

X31

О. Д. ХВОЛЬСОН

КУРС
ФИЗИКИ

ТОМ ЧЕТВЕРТЫЙ

1 9 2 3

Р · С · Ф · С · Р

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
Б Е Р Л И Н

В.

М.





О. Д. ХВОЛЬСОН
ПРОФЕССОР ПЕТРОГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

КУРС ФИЗИКИ

В ПЯТИ ТОМАХ

СОДЕРЖАНИЕ:

Введение. — Механика. — Некоторые измерительные приборы и способы измерения. — Учение о газах, жидкостях и твердых телах. — Учение о звуке (акустика). — Учение о лучистой энергии. — Учение о теплоте. — Учение о магнитных и электрических явлениях. — Учение о магнитных и электрических явлениях (вторая половина).

Р. С. Ф. С. Р.
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
БЕРЛИН 1923

X 31
06
Экз

О. Д. ХВОЛЬСОН
ПРОФЕССОР ПЕТРОГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

КУРС ФИЗИКИ

ТОМ ЧЕТВЕРТЫЙ

Учение о магнитных и электрических явлениях.

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ

Переработанное и значительно дополненное

8034
94592

~~БИБЛИОТЕКА
Центрального
педагогического института~~

Библиотека
ВТЕБСОЦИАЛИСТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Р. С. Ф. С. Р.
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
БЕРЛИН 1923

Включено
в каталог

3 + 22,33
31

Alle Rechte, einschließlich
des Uebersetzungsrechtes,
vorbehalten

Copyright 1923 by Z. J.
Grschebin Verlag, Berlin

Напечатано Государствен-
ным Издательством по
договору с Издательством
З. И. Гржебина

Из предисловия к первому изданию.

Учение о магнитных и электрических явлениях пришлось распределить в двух полутомах. Первый полутом содержит учение о постоянном электрическом поле и почти все учение о постоянном магнитном поле.

А. Н. Гиммельман и А. А. Добиаш*) любезно взяли на себя большую работу чтения корректур; приношу им самое искреннее и сердечное спасибо за добросовестное и неутомимое исполнение этого огромного труда. Особенно я должен быть благодарен А. А. Добиашу, указавшему мне весьма большое число ошибок, неясностей, упущений и, вообще, разного рода промахов. Благодаря его помощи, я смею надеяться, что и этот полутом будет встречен с тою же благосклонностью, которой удостоились в России и за границей предыдущие части моего труда.

Горячую благодарность приношу наследникам покойного К. Л. Риккера, а также заведующим его издательской фирмой, сделавшим все, что только было возможно, для успешного издания этой книги.

Петроград, Март 1907.

О. Хвольсон.

Предисловие ко второму изданию.

Принимая во вниманис, что об'ем второго из вышеупомянутых полутомов оказался весьма значительным, было признано более удобным в дальнейших изданиях ввести обозначения том четвертый и том пятый.

В настоящее время первый том вышел четвертым изданием, второй и третий том — третьими изданиями. В Париже вышел французский перевод всего сочинения и второе издание части первого тома (издатель А. Hermann, переводчик E. Davaux, Ingénieur Principal de la Marine). Немецкий перевод был предпринят в Брауншвейге фирмой Vieweg u. Sohn (переводили ныне уже покойный профессор Рижского Политехникума Герман Эрнестович Пфлаум и Анна Богдановна Ферингер); появились в печати первые четыре тома и половина пятого тома, и приготавливалось второе издание первого. При настоящих обстоятельствах, однако, трудно сказать, будет ли немецкое издание, вообще, окончено.

*) Ныне профессор Военно-Медицинской Академии в Петрограде.

Настоящее второе издание весьма существенно отличается от первого. Многое изменено и добавлено во всех главах; введены новые статьи, в особенности в учении о возникновении магнитного состояния.

Глубочайшую благодарность приношу Л. С. Коловрат-Червинскому*) и Ф. Ф. Соколову, которые читали корректуру и тщательно исправляли разного рода ошибки и промахи.

Петроград, Декабрь 1914.

О. Хвольсон.

Предисловие к третьему изданию.

В это издание введено более ста добавлений и весьма большое число мелких изменений и дополнений. Литература за последние годы принята во внимание, насколько это позволяли обстоятельства.

Ильменау, Август 1923 г.

О. Хвольсон.

*) Скончался в 1921 году.

ВВЕДЕНИЕ.

Характеристика современного состояния науки об электрических и магнитных явлениях.

Приступая к последнему отделу курса физики, мы считаем необходимым начать с краткой характеристики того состояния, в котором в настоящее время находится наука об электрических и магнитных явлениях. В этой науке, составляющей обширнейший и интереснейший отдел физики, следует отличать три различные стороны или направления.

I. Во-первых, мы имеем дело с внешним обликом весьма большого числа разнообразных явлений, которые, воспринятые нашими органами чувств, вызывают в нас более или менее отчетливое представление о том, что в данном месте и при данных условиях происходит, или, вернее говоря, нам кажется происходящим. На этом внешнем облике явлений, а отчасти также на том представлении, которое они в нас вызывают, основано описание явлений. В неразрывной для нас связи с явлениями и с их описанием находятся те закономерные связи и те правила, которым повинуются качественная и количественная стороны этих явлений. Эти закономерные связи и эти правила, характерные для данного явления, должны входить, как важнейшая составная часть, в его описание; лишенное этой части, описание явления не обладало бы тою степенью полноты, которая возможна при наличном в данный момент запасе научных познаний.

Следует заметить, что в этом первом направлении наука достигла высокой степени развития. Нам известно столь огромное число разнообразнейших электрических и магнитных явлений, что сколько-нибудь полное их описание могло бы составить многотомное сочинение. В то же время нам с величайшею, можно сказать, с абсолютною точностью известны те законы, по которым происходит большое число этих явлений, т. е. те закономерные связи, которые существуют между величинами, характерными для данных явлений. Иначе говоря — мы знаем, при каких условиях явление возникает, а следовательно мы можем его вызвать по нашему желанию, и мы можем, в огромном числе случаев, предсказать мельчайшие детали самого явления, его течение и те окончательные результаты, к которым оно приводит. Весьма важно заметить, что весь научный материал, характеризующий рассматриваемую сторону учения об электрических и магнитных явлениях, совершенно не зависит от того

взгляда на сущность этих явлений, который в данный момент господствует в науке. Зато этот взгляд имеет огромное, и, к сожалению, иногда весьма для науки вредное влияние на ту терминологию, которой мы пользуемся, описывая данное явление и формулируя относящиеся к нему законы.

II. Вторую сторону современного учения об электрических и магнитных явлениях составляет рассмотрение их многочисленных и разнообразных практических применений. Возможность таких применений основана не только на том, что в указанном умении вызывать явления и на глубоком и всестороннем знакомстве с их характером и с теми законами, которыми они управляются. Нет никакой возможности перечислить все практические применения электрических и магнитных явлений, ибо сюда относится вся необъятная область электротехники: телеграфия и телефония, электрическое освещение, электрическая передача работы с электрической тягой, гальванопластика, электрометаллургия, построение динамо-электрических машин и других источников электрического тока, напр. термоэлектрических батарей и аккумуляторов, телеграфирование без проводов, бесчисленные мелкие приборы, действующие при помощи электричества и т. д.; сюда же относятся и те многочисленные применения электричества в медицине, которые были выработаны путем эмпирическим.

III. Третью сторону науки о явлениях, которым посвящен настоящий том, составляют попытки объяснить эти явления, создать их „теорию“, показать, что все они представляют необходимые следствия существования некоторого, хотя бы и гипотетического субстрата.

Чтобы дать ясное представление о современном положении теории электрических явлений, нет необходимости предварительно рассмотреть всю совокупность тех явлений, объяснение которых и есть задача теории. Для этого достаточно тех сведений, которые известны из элементарного курса физики, а потому мы здесь ограничиваемся немногими словами, чтобы только напомнить об основных и всем, конечно, известных явлениях.

Во-первых, существуют явления, которые следует назвать электростатическими. При взаимном соприкосновении, при трении, а также при некоторых других манипуляциях, тела приобретают целый ряд свойств, которыми они ранее не обладали. Мы говорим в этих случаях, что тела наэлектризованы. Существует два рода электризации, которые получили названия электризации положительной и отрицательной. Одноименно наэлектризованные тела взаимно отталкиваются, а разноименно — притягиваются. Тела, близкие к телам наэлектризованным, также электризуются, это — явление индукции, на котором основано устройство конденсатора. По отношению к передаче и распространению электрического состояния, тела разделяются на проводники и непроводники или диэлектрики. Присутствие последних имеет огромное влияние на величину тех сил, которые проявляются в пространстве, окружающем тела наэлектризованные. Исчезновение электрического состояния сопровождается появлением запасов энергии тепловой, световой, звуковой

и т. д., откуда следует, что при наличии наэлектризованного тела мы имеем дело с наличием запаса какой-то особой формы энергии.

Во-вторых, мы имеем дело с явлениями магнитными. Естественные (руда) и искусственные (стальные) магниты притягивают некоторые вещества, отталкивают другие; первые называются парамагнитными (железо, сталь, никкель и др.), вторые — диамагнитными (висмут и др.). На каждом магните мы имеем два различных намагничиванья — северное и южное, и имеем два полюса; одноименные полюсы отталкиваются, разноименные — притягиваются. Многие тела, помещенные вблизи магнитов, сами делаются магнитами, т. е. приобретают два магнитных полюса (магнитная индукция). При раздроблении магнита все его части оказываются совершенными магнитами, т. е. обладают всеми свойствами, которые вообще присущи магнитам. В пространстве, окружающем магниты, происходят разнообразные явления, из которых мы упомянем вращение плоскости поляризации световых лучей. При помощи магнитов можно производить работу, т. е. вызывать запасы разного рода энергии; отсюда следует, что при наличии магнитов мы также имеем дело с наличием запаса какой-то особой формы энергии.

В третьих, существует необозримое множество разнообразных явлений, так или иначе связанных с тем, что принято называть электрическим током. В отношении к этим явлениям все проводники разделяются на два класса. К первому классу относятся металлы и другие вещества, „ведущие себя“ в соответствующих случаях, как металлы; второй класс составляют электролиты. Присутствие последних необходимо при некоторых способах возбуждения электрического тока (гидроэлектрические элементы); при наличии тока в них происходят химические реакции, результат которых соответствует разложению некоторых составных частей электролита. Пространство, окружающее тела, напр. проволоки, в которых происходит явление электрического тока, обладает всеми свойствами магнитного поля (действие на подвижной магнит, намагничиванье железа и стали и т. д.); сами же эти тела, напр. проволоки, будучи помещены в магнитное поле магнита или другого тока, подвергаются силам, стремящимся придать им движение в ту или другую сторону. Явление электрического тока постоянно сопровождается появлением запасов энергии, главным образом тепловой, но весьма часто и других форм, напр., энергии химической, энергии движения и т. д. Отсюда следует, что и в явлении электрического тока мы имеем дело с наличием запаса какой-то особой формы энергии. Если проводник движется в магнитном поле, или если поле, в котором он находится, подвергается количественным изменениям, т. е. если оно усиливается, или ослабевает, то проводник обнаруживает явление электрического тока, называемого в этом случае индуктированным или индукционным.

В четвертых, мы встречаемся с явлениями электрических лучей.

В пятых, мы имеем обширную и бесконечно разнообразную группу явлений, обнаруживающихся при так называемом электрическом разряде.

В шестых мы должны иметь в виду явления радиоактивности, принадлежность которых к явлениям электрическим очевидна.

Ко всему фактическому материалу, заключающемуся в только что приведенном списке, следует прибавить, как неизбежно установленное достояние науки, ряд абсолютно точных законов, которыми управляются магнитные и электрические явления. Приведем некоторые главнейшие из этих законов:

1. Закон взаимодействия наэлектризованных тел, т. е. закон, которым определяется направление и величина силы, действующей на наэлектризованное тело, находящееся вблизи других наэлектризованных тел, а также распределение электрического состояния на телах.

2. Закон взаимодействия магнитов.

3. Закон, определяющий магнитное поле тока; этот закон указывает, какие токи и магниты могут быть заменены друг другом в отношении всех явлений, обнаруживающихся в окружающем пространстве. Как следствия этого третьего закона получаются: закон взаимодействия тока и магнита и закон взаимодействия двух токов.

4. Закон, по которому происходит явление индукционных токов.

5. Законы появления тепла насчет двух упомянутых выше видов электрической энергии.

6. Основной закон электролиза, т. е. химических реакций, сопровождающих прохождение электрического тока через электролиты.

7. Закон вращения плоскости поляризации в магнитном поле.

К этим законам следует прибавить еще два, которые были предсказаны одною из теорий, и которые до такой степени оправдались на опытах, что отныне уже всякая теория должна считаться с ними, т. е. сделать понятною их необходимость. Эти два закона суть:

8. Закон, выражающийся формулой $K = n^2$, относящийся к веществам немагнитным и уже рассмотренный нами в т. II. Напомним здесь, что K — диэлектрическая постоянная, n — показатель преломления для лучей с весьма большою длиною волны. Для веществ магнитных этот закон выражается более сложною формулою, которую мы здесь не приводим.

9. Закон, который мы впоследствии будем выражать формулою $E_m : E_e = v$; здесь E_m и E_e — два определенных „количества электричества“, v — скорость света. Считая преждевременным распространяться об этом законе, ограничиваемся этим простым указанием.

Мы, конечно не исчерпали всех известных нам законов, относящихся к магнитным и электрическим явлениям; но во всяком случае мы привели главнейшие из них.

Всякая теория электрических и магнитных явлений должна прежде всего исходить из некоторого определенного представления об основной причине этих явлений, о той реально существующей подкладке, которая служит их источником. Затем она должна показать, что явления и законы, перечень которых приведен выше, вытекают, как необходимое логическое следствие, из гипотезы, послужившей теории исходною точкою.

Рассматривая различные объяснения электрических и магнитных явлений, мы убеждаемся, что в этих объяснениях отчетливо выступают три направления или три способа рассуждения, существенно друг от друга отличающиеся. Каждое из этих трех направлений или способов рассуждения рисует перед нами некоторую более или менее ясную картину; получающиеся три картины мы будем обозначать буквами А, В и С. Прежде, чем рассматривать более подробно эти три картины, мы дадим им краткую предварительную характеристику.

Картина А (приблизительно до 1870 г.) построена на представлении о двух электричествах, как особых веществах, одно из важнейших свойств которых заключается в их способности непосредственно действовать вдаль (*actio in distans*, т. I). Эта картина до сих пор вполне сохранилась только в элементарной физике. Тем не менее она будет играть видную роль в последующем нашем изложении. Мы не замедлим объяснить этот на вид столь странный факт.

Картина В (1870—1900 г.) совершенно отказывается от представления об особом веществе, как субстрате электрических и магнитных явлений. Она стремится объяснить эти явления свойствами эфира, в котором могут возникать разного рода изменения, а именно деформации и движения. Возможность всякого непосредственного действия вдаль безусловно отвергается. Эта картина, приведенная к электромагнитной теории лучистой энергии, представляет одно из наиболее глубокомысленных и остроумных творений человеческого ума. Но хотя она несомненно гораздо более приближается к истине, чем картина А, она оказалась бессильной объяснить обширный ряд разнообразных явлений.

Картина С (от 1900 г.), построенная на новой, электронной теории, представляет некоторым образом комбинацию картин А и В. Допуская существование особого субстрата, она считает самый субстрат за причину, вызывающую наблюдаемые явления.

Перейдем к более подробной характеристике наших трех картин.

Картина А.

Imponderabilia и *actio in distans* — вот чем главным образом характеризуется эта старая картина А. Она допускает существование особых веществ, иногда называемых флюидами, агентами и даже жидкостями. Эти вещества невесомы (вернее — невесящие); число их колебалось между четырьмя и одним. Приходилось принимать четыре таких вещества, когда допускалось существование независимых друг от друга двух „электричеств“ и двух „магнетизмов“, как веществ, фактически находящихся на поверхности или внутри наэлектризованных тел и магнитов. Когда было открыто, что всякий магнит действует совершенно так же, как некоторая совокупность электрических токов, то отказались от двух „магнетизмов“. Таким образом возникли „дуалистические“ теории, допускающие существование только двух особых веществ, двух „электричеств“, положительного и отрицательного. „Унитарные“ теории, прини-

мающие только один агент, должны быть отнесены к этой же категории даже в том случае, если они, допуская тождество этого единственного агента со световым эфиром, однако приписывают ему ту „actionem in distans“, которая, рядом со введением невесомых, представляет вторую, и притом, пожалуй, наиболее характерную черту картины А. Предполагается, именно, что гипотетические агенты, напр., два электричества, непосредственно действуют на расстоянии друг на друга, причем промежуточная среда или никакой роли не играет, или обнаруживает лишь второстепенное и как бы случайное влияние на те или другие явления; действия агентов друг на друга могут быть и притягательные и отталкивательные. В явлениях электрических мы имеем дело с проявлениями агентов, находящихся в покое; явление, названное электрическим током, по существу представляет действительное течение одного или двух агентов внутри или на поверхности проводника, обыкновенно — проволоки.

На почве указанных двух, для картины А наиболее характерных, представлений возникло обширное приложение к магнитным и электрическим явлениям того учения о потенциале, с основами которого мы уже познакомились в томе I. Такое приложение оказалось возможным, когда были найдены законы действия тех сил, с которыми мы встречаемся при изучении этих явлений. А так как эти силы фактически и несомненно существуют, и обширная область явлений происходит совершенно так, как если бы основные черты картины А соответствовали действительности, то и оказывается, что приложение учения о потенциале не только ведет к несомненно верным результатам, но что применять это учение мы можем и в том случае, когда мы отказываемся от картины А. Потенциал точки выражает определенную работу несомненно существующих сил; эта работа совершается на счет опять-таки несомненно существующих запасов некоторого особого рода форм энергии, и имеет своим результатом совершенно уже очевидное появление таких форм энергии, которые в большинстве случаев нам давно знакомы. Вопрос об источнике, о механизме возникновения этих сил, а также вопрос о форме первоначального запаса энергии при этом никакой роли не играют; решение этих вопросов всецело зависит от того, на какой „картине“ мы остановимся. Отказываясь от картины А, мы тем самым должны отказаться лишь от представления о реальности того первоначального фундамента, на котором мы основывали приложение учения о потенциале. Но само приложение сохраняется, как метод рассуждения, решения задач и т. д. Мы увидим, что оно приводит к понятию о „потенциале проводника“, как о степени его электризации; и это понятие может быть сохранено, совершенно независимо от принятой нами „картины“, а следовательно и от того, что мы, в зависимости от этой картины, подразумеваем под термином „электризация“ проводника.

Из сказанного делается понятным, почему картина А будет играть не малую роль в наших дальнейших рассуждениях, хотя наука от нее отказалась. Мы будем пользоваться картиной А для удобного и простого описания явлений в тех пределах, в которых эти

явления фактически происходят так, как если бы картина А соответствовала действительности. Эти пределы должны быть нам точно известны, без чего мы, очевидно, рискуем впасть в грубейшие ошибки. Вполне отказаться от пользования картиною А мы считаем невозможным еще по двум причинам. Во-первых мы этим облегчим работу начинающим, знакомым с элементарною физикою, которая пока почти не знает другой картины; во-вторых, мы будем иметь возможность хотя бы отчасти и временно сохранить ту общепринятую и удобную терминологию, которая возникла в соответствии с картиною А, и к которой все привыкли.

Картина В.

Faraday, Cl. Maxwell и Hertz дали нам эту картину. Самым характерным ее признаком является недопущение *actionis in distans*, отсутствие особых, кроме мирового эфира, агентов и перенесение центра тяжести явлений в ту среду, которая окружает наэлектризованные или намагниченные тела и которая играет в рассматриваемых явлениях не случайную и второстепенную, но, напротив, самую главную роль.

Картина В предполагает, что сущность электрических и магнитных явлений заключается в изменениях, напр. в деформациях и пертурбациях, возникающих в эфире. В этих изменениях и заключается источник тех сил, действия которых мы непосредственно наблюдаем, и ими определяются те формы энергии, наличие которых доказывается приложением принципа сохранения энергии к упомянутым выше случаям возникновения теплоты, химической и других известных форм энергии.

Faraday (Фарадей) дал эскиз картины В; Cl. Maxwell (Максвелл) нарисовал ее детально. Он облек основные мысли Фарадея в математическую форму и создал „электромагнитную теорию света“, рассматривающую лучистую энергию, как один из частных случаев тех самых пертурбаций в эфире, которые в других случаях воспринимаются нами в форме того или другого магнитного или электрического явления. Эта же теория привела Максвелла к тем двум законам, которые были указаны (законы 8 и 9). Несомненная справедливость этих законов была подтверждена многочисленными опытами; они не могли бы быть предсказаны и не могут быть об'яснены теорией, которая основывается на картине А. Наконец электрические лучи Hertz'a, к которым мы возвратимся в последнем томе, оказались явлением, согласным с теорией Максвелла и с теми основными представлениями, которыми характеризуется картина В.

Стройность теории Максвелла, подтверждение законов 8 и 9, уничтожение невесомых агентов, специально вызывающих явления магнитные и электрические, устранение необходимости допускать *actionem in distans*, и — как самое главное — открытие электрических лучей, казалось, должны были привести к полному, во всех отделах этой науки, торжеству

тех представлений, на которых основана картина В. Казалось, что оставалось только дорисовывать эту картину, выработать все ее детали, иначе говоря, воспользоваться ею во всех отделах нашей науки, показать, что во всех группах сюда относящихся явлений новая теория столь же согласна с действительностью и приводит к таким же блестящим результатам, как это было в тех специальных группах явлений, к которым Максвелл и Герц прилагали новые идеи. Около 1890 года можно было думать, что о количествах электричества, как о реально существующих веществах, уже не будет более говорить в серьезной науке; можно было надеяться, что чисто механическая сторона тех деформаций и пертурбаций в эфире, в которых должна заключаться истинная закулисная сторона электрических и магнитных явлений, будет вскоре выяснена во всех подробностях, и что эти деформации и пертурбации будут упоминаться во всех главах той части физики, которая посвящена упомянутым явлениям.

Но эти надежды не осуществились. Напротив, развитие науки все более и более удаляло ее от того единообразия, от той ясности и простоты, от которых, казалось, она была уже не далека. Следует отличать три причины, по которым постепенно развивавшаяся наука уклонялась от пути, который мог бы привести к полному торжеству картины В во всех отделах учения об электричестве и о магнетизме.

Во-первых, в этом учении оказались некоторые отделы, которые достигли высокой степени развития, именно в направлении теоретическом, причем, однако, в соответствующих выводах и рассуждениях ни одна черта, ни одна мысль не напоминала картины В. Сюда в особенности относится учение об электролизе, т. е. о так называемых химических действиях тока. Разбирая явления электролиза, ученые как бы временно забывали о картине В, забывали о работах Максвелла и Герца, о несуществовании „электричества“, как вещества, и даже — так иногда могло казаться — о несообразности *actionis in distans*. В теории ионов (т. I и III) предполагается, что растворенные вещества всегда отчасти диссоциированы, т. е. разложены на составные части (напр., *NaCl* на *Na* и *Cl*), которые и суть ионы. Каждый ион связан с определенным „количеством электричества“, вследствие чего он в растворе и движется по направлению к неодновременно с ним наэлектризованному электроду. Учение об ионах представляет стройную, детально разработанную, весьма интересную часть нашей науки. Между тем в ней нельзя было открыть даже и следов картины В; писавший об электролизе как будто забывал об этой картине и не было сделано почти ни одной серьезной попытки ввести картину В в учение об электролизе, перевести — если можно так выразиться — объяснения и рассуждения с одного языка на другой, показать, что „количества электричества“, о которых здесь говорится, следует понимать в смысле картины В, т. е. как деформации эфира, опирающиеся на ионы.

Во-вторых, следует сказать, что не удалось найти механического представления о характере хотя бы лишь тех деформаций (а может

быть и пертурбаций), которые соответствуют явлениям электрическим и магнитным. Появились разнообразны́е попытки выяснения сущности того, что происходит в эфире, — попытки, основанные на допущении, что этот эфир обладает теми или другими особыми свойствами, и на догадках об особенностях его внутреннего строения. Эти допущения и догадки представлялись нередко довольно сложными и странными. Достаточно указать хотя бы на допущение некоторого рода двойственности эфира, яко-бы состоящего из двух веществ, из которых одно как бы пропитано другим, подобно тому, как, напр., губка пропитывается жидкостью. Эта или другие из многих подобных ей попыток чрезвычайно усложняли основные гипотезы.

В третьих, был открыт новый ряд явлений, которые, равно как и результаты более детального исследования некоторых уже известных явлений, не могли укладываться в рамках картины В.

Картина С.

На пороге нового столетия возникла новая теория; она названа „электронной“, так как в ее основе лежит представление об электро́не. Ее историю приходится в настоящее время (1920) разделить на две части, из которых вторая начинается с 1913 года. Обеим частям соответствует картина С, составляющая, по крайней мере отчасти, комбинацию картин А и В. Она с самого начала заимствовала из картины А допущение, что в природе несомненно существует особого рода вещество, соответствующее отрицательному электричеству картины А. Это вещество обладает атомным строением, т. е. оно состоит из мельчайших отдельных частиц, которые и называются электронами. Из картины В новая теория первоначально сохранила представление об особых изменениях, возникающих в эфире, когда происходят явления электрического или магнитного поля. Она, следовательно, не допускала действия вдаль, но полагала, что непосредственную причину электрической или магнитной силы, наблюдаемой в данном месте пространства, следует искать в этом же месте, в тех изменениях, которые в данном месте возникли. Далее допускалось, как факт, что неподвижные электроны вызывают в окружающем пространстве те изменения, которые соответствуют наличности электрических сил. Но когда электрон движется, то в окружающем пространстве возникают новые изменения и появляются силы магнитные.

Весьма неясным оставался вопрос о положительном электричестве, а также об отношении электронов к обыкновенной материи. Теория не могла сказать, содержит ли тело, которое мы называем положительно наэлектризованным, особое вещество — положительное электричество, или это тело только лишено части тех электронов, которые должны в нем находиться, чтобы оно представлялось нам нейтральным, т. е. вовсе не наэлектризованным.

Новый перелом произошел, когда в 1913 г. появилась теория строения атомов, разработанная датским ученым Bohr'ом. По этой теории, кото-

рую мы подробно изложим в т. V, каждый атом, по своему устройству, напоминает солнечную систему в миниатюре. Атом построен из ядра, содержащего заряд положительного электричества; вокруг этого ядра движутся по круговым или, верней, эллиптическим орбитам электроны, как планеты движутся вокруг солнца. Ядро может содержать и отрицательное электричество, но положительного электричества должно быть больше, а именно его количество должно равняться всему количеству отрицательного электричества, находящегося в нейтральном атоме, как в ядре, так и в электронах, движущихся вокруг ядра. Число электронов в атоме равно порядковому числу соответствующего элемента по таблице Менделеева, так что в атоме водорода вращается около ядра только один электрон, в атоме гелия вращаются около ядра два электрона, в атоме лития — три, бериллия — четыре, бора — пять, углерода — шесть, азота — семь и т. д., наконец в атоме урана — 92 электрона. Не входя в дальнейшие подробности относительно идеи Bohr'a, заметим, что в ней положительное электричество вновь является как самодовлеющий агент, как фактически существующая реальность, и в этом отношении нельзя не видеть нового уклона в сторону картины А.

Дальнейшая особенность современного видоизменения картины С связана с тем, что весьма большое число современных ученых совершенно отрицают существование эфира, о чем неоднократно уже упоминалось в предыдущих томах. К сожалению, следует еще сказать, что дальное действие *actio in distans*, вновь нашло себе место в новейшей науке. Исследуя движения электронов вокруг ядра атома, физик прилагает те же методы, которыми астроном пользуется при изучении движений, происходящих в солнечной системе. Он вводит в свои вычисления те силы, которые действуют между ядром атома и окружающими электронами, а также силы, действующие между этими электронами, вовсе не поднимая вопроса о том, как эти силы передаются от одного из взаимодействующих тел к другому и что при этом происходит в промежуточном пространстве.

