в области низких температур эмпирическую формулу, по которой эл. сопротивление пропорционально не абсолютной температуре, а выражению

$$\sqrt{\frac{Th\nu}{h\nu - e^{kT-1}}}$$

где h — элементарное количество действия Planck'a; ν — число колебаний колеблющегося атома.

Koenigsberger (1911) выразил сомнение в том, что энергия электрона равна αT , т. е. средней энергии частицы газа при той же темпе-

*) См. выше главу об излучении.

ратуре. Herzfeld (1912) присоединился к нему. В 1913 г. Herzfeld произвел следующее вычисление. Примем все формулы электронной теории, но заменим в них αT через E — энергия, а a через $\frac{dE}{dT}$. Не предполагая далее E нам известным, попробуем подставить для E такое выражение (не αT), которое бы хорошо удовлетворяло имеющимся опытным данным. Легко переписать выведенные выше формулы так, как это нужно Herzfeld'у.

$$\text{Из форм. (2')} \text{ получаем } \sigma = an\lambda E^{-\frac{1}{2}} \frac{e^2}{\sqrt{m}} \dots \dots \dots (2'')$$

$$\text{Из форм. (4) получаем } k = bn\lambda \frac{1}{\sqrt{m}} E^{\frac{1}{2}} \frac{dE}{dT} \dots \dots \dots (4'')$$

$$\text{Из форм. (5) получаем } \frac{k}{\sigma} = \frac{b}{a} \frac{1}{e^2} E \frac{dE}{dT} \dots \dots \dots (5'')$$

$$\text{Далее берем (8'')} \mu = \frac{1}{e} \left(\frac{dE}{dt} - A \frac{E}{T} \frac{d \lg n}{dT} \right) \dots \dots \dots (8''')$$

В этих формулах a, b, A — численные коэффициенты, различные в разных теориях; E — энергия, выражение для которой еще предстоит найти. Herzfeld начинает с форм. (5'') и остроумным методом логарифмических график показывает, что имеющимся опытным данным хорошо удовлетворяет выражение

$$E = \frac{1}{2} \frac{h\nu}{\frac{h\nu}{kT} - 1} \dots \dots \dots (15)$$

Любопытно, что выражение

$$E = \frac{1}{2} \frac{h\nu}{\frac{h\nu}{kT} - 1} + \frac{h\nu}{2}$$

(т. е. новая теория Planck'a) удовлетворяет опытам плохо.

Зная вид E , Herzfeld из (8''') находит температурную зависимость n от T .

Herzfeld дает

$$n = \left(n_0 T^\alpha e^{-\frac{2_0}{T}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Чрезвычайно сложная эмпирическая зависимость, не внушающая доверия.

W. Wien (1913) напечатал исследование, посвященное вопросу о металлической проводимости. Отметив затруднения, на какие наткнулась электронная теория, и которые представляются ему в некоторых частях роковыми, W. Wien в особенности останавливается на области низких температур, на невозможности объяснять тепловые явления в этой области движением электронов, и на необходимости признать в этой области теорию квант, подтвержденную рядом опытов.

Wien отказывается от уравнения энергии электрона

$$\frac{1}{2} m v^2 = \alpha T.$$

Далее, отказавшись от электронного объяснения теплоты, он откидывает решительно, хотя и с сожалением, вывод закона Wiedemann-Franz'a. Он сохраняет только выражение для электропроводности, которое пишет так

$$\frac{1}{2mv} e^3 \cdot n \lambda \dots \dots \dots (2''')$$

Здесь однако v — скорость, не имеющая никакой зависимости от температуры. n — Wien также считает независимым от температуры. Температурная зависимость электропроводности от температуры создается множителем λ — свободная длина пути зависит от температуры. Действительно свободных электронов Wien вообще не допускает. Электроны всегда находятся под влиянием колеблющихся атомов, радиусы сферы действия которых взаимно налагаются друг на друга. Прилагая к своим электронам методы рассуждения статистической механики и гипотезу квант, W. Wien дает для сопротивления следующее выражение

$$W = C \int_0^{v_m} \frac{v^2 dv}{h v e^{\frac{kv}{T}} - 1} \dots \dots \dots (16)$$

Здесь C — постоянная, а v_m , согласно Деbye'ю, есть $\sqrt[3]{\frac{3n}{F}}$, где n — концентрация электронов, а F зависит от упругих свойств вещества

При высоких температурах мы получаем

$$W = C \frac{kv_m}{h} T \dots \dots \dots (17)$$

т. е. пропорциональность абсолютной температуре, а при очень низких температурах

$$W_T = C \left(\frac{kT}{h}\right)^3 \frac{\pi^2}{6} \dots \dots \dots (18)$$

$$\text{т. что } \frac{dW_T}{dT} = C \left(\frac{k}{h}\right)^3 \frac{\pi^2}{3} T$$

$$\text{При } T = 0 \text{ имеем } W_0 = 0 \text{ и } \frac{dW_0}{dt} = 0.$$

W. Wien показывает, что его формула согласна с опытными данными, добытыми Kammerlingh-Onnes'ом, за исключением, в некоторых случаях, области самых низких температур, при которых, по мнению W. Wien'a, сопротивление металла уже ничтожно, и замечаемое сопротивление зависит от примесей. W. Wien пытается связать добавочный член в новом выражении Planck'a

$$U = \frac{hv}{h v e^{\frac{kv}{T}} - 1} + \frac{hv}{2},$$

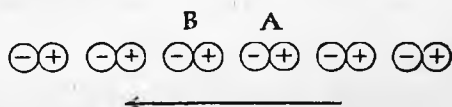
т. е. член $\frac{hv}{2}$ с электронной скоростью V , которая по Wien'у также не

зависит от T . Более точного физического толкования члена $\frac{h\nu}{2}$ W. Wien не дает.

Keesom (1913) в статье, появившейся после работы Wien'a, действует еще более радикально. Он вводит теорию квант в самое учение о газах, распространяя некоторые выводы, сделанные Debye'ем для твердого тела, на одноатомные газы. Он получает выражения для энергии, энтропии, давления газа и распространяет затем эти выводы на электроны в металле, рассматривая электроны, как одноатомный газ. Приведу некоторые выводы Keesom'a. При низких температурах эффект Thomson'a пропорционален кубу абсолютной температуры, а эффект Peltier четвертой степени этой температуры. Последнее подтверждается новейшими исследованиями. При высоких температурах остается в силе прежняя электронная теория. Отсюда деление на Wien-region и Richardson-region.

§ 8. Вторая теория J. J. Thomson'a; теория Bohr'a. В виду того, что в настоящее время начинают сомневаться в возможности существования свободного электронного газа внутри металла, будет уместно в нескольких словах указать, что J. J. Thomson в 1907 году предложил вторую теорию проводимости, по которой электроны не выходят из-под действия атомов металла. Его теория очень напоминает теорию Grothus'a в явлении электролиза (рис. 292). Внутри металла пред-

Рис. 292.



полагаются дублеты, составленные из положительно заряженных атомов и отрицательно заряженных атомов. Под влиянием внешней электрической силы дублеты располагаются рядами, как видно на рисунке, и ток заключается в том, что электрон покидает отрицательный атом одного дублета и внедряется в положительный атом соседнего дублета. Разбирая число дублетов, находящихся под разными углами к электрической силе, и принимая определенное число „разрядов“ дублета в секунду, J. J. Thomson выводит формулы, подобные формулам вышеприведенным. Следует упомянуть также, что в 1911 году Bohr обобщил теорию H. A. Lorentz'a, при чем наилучшее согласие с опытами дал тот случай теории Bohr'a, когда радиус сферы действия молекул металла не считается малым в сравнении с их расстояниями, а сами молекулы представляют электрические диполи.

§ 9. Гальваномагнитные и термомагнитные явления. Явления, нижеописанные, в особенности явление Hall'я, были одной из побудительных причин к созданию электронной теории металлической проводимости. Все они заключаются в появлении разностей потенциалов (электрическое явление) или разностей температур (тепловое явление) при следующих

условиях. Проводник, по которому проходит электрический ток, помещают в магнитное поле. Тогда могут обнаружиться два электрических явления (продольная и поперечная разности потенциалов) и два тепловых явления (продольная и поперечная разности температур), которые носят общее название гальваномагнитных явлений. Если по проводнику, введенному в магнитное поле, протекает не электрический, а тепловой ток (т. е. концы проводника поддерживаются при разных температурах), то также могут обнаружиться 4 явления (два электрических и два тепловых), которые носят название термомагнитных явлений. Все поперечные явления происходят в направлении перпендикулярном, как к направлению сил магнитного поля, так и к направлению первичного тока (электрического или теплового). Они меняют знак, при изменении направления первичного тока и при изменении направления магнитного поля. Все продольные явления происходят в направлении первичного тока и не меняют знака при изменении направления магнитного поля. Явления, вышеописанные, наблюдают обыкновенно (а поперечные почти всегда) на телах, которым придана форма тонкой пластинки. По отношению к расположению пластинки в магнитном поле можно различать три случая:

I. Линии сил магнитного поля перпендикулярны к плоскости пластинки. Это расположение чаще всего применяется. Наблюдаются как поперечные, так и продольные явления.

II. Линии сил магнитного поля перпендикулярны к направлению тока, но параллельны плоскости пластинки. Поперечные явления происходят теперь поперек плоскости пластинки. Продольные явления как и в первом случае, происходят вдоль плоскости пластинки в направлении первичного тока. В случае пластинки из вещества большой магнитной восприимчивости сказывается различие в размагничивании при положениях I и II.

III. Линии сил магнитного поля параллельны первичному току и плоскости пластинки. Возможны только продольные явления.

Первое из 8 наблюдаемых явлений было открыто Hall'ем в 1879 году и носит его имя. Оно поперечное, гальваномагнитное и электрическое, и наблюдается следующим образом. В магнитное поле помещают прямоугольную пластинку в положение I. По пластинке по направлению длинной стороны пропускают ток. Две противоположащих точки на длинных краях, выбранных так, чтобы они имели одинаковый потенциал, соединяются с чувствительным гальванометром. Отклонения нет. Если возбудить магнитное поле, то получается отклонение, показывающее появление поперечной разности потенциалов. Можно толковать это явление, как поворот эквипотенциальных поверхностей (представление самого Hall'я). Связь, существующая между электрическим и тепловым движением в металлах, быстро привела к открытию остальных термомагнитных и гальваномагнитных явлений. В 1886 г. v. Ettinghausen и W. Nernst открыли в тепловом токе явление, соответствующее явлению Hall'я, т. е. явление термомагнитное, поперечное и электрическое: раз-

ность потенциалов, направленную поперек первичного теплового потока и поперек приложенного магнитного поля. В 1887 году *v. Ettinghausen* открыл гальваномагнитное поперечное тепловое явление, т. е. поперечную разность температур в установке *Hall'*я; (провода, идущие к гальванометру, заменены двумя чувствительными, показывающими температуру). В том же году *Leduc* и *Righi*, независимо один от другого, обнаружили термомагнитное поперечное тепловое явление, т. е. показали, что поперечная разность температур появляется, если по пластинке, помещенной в магнитное поле, проходит не электрический, а тепловой поток.

Четырем поперечным явлениям соответствуют четыре продольных, при чем для каждого продольного явления можем еще различать поперечное или продольное намагничивание (расположение I или II с одной стороны, III с другой стороны).

Гальваномагнитное продольное электрическое явление, так сказать, „продольное явление *Hall'*я“, заключается в появлении разности потенциалов вдоль направления первоначального электрического тока; т. к. эта разность потенциалов пропорциональна силе первичного тока, то явление можно рассматривать, как изменение сопротивления в магнитном поле.

Гальваномагнитное продольное тепловое явление, т. е. разность температур края пластинки, через который электрический ток входит, и края пластинки, через который ток выходит, открыто *Nernst'*ом. Его можно рассматривать как явление *Peltier* между намагниченным и ненамагниченным веществом.

Термомагнитное продольное электрическое явление — открыто *v. Ettinghausen'*ом и *Nernst'*ом — оно может быть рассматриваемо как изменение термоэлектрической способности при намагничивании.

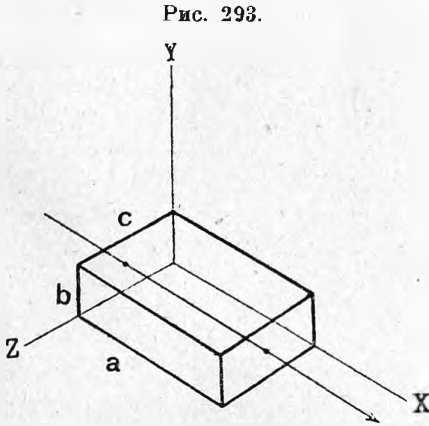
Термомагнитное продольное тепловое явление открыто *Righi* и *Leduc'*ом и может быть рассматриваемо, как изменение теплопроводности в магнитном поле.

Сопоставляем все указанные выше явления в следующей таблице:

	Гальваномагнитные явления		Термомагнитные явления	
	Электрические (разн. потенц.)	Тепловые (разн. темпер.)	Электрические (разн. потенц.)	Тепловые (разн. темпер.)
Поперечные явления	Явление <i>Hall'</i> я <i>R</i>	Явление <i>v. Ettingshausen'</i> а <i>P</i>	Явление <i>Nernst'</i> а и <i>v. Ettingshausen'</i> а <i>Q</i>	Явление <i>Leduc'</i> а и <i>Righi</i> <i>S</i>
Продольные явления	Изменение сопротивления	Явл. <i>Peltier</i> между намагниченным и ненамагниченным веществом	Продольная разность потенциалов	Изменение теплопроводности в магнитном поле

Некоторые из указанных явлений очень слабо проявляются, и пока еще только у висмута удалось обнаружить все 8 гальвано- и термомагнитных явлений.

§ 10. Коэффициенты, соответствующие различным гальвано- и термомагнитным явлениям. Пусть пластинка представляет плоский параллелепипед abc (рис. 293). Первичный ток (электрический или тепловой) протекает параллельно оси OX , магнитное поле направл. по OY , тогда поперечные явления будут происходить по направлению OZ . Простейшие предположения, которые могут быть сделаны для построения эмпирических формул, суть предположения прямой пропорциональности. Так, для явления Hall'я, поперечная электрическая сила, т. е. поперечная разность потенциалов, деленная на ширину пластинки, может быть выражена следующим образом:



где e — поперечная разность потенциалов; c — ширина пластинки; R — постоянная; H — напряжение магнитного поля. J — плотность тока. Сила тока $i = J \cdot bc$, где b — толщина пластинки.

$$\frac{e}{c} = R \cdot H \cdot J$$

Отсюда

$$e = RHJ \cdot c = \frac{R \cdot H \cdot i}{b} \quad (19)$$

Аналогично для явления Ettinghausen'a имеем: поперечная разность температур ΔT

$$\Delta T = -P \cdot H \cdot J \cdot c = -\frac{P \cdot H \cdot i}{b}; \quad (20)$$

P — постоянная.

Для двух термомагнитных поперечных явлений имеем подобные формулы:

$$e = +Q \cdot H \cdot \frac{dT}{dx} \cdot c \quad (21)$$

$$\Delta T = +S \cdot H \cdot \frac{dT}{dx} \cdot c \quad (22)$$

Здесь Q и S — постоянные, а $\frac{dT}{dx}$ падение температуры вдоль первичного теплового потока, которое связано с плотностью первичного теплового потока A выражением

$$A = -k \frac{dT}{dx}$$

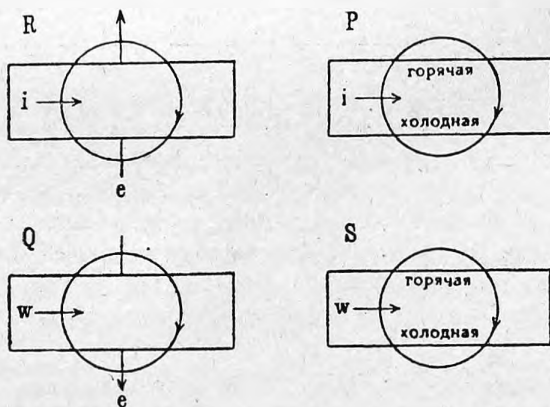
Решим выражения (19), (20), (21) и (22) относительно постоянных. Получаем:

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{eb}{Hi}; & P &= -\frac{\Delta T \cdot b}{Hi} \\ Q &= \frac{e}{H \frac{\partial T}{\partial x} \cdot c}; & S &= \frac{\Delta T}{H \frac{\partial T}{\partial x} \cdot c} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

Величины R, P, Q, S служат характеристиками вещества. Относительно знака этих величин принимается такое условие. Заметим направление тока в катушках, возбуждающих магнитное поле.

R положительно, если поворот пластинки на 90° в направлении тока, возбуждающего магнитное поле, приводит место входа первичного тока к месту выхода вторичного холлевского тока. Q положительно, если такой же точно поворот, как в предыдущем случае, приводит место входа первичного теплового потока к месту входа вторичного электр. тока. P — положительно, если тот же поворот приводит место входа первичного эл. тока к нагретому месту. S — положительно, если указанный поворот приводит место входа теплового потока к нагретому месту. Рисунок 294, заимствованный из книги D. K. Baedeker, Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern, поясняет правило знаков. Первичный поток входит в пластинку слева. Кружок показывает направление тока, возбуждающего магнитное поле, следовательно, направление магнитных силовых линий будет спереди — назад. Вторичные явления показаны так, как они происходят при положительных коэффициентах.

Рис. 294.



Что касается продольных явлений, то они не зависят от размеров пластинки, как легко сообразить. Они пропорциональны силе первичного тока (электр. или теплов.). Пропорциональность квадрату напряжения магнитного поля, принимаемая обыкновенно в виду независимости продольных явлений от направления магнитного поля, — не всегда оправдывается.

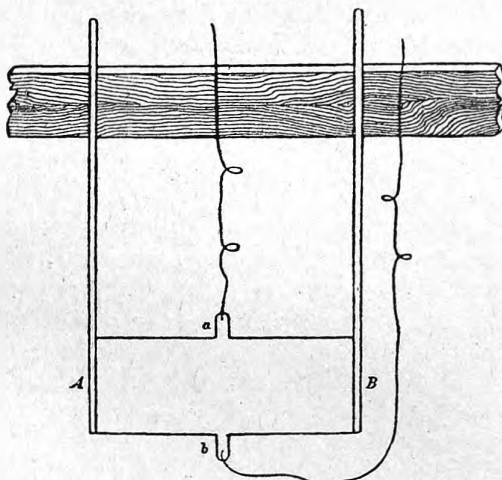
§ 11. Явление Холл'я. Из опыта получают поперечную разность потенциалов. Определив ее, вычисляют или коэффициент R или угол

поворота эквипотенциальных линий в пластинке Hall'я. Простые геометрические соображения показывают, что угол поворота φ^*) и коэф. R связаны соотношением

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{RH}{\rho}, \quad \dots \dots \dots (24)$$

где ρ — удельное сопротивление материала пластинки. Для опытов служат тонкие длинные пластинки, к которым ток подводится (рис. 295) через массивные электроды A и B таким образом, чтобы он внутри пластинки протекал прямолинейно и равномерно; боковые „холлевские“ электроды a, b при отсутствии магнитного поля лежат на эквипотенциальной линии.

Рис. 295.



Разность потенциалов, появляющаяся между a и b при возбуждении магнитного поля, либо измеряют посредством гальванометра или электрометра, либо определяют по способу компенсации. Lebet, v. Everdingen, Righi, Moretto, Zahn предложили видоизменения первоначального способа Hall'я. Следует отметить способ Des Coudres'a. В пластинку и в электромагнит пускают один и тот же переменный ток. Так как тогда i и H меняют свой знак одновременно, то от холлевских

*) Следует заметить, что в явлении Hall'я мы имеем только поворот эквипотенциальных линий, но не токовых линий; первичный ток продолжает течь по прежнему направлению, составляя со своими эквипотенциальными поверхностями угол $\frac{\pi}{2} - \varphi$.

Назовем Hall'евскую электрическую силу $\frac{e}{c}$; она равна RHJ (см. выше); электрическая сила в первичном токе равняется $J\rho$, где ρ — удельное сопротивление. Известное правило: электрич. силы обратно пропорциональны густоте эквипотенциальных линий, позволяет сразу написать

$$RHJ : J\rho = \operatorname{tg} \varphi \quad \text{отсюда} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{RH}{\rho}.$$

электродов можно отбирать постоянный ток. Сам Des Coudres работал с переменными токами до 700 перемен в секунду. Он показал, что его способ дает те же величины для R , как и прежние способы. Работы Rausch v. Traubenberg'a, Frey'я и других подтвердили пригодность способа Des Coudres'a, однако Zahn считает этот способ не свободным от возражений, и во всяком случае не вполне точным методом.

Приводим величины R для разных веществ при комнатной температуре. Следует заметить, что для некоторых веществ R не есть постоянная величина, а есть функция напряжения магнитного поля. Зависимость R от температуры будет разобрана далее. Результаты, полученные различными наблюдателями, сильно разнятся между собой, что объясняется, с одной стороны, малостью величины R для большинства веществ; с другой стороны, сильным влиянием примесей к веществу, которые влияют даже в очень малых количествах, а в больших количествах (напр., 6% олова прибавл. к висмуту) могут даже изменить знак явления.

Металл	R	Металл	R
Теллур ¹⁾	+ 8 . 10 ² до + 4 . 10 ²	Платина	2,4 . 10 ⁻⁴ до 1,2 . 10 ⁻⁴
Висмут ²⁾	- 1,6 . 10	Свинец	+ 9 . 10 ⁻⁵
Сурьма	+ 2,2 . 10 ⁻¹ до + 9 . 10 ⁻²	Олово	- 4 . 10 ⁻⁵ до - 2 . 10 ⁻⁵
Сталь	+ 3,3 . 10 ⁻² до + 1,2 . 10 ⁻²		
Сплавы		Сплавы	
Heuslera ³⁾	+ 2,6 . 10 ⁻² до + 1 . 10 ⁻²	Кадмий с сурьмой	+ 8 . 10 ⁻¹
Никкель	- 2,4 . 10 ⁻² до - 2,8 . 10 ⁻³	Константан	- 9 . 10 ⁻⁴
Железо	+ 1,1 . 10 ⁻² до 1 . 10 ⁻³	Нейзильбер	- 5,4 . 10 ⁻⁴
Кобальт	+ 4,6 . 10 ⁻³ до + 1,6 . 10 ⁻³		
Цинк	+ 4,2 . 10 ⁻³ до + 1 . 10 ⁻³	Полупроводники ⁴⁾	
Алюминий	- 3,7 . 10 ⁻³ до - 3,6 . 10 ⁻⁴	Молибденовый блеск	- 3,03 . 10 ³
Магний	- 3,5 . 10 ⁻³ до 9,4 . 10 ⁻⁴	Кремний	+ 1,85 . 10 ²
Натрий	- 2,3 . 10 ⁻³	Графит	- 7,1 . 10 ⁻¹
Серебро	- 1,5 . 10 ⁻³ до - 8,3 . 10 ⁻⁴	Иодная медь с избытком	
Палладий	- 1,2 . 10 ⁻³ до - 6,8 . 10 ⁻⁴	иода ⁵⁾	1,1 . 10 ⁴ до 2,4 . 10 ⁻¹
Марганец	- 9,3 . 10 ⁻⁴		
Золото	- 7,3 . 10 ⁻⁴ до - 5,7 . 10 ⁻⁴		
Кадмий	+ 5,9 . 10 ⁻⁴ до + 5,5 . 10 ⁻⁴		
Медь	- 5,3 . 10 ⁻⁴		
Иридий	+ 4 . 10 ⁻⁴		

Из таблицы видно, что из металлов наибольшими R обладают теллур, висмут, сурьма и ферромагнитные металлы. Вместе с тем эти металлы

¹⁾ Gottstein (1913) приводит для теллура значение + 2,1 . 10⁻².

²⁾ О висмуте будет сказано особо.

³⁾ Сплав Heusler'a помещен здесь, а не ниже в ряду сплавов, в виду своих магнитных свойств. Для всех ферромагнитных металлов дано то R , которое получается в слабых полях.

⁴⁾ Gottstein (1913) показал, что полупроводники обладают очень большим коэффициентом R .

⁵⁾ Baedeker первый показал, что CuI способен поглощать заметные массы иода, при чем проводимость CuI от этого сильно увеличивается и доходит до проводимости угля. Steinberg (1911) показал, что холлевский коэффициент R сильно зависит от количества поглощенного иода и при малом количестве иода (т. е. при большом сопротивлении) доходит до 1,1 . 10⁴.

обнаруживают резкую зависимость R от напряжения магнитного поля и от температуры.

Следующая таблица, заимствованная из двух работ Kammerlingh-Onnes'a и Bengt-Beckman'a (1912), показывает изменение R для висмута, при изменении температуры, и напряжения магнитного поля

H (гауссы)	$T = 289^{\circ} \text{K}$ — R	$T = 90^{\circ} \text{K}$ — R	$T = 73^{\circ} \text{K}$ — R	$T = 20^{\circ},3 \text{K}$ — R	$T = 14^{\circ},6 \text{K}$ — R
2060	9,08	36,1	45,85	74,1	81,8
5660	7,05	27,4	36,2	61,8	[73,7]
8520	6,12	25,15	33,9	59,0	[70,3]
12090	5,19	23,8	32,9	57,9	67,7

Температуры указаны в градусах Кельвина, т. е. по абсолютной шкале. Таблица обнаруживает сильное возрастание численного значения R при понижении температуры. Кроме того при каждой температуре видна зависимость R от H .

Опыты К. Onnes и Beckman'a оправдывают следующую эмпирическую зависимость R и H :

$$RH = a' H + b' \dots \dots \dots (25)$$

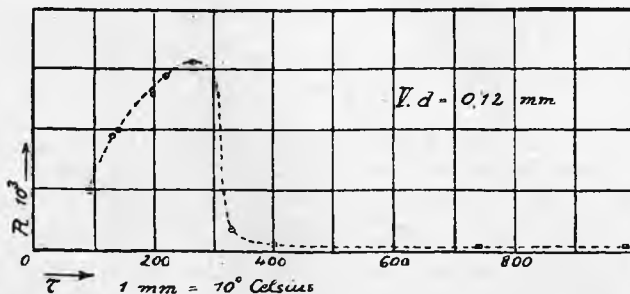
a' и b' — функции температуры; $a' = a_0' e^{-\beta T}$.

Опыты Rausch v. Traubenberg'a (1905), простирающиеся от комнатной температуры до температуры плавления висмута, находятся в согласии с опытами Kammerlingh-Onnes'a и Beckman'a. R плавно падает с повышением температуры. Перед плавлением наблюдается резкое падение R .

$H = 890$.	$t^{\circ} \text{C} =$	14,5	104	231	250	266	270
пластинка висмута	$R =$	5,78	2,83	1,31	1,19	0,98	0,25

У ферромагнитных металлов R растет с температурой довольно быстро до критической температуры намагничивания, за которой наступает

Рис. 296.

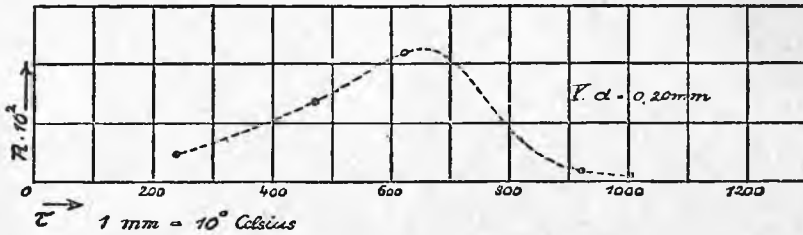


быстрое падение R и затем почти полная независимость от температуры. Рис. 296 и 297 показывают кривые Frey'я для Ni и Fe .

Работа Frey'я в общих чертах подтверждается исследованиями А. W. Smith'a (1910), продолжившего кривую в сторону низких тем-

ператур. Zahn справедливо замечает, что температурная зависимость R у ферромагнитных тел представляет явление очень сложное, складывающееся из 1) температурной зависимости R , 2) изменения намагничивающей, 3) температурного коэффициента этого изменения, зависящего от величины напряжения магнитного поля. Еще Kundt указал, что для ферромагнитных тел явление Hall'я определяется не столько напряжением магнитного поля, сколько намагничиванием. У теллура (v. Et-

Рис. 297.



tinghausen u. Nernst) и сурьмы (Barlow) R уменьшается с повышением температуры. У платины R слегка растет с температурой (Freu). Золото и марганец почти не имеют температурного коэффициента R (Freu). Все же опыты К. Onnes'а и В. Веckman'а показывают для золота слабое нарастание R при температуре жидкого водорода и еще низших температурах. Привожу численные данные для золота и некоторых других металлов.

T	Au	Ag	Cu	Pd
$290^{\circ} K$	$7,24 \times 10^{-4}$	$8,00 \times 10^{-4}$	$4,92 \times 10^{-4}$	$6,75 \times 10^{-4}$
$20^{\circ},3 K$	9,81	10,14	6,62	13,68
$14^{\circ},5 K$	9,82	9,91	6,56	13,85

Как видно, вторая и третья строчка везде больше первой, которая относится к комнатной температуре ($290^{\circ} K = 17^{\circ} C$).

Строение вещества также имеет влияние на коэффициент R . Вышеприведенные данные Kammerlingh-Onnes'а для висмута получены с электролитическим висмутом. Если взять кристаллический висмут, то эффект будет зависеть от расположения осей кристаллов. Lownds показал, что в кристаллическом висмуте R убывает с уменьшением температуры, проходит через 0 и при температуре жидкого воздуха принимает положительные значения. Van Everdingen помещал в магнитное поле призмы из висмута и в зависимости от положения осей получал значения $R = -10,6$ до $R = +0,6$ при магнитном поле в 4600 единиц.

Кристаллическим строением объясняется также характерное явление диссиметрии явления Hall'я. Если переменить направление магнитного поля, то поперечная разность потенциалов может оказаться, хоть и другого знака, но не одинаковой по величине. В крайних случаях диссиметрии даже не меняется знак, а только величина. Объясняется дисси-

метрия следующим образом. При замыкании магнитного поля происходит продольный гальваномагнитный электрический эффект: изменение сопротивления. Это изменение сопротивления неодинаково по разным направлениям, когда тело кристаллическое. Вследствие этого между точками, прежде эквипотенциальными, возникает разность потенциалов, т. к. сопротивления токовых трубок, подводящих ток к двум точкам, будет разное. Это создает разность потенциалов, не меняющуюся при перемене направления магнитного поля, а следовательно, диссиметрию.

От силы тока R , повидимому, совсем не зависит, что указывает на строгую пропорциональность холлвевской разности потенциалов и первичного тока. Moreau (1900—1902) показал, что в очень тонких пластинках замечается влияние толщины пластинки на R . Следующая таблица представляет извлечение из одной таблицы Moreau. Пластинка была из серебра, осажденного на стекле.

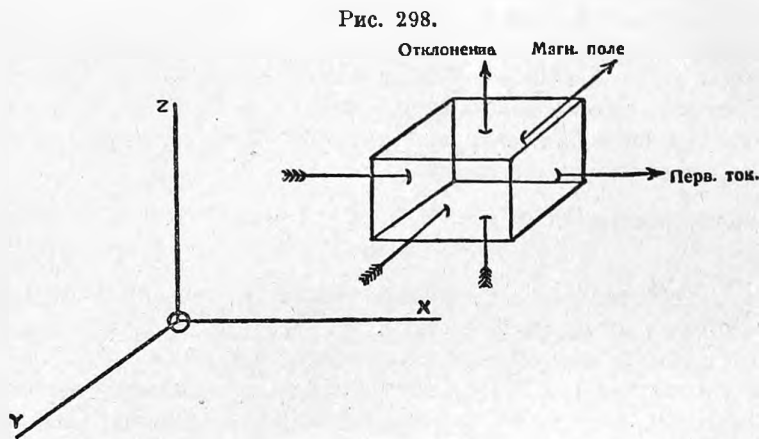
Толщина пластинки $S =$	130 μ	86 μ	49 μ	44 μ
— $R \cdot 10^3 =$	5,78	6,37	9,27	12,57

Moreau объясняет это влияние толщины пластинки существованием переходных слоев серебро-стекло и серебро-воздух. В очень тонких пластинках влияние переходных слоев обнаруживается.

В жидкостях явление Hall'я до сих пор не наблюдается с уверенностью, хотя существует ряд работ, утверждающих противное. Относительно проводников первого рода имеются следующие работы. Drude и Nernst наблюдали некоторые явления на расплавленном висмуте, но т. к. явление не зависело от направления первичного тока, то это не было явление Hall'я. Amaduzzi и Leone обнаружили явление на жидких амальгамах висмута, но Amerigo показал, что это не явление Hall'я, а результат движения жидкого проводника в не вполне заполненном и деформирующемся сосуде. Des Coudres получил положительный результат, работая с амальгамами висмута и со ртутью. Zahn опроверг работу Des Coudres'a. Altertum (1912) высказал теоретические соображения в пользу невозможности явления Hall'я в жидких проводниках первого рода. Fenninger (1914) подверг снова исследованию ртуть. Его результат скорее отрицательный. По его данным для жидкой ртути коэффициент R во всяком случае меньше $2 \cdot 10^{-5}$. Замечательно, что предел для твердой ртути еще меньше: $R < 1,1 \cdot 10^{-5}$.

Вопрос о явлении Hall'я в жидких проводниках второго рода (электролитах) исследован несколько подробнее. Roiti (1883) пришел к отрицательному результату. Bagard (1896) наблюдал явление Hall'я в электролитах. Одновременно с ним Florio (1896) получил отрицательный результат. В виду нерешенного разногласия между Bagard и Florio, английский ученый F. D. Donnan (1898) исследовал вопрос теоретически и определенно решил его в пользу Florio: он показал, что ожидаемый эффект лежит за пределами, доступными опыту. Приведу основания и окончательный результат рассуждений Donnan'a, так как отправная точка этого рассуждения повторяется и в электронной теории явления

Халл'я в металлах, основы которой будут изложены ниже. Электронная теория явления Халл'я рассматривает пондеромоторное действие магнитного поля на свободные электроны в металле. Доннап рассматривает пондеромоторное действие магнитного поля на ионы в электролите (см. правило левой руки, т. IV, ч. II, гл. III, § 8 и в этом V томе, гл. IV, § 3). Рис. 298 поясняет, как будет действовать магнитное поле на движущиеся ионы. Первичный ток проходит через электролит в направлении поло-



жительной оси x , магнитное поле направлено в сторону отрицательных y , тогда ионы, как положительные, так и отрицательные*), будут отклоняться в сторону положительной оси Z . Скорости, приобретенные обоими видами ионов в направлении OZ , будут разные, это вызовет разделение положительных и отрицательных зарядов, а это последнее вызовет разность потенциалов, которая приведет скорость двух видов ионов к равенству. Перемещение обоих видов ионов с одинаковой скоростью в направлении OZ вызовет нарастание концентрации в этом направлении и, следовательно, обратное перемещение как диссоциированной, так и недиссоциированной соли. Равновесие будет достигнуто тогда, когда поток ионов в направлении OZ , определяемый тремя причинами (пондеромоторное действие магнитного поля, указанная выше разность потенциалов, осмотическое давление, определяющее обратный поток ионов) будет уравновешен обратным потоком недиссоциированного вещества под влиянием его осмотического давления. Таким образом, после установления равновесия весь поток ионов будет попрежнему параллелен оси Ox , а повернутся только эквипотенциальные поверхности.

Теория прохождения тока через электролит дает возможность написать выражения для первичного тока, условия равновесия отрицательных ионов и условия равновесия положительных ионов.

*) У ионов отрицательных знак заряда обратный знаку положительных ионов, но обратно и направление движения; поэтому отклонение будет в ту же сторону.

Принимая диссоциацию полной, Доннан получил окончательно

$$\frac{de}{dz} = \frac{1}{2}(V-U)H \frac{d\pi}{dx} \dots \dots \dots (26)$$

Здесь $\frac{de}{dz}$ — поперечный холлвский градиент потенциала, $\frac{d\pi}{dx}$ — градиент потенциала в первичном токе, V , U , скорости, приобретаемые при градиенте потенциала, равном единице, одной грамм-молекулой вещества в состоянии положительных или отрицательных ионов. В учебниках электрохимии можно найти данные для определения V и U . Так, напр., для $CuSO_4$ молекулярная электропроводность 230 (при бесконечном растворе).

Отсюда
$$(U+V)_{18^{\circ}} = \frac{230}{96540 \cdot 2 \cdot 10^8} \cdot$$

Из подвижностей ионов имеем $\frac{U}{U+V} = 0,36$. Это дает

$$\frac{1}{2}(V-U) = 16,1 \times 10^{-13}.$$

Вставляя полученный результат в формулу (26), получаем для $CuSO_4$

$$\operatorname{tg} \varphi = \left(\frac{de}{dz}\right) : \left(\frac{d\pi}{dz}\right) = 16 \cdot 10^{-13} \cdot H,$$

А между тем Вагард вывел из своих опытов

$$\operatorname{tg} \varphi = 0,39 \cdot 10^{-5} \cdot H.$$

Никакие добавочные предположения (напр., неполная диссоциация) не могут объяснить такой громадной разности.

К заключениям Доннан'a присоединился v. Everdingen jun., первоначально пришедший к другим выводам.

В согласии с заключением Доннан'a находится тот факт, что Heilbrunn (1904) не мог обнаружить явления Hall'я в электролитах. Замечательно, что поперечная разность, вызванная одной только разностью концентраций гораздо больше.

Доннан дает формулу

$$E = \frac{1}{2} H (U+V) (z_2 - z_1) \frac{\pi_2 - \pi_1}{x_2 - x_1} \dots \dots \dots (27)$$

Если ширина жидкого слоя $(z_2 - z_1) = 1$, и средний градиент потенциала первичного тока $\frac{\pi_2 - \pi_1}{x_2 - x_1} = 1$, а поле равно 20000 ед., то для $CuSO_4$ получается

$$E = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ вольт.}$$

Можно выбрать электролит, для которого U и V близки к равенству, таково, напр., азотнокислое серебро. Тогда наблюдаемый эффект будет зависеть почти только от разности концентраций и его можно надеяться обнаружить при самых тонких экспериментальных средствах.

Охлеу (1913) обнаружил этот „концентрационный Hall-эффект“ для слабых растворов $AgNO_3$, $CdSO_4$ (и $CuSO_4$) в полном количественном согласии с расчетом Доннан'а. Формула Доннан'а дала Е. Марх'у (1900) надежду найти явление Hall'я в газах, т. к. у газов 1) подвижность ионов гораздо больше 2) разность подвижностей положительных и отрицательных ионов гораздо резче выражена. Е. Марх вычислил, что ожидаемый эффект в 10^6 раз больше ожидаемого эффекта у электролитов.

Опыты Е. Марх'а, произведенные с чувствительными пламенами, в которые вводились распыленные электролиты в разных концентрациях, дали следующие величины для $\frac{tg \varphi}{H}$.

В пламя введены: цезий	рубидий	калий	натрий	литий
$tg \varphi/H = -1,72 \cdot 10^{-6}$	$-2,7 \cdot 10^{-6}$	$-3,78 \cdot 10^{-6}$	$-5,06 \cdot 10^{-6}$	$-7,86 \cdot 10^{-6}$

Результаты Марх'а были подтверждены Wilson'ом (1902 и 1914).

§ 12. **Опытное исследование остальных гальвано- и термомагнитных явлений.** Приведем вкратце результаты опытного изучения остальных гальвано- и термомагнитных явлений.

I. Поперечное гальваномагнитное тепловое явление. Оно характеризуется коэффициентом P (форм. 23), очень мало и обнаружено лишь у немногих металлов. Замечательно, что поперечная разность температур устанавливается не сразу после замыкания тока, а нарастает в течение заметного времени (около минуты и более). То же самое относится вообще ко всем четырем тепловым явлениям. Для тех веществ, которые обнаружили явление v . Ettinghausen'а, получены следующие значения P (по Zahn'у).

Te	$+ 2 \cdot 10^{-4}$	Ni	$+ 4 \cdot 10^{-8}$ до $19 \cdot 10^{-8}$
Bi	$+ 3 \cdot 10^{-6}$ до $4 \cdot 10^{-6}$	Co	$+ 1 \cdot 10^{-8}$
Sb	$+ 2 \cdot 10^{-6}$	Fe	$- 6 \cdot 10^{-8}$
C (уголь)	$+ 5 \cdot 10^{-6}$	сталь	$- 7 \cdot 10^{-8}$

Явление v . Ettinghausen'а можно рассматривать, как обратное явлению Nernst'а и v . Ettinghausen'а (термомагнитному поперечному электрическому явлению, см. ниже), т. е. считать, что в момент возбуждения магнитного поля возникает поперечный тепловой поток, который продолжается до тех пор, пока вызванная им поперечная разность температур не останавливает его.

У чистого висмута P растет вместе с H , у ферромагнитных металлов зависимость P от H такая же, как и у коэффициента R .

У сурьмы и никкеля P есть возрастающая функция температуры. Результаты, полученные для Bi , противоречивы. Отрицательный знак P у железа и стали противоречит электронной теории Drude и Riecke.

Gottstein (1913) определил P для полупроводников и получил очень большие числа:

молибденовый блеск;	кремний;	графит;
$+2,77 \cdot 10^{-2}$	$+2,62 \cdot 10^{-3}$	$-6 \cdot 10^{-5}$

II. Продольное гальваномагнитное электрическое явление. Это есть добавочная продольная разность потенциалов, возникающая в проводнике, по которому протекает первичный эл. ток, если его поместить в магнитное поле. Так как эффект всегда строго пропорционален силе первичного тока, то его можно рассматривать, как изменение сопротивления в магнитном поле. Можно различать продольное и поперечное намагничивание (см. выше § 10 положение I и положение III). Обширный опытный материал, сюда относящийся, изложен выше (часть II, гл. X, § 12). Можно добавить следующее. 1) Boltzmann (1886) показал, что если дать току Hall'я протекать через пластинку (т. е. замкнуть его через внешнее сопротивление), то сопротивление пластинки должно возрасти от этого факта (независимо от действия магнитного поля на удельное сопротивление) в отношении $(1 + \frac{h^2}{1+g}) : 1$, где $h = \sigma HR$, а g есть отношение внутреннего сопротивления к наружному в цепи тока Hall'я; при этом намагничивание поперечное. Это изменение сопротивления было обнаружено в. Ettinghausen'ом у висмута, теллура и сурьмы.

2) Замеченное Patterson'ом относительное уменьшение влияния магнитного поля при очень тонких слоях висмута, а также уменьшение удельной электропроводности в очень тонких слоях происходят согласно с электронной теорией и объясняются (J. J. Thomson) уменьшением свободной длины пути электронов.

3) Из новых работ необходимо отметить работы Kammerlingh Onnes'a и Bengt Bekman'a (1912), изучивших изменение сопротивления электролитического висмута до температуры $15^\circ K = -258^\circ C$.

Сопротивление никкеля в магнитном поле исследовал Knott (1913).

III. Продольное гальваномагнитное тепловое явление. Это явление открыто Nernst'ом, и пока наблюдалось только у висмута. Zahn на особенно удачном экземпляре висмута наблюдал при первичном электрическом токе в 1 амп. и в поле 10 000 гауссов градиент температуры $0^\circ,04$. Nernst и Zahn показали, что направление падения температуры таково, что тепловой поток, вызванный этим падением, дал бы продольную термомагнитную разность потенциалов, направленную навстречу разности потенциалов первичного тока. Если рассматривать висмут вне поля, как нечто отличное от висмута в магнитном поле, то разбираемое явление есть явление Peltier между этими двумя висмутами.

IV. Поперечное термомагнитное электрическое явление (явление Nernst'a). Это явление наблюдается легко, но трудно поддается точному количественному определению, главным образом, вследствие трудности поддержать равномерное падение температуры. В следующей таблице приведены данные Zahn'a относительно величины коэффициента Q .

вещество	$Q \cdot 10^6$	вещество	$Q \cdot 10^6$
теллурий	— 360000	сталь	+ 1660 до + 70
висмут	— 132000	железо	+ 1560 до + 1050
сурьма	— 17600 до — 8870	серебро	+ 430 до + 46
Ni	— 8900 до — 2000	медь	+ 270 до + 90
сплавы Heusler'a	— 7000 до — 1600	цинк	+ 240 до + 54
кобальт	— 2240 до — 1800	иридий	+ 5 до + 2 ?
палладий	— 130 до — 50	свинец	5 (?)
уголь	— 100	олово	4 (?)

Явление Nernst'a в никкеле изучал A. W. Smith (1911), а в теллурие Lloyd. Для ферромагнитных тел, повидимому, Q зависит от намагничивания. Поведение висмута (даже электролитического) довольно сложно, и выводы von Everdingen'a, Yamaguchi, Lloyd'a плохо согласуются друг с другом. При низких температурах согласно Lloyd'у и Yamaguchi оправдывается соотношение

$$QH = n \cdot \frac{\Delta w}{w},$$

где n — множитель пропорциональности, $\frac{\Delta w}{w}$ — изменение сопротивления в магнитном поле.

Van Aubel заметил, что небольшое (до $\frac{1}{2}\%$) количество свинца, прибавленного к висмуту, увеличивает Q ; большее количество свинца — уменьшает Q .

V. Поперечный термомагнитный тепловой эффект (явление Leduc'a). Это явление можно рассматривать, как вращение изотерм, при чем угол поворота ψ связан с S (форм. 23) соотношением*)

$$\text{tg } \psi = SH.$$

Приводим таблицу значений S .

вещество	$S \cdot 10^8$	вещество	$S \cdot 10^8$	вещество	$S \cdot 10^8$
висмут	— 200	платина	— 2	сталь	+ 69
никкель	— 45	иридий	+ 5	сурьма	+ 200
серебро	— 41	цинк	+ 13	теллурий	+ 400
медь	— 18	кобальт	+ 13		
палладий	— 3	железо	+ 39		

Все числа, кроме чисел для висмута, сурьмы и теллура, получены Zahn'ом. Для кристаллического висмута получаются очень различные

*) Вывод вполне подобен выводу для $\text{tg } \varphi$ (см. § 11); а именно $\text{tg } \varphi = \frac{\Delta T}{c} : \frac{\partial T}{\partial x}$; но $\Delta T = SH \frac{\partial T}{\partial x} \cdot c$; отсюда следует $\text{tg } \varphi = SH$.

(даже положительные) числа. Кроме того у висмута S убывает при возрастании силы поля, n возрастает с температурой. Такая же зависимость от температуры замечена и у никкеля. У сурьмы S убывает при возрастании температуры.

Zahn отмечает, что у всех исследованных металлов R и S имеют тот же знак и даже порядок веществ тот же, за исключением Pd и Cu , которые поменялись местами.

VI. Продольная термомагнитная разность потенциалов. Она может рассматриваться, как изменение термоэлектрической способности при намагничивании, т. е. две точки, взятые вдоль первичного теплового потока и находящиеся следовательно при разных температурах, будучи соединены между собой через внешнюю цепь, представляют замкнутый термоэлемент, состоящий из пары: пластинка | вещество электродов. Изменение, наступающее при возбуждении магнитного поля, есть изменение в термоэлектрической способности. Явление наблюдалось на теллуре, висмуте и его сплавах и на ферромагнитных металлах. Grimaldi показал, что продольный электрический ток в чистом висмуте идет навстречу первичному тепловому току. Lownds изучил явление в висмуте в зависимости от напряжения поля, от средней температуры пластинки, и от распределения кристаллографических осей в висмуте. Он дает эмпирическую формулу $p = n(T_2 - T_1)$, где p — величина наблюдаемого эффекта, T_2 и T_1 температуры, при которых поддерживаются два конца пластинки; n — коэффициент, представляющий продольную разность потенциалов в расчете на 1° падения температуры вдоль пластинки. n есть функция средней температуры $\frac{T_1 + T_2}{2}$ и H . При $H = 6000$ гауссов и при комнатной температуре (для $\frac{T_1 + T_2}{2}$) величина $n = 11 \cdot 10^{-6}$ вольт. Barlow показал, что при продольном намагничивании висмута n , примерно, в два раза меньше, чем при поперечном намагничивании.

v. Ettinghausen, Nernst, Spadavecchia, van Aubel показали, что прибавление олова и свинца к висмуту сначала уменьшает n , а дальнейшее прибавление приводит к перемене знака явления и при обратном знаке явление достигает большой силы, большей чем у чистого висмута.

Существует параллелизм термоэлектрического ряда сплавов и их ряд относительно продольного термомагнитного электрического явления. Работы Houllévigüe'a и Mogeau над ферромагнитными металлами показали, что в них явление сложным образом зависит от силы поля. Явление достигает максимума при некотором H (3000 гауссов для никкеля), при дальнейшем возрастании уменьшается, пропадает (для никкеля при 4500 гауссах) и затем меняет знак и растет в другую сторону (см. также выше ч. II, гл. IX, § 5).

VII. Продольное термомагнитное тепловое явление (изменение теплопроводности в магнитном поле). На опыте наблюдается изменение падения температуры вдоль пластинки. Результаты исследований уже изложены выше (см. ч. II, гл. X, § 12).

