

В.А. Уткевич

**Сборник
задач и упражнений
по логике**

2004

УДК 16(075.8)
ББК 87.4 я 73
У 84

Автор: кандидат философских наук, доцент кафедры философии УО «ВГУ им. П.М. Машерова»
В.А. Уткевич

Рецензент: кандидат философских наук, доцент философии УО «ВГУ им. П.М. Машерова»
В.М. Бородич

Сборник задач и упражнений по логике предназначен для студентов всех специальностей. Отдельные задачи могут быть использованы на занятиях по математике со старшими школьниками. Задачи сгруппированы по 6-ти темам, в начале каждой темы идет небольшой теоретический материал, необходимый для успешного решения задач.

УДК 16(075.8)
ББК 87.4 я 73

© Уткевич В.А., 2004
© УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2004

Введение

При решении предложенных вам задач помните:

1. Многие задачи носят проблемный характер и не имеют однозначного решения. Ответ в них зачастую зависит от того, какую именно содержательную интерпретацию вы придадите основным понятиям, используемым в условии задачи.

2. При решении задачи необходимо строго придерживаться условия и не вводить в него никакой дополнительной информации.

3. Иногда задача сформулирована в шутливой форме. Но, несмотря на это, для своего правильного решения она требует такого же серьезного подхода, как и все остальные.

4. Структура задачника построена таким образом, что некоторые задачи можно решить при условии решения предыдущих.

5. Не все задачи одинаковы по сложности. Поэтому, если вы не сумели решить какую-то из них, то не расстраивайтесь. Найдите задачу проще и решайте ее.

Тема: Предмет логики

Логика – это наука о правильных умозаключениях, то есть о таких умозаключениях, с помощью которых из истинных посылок можно получить истинные выводы. Существует большое число способов построения этих умозаключений, с некоторыми из них вы познакомитесь в дальнейшем на занятиях по логике. Эти правила носят формальный характер. Однако, отдельные студенты, обладая определенными практическими навыками и сообразительностью, могут решать логические задачи, то есть строить цепочки правильных умозаключений, никогда не изучав логики и не зная формальных способов построения правильных умозакключений. Как это они делают, можно проиллюстрировать (конечно, в весьма приблизительном виде) на примере решения следующей задачи.

Три студента – Иванов, Петров и Сидоров получили на экзамене по логике три различные оценки: «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно». Товарищам по группе Иванов сказал, что он получил «удовлетворительно». Петров же заявил, что он не получал «удовлетворительно», а Сидоров сказал, что он не получал «отлично». Известно, что только один из студентов сказал истину, а два других солгали. Какую оценку получил каждый из этих студентов?

Решение. Очевидно, что если Иванов сказал истину, то тогда и Петров тоже сказал истину, а два человека истину сказать не могли. Следовательно, Иванов солгал, а оценку «удовлетворительно» Иванов получить не мог. Если Петров сказал истину, то он тоже не получил оценку «удовлетворительно», но тогда эту оценку получил Сидоров. А, следовательно, Сидоров сказал истину. Но два человека истину сказать не могут, следова-

тельно, и Петров солгал. На самом же деле Петров получил оценку «удовлетворительно». Таким образом, истину мог сказать лишь Сидоров. И он действительно не получил «отлично», но не мог он получить и «удовлетворительно». Значит, Сидоров получил оценку «хорошо», а оценку «отлично» получил Иванов.

Ну, а теперь приступим к решению. Творческих вам успехов!

1.1. В трех коробках лежат белые, черные и серые шары. Известно, что надписи на коробках вначале соответствовали их содержимому, но затем были переклеены таким образом, что в каждой из коробок, надписи стали не соответствовать содержимому этих коробок. Можно ли, открыв только лишь одну из коробок, с помощью логических рассуждений выяснить: шары каких цветов находятся в каждой из двух оставшихся закрытыми коробок?

1.2. На острове живут два типа людей: лжецы и не-лжецы. Известно, что первые всегда лгут, но лгут поневоле, не понимая того, что они говорят ложь. То есть они лгут не потому, что хотят кого-то обмануть, а потому что любую истину считают ложью, а ложь – истиной. Вторые же никогда не лгут. Одному из жителей острова задали вопрос: «К какому типу островитян вы относитесь?» «Я думаю, что я лжец», – ответил, он. К какому типу людей относится этот островитянин?

1.3. На сказочном острове живет 100 человек. Каждый житель этого острова либо лжец, либо не лжец. Известно, что по крайней мере один житель этого острова является лжецом, а из любой произвольно выбранной пары жителей этого острова по крайней мере один человек лжецом не является. Сколько жителей данного острова являются лжецами?

* * *

В следующих задачах вы будете иметь дело с Волками и Красными Шапочками. Известно, что первые всегда лгут, а вторые всегда говорят истину.

1.4. Вы встретили четырех обитателей леса и спросили их: «Кто вы?». Лесные жители ответили вам следующим образом: первый житель: «Среди нас нет ни одного Волка». Второй житель: «Среди нас есть по крайней мере один Волк». Третий житель: «Все они Волки, одна я – Красная Шапочка». Четвертый житель: «Среди нас есть и Волки, и Красные Шапочки». Определите, кто из встретившихся вам жителей леса был Волком, а кто Красной Шапочкой?

1.5. Во второе свое посещение леса, вы встретили новых четверых его обитателей. На вопрос: «Кто вы?» жители леса дали такие ответы. Первый житель: «Среди нас ровно один Волк». Второй житель: «Все мы Волки». Третий житель: «Половина из нас Волки, а половина – Красные Шапочки». Четвертый житель: «Красных Шапочек среди нас меньше, чем Волков». Выясните, кто был каждый из встретившихся вам в этот раз жителей?

1.6. В третий раз вам встретились 4 немногословных лесных жителя. На уже ставшим традиционным вопрос: «Кто вы?» они ответили таким образом. Первый житель: «Все мы Красные Шапочки». Второй житель:

«Первый солгал». Третий житель: «Волков и Красных Шапочек среди нас одинаковое число». Четвертый житель: «Третий солгал». Кем был каждый из встретившихся вам в этот раз жителей?

1.7. В четвертый раз вам повстречались очень хитрые жители леса, число которых ничем не отличалось от числа жителей леса, повстречавшихся вам в предыдущий раз. На вопрос: «Кто вы?» был дан следующий ответ от первого жителя: «Все мы Волки». Второй житель, сказал какую-то фразу, а третий и четвертый поступили очень хитро: они просто повторили эту фразу. Причем, второй житель сказал такую фразу, услышав которую вы можете точно, сказать: кем был каждый из этих жителей леса. Что именно сказал второй житель?

1.8. В следующий раз вы встретили в лесу всего лишь двух его жителей. На вопрос: «Кто вы?» первый житель ответил: «Я – Красная Шапочка». Второй житель сказал фразу ровно из трех слов, на основании которой можно однозначно выяснить, кем был каждый из встреченных вами обитателей леса. Что именно сказал второй житель?

1.9. Войдя в лес, Вы увидели 8 его жителей, сидящих на земле. Один из сидящих встал, посмотрел на остальных семерых и сказал: «Все они Волки», – и скрылся. Затем встал ещё один лесной житель, посмотрел на остальных шестерых и сказал: «Все они Волки», – и также удалился. Аналогичным образом поступили ещё четверо сидящих. А когда на земле осталось только двое жителей, один из них встал и сказал про себя и оставшегося на земле: «Мы оба Волки». Кто из встретившихся Вам на этот раз был Волком, а кто Красной Шапочкой?

1.10. И на этот раз, придя в лес, Вы увидели 8 его обитателей, сидящих на земле. Один из них встал, посмотрел на сидящих и сказал: «На земле сидит больше Волков, чем не Волков». После этого он ушел, встал другой сидящий и сказал эту же фразу: «На земле сидит больше Волков, чем не Волков». Затем этот житель также ушёл, а остальные из сидящих по очереди поступили точно также, как и первые два, причём вставший седьмым, говорил лишь об одном из сидевших. Можно ли однозначно определить, кто из этих лесных жителей был Волком, а кто Красной Шапочкой?

* * *

Прошёл год. За это время в лесу кроме Волков и Красных Шапочек появились ещё и Слоны, которые настроены демократично: каждый из них, беседуя с вами может как солгать, так и сказать истину. Волки же продолжают только лгать, а Красные Шапочки продолжают говорить истину.

1.11. В первый день Вы встретили четыре лесных жителя, которые на Ваш вопрос: «Вы кто?», – дали следующие ответы. Первый житель: «Среди нас ровно два Слона». Второй житель: «Слонов среди нас вообще нет». Третий житель: «Я Слон». Четвёртый житель: «Я Волк». Выясните, кто был каждый из встретившихся вам жителей леса, если известно, что двое из них солгали, а двое сказали истину.

1.12. Во второй день Вы опять встретили четырёх жителей леса. На традиционный вопрос: «Вы кто?» они дали следующие ответы. Первый житель: «Среди нас ровно два Слона и два Волка». Второй житель: «Среди нас ровно два Слона и две Красные Шапочки». Третий житель: «Среди нас ровно два Волка и две Красные Шапочки». Четвертый житель: «Я – Слон». Известно, что и на этот раз двое из говоривших солгали, а остальные двое – сказали истину. Кто был каждый из встретившихся Вам лесных жителей?

1.13. Число встретившихся Вам жителей леса на третий день не изменилось по сравнению с двумя предыдущими днями. После того, как Вы спросили их: «Вы кто?», они дали такие ответы. Первый житель: «Среди нас минимум один Слон, минимум один Волк и минимум одна Красная Шапочка». Второй житель: «Среди нас есть только Волки и Красные Шапочки». Третий житель: «Среди нас есть только Слоны и Красные Шапочки». Четвёртый житель: «Среди нас есть только Волки и Слоны». Кто был каждый из повстречавшихся Вам жителей леса, если известно, что и в этот раз двое из них солгали, а двое сказали истину.

1.14. В этот день Вы встретились всего лишь с двумя жителями леса. Первый из них сказал: «Я – Волк, а второй – Слон». Второй же сказал какую-то фразу, на основании которой можно однозначно выяснить, кем был каждый из встретившихся вам жителей. Что сказал второй?

1.15. В этот раз число встретившихся Вам обитателей леса оказалось равным четырем. Первый из них сообщил Вам, что все они Слоны. Второй не согласился с ним и сообщил, что все они Волки. Третий был не согласен с обоими и сказал, что все они Красные Шапочки. А четвертый просто указал на то, что Слоны среди них вообще отсутствуют. Известно, что среди говоривших Волки если и были, то не больше двух. Кроме того известно, что один из встретившихся Вам обитателей леса сказал истину, а трое солгали. Кем был каждый из этих лесных жителей?

1.16. На этот раз Вы встретили одну Красную Шапочку, одного Волка и двух Слонов. Первый из них сказал про второго, что тот – Слон. Третий сказал, что первый сказал истину. Второй сказал о четвёртом, что тот Красная Шапочка. Четвёртый же сказал о первом, что именно первый – Красная Шапочка. Кто из встретившихся Вам был Слоном, кто Волком, а кто Красной Шапочкой?

1.17. А на этот раз Вы встретили двух Красных Шапочек, одного Волка и одного Слона. На каждом из этих жителей была надета куртка. Причём две куртки были синего цвета, одна – желтого, а одна – фиолетового. Первый и второй жители сообщили, что на них надеты куртки синего цвета. Третий житель сказал, что на нём фиолетовая куртка, а четвёртый утверждает, что он не Слон. Куртки какого цвета были надеты на Слоне, Волке и обеих Шапочках, если известно, что Волки никогда не носят вещи жёлтого цвета?

1.18. В последний раз, посетив лес, вы встретились с 8 его обитателями, но Слонов среди них в этот раз не было. Не дожидаясь ваших вопросов, они сами сообщили вам о себе следующую информацию. Первый житель: «Среди нас ровно один Волк». Второй житель: «Среди нас ровно два Волка». Третий житель: «Среди нас ровно три Волка»... Восьмой житель: «Среди нас ровно восемь Волков». Кто из повстречавшихся вам в этот раз был Волком, а кто Красной Шапочкой?

* * *

Следующие 10 задач не объединены общей фабулой, тот кому это не нравится, может их не решать.