Вопрос о взаимодействии между электронами и обыкновенной материей теперь совершенно отпадает, так как атом построен только из положительного электричества, находящегося в ядре, и отрицательного — в электронах, а также, хотя, может быть, и не во всех атомах, в ядре. Никакой „обыкновенной“ материи вообще не существует и весь мир соткан только из двух электричеств, положительного и отрицательного, образующих атом, причем атомы различных элементов отличаются друг от друга только числом и расположением электронов и составом ядра.

Для нас является капитальный, дидактический вопрос: какую роль должна в настоящее время (1920 г.) играть электронная теория в учебнике? Должны ли мы, вполне отказываясь от картин А и В, исключительно, и с самого начала, строить все наши описания и объяснения только на этой новой теории? Мы останавливаемся на следующем решении. Нет необходимости сразу вводить картину С как основу для всех описаний и объяснений. Поэтому мы в настоящем томе лишь в тех местах будем пользоваться новою теорией,

где это окажется вполне удобным и где ярко выступают ее преимущества перед другими теориями. Начинаящий, очевидно, должен прежде всего основательно познакомиться с обширной областью фактов, с явлениями и законами, т. е. с таким научным материалом, который ни от какой теории не зависит. Установившаяся здесь терминология делает не только крайне удобным, но и почти необходимым пользование картинами А и В.

Укажем еще на одно обстоятельство. Картина А — два электричества, непосредственно действующие вдаль — была устранена научной теорией и пользование ею может казаться анахронизмом. Но мы не только будем пользоваться ею там, где это удобно. Мы позволим себе идти дальше, рискуя встретить неодобрение знатоков физики; руководясь, как всегда, прежде всего дидактическими целями и желая принести пользу учащимся, мы в первых главах этой книги будем сопоставлять картины А и В, когда будем рассматривать простейшие электрические явления. Мы при этом будем иметь в виду исключительно только начинающих, привыкших к картине А. Им необходимо прежде всего выяснить картину В и ее преимущества перед картиною А.

Весьма важно ответить на вопрос: что же в учении об электрических явлениях можно считать неизбежно установленным? какие его части уже не могут в будущем подвергаться коренному преобразованию? Ответ на этот вопрос таков:

Независимо от теоретических воззрений, от того, какие гипотезы служат фундаментом теории, мы имеем в этом учении следующий неизбежно установленный материал:

1. Явления и факты в том виде, в котором они воспринимаются нашими органами чувств.

2. Ряд законов, которыми эти явления управляются, и которые связывают величины, истинное физическое значение большинства которых приходится считать пока еще окончательно не выясненным.

3. Теоретические выводы, основанные на этих законах; сюда относятся:

а) Все, что основано на применении теории потенциала; так напр., учение о распределении электричества на поверхности проводников.

б) Определение чисто механических условий равновесия или движения магнитов и токов, находящихся под влиянием магнитов или токов.

в) Вычисление различных величин, характеризующих те электрические токи, которые при определенных заданных условиях должны возникнуть. Взгляд на физическое значение этих величин может измениться, но способы их вычисления известны и навсегда составят неизбежное достояние науки.

4. Теоретические выводы, основанные на применении двух начал термодинамики к тем из относящихся сюда явлений, в которых мы замечаем исчезновение или возникновение каких-либо запасов энергии. Мы знаем, что наэлектризованное тело может сделаться источником теплоты, что электрический ток всегда является таковым источником, что при помощи магнитов, или токов, или их комбинации можно произ-

водить работу, что рассматриваемые явления нередко сопровождаются возникновением или исчезновением запаса химической энергии и т. д. Полученные выводы останутся всегда верными, хотя взгляд на физическое значение величин, входящих в соответствующие формулы и может измениться с течением времени.

5. То положение, что среда играет существеннейшую роль в явлениях электрических и магнитных. Свойства той среды, в которой обнаруживаются явления, должны стоять на первом плане, ибо эти явления несомненно доказывают, что в среде что-то происходит.

Изложение учения о явлениях электрических и магнитных должно прежде всего иметь в виду только что перечисленные пять пунктов. То, что в данный момент можно считать твердо установленным, должно при этом служить фундаментом, и им должно определяться общее распределение всего научного материала.

Скажем несколько слов о том распределении этого материала, которого мы будем держаться.

К обстоятельствам неизбежно установленным принадлежит, как сказано, роль среды в разбираемых явлениях. Реально существует изменение в среде, а потому среду и то, что в ней наблюдается и происходит, мы ставим на первый план, стараясь при этом строго отделить то, что фактически наблюдается, от того, что имеет характер гипотетический. Посему мы рассмотрим прежде всего свойства среды, или, как принято говорить, поля, а затем уже условия, при которых поле возникает.

Следует отличать два поля, электрическое (точнее электростатическое) и магнитное, обладающие свойством постоянства, характеризуемого тем, что величины, с которыми мы встречаемся при их изучении, не зависят от времени, или зависят от него так, что в течение неопределенно длинного ряда последовательных и одинаковых промежутков времени они растут пропорционально времени (напр. количество теплоты и количество ионов, выделяемые током).

Кроме двух постоянных полей, мы имеем далее переменное магнитное поле, которое весьма удобно было бы назвать электромагнитным полем. Однако, термины „электромагнит“ и „электромагнетизм“ уже имеют некоторое установившееся значение, от которого было бы трудно отвыкнуть.

Таким образом мы разделим учение об электрических и магнитных явлениях на три части:

- I. Постоянное электрическое поле.
- II. Постоянное магнитное поле.
- III. Переменное магнитное (электромагнитное) поле.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

ПОСТОЯННОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Свойства постоянного электрического поля.

§ 1. Основные факты. Существует возможность производить над телами, главным образом, твердыми и жидкими, определенные манипуляции, после которых пространство, окружающее эти тела, приобретает некоторые новые свойства; очевидная причина возникновения этих свойств должна заключаться именно в этих манипуляциях. Простейшие из относящихся сюда манипуляций известны из элементарной физики; они будут рассмотрены в следующей главе. Теперь ограничимся напоминанием, что к ним относятся соприкосновение тел, трение и т. д. Если, например, тереть одно тело о другое и затем оба тела удалить друг от друга, то в окружающем пространстве обнаруживаются между прочим такие явления: легкие и в то же время легкоподвижные тела движутся по направлению к поверхности тела, которое подверглось трению; достигнув этой поверхности, легкие тела более или менее быстро от нее удаляются; между натертым телом и другим, к нему приближенным до весьма небольшого расстояния, замечается иногда маленькая искра, появление которой сопровождается звуком, вроде очень слабого треска; другие натертые тела, смотря по обстоятельствам (см. ниже) или стремятся приблизиться к данному натертому телу или от него удалиться.

Предположение, что в натертых телах кроется непосредственная причина упомянутых движений привело к известной терминологии: про тела, которые были подвергнуты трению или одной из других манипуляций, после которых в окружающем пространстве замечаются указанные выше явления, говорят, что они наэлектризованы. Для нас этот термин пока должен указывать только на наличие некоторых явлений, происходящих в пространстве, окружающем эти тела. Мироззрение, господствовавшее в нашей науке в течение всего 18-го и в течение первых трех четвертей 19-го столетий, заставило ученых понимать упомянутые выше случаи приближения тел друг к другу, как взаимное их притяжение, а стре-

мление тел удалиться друг от друга — как взаимное их отталкивание, и таким образом образовались термины: „тела притягиваются“, „тела отталкиваются“. Известный факт, что одно и то же тело, бывшее в соприкосновении с натертым телом, стремится приблизиться к одним натертым телам, и удалиться от других, привело к представлению о том, что существуют два рода электризации; из них одна называется положительною электризацией, а другая — отрицательною. Соответственно этому принято говорить о знаке электризации (+ или —).

Каждая из манипуляций, упомянутых в начале этого параграфа, имеет результатом появление обеих электризаций на двух различных телах, или в различных местах одного тела, смотря по тому, совершается ли манипуляция над двумя телами (трение, соприкосновение и т. д.) или только над одним (пирозлектричество, пьезоэлектричество и т. д., см. ниже).

Исследование движений, совершаемых наэлектризованными телами, находящимися не слишком далеко друг от друга, приводит к простому правилу: наэлектризованные тела подвержены силам, под влиянием которых они приближаются к телам, наэлектризованным неодновременно, и удаляются от тел, которые наэлектризованы одновременно с ними. Если воспользоваться вышеупомянутою терминологиею, то можно выразить это же правило словами: неодновременно наэлектризованные тела притягиваются; одновременно наэлектризованные — отталкиваются.

Для объяснения основных фактов было предложено великое множество различных гипотез и построенных на них теорий. Мы выбираем из них по одному представителю от каждой из двух групп, на которые можно разделить гипотезы и теории, существовавшие до 1900 г. Выбранные нами представители исторически наиболее важны; они в наиболее резкой форме характеризуют две группы старых теорий, которым в сущности соответствуют два различных мировоззрения. Каждая из двух выбранных нами теорий приводит к некоторой картине, определяющей собою ту подкладку, или ту закулисную сторону явлений, которую мы непосредственно наблюдать не можем. Получающиеся таким образом две картины мы и будем называть „картиной А“ и „картиной В“. Заметим, что картина А господствовала в науке до последней четверти истекшего столетия.

Мы посвящаем первые параграфы ознакомлению с основными электрическими, точнее электростатическими, явлениями, и постараемся в каждом из этих параграфов отдельно рассмотреть соответствующие части картин А и В. Начнем с тех основных фактов, которые были описаны в этом параграфе.

Картина А.

В природе существуют кроме материи твердой, жидкой и газообразной, еще два вещества, называемые положительным и отрицательным

электричествами; в тех случаях, когда мы по каким-либо причинам (см. введение) сочтем нужным пользоваться картиною А, мы эти вещества иногда будем называть свободными электричествами. Как всякое вещество, так и электричество занимает в данное время определенное положение, которое может меняться; далее, электричество представляет собою некоторую величину, так что можно говорить о количестве электричества. Полное количество электричества, находящегося на данном теле, называется его зарядом. Электричество обладает способностью располагаться по поверхности некоторых тел столь тонким слоем, что при решении различных относящихся к нему вопросов можно воспользоваться учением о поверхностных массах, т. е. массах, не занимающих пространства и обладающих только двумя геометрическими измерениями.

Два электричества обладают способностью *actionis in distans*: они непосредственно действуют друг на друга, причем одноименные электричества отталкиваются, разноименные — притягиваются. Соединившись между собою в одинаковых количествах, два разноименных электричества составляют нейтральную смесь, которая находится во всех телах; она никаких внешних действий не производит, так что ее присутствие для нас ничем не обнаруживается. На этом основаны выражения: „одинаковые количества разноименных электричеств взаимно уничтожаются“ и „нейтральное электричество разлагается на два одинаковых количества положительного и отрицательного электричеств“.

Обращаясь к основным фактам, указанным в начале этого параграфа, мы видим, что, принимая картину А, нам уже ничего не приходится объяснять, так как все то, что следует объяснить (кроме притяжения легких тел, к которому мы еще возвратимся), приписано, как фактическое свойство, двум гипотетическим электричествам. Все те манипуляции, о которых было сказано выше, вызывают разложение нейтральной смеси: такое разложение происходит, напр. при трении, причем положительное электричество располагается на одном теле, отрицательное — на другом. Понятно, что все эти манипуляции дают всегда одинаковые между собою количества положительного и отрицательного электричества. Взаимодействие наэлектризованных тел „объясняется“ взаимодействием тех зарядов, которые находятся на этих телах.

Пространство, окружающее наэлектризованные тела и называемое электрическим полем, есть поле динамическое (т. I); в каждой его точке появляется определенная сила, если в эту точку поместить некоторое количество электричества, например, маленький предварительно натертый стеклянный шарик. Величина и направление этой силы зависят от наличного распределения электричеств, или, как иногда говорят, электрических масс и от положения рассматриваемой точки.

В электрическом поле можно провести бесконечное множество линий, направление которых (т. е. направление касательных к ним) в каждой точке совпадает с направлением силы в этой точке; такие линии суть линии сил (т. I). Через каждую точку электрического поля можно про-

вести линию сил. Если линии сил суть параллельные между собою прямыя, т. е. если силы во всех точках поля имеют одинаковое направление, то поле называется однородным; мы увидим ниже, что в однородном поле силы во всех точках равны по величине. Линии сил имеют в картине *A* исключительно геометрическое значение. Они приобретают физическое значение только в том случае, если в одну из точек поля поместить маленькое наэлектризованное тело, да и в этом случае приобретение физического смысла ограничивается этою точкою, для которой направление линии определяет направление фактически наблюдаемой силы. Во всех же остальных точках и в этом случае линия сил никакого физического значения не имеет.

Мы условимся приписывать линиям сил положительное направление в сторону той силы, которая действует на положительное электричество; сила, действующая на отрицательное электричество, имеет направление противоположное. При таком условии мы очевидно получаем, что линии сил выходят из тел, наэлектризованных положительно, и входят в тела, содержащие электричество отрицательное.

Некоторое, вообще совершенно произвольное, количество электричества мы примем за единицу количества электричества; впрочем мы в § 4 увидим, каким образом можно получить абсолютную единицу количества электричества. Силу, которая в данной точке поля действует на единицу количества электричества, мы примем за меру новой величины, которую мы назовем напряжением поля в этой точке (см. т. 1). Если f есть сила, действующая на количество электричества η , то напряжение поля F определяется формулою

$$F = \frac{f}{\eta} \dots \dots \dots (1)$$

Равномерное поле обладает везде одинаковым по величине и по направлению напряжением.

Количества положительного электричества мы будем выражать положительными числами, а количества отрицательного — отрицательными. Считая силы f положительными, когда они направлены в положительную сторону линий сил, мы получаем результат, что напряжение поля может быть величиною только положительною, так как при соблюдении этих условий величины η и f , очевидно, всегда будут величинами одного и того же знака.

Вообразим в электрическом поле некоторую поверхность и выберем на ней такую часть, которая не имела бы с линиями сил общей касательной плоскости, т. е. которая бы пронизывалась линиями сил. Начертим мысленно на этой поверхности весьма малый замкнутый контур произвольной формы и проведем чрез все точки этого контура линии сил. Геометрическое место этих линий сил составит боковую поверхность некоторой трубки, которую мы назовем трубкою сил. Вообще говоря, эти трубки представляются изогнутыми, и площадь их поперечного сечения меняется вдоль трубки, т. е. они или расширяются или суживаются. В

равномерном электрическом поле трубки сил прямые и имеют везде одинаковую площадь поперечного сечения. Ясно, что во всех точках боковой поверхности трубки сил нормальная слагаемая напряжения F равна нулю. Далее, из всего предыдущего следует, что трубки сил вообще идут в пространстве от тел, наэлектризованных положительно, к телам, наэлектризованным отрицательно.

Напряжение поля в данной точке обыкновенно, хотя и неправильно, называют электрической силою в этой точке.

Картина A , основные черты которой мы указали, безусловно не соответствует действительности. Несмотря на это, мы пока еще не можем вполне отрешиться от картины A . Этому препятствует, во-первых, та роль, которую она играла в истории науки, во-вторых, современная терминология, основанная на картине A , и, в третьих, ее сравнительная простота и те большие удобства, которые она представляет, когда мы желаем ориентироваться в сравнительно сложных относящихся сюда явлениях. Дело в том, что огромное число явлений происходит совершенно так, как если бы картина A была справедлива во всех ее чертах. Вследствие этого мы можем ею пользоваться в весьма обширной сфере разнообразных явлений, совершенно не рискуя впасть в ошибку. Конечно, эта сфера должна быть нам известна и выходить из нее можно только тогда, когда результат каждого вывода проверяется нами на опыте. Но внутри этой сферы мы сохраняем картину A , как весьма наглядную и дающую нам в руки удобный метод рассуждения и наглядного описания явлений и представляющую удобный фундамент для вычисления, для решения разного рода задач и т. д. Основываясь на картине A , мы в бесчисленном множестве случаев безошибочно предскажем мельчайшие детали явления, которое должно произойти при той или другой заданной обстановке. Следует твердо помнить, что все это основано на бесспорном факте, сущность которого заключается в словах „как если бы,“ которые мы выше напечатали жирным шрифтом.

Теория, исходящая из картины A , а также всякая другая, допускающая для объяснения электрических явлений существование двух особых веществ, называется дуалистической. Кроме дуалистических были предложены также и теории унитарные, допускающие существование одного только особого вещества, обладающего, однако, способностью непосредственно действовать вдаль. Предполагалось, что всякое тело в естественном состоянии должно содержать определенное, так сказать, принадлежащее на его долю количество этого вещества. Всякое изменение этого количества и представляет электризацию тела, при чем его увеличение (избыток) соответствует одной, а уменьшение (недочет) — другой электризации. Манипуляции, упомянутые в начале этого параграфа, вызывают перемещение вещества, вследствие чего в одном месте образуется избыток, а в другом недочет. Так, напр., при трении некоторое количество этого вещества переходит от одного тела к другому. Взаимное уничтожение двух электричеств сводится к обратному перемещению вещества, при чем избыток, находившийся в одном месте, покрывает не-

дочет в другом. Унитарную теорию предложил впервые Franklin. В 1871 г. появилась первая из ряда работ Edlund'a, который разработал интересную теорию, предполагающую, что единственный агент, вызывающий электрические явления, есть световой эфир; при дальнейшем построении своей теории Edlund допускает, что этому эфиру присуще *actio in distans*.

Картина В.

Об этой картине нам приходилось говорить уже много раз (т. I и II). Существует кроме обыкновенной материи еще эфир, заполняющий межзвездное мировое пространство, а также промежутки между атомами материи. Свойства эфира — и в особенности его строение — неизвестны. Прилагать к нему начала теоретической механики, в особенности теории упругости, можно лишь гадательно и неуверенно. Некоторые ученые приписывали эфиру свойства, представляющие странное сочетание свойств твердых и жидких тел. Мы здесь не можем входить в рассмотрение многочисленных по сему вопросу гипотез.

Манипуляции, упомянутые в начале этого параграфа, вызывают в эфире некоторые деформации, по своему характеру наиболее напоминающие те упругие деформации, которые в телах твердых соответствуют натяжениям. Направление натяжения совпадает в каждой точке пространства с направлением наблюдаемой в этой точке электрической силы; иначе говоря, линии натяжения совпадают с линиями сил, и подобно тому, как мы выше получили трубки сил, мы теперь можем построить понятие о трубках натяжения. Линии и трубки натяжения картины В имеют реальное физическое значение, которое и определяется фактом существования деформаций эфира во всех точках пространства, представляющего электрическое поле. В этом заключается существенная разница между картинами А и В; в первой из них, как мы видели, линии сил имеют чисто геометрический характер. Трубки натяжения вообще изогнуты, а площадь поперечного сечения вдоль трубки непрерывно меняется; исключения представляют трубки в равномерном электрическом поле.

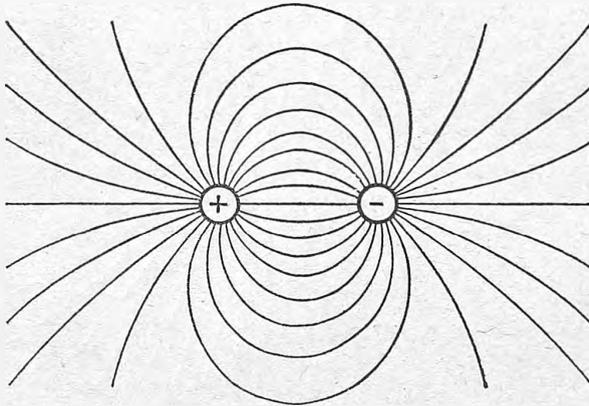
Мы должны приписать продольному натяжению, существующему в трубках, некоторое направление, что по существу представляется мало понятным. Приходится представлять себе деформацию такого натяжения аналогичною смещению вещества вдоль трубки в одном определенном направлении; но нельзя сказать, чтобы этим путем достигалась возможность получить сколько-нибудь ясное представление о рассматриваемых здесь деформациях натяжения.

Трубки натяжения электростатического поля должны непременно опираться на материю; они могут кончаться только у поверхности какого-либо тела. Наэлектризованное тело есть такое, на которое опираются трубки натяжения, при чем один конец соответствует положительной, а другой — отрицательной электризации. То, что мы в картине А назвали свободным электричеством, является здесь концом трубки натя-

жения. Видимое движение материи, которое мы назвали взаимным притяжением неоднородно наэлектризованных тел, есть результат стремления трубок, идущих от одного тела к другому и находящихся в состоянии натяжения, уменьшиться в длине.

Мы знаем, что электризация данного тела может увеличиваться или уменьшаться; в картине А это понималось, как соответствующее изменение заряда, т. е. количества свободного электричества на рассматриваемом теле. В картине В можно было бы двояко себе представить то, чем определяется интенсивность электризации данного тела. Можно было бы допустить, что усиление электризации есть только увеличение самого натяжения в наших трубках; но можно допустить и другое: можно себе представить, что физическое значение трубок заключается не только в том, что они определяют направление натяжений в эфире, но что каждая такая трубка фактически существует, как нечто отдельное и самостоя-

Рис. 1.



тельное, напоминающее хотя бы волокно. В таком случае усиление электризации могло бы быть понимаемо, как увеличение числа трубок, исходящих хотя бы, напр., от определенной части поверхности наэлектризованного тела. Когда мы займемся более точным сравнением соответствующих друг другу черт картин А и В, мы увидим, что удобнее всего будет остановиться на некотором соединении обоих допущений: увеличению заряда в картине А соответствует в картине В увеличение как числа трубок, так и величины натяжения, существующего в различных сечениях каждой трубки

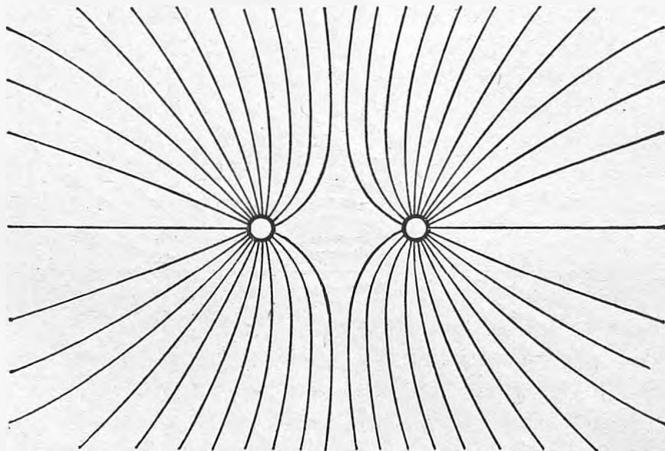
Для полноты основных черт картины В мы должны указать еще на следующие два обстоятельства: во-первых, самое натяжение есть величина, непрерывно меняющаяся, если идти вдоль трубки; исключение составляют трубки в равномерном поле. Во-вторых, мы должны допустить, что в трубках существует не только продольное натяжение, но и боковое давление, т. е. что рядом расположенные трубки производят друг на друга некоторое давление.

Обращаемся к тем основным фактам, которые были упомянуты в начале этого параграфа. „Манипуляции“ над двумя телами, напр. трение, вызывают возникновение трубок натяжений в окружающем эфире. Рассмотрим примерное распределение этих трубок в различных частных случаях.

Имеется одно положительно наэлектризованное тело: трубки выходят из него во все стороны, оканчиваясь на окружающих телах, как бы эти тела ни были далеки (стены, пол, потолок, земля, облака и т. д.). Для одного отрицательно наэлектризованного тела мы имеем ту же картину с тою, однако, разницею, что направление трубок обратное.

Станем издалека приближать друг к другу два тела P и Q , из которых P наэлектризовано положительно, Q — отрицательно. Мы имеем

Рис. 2.



две системы трубок. Трубка системы P , встречаясь с какой-либо из трубок системы Q , сливается с ней, так что образуется одна трубка, которая по мере взаимного приближения двух тел P и Q быстро укорачивается. Когда тела P и Q находятся близко друг к другу, то уже большинство трубок (но не все) идут от одного тела к другому, и лишь некоторые из них от P к окружающим телам или от этих последних к телу Q . Трубки, идущие от P к Q , и вызывают кажущееся взаимное притяжение этих тел. На рис. 1 показано распределение трубок в этом случае. Если приближать друг к другу два тела P и Q , наэлектризованные положительно, то в пространстве оказываются рядом трубки обеих систем; о сливании трубок, понятно, и речи быть не может. На рис. 2 показан общий характер распределения трубок в этом случае. Тот же рисунок дает распределение трубок натяжений для случая, когда оба тела наэлектризованы отрицательно. Так как трубки производят друг на друга боковое давление, то, как это прямо видно из рисунка, оба тела должны как бы стремиться к удалению друг от друга, а в этом и заключается то, что мы раньше назвали взаимным отталкиванием одноименно наэлектризованных тел.

Сравнение картин А и В.

Если сравнить картины А и В, то во всяком случае сначала не видно, чтобы вторая из них имела какие-либо существенные преимущества. Прежде всего она не проще картины А; скорее можно сказать, что она гораздо сложнее. И спрашивается; имеем-ли мы повод предпочитать натяжения в эфире, имеющие одностороннее направление и сопровождаемые боковыми давлениями, тем двум электрическим жидкостям, о которых говорится в картине А? И в том, и другом случае мы имеем дело с чем-то необычайным и мало понятным.

Ближайшее ознакомление с вопросом приводит к заключению, что картина В обладает огромными перед картиною А преимуществами, на которые мы теперь и укажем.

1. В картине В не допущено *actio in distans*, непосредственное действие тела там, где оно само не находится. Причину силы картина В ищет в том месте, где эта сила обнаруживается.

2. Картина В не требует введения новых веществ сверх мирового эфира.

3. Деформации представляют сами по себе нечто нам хорошо известное и знакомое.

4. Важная роль, которую фактически играет среда и которую мы рассмотрим в § 4, а *rigidi* более понятна на основании картины В.

5. Дальнейшее развитие того, что представляется наиболее характерным в картине В, привело к новой теории, объединяющей явления магнитные, электрические и световые.

6. Эта теория предсказала два удивительных закона (см. введение 8 и 9), которые вполне точно подтвердились. Картина А никоим образом не могла бы предвидеть даже возможности какой-либо связи между теми величинами, между которыми эти два закона установили вполне точную зависимость, существующую вне малейшего сомнения в действительности.

7. Эта теория привела к открытию электрических лучей Герца, происхождение которых не может объяснить теория, основывающаяся на картине А.

§ 2. Проводники и непроводники или диэлектрики. Если коснуться поверхности какого-либо наэлектризованного тела *M* другим телом *N*, то последнее всегда также электризуется. Характер явления, обнаруживаемого при этом на теле *N*, зависит от рода этого тела. В некоторых случаях электризация замечается только на той части его поверхности, которая была в соприкосновении с телом *M*; в других она мгновенно распространяется по всей его поверхности. Вещество, из которого состоит тело *N*, в этом втором случае называется проводником электричества, в первом же случае — непроводником или диэлектриком. Если *N* проводник, а *M* непроводник, то электризация уменьшается на теле *M* только в тех местах, которые приведены в соприкосновение с телом *N*; если же *M* также проводник, то электризация уменьшается на всей его поверхности. К проводникам относятся металлы и их сплавы, уголь,

расплавленные соли, растворы солей и кислот, тело человека и животных и т. д.; к непроводникам — холодное, сухое стекло, сухие фарфор, эбонит, парафин, гуттаперча, сера, фосфор, селен, слюда и т. д. Металлическая проволока, соединяющая тела M и N , может служить наилучшим передатчиком электрического состояния; мы для краткости в этом случае будем говорить просто о соединении тел M и N .

Если наэлектризованный проводник, отдельно взятый, т. е. не находящийся в присутствии других наэлектризованных тел, соединить с землею, то его электризация исчезает. Чтобы сохранить электризацию проводника, необходимо отделить его от земного шара непроводниками, играющими роль „изоляторов“; в этом случае говорят, что тело изолировано. Существуют вещества, которые по своим свойствам представляют нечто среднее между проводниками и упомянутыми выше диэлектриками. Сюда относятся, напр., дерево, нагретое стекло, мрамор, бумага и др. Повидимому, не существует совершенных непроводников между твердыми и жидкими телами.