§ 13. Некоторые связи, наблюдаемые между различными гальвано- и термомагнитными явлениями. Nernst указал, что, если не обращать внимания на знак явления, то между R и Q существует соотношение

$$\frac{Rk}{Q} = \text{const.} \dots \dots \dots (28)$$

Здесь k — коэффициент теплопроводности. Указанное соотношение для всех наблюдаемых веществ есть величина, если не строго постоянная, то все же одного порядка.

Mogeaу указал такое равенство

$$Q = -R\mu\sigma \dots \dots \dots (29)$$

где μ — томсоново тепло, а σ — электропроводность. Однако Gottstein (1913) показал, что для полупроводников правило Mogeaу неверно.

Если исключить сплавы, то можно высказать такое положение: коэффициент R тем больше, чем больше удельное сопротивление металла.

Ряд коэффициентов R у разных веществ близко совпадает с термоэлектрическим рядом.

Температурная зависимость R часто близко к температурной зависимости сопротивления. Иногда это же относится к P .

Существует параллелизм между R и S , с одной стороны, и P и Q , с другой стороны.

Металлы относительно коэффициента P располагаются в такой же ряд, как относительно коэффициента Q , при чем знак P всегда обратен знаку Q .

Ряд металлов относительно S параллелен ряду относительно R , при том знаки одинаковые. Параллелизм выступает еще резче, если сравнивать не коэффициенты R и S , а углы поворота эквипотенциальных линий, с одной стороны, и изотерм с другой. Приводим таблицу Zahn'a.

Вещество	$\varphi = \text{arctg } R\sigma H$	$\psi = \text{arctg } SH$
Теллур	+ 3° 8'	+ 2° 16'
сурьма	+ 2° 59'	+ 1° 9'
сталь	+ 20' до 6'	+ 24'
железо	+ 22'	+ 13'
кобальт	+ 4,7'	+ 3,8'
цинк	+ 6,2'	+ 4,4'
иридий	+ 1,4'	+ 1,7'
платина	- 0,6'	- 0,7'
палладий	- 1,0'	- 0,9'
медь	- 8,9'	- 7,9'
серебро	- 18'	- 14'
никкель	- 20'	- 11'
висмут	- 24° 30'	- 1° 10'

Исключение составляет висмут.

Простых закономерностей для ферромагнитных тел указать нельзя. Обыкновенно явления у ферромагнитных тел растут с температурой, а у диамагнитных падают с возрастанием температуры, но часто темпера-

турная зависимость гораздо сложнее и не может быть уложена в простое правило.

§ 14. Электронная теория гальвано- и термомагнитных явлений. В явлениях, только-что описанных, резко выступают следующие две особенности: 1) тесная связь электрических и тепловых процессов и 2) действие магнитного поля не на проводник, а на самое электричество в проводнике. Ясна поэтому роль этих явлений для электронных теорий металлов. Согласно этим теориям, мы имеем в гальвано- и термомагнитных явлениях пондеромоторное действие магнитного поля на носители электричества (на отрицательные электроны по унитарным теориям; на отрицательные электроны и положительные ионы (электроны?) по дуалистическим теориям). Отклоняющее действие магнитного поля на движущийся заряд совершается, как известно, с силою

$$\mathfrak{F}e = \frac{e}{c} [v\mathfrak{H}],$$

см. выше, гл. IV, § 3:

Все теории представляют применение этого образа к рассматриваемым явлениям. Еще L. Boltzmann (1880 и 1886), предлагая объяснение явления Hall'я, вспомнил взгляды Weber'a и даже предложил формулы для определения абсолютной скорости электричества в металле.

Однако из §§ 12 и 13 можно убедиться, насколько трудно наблюдаемы гальвано- и термомагнитные явления и насколько сложны и противоречивы результаты. Отсюда возникают для теории два затруднения: 1) невозможно подвести под теорию все разнообразие наблюдаемых явлений; 2) невозможен и обратный ход: нельзя найти в результатах опытов, до сих пор произведенных, достаточной опоры, чтобы на ней построить удовлетворительную теорию. Этим объясняется некоторая неудовлетворительность всех попыток теории гальвано- и термомагнитных явлений. Ограничимся выводом основных уравнений, даваемых электронной теорией.

Используем схему Donnan'a (см. § 11). Пусть первичный ток (рис. 298 там же) протекает на оси OX , магнитное поле действует по направлению отрицательной оси OY , тогда отклонение отрицательных электронов произойдет по направлению OZ . (Следует помнить, что положительные электроны, если они существуют, отклоняются в ту же сторону). Если скорость электронов по оси X -ов есть $-\frac{dx}{dt}$, а заряд их ($-e$), то сила, с которой действует на каждый электрон магнитное поле, будет

$$K = + \frac{e}{c} H \frac{dx}{dt} \dots \dots \dots (30)$$

Эта сила направлена в сторону положительных Z -ов. Перемещение электронов по оси Z -ов вызовет электростатическую силу, которая будет тянуть электроны назад, в сторону отрицательных Z -ов.

Назовем эту силу (градиент потенциала) через Z , ее действие на электрон будет $-Ze$ (в сторону отрицательных Z -ов). Таким образом вся

сила, действующая на электрон, в направлении положительных Z -ов есть

$$M = -e \left(Z - \frac{H}{c} \cdot \frac{dx}{dt} \right) \dots \dots \dots (31)$$

Если число электронов в единице объема есть n , а скорость, приобретаемая ими под влиянием единичной электрической силы, есть w^* , то поток электронов в направлении оси OZ будет

$$A_1 = -e w n \left(Z - \frac{H}{c} \cdot \frac{dx}{dt} \right) \dots \dots \dots (32)$$

Поток A_1 будет уравниваться потоком диффузии A_2 , который будет иметь направление, обратное A_1 , т. е.

$$A_1 + A_2 = 0 \dots \dots \dots (33)$$

Выражение для A_2 может быть написано по формуле Boltzmann'a для диффузии газов (см. выше форм. (3)).

После небольшого преобразования получается

$$A_2 = \frac{4}{3} \alpha T w \cdot \frac{\partial n}{\partial z} \dots \dots \dots (34)$$

Всякое изменение концентрации означает изменение температуры; соответственно этому заменяем $\frac{\partial n}{\partial z}$ через $\frac{\partial n}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial z}$.

Подставляя (34) и (32) в (33), получаем

$$\frac{4}{3} \alpha T \cdot \frac{d \lg N}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = e \left(Z - \frac{H}{c} \cdot \frac{dx}{dt} \right) \dots \dots \dots (35)$$

Это одно из основных уравнений для теории гальваномангнитных и термомагнитных явлений.

Сторонники теорий дуалистических прибавляют к этому уравнению такое же для положительных электронов, в котором x , $-e$, n заменены через x , $+e$, p . Здесь p — концентрация положительных электронов.

Второе основное уравнение получается из рассмотрения продольного движения электронов. Продольный поток выразится, очевидно, так:

$$e w n X,$$

где X — градиент потенциала первичного тока. В магнитном поле вследствие продольного магнитного эффекта будет встречный ток диффузии

$$\frac{4}{3} \alpha T w \frac{\partial n}{\partial x};$$

окончательно весь поток выразится следующим образом:

$$e n \frac{dx}{dt} = e w n x - \frac{4}{3} \alpha T w \frac{\partial n}{\partial x} \dots \dots \dots (36)$$

*) См. выше вывод, предшествующий формуле (1); из него видно, что скорость пропорцион. электр. силе и, следовательно, легко определить w .

По дуалистическим теориям и здесь пишется второе подобное же уравнение для положительных электронов.

Третье (или пятое) основное уравнение есть выражение для плотности тока:

$$J = en \frac{dx}{dt} \dots \dots \dots (37)$$

По дуалистич. теориям

$$J = en \frac{dx}{dt} + e_1 p \frac{dx_1}{dt} \dots \dots \dots (37')$$

Пятью формулами вида 35, 36, 37' пользовался, напр., *Drude* в своей теории гальваномагнитных и термомагнитных явлений. При изучении гальваномагнитных явлений он полагал $J = \text{const.}$; $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ (т. е. пренебрегал продольным гальваномагнитным тепловым явлением, пока наблюдаемым только у висмута). По уравнениям он определял Z и $\frac{\partial T}{\partial z}$ (явления *Hall*'я и *Ettinghausen*'а).

При изучении термомагнитных явлений он полагал $J = 0$, а $\frac{\partial T}{\partial x} = \text{const.}$ и опять определял Z и $\frac{\partial T}{\partial z}$ (явление *Nernst*'а и *Leduc*'а). Продольные явления *P. Drude* не изучал, считая их сопровождающими поперечные явления.

Опыты *Zahn*'а только качественно подтвердили теорию *Drude*, и то не по всем пунктам. Так, например, для коэффициента P из опыта получаем как положительные, так и отрицательные значения, а по теории *Drude* P для всех веществ должно быть одного знака.

Унитарная теория очень хорошо объясняет сущность явления. Поперечные явления заключаются в отклонении потока электронов так же точно, как он отклоняется в катодных лучах; та сторона, куда отклоняется поток, получает отрицательный потенциал (явление *Hall*'я) или же высшую температуру (явление *Leduc*'а) вследствие большей концентрации, но затруднение заключается в том, что унитарная теория требует для всех тел одинаково направленного явления *Hall*'я и одинаково направленного явления *Leduc*'а (легко рассчитать по правилу трех пальцев левой руки, что R должно быть всегда отрицательным: равно как и S). Приведенные в §§ 11 и 12 таблицы показывают, однако, что встречаются вещества, в которых R и S имеют положительный знак. Без каких-либо существенных изменений в основах унитарной теории этого факта объяснить нельзя. Дуалистическая теория этого затруднения не встречает, т. к. оперирует с положительными и отрицательными электронами, отклоняемыми в одну и ту же сторону. Следовательно, всегда можно предположить в различных веществах такие различия в концентрации тех и других электронов и в их скоростях, что для одних тел получатся отрицательные R и S , а для других положительные.

Продольные явления: уменьшение электропроводности и теплопроводности по унитарной теории объясняются изменением формы пути электронов в магнитном поле. Из отрезков прямых образуются циклоиды

(при поперечном поле) и отрезки спирали (в общем случае). Таким образом общая длина пути, который приходится пройти электронам, увеличивается.

Наиболее разработанную теорию гальваномагнитных и термомагнитных явлений дал R. Gans (1906); он приложил к этим явлениям электронную теорию Н. Lorentz'a. В 1912 г. Z. de Thullie применил к гальвано- и термомагнитным явлениям обобщенную Gruner'ом теорию Lorentz'a.

Окончательный вывод de Thullie следующий: 1) Теория Н. А. Lorentz'a, обобщенная Gruner'ом, с качественной стороны объясняет все гальвано- и термомагнитные явления, обнаруживаемые в висмуте в поперечном поле. Для объяснения достаточно допущения одних отрицательных электронов. 2) Знак явления Hall'я и знак вращения изотерм в железе, сурьме, кобальте, цинке и др. не может быть объяснен этой теорией без допущения положительных электронов.

Из теории R. Gans'a укажу на выведенное им соотношение

$$R = \frac{3\pi}{8en} \dots \dots \dots (38)$$

Здесь R — коэффициент явления Hall'я (изотермического), а n число электронов в единице объема.

Это очень удобная формула для вычисления n . Другая формула для вычисления n дана J. J. Thomson'ом, как выражение закона увеличения сопротивления в магнитном поле. Она имеет вид

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{1}{3} H^2 w^2 \dots \dots \dots (39)$$

и легко преобразуется в

$$ne = \frac{1}{\rho u_0} \dots \dots \dots (40)$$

где ρ — удельное сопротивление вещества, u_0 — скорость, приобретаемая электронами внутри данного вещества под влиянием единичной силы.

По поводу формулы Gans'a укажу, что Gans первый внимательно изучал влияние различных термо- и гальваномагнитных явлений друг на друга. Так он различает два явления Hall'я: 1) изотермическое явление Hall'я, т. е. ту поперечную разность потенциалов, которая получилась бы в пластинке, температура которой повсюду одна и та же; 2) адиабатическое явление Hall'я, при котором отпадает внешняя теплопроводность и возможна поперечная разность температур $\frac{\partial T}{\partial x}$ (продольной разностью температур $\frac{\partial T}{\partial x}$ Gans на основании опыта пренебрегает). Таким образом Gans различает: явление Hall'я при существовании явления Ettinghausen'a, и явление Hall'я без явления Ettinghausen'a. В хороших проводниках адиабатический эффект Hall'я не отличается заметно от изотермического (Zahn), но в полупроводниках разница очень заметна (Gottstein, 1913). Вообще наложение разных гальвано- и термомагнитных явлений друг на друга представляет боль-

шое затруднение для теории и для эксперимента. Действительно, ток, проходящий в пластине, находящейся в поперечном магнитном поле, вызовет поперек себя явление Hall'я и явление Ettinghausen'a; но вместе с тем он вызовет продольную разность температур, а эта последняя продольный тепловой поток. Продольный же тепловой поток вызовет поперек себя разность потенциалов, которая налагается на явление Hall'я, и разность температур, которая налагается на явление Ettinghausen'a. Все это чрезвычайно затрудняет построение теории. J. J. Thomson справедливо замечает, что было бы неосторожно заключить о существовании положительных электронов на основании одного явления Hall'я. Обратный знак явления Hall'я у некоторых тел (в частности у ферромагнитных металлов) может объясняться молекулярными полями. Действительно, в магнитном поле элементарные магнитики повернутся так, что собственное поле их будет обратно внешнему полю (в пространстве между полюсами соседних молекулярных магнитов в непосредственной близости от их полюсов). При столкновении электронов с молекулами эти собственные поля в момент удара могут играть значительно большую роль, чем внешнее поле, и могут вызвать отклонение в обратную сторону. Все гальвано- и термомагнитные явления в ферромагнитных телах показывают, что для них имеет значение не напряжение внешнего поля, а скорее намагничивание. Это говорит в пользу воззрения J. J. Thomson'a. Но то обстоятельство, что и выше критической температуры намагничивания коэффициент Hall'я остается положительным (опыты Frey'я и A. W. Smith'a), несколько противоречит этим воззрениям.

Интересно было бы испытать, замечает J. J. Thomson, не изменит ли явление Hall'я у железа свой знак в чрезвычайно сильных магнитных полях, гораздо более сильных, чем необходимо для насыщения железа.

Вторая теория J. J. Thomson'a (см. выше § 8) не имеет в себе ограничения знака явления Hall'я. Повидимому, действительно в теории колеблющихся диполей будет найдено соединительное звено между электронной теорией и теорией квант.

Отметим еще в заключение, что в 1911 г. Corbino предсказал и открыл три явления, подобных явлению Hall'я и представляющих большой интерес для электронной теории металлической проводимости.

1) Через металлический диск радиально протекает электрический ток (он входит в центре, протекает по радиусам и равномерно отбирается по всей окружности диска). Если поместить диск в магнитное поле, направленное перпендикулярно к его плоскости, то в плоскости диска образуется круговой ток, плотность которого обратно пропорциональна радиусу.

2) Диск с радиальным током подвешивается в магнитном поле под острым углом к линиям сил. Появляется момент вращения, поворачивающий диск.

3) При возбуждении магнитного поля, направленного перпендикулярно к плоскости диска, в диске индуцируется радиальный ток. Радиальный ток обратного знака индуцируется при исчезновении магнитного поля.

Расчет этих трех случаев не представляет затруднений. Corbino выполнил его в предположении двух родов электронов. Adams (1914) — в предположении одного рода электронов. Связь явлений Corbino с явлением Hall'я очевидна. Есть и разница. У Corbino мы имеем вращение токовых линий, тогда как у Hall'я вращаются эквипотенциальные линии. (Собственно случай диска разобран уже у Boltzmann'a). В настоящее время Adams предпринял исследование ряда металлов в установке Corbino. Для висмута уже сделаны определения, и получено число электронов в единице объема в достаточном согласии с прежними числами и между собой.

Чисто термодинамические теории гальвано- и термомагнитных явлений развили W. Voigt (1899) и Wiedeburg (1900).

§ 15. **Некоторые численные данные, относящиеся к электронной теории металлов.** Привожу в заключение численные величины концентрации электронов n , длины свободного пути λ и скорость, приобретаемой электронами под влиянием единичной электрической силы, w . Обычно для вычисления пользуются формулами (38) или (39) и (40). Не следует придавать этим числам слишком большого значения, т. к. формулы, служащие для их вывода, содержат в себе не вполне проверенные допущения. Привожу данные Patterson'a, Gottstein'a, Adams'a.

металл	n	$w \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$	металл	n	$w \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$
серебро	$3,6 \cdot 10^{22}$	8,5 . 10	олово	$4,5 \cdot 10^{21}$	8,3 . 10
медь	$3,4 \cdot 10^{22}$	8,8 . 10	кадмий	$2,7 \cdot 10^{21}$	2,7 . 10
золото	$2,2 \cdot 10^{22}$	$1,04 \cdot 10^2$	висмут	$5 \cdot 10^{20}$	—
платина	$1,4 \cdot 10^{22}$	3,9 . 10	ртуть	$4,3 \cdot 10^{20}$	1,2 . 10
цинк	$5,8 \cdot 10^{21}$	$1,5 \cdot 10^2$	уголь	$1,08 \cdot 10^{19}$	$1,18 \cdot 10^2$

Полупроводники:

	n	λ
графит	$1,6 \cdot 10^{20}$	$6,4 \cdot 10^{-7}$
кремний	$7 \cdot 10^{17}$	$1,3 \cdot 10^{-7}$
молибденовый блеск	$4,9 \cdot 10^{16}$	$5,7 \cdot 10^{-5}$

Для любого проводника мы можем вычислить λ , зная его электропроводность в эл. магн. ед. и концентрацию электронов в нем. Действительно формула (2) в § 2 дает

$$\lambda = \frac{4 \alpha T \cdot \sigma}{n e^2 v}$$

Напр., для серебра электропроводность при 0° в эл. магн. единицах равняется $\frac{61,4}{10^5}$ (см. ч. II, гл. X, § 6).

Отсюда
$$\lambda = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-10} \cdot 273 \cdot 61,4 \cdot 10^{-5}}{3,6 \cdot 10^{22} \cdot 1,6^2 \cdot 10^{-40} \cdot 1,07 \cdot 10^7} = 1,36 \cdot 10^{-6}$$

Замечательно, что числа, получаемые для концентрации электронов, вообще говоря, меньше числа атомов в единице объема. (Напр., в 1 куб.

см. серебра атомов считается $1,6 \cdot 10^{23}$, а $n = 3,6 \cdot 10^{22}$). Таким образом число диссоциированных электронов, принимающих участие в процессах электро- и теплопроводности, не так велико. В особенности их мало в полупроводниках.

ЛИТЕРАТУРА.

К §§ 1, 2, 3, 7 и 8.

- E. Rieke.* Phys. Zeitschr. 2, p. 639, 1901.
W. Weber. Zur Galvanometrie 1862. Über die Bewegung der Elektrizität in Körpern von molekularer Struktur и др.
W. Giese. Wied. Ann. 37, p. 576, 1889.
E. Riecke. Wied. Ann. 66, pp. 353 u. 545, 1898. Jahrb. d. Radioakt. 3, p. 24, 1906 (обзор).
J. J. Thomson. Rapp. du Congr. à Paris. 1900, 3, p. 138; и The Corpuscular Theory of matter. Cambridge, 1907, pp. 49—102.
P. Drude. Wied. Ann. 1, p. 566, 1900; 3, p. 369, 1900; 7, p. 687, 1902.
H. A. Lorentz. Arch. Néerl. (2) 20, p. 336, 1905; Proc. Amsterdam 7, p. 585, 684, 1905.
R. Gans. Wied. Ann. (4) 20, p. 293, 1906.
P. Gruner. Verh. d. deutsch. phys. Ges. 10 (13) p. 509, 1908; Phys. Zeitschr. 10, 2 p. 48, 1909.
N. Bohr. Опыт построения электрической теории металлов (по датски), 120 стран. Kopenhagen 1911; Nature 88, p. 200, 1911.
Kammerlingh Onnes. Leiden Comm. 119, p. 22, 1911.
A. L. Bernoulli. Zeitschr. für Elektrochemie 17, p. 689, 1911.
W. H. Keesom. Leid. Comm. suppl. 30, 60 No. 133—140, p. 1—25, 1913.
K. F. Herzfeld. Wied. Ann. (4) 41, p. 27, 1913.
W. Nernst. Berl. Ber. 1911, p. 310, 1912.
Koenigsberger. Verh. d. deutsch. Phys. Ges. 13, p. 934, 1911; Jahrb. d. Radioakt. 4, p. 158, 1907.
P. Debye. Wied. Ann. 33, p. 441, 1910; 39 p. 789, 1912.
W. Wien. Berl. Ber. 1913, p. 184.
Richardson. Phil. Mag. (6), 16, p. 740, 1908.
H. A. Wilson. Jahrb. d. Radioakt. 1, 302, 1904.
Koenigsberger. Wied. Ann. (4) 32, p. 179, 1910.
Rayleigh. Scientific Papers 4, p. 232.
Wiedemann u. Franz. Pogg. Ann. 89, p. 497, 1853.
L. Lorenz. Wied. Ann. 13, p. 422, 1882.
Reinganum. Phys. Zeitschr. 11, p. 673, 1910; Wied. Ann. (4) 3, p. 398, 1900.
Lee. Phil. Trans. Roy. Soc. 208 A, p. 381, 1908.
Jaeger u. Diesselhorst. Abhandl. d. Phys. Techn. Reichsanstalt 3, p. 269, 1900.
Шапошников А. А. Ж. Р. Ф.-Х. О. часть физическая 1908 отд. 1 стр. 355; там же отд. 2 стр. 37 и 135 — обзор.
Badeker. Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern. „Die Wissenschaft“, Heft 35. 144 S. Braunschweig 1911.
Z. de Thullie. Bull. de Cracovie 1912 A, p. 59.
- К §§ 5 и 6.
- H. Greinacher.* Wied. Ann. 16, p. 708, 1905.
Warburg. Berl. Ber. 1904, p. 850.
Fitzgerald, Minarelli u. Obermeyer см. *G. Wiedemann.* Elektrizität II, p. 289.
Richardson. Jahrb. d. Radioakt. 1, p. 300, 1904. Camb. Phil. Proc. 11, p. 286, 1901; Phil. Trans. 201, p. 516, 1903; Phys. Zeitschr. 5, p. 6, 1904; Phil. Mag. (6) 23, p. 263, 1912.
H. A. Wilson. Phil. Trans. 202, p. 293, 1903.
H. A. Lorentz. Wied. Ann. 36, p. 593, 1889.

- Krüger.* Phys. Zeitschr. II, p. 800, 1910; 12, p. 360, 1911.
K. Bädcker. Phys. Zeitschr. II p. 809, 1910; Wied. Ann. 35, p. 75, 1911; Nernst-Festschr 1912, p. 62.
John M'Whan. Proc. Roy. Soc. Edinb. 33, p. 169, 1913.
Reinganum. Phys. Zeitschr. 10, p. 355, 1909.
J. Weiss. Diss. Freiburg i. Br. 1910.
J. Königsberger u. J. Weiss. Wied. Ann. (4) 35, p. 28, 1911.
Oosterhuis. Arch. Néerl. III a, tome II (1912) p. 13 u. 14.
P. Cermak. Jahrb. d. Radioakt. 8, 2 (1911) p. 243 (обзор).
Smith. Phys. Rev. 30, p. 1, 1910.
J. Königsberger u. G. Gottstein. Phys. Zeitschr. 14, p. 232, 1913.
Gottstein. Diss. Freiburg i. Br. 1913.
O. Berg. Gött. Nachr. 1910, p. 141.
Weinstein. Thermodynamik т. III, p. 348—400.
Гезеуц. Ж. Р. Ф. X. О. ч. физ. 1907, p. 1; Beibl. 1907, p. 996.
Schenk. Wied. Ann. (4) 32, p. 261, 1910.
Bernoulli. Wied. Ann. (4) 33, p. 690, 1910.
Sano. Bl. 1908 p. 61.
Kunz. Phil. Mag. 16, p. 766, 1908.

R §§ 9—15.

- H. Zahn.* Jahrb. d. Radioakt. 5, pp. 166—212 (обзор).
B. Weinstein. Thermodynamik т. III стр. 400—419 (обзор теорій).
K. Bädcker. Elektrische Erscheinungen in metallischen Leitern. Braunschweig 1911 pp. 94—124.
E. H. Hall. Amer. J. of Math. 2, 287, 1879; Sill. J. (3) 20, p. 161, 1880; Phil. Mag. (5) 9, p. 225, 1880; Phil. Mag. (5) 10, p. 136, 1880; Phil. Mag. (5) 11, p. 157, 1881; Phil. Mag. (5), 15, p. 341, 1883; Sill. J. (3), 36, p. 131, 1888. Proc. Amer. Acad. 46, p. 623, 1911.
A. v. Ettinghausen u. W. Nernst. Wien. Ber. 94, (2) p. 560, 1886; Wied. Ann. 29, p. 343, 1886; Wied. Ann. 33, p. 474, 1888.
A. v. Ettinghausen. Wien. Ber. 94, (2) p. 808, 1886; Wien. Ber. 95, (2), p. 714, 1887; Wied. Ann. 31, p. 737, 1887; Wied. Ann. 33, p. 126, 1888; Wied. Ann. 33, p. 129, 1888.
A. Leduc. C. R. 93, p. 673, 1884; 102, p. 358, 1886; 104, p. 1783, 1887; 110, p. 130, 1890; 111, p. 737, 1890. Lum. Electr. 18, p. 422, 1888.
H. A. Righi. Acc. dei Lincei Transunti (3) 7, 4, 1883; Nuov. Cim. (3) 15, 1884; Att. R. Acc. dei Lincei (3), 8, p. 331, 1884; 8, p. 307, 1884; 3, p. 6, 1887; Mem. d. R. Acc. dei Lincei 4, 1 sept. 1883; C. R. 105, p. 163, 1887; Phil. Mag. (6), 6, p. 725, 1903.
W. Nernst. Wied. Ann. 31, p. 760, 1887.
A. Lebet. Leyd. Comm. No. 15 u. No. 19.
v. Everdingen jun. Diss. Leyden 1897; Leyd. Comm. No. 26, 37, 40, 42, 48, 58, 53, 63, 72, Supplem. No 61—72, 61; Phys. Zeitschr. 2, p. 585, 1901.
P. Moretto. Phys. Zeitschr. 1, p. 372, 1900; Nuov. Cim. (5) 3, p. 80, 1902.
Gg. H. Zahn. Wied. Ann. 42, p. 351, 1891.
H. Zahn. Wied. Ann. 14, p. 886, 1904; 16, p. 148, 1905; 23, p. 131, 1907; 36, p. 553, 1911.
H. Zahn u. H. Schmidt. Verh. d. D. Phys. Ges. 9, p. 98, 1907.
Th. Des Coudres. Verh. d. D. Phys. Ges. Berlin 10, p. 50, 1890; Phys. Zeitschr. 2, p. 586, 1901.
H. Rausch v. Traubenberg. Diss. Würzburg 1905; Wied. Ann. 17, p. 78, 1905.
W. Frey. Diss. Leipzig 1908.
Gottstein. Diss. Freiburg 1913.
Steinberg. Wied. Ann. 35, p. 1909, 1911.
A. Kundt. Wied. Ann. 49, p. 257, 1893.
Kammerlingh Onnes u. Bengt Beckmann. Leyden Comm. No. 129, 130, 132.
A. W. Smith. Phys. Rev. 32, p. 178, 1911, 30, p. 1, 1910; 33, p. 295, 1911; 35, 1912.
Guy Barlow. Proc. Roy. Soc. 71, p. 30, 1902; Wied. Ann. 12, p. 897, 1903.

- L. Lownds.* Wied. Ann. 4, p. 776, 1901; 6, p. 146, 1901; 9, p. 677, 1902; Verh. d. D. Phys. Ges. 3, p. 3, 1901; Phil. Mag. (6) 5, p. 141, 1903.
- G. Moreau.* C. R. 130, p. 122, 412, 562, 1900; 130, p. 122, 1900, 135, p. 1326, 1902; Journ. de Phys. 9, p. 497, 1900; 10, pp. 478 u. 685, 1901.
- P. Drude u. W. Nernst.* Wied. Ann. 42, p. 568, 1891.
- L. Amaduzzi e L. Leone.* R. Acc. dei Lincei (5) 9, p. 252, 1900.
- A. Amerio.* Nuov. Cimento (5) 1, p. 342, 1901.
- Altertum.* Wied. Ann. 39, p. 933, 1912.
- Fenninger.* Phil. Mag. (6) 27, p. 109, 1914.
- A. Roiti.* J. de Phys. (2) 2 p. 513, 1883; Atti de R. Acc. dei Lincei (3), 12, p. 10, 1882.
- H. Bagard.* C. R. 122, p. 77, 1896; Nuov. Cim. p. 383, 1896; J. de Phys. (3) 5, p. 499, 1896.
- F. Florio.* Nuov. Cim. (4), 4, p. 106, 1896.
- F. G. Donnan.* Phil. Mag. (5) 46, p. 465, 1898.
- R. Heilbrun.* Wied. Ann. 15, p. 988, 1904.
- Ozley.* Proc. Roy. Soc. (London) 88, p. 588, 1913.
- E. Marx.* Wied. Ann. (4), 2, p. 798, 1900.
- H. A. Wilson.* Cambr. Proc. (4) 11, p. 249, 1902; 11, p. 391, 1902.
- Wilson.* Phys. Rev. 3 p. 375, 1914.
- L. Boltzmann.* Wien. Ber. (2) 94, p. 644, 1886.
- J. Patterson.* Cambr. Proc. (2) 9, p. 118, 1901; Phil. Mag. (6) 3, p. 143, 1902; (6), 4, p. 652, 1902.
- M. G. Lloyd.* Diss., Philadelphia, 1900; Sill. J. 12, p. 57, 1901.
- E. Yamaguchi.* Wied. Ann. 1, p. 214, 1900.
- G. T. Grimaldi.* Rend. R. Acc. dei Lincei 3, p. 134, 1887; Atti d. R. Acc. dei Lincei, 4, pp. 132 u. 353, 1888; 5, p. 28, 1889 (Reud.); 5, p. 37, 1889 (Mem.).
- G. Spadavecchia.* Nuov. Cim. (4), 9, p. 432, 1899; 10, p. 161, 1899.
- E. v. Aubel.* L'Electricien, p. 18, 1889; J. de Phys. (3) 1, p. 424, 1892; 7, p. 408, 1898; C. R. 135, p. 786, 1902; 136, p. 1131, 1903; 153, p. 331, 568, 1911; Arch. des Sciences 33, p. 222, 1895; Phys. Zeitschr. 4, p. 617, 1903; Phys. Rev. 16, p. 60, 1903.
- Houllévigüe.* Ann. de Chimie et Physique 7, p. 495, 1896.
- Gaus u. de Thullie.* См. выше.
- Corbino.* Phys. Zeitschr. 12, pp. 561, 842, 1911.
- Adams.* Phil. Mag. (6) 27, 244, p. 1914.
- C. G. Knott.* Boltzmann Festschrift 1904, p. 333; Edinb. Trans. 40, p. 535, 1902; Edinb. Proc. 33, p. 200, 1913.
- T. Chiavassa.* Nuov. Cimento (4), 6, p. 296; 1897.
- Koenigsberger u. Weiss.* Wied. Ann. 35, p. 1, 1911.
- H. A. Lorentz.* Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik 4, p. 2, 1907; Arch. Neerl. 19, p. 123, 1887.
- E. Owen.* Phil. Mag. (6) 21, p. 122, 1911.
- Heaps.* Phil. Mag. (6) 22, p. 900, 1911.
- J. Becquerel, L. Matout, Mlle. Wright.* C. R. 156, p. 463, 1913.
- Bohr.* Phil. Mag. 24, p. 984, 1912.
- J. Becquerel.* B. Soc. Fr. de Phys. 1912, N° 34.
- Koenigsberger u. Gottstein.* Phys. Zeitschr. 14, p. 232, 1913.
- Beattie.* Trans. Roy. Soc. Edinb. (1) 38, p. 225 u. 241, 1896.
- R. Defregger.* Wied. Ann. 63, p. 97, 1897.
- H. Poincaré.* C. R. 128, p. 339, 1899.
- Baker.* Ph. Mag. (6), 4, p. 72, 1902.
- Campbell.* Phys. Rev. 26, p. 416, 1908.
- Delvalez.* J. de Phys. 1909, p. 476.
- Хвольсон.* Carls Rep. 13, p. 230, 1877.
- D. Goldhammer.* Wied. Ann. 31, p. 360, 1887; 36, p. 804, 1889.
- Wiedeburg.* Wied. Ann. 1, p. 758, 1900.
- W. Voigt.* Wied. Ann. 67, p. 715, 1899.

ГЛАВА СЕМНАДЦАТАЯ.*)

Магнитное поле движущихся зарядов. Экспериментальное исследование некоторых следствий из уравнений Maxwell'a.

§ 1. Общие замечания. Выше в ч. III, гл. III, § 7 были выведены уравнения Н. Hertz'a, представляющие распространение уравнений Maxwell'a на случай движущихся тел. Они были выведены в предположении, что эфир увлекается движущимися телами, и что, следовательно, возбуждение для движущихся тел выражается формулой

$$\mathfrak{D} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (1)$$

Тогда система уравнений Maxwell'a превращается в систему следующего вида (гл. III, § 7):

$$\sigma \mathfrak{E} + \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + v \rho + \text{curl} [\mathfrak{D}, v] = \frac{c}{4\pi} \text{curl} \mathfrak{H} \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} + \frac{\mu}{c} \text{curl} [\mathfrak{H}, v] = -\text{curl} \mathfrak{E} \dots \dots \dots (3)$$

Мы будем иметь дело только с уравнением (2). Напомню значение четырех слагаемых левой части этого уравнения. $\sigma \mathfrak{E}$ есть ток проводимости $\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}$ — ток смещения; $v \rho$ — ток Rowland'a, т. е. конвекционный ток зарядов, движущихся вместе с проводником; наконец $\text{curl} (\mathfrak{D}, v)$ есть ток Röntgen'a, т. е., по электронной теории, ток, даваемый фиктивными зарядами на движущемся диэлектрике.

Основное положение теории Maxwell'a заключается в том, что все эти токи дают магнитное поле так же точно, как и ток проводимости. Обнаружение этих магнитных полей на опыте и количественное их изучение имеет поэтому очень большое значение для теории Maxwell'a.

Для электронной теории значение подобных опытных исследований еще больше, 1) потому что электронная теория опирается на теорию Maxwell'a, 2) потому что для электронной теории и ток проводимости есть ток конвекции, и вообще всякий ток есть ток конвекционный, если исключить явления в чистом эфире. Однако электронная теория Н. А. Lorentz'a вводит изменение в вид уравнения (2). В теории Н. Hertz'a принимается, что эфир увлекается материей, а в электронной теории Н. А. Lorentz'a эфир неподвижен. В виду этого изменяется расчет смещения в движущемся диэлектрике, или возбуждения, по терминологии Lorentz'a. Вместо ε — диэлектрической постоянной движущегося диэлектрика, надо писать $(\varepsilon - 1)$, т. е. вычитать диэлектрическую постоянную самого эфира. Итак, различие Hertz'евской теории и теории Lorentz'a должно обнаружиться на токе Röntgen'a, который

*) Эту главу составил проф. К. К. Баумгарт. О. Х.

по Hertz'у выразится следующим образом:

$$\text{curl} [\mathfrak{D}, v] = \text{curl} \left[\frac{\varepsilon \mathfrak{E}}{4\pi}, v \right],$$

а по Н. А. Lorentz'у:

$$\text{curl} \left[\frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \mathfrak{E}, v \right].$$

Другое изменение вида формулы (2), вытекающее из того, что по Lorentz'у напряжение \mathfrak{E} в движущемся теле не равно напряжению \mathfrak{E} в той же точке, но в неподвижном эфире, мы оставляем в стороне: оно приводит к поправочному члену такой малости, что он остается за пределами, доступными опыту.

В дальнейшем мы рассмотрим опыты, относящиеся к магнитным полям третьего и четвертого слагаемых левой части уравнения (2), т. к. магнитное поле первого слагаемого — тока проводимости и есть то, с чем сравнивают остальные магнитные поля; магнитное поле второго слагаемого — тока смещения — оказывается в полном количественном согласии с теорией Maxwell'а, как показано в главе об электрических колебаниях и волнах.

Отметим, что магнитное поле движущихся проводников и по Hertz'у и по Lorentz'у должно быть одной и той же величины; магнитное поле тока Röntgen'а различно по обеим теориям. Следовательно количественное определение магнитного поля тока Röntgen'а может осветить вопрос о неподвижности эфира.

§ 2. Опытные исследования магнитного поля конвекционных токов, произведенные до работ А. А. Эйхенвальда. Faraday (1838) пытался обнаружить магнитное поле движущихся заряженных тел, но безуспешно. Maxwell (1873) указал схему, по какой можно было бы обнаружить это магнитное поле. Он даже сделал расчет для случая плоскости, заряженной до предела изолирующей способности воздуха и движущейся со скоростью 100 метр. в сек. Maxwell получил по своему расчету $\frac{1}{4000}$ поля земного магнетизма. (Малая величина эффекта объясняется тем, что, как видно из формулы (2), $\text{curl} \mathfrak{H}$ пропорционален отношению $\frac{v}{c}$, где v — скорость тела, c — скорость света. В действительных опытах магнитное поле было еще гораздо слабее, чем в расчете Maxwell'я).

Rowland в 1879 году, работая в лаборатории Н. Helmholtz'а, осуществил схему Maxwell'я. Опыт Н. А. Rowland'а заключался в следующем: Эбонитовый диск, диаметром в 21 см. и толщиной в $\frac{1}{2}$ см., вращался между двумя неподвижными стеклянными дисками. Обе стороны эбонитового диска и внутренние стороны стеклянных дисков были волочены и представляли обкладки конденсатора. Обкладки эбонитового диска заряжались при посредстве острий. Обкладки стеклянных дисков были отведены к земле. Расположение дисков горизонтальное. Над поверхностью верхнего стеклянного диска была подвешена чувствительная астатическая магнитная система, снабженная зеркальцем, и за-

щищенная от электростатических действий металлической, отведенной к земле, оболочкой. При достаточной скорости вращения эбонитового диска (61 оборот в секунду) обнаруживались отклонения магнитной системы, согласные с правилом Ампера и уже допускающие расчет (около 15 делений шкалы). Расчет показал, что наблюдаемая величина приблизительно соответствует теоретической. Результат Rowland'a был подтвержден Röntgen'ом (1885), тогда как в 1899 г. Lecher не мог получить никакого эффекта. В том же году Himsted, несколько изменив схему опыта Rowland'a, добился отклонений до 100 mm. при 3 метрах расстояния. Результаты своей работы он формулирует следующим образом: 1) Отклонение стрелки всегда согласно с правилом Ампера; оно меняет знак при изменении направления вращения и при изменении знака заряда. 2) Величина отклонения пропорциональна скорости вращения и плотности движущегося электрического заряда при разности потенциалов 1030—4110 в.)

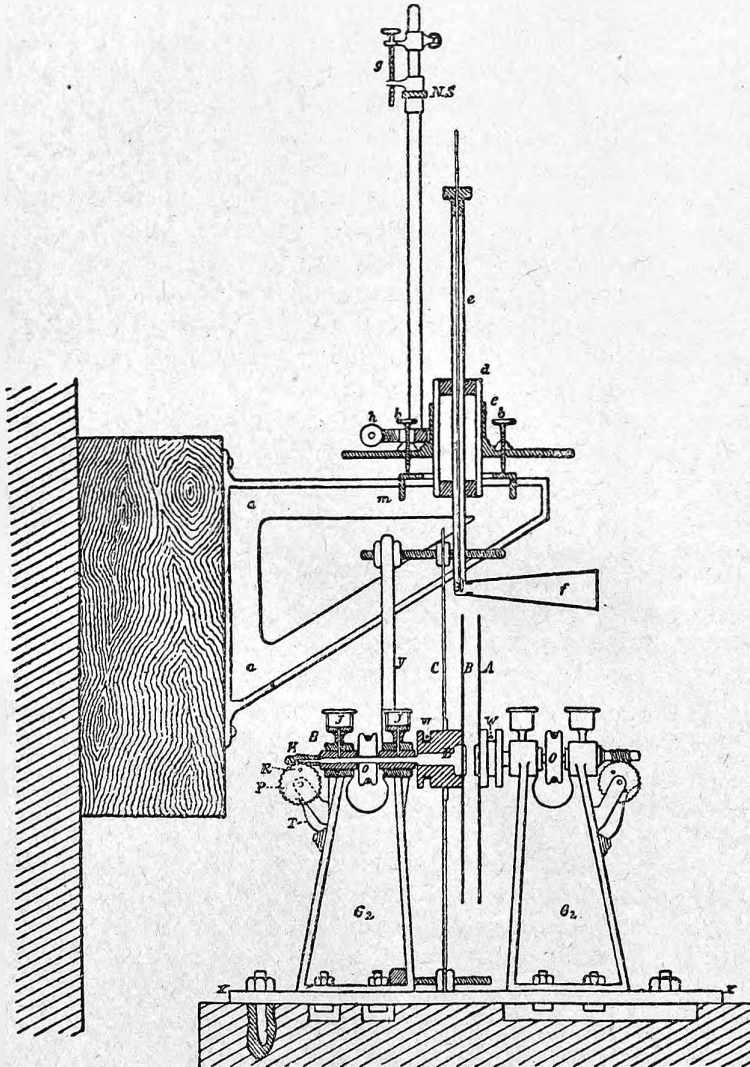
Когда разность потенциалов была выше 4110 в., пропорциональность плотности заряда нарушалась. В этом же году Rowland и Hutchinson произвели уже полное количественное определение, при чем вывели из ряда опытов величину скорости света. Как среднее из всех своих определений, они дают $3,19 \times 10^{10}$, что нужно признать блестящим результатом (все отдельные числа лежат в пределах $2,26 \cdot 10^{10}$ и $3,78 \cdot 10^{10}$). Вслед затем в 1901—1902 годах появляются работы Cremieu, имеющие теперь только исторический интерес. Cremieu не мог обнаружить магнитного поля электрической конвекции и сделал из своих опытов ряд заключений, резко противоречащих теории Maxwell'a. Работал он по способу Rowland'a и кроме того по собственному новому методу, сущность которого заключается в следующем: приводят во вращение с постоянной скоростью переменный заряд, при этом возникает и переменное магнитное поле, которое вызывает в катушке, расположенной около вращающегося диска переменный индукционный ток; этот ток можно выпрямить и измерить чувствительным гальванометром. Pender (1901 до 1903) повторил опыты Cremieu и не только получил положительный результат, но и определил c — скорость света по способу Cremieu. (c — в среднем $3,00 \cdot 10^{10}$, все числа заключаются между $2,92 \cdot 10^{10}$ и $3,04 \cdot 10^{10}$).

В 1903 году Cremieu и Pender соединились для совместной работы, которая оправдала результат Pender'a: Магнитное поле конвекционного тока существует. Этот результат по тому же методу получил и N. Vasilesko-Karpen (1903).

В 1901 г. Adams обнаружил магнитное поле движущихся заряженных шаров и применил к расчету формулу, данную J. J. Thomson'ом. Результаты его не особенно точны (в среднем он получает $c = 2,8 \cdot 10^{10}$). В 1904 г. Himstedt опубликовал исследование, в котором тоже определил c . Он получил для c в одной серии $3,04 \cdot 10^{10}$ (2,70—3,29) и $2,99 \cdot 10^{10}$ в другой серии (2,68—3,24). Но главнейшее и исчерпывающее исследование в этой области принадлежит профессору А. А. Эйхенвальду (1901, 1903—1904). А. А. Эйхенвальд исследовал не только магнитное поле

движущихся заряженных проводников, но и магнитное поле движущихся диэлектриков; последнее явление было открыто Röntgen'ом (1888), вращавшим незаряженный стеклянный или эбонитовый диск между двумя неподвижными обкладками заряженного конденсатора. Расположение

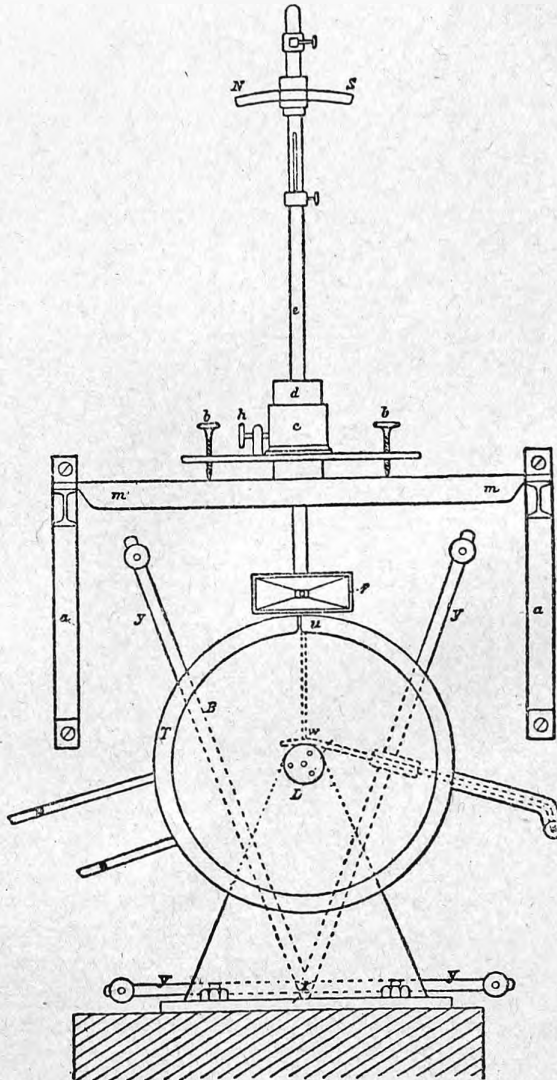
Рис. 299.



дисков горизонтальное. Верхний диск был отведен к земле. Над ним помещалась магнитная стрелка. Если во время движения эбонитового диска переменить знак заряда конденсатора, то обнаруживается отклонение магнитной стрелки. В опыте Röntgen'a при 100 оборотах диска в секунду и при разности потенциалов 10000 V наблюдалось двойное

отклонение на шкале в 2—3 mm при расстоянии от зеркала до шкалы 229 см. Количественных выводов W. C. Röntgen сделать не мог. Одновременно с Эйхенвальдом N. Pender (1903) опубликовал исследование, в котором он промерил явление Röntgen'a по способу Cremieu. Он

Рис. 299а.



получил для скорости света величину $3,23 \cdot 10^{10}$. Сверх приведенного случая А. А. Эйхенвальд исследовал еще комбинированные движения диэлектрика и обкладок.

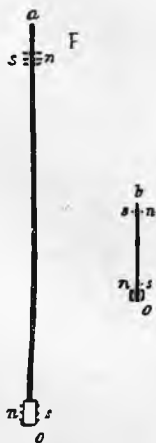
W. C. Röntgen исследовал и магнитное поле тока поляризации в особой установке: эбонитовый диск переходил из эл. поля одного на-

правления в электрическое поле обратного направления. При переходе из одного поля в другое поперек диска течет ток поляризации. Röntgen обнаружил магнитное поле этого тока. А. А. Эйхенвальд его измерил.

§ 3. Исследования А. А. Эйхенвальда. Подробное изложение своих работ А. А. Эйхенвальд дал в книге: О магнитном действии тел, движущихся в электростатическом поле. 144 стр. Москва. 1904. Какое значение имеют его исследования, можно видеть из того, каким образом о нем отзываются теоретики*).

I. Для своих опытов А. А. Эйхенвальд пользовался методом Rowland'a и Röntgen'a. Электрическое поле было постоянное, и получавшееся магнитное поле тоже было постоянное. На рис. 299 и 299а виден общий вид его прибора в двух сечениях. На очень крепком основании расположены две оси, могущие вращаться. Они расположены одна в продолжении другой. К каждой оси прикреплен диск (соответственно A и B). AB вместе образуют вращающийся конденсатор, который представляет главную часть прибора. У осей имеются счетчики числа оборотов. Над конденсатором на крепком кронштейне помещается чувствительная астатическая магнитная система, подвешенная в трубке e . Магнитный подвес с зеркальцем изображен отдельно на рис. 300. Зеркальце наблюдается через стекло, закрывающее раструб f . Трубка e и раструб f отведены к земле. Прикрепленный выше на штативе магнит NS служит для более совершенной астазии.

Рис. 300.



II. Движение проводников. Диски A и B были сделаны из изолирующего материала миканит и оклеены по краям полоской из станиоля шириною 1,5 см., имеющей на одном месте разрыв в 0,5 mm шириною (см. рисунок 299, a); таким образом образовывался кольцевой конденсатор, каждая из обкладок которого (или обе вместе) могли быть приведены во вращение, при чем магнитное поле, образующееся в случае вращения заряженного конденсатора, могло быть обнаружено при помощи описанного выше магнитометра. После остановки диска через его кольцевую обкладку (благодаря ее разрыву) можно было пропустить гальванический ток определенной силы. В виду того, что гальванический ток проходит через то же самое кольцо, которое при вращении дает конвекционный ток, не нужно знать расстояния от дисков до магнитной системы. Выбор положения магнитной системы тоже свободный, равно как и самый вид магнитной системы. Магнитные моменты определять не приходится. Пусть диск B заряжен до потенциала V , диск A находится при потенциале O , емкость конденсатора C , число оборотов в секунду n . Тогда конвекционный ток будет равен $V C n$; пусть этот ток вызывает отклонение магнитной стрелки на a делений; пусть затем пропущенный

*) См. напр. Н. А. Lorentz. Encyclopädie d. math. Wiss. V, 2 стр. 97, 210, 1904; М. Abraham. Theorie der Elektrizität т. I стр. 425 т. II стр. 314, 1905.