1.19. Весенним солнечным днем к девушке Оле подошли четверо молодых людей в белой, жёлтой, красной и голубой рубашках. Каждый из них подарил Оле ровно по одному букету цветов. Рассматривая красные тюльпаны, белые астры, голубые гвоздики и желтые розы, Оля обнаружила, что парни дарили ей цветы, цвет которых не совпадал с цветом их рубашек. Она рассказала о своем открытии новым друзьям. «Ты права, впрочем, я никогда не дарю красные цветы», – сказал парень в желтой рубашке. «А я не ношу белых рубашек» – промолвил бывший хозяин тюльпанов. «А нам не нравятся гвоздики», – заявили двое оставшихся парней. Выясните, кто какие именно цветы подарил Оле?

1.20. В чемпионате по прыжкам на собачьих упряжках участвовало 5 команд из дальнего зарубежья: «Курляндия», «Лапландия», «Латгалия», «Финляндия» и «Эстония». По окончании чемпионата выяснилось, что 1) «Лапландия» оказалась в турнирной таблице выше «Эстонии». 2) «Курляндия» стала призером. 3) «Латгалия» не попала в первую тройку команд. 4) «Эстония» не заняла последнее место. 5) «Латгалия» и «Курляндия» соседствуют в турнирной таблице с «Финляндией». Какое место заняла каждая из команд в этом чемпионате?

1.21. В следующих соревнованиях по прыжкам на собачьих упряжках участвовало уже 6 команд. Перед началом турнира страдающий склерозом корреспондент газеты «Курляндская доля» 6 дней подряд задавал капитану «Курляндии» один и тот же вопрос: «Какое место в турнирной таблице займет ваша команда?». Каждый раз капитан давал разные ответы. В первый день: «Не быть нам первыми». Во второй день: « Не быть нам призерами». В третий день: «Мы не займем последнего места». В четвертый день: «Наша команда будет либо на третьем, либо на четвертом месте». В пятый день: «Быть нам или последними или предпоследними в турнире». В шестой день «Мы займем либо первое, либо последнее место». По окончании чемпионата выяснилось, что капитан «Курляндии» 3 раза был точен, а 3 раза ошибся в своих прогнозах. Какое место в соревновании заняла команда, возглавляемая этим капитаном?

1.22. Перед вами стоят два человека: юрист и юморист. Юрист, как принято, всегда лжет, а юморист, зная об этом свойстве юриста, всегда от-

вечает на поставленный вопрос так, как бы на него отвечал юрист. Кроме того, оба они на все вопросы отвечают односложно: либо «да», либо «нет». Какой один единственный вопрос, одному из этих людей необходимо задать, чтобы выяснить: кто из них юрист, а кто юморист?

1.23. Перед вами стоят 4 человека, 2 из них лжецы, а 2 не лжецы. Какой один единственный вопрос одному из этих людей необходимо вам задать, чтобы получив однозначный ответ (либо «да», либо «нет») разделить их на две группы, в каждой из которых будет по одному лжецу и по одному не лжецу?

1.24. Вы опять оказались в ситуации, описанной в предыдущей задаче. Можете ли вы, задав дважды один и тот же вопрос, одному и тому же человеку, разбить этих людей на две группы, одна из которых состоит только из лжецов, а другая только из не лжецов?

1.25. Встретились как-то три человека: лжец, не лжец и журналист, который, в отличие от двух первых, не страдает однообразием: он может говорить как ложь, так и истину. Первый из встретившихся сказал про третьего, что он лжец. Услышав это, второй сказал про первого, что он солгал. Третий же сказал такую фразу про второго, на основании которой можно однозначно определить: кто из троих лжец, кто не лжец, а кто — журналист. Что сказал третий про второго?

1.26. На скамейке сидят два молодых человека — негр и белый. Известно, что один из них учится в Витебском госуниверситете, а другой — нет. Негр сказал, что он не учится в вышеуказанном университете, а белый — что учится. Известно, что минимум один из них солгал. Кто из этих молодых людей учится в Витебском госуниверситете?

1.27. Студент Сидорчук учился в нашем университете 9 лет. Его папа считает, что за это время сын получил на экзаменах больше десяти отличных оценок. Мама этого студента считает, что сын получил не меньше десяти отличных оценок, а жена Сидорчука уверена, что минимум одну отличную оценку за столько лет учёбы её муж уж точно заработал. Сколько отличных оценок получил студент Сидорчук, если известно, что из трёх его ближайших родственников только один думает правильно?

1.28. Предположим, что существуют люди, которые всегда считают истину ложью, а ложь — истиной. Назовём этих людей юмористами. Может ли юморист ошибаться, думая о том, что именно он думал вчера, о том, что он будет думать завтра?

1.29. У короля были две дочери — принцессы, два тигра и два ослика. Король решил выдать своих дочерей замуж. А так как он с детства очень любил логику, то каждому из претендентов на руки принцесс он давал для решения логическую задачу. Предварительно в две закрытые комнаты король помещал по одному (и только по одному) живому существу из шести, находящихся в его распоряжении. Первому жениху король сообщил следующее. 1) В обеих комнатах находятся принцессы. 2) В обеих комнатах

ослики. 3) В первой комнате ослик, а в другой тигр. 4) Ослик только в одной из двух комнат. Из этих четырех предложений, сказанных королем, два – истинных, а два – ложных. Кто находится в каждой из комнат?

1.30. Второму жениху (первый задачу не решил) король сообщил другие предложения: 1) Что ни выберешь — все одинаково. 2) В первой комнате нет тигра, а во второй – нет ослика. 3) Тигра нет ни в одной из комнат. 4) По крайней мере, одна принцесса в комнатах найдется. Кто находится в комнатах на этот раз, если известно, что из четырех предложений одно ложное, а остальные – истинные?

1.31. Увы, и второй жених не решил задачу. Следующему претенденту король сказал, что уж в одной из комнат принцесса точно есть. А может быть и в обеих комнатах по принцессе. Затем он подвел жениха к комнатам. На первой из них была такая надпись: «Здесь принцесса, а в другой комнате – тигр». На второй комнате было написано: «Ослика нигде нет». «Учти, – сказал король, – если в комнате находится принцесса, то надпись на дверях – истинная; если тигр – надпись ложная, а если ослик, то надпись может быть как истинной, так и ложной». Определите, кто находится в комнатах на этот раз?

* * *

А теперь несколько задач о депутатах. Сбылась мечта жителей Страны Малышей. Некоторых из депутатов поймали на воровстве. Парламент дал согласие на арест Пончика, Сиропчика, Знайки и Незнайки. Но вначале нужно было выяснить кто из подозреваемых – Пончик, кто – Сиропчик, кто Знайка, а кто – Незнайка.

1.32. Первому следователю наши депутаты представились таким образом. Первый депутат: «Я – Пончик». Второй депутат: «Я – Сиропчик». Третий депутат: «Я – Иванов». Четвертый депутат: «Я – не Пончик». Известно, что Незнайка всегда лжет, Знайка всегда говорит истину, а Пончик и Сиропчик решили оба лгать, если первым из них двоих будет отвечать на вопросы Пончик, и оба говорить истину, если первым будет отвечать Сиропчик. Выясните: кто представился первым, кто – вторым, кто – третьим, а кто – четвертым?

1.33. Следователь, ничего не доняв, решил отправить наших друзей к своему коллеге. Во второй раз Пончик и Сиропчик решили оба лгать, если первым из них двоих будет отвечать на вопросы Сиропчик, и оба говорить истину, если первым будет отвечать Пончик. Незнайка опять лжет, а Знайка говорит истину. Выясните: в какой последовательности отвечали депутаты на этот раз? Известно, что на вопрос; «Кто вы?» они дали следующие ответы. Первый депутат: «Я – Знайка». Второй депутат; «Я – Незнайка». Третий депутат; «Я – Пончик». Четвертый депутат: «Я – не Незнайка».

1.34. В третий день депутатов допрашивал опять новый следователь. Он вызвал на допрос двух обвиняемых – Пончика и Сиропчика. Пончик и Сиропчик решили, что один из них будет в этот день лгать, а другой – го-

ворить истину. Следователь знает, что перед ним Пончик и Сиропчик, но не знает, кто именно Пончик, а кто Сиропчик. Кроме того, он знает, что один из них в этот день решил лгать, а другой – говорить истину. Может ли следователь, задав всего один вопрос, на который существует однозначный ответ (либо «да», либо «нет»), выяснить, кто из обвиняемых Пончик, а кто Сиропчик?

1.35. В четвертый день очередной новый следователь опять вызвал к себе Пончика и Сиропчика. Обвиняемые решили в этот день вести себя точно также как и в предыдущий день, а новому следователю известно то же самое, что было известно о них предыдущему следователю. Может ли следователь, задав всего один вопрос, выяснить: кто именно из обвиняемых (Пончик или Сиропчик) решил в этот день лгать, а кто говорит истину?

* * *

Следующие задачи носят «странный» характер. Конечно, они не имеют однозначного решения и носят скорее проблемно-творческий характер.

1.36. В одной сказочной стране приговорили к смертной казни преступника. В субботу вечером ему объявили, что приговор будет приведен в исполнение в полдень одного из дней следующей недели. О дне, в котором приговор будет приведен в исполнение, ему сообщат лишь утром того дня, когда произойдет казнь. Если же преступник узнает о дне казни раньше, чем ему об этом сообщат, то казнить в этот день нельзя. В какой день можно привести в исполнение приговор?

1.37. Кандидат педагогических наук, проведя исследование в одной из школ города Витебска, выявил следующую закономерность: чем длиннее ступня у школьника, тем, как правило, больше у него знаний по математике. Исходя из полученных результатов, педагог-новатор сделал вывод о том, что для повышения уровня математической грамотности необходимо срочно увеличить длину ступни у школьников. Что вам не нравится в рассуждениях представителя прогрессивной педагогики?

1.38. Предположим, что вы идете по улице. А навстречу вам ежик и вожык. Выясните: кто из них является ежиком, а кто вожыком? Всегда ли задача имеет решение?

1.39. Перед вами стоят два человека: юрист и журналист. Юрист, как уже отмечалось, всегда говорит ложь, а журналист говорит первое, что приходит ему в голову, то есть может и солгать, и сказать истину. Известно, что как юрист, так и журналист всегда дают лишь однозначный ответ (либо «да», либо «нет») на поставленный им вопрос.

Какой один единственный вопрос необходимо задать одному из этих людей, чтобы выяснить: кто из них юрист, а кто – журналист?

1.40. Хорошо известно, что чем суше климат, тем легче выжить больному туберкулезом, а чем влажнее климат, тем легче умереть от туберкулеза. В США самая высокая смертность от туберкулеза в штате Невада (в процентах от общего числа жителей). Однако именно в Неваде –

самый сухой климат в США. Налицо явное противоречие. Как вы можете объяснить данный парадокс?

1.41. Юрист и юморист играют в следующую игру. У каждого из них есть по литровой бутылке яда. Договорившись о встрече, они приходят на нее с полными бутылками яда и с пустыми стаканами. Садятся за стол. Затем каждый наливает в свой стакан по 200 граммов своего яда, а затем они обмениваются полными стаканами и выпивают их содержимое. В дальнейшем им разрешается запивать выпитое содержимым из своей бутылки или не запивать вообще. Любой яд из этих двух видов (а у юриста и юмориста яды совершенно разных сортов), выпитый без заливания из чужой бутылки в количестве 200 граммов и больше, через 1 час приводит выпившего к летальному исходу. Если выпить вначале яд из бутылки юриста, а затем запить ядом из бутылки юмориста, то все равно пьющего постигнет летальный исход. Но если вначале выпить стаканчик яда из бутылки юмориста, а затем в течение часа запить стаканчиком яда из бутылки юриста, то останешься цел и невредим. Итак, юрист и юморист сели за стол, налили по стаканчику своего яда, обменялись стаканами и выпили их содержимое. Затем юрист запил стаканчиком из своей бутылки и ... умер. А юморист остался жив. Почему умер юрист, хотя вроде бы он должен был выжить? Почему остался жив юморист, хотя вроде бы он должен был умереть?

1.42. Если вы решили предыдущую задачу, то ответьте на следующий вопрос: как бы поступил юрист, заранее узнав результат своей встречи с юмористом?