Проводники обладают следующими двумя важнейшими свойствами, которые, однако, как мы увидим впоследствии, находятся в теснейшей между собою связи: электрическое состояние проводников обнаруживается только на их поверхности; внутри проводников напряжение электрического поля равно нулю, т. е. никакого поля не существует. Вообразим два полых тела, из которых одно, M , состоит из вещества проводящего, а другое, N , из диэлектрика. Электризация одной внутренней поверхности, ограничивающей полость, возможна только для тела N ; если в полость тела M ввести другой наэлектризованный проводник m и привести m в соприкосновение с внутренней поверхностью полого тела, то электрическое состояние на m исчезает и появляется исключительно только на наружной поверхности тела M . Как бы сильно ни был наэлектризован проводник M , на легкие тела, помещенные во внутреннюю полость, не действуют никакие силы, а если в эту полость поместить наэлектризованное тело m , то заряд, находящийся на внешней поверхности тела M , не будет производить никакого действия на тело m . Существуют разные опыты, подтверждающие, что проводники электризуются только на наружной поверхности. Из элементарной физики известен опыт с наэлектризованным шаром O (рис. 3), электризация которого исчезает, если его окружить двумя сложными полушариями A и B , привести их в соприкосновение с O , прекратить соприкосновение и затем их удалить. Общеизвестен также опыт с полым наэлектризованным шаром, снабженным отверстием: если коснуться его внешней поверхности маленьким металлическим шариком, прикрепленным к стеклянной палочке (т. наз. пробным шариком), то этот шарик, понятно, окажется наэлектризованным, чего, однако, не будет, если ввести шарик во внутрь полого шара и коснуться внутренней поверхности последнего. Faraday построил прибор, состоящий из конусовидного мешка (рис. 4), который можно выворачивать при помощи нитей, прикрепленных к его вершине. Пользуясь пробным шариком, можно показать, что в

каждом из двух положений мешка только внешняя поверхность наэлектризована, хотя при выворачивании обе поверхности как бы обмениваются ролями. Весьма поучителен и такой прибор: к куску металлической сетки прикреплены с обеих сторон бумажные полоски; сама сетка снабжена двумя стеклянными ручками, при помощи которых ей можно придать цилиндрическую форму, сгибая ее в ту или другую сторону, причем одна и та же сторона сетки делается то внутренней, то внешней поверхностью цилиндра. Оказывается, что бумажки отталкиваются всегда только от внешней поверхности.

Переходим к объяснению рассмотренных в этом параграфе явлений.

Картина А.

Два электричества обладают совершенною удобоподвижностью в проводниках, между тем как в диэлектриках они перемещаться не могут. Частица электричества, которая находилась бы внутри массы какого-либо проводника M , тогда только могла бы быть в покое, если бы она

Рис. 3.

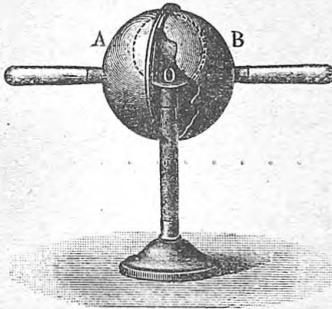
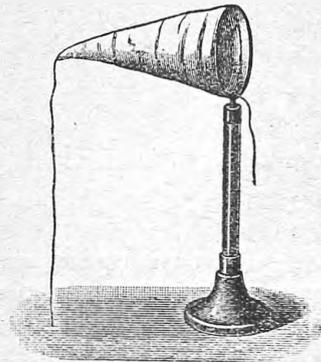


Рис. 4.



вовсе не находилась под влиянием электрических сил. Кроме того, мы имеем внутри проводника „смесь“ обоих электричеств, которая под влиянием всякой электрической силы, как бы мала эта сила ни была, разлагается на составные части. Отсюда следует, что электрическое равновесие, т. е. покой, тогда только наступает в проводнике, когда во всех точках последнего напряжение F электрического поля равно нулю. Мы впоследствии строго докажем, что закон взаимодействия наэлектризованных тел и равенство $F = 0$ приводят к заключению, что присутствие свободного электричества внутри проводника M вообще невозможно; это электричество должно сосредоточиваться на поверхности. Полная удобоподвижность электричества показывает, что при этом сила f , действующая на каждую частицу электричества и исходящая от всех остальных количеств электричества, находящихся на том же проводнике M или на других соседних проводниках и изоляторах, должна быть нормальна к поверхности проводника M ,

так как в противном случае тангенциальная слагаемая силы f вызвала бы движение рассматриваемой частицы вдоль поверхности тела M . Заряд, находящийся на проводнике, вызывает во внешнем пространстве некоторое электрическое поле; из сказанного явствует, что линии сил этого внешнего поля встречают поверхность проводника нормально.

Распределение электричества на поверхности проводников вызывает представление о поверхностных массах и о поверхностной плотности, которую обозначим через k , и которая при равномерном распределении электричества измеряется количеством электричества, находящегося на единице поверхности; если на поверхности s находится количество электричества η , то

$$k = \frac{\eta}{s} \dots \dots \dots (2)$$

Та же формула дает при неравномерном распределении среднюю плотность на поверхности s . Если на бесконечно малом элементе поверхности Δs находится бесконечно малое количество электричества $\Delta \eta$, то предел средней плотности называется плотностью в данной точке поверхности; для нее имеем

$$k = \lim \frac{\Delta \eta}{\Delta s} = \frac{d\eta}{ds} \dots \dots \dots (3)$$

Отсюда

$$d\eta = k ds \dots \dots \dots (4)$$

Весь заряд η , находящийся на поверхности s проводника, равен

$$\eta = \iint k ds \dots \dots \dots (5)$$

где двойной интеграл распространен по всей поверхности s .

Вопрос о распределении электричества на поверхности проводника будет рассмотрен ниже. Теперь заметим только, что закон этого распределения зависит исключительно от формы внешней поверхности проводника.

Полнейшая удобоподвижность электричества на проводниках дает возможность разделить заряд на две равные части, т. е. произвести в нем определенное количественное изменение. Для этого стоит только привести проводник M , на котором находится заряд η , в соприкосновение с другим проводником N , одинаковым с M по величине и форме и симметрично с ним расположенным; если затем удалить M и N друг от друга, то на каждом из них будет, очевидно, находиться заряд $\frac{\eta}{2}$.

Если внутри диэлектрика действует электрическая сила, то в каждой частице вещества происходит разложение нейтральной смеси двух электричеств, которые, однако, не удаляются далеко друг от друга, оставаясь, например, внутри этой частицы. Диэлектрик, в котором произошла такого рода внутренняя электризация, называется поляризованным. Clausius и Mossotti развили теорию электрических явлений, происходящих в диэлектриках, предполагая, что последние состоят из части-

чек, вполне проводящих электричество и отделенных друг от друга абсолютно непроводящим веществом. Под влиянием электрических сил происходит разложение нейтральной смеси в каждой из проводящих частичек, на двух сторонах которой и располагаются электричества положительное и отрицательное. Внутри диэлектриков допускают возможность существования электричества, занимающего некоторый объем; соответственно этому вводят понятие об объемной плотности электричества.

Картина В.

Проводники суть вещества, внутри которых вовсе не могут существовать те деформации эфира, которые соответствуют рассматриваемому электростатическому, т. е. постоянному электрическому полю. В этом отношении картины *А* и *В* содержат в себе некоторые черты, как бы друг другу противоположные. Картина *А* говорит, что проводники суть те вещества, в которых главным образом и происходят рассматриваемые здесь электрические явления; картина *В*, наоборот, приписывает эту роль диэлектрикам и считает проводники как бы за непроводники электростатических натяжений. Линии и трубки натяжений оканчиваются у поверхности проводника. От этой поверхности трубки эти не могут отделиться, но концы их обладают полною удобоподвижностью по поверхности проводника, вследствие чего трубка, в которой существует натяжение, может находиться в покое только в том случае, когда касательная к ее концу нормальна к поверхности проводника, и когда все боковые давления, которые данная трубка претерпевает от соседних трубок, взаимно уравниваются. Самое скольжение концов трубок по поверхности проводника, а след., и общее перемещение трубок в пространстве, сопровождается многими особенными явлениями, которые мы пока не рассматриваем. Для нас это скольжение и это движение представляет только переход от одного почему либо нарушенного равновесия трубок к другому, соответствующему изменившимся обстоятельствам.

Через диэлектрик свободно проходят трубки натяжения и они в нем свободно перемещаются во все стороны; диэлектрики, т. е. непроводники, суть как бы проводники для трубок натяжения. Но если конец трубки опирается на диэлектрик, то он обладает ничтожною удобоподвижностью, вследствие чего касательная в конце трубки вообще может составлять произвольный угол с поверхностью диэлектрика. Конец трубки может находиться во всякой точке и внутри диэлектрика.

§ 3. Электроскопы; квадрантный электрометр; изоляторы. Электроскопами называются приборы, служащие для того, чтобы узнать, наэлектризовано ли данное тело, а иногда и для того, чтобы определить знак электризации. Простейший электроскоп состоит из стеклянного сосуда в виде бутылки, через горлышко которой проходит металлический стержень, оканчивающийся наверху металлическим шариком; к нижнему концу стержня привешены две полоски бумаги или сусального золота,

или две соломинки. Если коснуться наэлектризованным телом до шарика, то часть электричества переходит через стержень на нижние полоски, которые, будучи наэлектризованы одноименно, взаимно отталкиваются и, как показано на рис. 5, расходятся. Вместо шарика иногда навинчивается на стержень горизонтальная металлическая пластинка, с назначением которой мы познакомимся ниже. На рис. 6 и 7 изображены электроскопы, построенные Б. Ю. Кольбе (в Петербурге). Существенная особенность их заключается в том, что стержень продолжен вниз, при чем нижней части придана плоская форма. В первом электроскопе привешены к стержню с двух сторон две бумажные полоски, которые и отталкиваются самим стержнем. Во втором приборе привешена всего одна алюминиевая полоска; шкала и зеркало служат для удобного измерения угла, на который отклонилась эта полоска.

На рис. 8 изображен электроскоп Feschner'a с некоторыми добавочными частями, назначение которых мы укажем впоследствии. Этот прибор состоит из так называемого сухого столбика AB , концы которого соединены с двумя небольшими металлическими пластинками. Мы увидим ниже, что концы такого столбика, а след., и эти пластинки, постоянно, и притом разноименно, наэлектризованы. К вертикальному стержню, вставленному в трубку D , привешен золотой листочек C . Если испытуемое тело привести в соприкосновение с шариком K , то отклонение золотого листочка в ту или другую сторону не только указывает на присутствие электричества, но и обнаруживает его знак. Различные видоизменения описанных электроскопов построили: Cavallo, Saussure, Gaugain, Péclet. Bohnenberger устроил электроскоп с двумя вертикальными сухими столбами, между верхними концами которых висит золотой листочек. Направление движения листочка в электроскопах Feschner'a и Bohnenberger'a указывает на знак электризации листочка.

Методы измерения различных величин, с которыми мы встречаемся в учении об электрическом поле, а также употребляемые при этом приборы будут нами рассмотрены в особой главе. Здесь мы вкратце познакомимся с устройством одного из таких приборов, а именно с квадрантным электрометром W. Thomson'a (Lord Kelvin). Этот прибор может служить не только как весьма чувствительный электроскоп, но также и для сравнения между собою степени электризации различных тел. Теория этого прибора будет подробно рассмотрена впоследствии. Здесь мы ограничимся кратким его описанием.

Главнейшие части прибора суть четыре квадранта и стрелка. Квадранты представляют горизонтально расположенные, несколько отодвинутые друг от друга четверти круглой пластинки $a_1 a_2 b_1 b_2$ (рис. 9); они большею частью заменяются соответствующими четырьмя частями круглой, со всех сторон закрытой коробки. На рис. 10 изображен электрометр с квадрантами второго рода, при чем для ясности один из квадрантов удален. Над квадрантами или внутри их висит так назыв. „стрелка“, имеющая бисвитообразную форму, вырезанная из тонкого листа алюминия. Накрест расположенные квадранты, т. е. a_1 и a_2 , b_1 и b_2 , сое-

динены между собою. В нормальном положении покоя ось стрелки располагается симметрично относительно квадрантов, как показано на рис. 9. Не входим здесь в дальнейшие подробности тем более, что в деталях устрой-

Рис. 5.

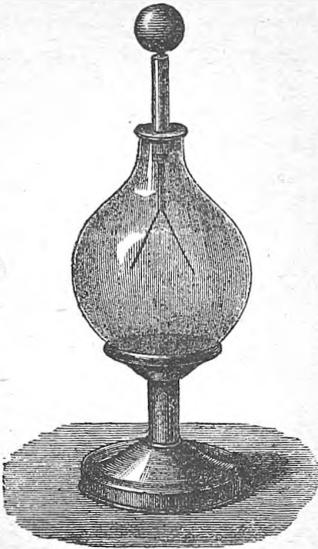
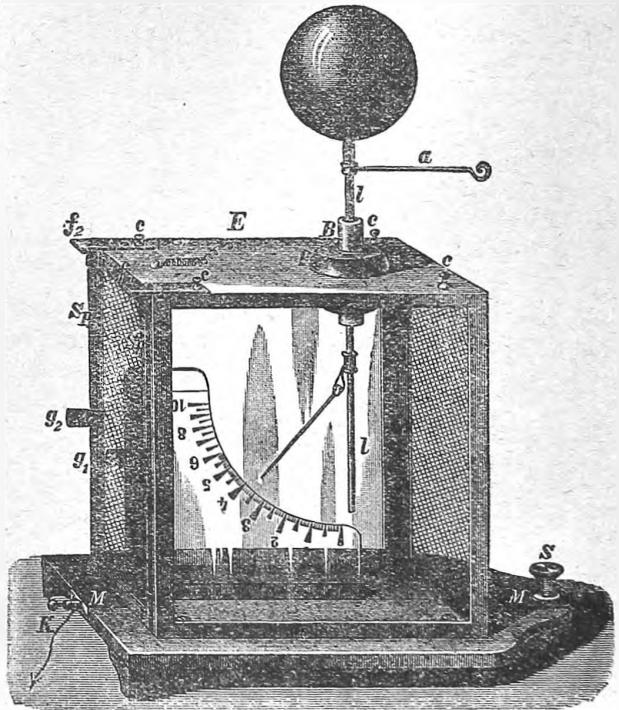


Рис. 6.



Рис. 7.

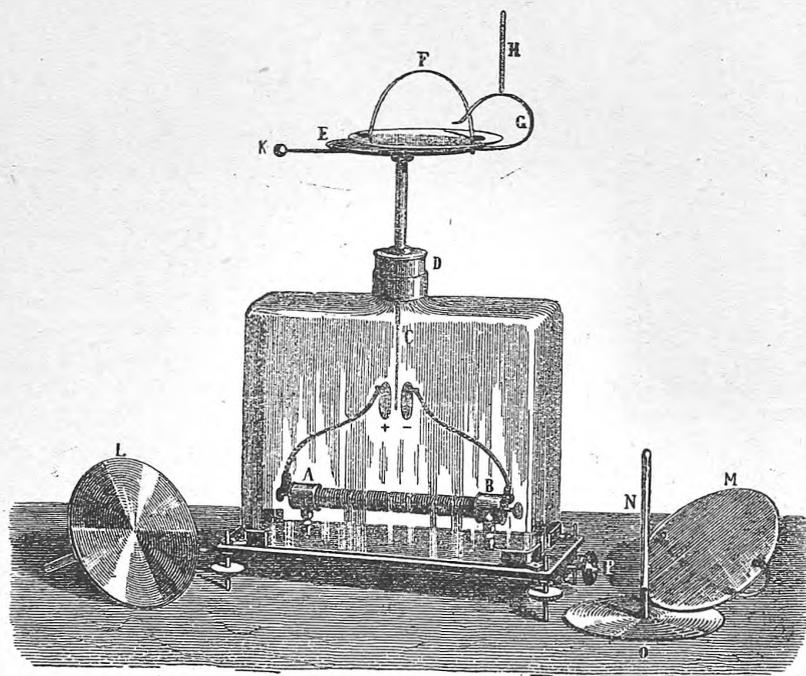


ство этого прибора бывает весьма различно. Ограничиваемся указанием, что при помощи трех зажимных винтов (I, II и III на рис. 10) можно соединить две пары квадрантов и стрелку с различными наэлектризованными телами и источниками электричества. Представим себе, например, что квадранты a_1 и a_2 поддерживаются при некоторой постоянной положительной, а квадранты b_1 и b_2 при отрицательной электризации. Если теперь соединить стрелку с телом, электризация которого должна быть обнаружена, то стрелка поворачивается в сторону квадрантов, электризация которых противоположна электризации испытуемого тела.

Если теперь соединить стрелку с телом, электризация которого должна быть обнаружена, то стрелка поворачивается в сторону квадрантов, электризация которых противоположна электризации испытуемого тела.

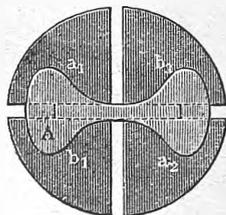
Если последняя, например, положительная, то стрелка будет отталкиваться квадрантами a_1 и a_2 и притягиваться квадрантами b_1 и b_2 ; стрелка повернется, если смотреть сверху, по направлению, противоположному направлению вращения часовой стрелки. Величина вращения опре-

Рис. 8.



деляется по способу трубы и шкалы, при чем пользуются зеркальцем, вращающимся вместе со стрелкою. Заметим, что при пользовании этим прибором возможны и другие комбинации. Можно, напр., стрелку поддерживать при постоянной электризации, а испытуемые тела соединять с квадрантами, или стрелку и одну пару квадрантов соединить между собою и наэлектризовать, а испытуемые тела соединять с другою парю квадрантов.

Рис. 9.

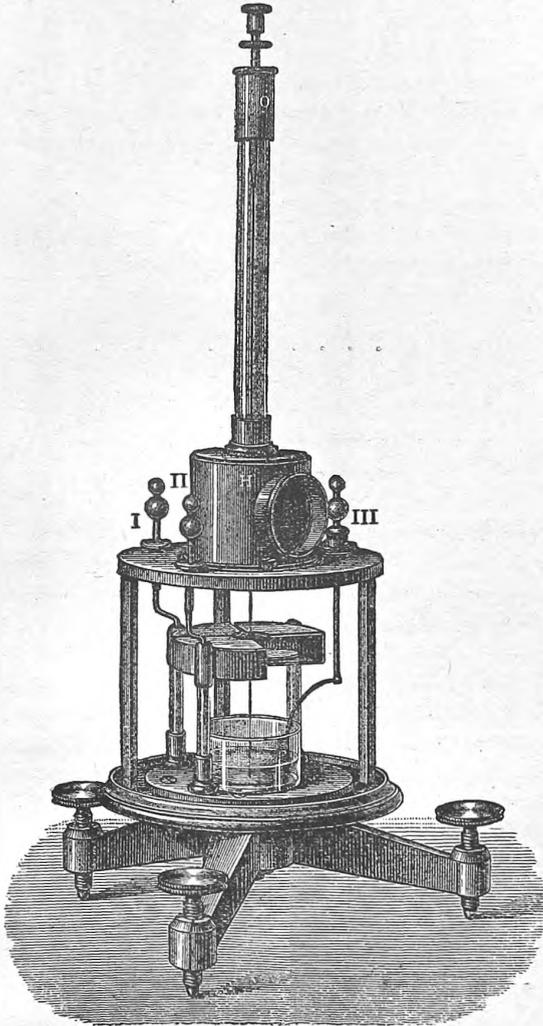


Для изолирования наэлектризованных проводников пользуются ныне главным образом стеклом, эбонитом, парафином, янтарем, серой и кварцем, устраивая из этих материалов ножки, поддерживающие проводники. Все эти вещества перестают изолировать, если их поверхность сильно запылена и, в особенности, если она не совершенно суха. На рис. 11 изображен изолятор Mascart'a, состоящий из бутылки, к дну которой припаян стеклянный стержень, поддерживающий пластинку, на которую и помещают изолируемые предметы. В бутылку наливается серая ки-

слота, вследствие чего поверхность нижней части стержня, а также внутренняя поверхность бутылки над кислотой, оказываются весьма сухими, что и делает их превосходными изоляторами.

§ 4. Закон Кулона и вытекающие из него следствия. Coulomb (Кулон) показал в 1785 г., что взаимодействие двух наэлектри-

Рис. 10.



зованных тел можно принять обратно пропорциональным квадрату их расстояния; этот закон будет тем точнее, чем меньше размеры тел сравнительно с их расстоянием. В пределе он при всякой форме тел окажется совершенно точным. Взаимодействие двух наэлектризованных тел, размеры которых не малы сравнительно с их расстоянием, получается совершенно точно, если мысленно оба тела разделить на бесконечно малые элементы (для проводников достаточно разделить поверхность на такие элементы) и допустить, что каждый наэлектризованный элемент одного тела, смотря по знакам электризации, притягивает

Рис. 11.



или отталкивает каждый наэлектризованный элемент другого тела, эти взаимодействия элементов меняются строго обратно пропорционально квадрату их расстояния l . Если уменьшить вдвое электризацию проводника, пользуясь приемом; указанным в § 2, то действие его на другое наэлектризованное тело уменьшается вдвое

Чтобы теперь не прерывать ознакомления с основными явлениями, мы откладываем рассмотрение опытов, при помощи которых может быть доказана справедливость обеих частей закона, до главы третьей, посвященной действиям электрического поля на тела; к этим действиям и относятся явления, которые приходится наблюдать, проверяя путем опытов закон Кулона.

Опыт показывает, что сила f взаимодействия двух данных наэлектризованных тел зависит от той среды, которая эти тела окружает. Для сравнения берут ту силу f_0 , которая действует, когда тела окружены воздухом. Было бы рациональнее брать силу, соответствующую не воздуху, но пустоте; разница между этою силою и f_0 , однако, весьма мала, и мы поступаем здесь, как поступали при сравнении скоростей распространения лучистой энергии в различных средах, или, иначе говоря, при сравнении показателей преломления; величину показателя мы принимаем равною единице для воздуха, а не для пустоты, хотя последнее было бы правильнее. Опыт показывает, что сила f вообще меньше, чем сила f_0 ; отношение $f_0 : f$ обозначим через K , так что

$$f = \frac{f_0}{K} \quad \dots \dots \dots (6)$$

Весьма важно заметить, что формула (6) относится только к тому случаю, когда оба наэлектризованные тела помещены в одну и ту же однородную среду. Когда среда неоднородная, то формула (6) перестает быть верною.

Коэффициент K характерен для данной среды, т. е. для того вещества, которое заполняет пространство, окружающее наэлектризованные тела. Он называется диэлектрическою постоянною или индуктивною способностью этого вещества. Это одна из важнейших величин, характеризующих свойства данного вещества. Само собою разумеется, что вещества, о которых здесь говорится, должны принадлежать к непроводникам электричества, т. е. к диэлектрикам. Величина K — та самая, для которой теория Maxwell'a приводит к заключению, что для диэлектриков, не обладающих магнитными свойствами, должно иметь место равенство

$$K = n^2 \quad \dots \dots \dots (7)$$

где n — предельный показатель преломления для лучистой энергии весьма большой длины волны.

Картина А.

Закон Кулона формулируется следующим образом: сила f взаимодействия двух количеств электричества η и η_1 , находящихся в двух точках, прямо пропорциональна каждому из количеств η и η_1 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r этих двух точек.

Полагая, что количество электричества, находящееся на данном теле, представляет нечто реально существующее, мы должны вместе

с тем допустить, что количество электричества не меняется, когда мы погружаем наэлектризованное тело в какую-либо среду. Закон Кулона выражается для воздуха формулою

$$f^0 = C \frac{\eta \eta_1}{r^2} \dots \dots \dots (8)$$

в которой C — множитель пропорциональности, зависящий, как всегда, от выбора единиц величин, входящих в формулу (т. I). На основании только что сказанного о независимости количеств η и η_1 от среды, мы получаем для произвольной однородной среды, см. (6),

$$f = \frac{C}{K} \cdot \frac{\eta \eta_1}{r^2} \dots \dots \dots (9)$$

Формулы (8) и (9) выражают все три возможных случая взаимодействия положительных и отрицательных электричеств, если мы условимся считать силы отталкивания за положительные, а силы притяжения — за отрицательные, и если мы числовым величинам η и η_1 будем придавать соответствующие знаки. Действительно: когда η и η_1 оба положительные или оба отрицательные, имеем f положительное, т. е. отталкивание, между тем как разнозначные η и η_1 дают f отрицательное, т. е. притяжение.

Мы увидим впоследствии, что в учении об электрических и магнитных явлениях следует отличать три рода законов: точечные, дифференциальные и интегральные. Закон Кулона есть пример закона точечного. Упомянем здесь еще о законе W. Weber'a, в виду исторического значения, которое он имеет. Он также относится к точечным. Названный ученый предположил, что закон Кулона относится только к тому случаю, когда электричества η и η_1 находятся в покое или, вообще, когда их расстояние r есть величина постоянная. Когда электричества движутся, и при этом r меняется, то их взаимодействие зависит от относительного их движения, т. е. от вида функции $r = \psi(t)$, где t — время. Формула Weber'a имеет такой вид

$$f = C \frac{\eta \eta_1}{r^2} \left\{ 1 - a^2 \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + 2a^2 r \frac{d^2 r}{dt^2} \right\} \dots \dots \dots (9, a)$$

При $r = \text{Const.}$ она переходит в формулу (8). Ясно, что формула Weber'a также всецело построена на допущении возможности actionis in distans.

Полагая в формулах (8) и (9) $C = 1$, мы тем самым вводим абсолютную единицу количества электричества (т. I). Мы увидим впоследствии, что можно построить две различные системы абсолютных единиц электрических и магнитных величин; одна система называется электростатическою (э.-ст.), другая — электромагнитною (э.-м.). К первой из них относится единица количества электричества, получаемая из (8) и (9) при $C = 1$, т. е. если написать

$$f_0 = \frac{\eta \eta_1}{r^2} \dots \dots \dots (10)$$

$$f = \frac{1}{K} \cdot \frac{\eta \eta_1}{r^2} \dots \dots \dots (11)$$

Формула (10) дает $f_0 = 1$ при $\eta = 1$, $\eta_1 = 1$ и $r = 1$; отсюда следует, что э.-ст. единица количества электричества есть такое количество, которое на равное ему, находящееся на расстоянии единицы от него, действует в воздухе с силою, равную единице. Как частный случай, получаем в *C. G. S.* системе (т. I):

Э.-ст. *C. G. S.* единица количества электричества действует в воздухе на равное ей количество, находящееся на расстоянии одного сантиметра от нее, с силою, равную одному дину (около 1,02 миллиграмма). Это есть количество электричества малое в обыденном смысле слова. На практике пользуются еще и другою единицею, которую можно назвать практическою единицею электричества и которая получила название кулон. Кулон есть десятая доля электромагнитной (э.-м.) *C. G. S.* единицы количества электричества, с которою мы познакомимся впоследствии. Миллионная доля кулона называется микрокулоном. Мы ограничиваемся пока такими определениями:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ э.-м. } C. G. S. \text{ ед. кол. электр.} &= 3 \cdot 10^{10} \text{ э.-ст. } C. G. S. \text{ ед. колич. электр.} \\ 1 \text{ кулон} &= 3 \cdot 10^9 \text{ э.-ст. } C. G. S. \text{ ед. колич. электр.} \\ 1 \text{ микрокулон} &= 3 \cdot 10^3 \text{ э.-ст. } C. G. S. \text{ ед. колич. электр.} \end{aligned} \right\} (12)$$

Легко вычислить, что два кулона электричества, находящиеся на расстоянии километра друг от друга, взаимно отталкиваются или притягиваются с силою, равною 918 кгр. = 56 пуд.; два микрокулона на расстоянии одного дециметра взаимодействуют с силою равною 91,8 гр. = 0,224 фунта. Веноист (1906) предложил *C. G. S.* э.-ст. единицу количества электричества назвать „франклин“.

В т. I мы познакомились с формулами, выражающими размер абсолютных единиц, т. е. их зависимость от основных единиц длины L , массы M и времени T . В т. I мы употребляли в формулах размера только большие буквы; здесь мы в этих формулах будем пользоваться теми же буквами, которыми мы обозначаем численные значения самих величин, т. е., напр., через $[\eta]$ будем обозначать размер единицы количества электричества.