через кольцо гальванический ток силой i дает b делений отклонения магнитной системы*). Тогда, очевидно,

$$\frac{CVn}{a} = \frac{i}{b} \dots \dots \dots (4)$$

Формула (4) может служить для вычисления C , т. к. V , n , i , a и b определяются из опыта. Но емкость конденсатора может быть определена и непосредственно; мы можем, следовательно, сравнить вычисленную по форм. (4) емкость с наблюдаемой на опыте. Или же мы можем, зная из опыта C , заранее вычислить a по форм. (4) и сравнить это вычисленное a с наблюдаемым на опыте, или, наконец, можно, по примеру Rowland'a, определить отношение электростатических единиц к электромагнитным.

Привожу результаты, полученные Эйхенвальдом.

C набл. = $4,56 \cdot 10^{-11}$ фарады; C вычисл. $4,58 \cdot 10^{-11}$ фарады; разн. $\frac{1}{2}\%$.
Несколько чисел из серии 22 наблюдений:

V	n	$a_{\text{набл.}}$	$a_{\text{вычисл.}}$	b	$\frac{a}{bvn} \cdot 10^6$
1875	+ 77	+ 5,8	+ 5,5	39,0	1,080
6250	- 77	- 22,0	- 21,5	45,7	1,000
6250	+ 100	+ 32,7	+ 33,0	49,2	0,968
6250	- 150	- 46,3	- 46,3	50,6	0,973

Как видно, $a_{\text{набл.}}$ и $a_{\text{вычисл.}}$ очень близки друг к другу. Знак всегда правильный. Наконец А. А. Эйхенвальд вычислил c и получил $c = 3,01 \cdot 10^{10}$ как среднее для ряда 22 наблюдений. Наибольшие отступления $2,86 \cdot 10^{10}$ и $3,15 \cdot 10^{10}$.

Итак, с точностью до 5% установлена эквивалентность магнитного поля электрической конвекции и магнитного поля тока проводимости.

III. Движение диэлектриков. 1. Ток Röntgen'a. Для наблюдения магнитного поля тока Röntgen'a А. А. Эйхенвальд применял не кольцевой, а дисковой конденсатор; прибор был изменен таким образом, что между дисками A и B находился третий диск из изолятора (эбонита, стекла), который мог вращаться отдельно или вместе с дисками A и B . Обращенные к этому третьему диску стороны миканитовых дисков A и B были сплошь покрыты станиолем, а в некоторых опытах заменены цинковыми дисками. Одна обкладка (A) присоединялась к земле, другая обкладка (B) была изолирована и заряжалась до определенного потенциала. Помещавшийся в поле дискового конденсатора круг из изолятора был незаряжен. Если неподвижный конденсатор (AB) заряжался до определенного потенциала, и вращалась только одна незаряженная пластинка из изолятора, то обнаруживалось магнитное поле, произведенное конвекцией фиктивных зарядов, наведенных на поверхности диска из изолятора. Для сравнения этого магнитного поля с магнитным полем тока

*) В виду малости величин a и b берут двойные отклонения, получающиеся при перемене знака i , соответственно, при перемене направления тока.

проводимости Эйхенвальд поступал следующим образом. На обе стороны диска из изолятора прикреплялось по тонкому кругу из миканита, покрытому станиолью, нарезанной в кольца так, как это показано на рис. 301. Все кольца имеют одинаковую площадь и соединены последовательно; на обкладках конденсатора им соответствуют одинаковые емкости и одинаковые количества электричества. При вращении диэлектрика им соответствуют одинаковые конвекционные токи. Через спиральные кольца пропускаться ток i^* , и определялось то отклонение магнитной системы b , которое он вызывал. Очевидно и здесь для каждого кольца справедлива формула $\frac{CVn}{a} = \frac{i}{b}$; где C — емкость одного кольца, значение остальных букв ясно из предыдущего. (У Эйхенвальда был еще второй контрольный ток, который мы опускаем.) Сделаем расчет одного опыта. В воздушный конденсатор, обкладки которого отстоят друг от друга на d_0 сантиметров, вводится пластинка изолятора толщины d , диэлектрическая постоянная которой ϵ . (Диэлектрич. пост. воздуха примем равной единице.) От введения этой пластинки емкость конденсатора возрастает в k раз, где

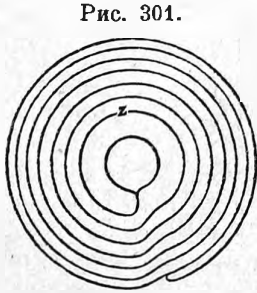


Рис. 301.

где $k = \frac{\epsilon d_0}{d + (\epsilon - 1)d}$. (У Эйхенвальда был еще второй контрольный ток, который мы опускаем.) Сделаем расчет одного опыта. В воздушный конденсатор, обкладки которого отстоят друг от друга на d_0 сантиметров, вводится пластинка изолятора толщины d , диэлектрическая постоянная которой ϵ . (Диэлектрич. пост. воздуха примем равной единице.) От введения этой пластинки емкость конденсатора возрастает в k раз, где

$$k = \frac{d_0}{\frac{d}{\epsilon} + (d_0 - d)} \dots \dots \dots (5)$$

Пусть \mathcal{E} = электрическая сила в изоляторе с диэлектрич. пост. ϵ , а \mathcal{E}_0 — электрич. сила в воздухе; разность потенциалов обкладок конденсатора пусть будет V .

Тогда

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\epsilon} \mathcal{E}_0 \dots \dots \dots (6)$$

$$\mathcal{E}_0(d_0 - d) + \mathcal{E}d = V \dots \dots \dots (7)$$

Отсюда

$$\mathcal{E}_0 = \frac{V}{\frac{d}{\epsilon} + (d_0 - d)} \dots \dots \dots (8)$$

Поверхностная плотность фиктивного индуцированного заряда на диэлектрике (при котором вычитается возбуждение среды) равняется σ

$$\sigma = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_0}{4\pi} \dots \dots \dots (9)$$

Воспользовавшись формулами (5) — (8), легко показать, что

$$\sigma = -(k - 1) \frac{V}{4\pi d} \dots \dots \dots (10)$$

*) Ток пропускается через обе спиральные системы и разумеется в обратных направлениях, т. е. фиктивные заряды на обеих сторонах имеют разные знаки.

Количество электричества на одном кольце равняется $S\sigma$, где S — площадь одного кольца

$$S\sigma = -(k-1) \frac{S}{4\pi d} V \dots \dots \dots (11)$$

При числе оборотов n получится на одной стороне диэлектрика конвекционный ток

$$i_k = -(k-1) C' \cdot V \cdot n, \dots \dots \dots (12)$$

где $C' = \frac{S}{4\pi d}$

С другой стороны, диэлектрика получится такой же ток, но обратного знака. Итак, действие конвекционного тока не будет пропорционально выражению (12). Действие одной стороны не уничтожит действия второй стороны, так как расстояние сторон от магнитной стрелки — разное. То же относится и к противоположным токам проводимости, обтекающим обе спиральные насадки. Формула (4) в данном случае напишется так:

$$\frac{i_k}{a} = \frac{i}{b} \text{ или } a = \frac{i_k}{i} \cdot b \dots \dots \dots (13)$$

Здесь справа все величины подлежат опытному определению; i_k определяется по формуле (12), i и b из опыта; следовательно можно вычислить a и сравнить $a_{\text{набл.}}$ с $a_{\text{вычисл.}}$. Привожу таблицу

V	n	$a_{\text{набл.}}$	$a_{\text{вычисл.}}$
8100	± 68	$\mp 2,0$	$\mp 1,8$
10000	± 68	$\mp 2,1$	$\mp 2,2$
12500	± 68	$\mp 3,1$	$\mp 2,7$
10000	± 104	$\mp 3,2$	$\mp 3,3$
10000	± 118	$\mp 3,9$	$\mp 3,8$
10000	± 130	$\mp 4,4$	$\mp 4,2$

Из наблюдений тока Röntgen'a А. А. Эйхенвальд получил для s значение $2,93 \cdot 10^{10}$ (отступления 2,90—2,95). Разобрав подробно два типичных расчета из работы А. А. Эйхенвальда, мы можем теперь уже кратко охарактеризовать все случаи, разобранные Эйхенвальдом*). Представим себе конденсатор, состоящий из двух параллельных плоских обкладок и заключенного между ними диэлектрика с диэлектрической постоянной ϵ . Тогда мы должны различать

- 1) Плотность истинного заряда на обкладках $\pm q = \frac{\epsilon \mathcal{E}}{4\pi}$.
- 2) Плотность фиктивного заряда, наведенного на диэлектрик

$$\pm q' = -\frac{(\epsilon - 1) \mathcal{E}}{4\pi}$$

- 3) Плотность свободного заряда

$$q'' = \pm q \pm q' = \pm \frac{\mathcal{E}}{4\pi}$$

*) См. Eichenwald. Jahrb. d. Radioaktivität. V, p. 82, 1908.

При движении этих зарядов параллельно плоскостям обкладок с равномерной скоростью v мы получаем магнитные поля [см. форм. (2)]

$$M = A \cdot \frac{v}{c} \cdot \frac{\epsilon \mathcal{E}}{4\pi} = A\beta \cdot \varrho \quad \dots \quad (14)$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$M' = -A \cdot \frac{v}{c} \cdot \frac{(\epsilon - 1)\mathcal{E}}{4\pi} = A \cdot \beta \cdot \varrho' \quad \dots \quad (15)$$

$$M + M' = A \cdot \frac{v}{c} \cdot \frac{\mathcal{E}}{4\pi} = A \cdot \beta \cdot \varrho'' \quad \dots \quad (16)$$

A есть множитель пропорциональности, зависящий от местоположения магнитной системы.

Возможны 4 случая:

1. Двигается только одна обкладка конденсатора. Магнитная сила около магнитометра выразится следующим образом:

$$M_1 = A_1 \cdot \beta \cdot \varrho \quad \dots \quad (17)$$

Если движется другая обкладка конденсатора, получится

$$M_2 = -A_2 \beta \cdot \varrho \quad \dots \quad (18)$$

Все это есть разобранный выше случай движения заряженного проводника.

Если движутся обе обкладки в одну или в противоположные стороны, при чем диэлектрик остается неподвижным, то мы имеем:

$$M_1 \pm M_2 = (A_1 \mp A_2) \beta \varrho = (A_1 \mp A_2) \beta \cdot \frac{\epsilon \mathcal{E}}{4\pi} \quad \dots \quad (19)$$

Форм. (19) А. А. Эйхенвальд проверял на нескольких диэлектриках

	воздух	эбонит	стекло
ϵ набл.	1,00	2,96	5,50
ϵ вычисл.	1,02	2,97	5,56

Совпадение достаточно удовлетворительное.

2. Двигается только диэлектрик, обкладки стоят. Тогда одна сторона диэлектрика дает магнитное поле

$$M_1' = A_1 \beta \varrho', \quad \dots \quad (20)$$

а другая сторона:

$$M_2' = A_2 \beta \varrho' \quad \dots \quad (21)$$

В результате получается

$$M' = (A_1 - A_2) \beta \varrho' \quad \dots \quad (22)$$

Это разобранный выше случай конвекции фиктивных зарядов. В правую часть (22) входит множитель ϱ' , т. е. $(\epsilon - 1)$, а не ϵ .

3. Двигается одна обкладка конденсатора вместе с диэлектриком. Имеем: со стороны движущейся обкладки — свободный заряд и соот-

ветствующее ему магнитное поле

$$M_1'' = A_1 \beta q'' \dots \dots \dots (23)$$

с другой стороны диэлектрика — фиктивный заряд, и, соответственно, магнитное поле.

$$M_3' = A_3 \beta q' \dots \dots \dots (24)$$

Это дает

$$M_a = [A_1 + A_3(\epsilon - 1)] \beta \frac{E}{4\pi} \dots \dots \dots (25)$$

Если движется другая обкладка конденсатора и диэлектрик, то мы имеем

$$M_b = -[A_2 - A_3(\epsilon - 1)] \beta \frac{E}{4\pi} \dots \dots \dots (26)$$

Эта формула была подтверждена Эйхенвальдом на опыте. Из нее получилось $c = 2,98 \cdot 10^{10}$ (2,83 — 3,16).

4. Двигается конденсатор весь, как целое. Получается магнитное поле

$$M_a + M_b = (A_1 - A_2) \beta \frac{E}{4\pi} \dots \dots \dots (27)$$

И эта формула подтвердилась. Получилось

$$c = 3,06 \cdot 10^{10} \text{ и } c = 2,99 \cdot 10^{10}.$$

Последний случай особенно убедителен. По Hertz'у никакого магнитного поля не должно получиться. По Лоренцу получается поле от свободных зарядов. Опыт подтвердил точку зрения Н. А. Lorentz'а.

IV. Ток поляризации. Назовем током поляризации изменение во времени поляризации движущегося диэлектрика, вследствие его пере-

Рис. 302.

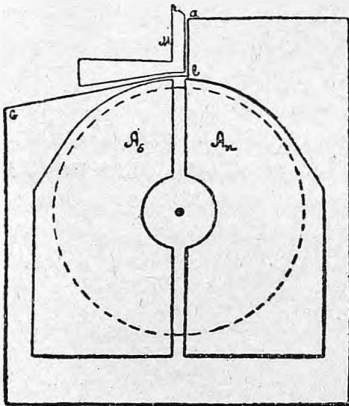
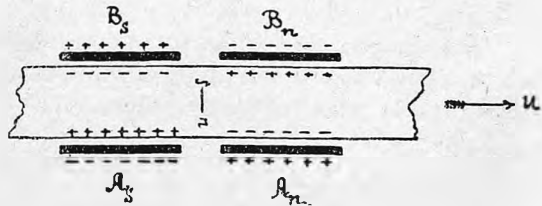


Рис. 303.



мещения в статическом поле. Первая удачная попытка обнаружить магнитное поле тока поляризации принадлежит Röntgen'у (1885). Далее А. А. Эйхенвальд повторил и прочислил опыт Röntgen'а. Рис. 302 и 303 поясняют схему. Эбонитовый диск вращается в поле двух полу-

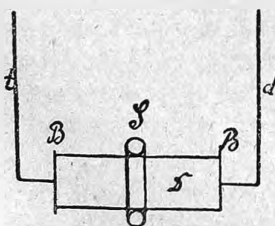
круговых конденсаторов, в которых поля направлены в стороны противоположные. Когда часть окружности диска переходит из поля конденсатора $A_s B_s$ в поле конденсатора $A_n B_n$, диэлектрическая поляризация эбонита меняет знак, и, следовательно, через него в направлении ns протекает ток поляризации. Над этим местом помещается магнитная система. Опыты Эйхенвальда и тут подтвердили эквивалентность магнитного поля тока смещения и тока проводимости. Для s он дает $2,76 \cdot 10^{10}$.

§ 4. Заключение, вытекающее из всех произведенных исследований. Опыты Эйхенвальда и других исследователей (в последнее время ток Röntgen'a исследовал Swann (1911)) подтверждают эквивалентность магнитных полей всех четырех, нам известных, видов тока: тока проводимости, тока смещения, тока конвекции и тока Röntgen'a. Далее из опытов следует: 1) что заряды прикреплены к материи 2) что эфир неподвижен. Последнее следует из того, что для движущихся диэлектриков магнитное поле пропорционально фиктивным зарядам (т. е. возбуждению диэлектрика без возбуждения эфира $(\frac{\epsilon - 1}{4\pi} \mathcal{E})$).

Необходимо в заключение отметить опыты А. Ф. Иоффе (1911), измерившего магнитное поле движущихся электронов (катодных лучей). В пределах 5% его опыты подтверждают эквивалентность и этого основного вида конвекции току проводимости. R. Wood и H. Pender (1902) наблюдали магнитное поле движущихся заряженных газов.

§ 5. Магнитное поле, вызываемое токами смещения в покоящемся диэлектрике. Ток смещения возникает в покоящемся диэлектрике, если диэлектрик находится в электрическом поле, изменяющемся со временем. Хотя вопрос о магнитном поле токов смещения решен утвердительно опытами Hertz'a, существует несколько работ, предпринятых с целью изучения этого магнитного поля. В 1889 г. S. Thompson опубликовал следующий опыт качественного характера. Железное кольцо снабжено изолированной обмоткой из тонкой медной проволоки. Концы обмотки присоединены к телефону. Кольцо с обмоткой заливалось в воск и помещалось между обкладками конденсатора, который попеременно заряжался и разряжался. Плоскость кольца была параллельна плоскостям обкладок конденсатора. При прерывчатой электризации конденсатора возникали замкнутые магнитные силовые линии переменного направления, которые вызывали переменное намагничивание железного кольца. В обмотке кольца возникал индукционный ток, что и обнаруживалось в телефоне. J. Br. Whitehead (1903—1905) произвел уже измерение магнитного поля. Сущность его метода видна из рис. 304. Плоский конденсатор BB заряжался переменным током от высоковольтного трансформатора. Пространство между пластинками BB было заполнено диэлектриком (Whitehead исследовал два диэлектрика: воздух и параффин). Вокруг диэлектрика надевалось железное кольцо (тор)

Рис. 304.



с катушкой S . Изучался индукционный ток в этом кольце. Проверилось, соответствует ли магнитное поле тока смещения формуле Максвелла для плотности этого тока.

$$q = \frac{\epsilon}{4\pi l} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \dots \dots \dots (28)$$

где l — длина диэлектрика от одной обкладки до другой; q — плотность тока смещения. В одном опыте, где диэлектриком был воздух, Whitehead получил для средней силы тока в соленоиде S величину $5,2 \cdot 10^{-6}$ ампер; вычисления привели его к величине $3,42 \cdot 10^{-6}$ ампер. Обе величины одного порядка. Однако Whitehead не мог подтвердить пропорциональности силы тока в соленоиде и диэлектрической постоянной диэлектрика, которая вытекает из формулы (28). Koch (1910) повторил опыт Whitehead'a, при чем исследовал большое число диэлектриков. Главнейшее изменение в схеме заключалось в замене высоковольтного трансформатора — токами большой частоты по Tesla*). Koch встретил значительные затруднения. Все же ему удалось промерить эффект и показать его пропорциональность диэлектрической постоянной по крайней мере для парафина. Из ряда опытов Koch вычислил диэлектрич. постоянную парафина и получил $\epsilon = 2,05$. Непосредственное определение дало $\epsilon = 2,00$.

§ 6. Электрическое поле переменного магнитного поля. Второе из уравнений Maxwell'a для покоящейся системы читается следующим образом [см. часть III, гл. III, § 2, форм. (16)]:

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = - \text{curl } \mathfrak{E} \dots \dots \dots (29)$$

Слева мы имеем „магнитный ток смещения“ („магнитного тока проводимости“, как известно, нет).

Магнитный ток смещения окружен, согласно форм. (29), электрическим полем так же, как электрический ток окружен магнитным полем. Следовательно, можно придумать явления с магнитным током смещения, которые представляют, так сказать, обернутые явления с электрическим током. Такие явления были обнаружены несколькими лицами. В 1889 г. O. Lodge напечатал следующее наблюдение. Железный тор (кольцо) обмотан изолированной проволокой. По проволоке пропускают постоянный электрический ток. Сбоку от тора подвешена легкая игла, концы которой имеют противоположные заряды. Пока ток, обтекающий тор, постоянен, нет направляющей силы, действующей на стрелку. Если же изменить силу тока или же прервать его, то вокруг тора потечет магнитный ток смещения, и легкая стрелка будет стремиться стать по линиям сил электрического поля, соответствующего этому магнитному току смещения. Ясно, что электрич. поле такого тора подобно магнитному полю тангенс-гальванометра, и что опыт Lodge'a есть „обернутый“ опыт с гальванометром и магнитной стрелкой.

В 1895 г. В. В. Николаев обернул известный опыт Elisha Thomson'a (см. выше ч. III, гл. II, § 15). В переменное магнитное поле по-

*) Кроме того, тор соленоида S был не железный, а деревянный.

мещается кольцо из диэлектрика. Кольцо приходит в движение. В 1899 г. F. E. Wolff повторил опыт Lodge'a, заменив только электрическую стрелку маленьким подвешенным конденсатором. Опубликованная им в 1899 г. часть исследований не содержит достаточно определенных результатов.

Сremieu (1900) из своих опытов вывел заключение, что электрического поля переменного магнитного поля вовсе не существует. Righi (1902) поместил очень легкую бумажную стрелку, концы которой поддерживались противоположно заряженными, в самый магнитный ток. Он получил результат, но не мог отделаться от побочных влияний. К. Henrich (1910) произвел очень тщательное и интересное исследование, в котором подтвердил явление. Его прибор представляет обернутый тангенс-гальванометр Helmholtz'a с двумя кругами (см. ч. II, гл. XI, § 1). Наблюдения производились в пустоте. Два железных кольца, снабженных обмотками, ставились вертикально, параллельно друг другу на расстоянии радиуса. Между кольцами на высоте оси двух колец находилась легкая палочка из металла или диэлектрика, подвешенная на тонкой кварцевой нити. Палочка была незаряжена и повернута над углом 45° к оси двух колец. Если по обмоткам двух железных колец пропустить переменный ток, то электрическое поле переменного магнитного поля индуцирует на концах палочки противоположные заряды (действительные в случае палочки из проводника, фиктивные в случае палочки из изолятора). Палочка будет стремиться повернуться и стать вдоль оси двух колец (т. е. перпендикулярно к плоскости кольца). К. Henrich не только отчетливо наблюдал явление, но даже получил приблизительное количественное совпадение результатов опыта с теорией.

Укажем в заключение опыт Barnett'a (1908), который можно рассматривать, как обращенное явление тока Röntgen'a. Полный цилиндр из изолятора вращается вокруг своей оси в однородном магнитном поле, параллельном оси цилиндра. Тогда между наружной и внутренней поверхностью цилиндра обнаруживается разность потенциалов; эффект пропорционален величине $(\epsilon - 1)$, что согласно с теорией H. A. Lorentz'a.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

- J. Cl. Maxwell.* Treatise on Electricity and Magnetism. I u. II Oxford 1873.
H. Hertz. Gesammelte Werke II, p. 256, 1894.
H. A. Lorentz. Versuch einer Theorie etc. Leiden, 1895: Enzyklopädie der mathemat. Wissenschaften V, 2 p. 64—280, 1904. The theory of electrons Leipzig, Teubner, 1909.

К § 2.

- M. Faraday.* Exp. res. XII ser., art. 1654—1657, 1839.
J. Cl. Maxwell. Treatise etc. II, art. 769, 770, 1873.
H. v. Helmholtz. Pogg. Ann. 158, 487, 1876; Berl. Ber. 1876, p. 211. Ges. Abh. I, pp. 779, 791.
N. Schiller. Pogg. Ann. 159, p. 456, 537. 1876.

- H. A. Rowland.* Amer. J. of Sc. 1878, p. 30.
W. C. Röntgen. Berl. Ber. 1885, p. 198.
E. Lecher. Carl's Repert. d. Phys. 1889, p. 151.
F. Himstedt. Wied. Ann. 38, p. 560, 1889; 40, p. 720, 1890.
H. Rowland and C. Hutchinson. Phil. Mag. (5) 27, p. 445, 1889.
V. Cremieu. C. R. 130, p. 1544, 1900; 131, p. 797, 1900; 132, pp. 327 et 1108, 1901; 135, pp. 27, 154, 1902; Ann. d. chimie et physique (7), 24, pp. 85, 145. 299, 1901. Thèse. Paris. 1901.
H. Pender. Phil. Mag. (6) 2, p. 179, 1901; (6) 57, p. 34, 1903.
H. Pender and V. Cremieu. C. R. 136, pp. 548, 607, 955, 1903; J. d. Phys. (4) 2, p. 641, 1903; Phil. Mag. (6) 6, p. 442, 1903.
N. Vasilescu-Karpen. J. d. Phys. (4) 2, p. 667, 1903; Ann. chim. et phys. (8) 2, 465, 1904.
J. J. Thomson. Phil. Mag. 11, p. 236, 1881.
E. Adams. Phil. Mag. (6) 2, p. 285, 1901.
F. Himstedt. Wied. Ann. (4), 13, p. 100, 1904.
W. C. Röntgen. Wied. Ann. 35, p. 264, 1888; 40, p. 93, 1890.

К § 3.

- A. A. Эйхенвальд.* О магнитном действии тел, движущихся в электро-статическом поле. Москва 1904. 143 стр.; Phys. Zeitschr. 2, p. 703, 1901; 4, p. 308, 1903; Wied. Ann. II, pp. 1, 421, 1903; 13, p. 919, 1904. Jahrb. der Radioakt. V, p. 82, 1908 (обзор). *Graetz.* Handbuch der El. und des Magn. II, p. 337.

К § 4.

- Swann.* Phil. Mag. (6) 22, p. 150, 1911; J. de Phys. 1911, p. 669.
A. Ф. Иоффе. Ж. Р. Ф.-Х. О. ч. физическая 43, p. 7, 1911; Wied. Ann. (4), 34, p. 1026, 1911.
R. W. Wood. Phil. Mag. (6) 3, p. 659, 1902.

К § 5.

- S. P. Thompson.* Proc. Roy. Soc. XIV, p. 392, 1889.
Whitehead, J. Br. Phys. Zeitschr. 1903, p. 229; 1904, p. 300; 1905, p. 475.
Koch, E. Diss. Marburg 1910.

К § 6.

- O. Lodge.* Phil. Mag. 27, p. 469, 1889.
V. de Nikolajev. Journ. de Phys. 4, p. 245, 1895.
F. E. Wolf. Diss. Greifswald 1899.
V. Cremieu. C. R. 131, p. 578, 1900.
E. Righi. Phys. Zeitschr. 3, p. 454, 1901/2.
F. Himstedt. Programm der Universität Freiburg i. Br. 1906.
Carvallo. C. R. 134, p. 1349, 1902.
K. Henrich. Diss. Marburg 1910.
Barnett. Phys. Rev. 27, p. 425, 1908, Bbl. 1909, p. 1357.

ГЛАВА ВОСЕМНАДЦАТАЯ*).

Радиоактивность.

§ 1. Введение. Радиоактивность есть свойство, присущее некоторым химическим элементам, самопроизвольно разрушаться и переходить в другие элементы; такое разрушение сопровождается (хотя быть может

*) Эта глава составлена Л. С. Коловрат-Червинским (†). О. Х.

и не во всех случаях) испусканием особого рода лучей, которые должны рассматриваться, как потоки наэлектризованных частиц и, следовательно, сходны с лучами катодными и положительными, бывшими предметом изложения в предыдущих главах.

Испускание лучей явилось признаком, по которому существование радиоактивных тел было обнаружено в природе. Н. Becquerel первый заметил (1896), что соли металла урана обладают характерным излучением, которое действует на фотографическую пластинку и делает газы проводниками электричества; вскоре после того, ближайшее исследование урановых минералов, предпринятое супругами Curie, позволило им открыть новые вещества, заключенные в этих минералах в виде малых следов, но обладающие в чрезвычайной степени свойством испускать новооткрытые лучи; первое из найденных веществ было названо полонием, следующее за ним — радием (1898). Руководящей мыслью при этих исследованиях послужила гипотеза, что указанное свойство есть атомное, то есть принадлежит определенным элементам и не зависит от того, в виде каких соединений эти элементы присутствуют в данном теле; это утверждение вполне подтвердилось всеми последующими опытами и из гипотезы сделалось выражением установленного факта.

Вслед за радием были открыты и другие вещества, испускающие аналогичные лучи, при чем это испускание во многих случаях оказалось изменяющимся во времени по довольно запутанным законам. Было найдено, что некоторые из новых веществ, обладая свойствами материальных тел, имеют, однако, лишь весьма кратковременное существование; а непрерывное выделение теплоты радием, казалось, противоречило и закону сохранения энергии. Теория атомного распада, высказанная в 1903 г. Rutherford'ом и Soddy, дала удовлетворительный ответ на возникшие таким образом недоумения и свела разрозненные факты в одно целое. По этой теории, радиоактивные элементы постоянно подвергаются самопроизвольному разрушению и превращаются в другие элементы, с равным или меньшим атомным весом. Атомы радиоактивных элементов обладают сравнительно малой устойчивостью своего внутреннего распорядка; от времени до времени внутри каждого атома происходит перераспределение, при чем частица его выбрасывается вон, а остальное образует новый атом, с новыми химическими свойствами. Таких взрывов каждый атом переживает несколько на своем веку, пока не дойдет до формы устойчивой, в какой являются атомы обыкновенных химических элементов; ряд радиоактивных преобразований данного атома на этом кончается, он делается атомом не-радиоактивным. Частицы, выбрасываемые при каждом взрыве, будучи заряжены, и образуют то, что мы называем лучами радиоактивных веществ. Энергия, идущая на сообщение скорости выбрасываемым частицам, заимствуется из запаса внутренней энергии, которою предполагается наделенным каждый атом.

Теория Rutherford'a вскоре получила всеобщее признание; а экспериментально доказанное образование гелия из радия и других радиоактивных веществ послужило непосредственным ее подтверждением. Эта

теория составляет ныне прочную основу всего учения о радиоактивности; она является образцом для физической теории вообще, ибо, исходя из небольшого числа простых и естественных допущений, дает рациональное объяснение всей кажущейся сложности явлений и позволяет предвидеть явления неизвестные, чему существует уже не один пример; формулы, к которым она приводит, не являются приближениями, но, насколько можно судить, выражают истинные законы природы.

Изучение радиоактивных тел оказалось возможным только благодаря их свойству испускать лучи; ибо сильно-активные вещества, как радий или полоний, существуют в природе лишь в чрезвычайно малых количествах, а слабо-активные, как уран, разрушаются столь медленно, что никакими химическими методами нельзя было бы обнаружить это разрушение. Реакция же, представляемая измерением излучений, имеет неслыханную чувствительность, далеко превосходящую чувствительность спектрального анализа.

Лучи радиоактивных веществ с самого начала оказались принадлежащими к нескольким различным категориям. Одни из них весьма легко поглощаются всякого рода веществами, другие же обладают гораздо большею проникающей способностью и в свою очередь разделяются на лучи, отклоняемые магнитным полем, и лучи, нечувствительные к действию магнита. Таким образом имеем три рода лучей, которые обозначаются буквами α , β , γ ; ниже мы познакомимся еще с некоторыми другими (лучи отдачи, вторичные лучи электрического типа). Изложение свойств всех этих излучений будет дано в последующих §§; пока же достаточно будет напомнить то, что было сказано о них в гл. I, § 4. В видах однообразия мы сохраним введенные там словообразования „альфа-лучи“, „бета-лучи“, а также будем употреблять аналогичные им „ α -частицы“, „ α -активность“ и т. п., хотя, строго говоря, по-русски предпочтительнее были бы определения в виде прилагательных.

A -лучи состоят из частиц, имеющих атомные размеры и заряженных положительным электричеством; они целиком поглощаются, например, листком алюминия или слюды толщиной в несколько сотых миллиметра или слоем воздуха в несколько сантиметров; наибольший путь, который α -лучи могут пройти в данном веществе, назовем их пробегом в этом веществе. Будучи заряжены, α -частицы претерпевают отклонение в магнитном или электрическом поле; измерение этого отклонения, в связи с некоторыми другими опытами, позволяет определить как заряд, так и массу этих частиц. Оказывается, что заряд частиц вдвое больше элементарного заряда e (см. стр. 191), а масса вчетверо больше массы атома водорода, то есть равна массе атома гелия. Rutherford показал непосредственным опытом, что и в самом деле α -частицы суть заряженные атомы гелия.

B -лучи аналогичны катодным, то есть состоят из отрицательно заряженных частиц (электронов), которых масса во много раз меньше массы атома; они поглощаются в меньшей степени, чем α -лучи, и по иному закону; они обладают весьма большой скоростью, которая в некоторых случаях близко подходит к скорости света.

γ -лучи отличаются отсутствием заряда; те из них, с которыми чаще всего приходится иметь дело в опытах, обладают весьма большой способностью проникать через материю; они аналогичны рентгеновым лучам и с точки зрения теории превращений представляются явлением вторичным.

Иные из радиоактивных превращений сопровождаются одним α -излучением, другие одним β -излучением, немногие и тем и другим вместе. Если испускаются α -лучи, то на каждый разрушающийся атом приходится одна и только одна α -частица: то же, вероятно, справедливо и для β -частиц. Таким образом, число испускаемых частиц всегда пропорционально скорости превращения; то же допускаем и относительно напряженности γ -излучений.

В настоящее время (1914) известно тридцать пять радиоактивных тел, рассматриваемых, как самостоятельные химические элементы; каждый такой элемент должен иметь определенный атомный вес, спектр, валентность и место в периодической системе. Первые два признака могли быть установлены опытом лишь для очень немногих элементов; кроме давно известных в химии урана и тория, сюда относятся радий и эманация радия, которых атомные веса и спектр были предметом неоднократных исследований, а также до некоторой степени полоний, которому оказалось возможным приписать некоторые спектральные линии, хотя он и не был еще получен в чистом виде. Что же касается валентности, то работами *Nevesy* она определена экспериментально почти для всех элементов и в свою очередь служит главным основанием для размещения радиоактивных тел в периодическую систему. Такое размещение ныне выполнимо в достаточно определенной форме, при чем оказывается, что в одну и ту же клетку системы попадают по несколько элементов, различных по радиоактивному происхождению и по излучению, но тождественных (или по крайней мере весьма близких) по химическим свойствам. Между положением элементов в системе и родом испускаемых ими лучей существует некоторая связь; именно, преобразованию, сопровождаемому α -излучением, соответствует переход элемента на два места влево в горизонтальном ряду Менделеевской таблицы; а „ β -преобразование“ производит передвижение элемента на одно место в ряду вправо; об этом будет еще сказано в § 11.

Все радиоактивные элементы распределяются в четыре ряда, обладающих тем свойством, что каждый член их порождается распадом предыдущего; первые члены этих генеалогических рядов суть уран, радий, актиний и торий, при чем ряд радия, а вероятно и ряд актиния, находятся в преемственной связи с рядом урана. В §§ 12—14 мы подробнее рассмотрим все эти ряды; пока же ограничимся перечислением членов ряда радия. Радий, металл второй группы, подвергается медленному распаду с такой скоростью, что из данного количества половина окажется превращенной через 1730 лет. Это превращение состоит в том, что радий испускает α -лучи и выделяет эманацию — газ нулевой группы; другими словами, атом радия разлагается (экзотермически) на атом

гелия и атом эманации. Эманация разрушается довольно быстро, наполовину в 3,85 дня, также с выделением α -частиц, и преобразуется в твердое тело (радий *A*), которое оседает на окружающих телах в форме налета, невидимого по своей ничтожной массе; этот налет в несколько часов подвергается сложной эволюции, испуская самые разнообразные лучи и превращаясь последовательно в радий *B*, радий *C* и радий *D*; последний опять разрушается медленно, наполовину в 16 лет, и образует радий *E* и, наконец, полоний, который, распадаясь наполовину в 136 дней, дает неизвестное неактивное вещество, являющееся таким образом конечным продуктом эволюции радия.

Весьма важная особенность радиоактивных превращений состоит в том, что их ход вовсе не зависит от внешних условий, в частности от температуры (опыты были производимы в самых широких пределах, от температуры сжижения водорода до температуры белого каления) и от давления (эманацию радия подвергали, напр., давлениям до 2000 атмосфер); для эманации, как тела газообразного, не менее убедительной является независимость от концентрации; эманация радия разрушается по одному и тому же закону, имеется ли она в чистом виде или смешана с воздухом в пропорции например одной части на 10^{13} частей воздуха; между тем, в первом случае каждый атом эманации претерпевает большое число ударов от частицы, испускаемых остальными, чего почти нет во втором случае. Независимость от внешних условий определяет коренное различие радиоактивных превращений от химических реакций, скорость которых изменяется весьма сильно, напр., с возвышением температуры. Это обстоятельство находится в полном согласии с основными представлениями теории атомного распада: радиоактивные процессы имеют место внутри атомов, тогда как химические реакции происходят между атомами и молекулами.

Помещение главы о радиоактивности в отдел этого курса, посвященный электрическим и магнитным явлениям, оправдывается тем соображением, что лучи, являющиеся главным проявлением радиоактивных процессов, вполне сходны с лучами, которые наблюдаются при прохождении электрического тока через газы; но поскольку учение о радиоактивности имеет предметом превращения атомов материи, оно не вставляется естественным образом ни в один из существующих отделов физики или химии; к последней оно очевидно имеет ближайшее отношение, ибо содержит описание свойств, которыми известные химические элементы отличаются от других и между собою. Чисто химические вопросы, как например о способах добывания радиоактивных веществ и их разделения друг от друга, мы, сообразно общему характеру этого курса, будем оставлять в стороне, ограничиваясь лишь самыми необходимыми сведениями.

Имея одинаковую важность для физики и для химии, учение о радиоактивных процессах затрагивает и другие отрасли знания, сообразно все более выясняющемуся значению этих процессов в явлениях природы. Повсеместное присутствие радиоактивных веществ в земной коре

представляет интерес для геологии; самопроизвольное выделение теплоты этими телами должно быть принимаемо в расчет например при рассмотрении постепенного охлаждения земли. Важную, хотя еще неисследованную роль радиоактивные тела играют по всей вероятности в явлениях атмосферного электричества; а попытки их практического применения в медицине уже во многих случаях дали положительные результаты.

§ 2. Ионизация, как мера радиоактивности. С точки зрения теории атомного распада, под степенью радиоактивности данного тела следует разуметь число его атомов, разрушающихся в единицу времени; мы видели, что оно измеряется числом α - или β -частиц, испускаемых в единицу времени этими атомами. Число частиц может быть подвергнуто непосредственному счету, по способам, которые будут описаны в § 7; можно также измерять общий заряд, приносимый частицами на изолированный электрод, см. § 6; этот заряд пропорционален числу частиц. Чаще всего, однако, за меру радиоактивности принимается степень ионизации, которую данное радиоактивное вещество производит своими лучами в определенном объеме газа; степень же ионизации, как было объяснено в гл. X, § 4, измеряется силой тока насыщения, который проходит между двумя электродами, находящимися в этом газе. В создании ионизации участвуют, вообще говоря, все сорта лучей, испускаемых данным веществом; при одном и том же числе разрушающихся атомов, сила ионизационного тока зависит 1) от формы и размеров сосуда, в котором наблюдается ионизация, и вообще от расположения опыта; 2) от рода испытуемого радиоактивного вещества. Зависимость от расположения прибора объясняется тем, что далеко не все лучи, испускаемые веществом, утилизируются для ионизации. Во первых, всякая подставка, на которую положено вещество, поглощает часть его лучей; такое же действие имеет и само вещество, если оно не образует бесконечно тонкого слоя. Во вторых, что касается β - и γ -лучей, то они не бывают использованы полностью потому, что в воздухе их проникающая способность значительно превосходит обычные размеры приборов, и потому они поглощаются стенками последних, не успев произвести на пути все возможное количество ионов. Если, например, имеются два параллельные диска, отстоящие на несколько см. друг от друга, и активное вещество находится на одном из них, то измеряя активность током, проходящим от одного диска к другому, мы можем совершенно пренебречь действием β - и γ -лучей сравнительно с действием α -лучей, хотя например в случае радия *C* число ионов, которое могут произвести β - и γ -лучи, составляет 15% числа ионов от α -частиц.

Но если измерение производится и при точно одинаковых условиях, сила ионизационного тока только в том случае служит непосредственной мерой числа разрушающихся атомов, если сравниваются между собой две пробы одного и того же вещества; ибо даже когда дело идет об одних α -излучениях, число ионов, производимых одной α -частицей, для различных элементов неодинаково. Итак, ионизационный ток только тогда

является точным мерилем радиоактивного процесса, когда определены обстоятельства опыта и указано вещество, которое этому опыту подвергается.

Величина разности потенциалов, требуемой для получения тока на насыщения, весьма зависит от условий измерения. В обыкновенных условиях требуется несколько сот вольт; если ионизация слаба и происходит только от β - или γ -лучей, то достаточно и менее 100 вольт; в случае α -излучений насыщение достигается труднее, и при измерении очень сильных α -активностей почти недостижимо на практике, по крайней мере при атмосферном давлении, что объясняется весьма быстрым воссоединением ионов при ионизации α -лучами; частицы, из которых состоят лучи, создают ионы лишь в весьма узких пространствах вдоль своих траекторий, и в каждый момент ионизация в газе не равномерна, но сосредоточена вдоль этих траекторий; в этих местах число ионов на единицу объема чрезвычайно велико, а потому и воссоединение их происходит быстро, и необходимо весьма сильное поле, чтобы ему воспрепятствовать. Теорию этого явления развивали Moulin, Jaffé и другие.

§ 3. Способы измерения ионизационных токов, употребляемые в исследованиях радиоактивности. Приборы, служащие для определения ионизации производимой радиоактивными веществами, бывают весьма разнообразны по виду; они чаще всего состоят из двух частей: одна есть ионизационная камера, то есть замкнутое помещение с двумя электродами, газ между которыми подвергается излучению испытуемого тела; другая же — прибор, измеряющий силу тока. Ионизационные камеры могут иметь различную форму; например, для измерения α -активности вещества, имеющегося в виде порошка или налета на пластинке, пользуются плоским воздушным конденсатором, то есть двумя параллельными металлическими дисками, поставленными горизонтально на таком расстоянии друг от друга, которое немного превосходит пробег данного сорта α -частиц; вещество помещается на нижнем диске, а верхний соединяется с измерительным прибором. Для эманации радия обыкновенно употребляется цилиндрический конденсатор; металлический цилиндр служит его внешней обкладкой, а внутренняя состоит из изолированного стержня, укрепленного по оси цилиндра.

Если вещество испускает лучи, способные проходить через некоторую толщину вещества, то оно может быть помещено также и вне ионизационной камеры и действовать сквозь ее стенки; так производится измерение активности радия или эманации по γ -лучам.

Для измерения токов, гальванометр в редких случаях оказывается здесь полезным, по причине чрезвычайной слабости этих токов; обыкновенно же употребляется либо квадрантный электрометр, либо чувствительный электроскоп. Кроме электроскопов обыкновенного типа (золотой или алюминиевый листок, приделанный к стерженьку, внутри металлической коробки, соединенной с землей), весьма употребительны например: в Германии электроскоп Elster'a и Geitel'я с двумя листками, изображенный в т. IV, гл. V, § 2, а также электроскоп Wulf'a с

двумя кварцевыми нитями (гл. X, § 10); а в Англии — „наклонный электрометр“ С. Т. R. Wilson'a (гл. X, § 10). Новейшие „струнные электрометры“ (рис. 39) также могут быть применяемы с удобством; их свойство

немедленно отвечать на происшедшее изменение потенциала делает их ценными для обнаружения кратковременных явлений, напр. в опытах счета α -частиц, см. § 7.

Самые способы измерения столь же разнообразны, как и употребляемые приборы. Две главные разновидности могут быть различны по следующему признаку: в одной та из обкладок конденсатора, которая не соединена с измерительным прибором, сообщается с землей, а в другой — заряжается до высокого потенциала при помощи постоянного источника электричества, например посредством соединения с одним из полюсов батареи из многочисленных маленьких аккумуляторов, при чем другой полюс отведен к земле.

Если внутри обыкновенного электроскопа, коробка которого соединена с землей, поместить активное вещество, а листок зарядить трением, то листок будет постепенно спадать, и скорость спадания дает меру ионизации, если прибор был предварительно должным образом проградуирован. Лучше, если

имеются две параллельные пластинки, из которых одна соединена с землей, а другая с листком электроскопа; активное вещество помещается на нижней пластинке. На рис. 305 изображена схема такого прибора, рекомендуемого Rutherford'ом для измерения α -активностей. Аналогично производится наблюдения с другими формами электроскопов; спадание листка обыкновенно наблюдается в микроскоп.

Способы, относящиеся ко второй разновидности, сложнее, но имеют свои удобства. В них, как сказано, одна из арматур конденсатора заряжается до постоянного потенциала от батареи, а другая соединяется с листком электроскопа или электрометра. Типичная для этого случая установка схематически представлена на рис. 306. Пластина A покрыта слоем испытуемого вещества и соединена с полюсом батареи в несколько сот вольт (другой полюс отведен к земле); пластина B соединена с одной

Рис. 305.

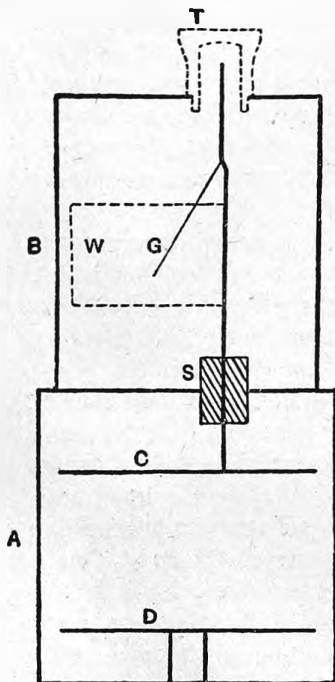
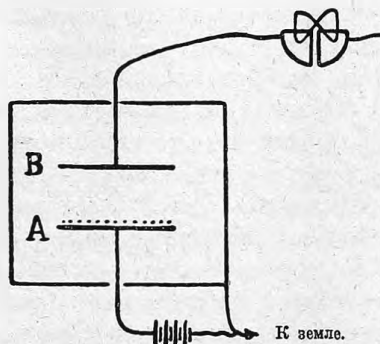


Рис. 306.



из пар квадрантов электрометра, коего другая пара квадрантов сообщена с землей, а листок заряжен. До начала опыта пластинка *B* также сообщена с землей, так что ионизационный ток уходит в землю; как только это сообщение прервано, квадранты, соединенные с *B*, начинают заряжаться, и листок отклоняется; скорость этого отклонения измеряет силу тока, проходящего между *A* и *B*. Как показывает теория электрометра, это справедливо, однако, только, если выполнены некоторые условия, касающиеся успокоения листка; в начале отклонения скорость его, вообще говоря, переменна и лишь сделавшись постоянной она измеряет силу тока. Понятно, что наблюдения по этому способу, как и по предыдущим, сравнимы между собой только когда электроемкость прибора остается неизменной.

Вопросы о емкости системы и о постоянстве скорости отклонения отпадают в компенсационных методах; они состоят в том, что действие ионизационного тока на электрометр уничтожается действием другого, противоположного тока, силу которого можно регулировать так, чтобы листок электрометра постоянно оставался в нулевом положении. Существует немало способов для такой компенсации; из них способ *Townsend*'а был описан в гл. X, § 10. *Rutherford* и *Chadwick* пользовались для компенсации ионизационным током, получаемым от присутствия слоя урановой окиси. Весьма удобный компенсационный способ основан на употреблении пьезо-электрического кварца; в этом приборе, изобретенном *J. и P. Curie*, существенную часть составляет пластинка кварца, вырезанная перпендикулярно к одной из вторичных осей; если такая пластинка подвергается натяжению по своей длине, то на боковых поверхностях ее выделяются электрические заряды, равные друг другу по величине, противоположные по знаку и строго пропорциональные растягивающей силе; одним из этих зарядов и компенсируется на электрометре заряд, приносимый данным ионизационным током. Важное преимущество такого метода состоит в том, что его показания остаются всегда тождественными между собой и не зависят ни от каких посторонних влияний, ибо определяются исключительно размерами взятой кварцевой пластинки. При помощи пластинок обычных размеров измеряются токи порядка от 10^{-12} до 10^{-9} ампера.

К компенсационным примыкает и „метод постоянного отклонения“, предложенный *Bronson*'ом (гл. X, § 10).

Предел чувствительности, достижимой при электрометрическом измерении токов, может быть доведен до 10^{-15} или даже 10^{-16} ампера; в случае тока ионизационного, последняя величина соответствует образованию примерно одного иона на куб. см., если ионизационная камера имеет объем в литр. При очень слабых ионизациях, предел отчасти определяется собственной утечкой прибора, то есть спаданием потенциала, которое он обнаруживает в отсутствии исследуемого источника ионизации; трудно получать надежные результаты, когда измеряемый ток делается меньше этой утечки. Для возможного уменьшения последней, нужна большая тщательность в изоляции приборов и в устранении посторонних

ионизирующих излучений. Весьма полезным оказывается снабжать изоляторы особыми охранными кольцами, соединенными с землей; другая предосторожность состоит в том, что все приборы, а также проводники, их соединяющие, заключаются в оболочки, отведенные к земле; этим устраняются внешние электростатические воздействия и уменьшается разряжение приборов вследствие электропроводности воздуха, который всегда более или менее ионизирован в лабораториях, где работают с радиоактивными веществами. Производство, напр., химических операций над сильно активными телами или просто хранение их в незапаянных сосудах делают данное помещение негодным для точных измерений; независимо от распыления твердых веществ, главную вину в этом несет эманация радия, которая диффундирует повсюду и на всем образует активный налет, обладающий долгой жизнью. Поэтому манипуляции над активными телами надлежит производить в особых, изолированных помещениях; а вне таковых следует самым тщательным образом избегать „радиоактивного заряжения“.