1.43. В одной из стран дальнего зарубежья проживают друзья Чук и Хек. Чук всегда говорит ложь по четным дням месяца и всегда говорит истину по нечетным дням месяца. Хек же наоборот лжет по нечетным и говорит истину по четным дням месяца. Представьте себе, что попав в эту страну вы встретили на улице одного из ее городов Чука и Хека. И задали каждому из них вопрос: «какое сегодня число?». «28», – ответил первый из встретившихся вам друзей. «29», – ответил второй. «А как вас зовут», – задали вы второй вопрос. «Меня Хек», – ответил первый. «А меня – Чук», – ответил второй. Кто из встретившихся вам был Чук, а кто Хек? Сколько различных решений имеет данная задача?

1.44. К речке подошли два туриста. На берегу реки стоит лодка, способная выдержать вес в 100 кг. Вес каждого из туристов 80 кг. Каждому из туристов нужно переправиться на противоположный берег реки. Плавать они не умеют, однако переправиться на нужный им берег смогли. Как они это сделали?

1.45. На съезде партии логических парадоксов любой из рассматриваемых вопросов может быть либо серьезным, либо несерьезным. Результаты голосования по серьезным вопросам всегда выполняются, по несерьезным не выполняются никогда. Прибывшие на съезд делегаты делятся на кроликов и

удавов. Кролики имеют право голосовать только при решении несерьезных вопросов. Удавы – голосовать при рассмотрении как серьезных, так и несерьезных вопросов. По ходу съезда один из удавов на полном серьезе предложил предоставить всем кроликам статус удавов. Вопрос был поставлен на голосование. Возникла проблема; имеют ли право кролики участвовать в данном голосовании? Представьте себе, что ВЫ – удав, являющийся делегатом этого съезда. Какое решение проблемы вы бы предложили съезду?

1.46. Хорошо известно, что люди иногда способны сделать такие вещи, которые оказываются лучше, чем всё, что они делали раньше. Может ли кто-нибудь сделать вещь, которая будет лучше, чем всё, что он в состоянии сделать?

1.47. «Если на клетке слона прочесть надпись «буйвол», не верь глазам своим». (К. Прутков. Мысли и афоризмы). Почему в данном случае нельзя верить своим глазам? А если на клетке со слонем Вы прочтёте надпись «слон», то можно ли будет в этом случае верить глазам своим?

1.48. Предположим, что условие предыдущей задачи выполняется, то есть на клетке слона Вы прочтёте надпись «буйвол». Что в этом случае должно быть написано на клетке с буйволом, чтобы Вы могли поверить органам своего зрения?

1.49. Каким общим свойством обладают натуральные числа «3» и «11», при условии, что этим свойством не обладают больше никакие другие натуральные числа?

1.50. Даны первые три буквы последовательности, состоящей из букв русского языка: о, д, т. Продолжите эту последовательность.

1.51. Как звали Президента Республики Беларусь в 1970 году?

1.52. Почему витебские парикмахеры предпочтут постричь двух блондинов, чем одного брюнета?

* * *

Следующие задачи предлагаются только для любителей футбола. Именно ими мы заканчиваем тему: «Предмет логики». Знание правил обязательно для их успешного решения.

1.53. В однокруговом турнире по футболу участвовали команды трёх стран: Алжира, Египта и Марокко. По окончании турнира выяснилось, что занявшая первое место команда Алжира забила три мяча. Занявшая второе место команда Египта вообще не забила ни одного мяча, а занявшая последнее место команда Марокко забила один мяч. Укажите результаты всех трех встреч, проведённых в турнире.

1.54. В следующем однокруговом футбольном турнире приняли участие вновь команды трех стран: Сирии, Ливии и Ирана. По окончании турнира выяснилось, что занявшая первое место команда Ирана забила три мяча, а пропустила мячей больше, чем любая другая из участвовавших в турнире команд. Зная, что команда Сирии заняла второе место, а команда Ливии – третье, укажите результаты всех трёх встреч, проведенных в турнире.

1.55. В следующем однокруговом футбольном турнире приняли участие уже четыре команды: Нигерия, Камерун, Эфиопия и Замбия. За все время турнира было забито всего восемь мячей, причём известно, что занявшая первое место команда Эфиопии забила меньше всех мячей. Восстановите результаты всех матчей, зная, что команда Замбии заняла второе место, команда Камеруна – третье, а команда Нигерии – последнее.

Тема: Основные законы логики

Для успешного решения задач особое внимание необходимо обратить на закон тождества, так как неверное понимание данного закона может привести и к ошибкам в использовании законов непротиворечия и исключенного третьего. Помните, что, во-первых, понятие «тождество» имеет различный смысл, в формальной логике, философии и других науках. Замена одного из них другим также является нарушением закона тождества. Во-вторых, законы логики (в том числе и закон тождества) применим только лишь к одним и тем же объектам, взятым в одном и том же отношении, в один и тот же промежуток времени. Следовательно, для того, чтобы избежать ошибок в процессе их применения, необходимо точно фиксировать содержание своих мыслей.

Наиболее полная формулировка закона тождества включает в себя два правила:

1. Нельзя по ходу рассуждений заменять какие-либо слова или словосочетания на другие, не тождественные им.

2. Нельзя по ходу рассуждений изменять смысл слов или словосочетаний.

Приведем пример на нарушение первого правила. Пусть дано следующее рассуждение: Выражения « 4×9 » и « 3×12 » тождественны, то есть совпадают. Первое число есть произведение чисел 4 и 9, а второе – произведение чисел 3 и 12. Так как исходные выражения совпадают, то совпадают, то есть равны, и числа 4 и 3, и 9 и 12. Следовательно. $4 = 3$, а $9 = 12$.

Ошибка допущена в самом начале рассуждения. Дело в том, что высказывания «два выражения тождественны друг другу» и «два, выражения совпадают» – не тождественны. А следовательно, и не могут быть взаимозаменяемыми. Приведем теперь пример на нарушение второго правила.

Даны три исходные высказывания:

Нефть – это черное золото.

Черное золото – это золото,

Золото – это металл.

Из данных посылок следует, что нефть – это металл. Такой вывод явился следствием нарушения закона тождества. По ходу рассуждений смысл слова «золото» поменялся. В первом предложении это слово употреблялось в смысле какой-то ценности вообще. В третьем данное слово означало химический элемент.

Если закон тождества нарушен, то бессмысленно проверять законы непротиворечия и исключенного третьего. Какое противоречие существует между высказываниями «Иванов умеет играть в шахматы» и «Иванов не умеет играть в шахматы» если в них речь идет о разных людях! Очевидно, что никакого! Вот почему, прежде чем говорить о противоречиях, проверьте, а не нарушен ли в условии задачи закон тождества? А теперь перейдем к решению задач.

2.1. Какой из основных законов логики нарушен в следующем древнегреческом софизме?

Перед Электрой стоит ее родной брат Орест, покрытый одеялом таким образом, что она не видит его. На вопрос: «Знаешь ли ты этого человека» – Электра отвечает: «Нет». Но ведь перед ней находится ее брат, которого она безусловно знает. Следовательно, Электра и знает, и, одновременно, не знает своего брата.

2.2. Известно, что А.С. Пушкин был современником Льва Толстого, а Лев Толстой – современником Сергея Есенина. Можно ли из этого сделать вывод о том, что Сергей Есенин был современником А.С. Пушкина?

2.3. Найдите ошибку в нижеприведенном рассуждении, в котором предлагается следующий способ вывода уравнения окружности в декартовой системе координат.

Пусть произвольная точка А окружности имеет текущие координаты (х; у). Соединим точку А с точкой начала координат О (0; 0). Обозначим расстояние от точки О до точки А буквой К, то есть $OA = K$. Тогда по теореме Пифагора $K^2 = x^2 + y^2$. Искомое уравнение выведено.

2.4. На берегу речки сидят два человека: белый и негр. Негр говорит: «Я – негр». Белый говорит: «Я – не негр». Очевидно, что оба высказывания – истинны. Обозначим первое предложение «а», тогда второе будет его отрицанием «не-а». Следовательно, «а» и «не-а» – одновременно истинны. Таким образом, мы показали, что закон непротиворечия не выполняется. Какая ошибка была допущена в нашем рассуждении?

2.5. Древнегреческого философа Фалеса спросили: «Что возникло раньше: ночь или день? «Ночь – на один день», – ответил Фалес. Нет ли в его ответе логического противоречия?

2.6. Старинная студенческая шутка гласит: «Кто много учится, тот много знает. Кто много знает – много забывает. Кто много забывает, тот мало знает, а кто мало знает, тот мало забывает. Кто мало забывает, тот много знает... и т.д. Так зачем же тогда учиться?» Нарушение какого закона логики лежит в основе этой шутки?

2.7. Из уравнения $\sin = 0$ путем тождественных преобразований легко получить уравнение $0 = \sin$. Почему же мы тогда говорим, что синус икс равен нулю, и не говорим, что ноль равен синусу икс?

2.8. У древнегреческого философа Протагора было такое высказывание: «Человек – мера всем вещам – существованию существующих и не-

существованию несуществующих». Нарушил ли Протогор в этом высказывании какой-то из основных законов логики?

2.9. «Одному мужику хотелось есть. Он купил калач и съел – ему все еще хотелось есть. Купил другой калач и съел – ему все еще хотелось есть. Он купил третий калач и съел – ему все еще хотелось есть. Потом он купил баранку, и когда съел одну, стал сыт. Тогда мужик ударил себя по голове и сказал: «Экой я дурак! Что тоже я напрасно съел столько калачей? Мне бы надо сначала съесть одну баранку» (Три калача и одна баранка. Русская народная сказка). Какую логическую ошибку совершил герой сказки в своих рассуждениях?

2.10. «В силу какого-то совпадения, какими жизнь нередко нас поражает, наши цели не противоречат друг другу, хотя они далеко не однозначны» (Б. Райнов. Тайфуны с ласковыми именами). Может ли с точки зрения логики существовать такое положение дел?

2.11. Покажем, что отрицание высказывания и само это высказывание могут быть одновременно ложными. Возьмем в качестве исходного такое высказывание:

В этом предложении шесть слов.

Так как в данном предложении всего пять слов, то высказывание ложно. Построим его отрицание. Оно будет иметь следующий вид:

В этом предложении не шесть слов.

Так как в данном предложении шесть слов, то и новое высказывание, являющееся отрицанием исходного – также ложно. Какая ошибка допущена в приведенном рассуждении?

2.12. А теперь покажем, что отрицание исходного высказывания и само это высказывание могут быть одновременно истинными. Возьмем в качестве исходного следующее высказывание:

В этом предложении пять слов.

Очевидно, что оно истинно. Теперь построим его отрицание. В этом предложении не пять слов. Данное высказывание тоже истинно. Таким образом, высказывание и его отрицание – оба истины, что противоречит закону непротиворечия. Найдите ошибку в приведенном рассуждении.

2.13. Закон Ома гласит, что сила тока прямо пропорциональна напряжению: $I = U/R$. Вы также хорошо знаете и следующую формулу: $P = IU$. Отсюда $I = P/U$, то есть сила тока обратно пропорциональна напряжению. Следовательно, одновременно выполняются два противоположных высказывания, что противоречит закону непротиворечия. Дайте объяснение приведенному логическому парадоксу.

2.14. – Сними свою шляпу, – сказал Король Болванщику.

– Она не моя, – ответил Болванщик.

– Украдена, – закричал Король с торжеством и повернулся к присяжным, которые тут же взялись за грифели.

– Я их держу для продажи, – объяснил Болванщик. – У меня своих

нет, ведь я Шляпных Дел Мастер» (Л. Кэрролл. Приключение Алисы в стране чудес). Существует ли противоречие между словами Короля и Болванщика?

2.15. «Самое трудное в нашем деле, – сказал Джефф, – это найти добросовестного, надежного безупречно честного партнера, с которым можно было бы мошенничать без всякой опаски» (О. Генри. Поросячья этика). Сумеет ли Джефф осуществить свою мечту?

2.16. Один из шотландских анекдотов звучит следующим образом: шотландец красит забор и очень торопится. «Хочу закончить раньше, чем кончится краска», – объясняет он свои действия прохожему. Так ли уж бессмысленен с точки зрения логики его ответ?