Полагая, что K есть отвлеченное число, и так как $[f] = ML : T^2$ (т. I), мы получаем на основании формулы (11),

$$\frac{ML}{T^2} = \frac{[\eta][\eta]}{L^2};$$

отсюда

$$[\eta] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (13)$$

Если же предположить, что K есть физическая величина, то вместо (13) получается

$$[\eta] = [K]^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (13, a)$$

В § 2 мы познакомились с понятием о поверхностной плотности электричества; *C. G. S.* э.-ст. единица поверхностной плотности получается, когда на 1 кв. сантиметр приходится одна *C. G. S.* э.-ст. единица

количества электричества, или один микрокулон на 30 кв. децим. Формула (2) дает размер поверхностной плотности:

$$[k] = \frac{[q]}{[s]} = \frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}}{L^2} = M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (14)$$

Легко видеть, что k^2 имеет размер давления или натяжения, т. е. величины $f: s$, где f — сила, действующая на поверхность s .

Абсолютная э.-ст. единица напряжения электрического поля имеет место в точке, в которой на э.-ст. единицу количества электричества действует абсолютная единица силы.

C. G. S. э.-ст. единица напряжения электрического поля имеет место в точке, в которой на *C. G. S.* э.-ст. единицу количества электричества действует сила, равная одному дину. Формула (1) дает размер э.-ст. единицы напряжения электрического поля:

$$[F] = \frac{[f]}{[q]} = \frac{MLT^{-2}}{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}} = M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (15)$$

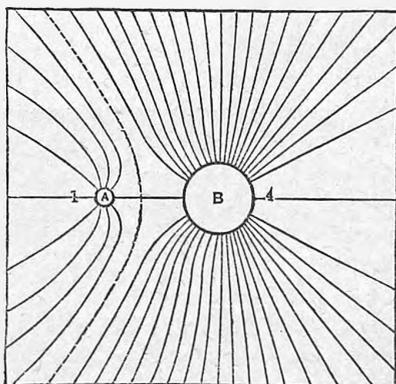
Формулы (14) и (15) показывают, что единицы напряжения поля и поверхностной плотности одинакового размера.

Закон Кулона по своей формулировке чрезвычайно напоминает закон всемирного тяготения (т. I). Поэтому расположение линий сил в случае электрических масс разного знака такое же, как в соответствующих случаях для весомой материи. На рис. 2 показаны линии сил для случая двух одинаковых одноименных масс; на рис. 12 они представлены для случая, когда в *B* сосредоточено в 4 раза больше электричества, чем в *A*.

Мы обращаемся теперь к выводу различных следствий из закона Кулона, основываясь при этом на картине *A*, т. е. рассматривая электричества, как особого рода субстанции.

Представим себе в каком-либо электрическом поле некоторую геометрическую поверхность s , которую разобьем на элементы ds . Пусть F есть электрическая сила (напряжение поля) в том месте, где находится ds ; иначе говоря, BF есть касательная в B к линии сил, проходящей через B . Пусть BN — нормаль к ds ; F_n нормальная слагаемая силы F . Величина $F_n ds$ называется силовым потоком или потоком сил, проходящим через ds ; величина же $K F_n ds$, где K — диэлектрическая постоянная среды в том месте, где находится ds , получила весьма неудачное название потока электрической индукции, проходящей через ds . Для краткости мы будем говорить просто о потоке индукции. Если взять сумму величин $F_n ds$ или $K F_n ds$ для всех элементов поверхности, то полу-

Рис. 12.



чаются: силовой поток Φ через поверхность s

$$\Phi = \iint F_n ds \dots \dots \dots (16)$$

и поток индукции Ψ через поверхность s

$$\Psi = \iint KF_n ds \dots \dots \dots (16, a)$$

В однородной среде, очевидно,

$$\Psi = K\Phi \dots \dots \dots (16, b)$$

В воздухе $\Phi = \Psi$, т. е. поток индукции равен силовому потоку, так как в воздухе мы приняли $K = 1$.

Предположим, что электрическое поле вызвано какими либо электрическими массами, которые мы мысленно разбиваем на частицы. Докажем следующую теорему:

Каждый из потоков Φ и Ψ равен алгебраической сумме потоков, получаемых от отдельных частиц электричества. Пусть Φ_i и Ψ_i потоки, которые получились бы, если бы существовала только одна i -тая частица, и пусть при этом F_i — сила в точке B (рис. 13) и $F_{n,i}$ — нормальная составляемая этой силы. Очевидно, что F есть равнодействующая всех сил F_i . Но в таком случае $F_n = \Sigma F_{n,i}$, где Σ знак простой алгебраической суммы; поэтому мы имеем

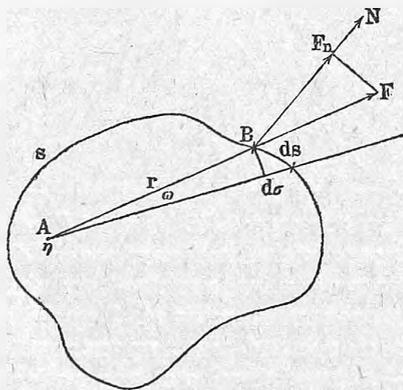
$$\Psi = \iint KF_n ds = \iint (\Sigma KF_{n,i}) ds = \Sigma \iint KF_{n,i} ds = \Sigma \Psi_i \dots (16, c)$$

Таким же образом легко доказать, что

$$\Phi = \Sigma \Phi_i.$$

Доказанная теорема приводит общую задачу о вычислении потоков к

Рис. 13.



частному случаю, когда некоторое количество электричества η сосредоточено в одной точке, которая может находиться внутри, вне или на самой рассматриваемой поверхности s . Начнем с того случая, когда η находится внутри поверхности s , напр. в точке A (рис. 13). Пусть $AB = r$ расстояние между η и ds ; пусть далее $d\omega$ телесный угол, под которым элемент ds виден из A , и $d\sigma$ элемент, вырезанный телесным углом $d\omega$ из поверхности шара, проведенного радиусом r около точки A , как центра. В таком случае очевидно $d\sigma = r^2 d\omega$; далее имеем равенство углов: $\angle (F, F_n) = \angle (ds, d\sigma)$, так как $F \perp d\sigma$ и $F_n \perp ds$. Напря-

жение поля F определяется силою, с которою η , находящаяся в A , действует на единицу количества электричества в B ; поэтому (11) дает ($\eta_1 = 1$)

$$F = \frac{\eta}{Kr^2} \dots \dots \dots (17)$$

Пользуясь этой формулой, мы можем вычислить силовой поток, проходящий через поверхность s , для случая однородной среды, к которой, как мы видели, только и применима (17). Мы имеем:

$$\begin{aligned} \Phi &= \iint F_n ds = \iint F \cos(F, F_n) ds = \iint \frac{\eta}{Kr^2} \cos(ds, d\sigma) ds = \\ &= \frac{\eta}{K} \iint \frac{d\sigma}{r^2} = \frac{\eta}{K} \iint d\omega. \end{aligned}$$

Когда точка A находится внутри поверхности s , то последний интеграл равен 4π , так что получается

$$\Phi = \frac{4\pi\eta}{K} \dots \dots \dots (18)$$

Для потока индукции Ψ в однородной среде мы имеем $\Psi = K\Phi$, см. (16,b), т. е.

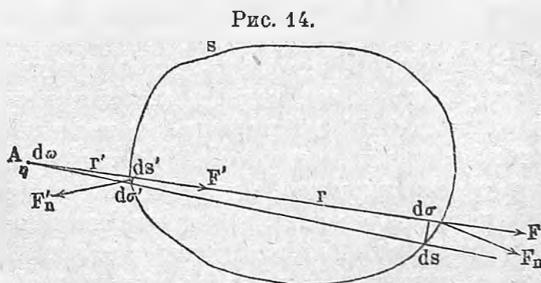
$$\Psi = 4\pi\eta \dots \dots \dots (18, a)$$

Положим теперь, что η находится на самой поверхности; в этом случае предыдущее вычисление остается справедливым, с тою только разницею, что последний интеграл, выражающий сумму телесных углов, под которыми видны элементы поверхности s из точки A , равен сумме углов, лежащих по одну сторону касательной плоскости, т. е. он равен 2π . Итак, если η лежит на поверхности s , то в однородной среде

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \frac{2\pi\eta}{K} \\ \Psi &= 2\pi\eta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18, b)$$

Мы полагаем при этом, что в точке A существует одна определенная касательная плоскость.

Предположим, наконец, что точка A расположена вне поверхности s (рис. 14). Для вычисления величины Φ возьмем те два элемента интеграла (16,a), которые соответствуют одному и тому же телесному углу $d\omega$, проведенному из точки A и вырезающему из поверхности s два элемента ds и ds' ; пусть $d\sigma$, r , F и F_n имеют прежнее значение. Соответствующие величины для ds' обозначим через $d\sigma'$, F' , F'_n и r' ; здесь имеем $\cos(F', F'_n) = -\cos(ds', d\sigma')$, так как первый угол тупой, а второй острый. Два элемента интеграла (16,a) суть



$$F_n ds + F'_n ds = F \cos(F F_n) ds + F' \cos(F' F'_n) ds' =$$

$$= F \cos(d s', d \sigma) ds - F' \cos(d s', d \sigma') = d s' \frac{\eta}{K r^2} d \sigma - \frac{\eta}{K (r')^2} d \sigma' = \frac{\eta d \omega}{K} - \frac{\eta d \omega}{K} = 0.$$

Все элементы интеграла (16,а) можно разбить на такие пары, сумма которых равна нулю. Отсюда следует, что если η лежит вне поверхности s , то в однородной среде

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= 0 \\ \Psi &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18, c)$$

Доказанная выше теорема, выраженная формулою (16,б), дает нам возможность определить Ψ и Φ при любом распределении каких угодно электрических масс в однородной среде. Прежде всего ясно, что формулы (18,а), (18,б), (18,с) остаются верными, если η представляет какие угодно массы, распределенные только внутри или только на, или, наконец, только вне поверхности s . Положим, что в самом общем случае $\eta = \eta_i + \bar{\eta} + \eta_e$, где η_i полное количество электричества, расположенного внутри s , $\bar{\eta}$ — на самой поверхности, η_e — вне этой поверхности. Пользуясь упомянутой теоремой, мы получаем на основании формул (18,а), (18,б) и (18,с) для однородной среды

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \iint F_n ds = \frac{4\pi\eta_i}{K} + \frac{2\pi\bar{\eta}}{K} \\ \Psi &= \iint K F_n ds = 4\pi\eta_i + 2\pi\bar{\eta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

В воздухе имеем

$$\Phi = \Psi = 4\pi\eta_i + 2\pi\bar{\eta} \dots \dots \dots (19, a)$$

Последнюю формулу обыкновенно называют формулою Гаусса. Легко доказать, что она остается верною и в том случае, когда телесный угол, проведенный из внутренней точки, пересекает поверхность более одного раза (во всяком случае нечетное число раз), а проведенный из внешней точки — более двух раз (во всяком случае четное число раз).

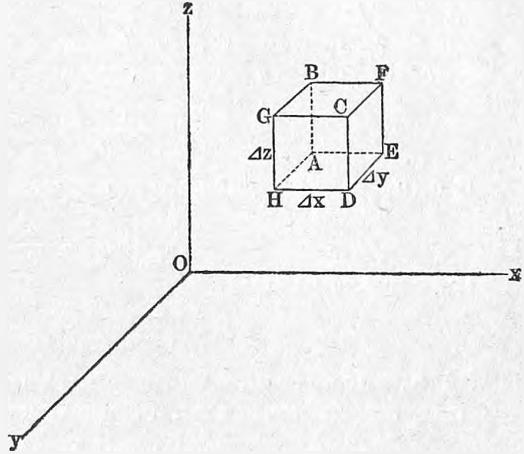
Вычисленные нами выражения для потоков Φ и Ψ относятся только к случаю однородной среды, ибо мы при вычислении пользовались формулою (17), правильность которой установлена путем опытов только для среды, обладающей повсюду одинаковым значением величины K .

Для случая неоднородной среды формула (17) не приложима, и мы увидим ниже, какими сложными путями можно достигнуть определения силы F , действующей в неоднородном поле. Формула (19) показывает однако, что поток индукции Ψ , т. е. величина (16,а), не зависит от рода окружающей, однородной среды, т. е. от величины K , и что этот поток определяется исключительно только наличными количествами электричества. Исходя из этого факта, Махвелл ввел гипотезу, что поток индукции, вызываемый данными количествами электричества, вообще не зависит от свойств окружающей среды, т. е. что и для неоднородной среды

$$\Psi = \iint K F_n ds = 4\pi\eta_i + 2\pi\bar{\eta} \dots \dots \dots (19, b)$$

Все следствия, которые были выводимы из этого допущения, оказывались справедливыми при опытной проверке, а потому мы и будем далее пользоваться формулою (19, b). Воспользуемся этою формулою для получения дальнейших весьма важных формул. Допустим, что действующая электрическая масса занимает некоторое пространство. Пусть A (рис. 15) есть точка, лежащая в этом пространстве, и пусть ρ объемная плотность электричества в точке A , т. е. предел средней плотности ρ_m бесконечно малого объема, лежащего около этой точки. Пусть F электрическая сила (напряжение поля) в точке A , происходящая от всех имеющихся на лицо произвольно расположенных электрических масс, в том числе, конечно, и тех масс, внутри которых, по предположению, расположена сама точка A .

Рис. 15.



Проведем координатные оси, и пусть точка A имеет координаты x, y, z ; далее обозначим через X, Y, Z слагаемые напряжения F по направлению осей, т. е. положим $F_x = X, F_y = Y, F_z = Z$. Построим около точки A бесконечно малый прямоугольный параллелепипед $ABCDEFGH$, ребра которого $\Delta x, \Delta y, \Delta z$. Приложим к нему формулу (19, b) о потоке индукции; так как на его поверхности не имеется масс с конечною поверхностною плотностью, а внутренняя масса равна $\rho_m \Delta x \Delta y \Delta z$, где ρ_m средняя плотность внутри рассматриваемого объема, то мы имеем

$$\Psi = \iint KF_n ds = 4\pi \rho_m \Delta x \Delta y \Delta z \dots (19, c)$$

Интеграл содержит в нашем случае всего только шесть элементов, соответственно шести граням параллелепипеда. Для грани $ABGH$ мы имеем $ds = \Delta y \Delta z$; если K и Δx относятся к точке A , то можно принять, что для грани $ABGH$ произведение $KF_n = -KX$, ибо внешняя нормаль к $ABGH$ направлена в сторону отрицательных x 'ов. На грани $CDEF$ внешняя нормаль направлена в сторону положительных x 'ов; кроме того координата x здесь переходит в $x + \Delta x$. Ясно, что произведение KF_n , соответствующее этой грани, равно

$$KX + \frac{\partial(KX)}{\partial x} \Delta x + \text{беск. малая высш. порядков.}$$

Грани $ABGH$ и $DCEF$ дают поэтому два элемента интеграла Ψ , сумма которых равна

$$\frac{\partial(KX)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z + \text{беск. малая высш. порядков.}$$

Если таким же образом составить сумму двух пар элементов, из которых одна соответствует граням $ABFE$ и $GCDH$, другая — граням $AEDH$ и $BFCD$, сложить все шесть элементов, вставить в (19,с) и сократить на $\Delta x \Delta y \Delta z$, то получается

$$\frac{\partial(KX)}{\partial x} + \frac{\partial(KY)}{\partial y} + \frac{\partial(KZ)}{\partial z} + \text{беск. малые велич.} = 4\pi \rho_m.$$

В пределе ρ_m переходит в плотность ρ в той самой точке A , к которой относятся значения трех производных, и мы получаем

$$\frac{\partial(KX)}{\partial x} + \frac{\partial(KY)}{\partial y} + \frac{\partial(KZ)}{\partial z} = 4\pi \rho \dots \dots \dots (20)$$

В однородном диэлектрике имеем

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = \frac{4\pi}{K} \rho \dots \dots \dots (20, a)$$

В воздухе имеем

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 4\pi \rho \dots \dots \dots (20, b)$$

Во всякой точке пространства, в которой $\rho = 0$, т. е. в которой нет электричества, обладающего об'емною плотностью, имеем

$$\frac{\partial(KX)}{\partial x} + \frac{\partial(KY)}{\partial y} + \frac{\partial(KZ)}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (20, c)$$

Во всяком однородном диэлектрике имеем при $\rho = 0$:

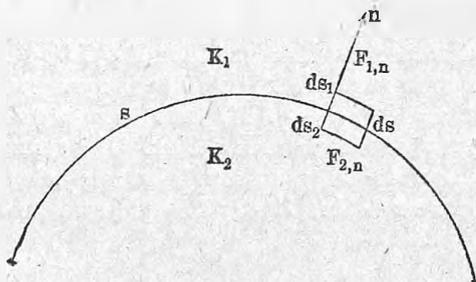
$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (20, d)$$

Мы назовем (20,с) формулою Laplace'a, а (20,б) формулою Poisson'a.

Обратимся к случаю поверхностных масс, расположенных на некоторой поверхности s (рис. 16); пусть k — поверхностная плотность,

вообще различная в различных точках поверхности. Выделим элемент ds поверхности, и пусть n есть направление нормали к ds той ее стороны, куда направлены линии сил, проходящие через ds . Ради общности допустим, что с двух сторон от поверхности s находятся различные диэлектрики, индуктивные способности которых K_1 со стороны нормали n , и K_2 с другой стороны от s . Количество η электричества

Рис. 16.



на ds равно $\eta = kds$. Опишем около ds весьма короткий цилиндр, образующия которого перпендикулярны к ds ; оба основания проведем параллельно ds . Пусть $F_{1,n} F_{2,n}$ — слагаемые электрической силы по направлению нормали n в тех местах, где находятся эти основания цилиндра. Приложим формулу (19,б) к поверхности этого цилиндра, для которого

$\eta_i = k ds$. Вспомним, что в (19,b) сила F_n есть слагаемая по внешней нормали к той поверхности, для которой мы вычисляем поток индукции, т. е. в данном случае для нашего маленького цилиндрика. Поэтому на ds_1 , имеем $F_n = F_{1,n}$, на ds_2 очевидно $F_n = -F_{2,n}$. Пусть поток индукции через боковую поверхность цилиндрика равен Ψ . Тогда (19,b) дает

$$K_1 F_{1,n} ds_1 - K_2 F_{2,n} ds_2 + \Psi = 4\pi k ds. \dots (20, e)$$

Станем беспредельно уменьшать образующая цилиндрика, т. е. приближать ds_1 и ds_2 к ds . В пределе Ψ исчезает, ds_1 и ds_2 делаются равными ds ; $F_{1,n}$ и $F_{2,n}$ принимают специальные значения, соответствующие точкам, лежащим с той и с другой стороны от поверхности, бесконечно к ней близко. Формула (20,e) дает в пределе

$$K_1 F_{1,n} - K_2 F_{2,n} = 4\pi k \dots (21)$$

Если в том месте, где находится ds и где плотность равна k , с двух сторон от поверхности находится один и тот же диэлектрик, индуктивная способность которого K , то (21) дает

$$F_{1,n} - F_{2,n} = \frac{4\pi}{K} k \dots (22)$$

В воздухе:

$$F_{1,n} - F_{2,n} = 4\pi k \dots (22, a)$$

Эти важные формулы, которые мы для краткости, хотя может быть не вполне верно, будем называть формулами Гривен'а, показывают, что величина нормальной слагаемой электрической силы претерпевает разрыв (скачек) при прохождении через поверхностную массу; она имеет неодинаковые значения в двух точках, лежащих с той и с другой стороны от поверхности s , бесконечно к ней близко. Причина этого скачка заключается в том, что масса, расположенная на самом элементе ds , вызывает (при $K_1 = K_2 = K$) в этих двух точках силы, одинаковые по величине, нормальные к ds , но очевидно направленные в противоположных направлениях, между тем как вся остальная масса, лежащая вне ds , вызывает в тех же двух бесконечно близких друг другу точках силы, которые в пределе одинаковы по величине и по направлению. Если первые две силы обозначить через f' , а нормальные слагаемые вторых через f'' , то мы имеем:

$$\left. \begin{aligned} F_{1,n} &= f'' + f' \\ F_{2,n} &= f'' - f' \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

Нормальную слагаемую силы, действующей на самой поверхности, т. е. силы, с которой все массы, лежащие вне ds , действуют на массу, находящуюся на самом ds , иначе говоря — силы, с которой данная поверхностная масса действует сама на себя, обозначим через F_n . Из предыдущего ясно, что

$$F_n = f'' \dots (23, a)$$

Формулы (22) и (23) дают

$$F_{1,n} - F_{2,n} = 2f' = \frac{4\pi}{K} k$$

откуда

$$f' = \frac{2\pi}{K} k \dots \dots \dots (23, b)$$

Вставляя $f'' = F_n$ в (23), получаем отсюда

$$F_{1,n} - F_n = F_n - F_{2,n} = \frac{2\pi}{K} k \dots \dots \dots (23, c)$$

а для воздуха

$$F_{1,n} - F_n = F_n - F_{2,n} = 2\pi k \dots \dots \dots (23, d)$$

Формула (23, d) дает

$$F_n = \frac{1}{2}(F_{1,n} + F_{2,n}) \dots \dots \dots (23, e)$$

Последние формулы показывают, что нормальная слагаемая электрической силы претерпевает два одинаковых скачка при прохождении через поверхностную массу; каждый из этих скачков равен $2\pi k : K$, где k — поверхностная плотность в той точке поверхности, через которую мы проходим, переходя от одной стороны поверхности к другой. Заметим, что с формулами (22, a), (23, d) и др. вполне согласуется равенство размеров $[F]$ и $[k]$, см. (14) и (15).

Приложим выведенные нами формулы к проводникам. Здесь дело не обходится без нового и притом довольно странного допущения, а именно: все выведенные нами формулы основаны на законе Кулона, т. е. на формулах (10) и (11), которые имеют смысл только для диэлектриков; то же самое должно очевидно относиться и к выведенным формулам, которые мы не имеем никакого права прилагать к проводникам. Но мы допускаем, что формулы (10), (20, b), (22, a), (23, e) и другие также приложимы к проводникам. Единственное, что говорит в пользу такого допущения, заключается в том, что следствия, вытекающие из него, вполне соответствуют действительности. Verschaffelt (1914) высказал интересные суждения по поводу приложимости к проводникам таких формул, которые были выведены для диэлектриков.

Мы видели, что состояние электрического равновесия, т. е. покоя, на проводнике возможно только при условии, чтобы внутри проводника электрическая сила F равнялась нулю, и чтобы на самой поверхности сила имела везде нормальное к этой поверхности направление. Формула (20, b) дает на основании первого условия ($X = Y = Z = 0$) для всех внутренних точек проводника

$$\varrho = 0 \dots \dots \dots (24)$$

Во всех точках проводника объемная плотность электричества равна нулю; электричество может находиться только на поверхности. Второе условие равновесия показывает, что нормальные слагаемые сил, о которых мы говорили выше, и суть действующие в соответствующих точках силы.

Обращаемся к формулам, которые выведены выше. Поверхность проводника по существу замкнутая; ясно, что n есть направление внешней нормали. Внутри проводника сила равна нулю, а потому мы должны

положить $F_{2,n} = 0$; силу у самой поверхности обозначим через F , силу на самой поверхности через F_s , так что $F_{1,n} = F$ и $F_n = F_s$; диэлектрическую постоянную окружающей среды обозначим через K , т. е. положим $K_1 = K$. В таком случае (21) дает

$$F = \frac{4\pi}{K} k \dots \dots \dots (24, a)$$

а в воздухе

$$F = 4\pi k \dots \dots \dots (24, b)$$

Этими формулами определяется напряжение поля во внешнем пространстве у самой поверхности проводника. Наконец, (23, e) дает

$$F_s = \frac{2\pi}{K} k \dots \dots \dots (24, c)$$

а для воздуха

$$F_s = 2\pi k \dots \dots \dots (24, d)$$

Этими формулами определяется сила, действующая на самый заряд проводника, т. е. напряжение поля в точках его поверхности. Если бы часть поверхностного слоя проводника была устроена подвижной, то она стала бы двигаться наружу под влиянием сил, действующих на электричество, распределенное по поверхности этой части. Силу, действующую на поверхностный слой и притом приведенную к единице поверхности, назовем поверхностным натяжением и обозначим через P ; если на элемент ds поверхности действует сила df , то

$$P = \frac{df}{ds} \dots \dots \dots (24, e)$$

На единицу количества электричества действует сила $F_s = \frac{2\pi}{K} k$; следовательно, на количество kds , которое действительно находится на ds , сила $df = F_s kds = \frac{2\pi k^2 ds}{K}$; поэтому (24, e) дает

$$P = \frac{2\pi}{K} k^2 \dots \dots \dots (25)$$

а в воздухе

$$P = 2\pi k^2 \dots \dots \dots (25, a)$$

Этими важными формулами определяется связь между поверхностным натяжением P в данной точке проводника и плотностью k электричества в той же точке; мы видим, что P растет пропорционально k^2 . Сравнивая (25) и (25, a) с (24, a) и (24, b) и исключая из них k получаем

$$P = \frac{KF^2}{8\pi} \dots \dots \dots (25, b)$$

а для воздуха

$$P = \frac{F^2}{8\pi} \dots \dots \dots (25, c)$$

Этими формулами определяется связь между поверхностным натяжением P и напряжением поля F у самой поверхности

проводника. Из (24,а) и (25) получается еще формула

$$P = \frac{1}{2} Fk \dots \dots \dots (25, d)$$

которая верна, каков бы ни был диэлектрик, окружающий наш проводник.

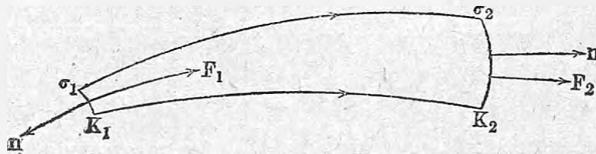
Воспользуемся формулой (19) о потоке индукции, проходящем через данную поверхность s , для вывода различных свойств тех трубок сил, с которыми мы уже познакомились в § 1. Так как образующия боковой поверхности суть линии сил, то ясно, что силовой поток, а также поток индукции через боковую поверхность трубки сил, есть нуль. Пусть σ — площадь поперечного сечения трубки сил в каком либо месте, F — напряжение поля, K — диэлектрическая постоянная в том месте, где находится элемент $d\sigma$ этой площади. В таком случае величину

$$\psi = \iint FK d\sigma \dots \dots \dots (26)$$

мы назовем потоком индукции в сечении σ трубки, которую мы, рассматривая эту величину, будем также называть трубкою индукции. Интеграл, понятно, распространен только на площадь σ .

Рассмотрим прежде всего часть трубки, не содержащую свободного электричества (рис. 17); ограничим ее двумя поверхностями σ_1 и σ_2 , везде

Рис. 17.



перпендикулярным к электрическим силам, которые соответственно обозначим через F_1 и F_2 . Приложим формулу (19) к замкнутой поверхности этого отрезка трубки. Так как F_n в (19) есть слагаемая по внешней нормали, то ясно, что на σ_2 мы имеем $F_n = F_2$, а на σ_1 следует принять $F_n = -F_1$. Поток через боковую поверхность везде нуль; весь поток тоже нуль, так как по предположению $\eta_i = 0$ и $\bar{\eta} = 0$. Очевидно остается

$$\iint K_2 F_2 d\sigma_2 - \iint K_1 F_1 d\sigma_1 = 0 \dots \dots \dots (26, a)$$

или

$$\iint K_1 F_1 d\sigma_1 = \iint K_2 F_2 d\sigma_2 \dots \dots \dots (26, b)$$

Поток индукции ψ есть величина постоянная вдоль всякой части трубки, не содержащей свободного электричества, как бы в этой части ни менялась диэлектрическая среда. Вместо (26, b) можем написать

$$\psi_2 = \psi_1 \dots \dots \dots (26, c)$$

Если внутри трубки находится количество электричества η , то вместо (26, b) получаем

$$\iint K_2 F_2 d\sigma_2 - \iint K_1 F_1 d\sigma_1 = 4\pi\eta$$

или

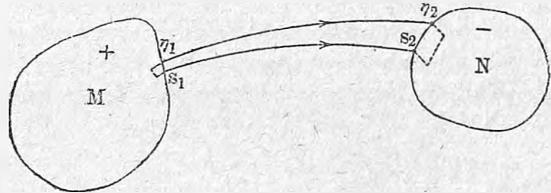
$$\psi_2 - \psi_1 = 4\pi\eta \dots \dots \dots (26, d)$$

Поток индукции меняется на величину $4\pi\eta$, если трубка проходит через количество электричества η . Легко доказать на основании (19, b), что в однородной среде ($K_1 = K_2 = K$) при отсутствии свободного электричества в трубке, силовой поток вдоль трубки не меняется, т. е. $\psi_2 = \psi_1$; если же η не равно нулю, то изменение силового потока определяется формулой.

$$\psi_2 - \psi_1 = \iint F_2 d\sigma_2 - \iint F_1 d\sigma_1 = \frac{4\pi}{K}\eta \dots \dots \dots (26, e)$$

Рассмотрим трубку, которая соединяет поверхности двух проводников M и N (рис. 18). Она вырезает из поверхностей тел M и N две различные по величине и форме части s_1 и s_2 ; положим, что на этих частях находятся количества электричества η_1 и η_2 .