§ 4. Законы радиоактивных превращений. Мы рассмотрели в § 1 основные положения теории атомного распада; займемся теперь количественными зависимостями, к которым она приводит. Превращение каждого радиоактивного вещества управляется простым законом; а именно, количество, превращающееся в единицу времени ($-dq:dt$), пропорционально всему количеству q , которое имеется на лицо в данный момент; иначе:

$$-\frac{dq}{dt} = \lambda q \dots \dots \dots (1)$$

где λ есть постоянная, характеризующая превращение; очевидно, что размер этой величины обратен размеру времени. Интегрируя, получаем:

$$q = q_0 e^{-\lambda t} \dots \dots \dots (2)$$

где q_0 есть количество, существующее в момент $t = 0$. Таким образом, если мы в некоторый момент имеем радиоактивное вещество одного только рода, то его количество будет убывать со временем по закону, выражаемому простой показательной функцией. Наглядное представление о скорости убывания мы получим, рассматривая T , за которое данное количество вещества преобразуется наполовину. Оно определяется равенством

$$\frac{1}{2} q_0 = q_0 e^{-\lambda T},$$

откуда

$$\lambda T = \log \text{nat } 2 = 0,69315 \dots \dots \dots (3)$$

Таким образом, время T , которое назовем периодом данного радиоактивного вещества, обратно пропорционально постоянной λ . Для различных веществ период T колеблется в необыкновенно широких пределах, от весьма малой доли секунды до нескольких миллиардов лет.

Перейдем теперь к более сложному случаю, когда радиоактивное вещество, разрушаясь, в то же время непрерывно создается из другого.

Пусть имеются два вещества, которых постоянными суть λ_1 и λ_2 ; весовые количества, согласно с предыдущим, обозначим через q_1 и q_2 ; а под n_1 и n_2 будем разуметь число атомов каждого вещества. Очевидно имеем: $q_1 : q_2 = A_1 n_1 : A_2 n_2$, где A_1, A_2 атомные веса. Число атомов первого вещества уменьшается в единицу времени на $\lambda_1 n_1$, согласно формуле (1); число атомов второго увеличивается на столько же, но с другой стороны, уменьшается на $\lambda_2 n_2$; таким образом имеем:

$$\frac{dn_1}{dt} = -\lambda_1 n_1 \quad \frac{dn_2}{dt} = \lambda_1 n_1 - \lambda_2 n_2 \quad \dots \quad (4)$$

Решение этой системы линейных дифференциальных уравнений есть:

$$n_1 = n_{10} e^{-\lambda_1 t} \quad n_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} n_{10} e^{-\lambda_1 t} + \left(n_{20} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} n_{10} \right) e^{-\lambda_2 t},$$

где n_{10}, n_{20} суть значения n_1, n_2 при $t = 0$. Таким образом, число атомов второго вещества будет изменяться, как сумма двух показательных функций. Предыдущие формулы могут быть обобщены на случай цепи произвольного числа последовательных превращений; оказывается, что количество вещества, получаемого при $(n - 1)$ -ом по порядку превращении, выражается суммой n показательных функций $e^{-\lambda_1 t}, e^{-\lambda_2 t}, \dots$, умноженных каждая на коэффициент, составленный известным образом из постоянных $\lambda_1, \lambda_2 \dots$ и начальных данных n_{10}, n_{20}, \dots . Полная теория изложена в курсе Curie, т. I.

Пользуясь предыдущим примером, введем еще понятие о радиоактивном равновесии. Допустим, что первое из двух рассмотренных веществ имеет период T , весьма большой в сравнении с периодом второго; тогда можно пренебречь изменением количества первого вещества за время опыта, то есть принять n_1 постоянным. При этом условии, второго из уравнений (4) достаточно для определения n_2 ; оно дает

$$n_2 = \frac{\lambda_1 n_1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) + n_{20} e^{-\lambda_2 t} \quad \dots \quad (5)$$

а если в начальный момент второго вещества совсем не было ($n_{20} = 0$),

$$n_2 = \frac{\lambda_1 n_1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \quad \dots \quad (6)$$

Таким образом, число атомов второго вещества будет возрастать со временем, асимптотически приближаясь к предельной величине

$$n_{2\infty} = \frac{\lambda_1 n_1}{\lambda_2} \quad \dots \quad (7)$$

Когда эта величина практически достигнута, мы говорим, что первое вещество находится в равновесии со вторым; это значит, что в единицу времени столько же второго вещества самопроизвольно разрушается, сколько его рождается из первого вещества. Равновесие будет достигнуто тем скорее, чем больше λ_2 , то есть чем короче период второго вещества. Переходя от величин n к весовым количествам, находим из (6), что коли-

чество второго вещества будет изменяться по следующему закону:

$$q_2 - q_{2\infty} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \dots \dots \dots (8)$$

Далее, из формулы (7) (или непосредственно из второго уравнения (4), полагая в нем $dn_2:dt=0$) вытекает пропорция:

$$\frac{n_{2\infty}}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{T_2}{T_1},$$

а следовательно

$$\frac{q_{2\infty}}{q_1} = \frac{A_2 T_2}{A_1 T_1} \dots \dots \dots (9)$$

или словами: весовые количества веществ, участвующих в равновесии, относятся как произведения их периодов на атомные веса.

Если из смеси обоих веществ, находящихся в равновесии, каким-нибудь образом извлечь все второе вещество, то оставшееся первое начнет накапливать новое количество второго, согласно формуле (8), где под t следует теперь понимать время, считаемое от момента разделения. С другой стороны, количество выделенного второго вещества, в момент разделения равное $q_{2\infty}$, станет убывать по показательному закону и через промежуток t будет составлять:

$$q_2' = q_{2\infty} e^{-\lambda_2 t} \dots \dots \dots (10)$$

Сравнивая (8) и (10), находим:

$$\frac{q_2}{q_{2\infty}} + \frac{q_2'}{q_{2\infty}} = 1 \dots \dots \dots (11)$$

Это выражают, говоря, что распад второго вещества и его восстановление в первом дополняют друг к другу.

Все предыдущие выводы легко обобщить на случай равновесия произвольного числа веществ.

В виде примера, рассмотрим равновесие радия с его четырьмя ближайшими продуктами распада, предполагая, что в момент $t=0$ некоторое количество радия освобождено от этих продуктов и заключено в непроницаемую оболочку, так чтобы выделяющаяся эманация оставалась на месте. Значения периодов суть:

Радий	Эманация	Радий А	Радий В	Радий С
1730 лет	3,85 дня	3,0 мин.	26,7 мин.	19,5 мин.

Отсюда видим прежде всего, что количество радия следует считать неизменным; поэтому количество эманации будет возрастать, начиная от $t=0$, согласно формуле (8). При $t=25\frac{1}{2}$ дням оказывается $q_2 = 0,99 q_{2\infty}$, так что равновесие радия с эманацией практически достигается примерно через месяц. Что же касается остальных продуктов, то вследствие краткости их периодов, они через несколько часов после начала опыта окажутся в равновесии с имеющимся количеством эманации; при даль-

нейшем накоплении эманации количества радия *A*, радия *B* и радия *C* будут также возрастать, оставаясь однако в равновесии с нею; отсюда заключаем, что когда радий находится в равновесии с эманацией, он тем самым и в равновесии с продуктами до радия *C* включительно. Это состояние радия и есть то, с которым чаще всего приходится иметь дело на практике; оно следовательно определяется условием, что в единицу времени одинаковое число атомов каждого из пяти веществ преобразуется в атомы веществ, следующих по порядку. Можно рассматривать еще другое равновесие радия, а именно со всеми продуктами до радия *F* включительно; оно достигается лишь через очень долгое время, примерно через сто лет. Заметим, что количество эманации, а также каждого из последующих продуктов, равное тому, которое находится в равновесии с одним граммом радия, получило название кюри; таким образом, например, слова: „1 кюри эманации“ равносильны следующим: „количество эманации, могущее быть в радиоактивном равновесии с 1 граммом радия“.

Было уже упомянуто выше, что мерою активности, то есть числа разрушающихся атомов, служит ионизация, которая производится лучами, испускаемыми при этом разрушении. Так как, согласно формуле (1), число атомов, подвергающихся распаду в единицу времени, есть λn , то для случая одного вещества ионизация выразится в виде:

$$i = k \lambda n, \dots \dots \dots (12)$$

где *k* коэффициент, зависящий от расположения опыта и от рода взятого радиоактивного вещества, согласно сказанному в § 2. Отсюда следует между прочим, что если два вещества обладают сходным излучением, то в одном и том же приборе ионизации, происходящие от равных количеств этих веществ, в первом приближении должны быть обратно пропорциональны периодам.

При совместном присутствии *s* веществ, последовательно происходящих друг из друга, ионизация выразится суммой

$$i = k_1 \lambda_1 n_1 + k_2 \lambda_2 n_2 + \dots + k_s \lambda_s n_s, \dots \dots \dots (13)$$

где коэффициенты k_1, k_2, \dots будут вообще говоря различны между собой, вследствие различия между свойствами лучей, испускаемых каждым из веществ. Подставляя величины n_1, \dots, n_s , найдем закон, по которому ионизация станет изменяться во времени; ясно, что этот закон будет в общем случае весьма сложный. На деле значительное упрощение происходит от того, что, как мы видели, численные значения постоянных λ весьма различны, и потому некоторыми членами суммы обыкновенно можно пренебречь в сравнении с другими; тем не менее, измеряя ионизацию в функции времени, мы зачастую получаем очень запутанные отношения, в которых теория атомных превращений позволяет, однако, разобратся без труда. Примеры встретятся нам в дальнейшем.

§ 5. А-лучи; закон изменения ионизации с расстоянием. Активность радия и многих других элементов чрезвычайно ослабляется, если вещество прикрыто даже самым тонким экраном, например листком алюминиевой

фольги в несколько сотых мм.; на лучи, которые прошли через такой экран, действие других экранов оказывается уже гораздо меньшим, и часто даже довольно толстый слой вещества не задерживает их вполне. Так, в самом начале исследования радиоактивности были отличены друг от друга лучи легко поглотимые и лучи легко проникающие; в обычных условиях, легко поглотимые и суть те α -лучи, которых определение было дано в § 1.

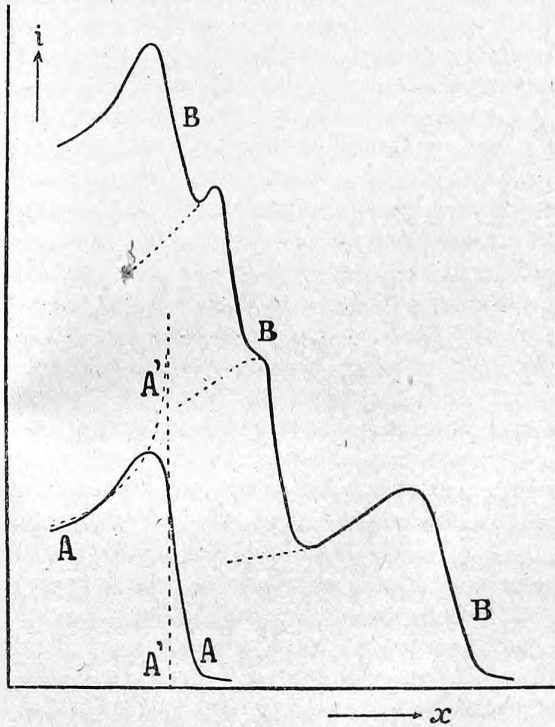
Вопрос об экспериментальном исследовании α -лучей расчленяется следующим образом. Исследование по ионизационному методу (§ 3), состоящему в измерении общей ионизации, производимой данным излучением, дает возможность обнаружить характерный закон, которому α -лучи подчиняются при прохождении через материю, а рассматривая изменения, претерпеваемые излучением в электрическом и магнитном полях, можно обнаружить, что оно обладает положительным зарядом, а также определить для него величины v и $e : m$, как это было объяснено для катодных и других лучей. Дальнейшие важные сведения об α -лучах получаются благодаря методам, позволяющим иметь дело с отдельными частицами, из которых состоят лучи; эти методы, сообщая непосредственное и наглядное представление о природе лучей, в то же время служат для определения числа частиц, заряда и массы каждой из них, а также для более близкого рассмотрения того, что происходит при прохождении частиц через материю. Отдельно стоят опыты, которыми было доказано тождество α -частиц с атомами гелия.

Закон, по которому изменяется ионизирующее действие лучей при прохождении через материю (или, как обыкновенно говорят, закон поглощения лучей) впервые был точно установлен работами Вragg'a и Клееман'а. Основная мысль этих опытов состоит в том, чтобы из данного излучения выделить, при помощи диафрагм, пучок лучей, имеющих одно и то же направление, и подвергнуть его действию весьма тонкий слой газа, перпендикулярный к пучку; для этого ионизационная камера состоит из двух параллельных пластинок, находящихся, напр., на 1 мм. друг от друга; одна из пластинок сетчатая, и через нее лучи проникают внутрь камеры. Передвигая всю камеру параллельно самой себе, можно таким образом измерять ионизацию, производимую лучами в тонком слое газа, на различных расстояниях от источника. Впоследствии Geiger и Nuttall пользовались прибором другой формы, особенно пригодным, когда активность данного вещества мала; вместо того, чтобы изменять расстояние от источника лучей до ионизационной камеры, они изменяли давление газа в промежутке между ними, оставляя постоянным давление в самой камере.

Если слой вещества настолько тонок, что поглощением лучей в нем можно пренебречь, то кривая, изображающая ионизацию i , как функцию расстояния x («кривая Вragg'a»), имеет вид, подобный AA на рис. 307. Таким образом, ионизация сперва возрастает до некоторого максимума, потом быстро уменьшается; расстояние, на котором ионизация делается равной нулю, называется пробегом α -лучей; как увидим ниже, на этом

расстоянии обращается в нуль скорость частиц, составляющих лучи. Рис. 307 показывает, что падение ионизации замедляется в самом конце пробега, так что величина последнего делается несколько неопределенной. Это во первых зависит от того, что, несмотря на малую глубину ионизационной камеры, на последний участок кривой влияют β- и γ-лучи, если тело их испускает; а во вторых, приходится допустить, что пробеги отдельных частиц немного разнятся друг от друга, в воздухе например в пределах нескольких миллиметров; это объясняется продольным рассеянием частиц, то есть тем, что потеря скорости, испытываемая ими вследствие столкновений с атомами материи, не вполне одинакова для всех частиц, но может быть больше или меньше, в зависимости от случайностей столкновений.

Рис. 307.



Часть кривой, лежащая влево от максимума, приближенно представляется формулой

$$i = \frac{k}{\sqrt{a-x}}, \quad 0 < x < a. \quad (14)$$

где a средняя величина пробега, k постоянная; этой формуле соответствует пунктирная кривая $A'A'$. Можно допустить, что формула (14) точно изображает ионизацию от отдельной частицы, при добавочном условии, что $i = 0$ при $x = a$; кривую AA ,

получаемую на самом деле, можно рассматривать, как результат наложения друг на друга всевозможных кривых, подобных $A'A'$ и сдвинутых от $A'A'$ вправо и влево, сообразно распределению потерь скорости между частицами.

Площадь, ограниченная осью абсцисс и кривой AA , измеряет полную ионизацию, то есть общее число ионов, производимых данным пучком. Соответствующая площадь для кривой $A'A'$ пропорциональна величине $a^{\frac{2}{3}}$, как легко убедиться интегрированием равенства (14); для приближенных расчетов можно принять, что это верно и для кривой AA , а также и для общей ионизации, производимой уже не параллельным пучком, а всеми α-лучами, которые испускает данный тонкий слой вещества (для толстого слоя ионизация должна быть пропорциональна величине $a^{\frac{5}{3}}$).

Кривая AA относится к случаю, когда активное вещество простое и потому испускает α -лучи только одного сорта; примером может служить тонкий налет, состоящий из радия C или полония. Когда же имеется смесь, например в случае нескольких веществ, происходящих друг из друга, то кривая получается сложением ординат нескольких кривых вида AA . Такова BB на рис. 3; она принадлежит радю в равновесии с его тремя ближайшими продуктами распада, дающими α -лучи; эманацией, радием A и радием C .

При изменении плотности воздуха или другого данного газа, величина пробега меняется обратно пропорционально плотности; пробеги в различных газах сравнивали, напр., Adams (1907) и Taylor (1913). Форма кривых Bragg'a оказывается не вполне одинаковой в разных газах.

Величина пробега в определенном газе является основной характеристикой различных α -излучений; за норму принимается пробег в воздухе при атмосферном давлении и при заданной температуре, напр. 15° ; эта величина изменяется между 2,5 см. для урана и 8,6 см. для тория C . Geiger и Nuttall нашли весьма интересную эмпирическую зависимость между пробегом a и радиоактивной постоянной λ данного вещества; а именно, $\log a$ есть линейная функция от $\log \lambda$, то есть

$$\log a = p \log \lambda + q, \dots \dots \dots (15)$$

где p и q постоянные коэффициенты. Если допустить, что эта эмпирическая зависимость действительно является общим законом, то по ней можно судить о периодах таких веществ, для которых непосредственное измерение скорости распада затруднительно или даже невозможно, вследствие того, что она слишком велика (радий C') или слишком мала (уран 2-ой, ионий).

Поглощение α -лучей в твердых телах можно изучать, вставляя на пути лучей тонкие слои испытуемого вещества и наблюдая ионизацию, которую лучи производят в воздухе по выходе из слоя; оказывается, что остающаяся часть кривой Bragg'a при этом смещается параллельно самой себе, влево от положения, которое она имела в отсутствии слоя. Следовательно, данный тонкий слой, напр. металлический листок, эквивалентен по своему поглощающему действию слою воздуха некоторой толщины, которая и называется воздушным эквивалентом данного листка. Эта величина до некоторой степени зависит от того места пробега, куда вставлен экран; кроме того она очевидно должна зависеть от рода вещества, из которого состоит экран; а именно, по Bragg'у и Kleeman'у для простых тел воздушный эквивалент слоя данной толщины пропорционален величине $\sqrt{A} : \delta$, где A атомный вес вещества, δ его плотность. Толщину слоя, как раз достаточного, чтобы довести ионизацию до нуля, можно, как и в случае газов, назвать пробегом α -частиц в данном веществе; понятно, что пробег также пропорционален выражению $\sqrt{A} : \delta$. Заметим в виде примера, что пробег в алюминии в 1650 раз меньше, чем в воздухе, так что для лучей радия C ($a = 6,94$ см.) он составляет 42 микрона.

Все предыдущее относится к случаю, когда активное вещество имеется в виде весьма тонкого слоя; в противном случае надо принимать в расчет поглощение лучей самим веществом. Вычисления, сюда относящиеся, можно найти в курсе Curie; оказывается, например, что в предельном случае „толстого“ слоя, характерная форма кривой Bragg'a совершенно исчезает, и ионизация в воздухе непрерывно убывает, начиная от поверхности вещества.

§ 6. Отклонение α -лучей, скорость и заряд их. В гл. IV, § 3 была рассмотрена теория движения точечного заряда в электрическом и магнитном поле, а в гл. XII, § 3 и § 10 — приложение этой теории к определению скорости и удельного заряда катодных и положительных лучей. На одинаковом принципе основаны соответствующие опыты для α -лучей; их впервые произвел Rutherford в 1903 г. Мы рассмотрим вкратце опыты того же ученого, выполненные им в более точной форме в 1906 г.; в главных из них источником лучей служила тонкая проволока, покрытая налетом радия *C*. Для наблюдения магнитного отклонения, над проволокой, на расстоянии нескольких см. располагался экран со щелью, параллельной проволоке, а еще выше — фотографическая пластинка; весь прибор находился в пустоте. Лучи отпечатывали изображение щели на пластинке; когда же все помещалось в однородное магнитное поле, которого линии сил были параллельны проволоке и щели, то траектории α -частиц несколько загибались и изображение смещалось в сторону; согласно форм. (21) гл. IV смещение определяет величину $e' : mv$, где через e' обозначим заряд α -частицы, в отличие от элементарного заряда e .

Электрическое отклонение могло наблюдаться только в очень сильном поле. Пучок лучей пропускаться вдоль промежутка между двумя параллельными пластинками длиной в 4 см.; между пластинками было расстояние в 0,2 мм. и разность потенциалов в 300—500 вольт. По выходе из промежутка между пластинками, пучок лучей попадал, как и в предыдущем опыте, на фотографическую пластинку; смещение, вызываемое полем, давало величину $e' : mv^2$, см. форм. (18) гл. IV. Из совокупности обоих опытов Rutherford нашел для радия *C*:

$$v = 2,06 \cdot 10^9 \text{ см. сек.}^{-1}$$

$$\frac{e'}{m} = 5070 \text{ C. G. S. эл.-магн. ед.}$$

Подобным образом были сделаны опыты и с другими радиоактивными веществами, при чем получились различные величины v , но весьма близко одинаковые отношения $e' : m$. Теоретическая величина этого отношения для атомов гелия, несущих двойной элементарный заряд, есть, как легко видеть,

$$\frac{e'}{m} = \frac{2 \cdot 9649}{3,99} = 4837 \text{ э.-м. ед.} = 1,451 \text{ э.-ст. ед.;} \dots (16)$$

здесь 3,99 есть атомный вес гелия, а 9649 отношение $e : m$ для атома водорода, выводимое из наблюдений над электролизом.

Так как описанные опыты производились в пустоте, то вышеприведенная скорость v есть начальная, то есть та, которою частицы обладают при выходе из источника. Понятно, что если отклонению подвергать лучи, прошедшие через определенный слой, например, алюминия, то можно определить, каким образом скорость меняется в зависимости от пути x , пройденного внутри взятого материала. Наиболее точные опыты этого рода принадлежат Geiger'у; найденная им зависимость выражается формулой

$$v = v_0 \sqrt[3]{1 - \frac{x}{a}} \dots \dots \dots (17)$$

где a пробег лучей в данном веществе, v_0 начальная скорость. Эта формула показывает, что скорость обращается в нуль на конце пробега, т. е. при $x = a$; правильнее будет сказать, что она делается величиной того же порядка, как скорость движения обыкновенных газовых молекул. Теоретическое обоснование формы уравнения (17) дал Darwin; иную форму теории, относящейся к этому явлению, развил Bohr. Заметим, что уравнение (14) кривой Bragg'a, как легко показать, следует из (17), если сделать то естественное предположение, что ионизация, то есть число ионов, образуемых α -частицей на данном промежутке, пропорциональна уменьшению кинетической энергии частицы на том же промежутке, т. е. величине

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{mv^2}{2} \right).$$

Начальная скорость v_0 есть постоянная для данного радиоактивного элемента; а для различных элементов она, согласно Geiger'у, связана с пробегом соотношением:

$$\frac{v_0^3}{a} = \text{Const}$$

Зная величины a и основываясь на приведенной выше величине v_0 для радия C , легко вычислить v_0 для любого вещества; таким образом получаются значения между $1,45 \cdot 10^9$ и $2,22 \cdot 10^9$ см. сек.⁻¹, т. е. между $0,048c$ и $0,074c$, если c скорость света.

Величина положительного заряда, несомого всеми α -лучами данного вещества, может быть измерена по способу, по существу одинаковому с тем, который употребляется при изучении фотоэлектрического явления, см. гл. XV. Представим себе две параллельные пластинки, из которых одна покрыта слоем испытуемого вещества, а другая соединена с электрометром; если прибор находится в пустоте столь совершенной, что ионизацией остающегося газа можно пренебречь, то пластинка, соединенная с электрометром, будет постоянно получать заряд, равный сумме зарядов всех α - и β -частиц, попадающих на нее; но если прибор поместить в сильное магнитное поле, должным образом направленное, то β -лучи отклоняются, и на пластинку попадают одни α -лучи, как менее подверженные действию поля. Rutherford исследовал таким образом налет, состоящий из радия C ; он нашел, что лучи, испускаемые таким количеством радия C , которое может быть в равновесии с 1 гр. радия

(или, говоря короче: α -лучи одного кюри радия *C*) имеют заряд, равный 33,2 эл.-ст. единиц. Согласно с этим результаты получили Danysz и Duane.

§ 7. **Опыты с отдельными α -частицами.** Значительное расширение сведений об α -лучах было дано методами, которые позволяют обнаруживать действие отдельных частиц, их составляющих. Rutherford и Geiger впервые осуществили счет частиц, выделив из огромного числа их, которое испускают обычные радиоактивные препараты, пучок, направленный в чрезвычайно малый телесный угол. Для этого источник лучей помещается в одном из концов длинной трубки, из которой выкачан воздух; в другом конце находится экран с очень малым отверстием, прикрытым слюдяным листком; α -частицы, пройдя вдоль всей трубки и через листок, попадают в ионизационную камеру, где разность потенциалов между электродами близка к той, которая требуется для разряда через газ; при этом условии, при входе каждой частицы в камеру происходит значительная ионизация через столкновение (см. гл. X, § 9), и потому одной частицы достаточно, чтобы произвести весьма заметное отклонение электрометра, соединенного с одним из электродов; для таких наблюдений особенно удобным оказывается струнный электрометр. Вместо того, чтобы непосредственно наблюдать толчки, испытываемые листком или нитью измерительного прибора, можно устроить автоматическую запись путем фотографии на бумажной ленте, непрерывно передвигаемой часовым механизмом. Весьма простой, но еще более чувствительный способ, основанный на том же принципе, выработал Geiger (1913); этот способ пригоден и для счета β -частиц. Мысовский и Нестурх указали на возможность одного источника ошибки во всех подобных опытах.

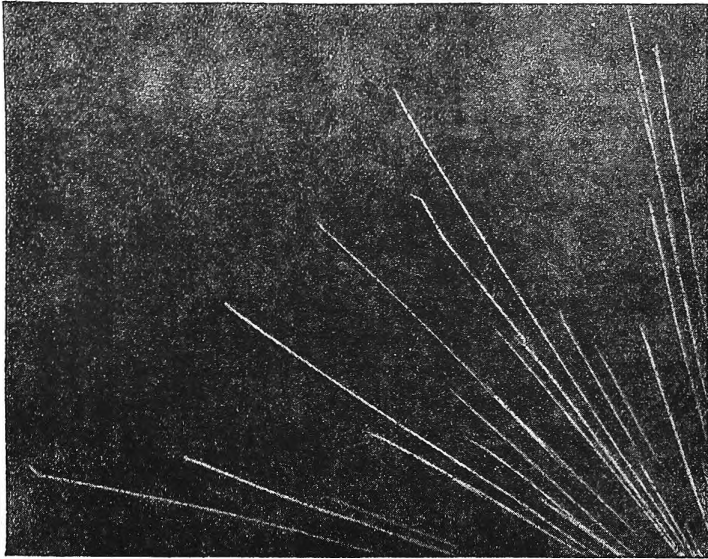
Другой способ счета α -частиц состоит в наблюдении „сцинтилляций“, то есть вспышек, получающихся на поверхности фосфоресцирующего вещества в тех местах, куда попадают отдельные α -частицы. Это явление впервые наблюдал Crookes (1904); он построил прибор, названный „спинтарископом“ и состоящий просто из слоя сернистого цинка, над поверхностью которого приделана крупинка соли, содержащей радий; поверхность рассматривается в лупу. В настоящее время наблюдение вспышек часто применяется в опытах измерительного характера; хотя оно несравненно менее удобно, чем измерение ионизационных токов, зато дает результаты, допускающие более непосредственное толкование и потому во многих случаях является методом весьма ценным.

Третий способ наблюдать действие отдельных частиц дал С. Т. R. Wilson (1910), основываясь на том факте, что присутствие ионов в газе, насыщенном парами воды, влияет на сгущение этих паров при адиабатическом расширении газа; а именно, сгущение происходит уже при таких расширениях, которые были бы недостаточны в отсутствии ионов, см. гл. XIX. Так как α -частица, пролетая через газ, образует ионы лишь в узком пространстве вдоль своей траектории, то при адиабатическом расширении газа, подвергнутого α -излучению, сгущение паров в первый момент происходит в этих пространствах, и если непосредственно после

расширения фотографировать газ моментально при надлежащем освещении, то на снимке можно получить весьма ясные пути отдельных частиц. Пример такой фотографии воспроизведен на рис. 308.

Пользуясь первым из перечисленных способов, Rutherford и Geiger

Рис. 308.



нашли, что налет, состоящий из радия *C*, испускает в секунду $3,57 \cdot 10^{10}$ α -частиц на 1 кюри. Но по теории радиоактивных превращений, если несколько веществ находятся в равновесии с одним начальным веществом, то число разрушающихся атомов, а следовательно и число частиц, освобождаемых в единицу времени, одинаково для всех этих веществ; итак, 1 грамм радия, 1 кюри эманации, 1 кюри радия *A* и 1 кюри радия *C* испускают каждый одно и то же число частиц, а именно

$$3,57 \cdot 10^{10} \text{ частиц в секунду, } \dots \dots \dots (18)$$

а следовательно, один грамм радия в равновесии с продуктами до радия *C* — $4 \times 3,57 \cdot 10^{10} = 14,3 \cdot 10^{10}$ частиц (эти числа приведены к международному эталону радия, хранящемуся в Севрском Бюро весов и мер).

Пользуясь величиной общего заряда, указанной выше (§ 6), получаем, что заряд одной частицы равен

$$\frac{33,2}{3,57 \cdot 10^{10}} = 9,3 \cdot 10^{-10} \text{ эл.-ст. ед.}$$

т. е. он вдвое больше, того числа, которое новейшие измерения дают для элементарного количества электричества *e*. Отсюда и из (11) можно вычислить массу одной α -частицы в граммах; она очевидно вчетверо больше массы атома водорода. Этот результат, в связи с наблю-

даемым образованием гелия в присутствии радиоактивных веществ, и послужил первоначальным основанием для допущения, что α -частицы суть заряженные атомы гелия, о чем будет сказано подробнее в конце этого параграфа.

Как уже было упомянуто, опыты со счетом α -частиц дают возможность несколько ближе подойти к теоретически важному вопросу о прохождении α -частиц через материю; обратимся к снимку, представленному на рис. 308. Мы видим прежде всего, что пути различных частиц имеют на нем неодинаковую длину, но это происходит от того, что в данном опыте источник лучей не представлял весьма тонкого слоя; при отсутствии же поглощения самим слоем можно убедиться например путем счета вспышек, которые дает параллельный пучок лучей, что число частиц, его составляющих, остается одинаковым почти до самого конца пробега, а именно до того места, где начинает сказываться влияние „продольного рассеяния“, о котором было сказано выше. Мы видим далее на рис. 308, что траектории частиц в воздухе почти совершенно прямолинейны; и действительно, пучок параллельных α -лучей остается таковым в достаточной мере и после прохождения через слой воздуха, а также и всякого другого вещества. Некоторое отклонение от прямолинейности однако замечается на снимке, и притом в двух видах: иные траектории искривлены более или менее равномерно по всей длине, другие же кроме того показывают резкие переломы, преимущественно вблизи своих концов. Искривление траекторий производит так называемое поперечное рассеяние α -лучей; в простейшем виде оно выражается тем, что если на фотографическую пластинку или на фосфоресцирующий экран направить пучок лучей, ограниченный тонкой щелью, то в пустоте изображение щели получается резкое, а в воздухе или же по вставлении тонкого металлического экрана — расплывчатое. Количественные законы рассеяния изучали, путем счета вспышек, Geiger, Marsden и Darwin; эти законы оказались вполне согласными с теорией рассеяния, данной Rutherford'ом. По этой теории, α -частицы, встречая на своем пути атомы материи, пронизывают их насквозь, при чем испытывают вообще говоря лишь незначительные отклонения, которые складываясь вместе, дают небольшое и постепенное искривление траекторий; но при некоторых особых обстоятельствах встречи, атом может и сразу сообщить частице отклонение очень большое, превосходящее иногда 90° ; такие исключительные отклонения наиболее вероятны в конце траекторий, где скорость частиц делается малой. Опыты со вспышками и для этого случая согласуются с теорией.

Другой интересный вопрос, связанный со счетом частиц, касается неравномерности, с которою их испускание распределяется во времени. Если число частиц в данном пучке невелико, то колебания этого числа весьма значительны, как и должно быть, если радиоактивные атомы разрушаются независимо друг от друга, так что распределение разрушений во времени есть совершенно случайное. Применение теории вероятностей приводит к выводу, что если N есть среднее число разрушений в единицу времени, то вероятность того, что в некоторый отдельный промежуток,

равный единице, число разрушений будет n , равна

$$\frac{N^0 e^{-N}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}$$

Счет частиц дает результаты, вполне согласные с этой формулой, как показали Rutherford и Geiger (1910), а также Marsden и Barratt (1911). Колебания могут быть впрочем обнаружены и при измерении общей ионизации, производимой некоторым препаратом, опять конечно при условии, что число испускаемых частиц не очень велико; такие наблюдения впервые производил Schweidler (1905).

Нам остается сказать еще об опытах, которыми была установлена химическая природа α -частиц. Еще до открытия радиоактивности было известно, что некоторые урановые и ториевые минералы содержат гелий, а в 1903 г. Ramsay и Soddy показали, что гелий может быть обнаружен в газе, выделяющемся из раствора соли радия. На этом основании Rutherford (1903) предположил, что гелий является одним из продуктов радиоактивного распада, а именно, что он образуется из α -частиц; важным подтверждением этому послужило, что экспериментально определяемая величина $e : m$ для α -частиц оказалась вдвое меньше, чем для атома водорода, заряд их вдвое больше, чем для такого атома, а следовательно масса четверо больше. В 1909 г. Rutherford и Roysd путем следующего опыта дали более непосредственное доказательство верности вышеупомянутого предположения. Некоторое количество эманации радия, очищенной от посторонних газов, было заключено в стеклянную трубку, толщина стенок которой (около 0,01 мм.) была меньше пробега α -лучей в стекле; трубка находилась внутри другой, более широкой, выкачанной до хорошей пустоты и соединенной с капилляром для наблюдения спектра. По мере того, как эманация разрушалась, в наружной трубке происходило накопление гелия, и спектр обнаруживал постепенное появление линий этого элемента. В другом опыте тонкостенная трубка находилась в воздухе, а концентрически с нею помещался цилиндр из листового свинца; α -частицы, вылетая из трубки, проникали внутрь свинца, и расплавляя затем последний в закрытом сосуде, можно было обнаружить присутствие в нем гелия.

Не менее убедительное доказательство тождества α -частиц с атомами гелия дается измерением количества гелия, которое может выделиться из данного количества радия или другого радиоактивного вещества; такие измерения производил Dewar (1908—1910), а затем Boltwood и Rutherford (1911). Радиоактивное вещество помещалось в запаянную трубку; газ, собравшийся за определенный промежуток времени, выводился из трубки и подвергался очищению, которое состояло в удалении всех составных частей его, кроме гелия. Объем полученного таким образом гелия измерялся непосредственно; он оказался в точности согласным с тем, который можно вычислить на основании числа α -частиц, испускаемых данным веществом. Укажем для примера, что 1 гр. радия в равновесии с продуктами до радия C производит в сутки 0,45 мм.³ гелия, или 164 мм.³

в год. Подобные опыты производились также с эманацией радия, с полонием, актинием и ионием.

§ 8. В-лучи. Состоя из электронов, β -лучи по существу отличны от α -лучей, которые образуются материальными атомами; с внешней стороны, отличие выражается во первых в большей отклоняемости электрическим и магнитным полем, а во вторых в том, что β -лучи способны глубже проникать через материю, но зато в большей степени испытывают ее рассеивающее действие.

В самом начале исследования радиоактивных явлений на β -лучи было обращено больше внимания, чем на α -лучи; Н. Весквель (1899) первый подверг их точному изучению. Пользуясь фотографическим методом, он показал, что β -лучи сильно отклоняются электрическим и магнитным полем; если, например, в свинцовый желобок (рис. 309) насыпать соли радия, поместить его на фотографическую пластинку, завернутую в черную бумагу, и создать магнитное поле, параллельное желобку (т. е. перпендикулярное к плоскости рисунка), то согласно теории движения электронов в поле (гл. IV, § 3), β -лучи будут описывать окружности или винтовые линии, коих кривизна зависит от их начальной скорости v , и, следовательно, попадут на чувствительный слой пластинки, производя на нем отпечаток. Подобным опытом Весквель показал, что скорости β -лучей, испускаемых радием, различны и заключаются в довольно широких пределах; вследствие этого узкий пучок лучей, отклоненный полем, дает на фотографической пластинке не пятно, а довольно растянутую полоску, которую можно назвать магнитным спектром лучей. В опытах Весквель'я и в других, произведенных до последнего времени, спектр всегда оказывался сплошным, так что напр. β -лучи радия в равновесии с его продуктами по видимому имели все возможные скорости в некотором промежутке; однако такой результат объясняется побочным обстоятельством. Именно, мы увидим ниже, что β -лучи, попадая на материю, подвергаются сильному рассеянию, при чем скорость их изменяется, так что лучи, первоначально однородные, т. е. имевшие одинаковую скорость, делаются неоднородными. По-

тому для получения ясного результата в опыте с отклонением, нужно, чтобы источник лучей имел малые размеры и не был окружен сколько нибудь значительной массой материи, каковой является, напр., свинцовый желобок на рис. 309. Опыты получения магнитных спектров, удовлетворяющие этому требованию, производили Нahn, v. Baeyer и г-жа Meitner (1911—1914), Danysz (1912—1913), Rutherford и Robinson (1913); источником лучей служили либо тонкие проволоки, покрытые активным налетом радия или тория, либо весьма узкие и тонкостенные стеклянные трубки, содержавшие эманацию радия (напр. в опытах Danysz'a трубки имели внешний диаметр 0,2—0,3 мм., а толщину стенок 0,01 мм.). Эти опыты показали, что β -лучи упомянутых тел состоят из нескольких, иногда довольно много-

Рис. 309.



численных пучков, каждый из которых имеет определенную скорость; например, лучи радия *B* и радия *C*, согласно Danysz'у, образуют до 30 групп, имеющих начальные скорости от 0,36 с до 0,996 с, где *c* скорость света; Rutherford и Robinson находят 16 групп для радия *B* и 48 групп для радия *C*. Независимо от этих групп, имеется по крайней мере в отдельных промежутках, и сплошной спектр, на который линейчатые спектры представляются наложенными; а для радия *E* весь спектр оказывается сплошным.

Наиболее медленные β -лучи имеют скорости порядка 0,3 с и следовательно аналогичны быстрым катодным (для которых в некоторых случаях удавалось наблюдать скорости до 0,5 с); а для наиболее быстрых β -лучей *v* приближается к скорости света. Напомним для сравнения, что для α -лучей (§ 6) начальные скорости колеблются около 0,05 с.

Опыты с электромагнитным отклонением лучей дают возможность определить величины *v* и *e*:*m* на основании формул (23) и (24) гл. IV; такие определения производились неоднократно с величайшею тщательностью в виду важности их с точки зрения электронной теории; ибо, как видно из сказанного в гл. IV, § 8, одновременное измерение *v* и *e*:*m*, другими словами, экспериментальное выяснение вида функции, которую выражается электромагнитная масса электрона в зависимости от его скорости, дает возможность сравнить с действительностью результаты различных форм этой теории; масса, о которой здесь идет речь, есть „поперечная,“ обозначенная в гл. IV, § 8 через *m''*.

На стр. 743—753 были описаны опыты, произведенные с указанной целью над катодными лучами; от них по существу не отличаются опыты с β -лучами (от радия в равновесии с его продуктами), которые, однако, для точных измерений представляют то преимущество, что испускание их остается совершенно неизменным во время опыта. Первые измерения над β -лучами, предпринятые с целью проверки электронной теории, принадлежат Kaufmann'у (1902); в них весьма тонкий (т. е. ограниченный малой диафрагмой) пучок лучей подвергался одновременному отклонению электрическим и магнитным полем, при чем оба отклонения были взаимно перпендикулярны; в этих условиях на фотографической пластинке, поставленной перпендикулярно к первоначальному направлению пучка, после отклонения, лучи дают изображение („спектр“) в виде кривой линии. Если за оси координат взять направления каждого из отклонений, то одна из координат этой кривой пропорциональна $e:m''v$, а другая $e:m''v^2$; ясно, что из формы кривой можно вывести требуемую зависимость между $e:m''$ и *v*. Еще более точные опыты произвели впоследствии Bucherer (1909) и Wolz (1910). Как и в случае катодных лучей, этими исследованиями вполне подтвердилось, что величина отношения $e:m''$, а следовательно и электромагнитная масса электрона, изменяется со скоростью так, как того требует электронная теория в предположении, что вся масса электрона есть электромагнитная. Что же касается вопроса о той форме этой теории, которая наилучшим образом удовлетворяет опытным данным, то преимущество склоняется в пользу теории Lorentz'a, хотя разница между

нею и теорией Abraham'a могла бы сказаться в опыте лишь довольно незначительно. По теории Lorentz'a должно быть, см. форм. (67,b) гл. IV

$$\frac{e}{m''} = \frac{e}{m} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

где m , см. форм. (66,c) гл. IV, есть масса, соответствующая случаю, когда скорость v мала сравнительно со скоростью света. Из опытов Bucherer'a получилось для $e:m$ значение $1,763 \cdot 10^7$ эл.-магн. единиц, а из опытов Wolz'a — $1,767 \cdot 10^7$.

Что заряд, несомый β -лучами, есть отрицательный, доказывается уже направлением, в котором происходит их отклонение полем; абсолютную же величину заряда можно определить по такому же способу, какой был указан в § 6 для α -лучей; т. е. его можно собрать на изолированном электроде, соединенном с электрометром. P. Curie (1900) для этой цели помещал электрод в парафин, чтобы избежать потери заряда с электрода путем проводимости через воздух, ионизируемый лучами; лучи действовали снаружи через парафин. В позднейших опытах Wien'a (1903), Rutherford'a (1905), Makower'a (1909) и других, изолированный электрод вместе с источником лучей помещался в пустоту; Danysz и Duane (1912), а также Moseley (1912), в качестве источника брали тонкостенные трубки с эманацией радия и таким образом могли одновременно определять заряды и α - и β -лучей. Результаты этих опытов согласуются с предположением, что разрушению каждого атома соответствует испускание только одной β -частицы, как это имеет место и для α -частиц.

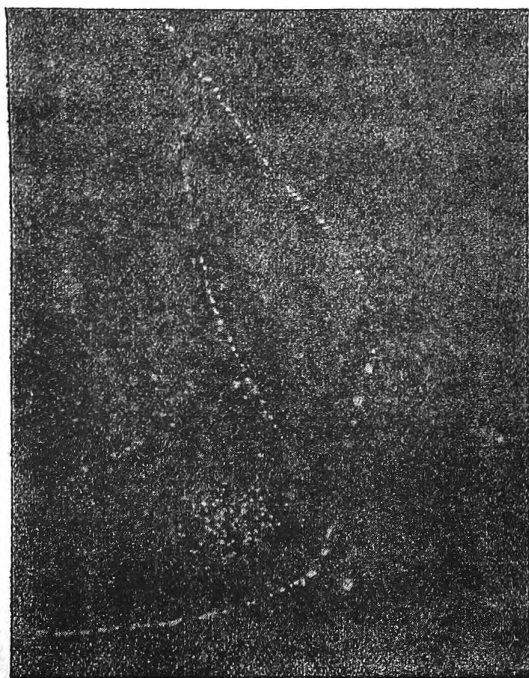
Заряд отдельной β -частицы мог бы быть определен путем счета частиц, хотя до сих пор таких измерений не было сделано. Нет впрочем оснований сомневаться в том, что этот заряд равен элементарному количеству электричества, то есть $4,7 \cdot 10^{-10}$ эл.-стат. единиц.

Сложность большинства β -излучений заслуживает особого внимания при истолковании процессов, происходящих при разрушении радиоактивных атомов; ибо естественно является вопрос, каким образом β -частицы, которые по только-что сказанному испускаются повидимому в количестве одной на каждый разрушающийся атом, могут тем не менее распадаться на отдельные группы, обладающие различными свойствами. Rutherford сделал интересную попытку объяснения этого факта, в связи с общей теорией, которую он предложил для внутреннего строения атома.

Перейдем теперь к явлениям, наблюдаемым при прохождении β -лучей через материю. Наглядное указание в этом отношении дает фотографический снимок, воспроизведенный на рис. 310 и полученный С. Т. R. Wilson'ом по способу, который был описан в § 7. Он показывает, что путь β -частицы в воздухе совершенно не похож на прямолинейную траекторию α -частицы, а значительно и разнообразно меняет свое направление; другими словами, β -лучи претерпевают в воздухе сильное рассеяние. То же относится и к прохождению через всякое другое вещество; поэтому, если на пути пучка β -лучей вставить, например, тонкий металлический листок, то лишь часть пучка выходит из листка в прежнем

направлении, а остальное разбрасывается во все стороны, в том числе и назад. Лучи, рассеянные назад, то есть претерпевшие отклонение более 90° , первоначально рассматривались как вторичные, „возбуждаемые“ в материи попадающими внутрь ее лучами; в настоящее время они часто называются „отраженными“, хотя из только-что сказанного видно, что это явление совершенно не похоже на отражение, напр., световых лучей.

Рис. 310.



Законы рассеяния экспериментально изучал Crowther (1910). Что β -лучи рассеиваются сильнее α -лучей, то есть испытывают большие отклонения при встрече с атомами материи, объясняется их меньшей кинетической энергией и меньшим количеством движения; ибо хотя скорость β -лучей превосходит скорость α -лучей, например, в 10 или 20 раз, зато масса их в несколько тысяч раз меньше.

В связи с явлением рассеяния стоит то, что поглощение β -лучей материей существенно отличается от поглощения α -лучей. Для последних мы видели, что число лучей данного пучка не меняется в пределах пробега при прохождении как через слой газа, так и через листок металла; меняется лишь скорость частиц, а

вследствие этого и ионизация, производимая на единице длины пути. Для β -лучей наблюдается иное. Если, например, данное β -излучение пропускать через листки металла различной толщины и подвергать счету число прошедших частиц, то оказывается, что это число убывает с толщиной пройденного слоя, как нашли Kovařík и Mc. Keehan (1914); вместе с тем, согласно, напр., опытам W. Wilson'a (1910) убывает и средняя скорость частиц; а при уменьшении скорости изменяется производимая ионизация, что доказал тот же автор в другой работе (1914). Явление усложняется тем обстоятельством, что, как мы видели, частицы, составляющие β -излучение каждого данного радиоактивного элемента, имеют неодинаковые начальные скорости. Таким образом, если поглощение лучей определять ионизацией, которую они производят после прохождения данного слоя вещества, то это явление обусловлено совокупным действием нескольких причин и представляется а priori довольно сложным.

Опыт показывает однако, что для многих радиоактивных тел опре-

деленное таким образом поглощение приблизительно выражается показательной функцией

$$i = i_0 e^{-\mu x} \dots \dots \dots (20)$$

где i ионизация, наблюдаемая после прохождения толщины x данного вещества, а μ постоянная, называемая коэффициентом поглощения. Хотя зависимость (20) лишь приближительная, а для иных излучений и вовсе не имеет места, однако определение величины μ является удобным средством для различения β -излучений друг от друга и потому на практике имеет важное значение. В виде примера укажем, что для лучей радия E (которые следуют показательному закону весьма близко) по наиболее точным опытам Ковайик'а (1911) коэффициент поглощения в алюминии равен 43,3, если за единицу длины принять сантиметр; отсюда легко вычислить, что эти лучи поглощаются наполовину слоем алюминия в 0,016 см. Наиболее легко поглощаемыми оказываются β -лучи урана X_1 , для которых $\mu = 510 \text{ см.}^{-1}$ в алюминии; а наиболее легко проходящими — лучи радия C ($\mu = 13,5$). В случаях, когда формула (20) неприменима, всегда возможно выразить ионизацию формулой более сложного вида:

$$i = i_0 e^{-\mu x} + i_0' e^{-\mu' x} + \dots,$$

где постоянные $i_0, i_0', \dots, \mu, \mu', \dots$ подбираются эмпирически. В общем можно сказать, что показательный закон оправдывается тем лучше, чем данное излучение менее однородно в смысле начальных скоростей его частиц; если же из данного неоднородного излучения выделить, путем отклонения магнитным полем, пучок лучей, имеющих более или менее одинаковую скорость, то к такому пучку закон вовсе не приложим.

Для данного β -излучения коэффициент μ в первом приближении пропорционален плотности δ поглощающего вещества; точнее, отношение $\mu : \delta$ возрастает с атомным весом вещества и притом, как показал Crowther (1906), не равномерно, а соответственно периодам системы Менделеева. Поглощение твердыми телами особенно подробно изучал Н. W. Schmidt (1906—1910); поглощение жидкостями — Бородовский (1910) и другие. В воздухе также имеет место показательная зависимость; однако, вследствие малости μ здесь надо принимать в расчет, что ионизация в данном объеме газа должна быть, при одинаковых прочих условиях, обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника; поэтому формула (20) заменяется такою:

$$i = i_0 \frac{e^{-\mu x}}{x^2} \dots \dots \dots (21)$$

Измеряя ионизацию в различных расстояниях от источника, можно рассчитать общее число ионов, производимых данным β -излучением; такие измерения производили Eve (1911), Moseley и Robinson (1914). По данным Eve, для одного кюри радия C (который одновременно испускает лучи α, β и γ) общее число ионов, производимых в секунду α -лучами, равно $81 \cdot 10^{14}$; β -лучами — $4 \cdot 10^{14}$, а γ -лучами — $8,4 \cdot 10^{14}$. Так как число ионов для β -лучей меньше, чем для α -лучей, а путь их значительно длиннее,

то на единицу длины пути приходится гораздо меньше ионов, эта особенность ясно видна на рис. 310, где местонахождение отдельных ионов определяется видимыми на снимке капельками воды, сгустившимися вокруг них; для α -лучей распределение ионов на пути настолько густое, что фотография всегда показывает непрерывную полосу (рис. 308).