2.17. «Друзья мои! Страшила мудр по-прежнему, и вот вам доказательства: у меня в голове появились великие мысли. Для борьбы с Урфин-ном у нас нет оружия, а сделать его могут только Мигуны. Но Мигуны живут в Фиолетовой стране, а Фиолетовая страна не Изумрудная. И я полагаю так, что когда ты находишься в одной стране, в другой тебя в это время нет» (А. Волков. Урфин Джюс и его деревянные солдаты). Использует ли Страшила в своих рассуждениях закон исключенного третьего?

2.18. Трое туристов заплатили за обед в кафе 30 рублей и ушли. После их ухода честный хозяин кафе обнаружил, что он случайно ошибся при расчете: на самом деле обед стоил всего 25 рублей. Он послал вдогонку за туристами своего сына. Туристы взяли себе по рублю, а два подарили шустрому мальчишке. Итак, вначале они заплатили по 10 рублей ($30 : 3 = 10$), затем получили обратно по одному рублю, то есть в итоге каждый заплатил по 9 рублей ($10 - 1 = 9$), а все вместе заплатили 27 рублей ($9 \times 3 = 27$). Да 2 рубля досталось мальчику. Итого $27 + 2 = 29$. Куда исчез 1 рубль?

2.19. «На каждую неприступную скалу есть тропинка! – с убеждением сказал шах.

– Как же тогда на свете есть неприступные скалы? – спросил Карим». (В. Дорошевич. Человек правды). Может ли существовать тропинка на неприступную скалу?

2.20. Один из жителей острова Крит (то есть критянин) утверждает, что все критяне – лжецы. Если данное утверждение истинно, то и он сам, как житель Крита, является лжецом. Следовательно, по закону исключенного третьего, его высказывание ложно. Но тогда истинно высказывание, являющееся отрицанием высказывания «Все критяне – не лжецы». А, следовательно, и говорящий также не является лжецом и его исходное высказывание – истинно. И так далее до бесконечности. Какая ошибка допущена в приведенном рассуждении?

2.21. Пусть выполняется следующее условие: $x = 2$ и $y = 3$, где x и y – постоянные величины. Тогда очевидно, что $y = x + 1$. Из условия задачи получим $xy = 6$. Подставим в данное выражение вместо y равную ему величину $x + 1$. Получим $x(x + 1) = 6$.

После тождественных преобразований имеет место:

$$x^2 + x - 6 = 0.$$

Решив данное уравнение получим два корня $x_1 = 2$ и $x_2 = -3$. Но по условию задачи $x = 2$. Следовательно, $x_1 = x_2$, то есть $2 = -3$. Какой закон логики нарушен в приведенном рассуждении?

2.22. Вы попали на остров, на котором живут либо лжецы, либо нелжецы. Первые всегда лгут, а вторые всегда говорят истину. Других жителей на острове нет. Вы встречаете островитянина, который сообщает вам, что он лжец. Кем был этот островитянин?

2.23. Что произойдет в том случае, если всепоглощающий снаряд упадет во всеотражающую стену?

2.24. Аборигены поймали бледнолицего и сказали ему: «Мы либо повесим, либо утопим тебя». Ты должен сказать какое-то либо истинное, либо ложное высказывание. Если твое высказывание будет истинным, то мы тебя повесим, если ложным, то утопим». Бледнолицый подумал и сказал: «Вы меня утопите». Как поступили с ним кровожадные, но хорошо знающие логику и никогда не лгущие аборигены?

2.25. Дано следующее правило: «В каждом правиле есть исключение». Какой логический вывод можно сделать из этого правила?

2.26. В деревне живет брадобрей, который обязан брить тех и только тех жителей деревни, которые не бреются сами. Обязан ли он брить самого себя?

2.27. Возьмите листок чистой бумаги. На одной его стороне напишите: «То, что написано на другой стороне – ложь». А на другой стороне напишите: «То, что написано на другой стороне – истина». На какой стороне бумаги написано истинное высказывание, а на какой – ложное?

2.28. На дороге стоит человек, который всегда лжет. Известно, что на любой вопрос он отвечает либо «да», либо «нет», либо «не знаю». Кроме того известно, что он на самом деле знает, куда ведет эта дорога. Что он ответит на вопрос: «Эта дорога ведет в город?»

2.29. Крокодил поймал девочку и говорит ее матери: «Я либо съем, либо отпущу твою девочку. Ты должна угадать, что именно я с ней сделаю. Если ты угадаешь, то я отпущу твою девочку. Если же нет, то я съем ее». Мать сказала: «Ты ее съешь». Что сделал крокодил с девочкой, если он хорошо знает законы логики и не нарушает их?

2.30. Древнегреческий мудрец Протагор обучал праву Еватла. По заключенному между ними договору Еватл должен был заплатить за обучение лишь в том случае, если выиграет свой первый судебный процесс. Закончив обучение, Еватл не стал участвовать в процессах и естественно денег за свою учебу Протагору не заплатил. Тогда Протагор подал на него в суд. В каком случае Еватл будет обязан заплатить Протагору: если он выиграет этот свой первый процесс или если проиграет его?

2.31. Некоторые слова, обозначающие какие-то свойства, сами обладают тем свойством, которое они обозначают. Так, например, слово «существительное» само является существительным, а слово «слово» само является словом. Такие слова мы будем называть автологическими. Конечно, в русском языке их совсем немного. Гораздо больше гетерологических слов, то есть слов, не обладающих тем свойством, которое они обозначают. Например, слово «прилагательное» само прилагательным не является. Как и не является осликом само слово «ослик». К какой из этих двух групп слов относится слово «гетерологическое»?

2.32. В одной из стран построили город Мэрград. Парламент страны издал указ, по которому все мэры городов данной страны не имели права проживать в тех городах, мэрами которых они являлись, а обязаны жить в Мэрграде. Где должен жить мэр Мэрграда?

2.33. Будет ли нарушен закон тождества, если мы заменим выражение $(x^2 - 1)/(x - 1)$ на выражение $x + 1$?

2.34. – Кроме того, государственный муж никогда не ездит в такси, – заметил первый. – Ни стоя, ни сидя.

– Я тоже никогда не ездил на такси, – возразил другой.

– Ах вот как! А разве вы – государственный муж?

– Нет, я муж молочницы. (Э. Кестнер. Мальчик из спичечной коробки). Нарушен или нет в приведенном отрывке закон тождества?

Тема: Логика высказываний

Для решения задач по данной теме вам придется использовать таблицу истинности:

a	b	$a \vee b$	$a \wedge b$	$a \dot{\vee} b$	$a \rightarrow b$	$a \leftrightarrow b$
и	и	и	и	л	и	и
и	л	л	и	и	л	л
л	и	л	и	и	и	л
л	л	л	л	л	и	и

a	$\bar{a}$
и	л
л	и

В этой таблице « a » и « b » – исходные простые высказывания, « $\wedge$ » – конъюнкция, выражаемая в русском языке с помощью союзов «и», «а», «но» и запятой; « $\vee$ » – дизъюнкция, выражаемая в русском языке с помощью союзов «или», «либо»; « $\dot{\vee}$ » – строгая дизъюнкция, в русском языке она выражается с помощью словосочетаний «либо ... либо», «или ... или»; « $\rightarrow$ » – импликация, в русском языке она выражается с помощью слов

«следует», «следовательно», а также с помощью словосочетаний «если ... то», «тогда ... когда»; « $\leftrightarrow$ » – эквиваленция, выражаемая в русском языке с помощью слов «тождественно», «равносильно», «эквивалентно», а также с помощью словосочетаний «если и только если», «тогда и только тогда, когда», «необходимо и достаточно»; « $\neg$ » – отрицание, выражаемое в русском языке с помощью следующих слов: «не», «нет», «ложно», «неверно». Буквами «и» и «л» мы будем обозначать соответственно истинное и ложное значение высказывания.

Для того, чтобы построить таблицу истинности для сложного высказывания вначале необходимо записать все возможные комбинации значений исходных простых высказываний (пропозициональных переменных). Формула для числа этих комбинаций следующая: $m = 2^n$, где « n » – число исходных пропозициональных переменных, а « m » – число всех возможных комбинаций значений этих переменных. Затем необходимо подробно по действиям построить таблицу истинности. Как это делается, разберем на следующем примере: построим таблицу истинности для следующего выражения: $(a \rightarrow v) \wedge ((c \vee \bar{v}) \wedge c)$:

a	v	c	$a \rightarrow v$	$\overline{(a \rightarrow v)}$	$\bar{v}$	$c \vee \bar{v}$	$(c \vee \bar{v}) \wedge c$	$\overline{(a \rightarrow v)} \wedge ((c \vee \bar{v}) \wedge c)$
и	и	и	и	л	л	и	и	л
и	и	л	и	л	л	л	л	л
и	л	и	л	и	и	и	и	и
и	л	л	л	и	и	и	л	л
л	и	и	и	л	л	и	и	л
л	и	л	и	л	л	л	л	л
л	л	и	и	л	и	и	и	л
л	л	л	и	л	и	и	л	л

С помощью таблицы истинности в некоторых случаях достаточно легко упростить исходное высказывание, то есть построить равносильное ему. Попробуем, например, упростить высказывание: $(a \rightarrow v) \wedge ((c \vee \bar{v}) \wedge c)$, для которого мы уже построили таблицу истинности. Из таблицы видно, что наше высказывание истинно лишь в одном единственном случае: при a – истинном, v – ложном и c – истинном. Следовательно, простые высказывания a , v , c – необходимо соединить между собой с помощью конъюнкции (так как конъюнкция нескольких высказываний истинна тогда и только тогда, когда истинны все входящие в нее пропозициональные переменные). Однако в нужной нам строчке v – ложно, следовательно, в окончательном варианте необходимо использовать не высказывания, а его отрицание $\bar{v}$. Таким образом мы приходим к выводу о том, что исходное высказывание: $(a \rightarrow v) \wedge ((c \vee \bar{v}) \wedge c)$ равносильно высказыванию $(a \wedge \bar{v}) \wedge c$.

Попробуем решить еще один пример. Упростим с помощью таблицы истинности следующее выражение $(v \wedge \bar{a}) \vee (a \dot{\vee} \bar{c})$:

a	v	c	$\bar{a}$	$v \rightarrow \bar{a}$	$\bar{c}$	$a \dot{\vee} \bar{c}$	$(v \rightarrow \bar{a}) \dot{\vee} (a \vee \bar{c})$
и	и	и	л	л	л	и	и
и	и	л	л	л	и	л	л
и	л	и	л	и	л	и	и
и	л	л	л	и	и	л	и
л	и	и	и	и	л	л	и
л	и	л	и	и	и	и	и
л	л	и	и	и	л	л	и
л	л	л	и	и	и	и	и

Из таблицы видно: наше исходное высказывание $(v \rightarrow \bar{a}) \vee (a \dot{\vee} \bar{c})$ ложно лишь в одном единственном случае – во второй строке таблицы. Следовательно, пропозициональные переменные a, v, c необходимо соединить между собой с помощью дизъюнкций (вспомним, что дизъюнкция ложна тогда и только тогда, когда ложны все входящие в нее члены). Однако, в нужной нам строчке a и v – истинны, следовательно, в окончательном варианте необходимо использовать не a и v , а их отрицания $\bar{a}$ и $\bar{v}$. Таким образом исходное высказывание $(v \rightarrow \bar{a}) \square (\bar{a} \square \bar{c})$ – равносильно высказыванию $(\bar{a} \square \bar{v}) \square c$.

Конечно, данным способом вы сумеете упростить лишь высказывания достаточно узкого класса. Однако, следующие задачи и подобраны искусственно таким образом, что используя таблицу истинности и свое умение ложно рассуждать вы сумеете достаточно легко решить их, то есть с помощью таблицы истинности упростить исходные высказывания.

- 3.1. $((a \square v) \square (\bar{c} \wedge \bar{v})) \square a$
- 3.2. $(v \square a) \square ((c \square \bar{v}) \square (\bar{v} \square c))$
- 3.3. $((a \square \bar{a}) \square c) \square (\bar{v} \rightarrow a)$
- 3.4. $((a \rightarrow \bar{v}) \square (a \square v)) \square ((a \rightarrow v) \square \bar{c})$
- 3.5. $((a \square v) \square (a \rightarrow v)) \square (a \rightarrow v)$
- 3.6. $(\bar{v} \square \bar{a}) \square ((c \square a) \square c)$
- 3.7. $((\bar{a} \rightarrow a) \square (v \rightarrow \bar{v})) \square (c \square c)$
- 3.8. $((a \rightarrow v) \rightarrow (a \square \bar{v})) \square (c \square v)$
- 3.9. $((a \square v) \rightarrow c) \rightarrow a \square \bar{v}$
- 3.10. $((\bar{a} \square \bar{v}) \rightarrow (v \square c)) \square \bar{c}$

* * *

Для решения следующих задач необходимо хорошо понимать со-

держательный смысл основных логических связей.