Рис. 18.



Продолжим трубку в обе стороны во внутрь проводников и проведем две произвольные поверхности, как бы закрывающие трубку. Мы получаем замкнутую поверхность, во всех точках которой нормальные слагаемые силы F равны нулю, так как внутри проводников вообще $F = 0$. Отсюда следует, что для этой поверхности поток индукции равен нулю. Формула (19, a) показывает, что в этом случае $\eta_i = 0$, т. е. $\eta_1 + \eta_2 = 0$ или

$$\eta_2 = -\eta_1 \dots \dots \dots (27)$$

На двух концах трубки, соединяющей поверхности двух проводников, находятся одинаковые количества разноименных электричеств. Весьма важно заметить, что это равенство не нарушается, если M и N окружены различными диэлектриками; оно показывает, что трубки сил или индукции могут соединять только разноименно наэлектризованные проводники.

Обращаясь вновь к рассмотрению части силовой трубки, предположим, что поперечные сечения σ трубки столь малы, что можно считать напряжение поля F одинаковым во всех точках такого сечения, и положим, что трубка или рассматриваемая ее часть находится в однородной среде. Тогда (26, b) дает (так как $K_1 = K_2$, $F_1 = \text{Const.}$ и $F_2 = \text{Const.}$) $F_1\sigma_1 = F_2\sigma_2$, или

$$F_1 : F_2 = \sigma_2 : \sigma_1 \dots \dots \dots (28)$$

В однородной среде напряженне поля в различных точках трубки обратно пропорционально площади поперечного сечения трубки. Иначе говоря: расхождение линий сил в од-

нородной среде ($K = \text{Const.}$) соответствует уменьшению, их схождение — увеличению напряжения поля. Эта теорема дает нам возможность познакомиться с величиною, которую принято называть „число линий сил.“ Обратимся к рис. 18. Через σ_1 мы можем очевидно провести бесконечно большое число линий сил, так как через каждую точку проходит такая линия. Распределим по поверхности σ_1 , по возможности равномерно, некоторое — впрочем вполне произвольное — число ν точек и положим, что при этом на единицу поверхности пришлось N_1 точек, так что общее их число $\nu = N_1\sigma_1$. Через все эти точки проведем линии сил, которые встретят поверхность σ_2 в таком же числе ν точек. Если здесь на единицу поверхности приходится N_2 точек, а след. и линий сил, то $\nu = N_2\sigma_2$. Очевидно $N_1\sigma_1 = N_2\sigma_2$, откуда

$$N_1 : N_2 = \sigma_2 : \sigma_1 \quad \dots \quad (28, a)$$

Каждое из чисел N_1 и N_2 мы для краткости и будем называть числом линии сил в σ_1 и σ_2 , хотя, в виду произвольности одного из этих чисел, точнее было бы сказать: относительное число линий сил на единицу площади поперечного сечения или, что очевидно то же самое, на одинаковые площади поперечного сечения трубки сил. Сравнивая (29, a) с (28), мы получаем

$$N_1 : N_2 = F_1 : F_2 \quad \dots \quad (28, b)$$

В однородной среде число линий сил (на единицу площади поперечного сечения) в различных местах трубки пропорционально напряжению поля.

Проведем поверхность s_1 , которая везде пересекала бы линии сил нормально; через каждый элемент σ_1 этой поверхности проведем $\nu_1 = c\sigma_1 F_1$ линий сил, так что „число линий сил“ будет равно $N_1 = cF_1$, где c произвольный множитель пропорциональности; иначе говоря, мы на поверхности s_1 делаем это число везде пропорциональным напряжению поля.

В таком случае „число линий сил“ N во всем пространстве, где вообще находятся линии сил, прошедшие через s , будет пропорционально напряжению поля F , т. е. мы будем иметь

$$N = cF \quad \dots \quad (28, c)$$

Если мы примем $c = 1$, т. е. на поверхности s_1 сделаем N_1 и F_1 везде численно равными, то будем везде иметь равенство

$$N = F \quad \dots \quad (28, d)$$

Вместо того, чтобы на поверхности s_1 через каждый элемент σ_1 проводить $\nu_1 = c\sigma_1 F_1$ линий сил, мы можем провести такое же число силовых трубок, сумма поперечных сечений которых в этом месте равнялась бы σ_1 . Эти трубки, вообще говоря, будут дальше суживаться или расширяться; но понятно, что они уже нигде не будут между собою расходиться, т. е. они будут заполнять ту часть пространства, через которую они проходят. Те линии сил, о которых мы только что говорили, представляют как бы

осевые линии этих трубок. Ясно, что и к ним относятся формулы (28,с) и (28,д). Из всего вышеизложенного получится такой результат:

Число линий сил, а также число силовых трубок в однородной среде, пропорционально или даже равно напряжению поля, смотря по тому, как начато построение линий и трубок на одной из поверхностей, которые их пересекают.

В дальнейшем мы будем принимать равенство $N = F$, т. е. будем предполагать, что сделано то исходное построение, которое приводит к этому равенству.

Обращаемся к потоку индукции и к трубкам индукции, которые в однородном диэлектрике тождественны с трубками сил. Заметим, что в неоднородной среде вообще представляет главный интерес поток индукции, от которого уже легко перейти к напряжению поля. На стр. 36 мы назвали величину $K F_n ds$ потоком индукции, проходящим через элемент поверхности ds .

Назовем величину

$$B = KF \dots \dots \dots (28, e)$$

индукцией в данной точке диэлектрика; она равна потоку индукции через элемент ds , перпендикулярный к линиям сил, деленному на ds , т. е. приведенному к единице поверхности. Для тонкой трубки индукции мы получаем из (26,б)

$$K_1 F_1 \sigma_1 = K_2 F_2 \sigma_2 \dots \dots \dots (29)$$

т. е.

$$B_1 \sigma_1 = B_2 \sigma_2,$$

или

$$B_1 : B_2 = \sigma_2 : \sigma_1 \dots \dots \dots (29, a)$$

Эта формула напоминает (28), но она относится и к неоднородной среде; она говорит, что индукция в различных точках трубки обратно пропорциональна площади поперечного сечения этой трубки. Проведем вновь поверхность s_1 , везде нормальную к линиям сил. Через каждый элемент σ_1 проведем $\nu_1 = c\sigma_1 K_1 F_1 = c\sigma_1 B_1$ трубок индукции, сумма площадей поперечных сечений которых в этом месте равнялась бы σ_1 ; K_1, F_1 и B_1 относятся к той точке, около которой находится σ_1 . Назовем величину $N_1 = \nu_1 : \sigma_1$ „числом трубок индукции“ в данном месте, причем, как и прежде, подразумевается „на единицу поверхности“, везде перпендикулярной к этим трубкам. В таком случае $N_1 = cB_1$. Вдоль каждой трубки, очевидно, $N_1 : N_2 = \sigma_2 : \sigma_1$, см. (28,а), а след. (29,а) дает

$$N_1 : N_2 = B_1 : B_2 \dots \dots \dots (29, b)$$

Так как мы сделали $N_1 = cB_1$, то ясно, что повсюду $N = cB$. Если мы примем $c = 1$, т. е. на поверхности s_1 сделаем N_1 и B_1 везде численно равными, то мы и повсюду получим

$$N = B \dots \dots \dots (29, c)$$

Если строить трубки индукции так, как разъяснено выше, то во всякой точке индукция B равна числу N трубок индукции. Это значит, что через площадь σ , перпендикулярную к трубкам, проходят $N\sigma = B\sigma$ трубок. В воздухе мы очевидно имеем:

$$N = F = B \dots \dots \dots (29, d)$$

Отныне мы будем предполагать, что трубки индукции построены именно соответственно равенству (29, c). Мы видели, см. (26, b), что поток индукции ψ не меняется вдоль трубки, не содержащей свободного электричества. Определим, чему равно ψ для одной из трубок, построенных согласно равенству (29, c). Для тонкой трубки можно положить $\psi = KF\sigma = B\sigma = N\sigma$; но $N\sigma$ есть число трубок, проходящих через σ , а так как σ — поперечное сечение одной трубки, то ясно, что $N\sigma = 1$, т. е. $\psi = 1$.

Поток индукции в каждой из построенных нами трубок индукции равен единице. Вот почему эти трубки иногда называются единичными трубками.

Найдем связь между количеством электричества η и числом ν трубок индукции (единичных), которые как бы исходят из этого электричества. Формула (19) показывает, что поток индукции равен $4\pi\eta$ для всякой замкнутой поверхности, обхватывающей электричество η . Ясно, что такой же поток индукции получается и через поверхность, нормальную ко всем трубкам, из которых каждая содержит поток $\psi = 1$. Но весь поток равен $4\pi\eta$; следовательно, мы должны иметь численное равенство

$$\nu = 4\pi\eta \dots \dots \dots (29, e)$$

Отсюда получаем число ν_1 трубок индукции, исходящих от единицы количества электричества:

$$\nu_1 = 4\pi \dots \dots \dots (29 f)$$

Приложим сказанное к проводнику, окруженному диэлектриком. На элементе ds поверхности находится количество $\eta = kds$ электричества; следовательно, от ds выходят $4\pi kds$ трубок индукции и притом все в одну сторону; каждая трубка содержит поток, равный единице; следовательно, весь поток индукции $KFds$ равен числу трубок $4\pi kds$; отсюда $F = 4\pi k$; K , согласно с (24, a).

Вводя индукцию $B = KF$ в выражение (25, b) для поверхностного натяжения P , мы получаем формулу

$$P = \frac{BF}{8\pi} \dots \dots \dots (30)$$

Докажем в заключение, что трубки индукции как бы преломляются при переходе из одной диэлектрической среды в другую. Понятно, что то же самое должно относиться и к линиям сил. Положим, что MN есть поверхность раздела двух сред, индуктивные способности которых K_1 и K_2 . Рассмотрим трубку индукции,

которая проходит через элемент σ поверхности MN (рис. 19). Допустим, что она составляет с нормалью nn углы α_1 и α_2 , и пусть ее поперечные сечения с двух сторон от MN суть σ_1 и σ_2 . Полагая, что на MN нет свободного электричества, мы имеем на основании (21)

$$K_1 F_{1,n} = K_2 F_{2,n} \quad (31)$$

$$K_1 F_1 \cos \alpha_1 = K_2 F_2 \cos \alpha_2 \quad (31, a)$$

Заметим, что если помножить обе части уравнения на σ , то получается $K_1 F_1 \sigma_1 = K_2 F_2 \sigma_2$, т. е. постоянство потока индукции в трубке, согласно (29). Легко видеть, что тангенциальные слагаемые силы должны быть одинаковы с двух сторон от поверхности MN , когда мы переходим к пределу, ибо в пределе обе слагаемые сливаются; мы имеем таким образом

$$F_1 \sin \alpha_1 = F_2 \sin \alpha_2 \quad \dots \dots \dots (31, b)$$

Это уравнение дает вместе с (31, a)

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{K_1}{K_2} = \text{Const} \quad \dots \dots \dots (31, c)$$

Этой формулой определяется преломление линий сил и трубок индукции при переходе из одной среды в другую.

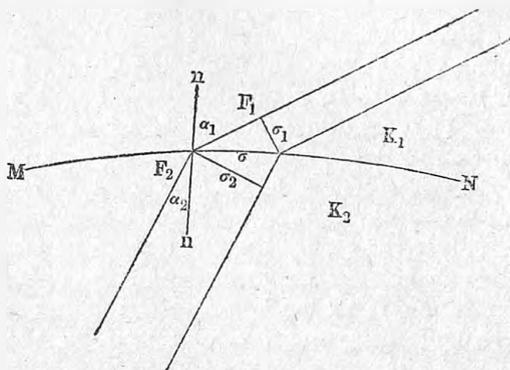
Мы представили все эти разнообразные выводы, как следствия, вытекающие из основных представлений картины А. Мы так и должны были поступить, так как все наши выводы основаны на теореме Гаусса (19, a), при доказательстве которой мы пользовались формулой (17) или, что то же самое, (11); а эти формулы, содержащие величину η , всецело принадлежат картине А.

Картина В.

Мы видели, что в определенных, и притом весьма широких, пределах все явления происходят абсолютно так, как будто бы основные черты картины А были верны. И мы можем быть уверены, что все только что полученные выводы действительно верны. Остается открыть их физическое значение с точки зрения теории, соответствующей картине В.

Закон Кулона, который в картине А является, как априорное свойство электричества, т. е. некоторого фактически самостоятельно существующего вещества, получается в картине В, как результат теории, как окончательное выражение тех сил, которые действуют на тела, наэлектризованные в силу натяжений, существующих в эфире, иначе говоря,

Рис. 19.



в трубках натяжения, прикрепленных к телам; мы видели, что эти трубки располагаются определенным образом в зависимости от их натяжений, от давлений, которые существуют между трубками, и от степени удобо-подвижности концов трубок. Maxwell, Hertz, Boltzmann и др. показали, каким образом закон Кулона выводится из формул, служащих выражением основной идеи Faraday'я о первенствующей роли ди-электрической среды. Мы здесь не можем входить в подробности и должны пока ограничиться указанием факта, что закон Кулона вполне согласен с картиною В.

Трубки индукции картины А, имеющие только геометрическое значение, суть трубки натяжения картины В, от начала и до конца реально существующие в эфире. Если эти трубки можно уподобить волокнам, то число их, проходящее через единицу поверхности, должно быть конечное. Но мы об этом числе ничего не знаем, а потому мы несколько произ-вольно вводим понятие о единичной трубке натяжения, принимая за таковую ту же трубку, которая в картине А называется единичною трубкою индукции, т. е. такую, для которой во всех сечениях σ имеем поток индукции

$$\psi = KF\sigma = 1 \dots \dots \dots (32)$$

Формула (29,e), а именно

$$v = 4\pi\eta \dots \dots \dots (32,a)$$

представляет в простейшем виде связь между картинами А и В: здесь η — количество свободного электричества в определенном месте, v — число единичных трубок натяжения, оканчивающихся на том же месте. Мы ввели гипотезу, что η не зависит от рода окружающей среды. Теперь мы должны нашу гипотезу формулировать так: число трубок натяжения, исходящих от данного тела, не меняется, если погружать это тело в различные среды. Равенство $\psi = 1$ остается верным для каждой трубки: с изменением K меняется и F .

Для натяжения P на поверхности проводника (сила на единицу по-верхности) мы имели выражения, см. (25), (25,b) и (25,d).

$$P = \frac{2\pi k^2}{K} = \frac{KF^2}{8\pi} = \frac{1}{2} Fk \dots \dots \dots (32,b)$$

Во взгляде на величину P , т. е. на ту силу, которая заставляет подвижную часть поверхностного слоя проводника двигаться по направ-лению внешней нормали к поверхности, выражается с особенною резкостью характерная разница между картинами А и В: картина А говорит, что P есть сила выталкивающая; картина В — что она сила вытягивающая, что она является следствием натяжения тех трубок, которые оканчиваются на рассматриваемой части поверхности проводника.

Рассмотрим подробнее трубки натяжения, а именно прежде всего их концы. Пусть p — натяжение на конце единичной трубки, σ — ее сечение, F — напряжение поля. Единица равномерно наэлектризованной поверхности содержит k единиц электричества, след. на ней оканчиваются

$$N = 4\pi k = KF \quad \dots \dots \dots (32, c)$$

трубок, дающих общее натяжение P . Отсюда следует, что площадь поперечного сечения у конца единичной трубки равна

$$\sigma = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{KF} \quad \dots \dots \dots (32, d)$$

см. (24, a) и (32), и что натяжение p у конца такой трубки равно

$$p = \frac{P}{4\pi k} = P\sigma = \frac{k}{2K} = \frac{F}{8\pi} = \frac{1}{8\pi K\sigma} \quad \dots \dots \dots (32, e)$$

Формулы (32, c) и (32, e) показывают, что удвоению электризации проводника соответствует удвоение не только числа N трубок, но и натяжения p в каждой трубке, как уже было указано. Несомненно, что всякое сечение σ трубки может служить ее концом, а потому мы допускаем, что вдоль всей трубки ее натяжение равно

$$p = \frac{F}{8\pi} = \frac{1}{8\pi K\sigma} \quad \dots \dots \dots (32, f)$$

Натяжение единичной трубки меняется вдоль трубки прямо пропорционально напряжению поля или обратно пропорционально площади поперечного сечения трубки.

Величина k , встречающаяся в формулах (32, b), (32, d) и (32, e), т. е. плотность электричества в картине В, как будто никакого значения не имеет. Однако Maxwell вводит некоторую величину \mathfrak{D} , которую он называет смещением (electric displacement), и которая, вполне принадлежа картине В и относясь к различным сечениям σ единичной трубки натяжения, численно тождественна с величиною k картины А, т. е. с плотностью свободного электричества, которое находилось бы на поверхности проводника, если бы конец трубки находился в сечении σ . Смещение \mathfrak{D} является как бы выразителем того факта, что в трубках мы имеем дело с одностороннею деформациею, которая не соответствует натяжению в обыденном смысле слова. Смещение на концах трубки наблюдается нами в совокупности тех явлений, которые обнаруживает наэлектризованная поверхность. Но оно существует во всех сечениях трубки, и мы получим его выражение, если вставим $\mathfrak{D} = k$ в формулы (32, d), (32, e) и (32, f). Таким образом мы получаем

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{4\pi} KF = \frac{1}{4\pi} B = 2Kp = \frac{1}{4\pi\sigma} \quad \dots \dots \dots (32, g)$$

Смещение (displacement) вдоль единичной трубки натяжения пропорционально индукции B или обратно пропорционально площади поперечного сечения трубки. Произведение $\mathfrak{D}\sigma$ аналогично количеству вещества, смещенного в данном сечении. Оказывается, что для единичной трубки

$$\mathfrak{D}\sigma = \frac{1}{4\pi} \quad \dots \dots \dots (32, h)$$

т. е. это произведение — величина одинаковая во всех сечениях такой трубки, что соответствует смещению несжимаемой жидкости. Отношение напряжения F к смещению \mathfrak{D} , т. е. величину

$$\frac{F}{\mathfrak{D}} = \frac{4\pi}{K} \dots \dots \dots (32, \text{в})$$

Махвелл назвал коэффициентом электрической упругости диэлектрика, аналогично подобным же коэффициентам в учении об упругости твердых тел. Мы видим, что этот коэффициент обратно пропорционален диэлектрической постоянной K .

Мы приняли за единичную трубку такую, для которой $\psi = \sigma K F = 1$; единица количества электричества дает 4π таких трубок. Необходимо иметь в виду, что многие авторы принимают за единичную трубку такую, которая испускается единицею количества электричества. Вместо (29, e) или (32, a) они получают численное равенство $\nu = \eta$.

Нам остается вкратце сказать об условиях равновесия трубок натяжения. Мы видели, что в каждом сечении единичной трубки σ действует натяжение p , выражающееся формулами (32, f), к которым можно еще прибавить формулу $p = \mathfrak{D} : 2K$, см. (32, g). Если перейти опять к единице площади поперечного сечения трубок, то получается натяжение P , определяемое формулами (32, b). Вводя вместо k , смещение \mathfrak{D} , а также переменную площадь поперечного сечения единичной трубки σ , получаем окончательно:

$$P = \frac{KF^2}{8\pi} = \frac{BF}{8\pi} = \frac{F\mathfrak{D}}{2} = \frac{2\pi\mathfrak{D}^2}{K} = \frac{1}{8\pi K\sigma^2} \dots \dots \dots (32, k)$$

Махвелл показал, что трубка натяжения находится в равновесии, если ее боковая поверхность подвергается давлению, которое, отнесенное к единице поверхности, также равняется P . Итак: во всех точках электрического поля существует натяжение вдоль трубок и давление, перпендикулярное к их боковой поверхности. Приведенные к единице площади поперечного сечения и к единице боковой поверхности, натяжение и давление равны между собою и определяются формулами (32, k) в зависимости от напряжения поля F , индукции B , смещения \mathfrak{D} , площади поперечного сечения единичной трубки σ и диэлектрической постоянной K .

Картина С.

В помещенном в начале этой книги введении мы упомянули картину С, соответствующую современной, так называемой электронной теории электрических явлений. В ее основе лежит, как мы видели, представление об электричестве, как об особом, реально существующем веществе. Это вещество вызывает в окружающем эфире те изменения, которые описываются картиною С. Оно имеет атомное строение, т. е. состоит из отдельных мельчайших частиц, представляющих элементарные количества

электричества; эти атомы электричества называются электронами. Намереваясь прежде всего ознакомиться с внешнею стороною электрических явлений, мы занялись описанием этих явлений, пользуясь при этом, по причинам, подробно указанным выше, картинами А и В. Картина С нам пока особой пользы принести не может, и мы ограничиваемся здесь указанием на абсолютную величину электрона. Целый ряд разнообразных исследований привел к результату, что

$$\text{электрон} = 4,774 \cdot 10^{-10} \text{ эл.-ст. } C. G. S. \text{ ед. электр.} \dots (32, l)$$

отсюда, см. (12),

$$\text{электрон} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ кулона} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ микрокулона} \dots (32, m)$$

Мы увидим, что в растворах электрон бывает связан с материей, образуя с нею то, что называется „ион“.

Обозначим через m выраженное в граммах количество материи, связанное с одним электроном. Многочисленные исследования, с которыми мы также познакомимся впоследствии, привели к результату, что для водорода отношение заряда e иона к его массе m , по новейшим данным,

$$\frac{e}{m} = 9649 \dots (32, n)$$

если e выражено в эл.-мгн. $C. G. S.$ единицах, а m — в граммах. Если e выразить в эл.-ст. $C. G. S.$ единицах, то для водорода

$$\frac{e}{m} = 2,895 \cdot 10^{14} \dots (32, o)$$

§ 5. Электростатическая индукция. Рассматривая далее электрические явления, нам придется пользоваться терминами, основанными на представлениях картины А, не только при объяснении, но уже при описании явлений, для которых во многих случаях очень трудно придумать, так сказать, нейтральную терминологию, не зависящую ни от какой „картины“.

Явление электростатической индукции, которую мы здесь просто будем называть индукцией (это — явление, которое не следует смешивать с величиною V , см. (29, c), заключается в следующем.

Если к наэлектризованному телу R (рис. 20) приблизить другое тело N , которое не было предварительно наэлектризовано, то это тело N также обнаруживает электризацию, которая, таким образом, была вызвана соседством тела R .

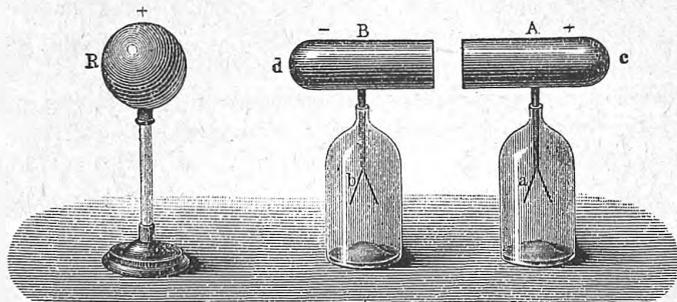
Заряд тела N называется индуктированным, заряд тела R — индуктирующим. На N появляются оба электричества и притом на стороне, обращенной к R , электричество неоднородное, а на другой стороне — одноименное с тем, которое находится на теле R . Если



Рис. 20.

N есть проводник, то можно отделить друг от друга эти два электричества. Для этого, а также вообще для того, чтобы обнаружить индуктированное электричество, может служить прибор, изображенный на рис. 21. R есть шар, наэлектризованный, положим, положительно; cd металлический цилиндр, две половины которого сначала сдвинуты до прикосновения, прикреплены к стержням двух электроскопов. Если приблизить R , затем раздвинуть половины цилиндра и удалить R , то электроскопы обнаруживают электризацию каждой половины. Если вновь сдвинуть две половины, то листочки в a и в b спадают. Этим доказано, что при индукции получаются одинаковые количества разноименных индуктированных электричеств. Если при сложенных половинах цилиндра и в присутствии тела R приставить к концу c еще металлическое тело, то одноименное (с тем, которое на R) электричество распространяется по его поверхности и собирается главным образом на том конце, который наиболее удален от R . Если соединить c с землею, то одноименное электричество исчезает, оно „уходит в землю“. Если прекратить соединение с землею и удалить R , то цилиндр остается на-

Рис. 21.



электризованным неоднородно с электризацией тела R . В этом заключается удобный способ электризации проводника.

Тела R и N (рис. 20) взаимно притягиваются, так как их части, ближайšie друг другу, наэлектризованы разноименно. Притяжение увеличивается, когда тело N соединено с землею. Сказанным объясняется притяжение легких тел, о котором было упомянуто в § 1; понятно, почему это притяжение происходит с большою силою, когда легкое тело не изолировано.

Предположим, что R есть также проводник. В этом случае оказывается, что на нем происходит перемещение электричества в сторону тела N . Каждое из двух равных количеств электричества, индуктированных на теле N (рис. 20), будет тем больше, чем ближе R находится к N . Если все более и более приближать R и N , то увеличатся оба заряда на N , и в то же время заряд на проводнике R будет все более сосредоточиваться на той части его поверхности, которая ближе всего к телу N . При достаточном приближении происходит взаимное уничтожение разноименных электризаций на R и на N , причем самый

акт уничтожения внешним образом обнаруживается появлением искры в промежутке R и N . Окончательно остается один положительный заряд на R и на N , как будто бы просто часть заряда от тела R перешла на тело N , и следует заметить, что в сущности всякое распространение электризации от одного проводника на другой, доведенный до соприкосновения с ним, происходит именно тем сложным способом, который только что был описан.

На индукции основан тот факт, что для обнаружения электрического состояния тела достаточно приблизить его сверху к электроскопу; листочки расходятся под влиянием индуктированного одноименного электричества.

Если тело N соединить с землею, то заряд тела R еще более перемещается в сторону тела N , и в то же время, как уже было сказано, увеличивается остающийся на N отрицательный заряд, оставаясь, однако, всегда меньше заряда тела R , за исключением одного случая, к которому относится знаменитая теорема Фарадея (Faraday).

Если произвольные наэлектризованные тела R поместить в полость проводника N , то: 1) равные количества разноименного электричества, являющиеся вследствие индукции на внутренней и на внешней поверхности проводника N , равны полному количеству индуктирующего электричества, находящегося на телах R , независимо от расположения этих тел; 2) расположение тел R не имеет никакого влияния на распределение электричества, индуктированного на внешней поверхности тела N ; 3) если тело N соединить с землею, то напряжение поля во всех точках вне тела N оказывается равным нулю.

Для доказательства этой теоремы Faraday произвел такой опыт: металлический изолированный сосуд A (рис. 22) соединен с электроскопом E . Если внутрь A ввести наэлектризованное тело C (причем полезно прикрыть A металлической крышкой), то электроскоп E указывает на присутствие заряда на внешней поверхности сосуда A . Если соединить A с землею, то этот заряд уходит в землю, и листочки электроскопа спадают. Если прервать соединение с землею и затем коснуться телом C до внутренней поверхности сосуда A , то листочки остаются в покое, и вообще на A не обнаруживается никаких следов электризации. Этим и доказывается, что на внутренней стороне сосуда A было индуктировано такое же количество электричества, какое находилось на теле C . Справедливость остальных частей теоремы Фарадея доказывается непосредственным наблюдением.