§ 9. γ -лучи, вторичные лучи, радиоактивная отдача. Основу радиоактивных превращений составляет испускание α - и β -лучей; но кроме них, в присутствии радиоактивных тел обнаруживаются и разнообразные другие излучения. Из них мы рассмотрим прежде всего γ -лучи, которых отличительный признак состоит в том, что они вовсе не отклоняются магнитным или электрическим полем и следовательно не обладают зарядом. Этим, а также способностью возбуждать различного рода вторичные лучи, они сходны с рентгеновыми лучами; для них наблюдаются и те явления интерференции, о которых для рентгеновых лучей было сказано в гл. XIII. Точно такие же лучи могут быть впрочем возбуждены и в нерадиоактивном теле, если на него направить β -излучение, как впервые показал Gray (1911).

Относительно рентгеновых лучей в настоящее время большинство исследователей склоняется к тому, чтобы видеть в них явление, по существу одинаковое со световыми колебаниями, но с гораздо меньшей длиной волны (напр. порядка 10^{-8} см.); такое же представление распространяется и на γ -лучи. В гл. XIII было указано, что согласно результатам работ Barkla и других, различные вещества, напр. металлы, соли и даже газы, будучи подвергнуты действию рентгеновых лучей, а также катодных, обладают свойством испускать особые излучения типа рентгеновых, имеющие характерную для каждого вещества проникающую способность; испускание таких „характерных“ или „характеристических“ лучей есть свойство атомное, то есть присуще данному химическому элементу независимо от рода того соединения, в которое он входит. Опыты с отражением этих излучений от кристаллов дают возможность установить для каждого из них определенную длину волны (или группу длин волны), которая оказывается в простой зависимости от атомного веса взятого элемента; то же справедливо и для проникающей способности лучей. Для некоторых элементов известно по два типа характерных лучей; они имеют весьма различную проникающую способность и называются соответственно излучениями серии *K* и серии *L*; возможно, хотя и не наблюдалось, существование и других серий.

Если проникающую способность γ -лучей различных радиоэлементов, определяемую коэффициентом μ в формуле (20), сравнивать с атомным весом, который этим элементам должен быть приписан по теории радиоактивных превращений, то оказывается, что упомянутое выше простое соотношение и здесь оказывается справедливо; отсюда естественно заключить, что γ -лучи суть рентгеновы излучения, „характерные“ для того радиоэлемента, который их испускает. Rutherford и de C. Andrade (1914) подтвердили это непосредственным опытом, измерив длины волн γ -лучей, испускаемых радием *B* и радием *C*.

Возбуждение γ -лучей происходит вероятно преимущественно под действием β -частиц, подобно тому, как характерные рентгеновы лучи могут возбуждаться катодными; однако, интенсивности γ - и β -излучений различных радиоэлементов не находятся в прямом соотношении между собой. Так, например, если отношение обеих интенсивностей, измеренных при некоторых определенных условиях, для радия C обозначить через 1, то для урана X оно будет равно 0,02, а для радия E менее 0,001. A -лучи также могут принимать участие в образовании γ -лучей, ибо некоторые элементы, не обладающие β -излучением, как-то ионий, полоний и др., дают заметные, хотя и очень слабые γ -лучи.

Поглощение γ -лучей в материи происходит по показательному закону вида (20); известно, что такой же закон имеет место и для световых лучей. Величины коэффициента μ колеблются в весьма широких пределах, напр. в алюминии от 0,1 до 600 см.^{-1} ; согласно Rutherford'у, те излучения, для которых μ равно 0,1—0,2, принадлежат к серии K , а те, для которых μ заключается примерно между 20 и 45 — к серии L ; остальные вероятно относятся к другим, неизвестным еще сериям. Практически наиболее важны и почти единственно наблюдаются в обычных условиях опытов первые, т. е. имеющие μ порядка 0,1, иначе говоря, обладающие весьма большой проникающей способностью; поэтому до последнего времени большая проникающая способность считалась отличительным признаком γ -лучей вообще. Γ -лучи рассматриваемого типа испускаются всего лишь пятью радиоактивными телами, а именно ураном X , радием C , актинием D , мезоторием и торием D . Их поглощение подробно изучали Soddy и Russell; оно весьма близко следует показательному закону, если опыт расположить так, чтобы можно было устранить или учесть влияние рассеянных и вторичных лучей, о которых будет сказано ниже. В виде примера приведем, что коэффициент поглощения лучей радия C в алюминии есть 0,115, а в свинце 0,50 см.^{-1} ; при прохождении через 1 см. алюминия эти лучи теряют только 11%, при прохождении через 1 см. свинца — 39%; а для того, чтобы ослабить на 99% пучок, испускаемый в данный телесный угол, надо употребить свинцовый экран толщиной в 9,2 см. Для обыкновенных металлов (Cu , Fe , Zn , Al , Hg и др.) коэффициент μ приблизительно обратно пропорционален плотности; для свинца, а также для более легких тел, как то магнезии, стекла, парафина, наблюдается отклонение от этого правила. Для воздуха коэффициент μ , определяемый формулой (21), равен приблизительно 0,00005, так что поглощение выходит весьма незначительным. Если, например, расстояние x увеличивается с одного метра до двух, то ионизация в данной камере уменьшается в 4,05 раза, тогда как при отсутствии поглощения она уменьшилась бы в 4 раза.

Подобно β -лучам, γ -лучи подвергаются довольно значительному рассеянию, когда попадают на какое либо вещество; а кроме того они возбуждают во всех веществах вторичные β -лучи, подобно тому как рентгеновы лучи возбуждают, между прочим, вторичные лучи, аналогичные катодным. Последнее явление особенно важно потому, что вся ионизация, которую производят рентгеновы или γ -лучи в воздухе или в другом газе,

на самом деле происходит через посредство этих вторичных лучей электронного типа; другими словами, γ -лучи тратят всю свою энергию только на возбуждение этих вторичных лучей, а те уже ионизируют газ. Фотографии С. Т. R. Wilson'a (§ 7) ясно доказывают это для случая рентгеновых лучей; к такому же результату еще раньше пришли более косвенным путем, напр., W. Wilson (для γ -лучей) и Bragg (для рентгеновых).

Согласно предыдущему, γ -лучи, как возбуждаемые β -лучами, могут быть названы вторичными; принципиально, однако, можно делать различие между случаем, когда вторичное излучение производится внутри самого атома, подвергающегося радиоактивному распаду, и случаем, когда оно возбуждается уже освободившимися α - или β -частицами в других атомах данного вещества или же в постороннем веществе. Γ -лучи вероятно в значительной мере происходят первым из этих двух способов; однако они, как уже было упомянуто, возбуждаются также и в посторонних телах при действии β -лучей; таким образом получаем, как особый тип вторичных лучей, γ -лучи, возбуждаемые β -лучами; существуют и γ -лучи, возбуждаемые α -лучами. Другой род вторичных лучей составляют β -лучи, порождаемые γ -лучами; о них было сказано выше. Третью важную разновидность образуют лучи, также состоящие из электронов, но обладающие гораздо меньшей скоростью, чем β -лучи; они испускаются, при действии α - и β -лучей, как самыми радиоактивными телами, так и посторонними веществами, и часто называются δ -лучами. Особенно сильно их испускание под влиянием α -лучей; при обычных условиях опытов, когда радиоактивное вещество находится в воздухе, их существование мало заметно, потому что, обладая малой скоростью, они поглощаются самым тонким слоем воздуха; но при уменьшенном давлении их действие может быть легко наблюдаемо. Например, если в опыте, который был описан в § 6 и служит для определения совокупного заряда α -частиц, источником лучей взято такое вещество, которое имеет одно α -излучение (полоний), то в отсутствии магнитного поля на изолированном электроде все-таки будет собираться заряд отрицательный, потому что на каждую α -частицу приходится несколько десятков порожденных ею δ -частиц, и совокупный заряд их оказывается больше заряда α -частиц. Но достаточно довольно слабого магнитного поля, чтобы заставить все δ -лучи вернуться на поверхность радиоактивного вещества, и тогда измеряемый заряд делается положительным.

Пределом, выше которого не идет скорость δ -лучей, можно считать 10^9 см. в сек., т. е. 0,03 с. В каждом данном случае испускаются лучи, обладающие различными скоростями, от нуля до некоторого предела; распределение скоростей не зависит от рода вещества, дающего δ -лучи, а также от скорости тех α - или β -лучей, которые их производят; но интенсивность δ -излучения, т. е. число испускаемых электронов, зависит от этой скорости, при чем для случая α -лучей эта зависимость напоминает ту, которая существует между скоростью α -частиц и производимой ими ионизацией. Возможно, что и по существу образование δ -электронов, напр. внутри металла сходно с образованием ионов внутри газа. Но-

вейшие работы о δ -лучах принадлежат напр. Campbell'у, Bumstead'у, Hauser'у.

К излучениям радиоактивных тел надлежит причислить также явление т. наз. радиоактивной отдачи. Мы видели, что при разложении атома α - или β -частицы выбрасываются из него с большой скоростью v ; остающаяся более тяжелая часть атома должна получить импульс в обратном направлении и приобретает скорость v' , определяемую условием $mv = m'v'$, где m масса частицы, а m' масса вновь образуемого атома. Когда например атом радия A (ат. вес 218) испускает α -частицу (ат. вес 4), то остающаяся часть, т. е. атом радия B , приобретает скорость всего лишь в $214 : 4 = 53$ раза меньшую скорости α -частицы, при этом оказывается, что новообразованный атом, подобно α -частице, имеет положительный заряд (соответствующие отрицательные заряды вероятно выделяются в виде электронов, идущих в общий счет δ -лучей). Такие быстро движущиеся заряженные атомы образуют излучение, вполне аналогичное α -излучению, но имеющее гораздо меньшую проникающую способность. Рассматриваемое явление, получившее свое название по аналогии с отдачей огнестрельного оружия, легко может быть наблюдаемо, если на очень близком расстоянии от пластинки, покрытой веществом, испускающим α -лучи, напр., радием A , поставить другую, ей параллельную; тогда на этой пластинке осаждается слой вещества, получаемого при отдаче, в данном случае радия B . Радиоактивную отдачу изучали Hahn (1909), Russ и Makower (1909—1910) и Wertenstein (1909—1912); последний определял ионизацию, производимую атомами отдачи и построил кривые, соответствующие кривым Bragg'a. Понятно, что пробег здесь гораздо меньше, чем для α -частиц; например, в воздухе он составляет несколько мм. при давлении в 10 мм. ртутя, т. е. примерно 0,1 мм. при атмосферном давлении. Радиоактивная отдача происходит также при испускании β -лучей, но скорость атомов здесь получается гораздо меньше, вследствие малости массы β -частиц.

§ 10. Явления, происходящие при действии радиоактивных излучений. Главнейшие из таких явлений, а именно ионизация газов, подвергнутых излучению, а также возбуждение различного рода вторичных лучей, были рассмотрены в предыдущих параграфах; из остальных займемся прежде всего выделением теплоты, наблюдаемым в присутствии радиоактивных тел. Разрушение атомов сопровождается весьма большим выделением энергии, в виде живой силы испускаемых α - и β -частиц; эта энергия непосредственно идет главным образом на ионизирующие действия; но если радиоактивное вещество предположить заключенным в непроницаемую оболочку, то вся энергия должна в конце концов обратиться в теплоту. Выделение теплоты радием было замечено в самом начале опытов с ним. Curie и Laborde (1903) первые подвергли его измерению, поместив около одного дециграмма радия в ледяной калориметр Bunseп'a. Впоследствии это явление было предметом многих исследований, при чем обыкновенно употреблялся компенсационный метод, состоящий напр. в том, что берутся два одинаковых сосуда, разность температур которых

может быть точно измерена; в одном находится радий, а в другом может быть по желанию выделено точно определенное количество теплоты, путем пропускания электрического тока через проволоку. Наиболее точные из таких опытов принадлежат Meyer'у и Hess'у (1912), а также Rutherford'у и Robinson'у (1912). Первые два автора пользовались совершенно чистым хлористым радием (в количестве около одного грамма), послужившим Hönigschmidt'у для определения атомного веса этого элемента; они нашли, что выделение теплоты на 1 гр. радия (элемента), находящегося в равновесии с продуктами до радия *C* включительно (радий *D* и последующие продукты были удалены до начала опыта) составляет 132,3 малых калории в час, при условии, что вещество помещено в оболочку, которая поглощает все α - и β -лучи и сверх того 18% γ -лучей. Rutherford и Robinson особыми опытами определили часть, которая в общем выделении теплоты принадлежит самому радю, эманации и каждому из трех последующих продуктов, и притом отдельно для α -, β - и γ -лучей. Теплота, получаемая от действия α -лучей, составляет 92% общего действия; ее величина удовлетворительно согласуется с той, которую можно вычислить теоретически, предполагая, что эта теплота эквивалентна кинетической энергии α -частиц (с прибавлением кинетической энергии атомов отдачи). Кроме радия, выделение теплоты было измеряемо еще для полония, для тория и для урановой смоляной руды; точность измерений здесь не велика, вследствие малости явления, но результаты их оказываются должного порядка.

Перечислим вкратце некоторые другие действия лучей. Многие из тел, обладающих свойством фосфоресцировать под действием световых, ультрафиолетовых или рентгеновых лучей, показывают то же явление и при действии лучей радиоактивных тел; преимущественно оказываются действительными α -лучи. Чаще всего для демонстрирования этого явления служит порошок кристаллического сернистого цинка; а действие β - и γ -лучей лучше наблюдается на платиново-синеродистых солях (бария, стронция, лития). Фосфоресцируют также некоторые сорта алмаза, минерал виллемит и другие. О применении этого явления к счету α -частиц было уже сказано в § 7.

В связи с возбуждением фосфоресценции в посторонних веществах стоит по всей вероятности и самопроизвольное свечение самих радиоактивных тел. Слабое свечение дают даже соли урана, а концентрированные сильно радиоактивные вещества, как радий или его эманация, светятся весьма сильно. Светятся также и газы, подвергнутые излучению; так, напр., вокруг тонкостенной трубки, заключающей чистую эманацию радия и пропускающей α -лучи, в воздухе ясно замечается сияние, спектр которого оказывается принадлежащим азоту.

Подробному исследованию подвергалось влияние радиоактивных лучей на проводимость диэлектриков. Как показали работы Jaffé и других, ток, проходящий через диэлектрик, имеет сходство с током через ионизированный газ и в частности показывает явление насыщения; действие же внешнего радиоактивного (или рентгенова) излучения выражается в

том, что проводимость диэлектрика заметно увеличивается. Этим вопросом занимался напр. Бялобржеский (1910).

Химические действия лучей по большей части сходны с действиями тихого электрического разряда; таково, например, образование озона в воздухе, а в связи с ним окисляющие действия, напр. на металлы, и разрушение органических соединений. Вода подвергается разложению, как при электролизе, но выделяющийся газ всегда содержит избыток водорода, при чем соответственно образуется некоторое количество перекиси водорода, которое остается растворенным в воде; это разложение исследовали многие авторы, как, например, Ramsay и Soddy (1903), Debierne (1909), Kernbaum (1909), Usher (1911), Duane и Scheuer (1913); последние пришли к теоретически интересному выводу, что каждая α -частица на своем пробеге способна разложить приблизительно столько же водяных молекул, сколько она может ионизировать газовых молекул, когда проходит через газ.

Действие лучей на фотографическую пластинку, то есть на соли серебра, упоминалось выше; оно служит удобным средством для изучения β -лучей. В случае α -лучей, Kinoshita показал, что число зерен эмульсии, подвергшихся очувствлению, равно числу α -частиц, попавших на пластинку, так что на этом явлении можно было бы также основать метод для счета частиц.

Изменение цвета некоторых веществ, подвергнутых излучениям, бросается в глаза и было неоднократно исследуемо. Стекло окрашивается в фиолетовый или коричневый цвет, в зависимости от своего состава; трубка или пузырек, долгое время содержавшие например сильный препарат радия, делаются совершенно темными. Подобное явление обнаруживает и фарфор, а также многие неорганические соли (K_2SO_4 , KCl , $NaCl$, $NaHCO_3$) и минералы; для минералов им подробно занимался Doelter. Интересный случай окрашивания минералов представлял микроскопические цветные круглые пятна, которые наблюдаются внутри некоторых разновидностей слюды. Joly показал, что они происходят от действия кристалликов радиоактивных минералов, включенных в слюду; из каждого такого кристаллика исходят α -лучи, которые и окрашивают слюду в объеме шара, радиус которого равен пробегу данных частиц в слюде. Вследствие крайне незначительного содержания радиоактивных веществ в кристалликах, заметное потемнение могло образоваться только через время, исчисляемое миллионами лет; Joly и Rutherford в совместной работе нашли, что оценивая колориметрически это потемнение, можно указать приблизительное число для возраста данного минерала, что представляет значительный интерес для геологии.

Широкое поле для практических применений радиоактивных веществ открывается благодаря их физиологическим действиям, которые, однако, здесь не могут служить предметом изложения.

§ 11. Перечень радиоактивных элементов; зависимости между ними. В нижеследующей таблице помещены все известные ныне радиоактивные элементы, в порядке последовательных превращений для каждого из рядов,

о которых говорилось в § 1. В таблице содержатся: величина периода T (§ 4); указание состава излучения (α - или β -лучи); пробег a α -частиц в воздухе, при 15° и нормальном атмосферном давлении; коэффициент поглощения β -лучей в алюминии и наиболее проникающих γ -лучей в свинце (остальные γ -излучения опущены); кроме того указан „атомный номер“ N каждого элемента, то есть номер той клетки периодической системы, куда он должен быть помещен (см. ниже). Элементы, которых названия выдвинуты вправо из столбца, образуют разветвления рядов, о чем также см. ниже.

Вещество	N	T	лучи	a в см.	$\mu_\beta (Al)$ в см. ⁻¹	$\mu_\gamma (Pb)$ в см. ⁻¹
Уран 1-ый	92	$5,0 \cdot 10^9$ лет	α	2,50	—	—
Уран Y	90	1,5 дня	β	—	ок. 300	—
Уран X_1	90	24,6 дня	β	—	510	} 0,72
Уран X_2	91	1,15 мин.	β	—	14,4	
Уран 2-ой	92	$2 \cdot 10^6$ лет (?)	α	2,90	—	—
Ионий	90	$2 \cdot 10^5$ лет (?)	α	3,00	—	—
Радий	88	1730 лет	α, β	3,30	ок. 200	—
Эманация радия	86	3,85 дня	α	4,16	—	—
Радий A	84	3,0 мин.	α	4,75	—	—
Радий B	82	26,7 мин.	β	—	75	—
Радий C_1	83	19,5 мин.	$\alpha?, \beta$	—	13,5	0,50
Радий C_2	81	1,4 мин.	β	—	—	—
Радий C'	84	10^{-6} сек. (?)	α	6,94	—	—
Радий D	82	16,5 лет	β	—	130	—
Радий E	83	5,0 дней	β	—	43,3	—
Радий F (полоний)	84	136 дней	α	3,77	—	—
Актиний	?	—	—	—	—	—
Радиоактивный	90	19,5 дня	α, β	4,60	170	—
Актиний X	88	11,4 дня	α	4,40	—	—
Эманация актиния	86	3,9 сек.	α	5,70	—	—
Актиний A	84	0,002 сек.	α	6,50	—	—
Актиний B	82	36,1 мин.	β	—	?	—
Актиний C_1	83	2,15 мин.	α	5,40	—	—
Актиний D	81	4,71 мин.	β	—	28,5	1,8
Актиний C_2	84	0,005 сек. (?)	α	6,47	—	—
Торий	90	$1,8 \cdot 10^{10}$ лет	α	2,72	—	—
Мезоторий 1-ый	88	5,5 года	—	—	—	—
Мезоторий 2-ой	89	6,2 часа	β	—	ок. 30	0,62
Радиоторий	90	2,02 года	α	3,87	—	—
Торий X	88	3,64 дня	α	4,30	—	—
Эманация тория	86	54 сек.	α	5,00	—	—
Торий A	84	0,14 сек.	α	5,70	—	—
Торий B	82	10,6 часа	β	—	110,0	—
Торий C_1	83	60 мин.	α, β	4,80	14	—
Торий D	81	3,1 мин.	β	—	22	0,46
Торий C_2	84	10^{-11} сек. (?)	α	8,60	—	—

В качестве „атомных номеров“ в предыдущей таблице даны числа, которые предложил Moseley (1914) на основании своих опытов над характерными рентгеновыми излучениями; для наглядности приведем

табличку, представляющую два последних ряда периодической системы и содержащую, кроме чисел N , еще и валентности элементов, при чем в тех случаях, когда данный элемент в различных соединениях обладает различной валентностью, приведена та, которая считается „главной.“ В таблицку вписаны только элементы, вошедшие в список международных атомных весов.

0	I	II	III	IV	V	VI	VII
	<i>Au</i> 79 3	<i>Hg</i> 80 2	<i>Tl</i> 81 1	<i>Pb</i> 82 2	<i>Bi</i> 83 3	84	85
86	<i>Ni</i> 0	87	<i>Ra</i> 88 2	89	<i>Th</i> 90 4	91	<i>U</i> 92 6

Для радиоактивных элементов числа N получаются отчасти на основании общих химических соображений, а главным образом на основании опытов *Nevesy*, в которых он определял валентности радиоэлементов путем измерения коэффициентов диффузии и подвижностей их электролитических ионов в водных растворах. Легко видеть, что числа N удовлетворяют правилу, которое в несколько иной форме уже было высказано в § 1; а именно, при радиоактивном превращении, дающем α -лучи, N уменьшается на 2, а при превращении, сопровождающемся β -лучами, увеличивается на единицу. Заметим, что некоторые вещества при распадении порождают одновременно два других, т. е. атомы их распадаются двумя различными способами; например, торий C_1 одновременно дает: торий D посредством преобразований с α -излучением и торий C_2 посредством преобразования с β -излучением. Кроме случаев такого разветвления, каждое вещество имеет либо одни α -лучи, либо одни β -лучи; исключение составляют радий и радиоактиний.

Из таблицы стр. 930 видно, что нескольким радиоэлементам может соответствовать одно и то же число N ; оказывается, что такие элементы настолько химически близки друг к другу, что разделение их не удается никаким способом. Например, радий D , имеющий тот же номер 82, как свинец, всегда выделяется вместе с последним из радиоактивных минералов и несмотря на разнообразные попытки, не мог быть от него отделен. Многочисленные другие примеры подобных связей мы встретим ниже; здесь же укажем еще на замечательное подобие между тремя рядами радиоактивных веществ, начиная соответственно с радия, актиния X и тория X . Последовательность чисел N здесь одинаковая, а в связи с этим сходны как излучения соответствующих членов, так и другие их свойства; например, все три эманации суть инертные газы; все продукты C_1 разлагаются с разветвлением; все продукты A обладают коротким периодом и являются в виде твердых налетов, которые осаждаются, в присутствии эманаций, преимущественно на телах, заряженных отрицательно.

Независимых друг от друга радиоэлементов имеется, по современным представлениям, только два: уран и торий. Радий непосредственно

происходит из иония и потому является потомком урана; ряд актиния вероятно также происходит от урана и образует ответвление главного ряда, хотя место, откуда он берет начало, еще не определено.

Вследствие непрерывных превращений радиоактивных тел одних в другие, во всяком опыте с ними приходится первоначально иметь дело с совокупностью большего или меньшего числа различных элементов сразу, и потому весьма важным является вопрос, каким образом тот или другой из них может быть изолирован от остальных; понятно, что такая операция может удасться лишь на время, ибо в изолированном веществе будут продолжаться радиоактивные процессы, а следовательно, вновь пойдет образование других веществ.

Отделение элементов друг от друга иногда происходит само собой, например, эманация радия, будучи газообразным телом, выделяется из радия и может быть собрана в чистом виде. Далее, если из двух последовательных элементов второй обладает гораздо большим периодом, чем первый, то при первоначально совместном присутствии обоих первый со временем умирает и второй остается один. Иногда разделение возможно путем нагревания, благодаря различной летучести взятых веществ; иногда можно пользоваться явлением радиоактивной отдачи. Обычное всего однако разделение производится химическим путем, при чем реакции, служащие для такой цели, часто имеют своеобразный характер; а именно, они состоят в том, что в растворе, содержащем данное радиоактивное вещество (обыкновенно в очень малом количестве), производят осаждение некоторого постороннего вещества, подходящим образом выбранного; образующийся осадок увлекает с собой и радиоактивное вещество, которое хотят отделить. Оба вещества могут быть химически близкими друг к другу (например, радий осаждается с барием), но это не является необходимостью, ибо, например, уран X увлекается одинаково хорошо и с барием, и с железом, и с углем.

Электрохимическими явлениями также можно иногда пользоваться с удобством для отделения определенных радиоактивных тел. С примерами применения всех этих методов мы встретимся в следующих параграфах, главной задачей которых будет выяснить до известной степени индивидуальный облик каждого радиоэлемента.

§ 12. Элементы от урана до радия. Обыкновенный, химически чистый, уран представляет смесь урана 1-го и 2-го, которые друг от друга не делимы; согласно формуле (9) и значениям периодов, приведенным в таблице, содержание урана 2-го в смеси должно составлять около 0,04%. Если после приготовления уранового препарата прошло достаточное время (напр. год), то в нем имеется кроме того соответствующее равновесию количество урана X_1 и X_2 ; в таком виде уран представляет практически совершенно постоянный источник излучения, ибо образование иония совершается лишь незаметно медленно, вследствие большой величины T . В природных минералах, геологический возраст которых достаточно велик, уран находится в равновесии со всеми последующими продуктами ряда, до полония включительно; по наблюдениям Boltwood'a,

α -активность, принадлежащая самому урану в таком минерале, относится к общей α -активности минерала, как 1 : 4,64.

Период урана можно вычислить на основании формулы (1), если знать число α -частиц, испускаемых в секунду данным количеством урана; это число определяли, посредством счета вспышек, Geiger и Rutherford (1910). Как будет сказано ниже, получаемое значение периода согласуется с тем, которое следует из формулы (8), если принять известными период радия и количество радия, приходящееся на 1 гр. урана в древних минералах.

Уран-икс, т. е. совокупность UX_1 и UX_2 , легко отделяется от урана разнообразными химическими приемами; из них назовем осаждение водной окисью железа, а также животным углем; например, можно растворить азотнокислый уранил в водном растворе ацетона и прибавить свежеприготовленной водной окиси железа; или же можно кипятить раствор азотнокислого уранила вместе с порошком животного угля. В противоположность урану, UX представляет пример вещества непостоянного, ибо разрушается наполовину в 24,6 дня; β -лучи, которые обычно наблюдаются в присутствии урана, на деле принадлежат урану X ; сам же уран имеет только α -излучение. Восстановление β -активности урана, от которого был отделен уран X , и соответствующее падение активности этого последнего являются хорошим примером тех дополнительных друг к другу процессов, о которых было сказано в § 4.

Существование урана X_2 доказали Fajans и Göhring (1913); как видно из его атомного номера, он является аналогом тантала (V группа); от урана X_1 может быть отделен химическим путем, напр. осаждением с танталовой окисью.

Уран Y открыт Антоновым (1911); он, повидимому, не отделяется химически от урана X , но в смеси обоих, отделенной от урана, UY разрушается быстрее, чем UX , что и сказывается на законе, по которому активность такого препарата изменяется во времени. Уран Y является побочным продуктом в главном ряду; неизвестно, происходит ли он из урана 1 (как предположено в таблице) или же из урана 2.

Ионий можно получить из уранового минерала, если к раствору последнего прибавить тория, а затем его осадить; ионий тогда осадится вместе с торием, от которого он оказывается неразделимым; поэтому он до сих пор не был получен в чистом виде. Ионий является ближайшим предком радия; постепенное нарастание радия в растворе, содержащем ионий, может быть замечено в промежутке напр. нескольких месяцев. В урановом же препарате, освобожденном от иония, такого наблюдения нельзя сделать, ибо радий в нем происходит через средство вновь создающегося иония, а период последнего слишком велик, чтобы заметное действие могло получиться за время порядка человеческой жизни.

Радий есть металл второй менделеевской группы, непосредственный аналог бария. Его атомный вес определяли г-жа Curie (1907; 226,34), Gray и Ramsay (1912; 226,26) и Hönigschmidt (1912; 225,97); спектр изучали Demarçay (1900), Runge и Precht (1904) и другие. Г-жа

Curie и Debierne (1910) получили металлический радий посредством электролиза раствора хлористой соли с катодом из ртути; из полученной амальгамы ртуть отгонялась нагреванием в пустоте. Соли радия получают в смеси с солями бария, путем соответственной обработки урановых минералов; отделение радия от бария совершается посредством частичной кристаллизации хлористой или бромистой соли.

Для изучения явлений радиоактивности, радий является одним из наиболее удобных элементов, что обусловлено между прочим подходящей величиной его периода T ; действительно, радий разрушается настолько быстро, что обладает весьма значительной активностью [см. § 4, после формулы (12)] и в то же время настолько медленно, что при равновесии со своими предшественниками, см. форм. (9), присутствует в достаточно большом количестве, так что в единичных опытах в руках исследователей уже были количества чистого радия, доходящие до грамма.

В состоянии равновесия со своими продуктами радий испускает лучи всех трех типов α , β и γ ; но из них большая часть принадлежит этим продуктам, сам же радий имеет только α -излучение и сверх того незначительное β -излучение, существование которого доказали Hahn и Meitner (1909) и Коловрат (1910). Исключительность одновременного испускания α - и β -лучей одним и тем же элементом была отмечена в предыдущем параграфе.

О выделении теплоты радием и об образовании из него гелия также было сказано выше.

Период радия слишком велик, чтобы его можно было установить непосредственным наблюдением; но для суждения о нем имеется несколько способов, которые, будучи основаны на измерении совершенно различных величин, дают достаточно согласные результаты и тем подтверждают правильность основных представлений теорий превращений. Сюда относятся: 1) измерение количества радия, производимого за определенное время данным препаратом иония; 2) счет числа α -частиц, испускаемых радием или, что то же, числа его атомов, разрушающихся за данный промежуток времени; период получается отсюда на основании формулы (1); 3) измерение объема эманации радия, находящейся в равновесии с известной массой радия [форм. (9)]; 4) определение количества гелия, который образуется из радия.

Зная период радия и урана, можно вычислить количество радия, находящееся в равновесии с 1 гр. урана; из чисел, принятых в таблице стр. 930, следует значение $3,24 \cdot 10^{-7}$ гр. Таково следовательно должно быть отношение количеств радия и урана в минерале, имеющем достаточный геологический возраст и не подвергавшемся вторичным разрушающим действиям; это и подтверждается на деле с большой точностью для многих из минералов, находящихся в таких условиях; для тех же, которым геология приписывает сравнительно позднее образование, и указанное отношение получается меньше.

§ 13. Продукты распада радия. Наряду с радием, его эманация является одним из наилучше изученных сильно радиоактивных элементов;

газообразная природа эманации позволяет получить в чистом виде количества ее, хотя и малые в обыденном смысле слова (из грамма радия можно получить 0,6 куб. мм. эманации), но достаточные для возможности точного определения ее физических и химических свойств. С другой стороны, опыты с эманацией в том виде, как она выделяется из препарата радия, находящегося в воздухе (т. е. с эманацией, смешанной с очень большим количеством воздуха), представляют интерес с точки зрения учения о газах, ибо позволяют исследовать свойства газа, имеющегося в такой малой концентрации, при которой присутствие всякого обычного газа было бы неощутимо.

С химической точки зрения эманация является газом инертным, не входящим ни в какие реакции с другими элементами, и в этом аналогична газам нулевой группы (гелий, неон, аргон, криптон, ксенон), к которым она и причисляется; в международную таблицу она принята со знаком *Nt* („нитон“). Зависимости, существующие между атомным весом перечисленных газов и другими их постоянными, как то температурой кипения, плотностью в сжиженном состоянии и т. д., распространяются и на эманацию. Помещение эманации в нулевую группу согласуется со сказанным в § 11, ибо она получается из радия путем α -преобразования, а следовательно, в периодической системе должна помещаться на два места левее от радия.

Атомный вес эманации выводится из ее плотности, которую Gray и Ramsay (1911) определяли непосредственным взвешиванием, пользуясь „микро-весами“, позволявшими оценивать вес до нескольких миллионных долей миллиграмма. Найденная ими средняя величина 223 согласна с той, которая получается вычитанием четырех единиц из атомного веса радия, а также с результатами наблюдений над скоростью диффузии или эффузии (см. ниже); наиболее точные из таких наблюдений, принадлежащие Debierne'у (1910), приводят для атомного веса к числу 220.

Спектр эманации вполне установлен работами Rutherford'a и Roysd'a и других.

Rutherford, а также Gray и Ramsay исследовали сжижение и затвердевание чистой эманации; согласно последним авторам, температура сжижения (при атмосферном давлении) равна — 62° С, а температура затвердевания — 71°. Эманация, смешанная с большим количеством воздуха, понятно должна сжижаться при более низкой температуре; сверх того, в этом случае главную роль повидимому играют явления адсорбции эманации поверхностью соприкасающихся с ней твердых тел. Оказывается, что оседание такой разбавленной эманации на холодной стенке наступает, по достижении соответствующей температуры (от — 150° до — 160°, смотря по обстоятельствам), почти сразу, хотя измеримые количества эманации остаются в газообразной фазе даже при — 180°. Рассматриваемым явлением пользуются для выделения эманации из воздуха; а именно, произведя ее осаждение на стенках охлажденной трубки, выкачивают воздух насосом, дающим весьма большое разрежение.

Диффузию эманации в воздухе и других газах изучали многие авторы, преимущественно с целью получить указания об ее атомном весе;

ибо существует закон, по которому коэффициенты диффузии различных газов обратно пропорциональны квадратным корням из их молекулярных весов. Более точные результаты дает наблюдение скорости эффузии, т. е. вытекания газа из узкого отверстия в пустоту; сюда относится уже упомянутая работа Debiègne'a.

Довольно многочисленные исследования были произведены над растворимостью эманации в воде и других жидкостях, при чем оказалось, что закон Генри совершенно точно применяется и к чрезвычайно малым концентрациям. Заслуживает упоминания большая растворимость эманации в некоторых органических жидкостях, как то в эфире, хлороформе, толуоле, а также в сероуглероде. Неоднократно изучалось поглощение эманации твердыми телами, в особенности углем (преимущественно кокосовым), который, как известно, сильно поглощает все газы. Особый случай представляет поглощение эманации в самом радиевом препарате, который ее производит; его подробно исследовал Колловрат (1907—1910).

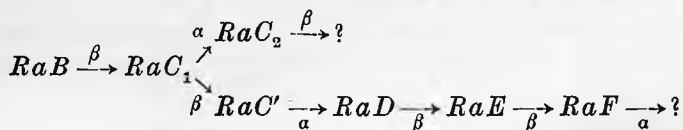
Измерение количества эманации, выделяемой данным препаратом, дает удобное и точное средство для количественного определения в нем радия; чтобы эманацию выделить целиком, необходимо растворить вещество или же расплавить его. Выделившаяся эманация обыкновенно собирается в цилиндрический конденсатор (§ 3), где ее количество и измеряется по ионизационному методу. Подобным образом можно обнаружить присутствие напр. 10^{-11} или даже 10^{-12} гр. радия в данном веществе.

Радий *A*, радий *B* и радий *C* (быстро разрушающийся активный налет радия). Поверхность всякого тела, помещенного в атмосферу, содержащую эманацию, временно приобретает радиоактивные свойства, что объясняется оседанием на ней продуктов распада эманации; непосредственно из эманации оседает радий *A*, который однако быстро превращается в радий *B*, а последний в радий *C*. Вследствие различного состава лучей каждого из этих трех тел, наблюдаемая активность изменяется во времени довольно сложным образом; изучение этих изменений послужило к первоначальному утверждению теории атомного распада. Форма кривых распада, т. е. кривых, дающих активность в функции времени, зависит от того, по каким лучам (α , β или γ) эта активность измеряется; она зависит и от времени, в течение которого данная поверхность подвергалась действию эманации. Например α -активность налета, полученного путем короткой „экспозиции“ (несколько секунд) убывает быстро в продолжение 15 минут, остается постоянной между 20 и 40 минутами, затем убывает медленно и через несколько часов начинает следовать показательному закону с периодом 26,7 мин., соответствующим радия *B*, т. е. наиболее долговечному из трех продуктов. После долгой экспозиции (несколько часов) спадание активности происходит более равномерно с самого начала. Подробный разбор кривых спадания для этого и для других случаев находится в курсах Rutherford'a (стр. 420 и 487) и Curie (т. I, стр. 303). Добавим, что если среди тел, помещенных в атмосферу эманации, находятся заряженные отрицательно, то активный

налет оседает почти исключительно на них, потому что атомы радия *A*, остающиеся от атомов эманации, испустивших α -частицу, обладают положительным зарядом.

Так как радий *A* распадается быстрее, чем остальные два элемента, то активный налет, будучи вынут из эманации, через короткое время (напр. полчаса) оказывается состоящим только из смеси радия *B* и радия *C*. Явлением радиоактивной отдачи также можно пользоваться для отделения радия *B* от радия *A*; полученный радий *B* понятно начинает немедленно превращаться в радий *C*.

Радий *C* может быть извлечен из смеси с радием *B* нагреванием активного налета до 600 или 700°, ибо радий *B* улетучивается при этой температуре; отделение может быть произведено и химическими средствами, если налет предварительно растворить в кислоте. Ближайшее исследование показывает, что радий *C* на самом деле состоит из трех различных продуктов, из которых радий *C*₂ представляет боковое ответвление ряда, а радий *C'* имеет необычайно короткий период; величина его, показанная в таблице, предположительно выводится из величины пробега на основании соотношения (15). Схема распада имеет следующий вид, понятный без объяснений:



По боковому ответвлению идет лишь незначительная доля превращения, а именно, из 10000 атомов радия *C*₁ только три превращаются в радий *C*₂, а все остальные в радий *D*, через посредство гипотетического радия *C'*.

Радий *D*, имея сравнительно долгий период, сам собой получается в чистом виде из предыдущих продуктов; а именно, активный налет радия уже через несколько часов оказывается превращенным в налет радия *D*. Последний сначала обладает лишь β -активностью и притом ничтожно малою; но по мере превращения радия *D* в радий *E* и радий *F*, появляется и α -активность, происходящая от последнего; она должна возрастать в течение 2½ лет, а затем, по достижении равновесия радия *D* с радием *F*, станет убывать сообразно периоду радия *D*, т. е. наполовину в 16,5 года.

Вследствие долговечности радия *D* можно было бы ожидать, что индивидуальность его лучше определяется опытами, чем то имеет место для его ближайших предшественников; но главный источник для получения радия *D*, а именно урановые минералы, всегда содержат свинец, а радий *D* химически не отделим от свинца, так что все опыты его концентрирования оканчивались неудачей. Что же касается радия *D*, непосредственно получаемого из радия или эманации, то вследствие малости доступных его количеств (например, 1 кюри эманации дает 0,005 мгр. радия *D*), попытки изучения его физических свойств еще не дали значительных результатов.

Радий *E* непрерывно образуется из радия *D* и может быть отделен от него либо благодаря неодинаковой летучести обоих, либо химическими средствами; например, из раствора, содержащего радий *D* и его продукты, сам радий *D* увлекается серноокислым барием, а радий *E* и радий *F* остаются в растворе.

Радий *F* может быть отделен от предыдущих веществ, если смесь растворить в разбавленной кислоте и в раствор погрузить пластинку висмута или серебра; радий *F* осаждается на этой пластинке. Радий *F* тождествен с полонием, который супруги Curie прежде всех радиоактивных веществ выделили из урановой смоляной руды; при получении полония из продуктов обработки руды, одна из основных реакций состоит в осаждении сернистого металла сероводородом, в кислотном или щелочном растворе. Впоследствии г-жа Curie и Debierne (1910) из нескольких тонн руды могли собрать около 2 mgr. вещества, содержавшего вероятно около 0,1 mgr. чистого полония, и в спектре этого вещества определили некоторые новые линии, которые они и приписали полонию. Легкость получения сильно-активных препаратов полония, в связи с тем обстоятельством, что он испускает только α -лучи, и притом однородные, делают его ценным источником при опытах с α -лучами.

По разрушении полония, ни на поверхности, его содержавшей, ни в окружающем пространстве не оказывается никакой новой активности; следовательно, продуктом полония должен быть элемент неактивный. Прямой опыт еще не дал возможности проследить за образованием такого элемента, ибо к нему неприменимы методы радиоактивных исследований, позволяющие обнаружить самые малые следы материи; но довольно веские косвенные доводы позволяют считать, что продуктом полония, т. е. конечным продуктом всего ряда урана, является свинец. Главный из этих доводов дается тем, что свинец всегда содержится в урановых минералах и притом в тем большем количестве, чем более древний возраст должен быть приписан данному минералу; далее, разность атомных весов урана и свинца ($238,5 - 207,1 = 31,4$) приблизительно 8 раз заключает в себе атомный вес гелия (3,99), как и должно быть по теории распада, ибо из таблицы стр. 930 видно, что в ряде урана имеется 8 превращений, сопровождаемых α -излучением (α -лучи, помещенные в строке радия C_1 , не идут в счет, ибо относятся к боковой ветви). Заметим наконец, что по правилу, относящемуся к атомным номерам, для продукта полония должно быть $N = 82$; а это и есть номер свинца. Интересно, что того же значения N следует ожидать и для последних членов рядов актиния и тория, а также для конечных продуктов ответвлений во всех трех рядах, как легко видеть из таблицы; это значило бы, что результатом всех цепей радиоактивных превращений являются вещества, химически сходные со свинцом, но могущие иметь отличный от него атомный вес; такая гипотеза получает подтверждение в работах М. Curie (1914), а также Richards'a и Lemberg't'a (1914), которые нашли, что атомный вес свинца, извлеченного из урановых минералов, заметно (на несколько десятых) меньше, чем для обыкновенного свинца.

§ 14. Ряды актиния и тория. В 1899 г. Debierne добыл из урановой руды новое вещество, которое он назвал актинием; такое же вещество получил Giesel (1902) и показал, что из него образуется характерная эманация с весьма коротким периодом. Актиний всегда находится в урановых минералах; в общей активности он (точнее, его продукты распада) участвует в размере нескольких процентов. На этом основании можно думать, что актиний есть продукт урана, и притом образует ответвление главного ряда; место ряда, куда актиний должен быть помещен, еще не определено.

При химической обработке минералов актиний следует за редкими землями и до сих пор не был от них отделен; будучи освобожден от своих продуктов распада, он не дает заметного излучения, в равновесии же с ними является источником разнообразных лучей и, подобно радю, производит эманацию и активный налет.

Два ближайших продукта актиния — радиоактиний и актиний X — обладают периодами в 19 и 11 дней; они могут быть отделены от актиния химическим путем. Эманация актиния отличается от эманации радия несравненно меньшим временем разрушения; поэтому изучение ее свойств труднее и требует особых приемов. В прочих же физических свойствах, как то в быстроте диффузии в газах, оседании на холодной стенке, поглощении жидкостями и углем, она аналогична эманации радия.

Продукты эманации образуют активные налеты на телах, подвергнутых ее действию: из них первый, актиний A, обладает периодом всего лишь в $\frac{1}{600}$ секунды; этот период (равно как и период соответствующего элемента ряда тория) определяли опытным путем Moseley и Fajans, при помощи быстро вращающегося металлического круга, каждое место которого поочередно проходило через коробку, наполненную эманацией, а затем через две ионизационные камеры, расположенные на известных угловых расстояниях от коробки; круг был заряжен отрицательно, так что при соприкосновении с эманацией на нем образовался налет актиния A, который затем производил ионизацию в обеих камерах, при чем на пути от одной к другой он успевал разрушиться в значительной мере. Остальные составные части активного налета — продукты B, C и D — исследуются в общем по тем способам, которые были указаны для соответствующих продуктов радия.

Перейдем теперь к членам ряда тория. Когда торий находится в равновесии со всеми своими продуктами, ему самому принадлежит немного более 10% всей наблюдаемой α -активности; но подобно тому, как от урана можно отделить его продукт радий, несравненно более активный при одинаковой массе, так от тория отделяются его сравнительно долговечные продукты распада мезоторий и радиоторий, совокупность которых еще более активна, чем радий. Обстоятельства такого отделения довольно своеобразны; именно, из тория непосредственно может быть извлечен химическим путем его ближайший продукт мезоторий 1-ый, не обладающий сам по себе заметным излучением; в отделенном мезотории быстро образуется мезоторий 2-ой, имеющий β - и γ -излучение, и медленно —

радиоторий с его продуктами (α -, β - и γ -излучение). Поэтому активность препарата увеличивается после его получения, достигает наибольшего значения через 4,6 года для α -излучения и через 2,3 года для β - или γ -излучения, а затем убывает сообразно периоду мезотория. Радиоторий же непосредственно не отделим от тория ($N = 90$ для обоих).

Обычные препараты мезотория являются столь же концентрированными источниками лучей, как радий, и в медицинской практике часто служат суррогатами последнего, несмотря на то, что время их распада измеряется годами, тогда как для радия требуются на это столетия.

Активность тория, от которого был отделен мезоторий, изменяется со временем, при чем это изменение „дополнительно“ к изменению активности мезотория, подобно тому, как это было объяснено в § 4 для простейшего случая двух веществ. Таким образом, для α -активности сначала имеет место убывание (вследствие разрушения оставшегося радиотория), затем минимум через 4,6 года и нарастание в течение многих лет, по мере нового образования мезотория и следующих продуктов. Итак, активность данного препарата (напр. соли) тория зависит от того, подвергался ли исходный материал таким химическим операциям, которые отделяют мезоторий, и в утвердительном случае — от времени, протекшего после таких операций.

Заслуживает упоминания еще тот факт, что мезоторий 1-ый не разделим от радия, так что из минерала, содержащего сразу и уран, и торий оба названные продукта неизбежно должны извлекаться вместе. И действительно, продажные образцы мезотория обыкновенно содержат значительную долю радия.

Радиоторий, как уже сказано, не может быть получен из тория, а лишь из мезотория, понятно если последний изолирован достаточно давно для того, чтобы радиоторий в нем успел образоваться. От последующих продуктов радиоторий может быть отделен химическим путем.

Торий X может быть получен из тория или из радиотория многими различными реакциями увлечения; как и для предыдущих продуктов, эти реакции могут дать торий X, чистый в радиоактивном смысле, т. е. не содержащий других радиоактивных элементов, хотя главную массу получаемого вещества обычно составляют посторонние не радиоактивные вещества, бывшие в исходном материале в виде примесей или же прибавленные для того, чтобы осуществить увлечение.

Дальнейшие элементы ряда тория недолговечны; они подобны соответствующим элементам рядов радия и актиния, и мы можем на них долго не останавливаться. Заметим только, что разветвление, начинающееся от тория C_1 , тем отличается от разветвления радия C_1 , что число атомов, идущих по каждому из двух путей, здесь одного и того же порядка; а именно, 35% атомов тория C_1 обращаются в торий D, а 65% — в торий C_2 . Торий C_2 обладает наибольшим из всех известных пробегов для α -лучей, а следовательно, если допустить всеобщую приложимость формулы (15) — наиболее коротким периодом. Активный налет, образуемый продуктами от A до D, отличается от налета радия характером своей кривой распада;

именно, при короткой экспозиции активность увеличивается в течение нескольких часов, затем медленно спадает; при долгой же экспозиции наблюдается медленное спадание с самого начала, при чем в обоих случаях спадание по прошествии некоторого времени начинает происходить наполовину в 10,6 часа, т. е. сообразно периоду наиболее долговечного продукта, тория *B*; мы видели, что для налета радия соответствующая величина есть 26,7 минуты.

§ 15. Радиоактивность обыкновенных веществ. Campbell (1908), Henriot (1909) и другие авторы показали, что соли калия и рубидия обладают слабым излучением, которое похоже на β -излучение радиоактивных веществ; оно является атомным свойством названных металлов и не может быть объяснено присутствием в них радиоактивных примесей. Остается впрочем открытым вопрос, выражаются ли в этом излучении процессы атомного распада; для других металлов, в частности для близкого к рубидию цезия, подобного явления не было замечено.

Слабая радиоактивность, присущая почти всем природным веществам, в достаточной мере объясняется присутствием в них урана, радия, тория и их продуктов; все эти элементы оказываются рассеянными повсюду на земле, хотя и в очень малой концентрации. Обыкновенные породы, составляющие земную кору, содержат радий примерно в пропорции 10^{-12} гр. на 1 гр. вещества, что соответствует содержанию урана в $0,3 \cdot 10^{-6}$ гр. на гр. вещества. В некоторых гранитах содержание радия доходит до $5 \cdot 10^{-12}$. Содержание тория обыкновенно колеблется около 10^{-6} гр на гр. Количественные определения радия и тория в породах производили напр. Strutt, Joly, Fletcher, измеряя количество соответствующей эманации, которое порода выделяет в растворенном или расплавленном виде.