3.11. Вы знаете, что в обыденном языке импликация выражается с помощью словосочетания «если... то». Следует ли из этого, что с помощью импликации мы выражаем причинно-следственную взаимосвязь между какими-то событиями?

3.12. Предположим, что во время летней экзаменационной сессии студент Петров сдал 5 экзаменов; из них 3 – на «отлично», а 2 – на «хорошо». Тогда оба высказывания «Петров сдал летнюю сессию только на «отлично» и «Петров сдал летнюю сессию только на «хорошо» являются ложными. А высказывание: «Петров сдал летнюю сессию только на «хорошо» и «отлично» – истинное. Но последнее высказывание является конъюнкцией двух первых. Следовательно, конъюнкция двух ложных высказываний – истинное высказывание. Какая ошибка допущена в приведенных рассуждениях?

3.13. Может ли быть простое (элементарное) высказывание тождественно истинным?

3.14. Является ли высказывание «Москва – столица России» тождественно истинным?

3.15. Дано тождественно истинное высказывание $a \rightarrow a$. Каким способом из данного высказывания можно получить бесконечное число других тождественно истинных высказываний, не используя дополнительно никаких других пропозициональных переменных?

3.16. Известно, что сложное суждение состоит из трех простых a , b и c . Причем логическое значение суждения c не зависит от логических значений суждений a и b . Приведите один из возможных вариантов символической записи сложного суждения, удовлетворяющего данным условиям.

3.17. – Слышали?, – говорил один жилет другому. Ганди приехал в Данди.

– Ганди – это голова! – вздохнул тот. – И Данди – это голова.

Возник спор. Одни жилеты утверждали, что Данди – это город и головою быть не может. Другие с сумасшедшим упорством доказывали противное (И. Ильф, Е. Петров. Золотой теленок). Какое именно утверждение в данном случае доказывали противники первых жилетов?

3.18. Является ли верным следующее утверждение:

Логическим критерием, посредством которого можно отличить ложное высказывание от бессмысленного может служить следующий: если мы построим отрицание ложного высказывания, то получим истинное, а если же построим отрицание бессмысленного высказывания, то вновь получим бессмысленное?

3.19. Придумайте какое-нибудь тождественно истинное высказывание, в котором используется лишь одна из логических связей (естественно, что данная связка может использоваться любое число раз) и не используется отрицание. Данное высказывание должно включать в себя три пропорциональных переменных, причем одна из переменных может быть за-

писана дважды.

3.20. Является ли высказывание $(a \rightarrow v) \square c$ – элементарным?

* * *

С помощью таблицы истинности можно решать текстовые задачи. Алгоритм их решения следующий.

1) Вычлените в условии задачи простые высказывания и обозначьте их маленькими буквами латинского алфавита.

2) Составьте из этих букв сложные высказывания, соответствующие условию задачи.

3) Постройте таблицу истинности.

4) Вычеркните из таблицы истинности те строчки, которые не соответствуют условию.

5) Спишите ответ.

Используя данный алгоритм, решим следующую задачу.

На новогоднем карнавале троим его участникам был задан один и тот же вопрос: «Кто из вас троих – ослик?», Первый участник ответил так: «Если я ослик, то (второй и третий тоже ослики)». Второй участник дал следующий ответ: «Либо я не ослик, либо первый – ослик». Третий участник сказал: «Я не ослик, а первый – ослик». Известно, что-либо все трое участников солгали, либо все трое сказали истину. Необходимо выяснить: кто из участников карнавала ослик, а кто – нет?

Пусть a – высказывание: «Первый участник – ослик»; v – высказывание: «Второй участник – ослик»; c – высказывание: «Третий участник – ослик». Тогда ответ первого участника можно записать в виде $a \rightarrow (v \square c)$.

Ответ второго участника в виде $\bar{v} \dot{\vee} a$, а ответ третьего участника в виде $\bar{c} \square a$ (скобки в тексте задачи должны соответствовать скобкам в сложном высказывании, записанном в символическом виде). Построим теперь таблицу истинности для этих сложных высказываний и вычеркнем в таблице те строчки, которые не соответствуют условию. Получим:

a	v	c	$a \rightarrow (v \square c)$	$\bar{v} \dot{\vee} a$	$\bar{c} \square a$
и	и	и	и	и	л
и	и	л	и	и	и
и	л	и	л	л	л
и	л	л	л	л	и
л	и	и	и	л	л
л	и	л	и	л	л
л	л	и	и	и	л

л	л	л	и	и	л
---	---	---	---	---	---

Как видно, исходному условию задачи (либо все три участника солгали, либо все трое сказали истину) соответствует лишь третья строчка таблицы истинности. В этой строчке a – истинно, следовательно, первый участник – ослик; b – ложно, следовательно, второй участник не ослик; c – истинно, следовательно, третий участник – ослик.

Если бы в приведенной задаче условие было бы такое: «Все трое участников сказали истину», то вычеркнутыми оказались бы все строчки, то есть, условие задачи оказалось бы противоречивым. А если бы условие имело бы вид: «Двое из участников сказало истину, а один солгал», то данному условию соответствовали бы первая, вторая, седьмая и восьмая строчки, и ничего определенного ни о каком из участников мы бы не смогли сказать. Все задачи, которые будут предложены вам – «правильные», то есть условию задачи будет соответствовать ровно одна строка.

Построение сложных высказываний соответствующих тексту задачи зачастую требует не только формальных знаний, но и понимания содержательного смысла предложений русского языка. Как это делается, разберем на примере решения следующих двух задач.

Предположим, что у нас есть три стакана, в каждом из которых налито либо молоко, либо кефир. Пусть a – соответствует высказыванию: «В первом стакане налито молоко»; b – соответствует высказыванию: «Во втором стакане налито молоко»; c – соответствует высказыванию: «В третьем стакане налито молоко». Каким образом можно записать в символическом виде следующее высказывание: «Во всех трех стаканах налит кефир?».

Решение: a – соответствует высказыванию: «В первом стакане молока нет». Но так как ни один из трех стаканов не может быть пустым, то отсутствие в первом стакане молока, соответствует наличию в нем кефира. Следовательно, $\bar{a}$ – соответствует высказыванию: «Кефир в первом стакане»; $\bar{b}$ – высказыванию: «Кефир во втором стакане»; $\bar{c}$ – высказыванию: «Кефир в третьем стакане». Таким образом, сложное высказывание: «Во всех трех стаканах налит кефир» в символическом виде записывается: $(\bar{a} \square \bar{b}) \square \bar{c}$.

Теперь используя обозначения, введенные в предыдущей задаче, запишем в символическом виде следующее высказывание: «Во всех трех стаканах налиты одинаковые жидкости».

Решение: очевидно, что данное высказывание соответствует либо такому положению дел, когда во всех стаканах налито молоко (в символическом виде это записывается так: $(a \square b) \square c$, либо такому, когда во всех трех стаканах налит кефир. Таким образом, исходное высказывание имеет следующий вид: $((a \square b) \square c) \vee ((\bar{a} \square \bar{b}) \square \bar{c})$.

Знак именно строгой дизъюнкции употребляется потому, что не может быть во всех трех стаканах налиты и кефир, и молоко одновременно.

Теперь решим еще одну текстовую задачу. В совершении кражи подозреваются Ослик, Кролик, Пятачок. Подозреваемые дали следующие показания. Ослик: «Неверно, что: (все мы воровали)». Кролик: «(Если я воровал, то и Пятачок воровал), а (если Пятачок не воровал, то и Ослик не воровал)». Пятачок: «Либо (Ослик и Кролик воровал либо я не воровал». Кто из подозреваемых совершил преступление, если известно, что двое из них солгали, давая показания, а один сказал истину?

Решение: пусть a – высказывание: «Ослик воровал»; b – высказывание «Кролик воровал», а c – высказывание «Пятачок воровал». Тогда слова Ослика можно записать в виде $\overline{(a \vee b \vee c)}$; слова Кролика в виде $(b \rightarrow c) \wedge (\bar{c} \rightarrow \bar{a})$; слова Пятачка в виде: $(a \wedge b) \vee \bar{c}$. Построим таблицу истинности и зачеркнем в ней строчки не соответствующие условию:

a	b	c	$\overline{(a \vee b \vee c)}$	$(b \rightarrow c) \wedge (\bar{c} \rightarrow \bar{a})$	$(a \wedge b) \vee \bar{c}$
И	И	И	Л	И	И
И	И	Л	И	Л	Л
И	Л	И	И	И	Л
И	Л	Л	И	Л	И
Л	И	И	И	И	Л
Л	И	Л	И	Л	И
Л	Л	И	И	И	Л
Л	Л	Л	И	И	И

Ответ: Ослик – воровал, Кролик – воровал. Пятачок – не воровал.

А теперь самостоятельно решите 10 задач, с помощью метода вычеркивания строчек, не соответствующих условию.

3.21. Даны следующие три высказывания. 1) Если ослик зеленый, то он не соленый. 2) Если ослик зеленый, то он не зеленый. 3) Если ослик соленый, то неверно что: (он зеленый и не копченый). Выяснить: какими свойствами обладает ослик, если известно, что все три предложения ложные?

3.22. Даны следующие три высказывания 1). Если молоко налито в третьем стакане, то (его нет и в первом, и во втором стаканах). 2). Молока нет ни в одном из трех стаканов. 3). Молока во втором стакане нет, либо оно в первом стакане. Определите, в каких стаканах налито молоко, если известно, что все три исходных высказывания – ложные?

3.23. В совершении преступления подозреваются Билл, Джон и Смит. Свидетели по делу дали следующие показания. Первый свидетель: (преступник Билл или Джон) или Смит не преступник. Второй свидетель: либо Смит не преступник, либо Джон преступник. Третий свидетель: если Билл не преступник, то (Джон и Смит – преступники). Кто из подозреваемых совершил преступление, если известно, что двое из свидетелей солгали, а один – сказал истину?

3.24. Известно, что из следующих трех высказываний два – ложных, а одно – истинное. 1) Яблоко или червивое или не сладкое. 2) Если яблоко не червивое, то оно красивое. 3) Если яблоко червивое, то (если оно красивое, то оно не сладкое). Какими свойствами обладает яблоко?

3.25. Наблюдая за бегемотом, трое ученых пришли к следующим выводам. Первый ученый: (бегемот любит мед и компот), но не любит народ. Второй ученый: если (бегемот не любит мед, но любит народ), то он любит компот. Третий ученый: бегемот или любит мед или не любит компот. Известно, что, либо все трое ученых пришли к ложным выводам, либо все трое пришли к истинным выводам. Выясните: что любит, а что не любит бегемот?

3.26. За следующим бегемотом наблюдали новые трое ученых. Они пришли к таким выводам. Первый ученый: неверно, что: (бегемот либо любит мед, либо любит компот). Второй ученый: бегемот любит мед, но (не любит компот и народ). Третий ученый: если бегемот не любит мед, то неверно, что: (он любит компот и народ). И на этот раз либо все трое ученых пришли к ложным выводам, либо все трое пришли к истинным выводам. Выясните, что любит, а что не любит этот бегемот?

3.27. Предприниматель хочет найти себе юриста. У него на примете; Ослик, Козлик и Слоник. Трое знакомых предпринимателя дали ему следующую информацию. Первый знакомый: неверно, что: (Ослик и Козлик – юристы). Второй знакомый: если (Ослик – юрист, а Слоник – не юрист), то Козлик – не юрист. Третий знакомый: если Ослик – юрист, то (или Козлик – юрист, или Слоник – юрист). Выясните, кто юрист, если известно, что двое знакомых сказали истину, а один – солгал?

3.28. В столовой висят три объявления: 1) мюмзик варенный, но (не жаренный и не пареный). 2) (мюмзик варенный, жаренный) и пареный. 3) (Если мюмзик варенный, то он не жаренный), а (если жаренный, то не пареный). Выясните: как приготовлен в столовой мюмзик, если известно, что два объявления истинных, а одно – ложное?