В тесной связи с теоремой Фарадея находится явление так называемой электрической тени, т. е. действие электрического экрана, которое заключается в том, что металлическая, не слишком маленькая пластинка MN (рис. 23), соединенная с землею T (обычный способ изображать на чертежах такое соединение) и помещенная вблизи наэлектризованного тела A , почти совершенно уничтожает электрическое

поле в части пространства PQ , ближайшей к середине пластинки и лежащей на другой от нее стороне, чем A . Листочки электроскопа E остаются в покое; говорят, что он находится в электрической тени пластинки MN , играющей как бы роль некоторого экрана. Чем больше пластинка и чем ближе мы к ней находимся, тем полнее тень, т. е. тем ближе напряжение поля к нулю.

Miss Shirby Nyath (1912) нашла, что, если толщина серебряного слоя меньше $30 \cdot 10^{-6}$ мм., то этот слой перестает служить экраном и делается как бы „прозрачным“ для электрических сил.

Возвращаемся к простейшему случаю индукции и предположим, что тело N (рис. 20) есть диэлектрик. Мы увидим впоследствии, что происходящие в этом случае электрические явления зависят от времени,

Рис. 22.

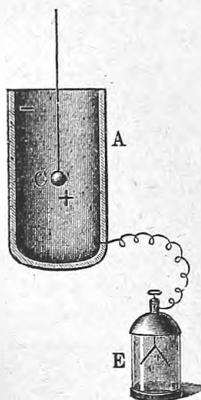
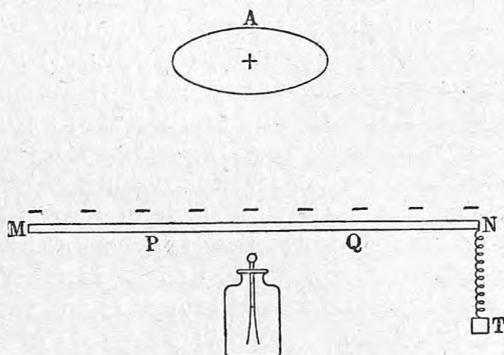


Рис. 23.



т. е. характер их меняется в зависимости от продолжительности действия тела R на диэлектрик N . Теперь ограничиваемся случаем, когда это действие продолжается весьма короткое время. В этом случае все явления происходят в окружающем пространстве так, как если бы на поверхности диэлектрика N появились две электризации, совершенно аналогичные тем, которые получаются в случае, когда N есть проводник. Они исчезают, если удалить R . Однако, они не могут быть отделены друг от друга, и если цилиндр AB (рис. 21) сделать из диэлектрика, то после раздвигания двух половин и удаления R , обе половины оказываются ненаэлектризованными. Электризации, которые индуктируются на диэлектриках, не могут быть сравнены и с теми, которые появляются на них, напр., при трении или при соприкосновении с другими наэлектризованными телами и которые весьма долго на них сохраняются. Мы увидим, что именно этого рода электризации обнаруживаются на поверхности диэлектрика при более продолжительном влиянии на него наэлектризованного тела.

Нам остается рассмотреть весьма важную роль, которую диэлектрики, как промежуточные тела, играют в явлениях электро-

статической индукции. Мы предположим, что первоначально наэлектризованное тело R и тело N , на котором происходит индукция, суть проводники, и что R содержит заряд η . Нижеследующие явления происходят как в случае изолированного, так и в случае неизолированного N , но во втором случае явления наблюдаются в более резкой форме; поэтому мы и предположим, что тело N соединено с землею. Ради общности допустим что пространство, в котором находятся тела R и N , наполнено диэлектриком, индуктивная способность которого K_0 . Тело R индуцирует электричество на всех окружающих телах. Прежде всего заметим, что теорема Фарадея остается верною, какие бы разнообразные диэлектрики не находились в той полости проводника, напр. в сосуде A (рис. 22), о котором говорится в этой теореме: полное количество индуцированного электричества не зависит ни от рода, ни от распределения промежуточных диэлектриков; но зато это распределение имеет большое влияние на распределение электричества, индуцированного на внутренней поверхности нашего полого провод-

Рис. 24.

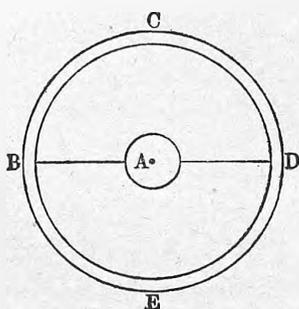
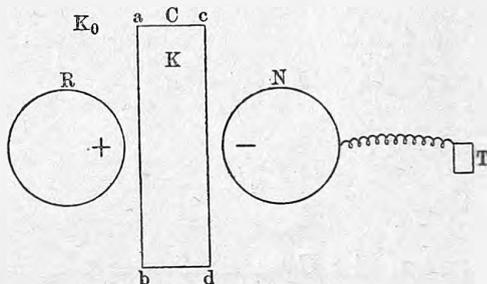


Рис. 25.



ника. Это влияние проще всего можно формулировать таким образом: индукция происходит преимущественно по направлению, проходящему через диэлектрики, обладающие наибольшим K . Для выяснения дела представим себе наэлектризованный шар A (рис. 24), находящийся внутри концентрического с ним полого шара $BCDEB$; заряд η шара A равномерно распределится по его поверхности, и такой же заряд η также равномерно покроет внутреннюю поверхность полого шара, если только полость наполнена, кроме шара A , еще равномерным диэлектриком, индуктивную способность которого мы обозначим через K_0 . Если мы теперь наполним хотя бы нижнюю часть DEB шара диэлектриком, для которого $K > K_0$, то заряд на поверхности BED увеличится; в то же время заряд на поверхности BCD уменьшится, и на шаре A также произойдет „сгущение“ заряда на его нижней половине. Полное же количество электричества останется равным η как на шаре A , так и на внутренней поверхности полого шара $BCDEB$.

Теперь мы можем возвратиться к проводникам R и N , из которых N соединен с землею. Если между R и N поместить пластинку C (рис. 25) диэлектрика, для которого $K > K_0$, то 1) количество электричества на N

увеличится — впечатление получается, как будто индукция увеличилась или как будто она „сильнее действует“ через диэлектрик C ; 2) заряд на R еще более стугнется на стороне, обращенной к C и N , т. е. часть его перейдет слева направо; 3) заряды, индуцированные телом R на других окружающих телах (стены, потолок, земля, облака и т. д.), уменьшатся и притом всего как раз на величину, равную увеличению заряда на N .

Весьма важно заметить, что помещение между R и N диэлектрика, для которого $K > K_0$, вызывает как раз те самые явления, которые обнаружались бы, если бы мы приблизили R и N друг к другу. Следующий знаменитый опыт Фарадея ясно показывает все эти явления. Металлические пластинки A и C соединены с золотыми листочками a и b (рис. 26); установим между ними металлическую пластинку B , наэлектризованную хотя бы положительно, и в то же время

Рис. 26.

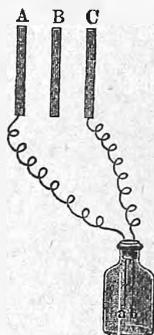
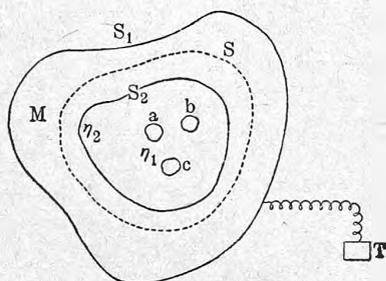


Рис. 27.



соединим A и C на мгновение с землей. Тогда отрицательные заряды будут находиться на A и C , притом почти целиком на сторонах, обращенных к B ; листочки a и b остаются в покое. Если между C и A ввести пластинку диэлектрика (стекло, сера, стеарин и т. д.), то заряд на A усиливается, вследствие чего в a переходит положительное электричество; заряд на C уменьшается, причем в b появляется отрицательное электричество; листочки a и b взаимно притягиваются. В то же время часть того заряда пластинки C , которая находилась на стороне, обращенной к B , переходит на другую сторону. Те же самые явления произошли бы если бы мы приблизили A к C . Можно сказать, что в явлениях индукции слой диэлектрика с большим K играет такую же роль, как более тонкий слой диэлектрика, имеющего меньшее K (напр., воздуха).

Приходим к объяснению явлений, рассмотренных в этом параграфе.

Картина А.

Положительное электричество на R (рис. 20) разлагает нейтральную смесь в проводнике N , притягивает минус, отталкивает плюс (для краткости будем так выражаться); далее, плюс на R сильнее притягивается минусом на N , чем отталкивается плюсом на N , и потому само тело R

перемещается по направлению к N . Равновесие настает, когда напряжение поля во всех точках тела N равно нулю, т. е. когда заряд тела N вызывает во всех точках этого тела поле, одинаковое по величине, но противоположное по знаку с полем, вызываемым в тех же точках зарядом тела R . Что при индукции получаются одинаковые количества двух электричеств на N , не требует здесь никакого объяснения; то же самое относится и к возможности отделить друг от друга два заряда, см. рис. 24. Если N соединить с землею, то плюс, отталкиваемый зарядом тела R , уходит в землю, при этом, очевидно, минус на N должен увеличиться, так как теперь он один должен уничтожить внутри N поле, вызванное зарядом тела R . Если постепенно приближать R к N , то разнородные электричества соединяются, как бы пробивая себе дорогу через диэлектрик; это соединение сопровождается накаливанием частиц диэлектрика, а также металлов, из которых состоят тела R и N ; в этом и заключается явление искры. Заметим мимоходом, что унитарные гипотезы приводят к более простому представлению об искре, как об одностороннем переходе вещества от одного тела к другому.

Теорема Фарадея может быть выведена на основании формулы (19, b), если, как мы это всегда делали, допустить, что она приложима к поверхности, лежащей внутри проводника. Положим, что внутри полого проводника M (рис. 27), ограниченного поверхностями S_1 и S_2 , находятся наэлектризованные тела, алгебраическая сумма зарядов которых равна η_1 , и положим, что на S_2 индуцируется заряд η_2 . Проведем внутри тела M произвольную замкнутую поверхность S и приложим к ней формулу (19, b). Так как внутри проводника напряжение поля должно везде равняться нулю, то во всех элементах поверхности S имеем $F_n = 0$, так что и $\Psi = 0$; отсюда следует, что $\eta_i = 0$, т. е. $\eta_1 + \eta_2 = 0$, или $\eta_2 = -\eta_1$, что и требовалось доказать. Если соединить M с землею, то напряжение поля во всем пространстве вне M должно равняться нулю, хотя бы уже потому, что каждая точка этого пространства будет принадлежать телу M , если изменить форму этого тела соответственным добавлением к нему вещества; это добавление очевидно не может иметь никакого влияния на заряды η_1 и $\eta_2 = -\eta_1$, а след. и на те силы, которые действуют вне поверхности S_2 .

Чтобы понять явление электрической тени, мы заменим пластинку MN (рис. 28) замкнутым полым телом $MNSR$, часть которого составляет пластинка MN . В этом случае, как мы видели, напряжение поля в P равно нулю. Но если пластинка MN большая, то заряд на внутренней поверхности добавленной части $MRSN$, находясь далеко от пространства P , имеет слабое действие на точки этого пространства, так что удаление части $MRSN$ мало меняет напряжение поля в P , которое остается почти равным нулю.

Обращаемся к вопросу о том, что происходит, когда к наэлектризованному телу приблизить диэлектрик, постоянная K_2 которого отличается от постоянной K_1 окружающей его среды. В этом случае, как мы видели, поток индукции ψ не меняется, когда трубка индукции пере-

ходит из одной среды в другую; поэтому около поверхности MN (рис. 29), отделяющей обе среды друг от друга, имеем равенство, см. (29),

$$\psi = K_1 F_1 \sigma_1 = K_2 F_2 \sigma_2 \quad \dots \dots \dots (33)$$

Это обозначает, что присутствие диэлектрика K_2 вызывает такое изменение в напряжениях F_1 и F_2 и в направлениях линий сил в обеих средах, которое во всех точках пограничной поверхности MN должно удовлетворять условию (33) или, что то же самое, условиям (31) и (31,а). Однако эти же самые изменения могли бы быть вызваны также присутствием некоторого заряда на поверхности MN , причем диэлектрическая постоянная с обеих ее сторон была бы равна K_1 ; иначе говоря, этот заряд заменяет собою присутствие диэлектрика K_2 . Так как F_1, F_2, σ_1 и σ_2 не должны меняться при замене диэлектрика

Рис. 28.

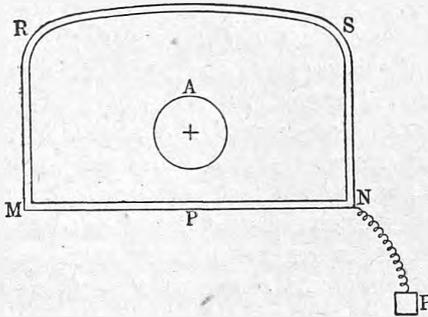
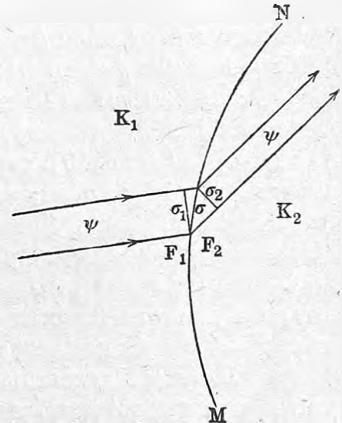


Рис. 29.



K_2 зарядом, то ясно, что после этой замены поток индукции с одной стороны от MN будет $\psi = K_1 F_1 \sigma_1$, а с другой $\psi' = K_1 F_2 \sigma_2$. Поток индукции увеличился на $\psi' - \psi = K_1 F_2 \sigma_2 - K_1 F_1 \sigma_1$; на основании (33),

$$\psi' - \psi = K_1 F_2 \sigma_2 - K_2 F_2 \sigma_2 = (K_1 - K_2) F_2 \sigma_2 = \frac{K_1 - K_2}{K_2} \psi = -\frac{K_2 - K_1}{K_2} \psi \quad (33, a)$$

Увеличение потока, см. (26,d), равно $4\pi\eta = 4\pi k\sigma$, где σ — элемент поверхности MN и k плотность искомого заряда. Отсюда

$$k\sigma = -\frac{K_2 - K_1}{4\pi K_2} \psi = -\frac{K_2 - K_1}{4\pi K_2} K_1 F_1 \sigma_1 = -\frac{K_2 - K_1}{4\pi} F_2 \sigma_2 \quad \dots \quad (33, b)$$

Фактическое определение в частных случаях плотности k на основании этой формулы представляет большие затруднения, так как k зависит от F_1 или F_2 , т. е. от напряжения поля, отчасти вызванного зарядом, плотность которого k . Важно однако то, что присутствием этого заряда может быть заменена наличность неоднородности среды с двух сторон от поверхности MN .

Переход от диэлектриков к проводникам может быть сделан, если принять диэлектрическую постоянную равною бесконечности. Формула (33,b) дает при $K_2 = \infty$ и $\sigma = \sigma_1$ (тангенциальная слагаемая нуль в проводнике, а следовательно, на основании (31,b) и в прилежащем к проводнику слое диэлектрика) для k выражение

$$k = -\frac{K_1 F_1}{4\pi} \dots \dots \dots (33,c)$$

согласное с (24,a), так как $F_1 = -F$ в этой формуле. Некоторые ученые полагают, что пользуясь картиною А, следует на k в (33,c) смотреть, как на плотность заряда, реально существующего на поверхности проводника, между тем как заряд $k\sigma$ на границе двух диэлектриков, выражающийся формулою (33,b), есть заряд фиктивный, введение которого дает возможность не обращать внимания на неодинаковость диэлектрической постоянной в различных точках пространства.

Не видно, однако, чтобы такой взгляд мог принести существенную пользу. Учение о поляризации диэлектриков, уже упомянутой в § 2, приводит к результатам, дающим возможность считать в одинаковой степени реальными заряды как на проводниках, так и на диэлектриках.

Рис. 30.

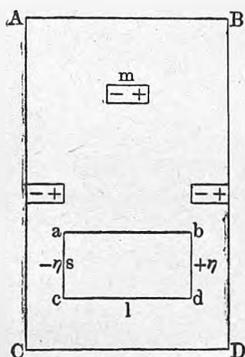
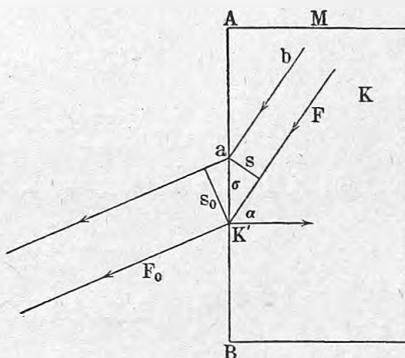


Рис. 31.



Когда диэлектрик вводится в электрическое поле, то, согласно этому учению, происходит разложение нейтральной смеси в частицах вещества, причем два электричества располагаются на противоположных концах или сторонах этих частиц. Это разложение происходит по направлению линий сил. Предположим, что для некоторой части $ABCD$ (рис. 30) диэлектрика поле равномерное; тогда во всякой частице m происходит разложение электричества, причем во всех частицах положительные заряды переместятся в одну, отрицательные в другую сторону. Полагая, что линии сил идут по направлению AB , мы видим, что на стороне BD должен оказаться заряд положительного, на AC — отрицательного электричества. При исчезновении электрического поля происходит соединение зарядов во всех частицах, а следовательно исчезают и заряды на сторонах AC и BD ; они, как мы видим, не обладают тем постоянством

и тою неподвижностью, которая характерна для зарядов, вызванных трением или путем простой передачи на поверхности диэлектрика. Выделим мысленно прямоугольный параллелепипед $abcd$ с основанием s , высотой l и объемом $v = sl$; если его выделить фактически, то на bd оказался бы заряд $\eta = -k's$, на ac заряд $-\eta = -k's$, где k' поверхностная плотность. Произведение $m = \eta l$ называют электрическим моментом выделенной части. Момент Π единицы объема называется поляризацией диэлектрика. Таким образом

$$\Pi = \frac{m}{v} = \frac{\eta l}{v} = \frac{\eta l}{sl} = \frac{\eta}{s} = k' \dots \dots \dots (33, d)$$

Поляризация диэлектрика измеряется плотностью заряда на поверхности, перпендикулярной к линиям сил.

Если поверхность AB (рис. 31) диэлектрика не перпендикулярна к линиям сил ab внутри диэлектрика, но составляет с ними угол $90^\circ - \alpha$, то плотность k_1' на AB по величине равна $k' \cos \alpha = \Pi \cos \alpha$. Действительно, теорема о постоянстве потока индукции дает, если диэлектрик M окружен воздухом, $KFs = F_0 s_0$ (см. рис. 31). Заменяя диэлектрик M тоже воздухом и вводя заряд с плотностью k_1' , получаем при условии, чтобы F и F_0 не изменялись,

$$F_0 s_0 - Fs = 4\pi k_1' \sigma,$$

или

$$(K - 1)Fs = 4\pi k_1' \sigma,$$

откуда

$$k_1' = \frac{(K - 1)F}{4\pi} \cdot \frac{s}{\sigma} = \frac{K - 1}{4\pi} F \cos \alpha \dots \dots \dots (33, e)$$

Если бы AB было нормально к линиям сил, то мы получили бы

$$k' = \Pi = \frac{K - 1}{4\pi} F \dots \dots \dots (33, f)$$

откуда и получается

$$k_1' = k' \cos \alpha = \Pi \cos \alpha \dots \dots \dots (33, g)$$

Не трудно вывести (33, e) из (33, b), имея в виду, что на рисунках 31 и 29 линии сил направлены в различные стороны. Поляризация Π диэлектрика вызывается электрической силою F . Полагая

$$\Pi = \gamma F \dots \dots \dots (33, h)$$

мы назовем коэффициент γ электрической восприимчивостью. Сравнивая (33, h) и (33, f), находим важную формулу

$$K = 1 + 4\pi\gamma \dots \dots \dots (34)$$

связывающую электрическую восприимчивость γ и индуктивную способность K диэлектриков. Для воздуха, точнее для пустоты, $\gamma = 0$. Весьма поучительно вывести (34) еще другим путем, полагая, что диэлектрик M соприкасается с проводником N ; пусть F — напряжение поля у самой поверхности, k — плотность заряда на поверх-

ности проводника. k_0 — плотность электризации на поверхности диэлектрика, соответствующая поляризации, вызванной силой F . Мы знаем, что

$$F = \frac{4\pi k}{K} \dots \dots \dots (34, a)$$

см. (24, a); вводя поляризацию, получаем кажущуюся плотность $k - k_0$, и тогда $F = 4\pi(k - k_0)$; но $k_0 = \gamma F$, так что

$$F = 4\pi(k - \gamma F),$$

откуда

$$F = \frac{4\pi k}{1 + 4\pi\gamma}.$$

Сравнивая это выражение с (34, a), получаем (34).

Формула (34) дает нам возможность вывести еще одно весьма важное соотношение, бросающее новый свет на физическое значение величины K , а также на значение индукции B . Вообразим себе внутри поляризованного диэлектрика бесконечно малую полость и обозначим напряжение поля в этой полости через F' . Для простоты назовем F' напряжением внутри диэлектрика. F' зависит от формы этой полости. Поэтому остановимся на определенной ее форме, а именно вообразим полость, ограниченную двумя бесконечно близкими параллельными плоскостями, перпендикулярными к линиям сил поля F . На этих плоскостях будут находиться заряды, плотности которых k' и $-k'$. Они вызовут в точках пустого пространства силу, параллельную F и равную $2\pi k' - 2\pi(-k') = 4\pi k'$, как это видно хотя бы из формулы (22, a), в которой для случая плоскости, по причинам симметрии, $F_{1,n} = -F_{2,n}$. Искомая сила F' равна, таким образом

$$F' = F + 4\pi k'$$

или, см. (33, d), (33, h) и (34),

$$F' = F + 4\pi\gamma F = F(1 + 4\pi\gamma) = KF$$

т. е.

$$\frac{F'}{F} = K \dots \dots \dots (34, a)$$

Диэлектрическая постоянная (индуктивная способность), которую по аналогии с терминологией, принятой в учении о магнетизме, можно назвать электрической проницаемостью, равна отношению напряжения поля в диэлектрике к напряжению внешнего поляризирующего поля. Сравнивая (34, a) с (28, e), т. е. с формулой $B = KF$, мы видим, что

$$B = F' \dots \dots \dots (34, b)$$

Индукция B есть ни что иное, как напряжение поля в вышеупомянутой бесконечно узкой щели внутри диэлектрика.

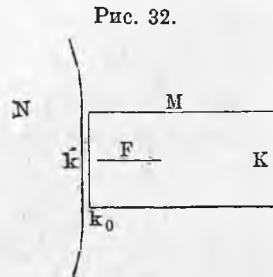


Рис. 32.

В § 2 мы уже упомянули о теории Clausius'a и Mossotti, предположивших, что в диэлектриках находится большое число малых проводящих частиц, отделенных друг от друга веществом вполне непроводящим. Ограничиваемся указанием на один особенно интересный результат этой теории. Пусть g есть отношение объема v , занимаемого проводящими частицами, ко всему объему V диэлектрика, т. е.

$$g = \frac{v}{V} \dots \dots \dots (35)$$

В таком случае получается

$$\bar{v} = \frac{3g}{4\pi(1-g)} \dots \dots \dots (35, a)$$

Вставляя это в (34), находим

$$K = \frac{1+2g}{1-g} \dots \dots \dots (35, b)$$

откуда

$$g = \frac{K-1}{K+2} \dots \dots \dots (35, c)$$

Допустим, что проводящие частицы суть именно частицы, из которых состоит диэлектрик, а роль непроводящего вещества играет междучастичная пустота; пусть d — плотность вещества, D — плотность частиц, т. е. та предельная наибольшая плотность, которая получилась бы при сжатии диэлектрика до объема v . Очевидно $g = v : V = d : D$; следовательно, (35, c) дает

$$\frac{K-1}{(K+2)d} = \frac{1}{D} = \text{Const.} \dots \dots \dots (35, d)$$

Мы неоднократно указывали, что $K = n^2$, где n — показатель преломления лучей с весьма большой длиной волны; поэтому (35, d) дает

$$\frac{n^2-1}{(n^2+2)d} = \text{Const.} \dots \dots \dots (35, e)$$

Это та формула, которую мы подробно рассматривали в учении о лучистой энергии (т. II).

Поляризация диэлектриков дает нам возможность, придерживаясь картины А, объяснить то влияние, которое они имеют на явления индукции. Стоит только принять во внимание, что диэлектрик C (рис. 25, стр. 55), помещенный в электрическое поле тела R , действует так, как если бы на его стороне cd находился положительный заряд $+\eta$, на стороне ab отрицательный заряд $-\eta$. Попятно, что $+\eta$ на cd увеличивает заряд на N и что $-\eta$ на ab заставляет заряд тела R еще более сгуститься на стороне, обращенной к C и N . Подобным же образом легко объяснить опыт Фарадея (рис. 26).

Картина В.

Явления индукции, которые были рассмотрены в начале этого параграфа, несравненно проще и изящнее раз'ясняются на основании картины В, чем на основании картины А. Если от некоторого тела R исходят N

единичных трубок натяжения (картина А говорит, что на R находится заряд $\eta = N : 4\pi$), то число это не меняется, какие бы изменения ни произошли в окружающей среде; измениться может только распределение этих трубок около тела R , их направление и т. д. Вспомним, что оба конца трубки соответствуют одинаковым по величине, но противоположным по знаку зарядам, если понимать этот термин в смысле количественно измеряемой причины известных наблюдаемых явлений; вспомним далее, что между трубками существует боковое давление P , выражающееся формулами (32, k), и что концы трубок обладают полнейшею удобоподвижностью по поверхности проводников.

Если хорошенько вдуматься, то, на основании только что сказанного, весьма легко сообразить, что произойдет, если в электрическое поле тела R (рис. 33) ввести проводник N . Трубка натяжения, каса-

Рис. 33.

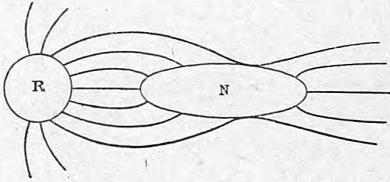
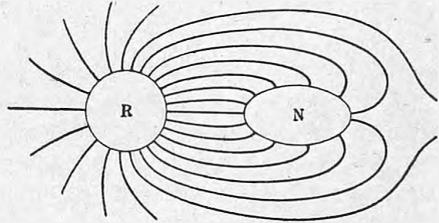


Рис. 34.



тельная к поверхности тела N , при дальнейшем приближении N к R разрывается, оба конца скользят по поверхности тела N до нового положения равновесия. Окончательно трубки, а следовательно и линии сил, распределятся так, как показано на рис. 33. В этом легко убедиться, если принять во внимание, что из пространства, занимаемого телом N , как бы устранены те боковые давления, которым подвергались бы соседние трубки при отсутствии проводника N . Понятно, что на проводнике R концы трубок большею частью переходят на сторону, обращенную к N , и непосредственно видно, почему на проводнике N получают количественно одинаковые разноименные заряды. Рис. 33 не вполне верен: число линий сил, идущих от R к N , должно равняться числу линий сил, исходящих от N вправо. Если N соединить с землей, то под влиянием боковых давлений все отделившиеся части трубок удаляются и теряются на огромной поверхности земного шара. Из рис. 33 видно, что вследствие этого многие трубки, которые раньше были целы, опять таки под влиянием боковых давлений, приближаются к N и разрываются, после чего отделившаяся часть „уходит в землю.“ Окончательно получается распределение трубок, показанное на рис. 34; при этом заряд тела R еще более перейдет на сторону, обращенную к телу N . По мере приближения R к N все более и более сгущаются трубки натяжения в промежутке между этими телами. Но мы видели, что с увеличением числа трубок, выходящих из данной площади, в том же отношении увеличиваются натяжение вдоль каждой трубки и давление P трубок друг на друга. Наконец происходит

разрыв трубки в диэлектрике, т. е. уничтожение соответствующего ей натяжения в эфире. Это явление и представляется нам в виде электрической искры; это есть явление перехода потенциальной энергии натяжения эфира в те формы кинетической энергии, которые в виде энергии тепловой, лучистой, звуковой и энергии движения воздуха обнаруживаются в искре.