В речной и морской воде чувствительными методами также можно обнаружить присутствие эманации радия; а во многих источниках (минеральных и пресных) содержание эманации оказывается довольно большим. Заметим, что это содержание выражается либо в кюри на литр, либо (у немецких авторов) в особых единицах, которые ввел Mache; такая единица (Mache-Einheit, M.-E.) соответствует $3,5 \cdot 10^{-12}$ кюри на литр. В виде примера приведем, что два наиболее активных из известных источников (Wernerlaufquelle в St. Joachimsthal'e в Чехии и Wettingquelle в Brambach'e в Саксонии) содержат соответственно 2900 и 2300 M.-E.; радиоактивными вообще считаются источники, имеющие более 10 или 20 M.-E.; содержание более 50 M.-E. встречается редко. Растворенного радия в воде источников обыкновенно не оказывается.

В атмосферном воздухе всегда присутствует некоторое количество эманации; это можно доказать, если изолированную проволоку достаточной длины (8—20 м.), протянутую в воздухе, продержать при высоком потенциале (напр. 2000 вольт) в течение нескольких часов, а затем свернуть ее и поместить в ионизационную камеру; на проволоке всегда оказываются осажденными активные налеты радия и тория. Такие опыты впервые производили Elster и Geitel (1901), а за ними многие другие, напр. Simpson и Wright (1911); теорию осаждения налета в таких

условиях рассматривал Kinoshita (1911). Более точный способ определять количество эманации в воздухе состоит в том, чтобы воздух просасывать через кокосовый уголь или через трубку, охлажденную в жидком воздухе; так можно собрать всю эманацию, которая заключалась в прососанном воздухе. По этому способу работали напр. Eve (1907), Satterly (1908), Wright и Smith (1914). Содержание эманации в атмосферном воздухе оказывается порядка 10^{-13} кюри на литр; воздух, заключенный в почве, гораздо более активен, и то же следует сказать о воздухе пещер, погребов и т. п. Над морем активность воздуха гораздо меньше, чем на суше. Все это показывает, что источником рассматриваемой эманации служат радиоактивные вещества, рассеянные в почве; это подтверждается и подсчетом количества эманации, которое почва должна выделять при том содержании радиоактивных веществ, какое в ней имеется на самом деле. Заметим еще, что содержание эманации следует за ходом барометрического давления, ибо при понижении давления облегчается выход эманации из почвенных пор.

Как уже было сказано в гл. V первой части этого тома, в воздухе постоянно наблюдается некоторая ионизация, она в достаточной мере объясняется нахождением в воздухе эманации, а также излучением, происходящим от присутствия радиоактивных веществ в почве. Если металлическую ионизационную камеру, тщательно вычищенную внутри и наполненную атмосферным воздухом, окружить толстым слоем напр. свинца, то наблюдаемая в камере ионизация может быть уменьшена примерно на 30%, вследствие того, что задерживается доступ в камеру упомянутого „проникающего излучения“ из почвы, а также из окружающего камеру воздуха; остальная часть зависит от присутствия активности в воздухе камеры, а также от радиоактивных примесей, имеющихя в металле стенок. Впрочем, вопрос о последних следах ионизации, наблюдаемой при таких условиях, еще не решен окончательно; то же надо сказать и о проникающем излучении, часть которого, по последним результатам Hess'a, может происходить и не из земли, а из междупланетного пространства, напр. от солнца.

ЛИТЕРАТУРА.

- Mme Curie.* Traité de radioactivité, 2 тома. Paris 1910.
Rutherford. Radioactive Substances and their Radiations, Cambridge 1913.
Soddy. The Chemistry of Radioelements, London, 1911 (часть I) и 1914 (часть II).

К § 1.

- Bequerel.* C. R. 122 p. 420, 1896.
P. et S. Curie. C. R. 127 pp. 175, 1215, 1898.
Rutherford and Soddy. Phil. Mag. 5 p. 576, 1903.
Mme Curie et Kamerlingh Onnes. Le Radium 10 p. 181, 1913.

К § 2.

- Moulin.* C. R. 148 p. 1747, 1909.
Jaffé. Wied. Ann. (4) 42 p. 303, 1913; Phys. Zeitschr. 15 p. 353, 1914.

К § 3.

Rutherford. Radioactive Substances p. 90.

J. et P. Curie. C. R. 91 pp. 38, 294, 1880; *Mme Curie*, Radioactivité I p. 95, 1910.

К § 5.

Bragg and Kleeman. Phil. Mag. 8 p. 726, 1904; 10 p. 318, 1905.

Geiger. Proc. Roy. Soc. 83 p. 505, 1910.

Geiger and Nuttall. Phil. Mag. 22 p. 613, 1911; 23 p. 439, 1912.

Свинне. Phys. Zeitschr. 13 p. 14, 1912.

К § 6.

Rutherford. Phys. Zeitschr. 4 p. 235, 1903; Phil. Mag. 12 p. 348, 1906.

Darwin. Phil. Mag. 23 p. 901, 1912.

Bohr. Phil. Mag. 25 p. 10, 1913.

Rutherford and Geiger Phys. Zeitschr. 10 p. 42, 1909.

К § 7.

Rutherford and Geiger. Phys. Zeitschr. 10 p. 1, 1909; Phil. Mag. 24 p. 618, 1912; 28 p. 320, 1914.

Regener. Verh. d. D. phys. Ges. 19 pp. 78, 351, 1908.

Мысовский и Нечмырх. Ж. П. Ф.-Х. О. 45 p. 149, 1913; Wied. Ann. (4) 43 p. 461, 1914.

Crookes. Proc. Roy. Soc. 71 p. 405, 1903.

C. T. R. Wilson. Proc. Roy. Soc. 85 p. 285, 1911.

v. Schweidler. Congrès de Radiologie, Liège 1905.

Rutherford and Royds. Phil. Mag. 17 p. 281, 1909.

Dewar. Proc. Roy. Soc. 81 p. 280, 1908; 23 p. 404, 1910.

Boltwood and Rutherford. Phil. Mag. 22 p. 586, 1911.

К § 8.

Becquerel. C. R. 129 pp. 997, 1205, 1899.

v. Bayer, Hahn u. Meitner. Phys. Zeitschr. 12 pp. 373, 378, 1911; 13 p. 264, 1912; 14 p. 321, 1913; 15 p. 649, 1914.

Danysz. Le Radium 9 p. 1, 1912; 10 p. 4, 1913.

Kaufmann. Phys. Zeitschr. 4 p. 54, 1902.

Bucherer. Wied. Ann. (4) 28 p. 513, 1909; 29 p. 1063, 1909.

Moseley. Proc. Roy. Soc. 87 p. 230, 1912.

Crowther. Proc. Roy. Soc. 84 p. 226, 1910.

Kovárik u. Mc Keehan. Phys. Zeitschr. 15 p. 434, 1914.

W. Wilson. Proc. Roy. Soc. 84 p. 141, 1910; 85 p. 240, 1911.

Kovárik. Phil. Mag. 20 p. 849, 1910.

H. W. Schmidt. Phys. Zeitschr. 10 p. 929, 1910; 11 p. 262, 1910.

Бородавский. Phil. Mag. 19 p. 605, 1910.

Eve. Phil. Mag. 21 p. 8, 1911; 22 p. 551, 1911.

К § 9.

Gray. Proc. Roy. Soc. 85 p. 131, 1911.

Rutherford and da C. Andrade. Phil. Mag. 27 p. 854, 1914.

Soddy and Russell. Phil. Mag. 19 p. 725, 1910; 21 p. 130, 1911.

Hauser. Jahrb. d. Radioakt. 10 p. 445, 1913.

Hahn. Verh. d. D. phys. Ges. 11 p. 55, 1909.

Wertenstein. Le Radium 9 pp. 6, 347, 1912.

К § 10.

Curie et Laborde. C. R. 136 p. 673, 1903.

Meyer u. Hess. Wien. Ber. 121 p. 603, 1912.

- Rutherford and Robinson.* Phil. Mag. 25 p. 312, 1912.
Jaffé. Annal. d. Phys. (4) 25 p. 227, 1908; 28 p. 326, 1909.
Бялобровецкий. Le Radium 7 pp. 48, 76, 1910; 8 p. 293, 1911; дисс. Киев, 1911.
Usher. Jahrb. d. Radioakt. 8 p. 323, 1911.
Duane et Scheuer. Le Radium 10 p. 33, 1913.
Doelter. Das Radium u. die Farben. Dresden 1910.
Joly and Rutherford. Phil. Mag. 25 p. 644, 1913.
Lazarus. Handbuch d. Radium-Biologie und -Therapie, Wiesbaden, 1913.

R § 11.

- Moseley* Phil. Mag. 26 p. 1024, 1913; 27 p. 703, 1914.
Hevesy. Phys. Zeitschr. 14 p. 49, 1913.

R § 12.

- Boltwood.* Amer. Journ. Sci. 25 p. 269, 1908.
Moore and Schlundt. Phil. Mag. 12 p. 393, 1906.
Fajans u. Göhring. Phys. Zeitschr. 14 p. 877, 1913.
Антонов. Phil. Mag. 22 p. 419, 1911; дисс. СПб. 1913.
Boltwood Amer. Journ. Sci. 22 p. 537, 1906.
Hönigschmidt. Wien. Ber. 121 p. 973, 1912.
Demarcay. C. R. 127 p. 1218, 1898; 129 p. 716, 1899; 131 p. 258, 1900.
Mme Curie et Debierne. C. R. 151 p. 523, 1910; Le Radium, 7 p. 309, 1910.

R § 13.

- Mme Curie.* Le Radium 7 p. 33, 1910.
Gray and Ramsay. Proc. Roy. Soc. 84 p. 536, 1911.
Debierne. C. R. 150 p. 1740, 1910.
Rutheorfrd. Phil. Mag. 17 p. 723, 1909.
Boyle. Phil. Mag. 17 p. 374, 1909 (уголь); 22 p. 840, 1911 (закоизъ Генри).
Коловрат. Le Radium 4 p. 317, 1907; 6 p. 321, 1909; 7 p. 266, 1910.
P. et S. Curie. C. R. 129 p. 714, 1899.
Moseley and Fajans. Phil. Mag. 22 p. 629, 1911.
Fajans. Phys. Zeitschr. 12 p. 369, 1911.
Mme Curie et Debierne. C. R. 150 p. 386, 1910.

R § 14.

- Debierne.* C. R. 129 p. 593, 1899; 130 p. 906, 1900; 139 p. 538, 1904.
Giesel. Ber. d. d. Chem. Ges. 35, p. 3608, 1902.
Moseley and Fajans. Phil. Mag. 22 p. 629, 1911.
Hahn. Jahrb. d. Radioakt. 2 p. 233, 1905; Phys. Zeitschr. 8 p. 277, 1907; 9 pp. 246, 392, 1908.
Marsden and Wilson. Phil. Mag. 26 p. 354, 1913.

R § 15.

- Henriot.* C. R. 148 p. 910, 1909; 150 p. 1750, 1910; 152 pp. 851, 1384, 1911.
Elster u. Geitel. Jahrb. d. Radioakt. 10 p. 323, 1913.
Joly. Phil. Mag. 22 p. 134, 1911; 23 p. 201, 1912.
Engler, Sieveking u. König. Phys. Zeitschr. 15 p. 441, 1914.
Elster u. Geitel. Phys. Zeitschr. 2 p. 560, 1901; 4 pp. 138, 522, 1903.
Kimoshita, Nishikawa and Ono. Phil. Mag. 22 p. 821, 1911.
Satterly. Phil. Mag. 16 p. 584, 1908.
Chauveau. Le Radium 10 pp. 17, 69, 1913.
Hess. Wien. Ber. 122 p. 1481, 1913.

ГЛАВА ДЕВЯТНАДЦАТАЯ*).

Об элементарном количестве электричества и о числе Авогадро.

В предыдущих главах этого тома не раз говорилось о заряде электрона или элементарном заряде; эта величина (обозначенная ниже через e), играет важную роль в современных теориях, которые рассматривают электричество, как нечто имеющее атомное строение, в известном смысле аналогичное атомному строению материи. Элементарным зарядом (или некоторым кратным его) обладают например: каждая из обеих составных частей молекулы диссоциированного электролита; молекула ионизированного газа, образующая „газовый ион“; каждая из частиц, составляющих катодное излучение или β -излучение, и т. д.

Величина e непосредственно связана с другою, имеющей основное значение в атомной теории материи, а именно с постоянной Авогадро, т. е. с числом N молекул, заключающихся в одной грамм-молекуле любого вещества; ибо произведение Ne есть не что иное, как Фарадеева постоянная F , т. е. заряд одного грамм-эквивалента (гл. IV, § 1). Из формулы, приведенной в т. IV, часть I, гл. V, § 1,

$$F = \frac{1000 m}{k p}$$

(p электрохимический эквивалент некоторого иона, m его атомный или молекулярный вес, k эквивалентность; p выражено в мгр. на кулон), имеем, вставляя точно установленные численные величины для серебра ($p = 1,11800$, $m = 107,88$):

$$F = Ne = 96490 \text{ кулонов} = 2,895 \text{ эл.-ст. единиц.}$$

До недавних сравнительно пор элементы атомного строения материи, и электричества были как бы вне пределов опытного исследования; но в настоящее время явилась возможность до некоторой степени к ним приблизиться, и притом весьма разнообразными путями. Мы перечислим здесь главнейшие из таких путей, часть которых уже была впрочем упомянута в предыдущем изложении.

1. Некоторое представление о верхнем пределе для величины N можно получить из элементарных соображений кинетической теории газов (т. I), а также напр. из рассмотрения численного значения постоянной b в формуле Van der Waals'a. Более непосредственные данные впервые получил J. J. Thomson (1898), определяя заряд газовых ионов при помощи наблюдений над движением сгустившихся на них водных паров. В гл. XII, т. III было указано, что если насыщенные пары воды подвергнуть адиабатическому расширению, то они делаются пересыщенными и часть их сгущается в капельки, образующие туман; C. T. R. Wilson,

* Эта глава составлена Л. С. Коловрат-Червинским (†).

изучая это явление, нашел, что если воздух, насыщенный парами, совершенно очищен от посторонних частиц (пыли) и не содержит ионизированных молекул, то сгущение происходит лишь в том случае, когда отношение объемов газа после и до расширения не менее 1,38; если же воздух ионизирован, то туман образуется и при меньших величинах этого отношения, начиная от 1,25 в присутствии отрицательных ионов и от 1,31 в присутствии одних положительных. Таким образом, подвергнув газ расширению в отношении, которое заключалось бы между 1,31 и 1,38, мы получим сгущение на ионах обоих знаков; наблюдая скорость падения образовавшегося тумана, можно вычислить радиус a каждой капли по формуле Stokes'a:

$$v = \frac{2(\delta - \delta_0)ga^2}{9\zeta} \dots \dots \dots (1)$$

где v установившаяся скорость падения, под действием силы тяжести, шара плотности δ и достаточно малого радиуса a , в сопротивляющейся среде, имеющей плотность δ_0 и вязкость ζ . Зная a и определив вес всей упавшей воды, находим число капель в тумане; а установив электрическое поле в пространстве, где происходит сгущение, можем собрать и измерить общий заряд ионов, на которых туман образовался. Из этих данных и получается заряд одного иона.

Несколько иначе поступил Н. А. Wilson (1903); он наблюдал падение тумана сначала при действии одной силы тяжести, а затем в присутствии электрического поля E , направленного вертикально; выражая, что установившиеся скорости пропорциональны действующим силам, имеем:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{mg}{eE - mg} \dots \dots \dots (2)$$

где m масса одной капельки, g ускорение силы тяжести; так как из (1) известно a , а следовательно и m , то (2) дает возможность вычислить заряд иона e (в электрическом поле туман при падении разделяется на слои, движущиеся с различной скоростью и состоящие из частиц с одним, двумя, тремя и т. д. элементарными зарядами). Впоследствии Vegetmann (1910) по этому способу нашел

$$e = 4,6 \cdot 10^{-10} \text{ эл.-ст. ед.}$$

2. Millikan (1909—1913) дал дальнейшее развитие этому способу, наблюдая не падение тумана, как целого, но движение отдельных заряженных капелек жидкости. Имеется пространство, ограниченное двумя близкими горизонтальными пластинками, между которыми воздух может быть ионизирован, и можно установить сильное электрическое поле; в верхней пластинке сделано весьма малое отверстие. Из пульверизатора на верхнюю пластинку направляется струя мельчайших капелек масла, ртути или другой нелетучей жидкости; при помощи микроскопа наблюдается скорость v_1 падения одной из капелек, попавших через отверстие в промежуток между пластинками. Прежде чем капелька успеет пройти все расстояние между пластинками, устанавливается поле;

так как капелька всегда имеет некоторый заряд (от столкновений с ионами газа, а иногда просто потому, что заряжена трением уже при выходе из пульверизатора), то при надлежащем выборе знака и напряжения поля она получит скорость v_2 , направленную вверх; зная v_1 и v_2 , по формулам (1) и (2) вычисляют заряд капли. Если непрерывно следить за данной каплей, заставляя ее попеременно двигаться вниз (без поля) и вверх (при действии поля), то оказывается, что заряд от времени до времени меняется скачками; такие перемены учащаются, если воздух между пластинками ионизировать извне, напр. пучком рентгеновых лучей; они происходят от того, что на капле оседают газовые ионы, с которыми она встречается. Опыт показывает, что величина указанного скачка всегда одинакова; она очевидно и равна элементарному заряду.

Millikan произвел ряд весьма тщательных работ по этому методу, при чем ввел в формулу (1) некоторую поправку, которая оказывается необходимой, когда радиус капель не очень отличается от средней длины пути молекул в газе. Окончательные его результаты суть:

$$e = (4,774 \pm 0,009) \cdot 10^{-10} \text{ эл.-ст. ед.}$$

$$N = (6,062 \pm 0,012) \cdot 10^{23}$$

Близкие результаты получили по тому же методу Schidlof и Murzupowska (1912; $c = 4,74 \cdot 10^{-10}$).

3. Довольно точным, хотя и более косвенным образом числа e и N получаются из теории лучистой энергии, построенной Planck'ом. Относящиеся сюда расчеты были приведены в гл. IX, § 10, при чем было указано, что если для постоянных a и b принять средние из наиболее достоверных значений, то получается:

$$N = 6,06 \cdot 10^{23},$$

т. е.

$$e = 4,78 \cdot 10^{-10},$$

в полном согласии с числами Millikan'a. Следует заметить, однако, что значения a и b , из которых были взяты средние, разнятся между собою довольно значительно.

4. Наблюдение Броуновского движения, как было сказано в гл. IX, § 8, также дает способ приближения к элементарным величинам; опыты, сюда относящиеся, принадлежат прежде всего Perrin'у. Он пользовался эмульсиями некоторых смолистых веществ в воде; одновременно влияние силы тяжести и Броуновского движения приводит к тому, что частицы эмульсии через достаточное время распределяются между различными горизонтальными слоями жидкости согласно „барометрической формуле“, которая по теории должна иметь вид:

$$\log \frac{n_0}{n} = \frac{N}{RT} m \frac{\delta - \delta_0}{\delta} g h, \dots \dots \dots (3)$$

где n_0 и n концентрации частиц в двух слоях, отстоящих на h в верти-

кальном направлении, R газовая постоянная, T абсолютная температура, m масса частицы, δ ее плотность, δ_0 плотность среды. Концентрация определялась непосредственным счетом частиц при помощи микроскопа с сильным увеличением, который позволяет видеть лишь частицы, принадлежащие к одному и тому же тонкому слою; производя такой счет на разных высотах h (вся высота слоя была порядка нескольких десятых мм.), можно вычислить N . В результате наиболее точного ряда измерений с эмульсией, состоявшей из весьма равномерных частиц, Perrin нашел:

$$N = 6,83 \cdot 10^{23}.$$

В других опытах Perrin отмечал, при помощи микроскопа с рисовальной призмой, последовательные положения произвольно выбранной частицы через равные промежутки времени t , напр. через каждые 30 секунд, и вычислял отсюда средний путь X , пройденный частицей за время t в определенном направлении (т. е. среднее из проекций истинного пути на некоторую неизменяющую ось); этот путь связан с N формулой, приведенной в гл. IX, § 7. Наиболее тщательные измерения дали здесь $N = 6,88 \cdot 10^{23}$. Близкое значение получилось и из наблюдений вращательного движения Броуновских частиц. Из других чисел, полученных по способу Perrin'a, приведем лишь новейшее число Nordland'a (1914):

$$N = 5,81 \cdot 10^{23}.$$

5. Приближенно величина N может быть выведена из наблюдений явления опалесценции (гл. IX, § 7), а также из измерений над светом небесного свода, т. е. над солнечным светом, рассеянным атмосферой. Об этом было упомянуто в гл. VII, § 9.

6. Изучение явлений распада радиоактивных тел дает несколько различных способов для определения e или N . Прежде всего, опыты, о которых было сказано в § 7 предыдущей главы, дают величину заряда α -частицы ($9,3 \cdot 10^{-10}$ эл.-ст. ед. Rutherford'y и Geiger'y); полагая, что α -частица имеет два элементарных заряда, имеем отсюда

$$e = 465 \cdot 10^{-10} \text{ эл.-ст. ед.}$$

Аналогичные опыты Regener'a дали

$$e = 4,79 \cdot 10^{-10} \text{ эл.-ст. ед.}$$

Заряд E α -частицы ($E = 2e$) получается здесь из комбинации двух чисел, отдельно определяемых опытом; числа ν α -частиц, испускаемых в секунду 1 граммом радия, и общего заряда, переносимого в секунду теми же частицами; этот заряд равен νE . Независимо от непосредственного измерения величины νE , можно воспользоваться теми ее значениями, которые вычисляются на основании других опытных данных, каковы, главным образом: объем гелия, который за известный промежуток времени, образуется из радия, и объем эманации радия, находящейся в равновесии с известной массой радия. Если 1 гр. радия в равновесии производит в год 164 мм. гелия, то можно показать, что νE должно быть равно

33,6; если 1 гр. радия находится в равновесии с 0,63 мм.³ эманации, то $\nu E = 33,9$. Принимая $\nu = 3,57 \cdot 10^{-10}$, имеем соответственно

$$e = 4,71 \cdot 10^{-10}$$

и

$$e = 4,75 \cdot 10^{-10}$$

Сопоставляя результаты всех перечисленных методов, мы видим, что они, будучи основаны на наблюдении явлений весьма различных, иногда не имеющих по видимому ничего общего между собой, приводят однако к близким значениям для чисел, характеризующих атомное строение материи и электричества. Этим фактом основная точка зрения атомных теорий получает весьма замечательное утверждение и, можно сказать, почти теряет свой гипотетический характер.

ЛИТЕРАТУРА.

- C. T. R. Wilson.* Proc. Roy. Soc. 85 p. 285, 1911.
J. J. Thomson. Phil. Mag. 46 p. 528, 1898; 48 p. 547, 1899.
H. A. Wilson. Phil. Mag. 5 p. 429, 1903.
Millikan. Phys. Rev. 32 p. 349, 1911; 2 p. 109, 1913.
Schildlof et Murzynowska. C. R. 156 p. 304, 1912.
Perrin. Ann. d. Ch. et de Ph. 18 p. 5, 1909; Les Atomes, Paris 1913.
Nordland. Zeitschr. f. phys. Chem. 87 p. 40, 1914.
Rutherford and Geiger. Proc. Roy. Soc. 81 p. 141, 1908; Phys. Zeitschr. 10 p. 1, 1909.
Regener. Berl. Ber. 38 p. 948, 1909.
Rutherford. Phil. Mag. 28 p. 320, 1914.

ДОБАВЛЕНИЕ.

Добавление к главе восьмой.

§ 9. Явление Stark'a. Немедленно после открытия явления Зеемана явилось предположение, что аналогичное расщепление линий можно было бы наблюдать в сильном электрическом поле. Все опыты, поставленные в этом направлении, дали отрицательный результат. В особенно благоприятных обстоятельствах были опыты Königsberger'a и Kilchling'a (1912), которые искали расщепления линией поглощения ксенотима в очень сильном поле, $100\,000 \frac{\text{ВОЛЬТ}}{\text{СМ}}$. Теоретически искомое явление не должно существовать, если ограничиться линейными членами уравнения движения вибрирующей и лучеиспускающей частицы. Действительно, аналогично ур. (1), гл. VIII можно написать три уравнения для проекций колебательного движения, из которых выписываем только первое

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\nu_0^2 \xi + \frac{eX}{m}.$$

Здесь eX есть проекция на ось OX постоянной электрической силы, действующей на частицу. Частица находится в равновесии к точке

$\xi = \xi_0 = \frac{e}{mv_0^2} X$ и т. д. Помещая начало координат в точку равновесия ξ_0, η_0, ζ_0 , изменяя переменные $\xi' = \xi - \xi_0$, легко находим новые уравнения

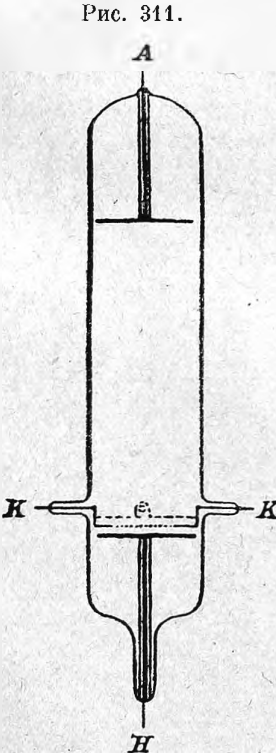
$$\frac{d^2 \xi'}{dt^2} = -\nu_0^2 \xi'.$$

Ясно, что новое колебание, совершающееся около нового положения равновесия, по периоду не отличается от прежнего. Только вводя дальнейшие члены разложения квази-упругой силы по степеням ξ, η, ζ , можно теоретически получить желаемое расщепление (Voigt).

Неуспех первых попыток главным образом объясняется трудностью создать интенсивное электрическое поле в светящемся газе. Если к электродам трубки, заключающей газ при достаточно малом давлении, приложить большую разность потенциалов, то вообще наступает свечение, необходимо сопровождающееся ионизацией газа. Проводимость газа сильно повышается, разность потенциалов на электродах падает. Аналогичный процесс наблюдается и в искре, если газ находится в атмосферном давлении. Если упругость газа настолько мала, что длина свободного пути молекул равна нескольким сантиметрам, а расстояние между электродами не превышает нескольких миллиметров, то разряд не наступает даже при большой разности потенциалов. Случайный электрон на своем пути вдоль линий сил от одного электрода к другому не встречает нейтральных молекул, которые он мог бы ионизировать столкновением. Поле между электродами интенсивно, разряда нет, но и газ не светится.

Это затруднение Stark устранил, вводя в интенсивное поле светящиеся частицы извне.

В трубке (рис. 311), наполненной разреженным газом, A есть анод, K — катод с большим числом отверстий, через которые проникают закатодные лучи в узкое пространство между K и вспомогательным электродом H . Между K и H приложена большая разность потенциалов, следовательно создается интенсивное электрическое поле, линии сил которого направлены вдоль трубки. В этом поле находятся светящиеся частицы пучка закатодных лучей, и спектроскоп показывает, что спектральные линии, им соответствующие, расщепляются. Спектроскоп помещается так, что на него проек-



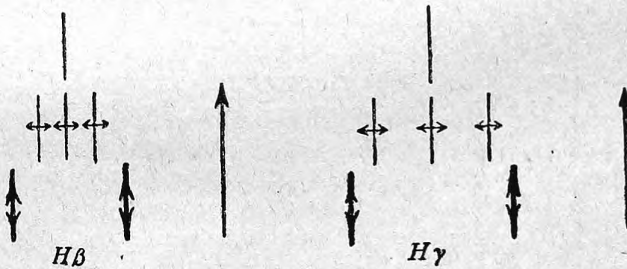
тируются линзой лучи из узкого пространства между H и K .

Не касаясь скудных пока и недостаточных гипотез объясняющих это явление, изложим главные экспериментальные факты.

В схеме рис. 311 возможно только наблюдение по направлению, перпендикулярному к электрическим линиям сил (T -направление). При

T -наблюдения составляющая расщепленной линии вообще поляризованы. На рис. 312 виден тип разложения линий водорода $H\beta$ и $H\gamma$; стрелками указано направление поля и направление колебаний, соответствующее пяти компонентам разложенной линии. Наверху отмечено положение неразложенной линии, в отсутствии поля. Более толстая черта указывает на большую интенсивность линии. Расстояние между крайними линиями $H\gamma$ соответствует $5,2 \text{ \AA}$ при поле в $13000 \frac{\text{ВОЛЬТ}}{\text{СМ}}$. Как видно, в явлении Stark'a получаются иногда расщепления во много раз большие, чем в явлении Зеемана. На линиях водорода $H\beta$ и $H\gamma$ измерения показали, что расщепление пропорционально интенсивности поля. В поле около $50000 \frac{\text{ВОЛЬТ}}{\text{СМ}}$ длины волн крайних соответствующих $H\gamma$ компонентов отличаются на 21 \AA . В гелии наблюдается расщепление многих линий; иногда оно асимметрично по отношению к неразложенной линии. В таких случаях повидимому нет пропорциональности между силой поля и величиной разложения. Относительная интенсивность слагающих, особенно при ассиметрических разложениях, в высшей степени зависит от интенсивности поля. Stark'у и его сотрудникам удалось пока исследовать спектры $H, He, Na, Mg, Ca, Al, Th, Hg, Li$. Повидимому у H, He, Li (малый атомный вес) величины разложения в общем больше, чем у остальных элементов. Типы разложения вообще очень разнообразны. Повидимому разложение в особенности велико у линий 1-ой

Рис. 312.



побочной (так называемой диффузной серии). Если в пределах одной серии переходить к линиям высшего порядка, т. е. меньшей длины волны, то увеличивается как величина разложения, так и число составляющих.

Несколько видоизмененная схема позволяет наблюдать вдоль линий сил (L -направление), не опасаясь, что явление Дошлера (смещение спектральных линий быстро несущихся частиц закатодного пучка) исказит исследуемое явление. При этом l -составляющая пропадают, так как им соответствуют продольные колебания; t -составляющая не поляризованы.

Очень важное сопоставление делает Stark между разложением линий в электрическом поле и расширением и смещением линий при большом давлении лучеиспускающего газа (см. стр. 496). Во всех случаях, когда разложение линий велико, велико также и расширение линии

(вольтова дуга, искра, гейслерова трубка при большом давлении и сильном разряде). В тех случаях, когда наблюдается перемещение линии (чаще к красному концу), наблюдается также асимметрическое разложение ее в электрическом поле (чаще преобладают слагающие большей длины волны). Параллелизм между этими двумя явлениями полный, насколько позволяет судить скудный пока экспериментальный материал. Естественным является гипотеза о взаимном воздействии электрических полей молекул друг на друга. Если давление газа велико, то число молекул, находящихся в близком соседстве друг с другом (следовательно в интенсивном поле), возрастает. При сильном разряде возрастает число ионизированных молекул, а электрические поля заряженных ионов несомненно интенсивнее полей нейтральных молекул. Обе причины ведут к расширению линии, а не к разложению, так как одновременно существуют молекулы и на близких и на далеких расстояниях друг от друга.

В гл. IV, § 2 было выяснено, что сила \mathfrak{F} действующая на заряженную частицу в электромагнитном поле складывается из двух частей:

$$\mathfrak{F} = e\mathfrak{E} + \frac{e}{c}[\mathfrak{v}\mathfrak{H}]$$

Здесь \mathfrak{E} вектор электрической, \mathfrak{H} вектор магнитной силы, \mathfrak{v} — скорость частицы, e — ее заряд. Обе части силы совершенно равнозначущи и если по величине они одного порядка, то и действие их должно быть одинаково. Иначе говоря, разложение линии должно наблюдаться не только в электрическом поле, но и в магнитном, если молекула, вместе с находящейся внутри ее вибрирующей заряженной частицей, вся несется с большой скоростью \mathfrak{v} . Эта мысль, высказанная W. Wien'ом (также и Stark'ом), легко была им подтверждена, так как частицы закатодного пучка действительно несутся с громадной скоростью. Так как различные частицы обладают различной скоростью, то в магнитном поле получалось не разложение, а расширение линий, по порядку величины сходное с величиной разложения в электрическом поле. С явлением Зеemана это расширение не могло быть смешано, так как последнее по величине разложения значительно меньше. Одновременно со Stark'ом наблюдал разложение линий в катодном пучке вблизи катода Lo Surdo. Опыт удается, если диаметр трубки очень узок, тогда падение потенциала происходит на очень коротком промежутке, и следовательно имеется налицо сравнительно интенсивное поле. Правильно истолковать причину разложения Lo Surdo удалось только после появления работ Stark'a.

Попытки теоретического объяснения явления Stark'a перечислены в обзоре литературы.

ЛИТЕРАТУРА.

- Voigt.* Magneto- und Elektrooptik p. 381, 1908. Leipzig, Teubner.
Königsberger u. Kilchling. Wied. Ann. 37, p. 845, 1912.
Zeeman. Akad. Amst. 25. Juni, 1911.
J. Stark. Berl. Ber. 1913, p. 932; Wied. Ann. 43, p. 965, 1914.

- W. Wien.* Berl. Ber. 1914, p. 70.
Stark u. Wendt. Wied. Ann. 43, p. 983, 1914.
Stark u. Kirschbaum. Wied. Ann. 43, p. 991, 1017, 1914.
Lo Surdo. Rendiconti R. Acc. d. Lincei XXII, 2 sem. p. 664, 1913; XXIII, 1 sem. p. 82, 143, 325, 1914.
Puccianti. Rendiconti R. Acc. d. Lincei XXIII, 1 sem. p. 329, 331, 1914.
Voigt. Wied. Ann. 4, p. 197, 1901. Nachr. d. Ges. d. Wiss. zu Göttingen. Math. Ph. Klasse, Sitzung 20. Dez. 1913.
Garbasso. Rendiconti R. Acc. d. Lincei XXII, 2 sem. p. 635, 1913. Phys. Zeitschr. 15, p. 123, 1914.
Bohr. Phil. Mag. 27, p. 506, 1914.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ.

- α -лучи. См. лучи.
А-лучи. См. лучи.
Абсолютное измерение сопротивлений 18, — движение 334.
Абсолютный тангенс гальванометр 82, — электродинамометр 85, — электрометр 126.
Агометр 28.
Аддитивное свойство сплавов 47.
Адиабатическое расширение 614, — сжатие 615, — явление Халл'я 877.
Аксиальный тензор 175.
Актиний 192.
Амальгамы 49.
Ампер (единица) 13, 17.
Ампер-весы 91.
Амперметры (амметры) 141, 143, — ртутный 147.
Анализатор 421.
Аномальная дисперсия 428.
Аномальное катодное падение потенциала 726.
Антенна 430.
Антикогереры 410.
Апериодическое движение 109.
Астазированная система 105.
Астазирующий магнит 107.
Астатическая стрелка 97.
Астрономическая аберация 366.
 β -лучи. См. лучи.
В-лучи. См. лучи.
Баллистический гальванометр. См. гальванометр.
Беспроволочный телеграф 429.
Бифиляр 149, 153.
Бифилярный гальванометр. См. гальванометр.
Болометр 408.
Бронированный гальванометр. См. гальванометр.
Броуновское движение 641.
Вариационные приборы 158.
Ватт 13.
Векториальный анализ 174, 181, — — четырехмерного пространства 370.
Векторы 174, — приложенные 175, — аксиальные 175, 218, — передвигные 175, — ротор 175, — свободный 175, — единичный 175, — потенциал 189, 316, — токов 276, — полярный 218, — Пайнтинга 275, 309, 402, — световой 475.
Взаимная индукция 209.
Вибратор 376, 392, — замкнутый 386, — открытый 386, — Hertz'a 397, — Лебедева 398, — Lodg'a 398, — Righi 398, — Blondlot 399, — молекулярный 438.
Вибрационный гальванометр. См. гальванометр.
Висмутова спираль (метод) 162.
Вихрь. См. токи Фуко.
Вихрь вектора 185.
Внезапное размыкание первичной цепи 232.
Внутреннее трение железа и никеля 5.
Воздушный эквивалент 912.
Вольт (единица) 13, 17.
Вольтметр 91, 141, — медный 94, — водяной 95.
Воссоединение полюсов 688.
Вальтова дуга 809, 813, 810, 821, 826.
Время релаксации 292.
Вторичная обмотка 224, — система 412.
Вторичные катодные лучи. См. лучи.
Выражение Лапласа 181.
 γ -лучи. См. лучи.
Г-лучи. См. лучи.
Гальваномагнитные явления 857, — перечень теплов. явл. 869, — продольн. электрич. явл. 870, — продольн. теплов. явл. 870.
Гальванометр 97, — бифилярный 84, 154. — бронированный 99, — дифференциальный 33, 114, 300, струнный 102, 114, — с подвижными магнитами 103, — с подвиж. катушкой 110, — баллистический 119, 299, — вибрационный 114, — универсальный 145, — тепловой 147, — тангенс 81.
Гальванометрическая постоянная 103.

- Гаусс (единица) 199.
 Гауссово положение 152.
 Генри (единица) 205.
 Геометрическое среднее расстояние 207.
 Гипотеза Герца 339, — Fitzgerald'a и Lorentz'a 346, — Лоренца 339, — о вибраторах в молекулах диэлектрика 489, — о сжимаемости и несжимаемости эфира 471, — Френеля и Физо 339, — Эйнштейна и Планка 339.
 Главный угол падения 512, — азимут 521.
 Говорящая дуга 822.
 Градиент скаляра 382
 Грозоотметчик 430.
 δ -лучи. См. лучи.
 Давление света 288.
 Движение электрона в магнитн. поле 311, — — в электрич. поле 309.
 Двойное лучепреломление 421, 575.
 Двойной интеграл Фурье 602.
 Действие катодных лучей 756, — каналовых лучей на материальные тела 774, — рентгеновых лучей 796.
 Детекторы. См. индикаторы.
 Деклинатор 155.
 Дивергенц 183.
 Диз'юнктор 213.
 Дисперсия 522.
 Дифференциальной гальванометр. См. гальванометр.
 Диффракция 420.
 Диффузия ионов 690.
 Диэлектрики 53, 279, 331.
 Диэлектрическая поляризация 7, 265.
 Добавочное сопротивление 50, 143.
 Единица сопротивления 14, — силы тока 14, — электродв. силы 14.
 Закон Preston'a 560, — Больцмана 615, — Вина 616, — Wiedemann'a и Franz'a 844, — Lorentz'a 844.
 Законы Кирхгофа 608, — статистической механики 638, — нормального и селективного эффекта 835, — радиоактивных превращений 906.
 Замкнутый вибратор. См. вибратор.
 Замыкание первичного тока 230.
 Затухающ. колебания (измер. сопрот.) 39, 385, — — катушки 162.
 Земное поле 148.
 Изменяемый электрон. См. электрон.
 Измерение сопротивлений 31, — силы тока 80.
 Измерительные приборы 715.
 Изоляция кабелей 40.
 Изотермическое расширение 614, — сжатие 615, — явление Hall'я 876.
 Икс-лучи (X-лучи). См. лучи.
 Импеданс 237.
 Индикаторы 406.
 Индукция. См. магнитн. индукция.
 Индуктанс 237.
 Индукционная катушка 223.
 Индукционный метод 160.
 Индукционные весы 39.
 Инclinатор 156, — индукционный 156.
 Интеграл расхождения вектора 184.
 Интерференция 419, — рентгеновых лучей 796, 802,
 Ионизация воздуха 192, — газов 681, 685, — через столкновение 710, 915, — рентгенов. лучами 794, — как мера радиоактивности 902.
 Искра. См. электрическая искра.
 Искровой потенциал 393.
 Капацитанс 238.
 Катодное сияние 379.
 Катодные лучи. См. лучи.
 Квадрант (Генри) 205.
 Квадрантный электрометр 160.
 Кинематическая длина 357.
 Кинетическая энергия (теор. относит.) 367.
 Кистевой разряд 827.
 Классификация ионов 706.
 Когереры 410.
 Колебания связанных вибраторов 388.
 Колебательный разряд 375.
 Компас 156.
 Компенсационные приборы 134.
 Конвекционный ток 297, 306.
 Коэффициент самоиндукции 203, 205, 211, — взаимной индукции 209, 211, — связи 389, — — катушки 212, — — для двух параллельных кругов 210, — — проводов 209, — — коаксиальных катушек 210, — — гальвано- и термо-магнитн. явл. 860.
 Кратер 810.
 Кристаллизация в магнитн. поле 3.
 Круксово темное пространство 724, 728.
 Лампа Нерста 52.
 Легальный ом 16.
 Ленца правило 198.
 Лехеровская система 412.
 Логарифмический декремент колебаний 376.
 Лучи- α 192, 913, 915, - β 192, 743, 919, - γ 192, 924, 192, -A 899, 909, -B 899, 919, -Г 899, 924, — анодные 772, — анодо-катодные 742, вторичные 761, — Герца 374, — диффузно-рассеянные 789, — каналовые 191, 738, 764. — Леонардовы 741, —

- катодные 191, 738, 743, — мягкие 191, — рентгена 191, 778, 780, — стрикционные 742, — стрикционные анодные 773, — — характеристичные 789, 790, 924, — туманные 772.
- Магазины-мосты 28, 37, — сопротивления 26, 28.
- Магнитная индукция 194.
- Магнитное наклонение 148, 156, — поле в покоящемся диэлектрике 894, — поле конвекционн. токов 884, — склонение 148, 155, — явление Кегг'а 584.
- Магнитный детектор 409, — дихроизм 589, — меридиан 148, — спектр 919.
- Магнитное вращение плоскости поляризации 568.
- Магнитный теодолит. См. деклинометр.
- Магнитометр 149.
- Магнитооптика 554.
- Магнострикция 66.
- Магниты 331.
- Максимальный ток 69.
- Масса электрона 313.
- Медный вольтметр. См. вольтметр.
- Международные единицы 17.
- Меридиальная плоскость 394.
- Меридиальное намагничение 587.
- Местное время 348.
- Метод вращающейся пластинка 161, — Feddersen'a 378, — маятника Helmholtz'a 378, — резонансных кривых 380, — стоячих волн 380, — отбрасывания 122.
- Механические воздействия (влияние со- прот. металл.) 57.
- Миллиметр 142.
- Милливольт-амперметр 143.
- Милливольтметр 142.
- Модели (энергия электр. поля) 217.
- Модуль сдвига 5, — Юнга 3.
- Молоточный прерыватель. См. прерыватель.
- Мост Витстона 34, 38, 300.
- Мультипликационный способ 122.
- Мягкие лучи. См. лучи.
- Наборы катушек 213.
- Наростающий ток 69.
- Неизменяемый электрон. См. электрон.
- Непроводники. См. диэлектрик.
- Нормальная чувствительность гальванометров 110, — дисперсия 428.
- Нормальное катодное падение потенциала 726.
- Нормальные эталоны 27.
- Нормальный элемент 136, — триплет Зеемана 558.
- Одновременность событий 357, 350.
- Ом (единица) 13, 17, 19.
- Опалесценция 642.
- Оптика металлов 540.
- Оптические методы 164.
- Ореол 810.
- Орт. См. вектор единичный.
- Ортогональные траектории 182.
- Осциллограф Gehrke 379.
- Отражение от поглощающих тел 517.
- Открытый вибратор. См. вибратор.
- Относительное измерение сопротивлений 19, — движение 334.
- „Парадоксы“ в теории относительности 350.
- Первичная обмотка (индукционн. катушка) 223, — система 412.
- Первый катодный слой 724.
- Переводный множитель 123.
- Переменное движение электрона 328.
- Переменный ток 147, 323.
- Переносные приборы 159.
- Перехватывающее ответвление 34.
- Плоскость равных фаз 462, — амплитуд 462.
- Поверхностное натяжение жидкости 5.
- Поверхность нормальных скоростей 549, — лучевых скоростей 549.
- Поглощение катодных лучей 757, — рентгеновых лучей 787.
- Подвижность ионов 694, 696, — и коэффициент диффузии 694.
- Полезное действие цепи 139.
- Положительное свечение 724.
- Положительные электроны 775.
- Поляризация рентгеновых лучей 785.
- Полярное намагничение 584.
- Поперечная электромагнитная масса 329.
- Поперечное гальваномагнитн. теплов. явл. См. гальваномагнитн. явл.
- Постоянная Кегг'а 585, — закона Авогадро 945, — Больцмана 661, — Вина 662, — Фарадея 945.
- Постулаты Einstein'a 352.
- Потенциальный вектор 182, 188.
- Потеря на гистерезис 246.
- Поток энергии 275.
- Поющая дуга 822.
- Предельная скорость 356.
- Преобразования Lorentz'a 349, 355, — Ньютона 336, 349.
- Преломление электрич. лучей 418, — электрич. волн 427.
- Прерыватель молоточный 225, — Rotax 226, — турбинный 226, — электролитический 226.

- Приемники (исслед. селена) 60.
 Принцип Допплера 361, — неуничтожаемости электричества 308, — относительности 306, 332, 353.
 Проволочные эталоны 26.
 Продольная электромагнитная масса электрона 329.
 Проводимости 41, — диамагнит. тел 66, — не-металлов 51, — под влиянием магнитного поля 46, — сплавов 47, 54, — ферромагнитных тел 64, — чистых металлов 43, 54.
 Радиатор 788.
 Радий 192.
 Радиоактивность 897.
 Радиоактивные явления 190, — элементы 929.
 Радиоактивный распад 643, 934, — ое равновесие 907, — ая отдача 927.
 Разложение в ряд Фуры 602.
 Разряд конденсатора 39.
 Реактанс 239.
 Регистрирующие приборы 779.
 Резонансные кривые 382, — явления 393.
 Резонаторы 405.
 Релаксация. См. время релаксации.
 Рентгена лучи. См. лучи.
 Рентгена ток. См. ток.
 Рентгеновы трубки 779.
 Рекомбинация. См. воссоединение ионов.
 Реостат 29.
 Реохорд 29.
 Ротор 157, 251.
 Ртутная дуга 811.
 Ртутный амперметр 147.
 Самоиндукция 203.
 Самопишущие приборы. См. регистрирующие приборы.
 Световые лучи 58.
 Селен 59.
 Селеновый телескоп 63.
 Серебряный вольтметр 92.
 Силовые линии дублета 403.
 Синус-гальванометр 84.
 Синусоидальный переменный ток 233.
 Сналярный потенциал 188, 316.
 Скаляры 174, 175, 180.
 Skin-effect 255.
 Скорость катодных лучей 745, — рентгеновых лучей 796.
 Сложный резонанс 415.
 Соленоидальный вектор 189.
 Сопроотивление жидких диэлектриков 63, — порошкообразных тел 57, — твердых диэлектриков 64, — электролитов 36.
 Спектроскопия рентгеновых лучей 806.
 Статистический метод в применении к модели идеального газа 632.
 Статор 251.
 Стоячие волны в проволоках 424.
 Страты 724.
 Струнный гальванометр. См. гальванометр.
 Струнный электрометр 128.
 Сцепление жидкостей 5.
 Тангенс-гальванометр. См. гальванометр.
 Твердые лучи. См. лучи.
 Телефонография 63.
 Температура кипения жидкостей 6.
 Тензоры 175.
 Теория молекулярной диссоциации 62, — Neumann'a 201, — Weber'a 202, — индукционн. катушки 229, трансформатора переменн. тока 244, — Максвелла 264, — открытого вибратора 399, — Jeans'a 643, — Lorentz'a 643, — Plank'a 654, — J. J. Thomson'a 734, 857, — квант 854, — Bohr'a 857, — атомного распада 898.
 Тепловое излучение 598.
 Тепловой гальванометр. См. гальванометр.
 Тепловые приборы 146, — вольтметры 234.
 Теплоемкость намагнич. железа 6, — электричества 851.
 Теплопроводность железа 6, — металлов и сплавов 54.
 Теория Гаусса 184, — Пойнтинга 273.
 Термодинамическая вероятность 626.
 Термодинамика лучистой энергии 598.
 Термоэлектродвижущая сила 8.
 Термоэлемент 408.
 Терромагнитные явления 857, — поперечн. электрич. явл. 870, — теплов. эффект 871, — ая продольн. разность потенциалов 872, — продольн. теплов. явл. 873.
 Технические электродинамометры 91.
 Тлеющий разряд 827.
 Ток Рентгена 296, — насыщения 684, 902.
 Токи Фуко 250.
 Томсоновское тепло. См. теплоемкость электричества.
 Трансформатор Tesla 391.
 Трубка Braun'a 379.
 Турбинный прерыватель. См. прерыватель.
 Убывающий ток 69.
 Удельная плотность излучения 605.
 Удельное сопротивление 42.
 Удельный заряд электрона 312.