3.29. В помещении – три комнаты. У входа в помещение висят три надписи. Первая гласит: «Во всех трех комнатах находится по ослику». Вторая гласит: «Ни в одной из комнат осликов нет». Третья гласит: «(Если в первой и во второй комнате находится по ослику), то ослика нет в третьей комнате». Известно, что две надписи истинные, а одна ложная. Выясните: в каких из этих комнат есть ослики, а в каких осликов нет?

3.30. Даны следующие три высказывания: 1) Если картина большая, то она не веселая. 2) Неверно что: (картина большая или тяжелая); 3) Картина веселая или (она тяжелая и большая). Известно, что все три высказывания – ложны. Выясните: какими свойствами обладает картина?

* * *

В следующих задачах необходимо, используя законы де Моргана, построить отрицания исходных высказываний:

- 3.31. Студент Иванов – отличник учебы и политики.
3.32. Студентка Сидорова любит учиться, но не любит делать зарядку.
3.33. Студент Сидорчук не смотрит днем телевизор, а любит по утрам читать газеты.
3.34. Студент Рабинович не играет ни в городки, ни в лапту.
3.35. Студентка Петрова поедет летом отдыхать в Крым или на Кавказ.
3.36. Студент Кравчук не сдаст с первого раза зачет по логике или по физкультуре.
3.37. Из двух студентов, пришедших на зачет по логике, минимум один зачет сдаст.
3.38. Студент Мотуз не любит кефир, либо любит зефир.
3.39. Из двух студентов, пришедших на зачет по логике, минимум один зачет не сдаст.
3.40. Ни в одном из трех, стоящих на столе стаканов, нет кефира.

* * *

В заключение данной темы вашему вниманию предлагается очень сложная задача. Она имеет два принципиально различных варианта решения: 1) в рамках изученной вами логики высказываний; 2) в рамках неаристотелевской логики.

3.41. Перед вами развилка двух дорог. Известно, что одна из дорог ведет в город, а другая на озеро. Но вы не знаете, какая именно из дорог ведет в город, а какая на озеро. На развилке стоят два человека. Один из них лжец, другой – не-лжец, но кто именно лжец, а, кто не-лжец, вы не знаете. Необходимо задать один единственный вопрос, одному из стоящих на перекрестке людей и получив ответ, сказать, куда именно ведет каждая из дорог. Причем, вопрос можно задавать лишь такой, на который есть однозначный ответ: «либо «да», либо «нет». Естественно, что стоящие на перекрестке знают, куда именно ведет каждая из дорог, и кто из них лжец, а кто – не лжец. Какой вопрос необходимо задать?

Тема: Имена

Для решения следующих задач достаточно лишь внимательно прочитать теоретический материал по данной теме.

4.1. Даны следующие имена: 1) студент; 2) студент техникума; 3) универсальное множество; 4) пустое множество; 5) несобственное подмножество множества натуральных чисел; 6) общее имя; 7) единичное имя; 8) А.С. Пушкин; 9) автор романа «Война и мир». Какие из этих имен являются единичными, а какие общими?

4.2. «Труляля огляделся с довольной улыбкой.

– К тому времени, когда драка будет закончена, – сказал он, – вокруг не останется ни одного дерева! Ни одного в лесу!» (Л. Кэрролл. Алиса в Зазеркалье). Проанализировав текст, найдите ошибку в словах Труляля. Выясните, как он понимает имя «лес» как собирательное или как несоби-

рательное?

4.3. Какие из данных имен являются абстрактными, а какие конкретными: 1) несуществующий объект; 2) конкретное имя; 3) абстрактное имя; 4) время; 5) пространство.

* * *

При решении следующих задач необходимо помнить, что закон обратного отношения между объемом и содержанием понятия, во-первых, справедлив не для всех видов имен, а во-вторых, описывает лишь качественную сторону взаимосвязи, но не может быть всегда выражен с помощью какой-то количественной математической формулы.

4.4. Распространяется ли закон обратного отношения между объемом и содержанием имени на математические имена.

4.5. Может ли изменение объема имени в некоторых случаях не сопровождаться изменением его содержания?

4.6. Очевидно, что объем имени «муравей» больше объема имени «лев». Следует ли из этого, что и содержание имени «муравей» больше содержания имени «лев»?

* * *

Для того, чтобы выполнить следующие задачи, необходимо помнить, что:

1. Имя В является более общим по отношению к имени А тогда и только тогда, когда истинны два следующих высказывания: «Все А есть В» и «Некоторые В не есть А». Пример: пусть А – город; В – населенный пункт. Тогда «Все города – населенные пункты» – истинное высказывание; «Некоторые населенные пункты – не города» – истинное высказывание.

2. Имя В является менее общим по отношению к имени А тогда и только тогда, когда истинны два следующих высказывания: «Все В есть А» и «Некоторые А не есть В». Пример: пусть А – город; В – большой город, тогда: «Все большие города – города» – истинное высказывание; и «Некоторые города не являются большими городами» – истинное высказывание.

3. Имя В является пересекающимся с именем А тогда и только тогда, когда истинны три следующих высказывания: «Некоторые А есть В»; «Некоторые А не есть В» и «Некоторые В не есть А». Пример: пусть А – город, В – населенный пункт на территории России. Тогда: «Некоторые города – населенные пункты на территории России» – истинное высказывание; «Некоторые города не являются населенными пунктами на территории России» – истинное высказывание; «Некоторые населенные пункты на территории России не являются городами» – истинное высказывание.

4. Имя В является несовместимым с именем А тогда и только тогда, когда истинно следующее высказывание: «Все А – не есть В». Пример: пусть А – лев, В – ослик, тогда; «Все львы – не ослики» – истинное высказывание.

5. Имя В является равнозначным имени А тогда и только тогда, ко-

гда истинны следующие два высказывания: «Все А есть В» и «Все В есть А». Пример: пусть А – иррациональное число; В – не рациональное действительное число. Тогда: «Все иррациональные числа – это не рациональные действительные числа» – истинное высказывание; и «Все не рациональные действительные числа – это иррациональные числа» – истинное высказывание.

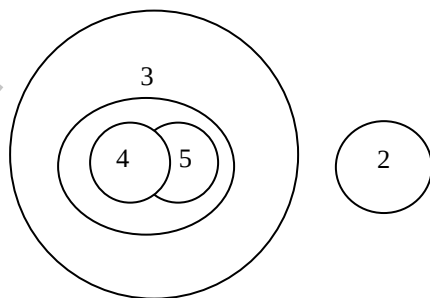
А теперь приступим к решению задач. В следующих десяти задачах вы должны к данному вам имени придумать: а) более общее имя; б) менее общее имя; в) пересекающееся имя; г) несовместимое имя; д) равнозначное имя.

- 4.7. Студент.
- 4.8. Ослик.
- 4.9. Дуб.
- 4.10. Бензин.
- 4.11. Гидроэлектростанция.
- 4.12. Русская фамилия.
- 4.13. Яблоко.
- 4.14. Яблоня.
- 4.15. Трамвай.
- 4.16. Единичное понятие.

* * *

Соотношение по объему между именами очень часто наглядно изображают с помощью кругов Эйлера. Попробуем изобразить с помощью этих кругов соотношение между следующими именами: 1) яблоко; 2) яблоня; 3) фрукт; 4) червивое яблоко; 5) спелое яблоко.

Решение. Очевидно, что «фрукт» – более общее имя по отношению к имени «яблоко». «Все яблоки – фрукты» – истинное высказывание. «Некоторые фрукты – не яблоки» – тоже истинное высказывание. В свою очередь имя «яблоко» – более общее по отношению к имени «червивое яблоко» и «спелое яблоко». Имена «яблоко» и «яблоня» несовместимы между собой. Конечно, яблоки растут на яблонях, но все они не яблони, а фрукты. Понятия «червивое яблоко» и «спелое яблоко» – пересекающиеся имена. «Некоторые спелые яблоки – не червивые яблоки» – истинное высказывать; «Некоторые червивые яблоки – спелые яблоки» – истинное высказывание. Теперь понятно, как должен выглядеть наш рисунок.



* * *

В следующих десяти задачах вы должны с помощью кругов Эйлера изобразить соотношение по объему между следующими именами:

- 4.17. Дуб; высокое дерево; красивое дерево; желудь.
- 4.18. Плод; спелый плод; гнилой плод; спелый гнилой плод.
- 4.19. Улитка; животное; быстрое животное; быстрая улитка.
- 4.20. Ослик, серый ослик; белый ослик, маленький ослик, не белый маленький ослик.
- 4.21. Черепаха; деревянная черепаха: слон; животное; вишня.
- 4.22. Пила; топор; молоток; гвоздь; изделие, выполненное в Беларуси.
- 4.23. Стол; деревянный стол черного цвета; деревянный стол белого цвета; маленький стол.
- 4.24. Тигр; животное; хищное животное; животное Африки; самец.
- 4.25. Русский; белорус; украинец; славянин; блондин.
- 4.26. Политик; бизнесмен; юрист; журналист; честный человек.

* * *

Для решения следующих задач необходимо изучить тему: «Определение имен».

- 4.27. «Остап строго посмотрел на Ипполита Матвеевича.
– Время, – сказал он, – которое мы имеем, – это деньги, которых мы не имеем» (И. Ильф, Е. Петров. Двенадцать стульев). Являются ли слова Остапа Бендера, с точки зрения логики, определением имени «время»?
- 4.28. Являются ли генетические определения частным случаем родовых определений?
- 4.29. «Скажи друг, – поинтересовался Страшила, – год – это долго?
– Еще бы! Год – это долго. Очень долго! Это целых триста шестьдесят пять дней! ...» (А. Волков. Волшебник изумрудного города). Почему ответ Железного Дровосека Страшילה нельзя считать определением имени «год»?
- 4.30. Определить какое-то имя, значит выразить его через другие имена. Но, для того, чтобы определение было понятным, необходимо определить и имена, используемые для определения начального имени и т.д. Процесс этот можно продлить до бесконечности. Как сделать его конечным, не нарушив при этом требование отсутствия логического круга в определении?
- 4.31. Возьмем следующее определение имени «ромб»: «Ромб – это четырехугольник, все стороны которого равны». В данном определении используются два имени «ромб» и «четырехугольник, все стороны которого равны». Очевидно, что эти имена совпадают как по объему, так и по содержанию. Следовательно, наше исходное определение ни что иное, как обычная тавтология: «ромб – это ромб». Нарушено ли на самом деле требование отсутствия логического круга в определении имени «ромб»?

4.32. Известно, что любой прямой принадлежит бесконечное число точек, а любой плоскости принадлежит бесконечное число прямых. С другой стороны: всегда можно построить прямую, которой будет принадлежать данная точка, а также всегда можно построить плоскость, которой будет принадлежать данная прямая. Почему же в таком случае в учебниках геометрии не дается следующее определение имени «прямая». «Прямая есть множество точек»? Или такое определение имени «плоскость»: «Плоскость есть множество прямых»? В каком логическом отношении находятся имена: «прямая», «точка» и «плоскость»?

* * *

В следующих задачах вы должны найти все ошибки, допущенные при определении имен.

4.33. Ослик – это млекопитающее.

4.34. Мюмзиком называется четырехпалое животное, с густой шерстью, имеющее на пятой и шестой лапах длинные когти.

4.35. Квадрат – это прямоугольник, все стороны которого равны.

4.36. Столица – это существительное женского рода, единственного числа.

4.37. Город Минск – это столица России.

4.38. Ослик не хищник и не птица, он не живет в воде и не имеет хитинового панциря.

4.39. Бюрократ – это человек, обладающий свойством: «Быть бюрократом».

* * *

Для решения следующих задач вам необходимо изучить тему «Деление имен».

4.40. При делении имен по видоизменяющемуся признаку можно допустить одновременно ошибку неполного деления и ошибку деления с лишними членами. Возможна ли такая ситуация при дихотомическом делении?

4.41. Школьник пишет сочинение на тему: «Что я увидел в лесу». Предварительно он составил такой план сочинения:

1. Что я увидел на опушке леса.

2. Животные в лесу.

3. Как я собирал грибы и ягоды.

Какие логические ошибки допущены школьником в плане сочинения?

4.42. В чем различия между делением имен и классификацией?