Особенною простотою и изяществом отличается объяснение теоремы Фарадея. По мере того, как мы постепенно погружаем тела, весь заряд которых обозначим через η , во внутрь полого проводника и наконец закрываем отверстие проводящею крышкою, все трубки натяжения разрываются, причем концы отделившихся частей распределяются по наружной поверхности полого тела, как это показано на рис. 35 для одного тела R . Когда тело R вполне погружено в сосуд и последний прикрыт крышкою, то все трубки натяжения оказываются разделившимися на две части: одна часть идет от тела R к внутренней поверхности полого про-

Рис. 35.

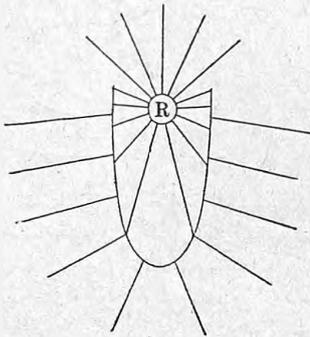
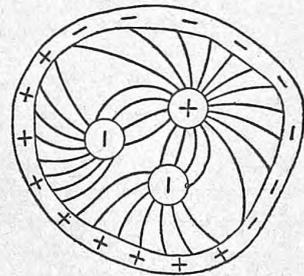


Рис. 36.



водника, другая берет свое начало на его наружной поверхности. Понятно, что индуктированные заряды равны $\pm \eta$. Если внутри полого проводника находится несколько тел, различно наэлектризованных (рис. 36), то трубки, соединяющие эти тела, соответствуют в сумме заряду, равному нулю. Поэтому ясно, что концы трубок, находящиеся на внутренней поверхности полого тела, вместе взятые, соответствуют заряду, равному полному заряду наших тел. Внешние трубки распределяются своими концами по наружной поверхности полого проводника совершенно так, как они распределились бы при отсутствии наэлектризованных тел во внутренней полости, так как исходящие от последних трубки натяжения не выходят наружу. Если наше полое тело соединить с землею, то все трубки, исходящие от его внешней поверхности, уходят в землю; понятно, что напряжение внешнего поля делается равным нулю. Если внутри полого проводника, хотя бы трением, возбудить электризацию двух тел, то сумма зарядов как на этих телах, так и на внутренней поверхности полого тела, равна нулю. Ни одна трубка не попадает во внешнее пространство, а это и означает, что напряжение поля в этом пространстве равно нулю.

Явление электрической тени уже не требует объяснений; если пластинка MN (рис. 37) находилась в соединении с землею, то после этого трубки натяжения идут от A к ближайшей поверхности пластинки MN и к другим окружающим телам и лишь весьма немногие попадают в пространство P .

Если приблизить диэлектрик N к наэлектризованному телу R , то трубки натяжения, исходящие от R , свободно проходят через N . Поляризация диэлектрика означает здесь, что трубки натяжения разделяются на огромное число мелких отрезков, из которых каждый соединяет поверхности двух соседних проводящих молекул.

Картина В непосредственно приводит к заключению, что диэлектрик должен влиять на те явления индукции, при которых он играет лишь

Рис. 37.

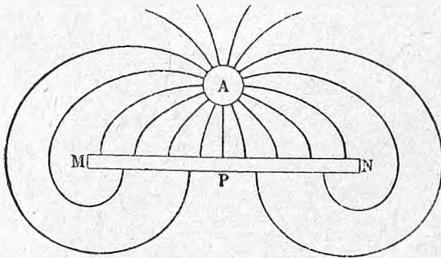
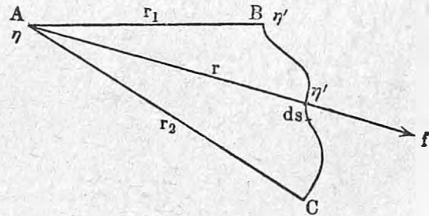


Рис. 38.



роль промежуточной среды: неудивительно, что свойства трубок натяжения в эфире должны зависеть от рода вещества, между частицами которого они располагаются. Чем меньше натяжения и боковые давления трубок, тем гуще эти трубки располагаются в данном диэлектрике. Явление, к которому относится рис. 24, объясняется тем, что трубки натяжения сгущаются на нижней стороне шара A ; подобное относится к рис. 25 и к опыту Фарадея (рис. 26). Мы с большею для нас ясностью повторим теперь, что различные диэлектрики обладают различною электрическою восприимчивостью, которая связана с индуктивною способностью K формулою (34).

Формула (34,а) с особенною наглядностью раз'ясняет сгущающее действие диэлектриков на трубки индукции, которые в пустоте тождественны с трубками сил, и мы видим, что K служит в этом отношении мерою, сгущающей способности диэлектрика. Эта способность тем больше, чем более диэлектрик проницаем для трубок индукции. Теперь понятно, почему мы K назвали электрическою проницаемостью.

Этим мы заканчиваем разбор тех объяснений основных электростатических явлений, которые получаются на основании картин А и В.

§ 6. Электрический потенциал. В т. I мы познакомились с элементарным учением о потенциале в применении к всемирному тяготению; оно было нам необходимо главным образом для вычисления работы как образования, так и постепенного сгущения шара, т. е. для выяснения фундаментального вопроса о происхождении тепловой энергии солнца,

этого первоисточника почти всех проявлений энергий на поверхности земного шара. Глубокое сходство между законом всемирного тяготения и законом Кулона дает возможность приложить учение о потенциале и к явлениям электростатическим. Однако мы не будем ссылаться на выводы, помещенные в т. I; мы считаем необходимым повторить здесь то, что нам дальше понадобится; мы это делаем не только для удобства читателя, но и потому, что между потенциалом, о котором говорилось в т. I, и потенциалом электрическим существует важная разница, основанная на том, что для электрических масс существуют силы притягательные и отталкивательные, причем мы именно последние будем считать за силы положительные.

Предположим, прежде всего, что мы имеем однородную среду, диэлектрическая постоянная которой равна K , и пусть в точке A находится количество электричества η ; вычислим работу R электрических сил для случая перехода количества электричества η' из B по некоторому пути в C . Пусть $AB = r_1$, $AC = r_2$. Разобьем путь BC на элементы ds , которым соответствует элементарная работа $dR = f ds \cos(f, ds)$; но $f = \frac{\eta\eta'}{Kr^2}$, см. (11), а $ds \cos(f, ds) = dr$. Подставляя и интегрируя, мы получаем искомую работу

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\eta\eta'}{Kr^2} dr = \frac{\eta\eta'}{K} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \eta' \left(\frac{\eta}{Kr_1} - \frac{\eta}{Kr_2} \right) \dots \dots \dots (36)$$

Легко убедиться, что последняя формула верна, каковы бы ни были знаки величин η и η' : если $r_2 > r_1$, а η и η' разного знака, то $R < 0$, что и понятно, так как в этом случае работа электрических сил притягательных должна быть отрицательной. Работа R не зависит от вида пути, как это и должно быть для центральных сил (т. I), к каковым очевидно принадлежат силы электрические, рассматриваемые на почве картины А. Если положить $r_2 = \infty$, и $r_1 = r$, то получается потенциальная энергия $W = R_\infty$ двух количеств электричества η и η' , находящихся на расстоянии r друг от друга:

$$R_\infty = W = \frac{\eta\eta'}{Kr} \dots \dots \dots (36, a)$$

При $\eta' = 1$ имеем работу перемещения единицы количества электричества

$$R_1 = \frac{\eta}{Kr_1} - \frac{\eta}{Kr_2} \dots \dots \dots (36, b)$$

Если здесь положить $r_2 = \infty$ и $r_1 = r$, то получается

$$R_{1, \infty} = \frac{\eta}{Kr} \dots \dots \dots (36, c)$$

Положим, что в A (рис. 39) на расстоянии r от геометрической точки B — находится количество η электричества. Условимся называть величину

$$V = \frac{\eta}{Kr} \dots \dots \dots (37)$$

потенциалом точки B или потенциалом количества η в точке B — оба выражения одинаково употребительны; электричество η в A является как бы причиною существования потенциала в точке B . Последние формулы можем теперь написать в таком виде

$$\left. \begin{aligned} R &= \eta'(V_1 - V_2) \\ W &= R_\infty = \eta' V \\ R_1 &= V_1 - V_2 \\ R_{1, \infty} &= V \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (37, a)$$

Мы не формулируем того, что говорят эти равенства, так как они будут получены ниже в более общей форме.

Положим, что мы имеем какие угодно электрические массы, т. е. систему различным образом наэлектризованных тел. Ради общности допустим, что эти массы — отчасти поверхностные с плотностью k , отчасти объемные с плотностью ρ . Разделим их на элементы $d\eta$, и пусть r — расстояние одного из них от некоторой точки B . Сумму потенциалов, которые получаются в B от отдельных элементов, мы назовем потенциалом точки B или потенциалом всех электрических масс в точке B . Обозначив эту величину через V , мы имеем

Рис. 39.

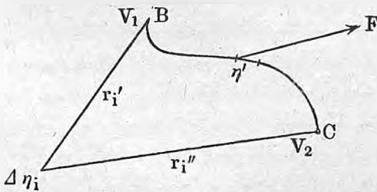


$$V = \frac{1}{K} \int \frac{d\eta}{r} = \frac{1}{K} \iint \frac{k ds}{r} + \frac{1}{K} \iiint \frac{\rho dv}{r} \dots \dots \dots (37, b)$$

где ds и dv элементы поверхности и объема, K — диэлектрическая постоянная той однородной среды, в которой находятся точка B и все электрические массы. Вычислим работу R , которая производится электрическими силами, когда количество электричества η' переходит из некоторой точки B (рис. 40) в другую точку C , причем обе точки расположены

в электрическом поле тех масс, потенциал которых определяется формулою (37, b); пусть теперь потенциалы точек B и C суть V_1 и V_2 . Разделим вновь все электрические массы на элементы, которые для упрощения вывода теперь обозначим через $\Delta\eta_1, \Delta\eta_2, \Delta\eta_3 \dots \Delta\eta_i$ и т. д. Расстояние элемента $\Delta\eta_i$ от точки B обозначим через r'_i , от точки C через r''_i ; в таком случае

Рис. 40.



$$V_1 = \sum \frac{\Delta\eta_i}{Kr'_i} \quad \text{и} \quad V_2 = \sum \frac{\Delta\eta_i}{Kr''_i}$$

Знак суммы распространен на все элементы, на которые мы разбили весь заряд. Сила f , действующая на η' в какойнибудь точке пути BC , есть равнодействующая тех сил f_i , с которыми элементы $\Delta\eta_i$ действуют

на η' . Когда η' переместится на весьма малый отрезок пути, то сила f совершит работу ΔR , которая на основании известной теоремы (т. I) равна сумме работ ΔR_i , произведенных силами f_i , исходящими от элементов $\Delta \eta_i$. Это относится ко всем элементам пути BC , а потому и вся искомая работа R равна сумме работ R_i , произведенных силами f_i на всем пути BC . Итак мы имеем

$$R = \sum R_i \dots \dots \dots (37, c)$$

Но работа R_i силы f_i , исходящей от одного элемента количества электричества $\Delta \eta_i$, на основании формулы (36) равна

$$R_i = \eta' \left(\frac{\Delta \eta_i}{Kr_i'} - \frac{\Delta \eta_i}{Kr_i''} \right).$$

Подставляя это в (37, c), получаем:

$$R = \eta' \left\{ \sum \frac{\Delta \eta_i}{Kr_i''} - \sum \frac{\Delta \eta_i}{Kr_i'} \right\},$$

$$R = \eta' (V_1 - V_2) \dots \dots \dots (38)$$

Работа, произведенная электрическими силами при перемещении некоторого количества электричества в электрическом поле, равна произведению этого количества на разность потенциалов начальной (V_1) и конечной (V_2) точек пути. Бывают случаи, когда внешние силы перемещают наэлектризованное тело, проводник или диэлектрик (напр. весьма маленький шарик) из одной точки в другую. Ясно, что при этом работа внешних сил равна произведению перемещенного количества электричества на разность потенциалов конечной (V_2) и начальной (V_1) точек пути, т. е. она равна $\eta' (V_2 - V_1)$. Формула (38) показывает, что работа R не зависит от вида пути, по которому η' перешло от B в C . Легко убедиться, что формула (38) остается верною, каковы бы ни были знаки перенесенного и действующих зарядов.

Когда η' возвращается в начальную точку пути, то вся работа электрических сил равна нулю.

Если расстояния r измерять в сантиметрах и все количества электричества в *C. G. S.* эл.-ст. единицах (§ 4), то работа R выразится в эргах (10^6 эргов = мегаэргу = 0,102 килограмметра, см. т. I). Положим, что точка C удаляется на бесконечное расстояние от данных электрических масс. В таком случае $V_2 = 0$; полагая $V_1 = V$, получаем для работы электрических сил при переходе η' из точки, потенциал которой V , по произвольному пути в бесконечность, или, что то же самое, для работы внешних сил при перенесении η' из бесконечно удаленных точек по произвольному пути в точку, потенциал которой V , выражение

$$R_\infty = V\eta' \dots \dots \dots (38, a)$$

Полагая $\eta' = 1$, получаем

$$R_1 = V_1 - V_2 \dots \dots \dots (38, b)$$

$$R_{1, \infty} = V \dots \dots \dots (38, c)$$

Разность потенциалов $V_1 - V_2$ двух точек равна работе электрических сил при переходе единицы количества электричества ($q = 1$) по произвольному пути из первой (V_1) точки во вторую (V_2) или — работе внешних сил при переходе $q = 1$ от второй (V_2) точки в первую (V_1).

Последняя формула (38, c) раскрывает перед нами механическое значение величины V , см. (37, b):

Потенциал точки электрического поля равен работе электрических сил при переходе единицы количества электричества ($q = 1$) из этой точки по произвольному пути в бесконечность или — работе внешних сил при переходе $q = 1$ из бесконечности в эту точку.

Потенциал точки очевидно различен для различных точек; он представляет функцию точки (т. I), т. е. функцию координат той точки, к которой она относится. Если эти координаты суть x, y, z , то можно написать

$$V = \varphi(x, y, z) \dots \dots \dots (39)$$

Формула (37, b) показывает, что при наличии равноименно наэлектризованных тел должны найтись точки, не бесконечно удаленные, в которых $V = 0$, а также точки с отрицательным потенциалом, который не встречается в учении о потенциале всемирного тяготения. Для отличия от потенциала проводника, величины, с которою мы познакомимся ниже, величину V часто называют потенциальной функцией в точке B .

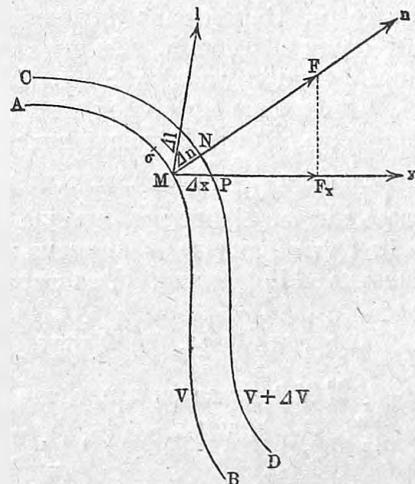
Геометрическое место точек, в которых потенциальная функция (37, b) имеет одно и то же значение, представляет некоторую поверхность, которая называется поверхностью уровня потенциальной функции. Через каждую точку пространства проходит одна из этих поверхностей, уравнения которых

$$V = \varphi(x, y, z) = \text{Const.} \dots (39, a)$$

Можно доказать, что V есть функция однозначная, непрерывная и конечная во всех точках пространства.

Положим, что AB (рис. 41) есть поверхность уровня, проходящая через данную точку M ; F — сила, т. е. напряженность поля в точке M . Если в M сосредоточить количество электричества q' и переместить его по произ-

Рис. 41.



вольному направлению по поверхности AB на малый отрезок пути σ , то, на основании формулы (38), работа R силы F равна нулю, так как $V_1 = V_2 = V$. Отсюда следует, что сила F перпендикулярна ко всем направлениям σ , расположенным на нашей поверхности, т. е. что она имеет направление нормали n к этой поверхности.

Электрическая сила (напряжение поля) имеет в каждой точке пространства направление нормали к той поверхности уровня потенциальной функции, которая проходит через эту точку.

Положим, что CD есть поверхность уровня, близкая к AB ; пусть $V + \Delta V$ значение потенциала точек этой поверхности, $MN = \Delta n$ и F_m среднее значение силы в точках этого отрезка Δn нормали. Когда единица количества электричества переместится от M к N , то работа R электрической силы равна $R = F_m \Delta n$; но, на основании формулы (38, b), она равна ($V_1 = V$, $V_2 = V + \Delta V$)

$$R = F_m \Delta n = V - (V + \Delta V) = -\Delta V.$$

Отсюда

$$F_m = -\frac{\Delta V}{\Delta n}.$$

При бесконечно малом Δn получаем в пределе

$$F = -\lim \frac{\Delta V}{\Delta n} = -\frac{dV}{dn} \dots \dots \dots (39, b)$$

Величина $\frac{dV}{dn}$ называется производною функции V по направлению n или — в данном случае проще — производною по нормали. Смысл слов „производная по такому-то направлению“ выясним двумя способами. Мы видели, что V есть функция координат точки, напр. функция от x, y, z , см. (39). Преобразуем координатную систему так, чтобы одна из новых осей ξ, η, ζ , напр. ось ξ , имела направление нормали n . Тогда V представится в виде некоторой функции $\Phi(\xi, \eta, \zeta)$, и производная $\frac{dV}{dn}$ будет тождественна с производною $\frac{d\Phi}{d\xi}$. Можно рассуждать иначе. Проведем прямую Mx параллельно оси x -ов, тогда $MP = \Delta x$ будет как раз то приращение переменной x , которое вызывает приращение ΔV функции V , так что

$$\frac{dV}{dx} = \lim \frac{\Delta V}{\Delta x} = \lim \frac{\Delta V}{\Delta n} \cdot \frac{\Delta n}{\Delta x} = \lim \frac{\Delta V}{\Delta n} \cdot \lim \frac{\Delta n}{\Delta x} = \frac{dV}{dn} \lim \frac{\Delta n}{\Delta x}.$$

Но $\angle MNP$ делается в пределе равным прямому углу, а следовательно $\lim \frac{\Delta n}{\Delta x} = \cos MNP = \cos(n, x)$, и потому

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial n} \cos(n, x) \dots \dots \dots (39, c)$$

Аналогично мы получаем

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial n} \cos(n, y) \quad \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial n} \cos(n, z) \dots \dots \dots (39, d)$$

Последние формулы дают

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2} \dots \dots \dots (39, e)$$

Этот формулою окончательно выясняется аналитическое значение „производной по нормали“ и способ ее вычисления в случае, когда V дано в виде функции координат x, y, z . Так как ось x -ов может быть проведена в каком угодно направлении l (рис. 41), то из (39, c) получается вообще

$$\frac{\partial V}{\partial l} = \frac{\partial V}{\partial n} \cos(n, l) \dots \dots \dots (39, f)$$

Но $\cos(n, l) = \cos(n, x) \cos(l, x) + \cos(n, y) \cos(l, y) + \cos(n, z) \cos(l, z)$, а потому получаем, пользуясь равенствами (39, d),

$$\frac{\partial V}{\partial l} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(l, x) + \frac{\partial V}{\partial y} \cos(l, y) + \frac{\partial V}{\partial z} \cos(l, z) \dots \dots \dots (39, g)$$

Формулы (39, c), (39, d) и (39, e) показывают, что вектор $\frac{\partial V}{\partial n}$ равен геометрической сумме векторов $\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}$ (т. I). Объяснив значение производной, встречающейся в равенстве (39, b), мы можем формулировать это равенство следующим образом.

Напряжение поля в данной точке равно с обратным знаком взятой производной потенциальной функции по нормали к поверхности уровня потенциальной функции в этой же точке. Сила f , действующая на количество электричества η' , находящееся в этой точке, равна

$$f = -\eta' \frac{\partial V}{\partial n} \dots \dots \dots (40)$$

Знак, стоящий в (39, b) и (40) с правой стороны, показывает, что, F и f , т. е. силы, действующие на положительное электричество, направлены в сторону убывающей потенциальной функции V ; если V отрицательное, то F и f тоже направлены в сторону убывающего, т. е. численно возрастающего V .

Слагаемая f_l силы f по произвольному направлению l равна

$$f \cos(f, l) = f \cos(n, l) = -\eta' \frac{\partial V}{\partial n} \cos(n, l)$$

или, см. (39, f),

$$f_l = -\eta' \frac{\partial V}{\partial l} \dots \dots \dots (40, a)$$

В частных случаях имеем силы

$$f_x = -\eta' \frac{\partial V}{\partial x}; \quad f_y = -\eta' \frac{\partial V}{\partial y}; \quad f_z = -\eta' \frac{\partial V}{\partial z} \dots \dots \dots (40, b)$$

Для проекции напряжения поля F по направлению l имеем

$$F_l = -\frac{\partial V}{\partial l} \dots \dots \dots (40, c)$$

Введем прежние (§ 4) обозначения $F_x = X$, $F_y = Y$, $F_z = Z$; в таком случае мы имеем:

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad Z = -\frac{\partial V}{\partial z} \dots \dots \dots (40, d)$$

Отсюда получаются следующие весьма важные равенства:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial y} &= \frac{\partial Y}{\partial x} \\ \frac{\partial Y}{\partial z} &= \frac{\partial Z}{\partial y} \\ \frac{\partial Z}{\partial x} &= \frac{\partial X}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40, e)$$

Вообразим бесконечное число поверхностей, общее уравнение которых $\psi(x, y, z) = C$, где постоянная C непрерывно меняется от одной поверхности к другой. Через каждую точку пространства можно, вообще говоря, провести кривую линию, которая встречала бы наши поверхности под прямыми углами; это значит, что в каждой точке касательная к кривой совпадает с нормалью к поверхности, проходящей через эту точку. Такие кривые называются ортогональными траекториями поверхностей $\psi(x, y, z) = C$.

Мы видели, что сила, действующая в электрическом поле, нормальна к поверхности уровня $V = \text{Const.}$, проходящей через ту же точку. Припоминая, что та же сила есть касательная к линии сил, мы получаем важный результат: линии сил суть ортогональные траектории поверхностей уровня потенциальной функции.

При выводе всех формул этого параграфа мы исходили из формулы (11), относящейся к однородной среде; эта формула привела нас к выражению (37, b) для потенциала V точки и к формулам (38, a), (38, b) и (38, c), связывающим работу с функцией V .

Переходим к случаю неоднородной среды. Мы видели, что в этом случае силы, действующие в различных точках пространства, могут быть получены, если прибавить к данным зарядам еще добавочные заряды, распределенные на поверхностях, разграничивающих разнородные среды. Плотность k такого заряда определяется формулой (33, b). Отсюда следует, что если мы составим потенциальную функцию V всех данных зарядов и кроме того еще этих добавочных зарядов, то такая функция V будет обладать всеми теми свойствами, которыми обладает потенциальная функция в однородном поле и которые выражаются формулами, выведенными в этом параграфе. Общее выражение для V в случае двух сред, диэлектрические постоянные которых суть K_1 и K_2 и в которых распределены заряды η , имеет вид

$$V = \int \frac{d\eta}{K_1 r} + \int \frac{k d\sigma}{r} \dots \dots \dots (40, f)$$

где $d\sigma$ — элемент поверхности, разграничивающей обе среды, K — та из величин K_1 или K_2 , которую мы, при вычислении плотности k , принимаем относящуюся ко всем точкам пространства.

Теперь мы можем ввести потенциальную функцию V в некоторые формулы, выведенные в § 4. Обратимся прежде всего к формуле (19). Величина F_n , которая в ней встречается, есть слагаемая электрической силы (напряжения поля) по направлению нормали n к элементу ds данной произвольной поверхности. На основании формулы (40, d) мы должны положить $F_n = -\frac{\partial V}{\partial n}$, так что получается

$$\int K \frac{\partial V}{\partial n} ds = -4\pi\eta_i - 2\pi\bar{\eta} \dots \dots \dots (41)$$

Следует твердо помнить, что величина $\frac{\partial V}{\partial n}$ в этой формуле не тождественна с величиной $\frac{\partial V}{\partial n}$, встречающейся в формулах (39, h) — (39, f) и (40), в которых n есть нормаль к поверхности уровня потенциальной функции, и потому, как это видно из формулы (39, f), $\frac{\partial V}{\partial n}$ представляет наибольшую из всех производных функции V по всевозможным направлениям. В (41) n есть нормаль к заданной, вообще произвольной поверхности.

В однородном диэлектрике имеем

$$\int \frac{\partial V}{\partial n} ds = -\frac{4\pi\eta_i}{K} - \frac{2\pi\bar{\eta}}{K} \dots \dots \dots (41, a)$$

Формула (20) дает

$$\frac{\partial \left(K \frac{\partial V}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(K \frac{\partial V}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(K \frac{\partial V}{\partial z} \right)}{\partial z} = -4\pi\rho \dots \dots \dots (41, b)$$

где ρ — объемная плотность. В однородном диэлектрике:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{4\pi}{K}\rho \dots \dots \dots (41, c)$$

Вне масс, обладающих объемной плотностью, получим

$$\frac{\partial \left(K \frac{\partial V}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(K \frac{\partial V}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(K \frac{\partial V}{\partial z} \right)}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (41, d)$$

В однородном диэлектрике имеем

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \dots \dots \dots (41, e)$$

Это уравнение тождественно с тем, которому удовлетворяет температура при термическом равновесии (т. III); существуют еще и другие свойства, в которых проявляется аналогия между температурой и потенциальной функцией, и мы с ними познакомимся ниже.

Обратимся к формуле (21), в которой k — поверхностная плотность на поверхности s , разграничивающей два диэлектрика с постоянными K_1 и K_2 , n — нормаль к s в сторону диэлектрика K_1 . Пусть V_1 и V_2 значения потенциальной функции с двух сторон от поверхности s ; на самой

поверхности $V_1 = V_2$, так как V функция непрерывная. Формула (21) дает

$$K_1 \frac{\partial V_1}{\partial n} - K_2 \frac{\partial V_2}{\partial n} = -4\pi k \dots \dots \dots (42)$$

Если поверхность s расположена в однородном диэлектрике, то мы имеем

$$\frac{\partial V_1}{\partial n} - \frac{\partial V_2}{\partial n} = -\frac{4\pi}{K} k \dots \dots \dots (42, a)$$

Мы рассмотрели важнейшие общие формулы, которым удовлетворяет потенциальная функция V ; прежде чем перейти к частному случаю, обратимся к вопросу об единице потенциала, точнее — потенциальной функции. Формулы (37), (38, с) и (38) приводят к следующим определениям абсолютной единицы потенциала, причем в скобках помещено то, что относится к *C. G. S.* эл.-стат. единице.

Потенциал точки равен абсолютной эл.-статич. единице (*C. G. S.* эл.-стат. единице) потенциала:

1) если эта точка находится в воздухе на единице расстояния (1 см.) от другой точки, в которой помещена эл.-стат. единица (*C. G. S.* эл.-стат.) количества электричества;

2) если при переходе эл.-стат. единицы (*C. G. S.* эл.-стат.) количества электричества от этой точки до бесконечности электрические силы производят абсолютную единицу работы (один эрг работы) или внешние силы — такую же работу при обратном переходе.

Кроме того разность потенциалов двух точек равна эл.-стат. единице, если при перемещении эл.-стат. единицы (*C. G. S.* эл.-стат.) количества электричества от первой точки (с большим потенциалом) ко второй совершается электрическими силами абсолютная единица работы (один эрг работы) или внешними силами — такая же работа при обратном переходе.

Для размера единицы потенциала мы получаем, см. (37) и (43, а)

$$[V] = \frac{[\eta]}{[K]L} = \frac{[K]^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}}{[K]L} = [K]^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (43)$$

Произведение $V\eta$ имеет размер:

$$[V\eta] = [V][\eta] = [K]^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \cdot [K]^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} = ML^2 T^{-2}$$

т. е. размер работы, как очевидно и должно быть на основании формулы (38).

На практике пользуются единицею потенциала или, что конечно то же самое, единицею разности потенциала, которая получила название вольт и которая определяется равенством:

$$1 \text{ вольт} = \frac{1}{300} C.G.S. \text{ эл.-стат. ед. потенциала} \dots \dots \dots (43, a)$$

Положим, что разность потенциалов двух точек A и B равна одному вольту, и что от A к B переходит одна *C. G. S.* эл.-стат. единица количества электричества; ясно, что при этом будет совершена работа, равная $\frac{1}{300}$ эрга.