- Универсальный гальванометр. См. гальванометр.
 Униполярная проводимость 53, — индукция 257.
 Унифиляр 149.
 Упругость 3, — пара 5.
 Уравнения Максвелла 266, 440, — Герца 294.
 Успокоитель 108, 121.
 Учение Минковского 369.
 Фарадево темное пространство 724, 730.
 Флюометр 123, 165.
 Фотометр с селеновым приемником 63.
 Фотофон 63.
 Фотоэлектрический эффект 643, 831.
 Фотоэлектрич. измерения 834.
 Фотоэлектрическое утомление 833, — действие лучей 793.
 Характеристическая кривая 813.
 Характеристичные лучи. См. лучи.
 Hautwirkung. См. Skin-effect.
 Химические реакции в магнитн. поле 2.
 Цендеровская трубка 407.
 Частота 234.
 Часы 371.
 Четырехмерное пространство 370.
 Шунт 117, 143.
 Экваториальная плоскость 394.
 Экваториальное намагничение 588.
 Электрическая искра 809, 827.
 Электрические лучи 374.
 Электрический детектор 410.
 Электрический резонанс 380, — ветер 705.
 Электродвижущая сила в магнитн. поле 2.
 Электродинамические способы измерения силы тока 85.
 Электродинамометр 408.
 Электромагнитная масса электрона 315. — система единиц 13. — теория света 290, — масса катодных лучей 754.
 Электромагнитное возмущение 285, — поле дублета Hertz'a 401.
 Электрометр 408.
 Электрометрический способ измерения силы тока 97.
 Электропроводность. См. проводимость.
 Электрон 191, 303, — изменяемый 330, — неизменяемый 330, — гальвано- и терромагнитн. явлений 874.
 Электроскопы 128.
 Электрооптика 554.
 Эллипсоид Heavesid'a 331.
 Эманация радия 193, 934.
 Энтропия 368.
 Эталоны сопротивлений 25.
 Эфир 305, 338, 357.
 Эффект Peltier 849.
 Эффективная сила синусоидального тока 235.
 Эффективное напряжение переменн. тока 235.
 Эффективный ток 239.
 Юнга модуль. См. модуль Юнга.
 Явление Доплера в канальных лучах 773, — Hall'я 862, — Пельтье 9, — Stark'a 949, — Zeemann'a 555.
 Ящички сопротивления. См. магазины сопротивления.

УКАЗАТЕЛЬ РУССКИХ АВТОРОВ.

- Авенариус.** Формула 8.
Альтберг. Определ. скоростей быстрых ионов 699.
Антонов. Уран-Y 933.
Аркадьев. Исслед. световых колебаний 593.
Бахметьев П. И. Термоэлектродвиж. сила 8.
Бернацкий. Двойное лучепреломление 423.
Быбылев Д. К. Общие свойства газа, находящегося в состоянии проводимости 681, свечение газов 734.
Бойс. Радиомикрометр 784.
Боргман. Проводимость не-металлов (углерод) 51.
Бялобржеский. Влияние радиоактивн. лучей на проводимость диэлектриков 929.
Гезехус Н. А. Исслед. селена 60, формула 61, теория молекулярной диссоциации 62.
Георгиевский Н. и Егоров Н. См. Егоров Н. и Георгиевский.
Глаголев и Зубарев. Отражение рентгеновых лучей от плоскости спайности кристаллов 806.
Гольдгаммер Д. А. Влияние магнитн. поля на проводимость 65, теория электролитическ. прерывателя 227, существование эфира 357, физическ. значение элементарн. количества 669.

- Гоннус.** Исслед. селена 61.
Грузинцев. Теория оптики металлов 522, 541, 544.
Егоров Н. и Георгиевский Н. Явление Zeeman'a 565.
Жемчужный и Курнаков. См. Курнаков и Жемчужный.
Золотарев. Измерение сопротивлений 41.
Иванов К. И. Гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектриков 494.
Игнатовский. Постулаты Einstein'a 353.
Иоффе А. Ф. Действие катодных лучей 757.
Исаков Л. Опред. периода и затухания колебаний 385.
Исаков и Эренфест. См. Эренфест и Исаков.
Кистяковский В. Серебряный вольтметр 94.
Колли. Аномальная дисперсия 428.
Коловрат. Излучение радия 934, поглощение эманации в радиовом аппарате 936.
Кольбе. Водяной вольтметр 96.
Кордыш. Постулаты Einstein'a 353.
Корольков А. Применение флюметра 124.
Кравец. Измерения поглощения растворов 530.
Кракау А. А. Проводимость палладия 48.
Курнаков и Жемчужный. Проводимость сплавов 50.
Лебедев П. Н. Вибратор 398, двойное лучепреломление 423.
Лебединский В. Теория индукционн. катушки 229.
Левитская М. Струнные гальванометры 114.
Ленц Р. Э. Исслед. проводимости амальгам 49, влияние давления на проводимость ртути 58.
Ленц Э. Проверка законов индукции 200
Миткевич В. Теория флюметра 124, исслед. прерывателя Wehnelt'a 227, механизм вольтовой дуги 820.
Мысовский и Нестурх. Исслед. α -лучей 915.
Оболенский. Аномальная дисперсия 428.
Орлов. Измерение разностей потенциалов 132.
Петров В. Вольтова дуга 809.
Полов А. С. Грозоотметчик 430.
Петрушевский Ф. Ф. Термоэлектродвиж. сила 8.
Рожанский. Изучение колебательн. разряда 379.
Рождественский. Исслед. дисперсии в парах 530.
Садковский А. И. Влияние магнитн. поля на проводимость 68.
Солгов П. О. Дивергенц 183, вихрь вектора 185.
Столетов А. Г. Метод постоянного отклонения гальванометра 300, ионизация через столкновение 711.
Токмачев. Магнитное явление Kerr'a 585.
Ульянин. Приемник (исслед. селена) 60.
Харитоновский. Влияние лучей света на проводимость сернист. серебра 63.
Шапошников А. Проводимость кварца 53.
Эйхенвальд А. А. Электромагнитн. теория полного внутреннего отражения 419, диаграммы (электромагнитн. поле при отражении и преломлении) 478, полное внутреннее отражение 486, магнитное действие тел движущихся в электростатич. поле 888.
Эренфест и Исаков. Групповая скорость 516.

УКАЗАТЕЛЬ ИНОСТРАННЫХ АВТОРОВ.

- Abbot.** Гальванометр 111.
Abraham. Теория гальванометров 113, униполярная индукция 258, 297, вектор Герца 319, электромагнитн. количество движения 322, теория неизменяемости электрона 330, гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика 499, электромагнитн. масса катодн. лучей 754, закон изменения ионизации с расстоянием 912.
Adams. Влиян. магнитн. поля на электродвиж. силу Z , — светов. лучей на проводимость 60, 63, — магнитн. поля на проводимость 65, электронная теория гальвано- и термомагнитн. явлений 879, исследований магнитн. поля конвекционн. токов 885.
Ader. Струнный гальванометр 102.
Ackerlein. Двойн. лучепреломление 590, 592.

- Airy.** Аберрация света 340, формула Fresnel'я 482.
- Alertum.** Явление Hall'я 866.
- Amaduzzi.** Влиян. светов. лучей на проводимость 59.
- Amaduzzi и Leone.** Явление Hall'я 866.
- Ampère и Weber.** Теория о круговых молекулярн. токах 573.
- Andrews.** Химич. реакции в магнитн. поле 2.
- Angstroem.** Измер. пондеромоторн. действия на ток 163, гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектриков 489, исслед. дисперсии и поглощения 536.
- Applegard.** Видоизменение моста Томсона 39.
- Arago.** Индукция в сплошн. телах 251.
- Armagnat.** Шунт 118, прерыватели 229.
- Arnima.** Химич. реакции в магнитн. поле 2.
- Arons и Rubens.** См. Rubens и Arons.
- Arrenius.** Влиян. светов. лучей на проводимость 63, электронная теория 303.
- Aschkinass.** Когереры 411.
- Aschkinass и Garbasso.** Отражение электрн. лучей 419.
- Ascoli.** Метод колибриров. проволок 31.
- Aston.** Падение потенциала 728, длина крукова темн. пространства 729.
- Athasiadis.** Влиян. светов. лучей на проводимость 59, 61.
- Auerbach.** Проводим. чист. металлов 44, влияние структуры вещества на проводимость 57, влиян. магнитн. поля на проводимость 65, 70.
- Austin и Starke.** Вторичн. катодн. лучи 761.
- Ayrton.** Астатический гальванометр 108, вольтова дуга 811, 813, 816.
- Ayrton и Mather.** Проволочн. эталоны 27, универсальн. шунт 118.
- Ayrton, Mather и Smith.** Электродинамометр 90, опред. силы нормальн. элемента 138.
- Ayrton и Perry.** Опред. величины „ ν ” 299.
- Bäckstrom.** Проводим. не-металлов 53.
- Bädecker.** Проводим. не-металлов 53, влиян. светов. лучей на проводим. 63, электрн. теория металлов 852.
- Baden-Powell.** Оптика металлов 543.
- Baerwald.** Поглощ. катодн. лучей 759.
- Bagard.** Явление Hall'я 866.
- Baille.** Абсолютн. измер. сопротивл. (способ Weber'a) 23.
- Bamberger.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 70.
- Barkhausen.** Затухание колебаний 385.
- Barkla.** Поляриз. рентгенов. лучей 785, вторичн. лучи 788, характеристичн. лучи 791, ионизация рентген. лучами 795, интерференция рентгенов. лучей 806, γ -лучи 924.
- Barkla и Sadler.** Характеристичные лучи 790.
- Barlow.** Продольн. термомагн. разность потенциалов 872.
- Barnett.** Электрн. поле переменн. магнитн. поля 896.
- Barus.** Проводим. сплавов 49, влиян. структуры вещества на проводим. 57.
- Barus и Strouhal.** См. Strouhal и Barus.
- Bassler.** Поляриз. рентген. лучей 785.
- Batelli.** Влиян. намагнич. на теплопроводн. 7, — магнитн. поля на термоэлектродвиж. силу 8, — магнитн. поля на явлен. Пельтье 9, изучение колебательн. разряда 378.
- Bayner и Patterson.** См. Patterson и др.
- Beatty.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 65, энергия рентгеновых лучей 785, характеристичн. лучи 793, ионизац. рентг. лучами 795.
- Becker.** Влияние катодн. лучей на сопротивл. 64, катодн. лучи 750, 759, 763.
- Bequerel.** Метод применен. дифференциальн. гальванометра 33, проводим. не-металлов 53, влиян. лучей радия на проводим. 64, дифференц. гальванометр 114, исслед. дисперсии и поглощения 535, 537, явление Zeemann'a 562, 566, явление Faraday'я 581, радиоактивность 896, β -лучи 919.
- Beer.** Отражение от поглощающих тел 522.
- Beetz.** Проводим. не-металлов 51, 53.
- Bell и Rowland.** См. Rowland и Bell.
- Bellati и Lussanna.** Проводим. не-металлов 51.
- Bellin и Fosi.** Беспроволочн. телеграф 433.
- Bengt-Beckmann.** Явление Hall'я 864.
- Benoit.** Нормальн. эталоны легальн. ома 16, ртути. эталоны 26, проводим. чистых металлов 43, 46, поглощ. рентген. лучей 787.
- Benoit, Mascart и др.** См. Mascart и др.
- Berget.** Связь проводим. с другими свойствами вещества 54.
- Bergmann.** Серия Bergmann'a 560.
- Berndt.** Химич. реакции в магнитн. поле 2, влиян. светов. лучей на проводимость 60, 62, влиян. магн. поля на проводим. 70.
- Bernini.** Проводим. чист. металлов 46.

- Bestelmeyer.** Измер. напряж. магнитн. полей 161, катодн. лучи 748, положительные электроны 775, рентгеновы лучи 793.
- Betts и Korn.** Свинцовый вольтметр 97.
- Bialobjeski.** Влиян. лучей радия на проводимость 64.
- Bichat.** Явление Фарадея 58, 583.
- Bidwell.** Приемник (исслед. селена) 60, гипотеза о соленоидах 62, влиян. светов. лучей на проводим. 63.
- Birkeland и Sarrasin.** Опытн. изучение стояч. волн в проволоках 424.
- Bjerknes.** Теория резонансных кривых 383, резонаторы 406, опытн. изучение стоячих волн в проволоках 424.
- Bloch.** Исследов. дисперсии и поглощения 527.
- Blondel.** Вольтова дуга 815.
- Blondlot.** Вибратор 399, скорость распространения волн в проволоках 413, показатель преломления и поглощения электрич. волн 425, скорость рентгенов. лучей 796.
- Byth.** Влиян. намагнич. на теплопроводн. стали висмута 7,
- Boek.** Влиян. магнитн. поля на модуль сдвига 5.
- Bohr.** Оптика металлов 541, модель Bohr'a (гипотеза Plank'a) 669, электронная теория металлов 857.
- Bohrn и Th. v. Karman.** Приложение теории Plank'a 673.
- Boltwood.** Элементы от урана до радия 932.
- Boltwood-Rutherford.** Опытн. с отдельными α -частицами 918.
- Boltzmann.** Модель электромагн. поля 219, 221, интерференция электрических лучей 419, двойное лучепреломление 592, электрич. теория металлов 843, электронн. теория гальвано- и термомагн. явлений 874.
- Bose.** Проводники не-металлов 52, преломление электрич. лучей 419.
- Bose и Conradt.** Микровольтаметр 94.
- Bosscha.** Измер. силы тока 90, — разностей потенциалов 132.
- Bouty.** Измер. разностей потенциалов 132, измер. напряж. магн. полей 161.
- Bouty и Cailletet.** См. Cailletet и Bouty.
- Bouty и Poincaré.** Проводим. не-металлов 53.
- Brace.** Оптич. исслед. (принцип относительн.) 347.
- Brace и Strasser.** Оптич. исслед. 347.
- Bragg.** Иониз. рентген. лучами 795, интерф. рентгенов. лучей 805.
- Bragg и Kleemann.** Закон изменения понижения с расстоянием 910, 912.
- Branly.** Когерер 410.
- Braun.** Проводим. не-металлов 51, 53, трубка Braun'a 379, детекторы с униполярной проводимостью 410, беспроводн. телеграф 431, 433, закон Больцмана 613, термодинамическая вероятность 626, применение статистич. методов к модели идеальн. газа 632.
- Bravais.** Измер. силы тока 83, интерф. рентген. лучей 798.
- Breareley и Allen.** Влиян. лучей света на проводимость 63.
- Bredig и Hahn.** Ампер-монометр 96.
- Brewster.** Угол Brewster'a 482, оптика металлов 542.
- Bridgman.** Влиян. давл. на проводим. ртути 58.
- Brill и Evans.** Микровольтаметр 94.
- Brillouin.** Абс. измер. сопротивл. 25.
- Brion.** Проводим. не-металлов 51.
- Broniewski.** Связь проводим. с другими свойствами вещества 57.
- Bronson.** Способ постоянного отклонения 718, 905.
- Brown.** Влиян. светов. лучей на проводимость 59, 61.
- Brown и Stebbins.** Влиян. светов. и рентген. лучей. на проводим. селена 61, 62.
- Bruchieri.** Проводим. сплавов 48.
- Brunhes.** Скорость рентген. лучей 796.
- Brunhes и David.** Вариационн. приборы 155.
- Brunner.** Влиян. магнитн. поля на сцепление и поверхностн. натяжение жидкостей 5.
- Bucherer.** Влиян. магн. поля на электродв. силу 2, катодные лучи 748, β -лучи 920.
- Buff.** Проводим. не-металлов 53.
- Bunsen.** Гипотеза о вибратор. в молекулах диэлектриков 489.
- Burati-Forti и Marcolango.** Векториальн. анализ 177.
- Burstall.** Проволочн. эталоны 27.
- Byck.** Физич. значен. элемент. количества действия 668.
- Cady.** Действие катодн. лучей 756.
- Cailletet и Bonty.** Проводим. чист. металлов 45, 46.
- Campbell.** Отрицание эфира 357, вторичн. катодн. лучи 761, радиоактивн. обычн. веществ 941.

- Cantone.** Влиян. механ. воздействий на сопротивл. металлов 57.
- Cardew.** Вариации способа Сименса 40, теплов. измерит. приборы 146.
- Carpini.** Влиян. магнитн. поля на внутр. трение жидкостей 5, влияние рентген. лучей на проводимость селена 878.
- Cauchy.** Теория упругости 439, гипотеза сжимаемого эфира 475.
- Cazib.** Абсолютн. электродинамометр 89.
- Cellier.** Проводимость не-металлов 51.
- Chaperon.** Проволочные эталоны 27.
- Charpentier.** Исслед. астазир. магнита 107, компенсационн. аппараты 136.
- Chassagny.** Влиян. магнитн. поля на термоэлектродвиж. силу 8.
- Chattock.** Опред. подвиж. ионов 705, 709.
- Chéneveau.** Измер. направ. искусств. магнитн. полей 164.
- Chevalier.** Влияние структуры вещества на проводимость 57.
- Clark.** Нормальн. элемент 126.
- Clay.** Проводим. сплавов 49.
- Clay и Kammerling-Onnes.** См. Kammerling-Onnes и др.
- Coffin.** Самоиндукция 207.
- Cohen и Osaka.** Водяной вольтметр 95.
- Cohn.** Электрич. эффект 255, показатель преломления и поглощения 425.
- Colle.** Отраж. и преломл. электрич. лучей 418.
- Conradt и Bose.** См. Bose и др.
- Conroy.** Оптика металлов 543.
- Coolidge.** Опытн. измер. стояч. волн в проволоках 424, показатель преломления и поглощения электрич. волн 427.
- Corbino.** Измер. напряж. искусств. магнитн. полей 165, электронн. теория гальвано- и термомагнитн. явлений 878.
- Cotton.** Измер. пондеромоторн. действия на ток 163.
- Cotton и Mouton.** Явление двойного лучепреломления 555, 589.
- Cremieu.** Абсол. электрометр. 127, исслед. магнитн. поля конвекционн. токов 885, электрич. поле переменн. магнитн. тока 896.
- Cremieu и Pender.** Измер. пондеромоторн. действия на ток 163.
- Crooks.** Общ. свойства газов 681, катодн. лучи 739, 756, опыты с отдельными α -частицами 915.
- Crowthier.** β -лучи 922.
- Curie г-жа.** Атомн. вес радия 933.
- Curie г-жа и Debierne.** Получение радия 934, 938.
- Curie P.** Влиян. лучей радия на проводимость 63, радиоактивность 899, 907, β -лучи 921.
- Cuthberston O. и W.** Эксперим. исслед. дисперсии и поглощения 538.
- Czily.** Влиян. механич. воздейств. на сопротивл. металлов 57.
- D'Agostino.** Влияние магнитн. поля на проводимость 66, 70.
- Danisz.** β -лучи 919.
- Danisz и Duane.** β -лучи 921.
- Davy.** Вольтова дуга 810.
- Debierne.** Актиний 939.
- De Broglie.** Интерференция рентгенов. лучей 806.
- De Boissoudou.** Физич. значение элементарн. количества действия 668.
- Debye.** Прилож. теории Plank'a 673, интерф. рентген. лучей 803.
- Dechend и Haunner.** Излучение каналов. лучей 771.
- De Coudre.** Электрич. исслед. (принцип относит.) 343, оптика металлов 543, катодные лучи 748, явление Hall'я 862, 866.
- Deffregger.** Влияние магнитн. поля на висмут 9.
- De la Provostaye и Desains.** Оптика металлов 543.
- De la Rive.** Проводим. чистых металлов 46.
- De la Rive, Pouillet и др.** См. Pouillet и др.
- De Lucchi.** Влияние магнитн. поля на проводимость 65.
- Demarçay.** Атомн. спектр. радия 933.
- Dember.** Энергия рентген. лучей 785.
- De Nervill, Mascart и др.** См. Mascart и др.
- Denizot.** Проводимость не-металлов 53.
- Deprez и d'Arsonval.** Гальванометр 101, 115.
- De Thullie.** Электронн. теория гальвано-термомагнитн. явлений 877.
- Devar.** Опыты с отдельными α -частицами 918.
- Devar и Flemming.** Проводим. чистых металлов 43, 45, сплавов 49, не-металлов 51, влиян. магнитн. поля на проводимость 67, 68.
- Dibern.** Астазирование подвеса 113.
- Disselhorst.** Исслед. моста Томсона 39, теория гальванометров 113, баллистический гальванометр 122, компенсационн. приборы 136.
- Disselhorst и Jaeger.** См. Jaeger и др.
- Disselhorst и Weiss.** Баллистич. гальванометр 122.
- Ditschein.** Полное внутр. отражение 488.

- Doelter.** Проводимость не-металлов 52.
- Dodds и Sargent.** Абсолютн. измер. сопротивл. 23.
- Donnan.** Явление Hall'я 866, электронн. теория гальвано- и термомагнитн. явл. 874.
- Dorn.** Сравн. нормальн. эталонов гальв. ома 16, абсолютн. измер. сопротивлений (способ Weber'a) 23, способ затухающ. колебаний 39, баллистич. гальванометр 122, рентгенов. лучи 793.
- Dowell.** Влиян. светов. лучей на проводимость 59, действие рентген. лучей 796.
- Drude.** Влиян. магнитн. поля на диэлектрич. постоянную 7, проводимость чистых металлов 44, связь проводимости с другими свойствами вещества 55, теория резонансных кривых 382, колебания связанных вибраторов 390, теория замкнутого резонатора 405, показатель преломления и поглощения 425, теория Drude (распростр. электромагнитн. волн в поглощающ. диэлектрике) 513, отражение от поглощающ. тел 522, оптика металлов 541, 542, 543, 545, электронн. теория металлов 839, 843, электронн. теория гальвано- и термомагнитн. явл. 876.
- Drude и Nernst.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 67, 68,
- Drude и Voigt.** Исслед. дисперсии и поглощения 527.
- Du Bois.** Температура кипения жидкости (формула) 6, магнитная защита гальванометров 107, магнитометр 151, измер. напряж. искусств. магнитн. поля 163, явление Faraday'я 583, магнитн. явление Kerr'a 584.
- Du Bois и Elias.** Явление Zeemann'a 567.
- Du Bois и Rubens.** Бронированный гальванометр 99, 107, 117, оптика металлов 546.
- Du Bois-Reymond.** Измер. пондеромоторн. действия на ток 162.
- Du Bois-Reymond и Clark.** Измер. разностей потенциалов 132.
- Duddel.** Теплов. гальванометры 147, эталоны напряж. магнитн. поля 160, затухание колебаний 386, вольтова дуга 815, 821, поющая дуга 825.
- Dufour.** Явление Zeemann'a 565.
- Duhem.** Упругость насыщ. пара в магнитн. поле 6.
- Dummermuth.** Влияние магнитн. поля на проводимость 65.
- Duncan, Rowland и др.** См. Rowland и др.
- Duncan, Wilkes и Hutchinson.** Абсолютн. измер. сопротивл. 25.
- Du Moncel.** Влиян. структуры вещества на сопротивление 57.
- Dziewulski.** Магнитн. явление Kerr'a 584.
- Ebert.** Модель электромагнитн. поля 219, длина темного круковского пространства 728.
- Ebert и Hoffmann.** Абсолютн. электрометр 126.
- Edelmann.** Струнный гальванометр 103.
- Edser.** Полное внутреннее отражение 488.
- Edser и Stanstiel.** Измер. пондеромоторн. действия на ток 163.
- Ehrenhaft.** Исслед. дисперсии и поглощения 539.
- Eichhorn.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 69.
- Einsemann.** Падение потенциала 727.
- Einstein.** Принцип относительности 333, 349, отрицание эфира 357, атомное строение лучистой энергии 669, обобщение теории Plank'a 671, электромагнитн. масса катодн. лучей 754, фотоэлектрич. эффект 837.
- Einstein и Plank.** Гипотеза (отрицание эфира) 339.
- Einstein и Smoluchowski.** Броуновское движение 641.
- Einstein и Stern.** Физич. знач. элементарн. количества действия 669, 671.
- Eisenlohr.** Отражение от поглощающих тел 522.
- Einthofen.** Изменение успокоения 114, 116.
- Ekmann.** Распростр. электромагнитн. волн в поглощающ. диэлектрике 513.
- Ellingen.** Преломление электрич. лучей 418.
- Elsas.** Индукционн. весы Hughes'a 39.
- Elster и Geitel.** Элементарн. теория 303, общие свойства газа 681, испускание электронов накаливаемыми телами 817, радиоактивн. обыкновенн. веществ 941.
- Emo.** Проводим. чистых металлов 43.
- Enskoy.** Оптика металлов 541.
- Ercolini.** Влияние механич. воздействий на сопротивление металлов 57.
- Erfle.** Исслед. дисперсии и поглощения 536.
- Erhard.** Проводимость чистых металлов 43.
- Erikson.** Воссоединение понов 690.
- Erochin.** Оптика металлов 544.
- Ettinghausen.** Влияние магнитн. поля на теплопроводность 7, поперечн. галь-

- ваномангнитн. явления 869, явлен. Ettinghausen'a 869, 877.
- Ettinghausen-Nernst.** Влияние магнитн. поля на проводимость 66, термомагнитн. и гальваномангнитн. явления 858.
- Evans и Brill.** См. Brill и др.
- Eve.** Радиоактивн. обыкновенн. веществ 942.
- Everdingen.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 67, 68.
- Evers.** Действие катодн. лучей 756.
- Exner.** Опред. величины „ v “ 299, полное внутрени. отражение 488.
- Fabry и Buisson.** Гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектриков 493.
- Fabry и Perot.** Абсолютн. электрометр 126, определ. величины „ v “ 299, гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика 493.
- Faraday.** Проводимость не-металлов 51, вольтметры 92, индукция 195, токи Фуко 250, явление Фарадея 579, исслед. магнитн. поля конвекц. токов 884.
- Faerber.** Измер. пондеромоторн. действия на ток 163.
- Fagur.** Измер. слаб. токов в серебрян. вольтметре 94.
- Fedderson.** Изучен. колебательн. разряда 378, электрич. искра 829.
- Felici.** Токи Фуко 250.
- Fenninger.** Явление Hall'я 866.
- Ferraris.** Индукция в сплошн. телах 251.
- Fery.** Теория гальванометров 113, теория Plank'a 661.
- Feussner.** Проволочн. эталоны 27, компенсационн. прибор 134.
- Field и Walker.** Измер. напряж. искусств. магнитн. полей 163.
- Fischer.** Проводим. сплавов 48, измер. напряж. магнит. полей 161.
- Fitzgerald и Lorentz.** Гипотеза 346.
- Fitzpatric и Glazebrook.** См. Glazebrook и др.
- Fizeau.** Прерыватель 228, оптич. исследований. 340, 343, скорость света 515.
- Flemming.** Потенциометр 134, теплов. гальванометры 147, амперметр для переменн. токов 250.
- Flemming и Devag.** См. Devag и др.
- Fletscher.** Радиоактивн. обыкновенн. веществ 941.
- Florio.** Явление Hall'я 866.
- Foerster.** Медный вольтметр 94.
- Forest-Palmer.** Влиян. давления на проводимость ртути 58.
- Fossati.** Химич. реакции в магнитн. поле 2, влияние намагничения на теплопроводность 6.
- Foster-Carey.** Абсол. измер. сопротив. 25, метод калибров. проволок 31, измер. малых сопротивл. 39.
- Foucault.** Токи Фуко 250, скорость света 515.
- Foussereau.** Проводим. не-металлов 53.
- Frank.** Принцип относительн. 338, классификац. ионов 706, 708.
- Frank и Pohl.** Скорость рентгенов. лучей 798.
- Frank и Pringsheim.** Подвижн. ионов 709.
- Frank и Rothe.** Постулаты Einstein'a 353.
- Franke.** Компенсационн. приборы 136.
- Franklin и Nichols.** См. Nichols и др.
- Fredenhagen.** Фотоэлектрич. эффект 834.
- Freederiksz.** Оптика металлов 544, 546.
- Freiberg.** Измер. гориз. слагаемой напряж. земн. поля 151.
- Fresnel.** Теория светов. колебаний 291, гипотеза сжимаемости эфира 475.
- Fresnel и Fizeau.** Гипотеза о эфире 339.
- Frey.** Явление Hall'я 863.
- Friedrich.** Поляриз. рентген. лучей 787, интерфер. рентген. лучей 801, 802.
- Fritsch.** Влиян. светов. лучей на проводимость 63.
- Fröhlich.** Абсолютн. измер. сопротивлен. 25, шаровой электродинамометр 87.
- Fuchs.** Вариации способа Сименса 40.
- Fächtbauer.** Исследов. дисперсии и поглощения 537.
- Galli и Försterling.** Оптика металлов 546.
- Gans.** Влиян. магнитн. поля на свойства ферромагн. тел 4, электрон. теория гальвано- и термомагнитн. явлений 877.
- Gans и Happel.** Исслед. дисперсии и поглощения 540.
- Garbasso.** Энергия электромагнитн. поля 223.
- Gauss.** Измер. горизонт. слагаемой напряж. земного поля 149, бифилярный метод 154, эталоны напряж. магнитн. поля 160, теорема (векториальн. анализ) 184.
- Gauss и Weber.** Гальванометр 98.
- Gehrke.** Осциллограф 379, положительн. электроны 775.
- Gehrke и Reichenheim.** Анодные лучи 772.
- Gehrke и Wogau.** Измер. напряж. искусств. магнитн. полей 165.
- Geiger.** Радиоактивн. распад 643, закон изменения ионизации с расстоянием 910.

- Geitel.** Электроскоп 129.
- Giebe и Cellier.** Связь проводим. с другими свойств. вещества 54.
- Giese.** Метод калибр. проволоки 31, электронн. теория 303, теория ионизации газов 685, электронн. теория металлов 839.
- Giesel.** Получение актиния 939.
- Glan.** Оптика металлов 542.
- Glatzel.** Оптика металлов 543.
- Glazebrook.** Абсолютн. измер. сопротив. 23, распротр. поперечн. волн в кристалл. средах 472.
- Glazebrook и Fitzpatric.** Норм. эталон ома 16, ртутн. эталоны 26.
- Gleichmann.** Проводим. чистых металлов 46, влияние структуры вещества на сопротивление 57.
- Gmelin.** Явление Zeemann'a 565.
- Goldschmidt.** Действие каналовых лучей 774.
- Goldstein.** Фарадеево темное пространство 732, каналовые лучи 764, 767, туманные лучи 772, положит. электроны 775.
- Gottstein.** Поперечн. гальваноманн. явление 869, электронн. теория металлов 879.
- Graetz.** Проводимость не-металлов 53.
- Graunquist.** Затухающ. колебания 386, вольтова дуга 811.
- Grassot.** Флюометр 123.
- Gray.** Проводим. не-металлов 53, измер. силы тока 88.
- Gray и Broe.** Астатическая система 106.
- Gray и Kollert.** Микрогальванометр 108.
- Gray и Ramsay.** Атомн. вес радия 933, продукты распада радия 935.
- Gray и Wood.** Влиян. магнитн. поля на внутренн. трение железа 5.
- Green.** Теория упругости 439, гипотеза несжимаемого эфира 471.
- Gressmann.** Проводимость сплавов 49.
- Greinacher.** Влияние лучей радия на проводимость 64.
- Grimmel.** Водяной вольтметр 96.
- Grover.** Самоиндукция 207.
- Grunmach.** Влияние магнитн. поля на проводим. 70.
- Grunmach и Weidert.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 65.
- Grüneisen.** Связь проводимости с другими свойствами вещества 55.
- Guglielmo.** Измер. внутр. сопротивл. элементов 41, — горизонт. слагаемой напр.ж. земного поля 151.
- Guertler.** Проводим. сплавов 49.
- Guillaume.** Выбор практич. единиц 13.
- Guillet.** Баллистич. гальванометр 122.
- Guinchant.** Проводим. не-металлов 52.
- Guthe.** Опред. электрохимич. эквивалента серебра 92, исслед. серебряного вольтметра 93.
- Häbber.** Измер. горизонтальн. слагаемой земного поля 153.
- Habicht.** Мультипликатор 126.
- Haga и Voerema.** Опред. силы нормальн. элемента 138.
- Haga и Wind.** Рентгеновы лучи 780.
- Hagen и Rubens.** Оптика металлов 544, 545.
- Hahn.** β -лучи 919.
- Hahn и Meitner.** β -излучение радия 934.
- Hale.** Явление Zeemann'a 567.
- Hall.** Влияние магнитн. поля на диэлектрич. постоянную 7, полное внутреннее отражение 488, явление Hall'я 858, 862.
- Hallo.** Магнитн. вращ. плоскости поляризации 573, отражат. способн. металлов 593.
- Hallwachs.** Фотоэлектрич. эффект 832.
- Hallwachs и Partsch.** Фотоэлектрич. эффект 833.
- Hallwachs и Pech.** Фотоэлектрич. эффект 834.
- Ham.** Поляриз. рентгенов. лучей 785.
- Harker.** Компенсационн. аппарат 136.
- Harrison.** Проводим. чистых металлов 46.
- Hartmann и Braun.** Астатич. система 106, измер. напряжен. магнитн. полей 161.
- Hatfield.** Бромовый вольтметр 97.
- Hausrath.** Компенсационн. аппараты 136.
- Havelock.** Самоиндукция 207, двойн. лучепреломление 592.
- Heaveside.** „Opt“ 175, уравн. Максвелла 268, эллипсоид Heavesid'a 331.
- Heerwagen.** Метод калибров. проволоки 31.
- Helm.** Отрицание эфира 357.
- Herweg.** Спектрограф 806.
- Helmholtz.** Опред. ома 16, измер. силы тока 83, 85, 88, 89, явление индукции 198, электронн. теория 303, маятник Helmholtz'a 378, электромагнитн. теория света 438, гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика 501, теория энергии 512, 513.
- Heilbrunn.** Явление Hall'я 868.
- Hemptinne.** Химич. реакции в магнитн. поле 2.
- Henderson.** Способ висмутов. спирали 162.
- Hennig.** Оптика металлов 542.
- Henriot.** Радиоактивн. обычн. веществ 941.

- Herroun.** Иодовый вольтметр 96.
- Hertz.** Струнн. гальванометр 114, токи Фуко 250, униполярн. индукция 258, теория Максвелла 265, уравн. Герца 294, 887, гипотеза о эфире 339, электрич. лучи 374, вибратор 392, 397, теория открыт. вибратора 399, электромагнитн. поле дублета Герца 401, теор. замкнутого резонатора 405, искра (индикатор электрич. колебаний) 406, измерение скорости волн в проволоках 411, скорость распространения свободных волн в воздухе 414, прямолинейное распространение и отражение электрич. лучей 416, преломление электрич. лучей 418, катодн. лучи 739, 757, фотоэлектрический эффект 831.
- Heusler.** Немагнитн. металлы 48.
- Herzfeld.** Электронн. теория металлов 840, 855.
- Hevesy.** Радиоактивность 900, 931.
- Hevit.** Ртутная лампа 811.
- Heydweiller.** Абс. электординамометр 90, 128, затухание колебаний 385.
- Hibbert.** Эталоны напряж. магнитн. поля 160.
- Hilbert.** Законы Кирхгофа 613.
- Hill.** Теплоемкость немагнитн. сплавов 6.
- Himstedt.** Абсолютн. измер. сопротивл. 23, измер. силы тока 82, измер. пондеромоторн. действия на ток 162, опред. величины „ v “ 300, исслед. магнитн. поля конвекц. токов 885.
- Himstedt и Bloch.** Влиян. светов. лучей на проводимость 61.
- Hittorf.** Получ. больших сопротивл. 30, проводим. не-металлов 51, распредел. потенциалов 725, 726, катодн. лучи 739.
- Hockin.** Опред. величины „ v “ 299.
- Hockin-Matthiesen.** См. Matthiesen и др.
- Hodgson.** Влиян. лучей радия на проводим. 64.
- Hoffmann.** Водяной вольтметр 95.
- Holborn.** Магнитометр 152.
- Holborn и Austin.** Длина круковса темн. пространства 729.
- Holdstein.** Катодн. лучи 739.
- Holtz.** Трубки Holtz'a 732.
- Honda, Shimizu и Kusagabe.** Влиян. магнитн. поля на модуль Юнга 3.
- Honda и Terada.** Влиян. магнитн. поля на упругие свойства тел 4.
- Hönigschmidt.** Явление при радиоактивн. излучении 928, атомн. вес радия 933.
- Hopkinson.** Проводим. чистых металлов 46.
- Horsford.** Способ измер. сопротивл. 31.
- Horton.** Проводим. не-металлов 52.
- Houllevigue.** Влиян. магнитн. поля на упругие свойства ферромагнитн. тел 4, — — — — термоэлектродв. силу 8, — — — — явление Пельтье 9.
- Houston.** Исслед. дисперсии и поглощения 536.
- Hughes.** Индукционн. весы 39.
- Humphreys и Diffield.** Гипотеза о вибратор. в молекулах диэлектриков 497.
- Hupka.** Электромагнитн. масса катодн. лучей 754, фотоэлектрич. эффект 832.
- Hupka и Steinhaus.** Интерфер. рентген. лучей 806.
- Hurion.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 67.
- Hurmuzesku.** Влиян. магнитн. поля на электродвиж. силу 2, — — — — проводимость 70.
- Ihle.** Проводим. чист. металлов 44.
- Ingersoll.** Явление Faraday'я 582.
- Ingersoll и Burge.** Оптика металлов 543.
- Ingersoll и Försterling.** Оптика металлов 546.
- Jacobi.** Реостат 29.
- Jaeger.** Определ. ома 16, ртутн. эталоны 25, проволоочн. эталоны 27, исслед. способа Kohlrausch'a 34, исслед. нормальн. элемента 138.
- Jaeger и Disselhorst.** Проводим. чистых металлов 43, связь проводимости с другими свойствами вещества 54, электронн. теория металл. 846.
- Jaeger и Kahle.** Эталоны сопротивл. 25.
- Jaeger и Kreichgauer.** См. Kreichgauer и др.
- Jaeger и Lindeck.** Проводимость сплавов 48.
- Jaeger и Steinwehr.** Исслед. серебр. вольтметра 93.
- Jaeger и Zahn.** Гальванометры 113.
- Jaffé.** Влиян. лучей радия на проводим. 64, ионизац., как мера радиоактивн. 903.
- Jamin.** Формулы Fresnel'я 482, оптика металлов 543.
- Janet, Laporte и De la Gorce.** Опред. электрохимич. эквивалента серебра 92.
- Janet, Laporte и Jonast.** Абсол. электродинамометр 90, определ. силы нормальн. элемента 138.
- Jears.** Оптика металлов 541, применен. статистич. механики к излучению 649.
- Jewett.** Влиян. магнитн. поля на проводим. 67.
- Jochmann.** Токи Фуко 250.

- Joly.** Радиоактивн. обыкновенн. веществ 941.
- Jones.** Абс. измер. сопротивл. 25.
- Jordan.** Измер. пондеромоторн. действия на ток 163.
- Joubert.** Абсолютн. измер. сопротивл. 25.
- Joul.** Абсолютн. электродинамометр 89.
- Joulius.** Пользование гальванометрами 115.
- Jschiwara.** Оптика металлов 541.
- Kann L.** Получение резонансных кривых 395.
- Kammerlingh-Onnes и Clay.** Проводим. чистых металлов 45, исследов. дисперсии и поглощения 537, электронн. теория металлов 840, 854, явление Hall'я 864, 865.
- Kaufmann.** Катодн. лучи 749, электромагн. масса катодн. лучей 754, электрич. искра 829.
- Kaufmann и Lenard.** Подвижность ионов 708.
- Kaufmann и Simon.** Катодн. лучи 753.
- Kaufmann и Wiechert.** Катодн. лучи 747.
- Keesom.** Опалесценция 642, электромагн. теория металлов 840, 846, 857.
- Kerr.** Явление Kerr'а 554.
- Ketteler.** Оптическ. исследов. 343, теория дисперсии 512, отражение от поглощающих тел 522, исслед. дисперсии и поглощения 533.
- Kiebitz.** Когереры 411.
- Kimball.** Влиян. магнитн. поля на диэлектрич. постоянную 7.
- Kimball, Rowland и Duncan.** См. Rowland и др.
- Kinoshita.** Радиоактивн. обычнов. веществ 942.
- Kirchhoff.** Способ абсолютн. измерения сопротивл. 19, 23, 34, самоиндукция 207, гипотеза несжимаемого эфира 475, гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика 489, законы Кирхгофа 608.
- Kirchhoff и Hansemann.** Связь проводимости с другими свойствами вещества 54.
- Kirstein.** Влиян. магнитн. поля на число колеб. камертона 4.
- Kleemann.** Фотоэлектрич. эффект 833.
- Klemenčić.** Вариации способа Сименса 40, опред. величины „v“ 300, теория вибраторов 387, интерференция электр. лучей 420.
- Klupathy.** Действие катодн. лучей 357.
- Knipping.** Интерфер. рентгенов. лучей 801, 802.
- Knott.** Проводим. сплавов 48.
- Koch.** Гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика 494, явлен. Zeemann'a 565, электрич. искра 829, магнитн. поле, вызываемое токами смещения 894.
- Koepsel.** Измер. силы тока 85.
- Kohlrausch.** Ртутные эталоны 26, способ перехватыв. ответвления 34, способ затухающ. колебаний 39, связь проводимости с другими свойствами вещества 54, электродинамометр 87, опред. электрохимич. эквивалента серебра 92, серебр. вольтметр 93, водяной вольтметр 95, измер. разностей потенциалов 125, магнетометр 153, бифилярн. метод 154.
- Kohlrausch F. и W.** Измер. силы тока 83.
- Kohlrausch и Weber.** Измер. силы тока 83, опред. величины „v“ 296.
- Kohlschütter.** Длина λ крукова темного пространства 729.
- Konen и Jungjohann.** Распред. потенциалов 723.
- König.** Влиян. магнитн. поля на внутрен. трение растворов 5.
- Königsberger.** Упругость насыщени. пара в магнитн. поле 6, проводимость неметаллов 52, квадрантный электрометр 160, исслед. дисперсии и поглощения 533, оптика металлов 545, электронн. теория металлов 840, 845.
- Königsberger и Bender.** Оптика металлов 542.
- Königsberger и Kiebling.** Исслед. дисперсии и поглощения 530, излучение каналовых лучей 771, явление Stark'а 949.
- Königsberger и Reichenhein.** Проводим. чистых металлов 44, не-металлов 52.
- Königsberger и Schilling.** Проводим. чист. металлов 45, не-металлов 52.
- Korda.** Влиян. намагнич. на теплопроводность 7.
- Korn.** Примен. селена в телефонографии 63.
- Körner.** Явление Zeemann'a 567.
- Kovarik и Mc. Keehan.** β -лучи 922.
- Kreichgauer и Jaeger.** Проводим. чистых металлов 44.
- Kreider.** Иодовый вольтметр 97.
- Krüger.** Электронн. теория металлов 852.
- Küch.** Ртутная лампа 813.
- Kundt.** Влиян. магнитн. поля на проводим. 67, явл. Hall'я 865.
- Kundt и Ketteler.** Исслед. дисперсии и поглощения 523.
- Kundt и Roentgen.** Явление Faraday'я 581.

- Kurlbaum.** Теория Plank'a 661.
- Kusagabe, Honda** и др. См. Honda и др.
- Ladenburg.** Законы норм. и селективн. эффекта 835.
- Lafay.** Влиян. намагнич. на теплопроводн. 7, давл. на проводимость металлов 58.
- Landau.** Явлен. Faraday'я 582.
- Langevin.** Двойн. лучепреломл. 592, опред. подвижн. ионов 702, 706, 710.
- Laporte и de la Gorce.** Опред. электрохим. эквивал. серебра 92.
- Larsen.** Проводим. сплавов 49.
- Laub.** Вторичн. катодн. лучи 762.
- Laue.** Отриц. эфира 357, законы Кирхгофа 612, примен. статистическ. механики к излучению 643, 647, рентгенограммы 676, интерференция рентген. лучей 798, 801, 802.
- Laue и Martens.** Оптика металлов 544.
- Laws.** Влиян. магнитн. поля на проводим. 70.
- Le Blanc и Kerschbaum.** Проводим. не-металлов 53.
- Lebet.** Явление Hall'я 862.
- Le Chatelier.** Проводим. чистых металлов 46, — сплавов 48, 49, влияние структуры вещества на сопротивление 57.
- Lecher.** Лехеровская система 412, исслед. магнитн. тока конвекц. токов 385.
- Leduck.** Влиян. магнитн. поля на проводим. 66, способ висмутов. спирали 162, измер. напряж. искусств. магнитн. полей 163, термо- и гальваномагнитн. явления 859, явление Leduck'a 871.
- Leduck и Righi.** См. Righi и Leduck.
- Lehfeldt.** Водяной вольтметр 95, ртути. вольтметр 97, компенсацион. аппарат 136, измер. гориз. слагающ. напряж. земн. поля 154.
- Leick.** Проводим. не-металлов 54.
- Leinhor.** Законы норм. и селективн. эффекта 835.
- Lenard.** Влиян. магнитн. поля на проводим. 66, 67, 68, 70, способ висмутовой спирали 162, существов. эфира 357, Ленардовы лучи 741, катодн. лучи 749, 757, 760, 762, фотоэлектр. эффект 832.
- Lenard и Novard.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 68.
- Lerp.** Катодн. лучи 749.
- Levy.** Турбинн. прерыватель 226.
- Liebenow.** Проводим. сплавов 49.
- Liebknecht и Wills.** Измер. напряж. магн. полей 164.
- Lindeck.** Нормальн. эталон легальн. ома 16, проволочн. эталоны 27, исслед. моста Томсона 39.
- Lindeck и Jaeger.** См. Jaeger и др.
- Lindeck и Rothe.** Компенсационн. прибор 131.
- Lindemann.** Приложение теории Планка 673, законы норм. и селективн. эффекта 837.
- Lippich.** Гипотеза о вибратор. в молекулах диэлектрика 491.
- Lippmann.** Способ абсолютн. измер. сопротивл. 19, вариации способа Сименса 40, измер. тока 86, 89, ртутный амперметр 147.
- Lischner.** Исслед. дисперсии и поглощения 527.
- Lisell.** Влиян. давления на проводимость металлов 58.
- Lloyd.** Явление Nernst'a 871.
- Lobach.** Явление Faraday'я 583.
- Lodge.** Индукционн. весы Hughes'a 39, измер. внутрени. сопротивления элементов 41, модели электромагнитн. поля 217, опыты с эфиром 341, вибратор 398, когереры 410, электр. поле переменн. магнитн. тока 895.
- Lodge и Glazebrook.** Опред. величины „v“ 300.
- Löffler.** Влиян. магнитн. поля на модуль сдвига 5.
- Londgen.** Проводим. чистых металлов 47.
- Lord Kelvin.** См. Thomson W.
- Lorentz.** Нормальн. эталон легальн. ома 16, способ абсолютного измер. сопротивл. 19, 24, проводим. чистых металлов 44, связь проводим. с другими свойствами вещества 54, самоиндукция 207, энергия электромагнитн. поля 223, униполярн. индукция 258, уравнение Максвелла 268, электронн. теория 303, 330, гипотеза о эфире 339, местное время 348, преобразов. Lorentz'a 355, существование эфира 357, гипотеза о вибратор. в молекулах диэлектр. 499, 503, распростран. электромагнитн. волн в поглощающем диэлектрике 507, 513, исслед. дисперсии и поглощения 536, применен. статистич. механики к излучению 652, электромагнитн. масса катодн. лучей 754, электронн. теория металлов 839, 848, 850, 851, 852, 854, электронная теория гальвано- и термомагнитн. явл. 877, магнитное поле движущихся зарядов 883.
- Lorentz и Voigt.** Явление Zeemann'a 563.