4.43. Существуют ли такие имена, для которых логическая операция «деление имен» по полученному результату совпадает с мысленным расчленением целого на части?

4.44. Является ли «прыжок в делении» частным случаем ошибки: «деление по разным основаниям?».

* * *

В следующих задачах вы должны найти ошибки, допущенные при делении исходного имени.

4.45. Все жители города Витебска делятся на юристов, студентов, спортсменов и предпринимателей.

4.46. Все студенты делятся на отличников и двоечников.

4.47. Все студенты делятся на лысых и не лысых студентов.

4.48. Все города в зависимости от численности населения делятся на а) города с населением до 100 тысяч человек; б) города с населением до 1 миллиона человек; в) города с населением до 10 миллионов человек; г) города с населением свыше 10 миллионов человек.

4.49. Город Витебск делится на Октябрьский, Железнодорожный и Первомайский районы.

* * *

Особое внимание при изучении темы «Имена» необходимо обратить на законы теории множеств. Многие понятия данной теории наглядно иллюстрируются с помощью кругов Эйлера, но помните, что никакой рисунок сам по себе еще не является доказательством, а лишь дает нам необходимый психологический толчок к пониманию и последующему решению задачи. В теории множеств используется так называемое пустое множество. Нежелательно применять в рассуждениях высказывания, построенные с его использованием, так как это может привести к логическим софизмам. Помните, что пустое множество существует в единственном числе, но оно существует так же как и любое другое множество, не существуют только лишь элементы пустого множества. Ну, а теперь решите следующие задачи.

4.50. Найдите объединение, пересечение и разность следующих множеств.

$A = \{1; 3; 5; 6; 4; 8; 12\}; B = \{1; 12; 11; 13; 5; 4\}$

4.51. Истинна или ложна следующая формула: $\perp = \perp$?

4.52. Истинно или ложно следующее высказывание: «Если из множества всех студентов вычесть тех студентов, которые не занимаются спортом, то полученное множество будет равно множеству всех спортсменов минус множество спортсменов, не являющихся студентами?»

* * *

В следующих задачах вам будут даны два множества А и В, а вы должны найти: 1) объединение этих множеств $A \cup B$; 2) пересечение этих множеств $A \cap B$; 3) разность $A \setminus B$; 4) разность $B \setminus A$.

4.53. А – множество осликов; В – множество белых осликов.

4.54. А – множество львов; В – множество китов.

4.55. А – множество столиц; В – множество городов в России.

4.56. А – множество бегемотов; В – множество гиппопотамов.

4.57. А – множество состоящее из 10 элементов; В – множество, состоящее из 8 элементов.

4.58. A – множество белых животных; B – множество свинок.

* * *

Некоторые равенства для множеств выполняются при любых значениях этих множеств, входящих в равенство. Примером может служить равенство:

$$(A \sqcup B) \sim C = (A \sim C) \sqcup (B \sim C),$$

которое истинно при любых A, B, C . Некоторые же равенства выполняются не для всех, а лишь для определенных значений входящих в них множеств. Так, например, равенство $A \sqcup B = B \sim A$, выполняется в том и только лишь в том случае, когда $A = B$. В следующих девяти задачах вы и должны выяснить: при каких соотношениях между множествами выполняются равенства? Естественно, что ответ необходимо дать в наиболее общем виде.

4.59. $A \setminus B = B \setminus A$

4.60. $A \sim B = A \setminus B$

4.61. $A \sqcup B = A \setminus B$

4.62. $A \sim B = A \setminus B = B \setminus A$

4.63. $A \sim B = (A \sim C) \sqcup (B \sim C)$

4.64. $A \sqcup B = (A \sim B) \setminus ((A \setminus B) \sim (B \setminus A))$

4.65. $(A \setminus B) \setminus C = (B \setminus C) \setminus A$

4.66. $(A \sim B) \sqcup C = (A \sim C) \sqcup B$

4.67. $((A \setminus B) \sim (B \setminus C)) \sim (C \setminus A) = \perp$

* * *

4.68. Вы знаете, что для любого множества можно построить всего два его несобственных подмножества: само исходное множество и пустое множество. Сколько несобственных подмножеств можно построить для пустого множества?

4.69. Выясним: сколько дней в году учатся студенты? В году 366 дней. Из них на сон (считая по 8 часов в день) уходит 122 дня. Остается 244. В году 52 воскресных дня, следовательно, на учебу остается 192. Летние и зимние каникулы составляют приблизительно 70 дней. Итак, на учебу остается 122 дня. В сессию – сдают экзамены, а, следовательно – не учатся. На две сессии уходит приблизительно 50 дней. На учебу остается 72 дня. Минимум 2 часа в сутки мы тратим на прием пищи, утренний и вечерний туалет, а это приблизительно 30 дней году. Итого на учебу остается 42 дня. Еще 2 часа (если не больше) в сутки уходит на совершенно бесполезные занятия: просмотр телевизора, посещение театров, кинотеатров, дискотек и т.д. Итого на учебу остается 12 дней. В Беларуси 11 праздничных нерабочих дней. Итого на учебу остается всего 1 единственный день в году. Почему же при такой смехотворно маленькой нагрузке студенты жалуются на усталость от учебы?

* * *

В следующих задачах U – множество всех покупателей, A –

множество покупателей спортивной одежды, В – множество покупателей радиоприемников и С – множество покупателей стиральных машин. Изобразите с помощью кругов Эйлера следующие множества.

4.70. $(\bar{A} \cap B) \cap C$

4.71. $(A \cap B) \cap C$

4.72. $(A \cap B) \cap C$

4.73. $(A \cap B) \cap C$

4.74. $(A \cap B) \cap (\bar{A} \cap B)$

4.75. $(\bar{A} \cap B) \cap (A \cap B)$

4.76. $A \cap (B \cap C)$

4.77. $(A \cap B) \cap C$

4.78. $(\bar{A} \cap C) \cap (A \cap C)$

4.79. $(A \cap C) \cap (A \cap B)$

И в заключение решите с помощью кругов Эйлера следующие текстовые задачи.

4.80. В классе 30 учеников. Известно, что ровно 10 из них говорят по французски, итальянски и испански; 14 человек говорят минимум на двух языках: итальянском и испанском; 16 человек говорят минимум на итальянском и французском; 18 – минимум на французском и испанском. Сколько человек в классе говорят не больше чем на одном языке?

4.81. Среди 150 школьников марки собирают только мальчики. Марки России собирают 67 человек, марки Африки – 48 человек, марки Азии – 34 человека. Только лишь марки России – 11 человек, только лишь марки Африки – 9, только лишь марки Азии – 2. И лишь один единственный школьник собирает марки России, Африки и Азии. Сколько девочек среди этих 150 школьников?

4.82. Известно, что среди 75 студентов 55 занимаются плаванием, 40 – бегом, а 5 человек не занимаются ни плаванием, ни бегом. Сколько студентов занимаются двумя обеими этими видами спорта?

4.83. В студенческой группе насчитывается 22 человека. Из них – 10 человек умеют играть в шахматы, 8 человек умеют играть в шашки, а 3 студента умеют играть и в ту и в другую игру. Сколько студентов из этой группы не умеют играть ни в шахматы, ни в шашки?

4.84. В классе 25 учеников. Из них 17 умеют ездить на велосипеде, 13 умеют плавать, а 8 учеников умеют кататься на коньках. Ни один из учеников класса не владеет всеми тремя указанными спортивными умениями. Известно, что тот, кто владеет хотя бы одним умением учится на хорошо или удовлетворительно по русскому языку, однако в классе есть 6 учеников, которые учатся неудовлетворительно по данному предмету. Известно также, что если ученик владеет одним из спортивных умений, то он обязательно владеет минимум еще одним спортивным умением. Сколько учеников имеют отличные оценки по русскому языку? Сколько пловцов

умеют кататься на коньках? Сколько велосипедистов умеют плавать? Сколько велосипедистов умеют кататься на коньках?

4.85. В олимпиаде по математике участвовало 50 человек. Арифметическую задачу решили 30 человек, геометрическую – 10, логическую – 9. Все три указанные задачи решили 2 человека. Арифметическую и логическую задачи решили 7 человек. Арифметическую и геометрическую задачи решили 3 человека. Логическую и геометрическую задачи – 4 человека. Сколько человек решили только арифметическую задачу? Сколько человек решили арифметическую и логическую задачи, но не решили геометрическую? Сколько человек смогли решить только логическую задачу? Сколько человек не смогли решить ни одной задачи?

4.86. Из 100 студентов английский язык изучают 28 человек, немецкий язык – 30 человек, французский язык – 42 человека, английский и немецкий языки – 8 человек, английский и французский языки – 10 человек, немецкий и французский языки – 5 человек, все три этих языка изучают 3 человека. Сколько человек из этого числа студентов не изучают ни одного языка?

4.87. Метеорологические наблюдения показали, что из 60 дней – 30 было дождливых, 25 – ветреных, а в течение 10 дней не было ни дождя, ни ветра. Сколько дней было одновременно и дождливых и ветреных.

Тема: Простой категорический силлогизм

Как показывает практика, наибольшую сложность у студентов при изучении темы «Логика предиктов» вызывает простой категорический силлогизм. Как известно, теоретически возможно задать ровно 8 категорических суждений (с использованием кванторов общности и существования), связывающих при помощи связок «есть» или «не есть» объёмы двух понятий. Однако, предложения «некоторые А есть В» и «некоторые В есть А» эквивалентны друг другу. Также эквивалентны друг другу предложения «все А не есть В» и «все В не есть А». Таким образом, при решении задач, мы можем ограничиться рассмотрением всего лишь шести типов предложений.

1. Все А есть В.
2. Все В есть А.
3. Все А не есть В.
4. Некоторые А есть В.
5. Некоторые А не есть В.
6. Некоторые В не есть А.

Для построения вывода из двух посылок силлогизма, необходимо выполнить следующую последовательность действий.

1. Ввести символические обозначения.
2. Перевести предложения русского языка на язык формальной логики.
3. Записать 6 предложений, которые могут являться выводами.
4. К каждому предложению попытаться найти контррисунк, на ко-

тором с помощью кругов Эйлера изображена ситуация, при которой обе исходные посылки силлогизма выполняются, а гипотетический вывод не выполняется.

5. Те суждения, к которым нельзя построить контрпример, являются выводами; выделите их.

6. В случае необходимости объедините несколько выводов в один и запишите окончательный ответ.

Рассмотрим применение этого метода на трех конкретных примерах.

ПРИМЕР № 1

Исходные посылки:

Все ослики – козлики.

Все свинки — козлики.

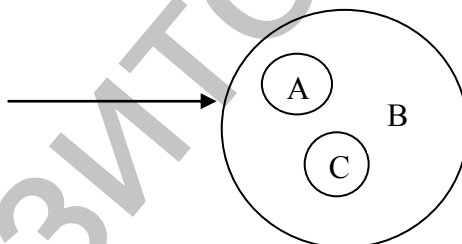
Введем символические обозначения. Пусть A – множество осликов, B – множество козчиков, C – множество свинок. Тогда наши предложения будут иметь вид:

Все A есть B

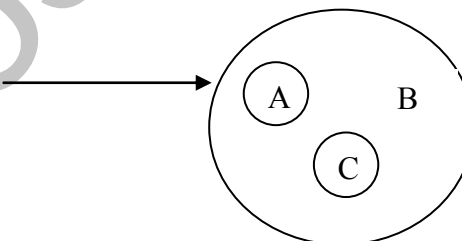
Все C есть B

Обратите внимание, что то множество, которое дважды участвовало в посылках, в выводе должно исчезнуть. Следовательно, в нашем случае в выводе «участвуют» лишь множества, обозначенные буквами A и C . Запишем все 6 гипотетических выводов, а справа от каждого из них нарисуем контрпример.

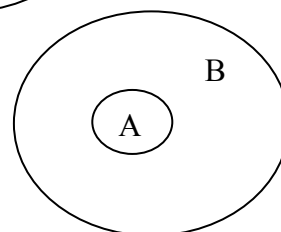
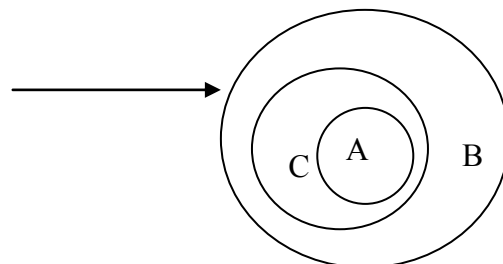
1. Все A есть C .