- Loria.** Исслед. дисперсии и поглощения 535.
- Lo Surdo.** Явление Stark'a 652.
- Lownds.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 67, 68.
- Luggin.** Измер. пондеромоторн. действия на ток 162.
- Lummer и Corge.** Отраж. и преломл. двух изотропн. прозр. диэлектриков 482.
- Lummer и Pringsheim.** Примен. статистич. механики к излуч. 653.
- Lusanna.** Влиян. давл. на проводим. металлов 58, магнитн. поля на проводим. 70.
- Lusanna. и Bellati.** См. Bellati и др.
- Lyle.** Измер. силы тока 91.
- Maggi.** Теплопроводн. железа в магнитн. поле 6.
- Maiche.** Метод применения дифференц. гальванометра 33.
- Macaluso и Corbino.** Магнитн. вращ. плоскости поляризации 572.
- Mac Clelland.** Испуск. электронов раскалени. телами 642, диффузия ионов 693.
- Mac Clung.** Восоединение ионов 690, действие рентгенов. лучей 798.
- Mac Collum.** Абсолютн. электродинамометр 89.
- Mac Cullagh.** Отражение от поглощающих тел 522, гипотеза несжимаемого эфира 475.
- Mac Elfrech.** Проводимоств сплавов 48.
- Mac Kichan.** Опред. величины „v“ 299.
- Mac Lennau и Burton.** Общие свойства газов 682.
- Mach и Arbes.** Исслед. дисперсии и поглощения 526.
- Mach и Osnobischin.** Исследов. дисперсии и поглощения 526.
- Mai.** Влиян. светов. лучей на проводимость 59.
- Maki.** Теория резонансн. кривых 383.
- Malcolm.** Вольтова дуга 814.
- Mancea.** Измер. внутр. сопротивл. элементов 40.
- Mandelstamm.** Получение затухающ. синусоиды 379.
- Mandelstamm и Papalexі.** Резонансн. кривыя 384.
- Marc.** Влиян. светов. лучей на проводимость 59.
- Margoni.** Беспроволочн. телеграф 430, 433.
- Marie-Davy, de la Rive и др.** См. Pouillet и др.
- Marsden и Barratt.** Опыты с отдельными α -частицами 918.
- Martens и Paschen.** Явлен. Faraday'я 582.
- Marx.** Скорость рентгенов. лучей 797, явление Hall'я 869.
- Marx и Lichtenecker.** Фотоэлектрич. эффект 833.
- Mascart.** Абсолютн. электродинамометр 90, индукционн. инклинатор 156.
- Mascart, de Nervill и Benoit.** Абсолютн. измер. сопротивл. 20, 23.
- Mascart и Rayleigh.** Оптическ. исследов. 343.
- Mather и Ayrton.** См. Ayrton и Mather.
- Mateuci.** Влиян. намагнич. на теплопроводн. 7, токи Фуко 250, общ. свойства 681.
- Mathy.** Коэффициент взаимн. индукции 210.
- Matthies.** Фарадеево тепл. пространство 731.
- Matthiessen.** Проводим. чистых металлов 44, 46, сплавов 47, не-металлов 51.
- Matthiessen и Hockin.** Измер. малых сопротивл. 39.
- Maurain.** Влиян. магнитн. поля на число колебаний камертона 4.
- Maxwell.** Эталоны сопротивл. 26, измер. силы тока 87, формула электродинамометра 90, катушки гальванометров 107, явление индукции 196, самоиндукция 207, коэффициент взаимн. индукции 210, 211, 214, энергия электромагнитн. поля 220, токи Фуко 250, электрическ. эффект 255, теория Максвелла 264, урния Максвелла 266, опред. величины „v“ 299, электромагнитн. распростр. электромагнитн. волн в изотропн. прозрчч. диэлектрике 440, оптика металлов 540, магнитн. поле конвекционн. токов 884.
- Maxwell и Neumann.** Измер. силы тока 83.
- Mayogana.** Двойное лучепреломление 588.
- Mayrhofer.** Измер. сопротивл. 39.
- Meier.** Оптика металлов 544.
- Meilink.** Проводим. чистых металлов 45.
- Melloni.** Гальванометр 98.
- Mengarini.** Абсолютн. измер. сопротивл. 25.
- Mercadier.** Влиян. светов. лучей на проводимость 60.
- Merrit.** Исслед. серебрян. вольтметра 94.
- Merrit.** Влиян. светов. лучей на проводимость 61.
- Merrit и Gehrke.** Вторичн. катодн. лучи 761.
- Meyer G.** Индукционн. инклинатор 156, радиоактивн. распад 643.

- Meyer Stef.** Влиян. магнитн. поля на кристаллизацию 3.
- Meyer и Gerlach.** Фотоэлектрич. эффект 834.
- Meyer и Richards.** Медный вольтметр 94.
- Michelson.** Опыт Michelson'a 344, гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика 493, скорость света 516.
- Michelson и Morley.** Скорость света в движущейся воде 340.
- Mie.** Исслед. дисперсии и поглощения 540.
- Mie и Stark.** Каналовые лучи 768.
- Milani.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 70.
- Millikan.** Элементарн. количество электричества 946.
- Millikan и Wincester.** Законы нормальн. и селективн. эффекта 835.
- Minkowski.** Учение Минковского 369.
- Minor.** Оптика металлов 544.
- Morley и Müller.** Оптическ. исследов. 346.
- Moreau.** Влиян. намагнич. на деформацию железа 5, явлен. Hall'я 866, гальвано- и термомагнитн. явления 873.
- Moretto.** Явление Hall'я 862.
- Moseley и Fajans.** Эманация актиния 939.
- Moseley.** Спектрограф 806, β -лучи 921, атомные номера 930.
- Moulin.** Ионизация как мера радиоактивности 903.
- Mousson.** Влиян. магнитн. поля на сцепление и поверхностн. натяж. жидк. 5, механ. возд. на сопротивл. металлов 57.
- Müller.** Реостаты 30, водяной вольтметр 96, электрич. искра 829.
- Muraoka.** Проводимость не-металлов 51.
- Naccari и Bellati.** Влиян. намагнич. на теплопроводность 7.
- Nagaoka.** Абсолютн. температура кипения для железн. амальгамы 6, самоиндукция 207, коэффиц. взаимн. индукции 210.
- Natanson.** Исследов. дисперсии и поглощения 536.
- Navier.** Теория упругости 439.
- Neesen.** Влиян. магнитн. поля на проводимость 70.
- Nernst.** Влиян. магнитн. поля на теплопроводн. висмута 7, получение больших сопротивл. 30, теория квант 854, продольн. гальваномагнитн. тепловое явление 870, термо- и гальваномагнитн. явления 873.
- Nernst и Keynolds.** Проводим. не-металлов 52.
- Nernst и Lindemann.** Формула 672.
- Neumann.** Абсолютн. электродинамометр 89, теория индукции 201, коэффициент взаимн. индукции 209, гипотеза несжимаем. эфира 475.
- Nichols и Franklin.** Влиян. магнитн. поля на электродв. силу 2.
- Nichols и Nerrit.** Действие рентгенов. лучей 796.
- Nichols и Williams.** Бронированный гальванометр 107.
- Nicholson.** Оптика металлов 541.
- Nicolai.** Проводим. чистых металлов 46.
- Nobili.** Двойная астатическая стрелка 97.
- Nordland.** Число Nordland'a 948.
- Nuttal.** Закон изменения ионизации с расстоянием 910.
- Nutting.** Оптика металлов 543.
- Obach.** Измер. силы тока 82.
- Oberbeck.** Измер. силы тока 82.
- Oberbeck и Bergmann.** Индукц. веса Hughes'a 39, проводим. чистых металлов 43.
- Oerstedt.** Действие тока на магнитн. стрелку 97.
- Oettel.** Водяной вольтметр 95.
- Oettinger.** Полное внутреннее отражение 488.
- Ohrlich.** Проволочн. эталоны 27, реостаты 30.
- Onnes-Beckmann.** Явл. Hall'я 864.
- Orons.** Ртутная дуга 811.
- Owen.** Катодн. лучи 751.
- Paalzow и Neesen.** Задержив. действие магнитн. поля по отнош. к прохождению разряда 733.
- Paillot.** Влиян. магнитн. поля на электродвиг. силу 2, — лучей радия на проводимость 64.
- Palaz.** Влиян. магнитн. поля на диэлектрич. постоянную 7.
- Partzsch и Hallwachs.** Оптика металлов 546.
- Paschen.** Гальванометр 111, теория Plank'a 661.
- Paschen и Back.** Явление Zeemann'a 561.
- Passavant.** Нормальн. эталон легальн. ома 16.
- Patterson.** Влиян. магнитн. поля на проводим. 67, 70, измер. силы тока 88, продольн. гальваномагнитн. теплов. явления 870, электрони. теория металлов 879.
- Patterson и Bayner.** Проволочн. эталоны 27.
- Patterson и Grethe.** Измер. силы тока 88.

- Paulsen.** Затухание колебаний 386, получ. неватух. колебаний 825.
- Peirce.** Баллистич. гальванометр 122.
- Pellat.** Измер. силы тока 87, сила норм. элемента 138, опред. величины „v“ 299.
- Pender.** Исслед. магнитн. поля конвекционн. токов 885.
- Penrose и Trowbridge.** См. Trowbridge и др.
- Perreau.** Влиян. рентгенов. лучей на сопротивл. селена 61.
- Perrin.** Броуновское движение 642, 947, катодн. лучи 740.
- Perry.** Самоиндукция 208.
- Peter.** Абсолютн. измер. сопротивл. 20.
- Peukert.** Измер. напряж. искусств. магнитн. полей 165.
- Pfaundler.** Гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектриков 491.
- Pfannstiel.** Измер. гориз. слагаемой напряж. земн. поля 153.
- Pfleiderer.** Связь проводим. с другими свойствами вещества 55.
- Pflüger.** Исслед. дисперсии и поглощ. 527, 530, 533, оптика металлов 545.
- Pfund.** Влиян. светов. лучей на проводимость 59, 60.
- Philips.** Воссоеди. ионов 690.
- Pierce.** Проводим. не-металлов 53.
- Plank.** Нормальн. падение плоск. волны на поверхн. тела 289, постулаты Einstein'a 353, принцип относительн. и принцип наименьшего действия в применении к физике 366, скрытая энергия 368, гипот. о вибраторах в молекулах диэлектриков 500, исслед. дисперсии и поглощения 538, термодинамич. вероятность 626, 630, применение статистич. методов к модели идеального газа 632, теория Plank'a 654, физическ. значение элементарн. количества действия h 665, элементарное количество электричества 947.
- Plimpton.** Воссоеди. ионов 690.
- Plücker.** Влиян. магнитн. поля на ряд электрич. в разреженных газах 733, катодн. лучи 739.
- Pocchettino.** Явление Пельтье под влиян. магнитн. поля 9, влиян. светов. лучей на проводимость 61.
- Poggendorf.** Реохорд 29, зеркальн. отсчет в гальванометре 98, способ компенсации 131.
- Pohl и Pringsheim.** Фотоэлектрич. эффект 834, 836.
- Poincaré.** Проводим. не-металлов 53, энергия электромагнитн. поля 223, электрич. эффект 255, теория замкнут. резонатора 405, гипот. о вибратор. в молек. диэлектрика 496.
- Poincaré и Bjerknæs.** Сложн. резонанс 416.
- Poisson.** Измер. гориз. слагаем. напряжения земн. поля 149, теория упругости 439.
- Posejpal.** Влиян. магнитн. поля на электродв. силу 3, — — — — термоэлектродв. силу 8.
- Pouillet, Marie-Davy и de la Rive.** Единица сопротивления 14.
- Pouillet.** Измер. силы тока 81, синус-гальванометр 84.
- Poynting.** Теорема Пойнтинга 273, гипот. о вибраторах в молекулах диэлектрика 500.
- Preston.** Закон Preston'a 560.
- Pringsheim.** Фотоэлектрич. эффект. 834.
- Prümm.** Измер. напряж. искусств. магнитн. полей 165.
- Przibram.** Подвижн. ионов 710.
- Puccianti.** Исслед. дисперсии и поглощения 526, 531.
- Puccianti, Julius и van der Plaats.** Исслед. дисперсии и поглощ. 532.
- Pulgar и Wulf.** Теория электрометров 128.
- Pulfrich.** Исслед. дисперсии и поглощения 530.
- Purkiss.** Измер. силы тока 91.
- Quince.** Описание абсолютн. тангенс-гальванометра 82, измер. напряж. искусств. магнитн. полей 163, токи Фуко 250, полное внутреннее отражение 488, оптика металлов 542, 543.
- Ramsay и Soddy.** Опыты с отдельными а частицами 918.
- Rankine и Trouton.** Опыт (принц. относительн.) 348.
- Raps.** Проволочн. эталоны 27.
- Rausch v. Traubenberg.** Явление Hall'я 863.
- Rayleigh.** Абсол. сопротивл. 21, метод Rayleigh'a 32, 34, 38, проводимость сплавов 49, абсолютн. электродинамометр 89, нормальн. элемент 136, самоиндукция 207, коэффициент самоиндукции 211, коэффиц. самоиндукции катушки 213, модели электромагнитн. поля 217, прерыватель 228, теор. индукционн. катушки 233, электрический эффект 255, оптич. исследов. 347, гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектриков 491, теория дисперсии 512, исслед. дисперсии и поглощения 538.

- Rayleigh и Mrs. Sidgwick.** Абсолютн. измер. сопротивл. 24.
- Rayleigh и Schuster.** Абсол. измер. сопротивл. 21.
- Reeves.** Видоизмен. моста Томсона 39.
- Reichard.** Проводим. сплавов 48.
- Reiche.** Гипот. о вибратор. в молекул. диэлектрика 495, закон смещения Вина 626.
- Reiff.** Распр. электромагн. волн в поглощающем диэлектрико 513.
- Reinganum.** Связь проводимости с другими свойствами вещества 55, астазирование подвеса 113, электронная теория металлов 845.
- Remsen.** Влиян. магнитн. поля на электродвиж. силу 2.
- Reynolds и Nernst.** См. Nernst и др.
- Richards и Heimrod.** Серебрян. вольтметр 93.
- Richardson.** Испуск. электронов раскаленн. телами 643, 817, электронная теория металлов 852.
- Richarz.** Электрони. теория 303.
- Riecke.** Проводим. чистых металлов 44, теор. металлич. проводим. 839.
- Ries.** Влиян. светов. лучей на проводим. 59.
- Rietzsch.** Связь проводим. с другими свойствами вещества 54.
- Righi.** Влиян. лучей радия на проводимость 64, — магнитн. поля на проводим. 66, вибратор 398, зеркальн. резонатор 407, опыты с короткими волнами 417, интерферометр 420, диффр. электрич. лучей 420, поляриз. электрич. лучей 422, двойное лучепреломление 422, полное внутреннее отражение 488, магнитн. явление Kerr'a 587, влиян. магнитн. поля 733, термо- и гальваномагнитн. явления 859, явление Hall'я 862, электрич. поле переменн. магнитн. поля 896.
- Righi и Leduc.** Влиян. магнитн. поля на теплопроводн. висмута 7.
- Ritz.** Явление Zeemann'a 567.
- Ritz и Paschen.** Комбинационные линии 560.
- Robinson.** Поглощ. катодн. лучей 759, фотоэлектрич. эффект 833.
- Roemer.** Скорость света 515.
- Roentgen.** Ток Рентгена 296, 883, опыты с электромагнитн. явлениями 340, 343, x-лучи 778, трубка рентгена 779, вторичн. лучи 788, действие рентгенов. лучей 796, магнитн. поле конвекционн. токов 884, 887, теория радиоактивн. распада 898.
- Roiti.** Абсолютн. измер. сопротивл. 23.
- Rood.** Вариация способа Сименса 40.
- Rosa.** Абсолютн. измер. сопротивл. 25, определ. величины „v“ 300.
- Rosa и Dorsey.** Определ. величины „v“ 299, 300.
- Rosa and Grover.** Самоиндукция 207.
- Rosa, Vinal и Mc. Daniele.** Исслед. серебрян. вольтметра 93.
- Rosenthal.** Микрогальванометр 108, исслед. дисперсии и поглощ. 527.
- Rosse.** Влиян. светов. лучей на проводим. 60.
- Rowland.** Выбор главн. практич. единиц 15, абсолютн. измер. сопротивл. 23, 24, магнитн. поле конвекц. тока 296, 884, определ. величины „v“ 296, ток Rowland'a 883.
- Rowland и Bell.** Влиян. магнитн. поля на электродвиж. силу 2.
- Rowland, Kimball и Duncan.** Абсол. измер. сопротивл. 24.
- Rubens.** Измер. сопротивл. 37, болометр 409, опыти. изучение стоячих волн в проволоках 424, показатель преломления и поглощения электрич. волн 429.
- Rubens и Arons.** Показат. преломл. и поглощ. электрич. волн 425.
- Rubens и Aschkinass.** Исслед. дисперсии и поглощения 524.
- Rubens и Baeyer.** Исслед. дисперсии и поглощения 525.
- Rubens и Hollnagel.** Применение интерферометра 525.
- Rubens и Ladenburg.** Исслед. дисперсии и поглощен. 534, фотоэлектр. эффект 833.
- Rubens и Nichols.** Метод остаточн. лучей 524.
- Rubens и Wood.** Исследов. дисперсии и поглощения 525, 533.
- Rudert.** Влиян. светов. лучей на проводимость 63.
- Rudolfi.** Проводим. сплавов 49.
- Rühmelin.** Длина крукса темного пространства 729.
- Ruhmer.** Влиян. светов. лучей на проводимость 59, 60.
- Runge.** Явление Zeemann'a 561.
- Russ и Makower.** Радиоактивн. отдача 927.
- Russel.** γ -лучи 925.
- Rutherford.** Магнитн. детектор 409, радиоактивный распад 643, определ. подв. ионов 696, 699, 710, иониз. рентгенов. лучами 795, действие рентгенов. лучей 796, измер. ионизац. токов 904, исслед.

- α -лучей 913, продукты распада радия 935.
- Rutherford** и **Allen**. Общие свойства газов 682.
- Rutherford** и **da C. Andrade**. γ -лучи 924.
- Rutherford** и **Geiger**. Опыты с отдельн. α -частицами 915, 916, 918, элементы от урана до радия 933.
- Rutherford** и **Gooke**. Общ. свойства газов 682.
- Rutherford** и **Robinson**. β -лучи 919, явления при радиоактивн. излучении 928.
- Rutherford** и **Royds**. Опыты, с отдельн. α -частицами 918.
- Rutherford** и **Soddy**. Теория атомн. распада 898.
- Rutherford** и **Townsend**. Воссоединение ионов 689.
- Sackur** и **Tetrade**. Приложение теории **Piank'a** к газам 676.
- Sagnac**. Вторичн. лучи 788.
- Salomonson**. Струнный гальванометр 114.
- Salvioni**. Нормальн. эталон. легальн. ома 16.
- Sano**. Условие системы электр. жидкостей 6.
- Sargent** и **Dodds**. См. **Dodds** и др.
- Savary**. Метод изучения колебательн. разряда 377.
- Schakspear**. Влиян. магнитн. поля на модуль Юнга 3.
- Schäfer** и **Gross**. Преломл. электр. лучей 419, полн. внутр. отраж. 486.
- Schäfer** и **Langwitz**. Диффракция электр. лучей 421.
- Schenk**. Проводим. сплавов 49.
- Schidlorf** и **Murzinowska**. Элементарн. количество электричества 947.
- Schlömlich**. Электр. детектор 410.
- Schmidt**. Тепловые гальванометры 147, действие каналов. лучей 774.
- Schmoluchowski**. Опаlescенция 642.
- Scholl**. Влиян. светов. лучей на проводим. 63, выверка электрометров 128.
- Schönrock**. Гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика 493.
- Schrader**. Ртутн. эталоны 26.
- Schrott**. Влиян. светов. лучей на проводимость 59.
- Schulze**. Проводим. сплавов 48.
- Schuster**. Электронная теория 303, катодн. лучи 739, 745.
- Schuster** и **Hemsalech**. Электр. искра 829.
- Schuster** и **Rayleigh**. См. **Rayleigh** и др.
- Schweidler**. Опыты с отдельными α -частицами 918.
- Schweiger**. Гальванометр 97.
- Schweitzer**. Химич. реакции в магнитн. поле 2, влиян. намагнич. на теплопроводность 7.
- Seeliger**. Действие каналовых лучей 774.
- Seitz**. Катодные лучи 753.
- Sellmeyer**. Электромагнитн. теория света 438, теория дисперсии 512.
- Senier**. Полное внутреннее отражение 488.
- Serrasain** и **de la Rive**. Скорость распростран. волн в проволоках 412, — — — в воздухе 415, сложн. резонанс 415.
- Sève**. Измер. пондеромоторн. действия на ток 163.
- Shea**. Оптика металлов 546.
- Shepart**. Медный вольтметр 94.
- Shida**. Определ. величины „v“ 299.
- Shimizu**, **Honda** и др. См. **Honda** и др.
- Sidgwick Mrs.** и **Rayleigh**. См. **Rayleigh** и др.
- Siemens Werner**. Единица сопротивления 14, метод применения дифференциального гальванометра 33, способ Сименса (разряд конденсатора) 39, сопротивл. чистых металлов 46, не-металлов 51, влиян. светов. лучей на проводимость 60, приборы с применением селена 62, 63, гальванометр 105.
- Siertsema**. Магнитн. вращ. плоскости поляр. 571, явление **Faraday'**я 581.
- Simon**. Прерыватель 228, затухание колебаний 386, катодн. лучи 749, вольтова дуга 814, 821, 823.
- Simpson**. Влиян. магнитн. поля на проводимость 69.
- Simpson** и **Wright**. Радиоактивн. обыкновенн. веществ 941.
- Sirk**. Влиян. магнитн. поля 733.
- Sissingh**. Оптика металлов 545, магнитн. явление **Kerr'**а 588.
- Skinner**. Фарадеево теплое пространство 730.
- Smith H. F.** Влиян. механ. воздействий на сопротивл. металлов 57, исслед. серебряного вольтметра 93.
- Smith Willoughby**. Влиян. светов. лучей на проводим. 59, норм. элемент 137.
- Smith, Mather** и **Lovry**. Определ. электрохимич. эквивалента серебра 92.
- Soddy**. γ -лучи 925.
- Sommerfeld**. Электр. эффект 255, беспроволочн. телеграф 433, распростран. электромагнитн. волн в поглощающем диэлектрике 514, 516, явление **Zeemann'**а 563, рентгеновы лучи 780, 786.

- Sommerfeld** и **Debye**. Физич. значение элементарн. количества действия 667.
- Spadavecchia**. Влиян. магнитн. поля на висмут и его сплавы 9.
- Stark**. Явление Zeemann'a 568, физич. значение элементарн. количества действия 669, аномальн. катодн. падение потенциала 727, явление Допплера в канальных лучах 773, вольтова дуга 815, 819, явление Stark'a 949.
- Statesku**. Влиян. магнитн. поля на диэлектрич. постоянную 8.
- Stefan**. Теплоемк. намагниченного и ненамагниченн. железа 6, магнитн. защита гальванометра 107, самоиндукция 208, электрич. эффект 255.
- Stettinheimer**. Явление Zeemann'a 565.
- Steubing**. Исслед. дисперсии и поглощения 540.
- Stevens**. Влиян. магнитн. поля на модуль Юнга 3.
- Stewart**. Теория гальванометров 113.
- Stewart** и **Schuster**. Влиян. магнитн. поля на проводимость 70.
- Stokes**. Полное отражение 488.
- Stone**. Проводим. чистых металлов 47.
- Stoney**. Электронная теория 303.
- Strecker**. Эталоны сопротивления 25.
- Strecker** и **Kohlrausch**. Нормальн. эталоны легальн. ома 16.
- Streinitz**. Проводим. чист. металлов 45, влиян. структуры вещества на сопротивление 57.
- Strouhal** и **Barus**. Влиян. магнитн. поля на термоэлектродвижущую силу 8, метод калиброванных проволок 31, влиян. структуры вещества на проводимость 57.
- Struck**. Фарадеево теплое пространство 731.
- Strutt**. Проводим. чистых металл. 46, отражен. от поглощающих тел 522.
- Stuhlmann**. Фотоэлектрич. эффект 833.
- Swann**. Исслед. тока Roentgen'a 894.
- Tanakadaté**. Формула для применения синус-гальванометра 154.
- Taudin-Chabot**. Индукционн. инклинометр 157.
- Taylor**. Закон изменен. ионизац. с расстоянием 912.
- Tegetmeyer**. Проводим. не-металлов 53.
- Tesla**. Трансформатор 391.
- Thomson, Ayrton** и **Perry**. Опред. величины „v“ 299.
- Thomson Elihu**. Механич. взаимод. между индукц. токами 249.
- Thomson G. H.** Диффракция электрич. лучей 421.
- Thomson J. J.** Проводим. чистых металлов 44, влиян. магнитн. поля на проводимость 66, модели электромагнитн. поля 217, опред. величины „v“ 300, атомн. строение электрич. 303, гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика 497, исслед. дисперсии и поглощения 536, оптика металлов 541, испускание электричества раскаленн. металлами 642, подвиж. ионов 710, распред. потенциалов 724, прохождение электрич. через разреженные газы 734, катодные лучи 746, 748, 751, 765, вторичн. катодн. лучи 764, каналовые лучи 768, обратные лучи 772, теория электромагнитн. импульсов 780, вторичн. лучи 789, ионизация рентгенов. лучами 795, механизм вольтовой дуги 919, фотоэлектрич. эффект 832, электронн. теория гальвано- и термомагнитн. явлений 878, элемент. количество электричества 945.
- Thomson J. J.** и **Rutherford**. Модуль атома 668, теор. ионизац. газов 685.
- Thomson J. J.** и **Scarle**. Опред. величины „v“ 300.
- Thomson S.** Магнитн. поле, вызыв. токами смещения в покоющ. диэл. 894.
- Thomson W. (Lord Kelvin)**. Влиян. магнитн. поля на термоэлектродвиж. силу 8, выбор главн. практич. единиц 15, мост Томсона 38, проводим. чистых металлов 45, влиян. механ. воздействий на сопротивл. металлов 57, влияние магнитного поля на проводимость 65, измер. силы тока 85, ампер-весы 91, гальванометр 99, измер. напряж. искusstв. магнитн. полей 163, колебательный разряд 375, отраж. и преломл. двух изотропных, прозрачн. диэлектриков 47, гипотеза абсолютно сжимаемого эфира 475, гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектриков 497, электронн. теория металлов 854.
- Thomson W.** и **King**. Опред. величины „v“ 299.
- Todd**. Опред. подвиж. ионов 699.
- Toepler**. Воздушн. успокоитель 109, измер. гориз. слагаем. напряж. земного поля 151.
- Tomlinson**. Влиян. магнитн. поля на внутреннее трение железа 5, — намагниченния на теплопроводность 7, — механич. воздействий на сопротивл. ме-

- таллов 57, — магнитн. поля на проводимость 65.
- Tooli.** Оптика металлов 544.
- Townsend.** Диффузия ионов 691, подвиж. ионов 710, ионизация через столкновение 711, опред. величины тока 718, вторичные лучи 788.
- Trenkle.** Энергия рентгенов. лучей 785.
- Trève.** Влиян. магнитн. поля на число колебаний камертона 4.
- Trouton и Klemencić.** Поляриз. электрич. лучей 422.
- Trouton и Noble.** Опыт (принцип относительности) 348.
- Trowbridge.** Прерыватель 228, оптика металлов 543.
- Trowbridge и Pensore.** Влиян. намагнич. на теплопроводность 6.
- Turrentine.** Водян. вольтметр 96
- Tyndall.** Подвижность ионов 709.
- Uller.** Беспроволочн. телеграф 433.
- Urbach.** Влиян. магнитн. поля на электродв. силу 3.
- Van Aubel.** Влиян. магнитн. поля на диэлектр. постоянную 71, — — — — явление Пельтье 9, проводим. чистых металлов 43, — не-металлов 52, влиян. светов. лучей на проводим. селена 61, — магнитн. поля на проводимость 66, явление Nernst'a 871, продольн. термомагнитн. разн. потенциалов 872.
- Van Aubel и Paillot.** Связь проводим. с другими свойствами вещества 54.
- Van der Waals.** Элементарн. количество электричества 945.
- Van Everdingen.** Проводим. чистых металлов 47, явление Hall'я 862, 868, явление Nernst'a 871.
- Vasilesko-Karpen.** Исслед. магнитн. поля конвекционн. токов 885.
- Vassura.** Проводим. чистых металлов 46.
- Vegard.** Поляриз. рентген. лучей 785.
- Venske.** Индукционн. инклинометр 157.
- Vincent.** Проводим. чистых металлов 47.
- Vincenti и Omodei.** Проводим. чистых металлов 46.
- Voege.** Измер. напряж. искусств. магнитн. полей 165.
- Volkmann.** Катюшки гальванометров 107, пользование гальванометрами 116, 117, шунт 118.
- Voigt.** Проводим. чистых металлов 44, 47, полное внутр. отражение 488, отражение от поглощающих тел 522, оптика металлов 544, 546, магнитн. вращ. плоскости поляризации 573, явл. Faraday'я 582.
- Voigt и Enderle.** Двойн. лучепреломление 593.
- Voigt и Hansen.** Двойн. лучепреломление 578.
- Voigt и Wiechert.** Двойн. лучепреломление 578.
- Wachsmuth и Ramberger.** Влиян. магн. поля на проводимость 69.
- Wagner.** Затухание колебаний 386.
- Wadsworth.** Астатич. система 105, гальванометр 111.
- Wadsworth и Rayleigh.** См. Rayleigh и др.
- Walter.** Прерыватель 229, исслед. дисперсии и поглощ. 527.
- Warburg.** Установл. основн. единиц 17, 18, проводим. не-металлов 53, общие свойства металлов 681.
- Wartenberg.** Оптика металлов 544.
- Wartmann.** Влиян. магнитн. поля на число колебаний камертона 4, влиян. давления на проводим. металлов 58.
- Walter и Pohl.** Рентгеновы лучи 780, интерференция рентгенов. лучей 798.
- Weber F.** Абс. измер. сопротив. 25, связь провод. с другими свойствами вещества 54.
- Weber H. F.** Абс. измер. сопротивл. 23, проводим. сплавов 49, измер. силы тока 81.
- Weber W.** Способы абсолютн. измер. сопротивл. 19, бифилярн. гальванометр 84, электродинамометр 86, гальванометр 98, 122, явление индукции 200, 202, электронн. теор. металлов 839.
- Webster.** Самоиндукция 207, опред. величины „v“ 300.
- Wehnelt.** Электролитич. прерыватель 246, распред. потенциала 723, катодные лучи 742, 750, энергия рентгенов. лучей 785, испускание электричества накаленными телами 816.
- Wehner.** Фарадеево темное пространство 732.
- Weinstein.** Коэфф. взаимн. индукции 210, отрицание эфира 357.
- Weiss.** Астатическ. система 106, гальванометр 11, измер. пондеромоторн. действия на ток 163, электромагнит 559.
- Weiss и Cotton.** Явление Zeemann'a 565.
- Weiss и Disselhorst.** См. Disselhorst и др.
- Wellisch.** Подвиж. ионов 710.
- Wernicke.** Оптика металлов 542.
- Wertenstein.** Радиоактивная отдача 927.
- Weston.** Кадмиевый элемент 136.

- Westphal.** Падение потенциала 728.
- Whan.** Электронн. теория металлов 854.
- Wheatston.** Единица сопротивления 14, метод моста Ветстона 34.
- Wheller.** Оптика металлов 544.
- Whiddington.** Поглощ. катодн. лучей 760, энергия рентгенов. лучей 785, характеристич. лучи 792, 793.
- White.** Пользов. гальванометрами 116, компенсационн. аппарат 136.
- Wiechert.** Электрон. теория 303, катодн. лучи 752, теор. электромагнитн. импульсов 780.
- Wiedemann.** Влиян. намагнич. на деформацию железа 5, — способа абсолютн. измер. сопротивл. 19, 20, метод калибр. проволок 31, гальванометр 98, 115, коэфф. взаимн. индукции 210, исслед. дисперсии и поглощения 527, катодн. лучи 739, 756.
- Wiedemann и Franz.** Закон Wiedemann'a-Franz'a 844.
- Wiedeberg.** Интерференция электрич. лучей 420.
- Wien.** Измер. сопротивл. 37, индукционные весы Hughes'a 39, коэффич. самоиндукции катушки 213, новые электромагнитн. основы механики 366, теория резонансн. кривых 383, затухание колебаний 385, колеб. связанных вибраторов 390, беспроводн. телеграф 432, закон смещения Вина 616, каналовые лучи 765, 767, электронн. теория металлов 847, 855.
- Wiener.** Отраж. и преломл. двух изотр. прозрачн. диэлектриков 477, оптика металлов 544.
- Wien и Disselhorst.** Измер. силы тока 89.
- Wild.** Бифилярн. метод 154.
- Wilkes, Duncan и др.** См. Duncan и др.
- Williams.** Проводим. чистых металлов 45, влиян. механ. возд. на сопротивление металлов 57, 58.
- Wills.** Магнитн. защита гальванометра 107.
- Willows.** Проводим. сплавов 49, фарадеево темное пространство 732.
- Wilson.** Баллистич. гальванометр 121, электроскоп 129, опыты с электромагнитн. явлениями 340, оптика металлов 541, общ. свойства газов 682, наклонный электроскоп 719, распред. потенциалов 725, ионизация рентгенов. лучами 795, испускание электронов накаливаемыми телами 818, электронная теория металлов 852, опыты с отдельными α -частицами 915, элементарн. количество электричества 945.
- Wilson и Gold.** Подвиж. ионов 709.
- Witkowski.** Влиян. механич. воздействий на сопротивл. металлов 57.
- Witte.** Энергия электромагнитн. поля 218, существов. эфира 357.
- Wolf.** Проволочн. эталоны 27, влиян. магнитн. поля на провидим. 69.
- Woltz.** Катодн. лучие 748, β -лучи 920.
- Wood.** Исслед. дисперсии и поглощ. 530, 539, магнитн. вращ. плоскости поляризации 574.
- Wood и Gray.** См. Gray и др.
- Wood и Pender.** Магнитн. поле движущ. заряженн. газов 894.
- Wroblewski.** Проводим. чистых металлов 45.
- Wright.** Ртутный вольтметр 97.
- Wulf.** Электроскоп 129.
- Yamaguchi.** Явление Nernst'a 871.
- Zahn.** Влиян. магнитн. поля на проводим. 68, явление Hall'я 862, 866, продольн. гальваномагнитн. тепловое явление 870, явление Leduck'a 871, электронная теория гальвано- и термомагнитн. явл. 876.
- Zakrzewski.** Оптика металлов 541.
- Zeeman.** Показатель преломления и поглощ. электрических волн 429, электромагнитн. теория света 438, оптика металлов 545, явление Zeeman'a 555, магнитн. явление Kerr'a 587.
- Zehnder.** Цендеровская трубка 407, преломл. электрич. лучей 413.
- Zeleny.** Опред. подвиж. ионов 697, 710.
- Zenneck.** Индукция в сплошн. телах 253, 255, измер. затухания колебаний 379, влиян. искры на затухание колебаний 385, беспроводн. телеграф 433.

94593

ОГЛАВЛЕНИЕ ТОМА V.

Учение о магнитных и электрических явлениях.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

Постоянное магнитное поле.

Продолжение.

Глава девятая. Влияние магнитного поля на находящиеся в нем тела.

	Стр.
§ 1. Введение	1
§ 2. Химические реакции, электродвижущие силы и кристаллизация	2
§ 3. Упругость, внутреннее трение и поверхностное натяжение	3
§ 4. Упругость пара, теплоемкость и теплопроводность	5
§ 5. Диэлектрическая поляризация, термоэлектродвижущая сила, явление Пельтье и растворы	7
Литература	9

Глава десятая. Некоторые электрические измерения и их результаты.

§ 1. Введение	12
§ 2. Выбор трех главных практических единиц. Ом, ампер и вольт	13
§ 3. Абсолютное измерение сопротивлений; определение ома	18
§ 4. Эталоны сопротивления	25
§ 5. Главнейшие способы измерения сопротивлений	31
§ 6. Некоторые результаты исследования проводимости. Чистые металлы	41
§ 7. Продолжение. Сплавы	47
§ 8. Продолжение. Не-металлы	50
§ 9. Связь проводимости с другими свойствами вещества	54
§ 10. Влияние структуры. Влияние механических воздействий	57
§ 11. Влияние световых и иных лучей; селен	58
§ 12. Влияние магнитного поля	64
Литература	71

Глава одиннадцатая. Измерение силы тока, электродвижущей силы и напряжения магнитного поля.

§ 1. Измерение силы тока	80
§ 2. Гальванометры	97
§ 3. Баллистический гальванометр	119
§ 4. Измерение разностей потенциалов	124
§ 5. Измерение работы тока	139

	Стр.
§ 6. Калиброванные (технические) приборы для измерения сил тока и разностей потенциал в	144
§ 7. Измерение горизонтальной слагаемой напряжения земного поля	148
§ 8. Измерение величин V , δ и i ; вариационные приборы	155
§ 9. Измерение напряжения искусственных магнитных полей	160
Литература	160

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ.

Переменное магнитное поле.

Глава первая. Введение.

§ 1. Общие замечания	173
§ 2. Основания векториального анализа. Свойства векторов	174
§ 3. Основания векториального анализа. Векториальные поля	181
§ 4. Предварительная заметка о радиоактивных явлениях	190
Литература	194

Глава вторая. Индукция.

§ 1. Явление индукции	194
§ 2. Правила, определяющие направление электродвижущей силы индукции.	196
§ 3. Величина электродвижущей силы индукции	198
§ 4. Опытная проверка законов индукции	199
§ 5. Теории F. Neumann'a и W. Weber'a	201
§ 6. Самоиндукция	203
§ 7. Коэффициент самоиндукции	205
§ 8. Взаимная индукция. Коэффициент взаимной индукции	209
§ 9. Опытное определение коэффициентов взаимной индукции и самоиндукции	211
§ 10. Энергия электромагнитного поля. Модели	216
§ 11. Приложения явлений. Индукционные катушки. Прерыватели	223
§ 12. Приближенная теория индукционной катушки	229
§ 13. Переменный ток	233
§ 14. Приближенная теория трансформатора переменного тока	244
§ 15. Механические взаимодействия между токами индуктирующим и индуктируемым	248
§ 16. Индукция в сплошных телах	250
§ 17. Униполярная индукция	257
Литература	259

Глава третья. Теория Максвелла.

§ 1. Введение	264
§ 2. Уравнения Максвелла	266
§ 3. Теорема Пойнтинга и поток энергии	273
§ 4. Вектор-потенциал токов	276
§ 5. Диэлектрики и магниты	279
§ 6. Проводники и полупроводники электричества	291
§ 7. Уравнения Герца для движущихся тел	294
§ 8. Опытное определение величины „ v “	297
Литература	301

Глава четвертая. Основы электронной теории.

§ 1.	Введение	302
§ 2.	Основные уравнения электронной теории	306
§ 3.	Движение электрона в электрическом и магнитном полях	309
§ 4.	Элементарный разбор вопроса об энергии и массе движущегося электрона	314
§ 5.	Потенциалы. Уравнения для \mathcal{E} и \mathcal{H}	315
§ 6.	Силы, действующие на данную систему. Электромагнитное количество движения	320
§ 7.	Электроны, движущиеся равномерно и прямолинейно; их поле	323
§ 8.	Электромагнитная масса электрона	328
§ 9.	Диэлектрики, проводники и магниты	331
	Литература	332

Глава пятая. Принцип относительности.

§ 1.	Введение. Принцип относительности в механике Ньютона	333
§ 2.	Среда, передающая явления. Воздух и эфир	338
§ 3.	Часть опытная. Гипотезы Fitzgerald'a и Lorentz'a. Местное время Lorentz'a	342
§ 4.	Принцип относительности. Идеи Einstein'a	349
§ 5.	Следствия, вытекающие из принципа относительности	356
§ 6.	Учение Минковского	369
§ 7.	Вопрос о часах. Заключение	371
	Литература	372

Глава шестая. Электрические лучи.

§ 1.	Введение	374
§ 2.	Колебательный разряд	375
§ 3.	Методы изучения колебательного разряда	377
§ 4.	Электрический резонанс	380
§ 5.	Резонансные кривые	382
§ 6.	Способы определения периода и затухания колебаний	383
§ 7.	Затухание колебаний	385
§ 8.	Открытый вибратор	386
§ 9.	Колебания связанных вибраторов	388
§ 10.	Трансформатор Tesla	391
§ 11.	Первые опыты Hertz'a	392
§ 12.	Различные типы вибраторов	397
§ 13.	Теория открытого вибратора	399
§ 14.	Электромагнитное поле дублета (диполя) Hertz'a	401
§ 15.	Силовые линии дублета	403
§ 16.	Резонаторы	405
§ 17.	Индикаторы (детекторы) электрических колебаний	406
§ 18.	Когереры	410
§ 19.	Скорость распространения волн в проволоках	411
§ 20.	Скорость распространения свободных волн в воздухе	414
§ 21.	Сложный резонанс	415
§ 22.	Прямолинейное распространение и отражение электрических лучей	416
§ 23.	Преломление	418
§ 24.	Интерференция	419
§ 25.	Диффракция	420
§ 26.	Поляризация и двойное лучепреломление	421
§ 27.	Опытное изучение стоячих волн в проволоках	424
§ 28.	Показатель преломления и поглощение электрических волн	425
§ 29.	Беспроволочный телеграф	429
	Литература	434

	Стр.
Глава седьмая. Электромагнитная теория света.	
§ 1. Общие замечания	437
§ 2. Распространение электромагнитных волн в изотропном прозрачном диэлектрике	440
§ 3. Мнимые величины. Плоскость фаз и плоскость амплитуд. Луч	458
§ 4. Отражение и преломление на границе двух изотропных прозрачных диэлектриков	464
§ 5. Полное внутреннее отражение	482
§ 6. Гипотеза о вибраторах в молекулах диэлектрика	489
§ 7. Распространение электромагнитных волн в поглощающем изотропном диэлектрике	504
§ 8. Отражение от поглощающих тел	517
§ 9. Результаты экспериментального исследования дисперсии и поглощения	522
§ 10. Оптика металлов	540
§ 11. Распространение света в анизотропном диэлектрике	547
Литература	550

Глава восьмая. Магнитооптика и электрооптика.

§ 1. Введение	554
§ 2. Явление Зееман'а	555
§ 3. Магнитное вращение плоскости поляризации вблизи полосы поглощения	568
§ 4. Двойное лучепреломление около полосы поглощения	575
§ 5. Вращение плоскости поляризации в прозрачных телах. Явление Faraday'я	579
§ 6. Магнитное явление Керр'а	584
§ 7. Двойное лучепреломление в электрическом и магнитном полях	588
§ 8. Допустимость условия $\mu = 1$ для световых колебаний	593
Литература	594

Глава девятая. Термодинамика лучистой энергии.

§ 1. Излучение в термодинамическом равновесии	598
§ 2. Законы Кирхгофа	608
§ 3. Закон Больцманна	613
§ 4. Закон смещения Вина	616
§ 5. Термодинамическая вероятность	626
§ 6. Применение статических методов к модели идеального газа	632
§ 7. Основные законы статической механики	638
§ 8. Опытная проверка законов статической механики	640
§ 9. Применение статической механики к излучению. Теории J. H. Jeans'а и H. A. Lorentz'а	643
§ 10. Теория M. Planck'а	654
§ 11. Физическое значение элементарного количества действия h	665
§ 12. Приложение теории Планка к термодинамике материальных тел	671
Литература	677

Глава десятая. Ионизация газов.

§ 1. Общие свойства газа, находящегося в состоянии проводимости	681
§ 2. Ток насыщения	684
§ 3. Теория ионизации газов	685
§ 4. Воссоединение ионов (рекомбинация)	688
§ 5. Диффузия ионов	690
§ 6. Подвижности ионов. Подвижность и коэффициент диффузии	694

	Стр.
§ 7. Способы определения подвижностей ионов	696
§ 8. Результаты определения подвижностей ионов. Классификация ионов . .	706
§ 9. Ионизация чрез столкновение	710
§ 10. Некоторые измерительные приборы и методы измерений	715
Литература	720

Глава одиннадцатая. Прохождение электричества через газы, находящиеся под уменьшенным давлением.

§ 1. Общий вид разряда и распределение потенциала	723
§ 2. Падение потенциала в пределах катодного слоя, Круксова темного пространства и катодного свечения	726
§ 3. Длина Круксова темного пространства. Распыление катода	728
§ 4. Фарадеево темное пространство и положительное свечение	730
§ 5. Влияние сужений в трубке на форму разряда. Влияние магнитного поля. Распределение температуры. Особые формы разряда. Характеристика	732
§ 6. Теория J. J. Thomson'a прохождения электричеств чрез разреженные газы	734
Литература	736

Глава двенадцатая. Катодные лучи, каналовые и другие положительные лучи.

§ 1. Катодные лучи	738
§ 2. Катодные лучи в электрическом и магнитном полях	743
§ 3. Отношение $\frac{l}{m}$ и скорость катодных лучей	745
§ 4. Электромагнитная масса катодных лучей	754
§ 5. Разные действия катодных лучей	756
§ 6. Поглощение катодных лучей	757
§ 7. Вторичные катодные лучи	761
§ 8. Каналовые лучи	764
§ 9. Магнитное и электрическое отклонение каналовых лучей	765
§ 10. Опытное изучение каналовых лучей	767
§ 11. Другие виды положительных лучей	772
§ 12. Явление Doppler'a в каналовых лучах	773
§ 13. Действие каналовых лучей на материальные тела	774
§ 14. Положительные электроны	775
Литература	776

Глава тринадцатая. Рентгеновы лучи.

§ 1. Икс-лучи	778
§ 2. Рентгеновы трубки	779
§ 3. Природа Рентгеновых лучей	780
§ 4. Теория электромагнитных импульсов	780
§ 5. Энергия Рентгеновых лучей	783
§ 6. Поляризация Рентгеновых лучей	785
§ 7. Поглощение Рентгеновых лучей	787
§ 8. Вторичные лучи	788
§ 9. Характеристические лучи	790
§ 10. Фотоэлектрическое действие лучей	793
§ 11. Ионизация Рентгеновыми лучами	794
§ 12. Различные действия Рентгеновых лучей	796
§ 13. Скорость Рентгеновых лучей	796

§ 14.	Интерференция Рентгеновых лучей	Стр. 798
§ 15.	Опытное изучение интерференции Рентгеновых лучей	802
§ 16.	Спектроскопия Рентгеновых лучей	806
	Литература	807

Глава четырнадцатая. Вольтова дуга и искра.

§ 1.	Вольтова дуга	809
§ 2.	Ртутная дуга	811
§ 3.	Напряжение и сила тока в дуге	813
§ 4.	Испускание электронов накаленными телами	817
§ 5.	Механизм вольтовой дуги	819
§ 6.	Дуга при переменном токе	821
§ 7.	Говорящая и поющая дуга	822
§ 8.	Применения вольтовой дуги	826
§ 9.	Электрическая искра	827
	Литература	830

Глава пятнадцатая. Фотоэлектрический эффект.

§ 1.	Основные черты	831
§ 2.	Методы фотоэлектрических измерений	834
§ 3.	Законы нормального и селективного эффекта	835
	Литература	838

Глава шестнадцатая. Электронная теория металлов.

§ 1.	Общие замечания о теориях металлической проводимости	839
§ 2.	Основные уравнения электронной теории металлической проводимости	841
§ 3.	Опытная проверка и оценка основных формул электронной теории проводимости	844
§ 4.	Приложение электронной теории проводимости к явлениям излучения	848
§ 5.	Приложение электронной теории проводимости к явлениям термоэлектричества	848
§ 6.	Применение методов термодинамики к электронному газу	852
§ 7.	Попытки приложения теории квант к объяснению металлической проводимости	854
§ 8.	Вторая теория J. J. Thomson'a; теория Bohr'a	857
§ 9.	Гальваномагнитные и термомагнитные явления	857
§ 10.	Коэффициенты, соответствующие различным гальвано- и термомагнитным явлениям	860
§ 11.	Явление Hall'я	861
§ 12.	Опытное исследование остальных гальвано- и термомагнитных явлений	869
§ 13.	Некоторые связи, наблюдаемые между различными гальвано- и термомагнитными явлениями	873
§ 14.	Электронная теория гальвано- и термомагнитных явлений	874
§ 15.	Некоторые численные данные, относящиеся к электронной теории металлов	879
	Литература	880

Глава семнадцатая. Магнитное поле движущихся зарядов. Экспериментальное исследование некоторых следствий из уравнений Maxwell'a.

§ 1.	Общие замечания	883
§ 2.	Опытные исследования магнитного поля конвекционных токов, произведенные до работ А. А. Эйхенвальда	884

	Стр.
§ 3. Исследования А. А. Эйхенвальда	888
§ 4. Заключение, вытекающее из всех произведенных исследований	894
§ 5. Магнитное поле, вызываемое токами смещения в покоящемся диэлектрике	894
§ 6. Электрическое поле переменного магнитного поля	895
Литература	896

Глава восемнадцатая. Радиоактивность.

§ 1. Введение	897
§ 2. Ионизация, как мера радиоактивности	902
§ 3. Способы измерения ионизационных токов, употребляемые в исследованиях радиоактивности	903
§ 4. Законы радиоактивных превращений	906
§ 5. А-лучи; закон изменения ионизации с расстоянием	909
§ 6. Отклонение α -лучей, скорость и заряд их	913
§ 7. Опыты с отдельными α -частицами	915
§ 8. В-лучи	919
§ 9. Г-лучи; вторичные лучи; радиоактивная отдача	924
§ 10. Явления, происходящие при действии радиоактивных излучений	927
§ 11. Перечень радиоактивных элементов; зависимости между ними	929
§ 12. Элементы от урана до радия	932
§ 13. Продукты распада радия	934
§ 14. Ряды актиния и тория	939
§ 15. Радиоактивность обыкновенных веществ	941
Литература	942

Глава девятнадцатая. Об элементарном количестве электричества и о числе Авогадро	945
Литература	949

Добавление к главе восьмой	949
Литература	952

Предметный указатель	954
Указатель русских авторов	958
Указатель иностранных авторов	959

ВАЖНЕЙШИЕ ОПЕЧАТКИ.

Стр.	Строка		напечатано	следует читать
	сверху	снизу		
208	4	—	линий	линии
226	—	6	попадает этот	попадает на этот
334	—	3	основной	основой
406	10	—	их разных	из разных
408	8	—	<i>ad</i> и <i>bc</i>	<i>ab</i> и <i>cd</i>
465	2	—	проводит	приводит
479	2	—	волне сил	волне линии сил
516	12	—	несмотря многочис- ленные	несмотря на многочис- ленные
541	—	10	подвижение	движение
590	—	4	колебаний полю	колебаний паралл. полю
690	—	8	ряд газа	род газа
693	—	2	заклучить, во	заклучить, что во
760	15	—	$v_0^4 - vx^4 = ax$	$v_0^4 - v_x^4 = ax$
893	.		перевернут рис. 302.	
908	—	11	выделяющая	выделяющаяся