2. Все C есть A .



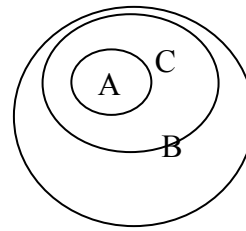
3. Все A не есть C .



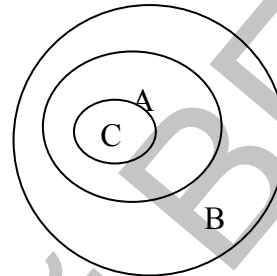
4. Некоторые А есть С. —————→



5. Некоторые А не есть С. —————→



6. Некоторые С не есть А. —————→



Как вы видите, к предложениям 1,2 и 4 подошел один и тот же рисунок. Кроме того, к предложениям 3 и 5 в качестве контрпримера также использован одинаковый рисунок. Поэтому, в дальнейшем, мы не будем рисовать один и тот же рисунок по несколько раз, а с помощью стрелок будем указывать контрпримером для каких именно предложений он является.

В данном примере все гипотетические выводы оказались опровергнуты. Следовательно, никакого 100% гарантированного вывода из исходных предложений сделать нельзя. (Сказанное не означает, что нельзя сделать вероятностных выводов, но эти выводы нас не интересуют).

ПРИМЕР № 2

Все ослики – свинки. Все козлики – не свинки.

Пусть А – множество осликов; В – множество свинок; С – множество козчиков. Тогда наши посылки имеют вид:

Все А есть В

Все С не есть В

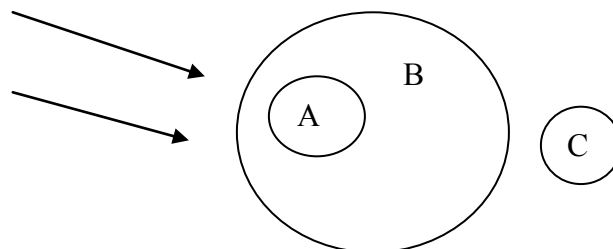
1. Все А есть

2. Все С есть А

3. Все А не есть С

4. Некоторые А есть С

5. Некоторые А не есть С



6. Некоторые С не есть А

К предложениям 3,5 и 6 контррисунков привести нельзя. Это выводы. Но два из этих выводов – слабые и лишь один «Все А не есть С» – сильный. Дело в том, что если он выполняется, то очевидно, что выполняются и выводы «Некоторые А не есть С» и «Некоторые С не есть А» (но не наоборот). Поэтому, в ответе нужно записать следующий вывод: Все ослики – не козлики.

ПРИМЕР № 3

Все слоники – мюмзики.

Все мюмзики – козлики.

Пусть А – множество слоников, В – множество мюмзиков, С множество козлик. Тогда исходные посылки можно записать в виде:

Все А есть В

Все В есть С

1. Все А есть С

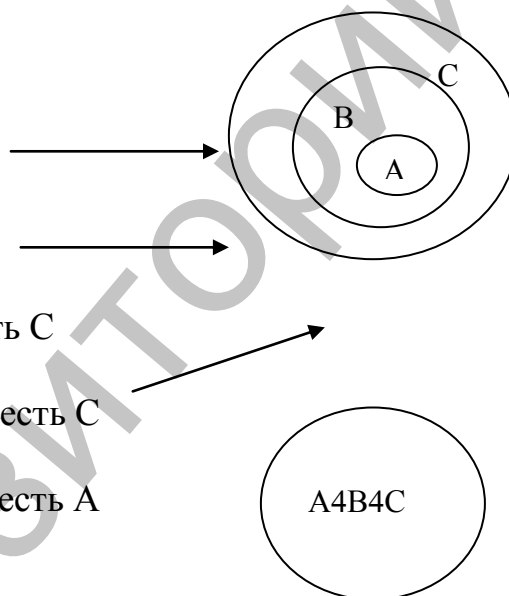
2. Все С есть А

3. Все А не есть С

4. Некоторые А есть С

5. Некоторые А не есть С

6. Некоторые С не есть А



Таким образом, у нас получилось два вывода, но вывод «Некоторые А есть С» – слабый, по отношению к выводу: «Все А есть С». Следовательно, из исходных посылок может сделать вывод: Все слоники – козлики.

* * *

В следующих задачах необходимо, используя рассмотренный нами метод, сделать вывод из двух исходных посылок.

5.1. Все мюмзики будябы Все будябы кузюмы.

5.2. Все мюмзики будябы Все мюмзики кузюмы.

5.3. Все мюмзики будябы Все кузюмы будябы.

5.4. Все мюмзики будябы Все мюмзики не кузюмы.

5.5. Все мюмзики будябы Все будябы не кузюмы.

5.6. Все мюмзики не будябы Все мюмзики не кузюмы.

- 5.7. Все мюмзики будябы Некоторые мюмзики кузюмы.
- 5.8. Все мюмзики будябы Некоторые мюмзики не кузюмы.
- 5.9. Все мюмзики будябы Некоторые кузюмы не мюмзики.
- 5.10. Все мюмзики будябы Некоторые будябы кузюмы.
- 5.11. Все мюмзики будябы Некоторые будябы не кузюмы.
- 5.12. Все мюмзики будябы Некоторые кузюмы не будябы.
- 5.13. Все мюмзики не будябы Некоторые мюмзики кузюмы.
- 5.14. Все мюмзики не будябы Некоторые будябы кузюмы.
- 5.15. Все мюмзики не будябы Некоторые кузюмы мюмзики.
- 5.16. Некоторые мюмзики будябы Некоторые мюмзики кузюмы.
- 5.17. Некоторые мюмзики будябы Некоторые будябы кузюмы.
- 5.18. Некоторые мюмзики не будябы Некоторые мюмзики кузюмы.
- 5.19. Некоторые мюмзики не будябы Некоторые будябы не кузюмы.
- 5.20. Некоторые мюмзики будябы Некоторые кузюмы будябы.
- 5.21. Все окружности квадраты Все окружности треугольники.

* * *

А теперь решите еще несколько задач по данной теме.

5.22. Приведите пример умозаключения, в котором обе посылки являются ложными суждениями, структура которого совпадает со структурой правильного силлогизма, а заключение является истинным суждением.

5.23. Получится ли новый силлогизм, если поменять местами заключение с одной из его посылок?

* * *

В следующих задачах вы должны построить такие простые категорические высказывания, которые будут присоединёнными к данным вам соритам, преобразуют эти сориты в простые категорические высказывания.

5.24. Все студенты дышат кислородом, следовательно Сидорчук дышит кислородом.

5.25. Все студенты учатся в высших учебных заведениях, следовательно некоторые учащиеся высших учебных заведений обязаны иметь зачетную книжку.

5.26. Это животное ослик, следовательно оно не является водоплавающей птицей.

5.27. Все ослики – травоядные животные, следовательно некоторые ослики не являются тиграми.

* * *

Вашему вниманию предоставляется полисиллогизм, каждая из посылок которого представляет собой простое категорическое высказывание. Попробуйте получить вывод из следующих истинных высказываний. Помните, что этот вывод может и не быть простым категорическим высказыванием.

5.28. Все будябы мюмзики.

Все будябы ослики.

Все будябы козлики.

Все будябы кузюмы.
Все будябы слоники.
Все будябы не хорьки.

* * *

В следующих задачах необходимо построить отрицания простых категорических высказываний:

- 5.29. Все студенты лысые.
- 5.30. Все студенты не любят отдыхать.
- 5.31. Некоторые студенты не спят на лекциях.
- 5.32. Некоторые студенты любят учиться.
- 5.33. Ни один из студентов не учится в трёх вузах одновременно.
- 5.34. Все студенты маленького роста.
- 5.35. В нашей республике существуют трудолюбивые студенты.
- 5.36. В Соединенных Штатах Америки существуют студенты, не знающие таблицу умножения.
- 5.37. Не все студенты умеют кататься на велосипедах.

Тема: Практическое применение логики

Целью данного задания является выработка у Вас умения и навыков «придираться» к документам. Запомните: нет, и в принципе не может быть ни одного содержательного текста, к которому нельзя было бы предъявить претензий с точки зрения логики. Поэтому – дерзайте! Пусть Вашим девизом будет: «Лучше пересолить, чем недосолить». Лучше выявить десять «ошибок», которые на самом деле ошибками не являются, чем пропустить одну подлинную ошибку в тексте.

Для выполнения задания Вам необходимо:

– во-первых, выписать неясные и неточные («расплывчатые») термины, которые могут быть истолкованы различными способами, и дать, по крайней мере, два разных объяснения каждому из этих терминов. Например, термин «народ страны» можно понимать как:

а) все жители данной страны; б) граждане данной страны; в) граждане данной страны, имеющие право голоса и т.д.

– во-вторых, посмотреть не нарушен ли в тексте закон тождества, то есть нет ли в нём таких слов (словосочетаний), которые по ходу текста поменяли свой смысл. Так, например, в следующем софизме: «Нефть – это черное золото. Золото – это металл. Следовательно, нефть – это металл», термин «золото» в первой посылке обозначал ценность, а во второй – химический элемент;

– в-третьих, найти в тексте замену одного слова (словосочетания) другим, не тождественным ему. Так, например термин «гуманизм» часто заменяют термином «человеколюбие», однако так делать нельзя, ибо данные термины не тождественны друг другу;

– в-четвертых, выявить предложения с «расплывчатым» синтакси-

сом. В таких предложениях могут быть понятны все слова, но не понятен сам способ связи слов в единое предложение. Отсюда и многозначность этих предложений. Примером может служить предложение: «День защитника Отечества и армии». Непонятно, к чему относится термин «защитник» – к Отечеству и армии, или только к Отечеству. Для того, чтобы избавиться от многозначности, предложение можно переделать следующим образом: «День армии и защитника Отечества». Если Вам удастся найти в тексте предложения с «расплывчатым» синтаксисом. То необходимо представить не менее двух способов понимания каждого из этих предложений;

– в-пятых, найти формально-логическую несовместимость некоторых высказываний.

Помните, что два высказывания являются несовместимыми, если они не могут быть одновременно истинными. Несовместимые высказывания делятся на противоположные (контрарные) и противоречивые (контрадикторные). Противоположные высказывания не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными. Например, высказывания «Все люди не умеют плавать» и «Все люди умеют плавать» – ложны. Противоречивые высказывания не могут быть одновременно не только истинными, но и ложными. Например, высказывания «Иванов умеет играть в шахматы» и «Иванов не умеет играть в шахматы» – контрадикторные высказывания. Однако, чтобы противоречие было подлинным, необходимо, чтобы:

а) речь шла об одном и том же Иванове; б) об одном и том же моменте времени; в) термин «уметь играть в шахматы» понимался одинаково в обоих выражениях. Эти три правила относятся также и к контрарным высказываниям.

Помните, что если оба высказывания могут быть одновременно истинными, то никакого противоречия (и противоположности) между ними нет. Так, например, нет противоречия между высказываниями: «Некоторые люди умеют плавать» и «Некоторые люди не умеют плавать». Эти высказывания совместимы друг с другом.

Самое главное. Вы должны найти несовместимые высказывания, пользуясь предложенным Вам текстом, а не так называемые «жизненные» противоречия, то есть противоречия между реальной жизнью и данного Вам документа. К логике эти противоречия никакого прямого отношения не имеют.

– в-шестых, определить, все ли возможные ситуации перечислены в тексте. Иначе может случиться нечто подобное на известную историю с древним римлянином. Римлянин, умирая, составил завещание. В завещании было сказано: «Если моя жена разрешится от беременности мальчиком, то после моей смерти она получит $\frac{1}{3}$ часть наследства, а $\frac{2}{3}$ достанется сыну. Если же она родит дочь, то получит после моей смерти $\frac{2}{3}$ наследства, а $\frac{1}{3}$ достанется дочери». Римлянин умер, а вскоре его жена родила двойню: сына и дочь. Так как данный случай не был предусмотрен

завещанием, то наследники долгое время судились между собой. Ваша задача как раз и состоит в том, чтобы найти подобные логические пробелы в тексте.

Репозиторий ВГУ

Репозиторий ВГУ