Если от A к B перейдет один кулон, то будет совершена работа R , которую можно назвать вольт-кулоном; она равна

$$R = \frac{1}{300} \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ эргам} = 10^7 \text{ эргам} = 10 \text{ мегаэргам} = 1 \text{ джоулю} \quad (43, b)$$

Вольт-кулон равен одному джоулю (т. I) = 0,102 килограмм-метра = 0,24 малой калории. Здесь мы впервые встречаемся с мотивом введения в науку особой единицы работы или энергии — джоуля, о котором неоднократно упоминалось в т. I и III. Чтобы в каждую секунду протекал 1 кулон от A к B , мы должны иметь первоисточник энергии (двигатель), мощность которого равна 1 ватту = $\frac{1}{736}$ лошадиной силы (т. I).

Приложим выведенные формулы к проводникам, в которых электричество обладает совершенную удобоподвижностью, и решим прежде всего вопрос о направлении движения электричества. Мы видели, что сила, действующая на положительное электричество, направлена в сторону уменьшающегося потенциала. Отсюда мы заключаем, что положительное электричество всегда течет от мест большего к местам меньшего потенциала; отрицательное электричество течет в обратном направлении. К такому же заключению приводит и формула (38), так как работа R электрических сил при движении, совершаемом под их влиянием, очевидно, может быть только величиною положительною. Весьма важно заметить, что течение электричества в указанном направлении не только возможно, но и непременно должно произойти в проводящем веществе, если электрическая сила не равна нулю. Мы видели, что равновесие электричества на проводниках возможно только при условии, чтобы во всех точках проводника напряжение поля F равнялось нулю, и чтобы во всех точках поверхности сила имела направление нормальное к этой поверхности. В § 4 мы показали, каким образом эти условия и закон Кулона приводят к заключению, что электричество может находиться только на поверхности проводника.

Условие $F = 0$, при котором и всякая слагаемая $F_i = 0$, приводит, на основании (40, c), к фундаментальной формуле

$$V = \text{Const.} \quad (44)$$

Потенциальная функция должна во всех точках проводника иметь одно и то же значение; определяя его по формуле (37, c), следует принять во внимание все имеющиеся налицо количества электричества, а не только те, которые расположены на поверхности рассматриваемого проводника. Это постоянное значение V называется потенциалом проводника; говорят о потенциале, до которого доведен или до которого наэлектризован проводник.

Сама поверхность проводника очевидно представляет собою поверхность уровня потенциальной функции; отсюда уже следует, что сила у всех точек внешней поверхности направлена по нормали к этой поверхности. Мы видим таким образом, что из двух упомя-

нутых выше условий равновесия электричества на проводниках второе есть прямое следствие первого. Формулою (44) исчерпывается, таким образом, аналитическое условие равновесия электричества на проводнике. Внешний потенциал и плотность k электричества связаны формулою (24,а)

$$\frac{\partial V}{\partial n} = -\frac{4\pi}{K}k \quad \dots \dots \dots (44, a)$$

а в воздухе

$$\frac{\partial V}{\partial n} = -4\pi k \quad \dots \dots \dots (44, b)$$

Здесь n есть нормаль к поверхности уровня функции V , так что $\frac{\partial V}{\partial n}$ имеет то самое значение, какое эта величина имела в формулах (39,б) и (39,е).

Если соединить (подразумевается — проводником, напр. металлическою проволокою) два проводника, находящиеся при различных потенциалах, то положительное электричество потечет от проводника с большим потенциалом к проводнику с меньшим потенциалом. Для электрического равновесия необходимо, чтобы все соединенные между собою проводники находились при одном и том же потенциале. Эти свойства потенциала проводника аналогичны свойствам температуры тел, соединенных проводниками теплоты.

Для вычисления истинного потенциала тела, мы должны были бы принять во внимание все заряды, где бы они ни находились, действие которых в точках этого тела не равно нулю; сюда могут относиться электрические заряды, распространенные по земной поверхности, заряды космические (на солнце, на луне и т. д.). Расположение этих зарядов нам неизвестно, а потому мы можем определять не истинные потенциалы проводников, а лишь разности потенциалов различных проводников, причем потенциал какого-либо определенного тела условно принимается равным нулю. Именно, мы условимся потенциал земного шара принимать равным нулю. Потенциал проводника есть величина положительная или отрицательная, смотря по тому, потечет ли при соединении проводника с землею положительное электричество от проводника в землю или обратно. Всякий проводник, соединенный с землею, находится при потенциале, равном нулю. Если принять во внимание все, что было сказано о направлении течения положительного электричества и об условиях электрического равновесия в случае, когда несколько проводников соединены между собою, то будет ясно, что потенциал V проводника служит мерою степени электризации этого проводника. Не следует смешивать потенциал проводника с его зарядом; два соединенных между собою проводника, маленький и большой, обладают весьма различными зарядами, но одинаковым потенциалом. Электроскоп, соединенный с наэлектризованным проводником, электризуется до потенциала, равного потенциалу этого проводника. Поэтому показания электроскопа вовсе не зависят

от того, с какою точкою проводника он соединен. Сопоставляя все сказанное, мы видим глубокую аналогию между потенциалом, как мерою степени электризации, и температурою, как мерою степени нагретости тела.

Вообразим проводник M , который каким нибудь способом поддерживается при некотором неизменном потенциале V , вследствие чего всякий другой проводник, соединенный с ним, также всегда находится при том же потенциале V . Такой проводник M мы будем называть источником электричества; сюда относятся известные из элементарного курса физики кондуктор непрерывно действующей электрической машины, электрод гальванической батареи, другой электрод которой соединен с землею и т. д. Заметим, что если взять элемент Даниеля, известный из элементарного курса физики, и его цинк соединить с землею, то потенциал меди будет немного больше одного вольта.

Вообразим шар, равномерно покрытый электричеством, поверхностная плотность которого k ; весь заряд $\eta = 4\pi R^2 k$, где R — радиус шара. Пользуясь формулами, которые были выведены в т. I, мы находим, что внутренний потенциал V_i , который и есть потенциал V шара, равен

$$V = V_i = \frac{\eta}{KR} = \frac{4\pi Rk}{K} \dots \dots \dots (45)$$

Внешний потенциал V_e в воздухе на расстоянии x от центра шара равен

$$V_e = \frac{\eta}{Kx} = \frac{4\pi R^2 k}{Kx} \dots \dots \dots (45, a)$$

В другом диэлектрике имеем

$$V_e = \frac{\eta}{Kx} = \frac{4\pi R^2 k}{Kx} \dots \dots \dots (45, b)$$

Эти формулы легко вывести еще и другим способом. Мы знаем (т. I), что шаровой слой на внутренние точки вовсе не действует, а на внешние действует так, как если бы вся его масса была сосредоточена в центре. Отсюда следует, что $V_i = \text{Const.} = V_e$, где V_e значение потенциала в центре. Но в центре мы имеем

$$V_e = \int \frac{kds}{r} = \int \frac{kds}{R} = \frac{1}{R} \int kds = \frac{\eta}{R}.$$

Во внешнем пространстве потенциал должен удовлетворять равенству:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\eta}{Kx^2},$$

откуда $V = \frac{\eta}{Kx}$, так как при $x = \infty$ должно получиться $V = 0$. Проверим формулу (44, b) для производной по нормали у самой поверхности; (45, a) дает

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \left(\frac{\partial V_e}{\partial x}\right)_{x=R} = \left[-\frac{4\pi R^2 k}{x^2}\right]_{x=R} = -4\pi k.$$

Мы основали все выводы этого параграфа на законе Кулона, выраженном в той форме, которая соответствует представлениям картины А.

Результаты, которые мы вывели для величины работы, совершаемой в различных случаях электрическими или внешними силами, безусловно верны и не зависят ни от какой „картины“. Выведем, однако, еще одну замечательную формулу, которая имеет особенное значение для картины В. Вообразим трубку сил (не единичную), соединяющую поверхности двух проводников *A* и *B* (рис. 42), потенциалы которых пусть будут V_1 и V_2 . Величину $V_1 - V_2$ мы назовем электродвижущей силой, действующей на нашу трубку. Поток индукции $\psi = K\sigma F$ есть величина постоянная вдоль всей трубки, см. (29). Мы указали на стр. 61, что K можно назвать электрической проницаемостью; обратную величину $1 : K$ назовем диэлектрическим сопротивлением среды. Разделим трубку

Рис. 42.

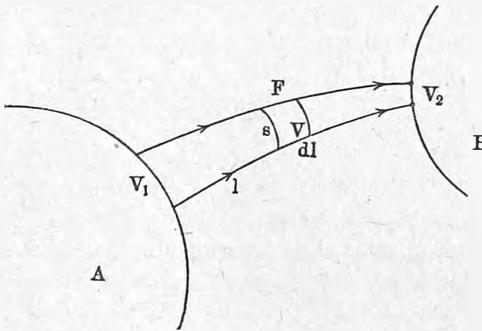
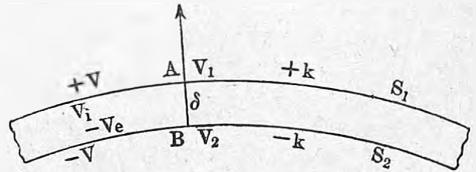


Рис. 43.



на отрезки, и пусть длина одного из них dl , поперечное сечение s ; в таком случае мы можем величину $\frac{dl}{Ks}$ назвать диэлектрическим сопротивлением отрезка, а величину

$$r = \int \frac{dl}{Ks} \dots \dots \dots (46)$$

где интеграл распространен на всю длину трубки, диэлектрическим сопротивлением всей трубки. Мы имеем далее $F = -\frac{\partial V}{\partial l}$, ибо J есть направление линий сил, т. е. нормали к поверхности уровня функции V . Равенство $\psi = KsF = -Ks\frac{\partial V}{\partial l} = \text{Const.}$ дает

$$\frac{\partial V}{\partial l} dl = -\frac{\psi dl}{Ks};$$

следовательно,

$$\int \frac{\partial V}{\partial l} dl = -\psi \int \frac{dl}{Ks},$$

$$V_2 - V_1 = -\psi r$$

$$\psi = \frac{V_1 - V_2}{r} \dots \dots \dots (47)$$

Поток индукции в трубке равен электродвижущей силе, действующей на эту трубку, деленной на диэлектрическое

сопротивление трубки. Формула (47) напоминает формулу Ома, известную из элементарной физики. Формула (47) показывает, что диэлектрическое сопротивление r_1 единичной трубки индукции ($\psi = 1$) равно разности $V_1 - V_2$ потенциалов на ее концах:

$$r_1 = V_1 - V_2 \dots \dots \dots (47, a)$$

В заключение статьи о потенциале познакомимся с понятием о двойном электрическом слое. Представим себе две параллельные друг другу поверхности S_1 и S_2 , из которых первая равномерно покрыта положительным, а вторая — отрицательным электричеством; одинаковые по величине плотности обозначим через $+k$ и $-k$, расстояние поверхностей друг от друга — через δ . Возьмем произведение количества электричества, распределенного на единице поверхности, т. е. величины k , на расстояние δ и обозначим его через ω , так что

$$\omega = k\delta \dots \dots \dots (47, b)$$

Предположим, что δ безгранично уменьшается, а k увеличивается так, что произведение $\omega = k\delta$ остается неизменным. При бесконечно малом δ имеем так называемый двойной электрический слой; произведение $\omega = k\delta$ называется моментом этого слоя. Пусть V_1 и V_2 — потенциалы двух точек A и B , расположенных на поверхностях S_1 и S_2 на общей к ним нормали. Пусть $+V$ и $-V$ потенциалы в точках поверхностей S_1 и S_2 для случая, когда каждая из этих поверхностей существовала бы отдельно. Значения потенциала с той стороны, куда направлена нормаль n , обозначим через V_e и $-V_e$, а с противоположной — через V_i и $-V_i$. Потенциал V_1 состоит из потенциала $+V$ поверхности S_1 и из значения потенциала поверхности S_2 в точке A . Очевидно

$$V_1 = V + \left(-V + \frac{\partial(-V_e)}{\partial n} \delta \right) = -\frac{\partial V_e}{\partial n} \delta.$$

Потенциал V_2 состоит из потенциала $-V$ поверхности S_2 и из потенциала поверхности S_2 в точке B , так что

$$V_2 = -V + \left(V + \frac{\partial V_i}{\partial(-n)} \delta \right) = -\frac{\partial V_i}{\partial n} \delta.$$

Отсюда

$$V_1 - V_2 = -\left\{ \frac{\partial V_e}{\partial n} - \frac{\partial V_i}{\partial n} \right\} \delta$$

или, см. (42, a) и (47, b),

$$V_1 - V_2 = \frac{4\pi k\delta}{K} = \frac{4\pi\omega}{K} \dots \dots \dots (47, c)$$

Для воздуха получаем

$$V_1 - V_2 = 4\pi\omega \dots \dots \dots (47, d)$$

При прохождении через двойной электрический слой потенциал претерпевает как бы скачек, величина которого равна $4\pi\omega$, где ω — момент слоя. Мы видим, что величина этого скачка одна и та же во всех точках слоя.

§ 7. **Емкость отдельного проводника.** Представим себе сперва отдельный (т. е. удаленный от всех других проводников) проводник M (рис. 44) с зарядом η электричества, и пусть его потенциал равен V ; этот потенциал, одинаковый во всех внутренних точках A , определяется формулою

$$V = \iint \frac{k ds}{K r} \dots \dots \dots (48)$$

где k — поверхностная плотность на элементе поверхности ds , находящемся на расстоянии r от точки A . Потенциал V очевидно пропорционален заряду η , так что мы можем написать

$$\eta = qV \dots \dots \dots (49)$$

откуда

$$q = \frac{\eta}{V} \dots \dots \dots (49, a)$$

Величина q , зависящая от формы и размеров проводника, а также от окружающей среды, называется емкостью проводника M . Мы будем иногда просто говорить о емкости, когда недоразумения от этого произойти не может. При $V = 1$ имеем $\eta = q$. Отсюда следует, что емкость проводника измеряется зарядом, доводящим этот проводник до потенциала, равного единице, или увеличивающим его потенциал на единицу. Если тело окружено однородным диэлектриком, то (48) дает $V = V_0 : K$, где V_0 — потенциал того же проводника в воздухе при том же заряде η . В этом случае (49, a) дает

$$q = \frac{\eta}{V_0} K \dots \dots \dots (49, b)$$

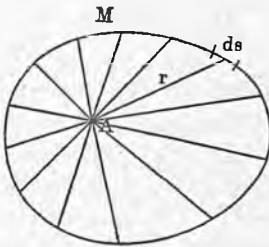
Емкость проводника пропорциональна диэлектрической постоянной окружающей среды.

Формула (49, a) дает $q = 1$ при $V = 1$ и $\eta = 1$. Отсюда следует, что абсолютная эл.-стат. единица емкости есть емкость такого проводника, который зарядом в одну эл.-стат. единицу количества электричества доводится до эл.-стат. единицы потенциала.

C. G. S. эл.-стат. единица емкости есть емкость проводника, который зарядом в одну *C. G. S.* эл.-стат. единицу количества электричества доводится до *C. G. S.* эл.-стат. единицы потенциала.

Мы уже познакомились с единицею количества электричества, кулоном $= 3 \cdot 10^9$ *C. G. S.* единицам и с единицею потенциала, вольт $= \frac{1}{300}$ *C. G. S.* единицы. Емкость проводника, который одним кулоном электричества доводится до потенциала, равного одному

Рис. 44.



вольту, называется фарадой. Найдем связь между фарадой и *C. G. S.* эл.-стат. единицею емкости, которая от $\frac{1}{3 \cdot 10^9}$ кулона доводится до 300 вольт. Так как фарада от целого кулона доводится только до одного вольта, то ясно, что

$$\text{Фарада} = 300 \cdot 3 \cdot 10^9 = 9 \cdot 10^{11} \text{ C. G. S. эл.-стат. ед. емкости (49c)}$$

Миллионная доля фарады называется микрофарадой; следовательно,

$$\begin{aligned} \text{Микрофарада} &= 10^{-6} \text{ фарады} = \\ &= 900\,000 \text{ C. G. S. эл.-стат. ед. емкости} \dots\dots (49,d) \end{aligned}$$

Ясно, что одна микрофарада доводится одним микрокулоном до одного вольта. Формула (49,a) дает нам размер электростатической единицы емкости, см. (13) и (43),

$$[q] = \frac{[\eta]}{[V]} = \frac{[K]^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}}{[K]^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}} = L[K] \dots\dots (49,e)$$

Если считать *K* за величину нулевого размера, то эл.-стат. единица емкости зависит только от основной единицы длины и ей пропорциональна.

Мы находим электроемкость шара на основании формул (45) и (49,a); первую из них мы можем воспользоваться, так как заряд отдельно взятого шара, очевидно, покрывает его поверхность равномерно. Подставляя $V = \eta : RK$ в (49,a), получаем емкость шара в эл.-стат. единицах:

$$q = RK \dots\dots (49,f)$$

В воздухе имеем

$$q = R \dots\dots (49,g)$$

Емкость шара в эл.-стат. единицах в воздухе численно равна его радиусу.

Шарик, радиус которого 1 см., обладает эл.-стат. *C. G. S.* единицею емкости: от одной эл.-стат. *C. G. S.* единицы количества электричества он приобретает эл.-стат. *C. G. S.* единицу потенциала. Равенство (49,g) подтверждает формулу (49,e). Формула (49,c) показывает, что фарада есть емкость шара, радиус которого равен $9 \cdot 10^{11}$ см. = $9 \cdot 10^6$ килом., т. е. девяти миллионам километров. Шар обладает емкостью в одну микрофараду, когда его радиус равен 9 километрам. Емкость земного шара равна 708 микрофарадам.

Вообразим несколько проводников, настолько удаленных друг от друга, чтобы можно было пренебречь их взаимными электрическими действиями и соединенных между собою длинными, тонкими проволоками. Легко решить вопрос, как распределится между ними электрический заряд η . Пусть $q_1, q_2, q_3 \dots$ — емкости проводников; $\eta_1, \eta_2, \eta_3 \dots$ — искомые их заряды. Пренебрегая зарядами соединительных проволок, мы имеем $\eta = \Sigma \eta_i$. Мы знаем, что соединенные между собою проводники должны находиться при одном потенциале, который обозначим через *V*.

Формула (49) дает

$$V = \frac{\eta_1}{q_1} = \frac{\eta_2}{q_2} = \frac{\eta_3}{q_3} = \text{и. т. д.} \dots \dots \dots (49, h)$$

Заряд распределяется между проводниками, удаленными друг от друга, но соединенными тонкими проволоками, пропорционально емкости этих проводников. В случае шаров, расположенных в однородном диэлектрике, заряды оказываются пропорциональными радиусам.

Формула (49, h) дает

$$V = \frac{\sum \eta_i}{\sum q_i} = \frac{\eta}{\sum q_i} = \frac{\eta}{q} \dots \dots \dots (49, i)$$

Эта формула показывает, что емкость q системы соединенных между собою и достаточно удаленных друг от друга проводников равна сумме емкостей этих проводников.

Приведем без доказательства формулы для емкости еще некоторых тел:

Для растянутого эллипсоида вращения, полуось вращения которого a :

$$q = \frac{2aeK}{\lg \frac{1+e}{1-e}} \dots \dots \dots (50, a)$$

где e — эксцентриситет меридионального сечения, \lg — знак натурального логарифма.

Для сплюснутого эллипсоида вращения, радиус экваториального сечения которого b :

$$q = \frac{beK}{\arcsin e} \dots \dots \dots (50, b)$$

Обе формулы дают для шара ($a = b = R$, $e = 0$) $q = RK$.

Для кругового цилиндра, длина которого l весьма велика сравнительно с радиусом r поперечного сечения, приближенно:

$$q = \frac{lK}{2 \lg \frac{l}{r}} \dots \dots \dots (50, c)$$

Для весьма тонкой круглой пластинки, радиус оснований которой r , приближенно:

$$q = K \frac{2r}{\pi} = \frac{Kr}{1,5708\dots} \dots \dots \dots (50, d)$$

Для двух одинаковых соприкасающихся шаров радиуса R :

$$q = 2RK \lg 2 = 1,38630 RK \dots \dots \dots (50, e)$$

Понятие о емкости как будто представляется более простым, если основываться на картине А. Но, исходя из картины В, припоминая значение в ней „заряда“ и рассматривая потенциал, как работу, также нетрудно построить понятие об электроемкости проводника.

§ 8. Энергия заряда отдельного проводника. Имея перед собою проводник, по поверхности которого распределен заряд η , мы в то же время имеем некоторый запас энергии, которую будем называть электростатической или просто электрической энергией. Решение вопроса о том, в каком месте следует искать эту энергию и какого она вида, зависит от основных представлений о сущности электрических явлений, т. е. от картины, которой мы держимся. Принимая картину А, мы должны допустить существование потенциальной энергии самого заряда, равной той работе, которая может быть произведена отталкивательными силами, действующими между „частицами электричества“, на которые мы можем мысленно разбить наш заряд. Пусть η — заряд, V — потенциал, q — емкость, W — искомая энергия, которую обыкновенно называют энергией проводника. Если мы увеличим заряд на величину $d\eta$, перенося количество электричества $d\eta$ из бесконечности до поверхности проводника, потенциал которого V , то мы при этом должны совершить работу против отталкивательных сил, исходящих от заряда η , равную $Vd\eta$, см. (38, а), стр. 68; результатом этой работы должно явиться равное ей приращение dW запаса электрической энергии. Итак мы имеем $dW = Vd\eta$ или, на основании (49),

$$dW = \frac{\eta d\eta}{q}.$$

Отсюда получаем приращение $W_2 - W_1$ энергии при увеличении заряда от η_1 до η_2 :

$$W_2 - W_1 = \frac{\eta_2^2 - \eta_1^2}{2q} \dots \dots \dots (51)$$

При отсутствии заряда энергия равна нулю, а потому $W_1 = 0$ при $\eta_1 = 0$; вводя эти величины, полагая $W_2 = W$ и $\eta_2 = \eta$ и пользуясь равенством (49), получаем искомые выражения для электрической энергии проводника, у которого заряд η , потенциал V и емкость q :

$$W = \frac{\eta^2}{2q} = \frac{1}{2} q V^2 = \frac{1}{2} \eta V \dots \dots \dots (51, a)$$

Мы видим, что для данного проводника (данного q) энергия растёт пропорционально квадрату заряда или квадрату потенциала. Выведем формулу (51, а) иным путем, который даст нам энергию системы, т. е. произвольного числа произвольно расположенных проводников, заряды которых $\eta_1, \eta_2 \dots \eta_n \dots$, потенциалы $V_1, V_2 \dots V_n \dots$, емкости $q_1, q_2 \dots q_n \dots$. Вся система находится в однородной среде. Разобьем все заряды на элементы, и пусть $\Delta\eta_n$ и $\Delta\eta_k$ — два элемента, из которых первый принадлежит n -ому проводнику, а второй k -ому, причем k может и равняться n ; пусть r — их расстояние. Формула (36, а) показывает, что потенциальная энергия этих двух частиц электричества равна

$$\frac{\Delta\eta_n \Delta\eta_k}{Kr} \dots \dots \dots (51, b)$$

Отыскивая всевозможные комбинации двух частиц, составляя выражения по схеме дроби (51, *b*) и складывая все эти дроби, получаем искомую энергию W . Если мы каждую частицу будем комбинировать со всеми остальными то ясно, что каждая пара частиц войдет два раза; если мы сумму всех этих комбинаций обозначим через Ω , то $W = \frac{1}{2} \Omega$. Чтобы составить Ω , возьмем сперва все частицы $\Delta\eta_1$ первого проводника и комбинируем каждую со всеми частицами $\Delta\eta_k$ всех проводников, включая сюда и первый; подобным же образом поступаем с частицами $\Delta\eta_2$ второго, $\Delta\eta_3$ третьего и т. д. проводников. Таким образом получаем

$$\Omega = \sum \Delta\eta_1 \cdot \sum \frac{\Delta\eta_k}{K_r} + \sum \Delta\eta_2 \cdot \sum \frac{\Delta\eta_k}{K_r} + \sum \Delta\eta_3 \cdot \sum \frac{\Delta\eta_k}{K_r} + \dots$$

Принимая во внимание значение буквы r , мы видим, что $\sum \frac{\Delta\eta_k}{K_r}$ представляет величину электрического потенциала в той точке, в которой находится соответствующая частица $\Delta\eta_1$, $\Delta\eta_2$ и т. д. Таким образом, вводя еще $W = \frac{1}{2} \Omega$, мы получаем:

$$W = \frac{1}{2} \sum V_1 \Delta\eta_1 + \frac{1}{2} \sum V_2 \Delta\eta_2 + \frac{1}{2} \sum V_3 \Delta\eta_3 + \dots \quad (51, c)$$

Потенциал V_n один и тот же во всех точках n -того проводника и представляет потенциал этого проводника, так что можно написать

$$W = \frac{1}{2} V_1 \sum \Delta\eta_1 + \frac{1}{2} V_2 \sum \Delta\eta_2 + \frac{1}{2} V_3 \sum \Delta\eta_3 + \dots$$

Но $\sum \Delta\eta_1 = \eta_1$, $\sum \Delta\eta_2 = \eta_2$ и т. д., так что

$$W = \frac{1}{2} V_1 \eta_1 + \frac{1}{2} V_2 \eta_2 + \frac{1}{2} V_3 \eta_3 + \dots$$

Следовательно, искомая энергия W :

$$W = \frac{1}{2} \sum V \eta \quad (51, d)$$

где знак суммы распространен на все проводники. Для случая одного проводника мы вновь получаем формулу (51, *a*).

Найдем энергию наэлектризованного шара. Пусть k — поверхностная плотность электричества; тогда заряд равен $4\pi R^2 k$, емкость $q = RK$, см. (49, *f*). Формула (51, *a*) дает

$$W = \frac{\eta^2}{2RK} = \frac{8\pi^2 R^3 k^2}{K} \quad (51, e)$$

При данном заряде энергия шара обратно пропорциональна его радиусу.

Если в формулах (51, *a*) и (51, *d*) измерять η , V и q в *C. G. S.* эл.-стат. единицах, то потенциальная энергия W получится в эргах. Но если η выражено в кулонах, V в вольтах и q в фарадах, то величина W получается в джоулях, равных 0,102 килогр.-метр. = 0,24 мал. калорий. Выведенные нами формулы дают возможность решать

различные задачи о перераспределении зарядов между проводниками, находящимися далеко друг от друга. Предлагаем читателям решить такую задачу: n далеких друг от друга проводников обладают емкостями $q_1, q_2 \dots q_n$ и зарядами $\eta_1, \eta_2 \dots \eta_n$; вся энергия, потерянная при перераспределении зарядов, выделяется в виде теплоты в соединительных проводах. Требуется определить количество этой теплоты для случая, если все проводники соединить между собою длинными, тонкими проволоками; рассмотреть частный случай двух шаров и еще более частный случай, когда первоначальный заряд одного из шаров равен нулю. Для случая двух тел (η_1, η_2, q_1, q_2) получается потерянная энергия

$$\Delta W = \frac{1}{2} \frac{(\eta_1 q_2 - \eta_2 q_1)^2}{q_1 q_2 (q_1 + q_2)}.$$

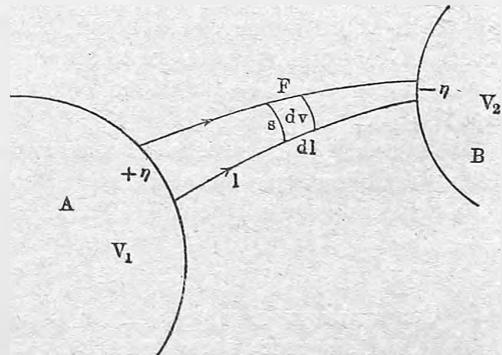
Формула (51,d) показывает, что проводники, соединенные с землею ($V = 0$), и проводники изолированные, наэлектризованные только вследствие индукции ($\eta = 0$), как бы вовсе не участвуют в том запасе энергии, который мы обозначили через W ; члены суммы (51,d), соответствующие им, исчезают. Однако присутствие этих тел влияет на величину W , так как их заряды видоизменяют потенциалы других тел.

При наших вычислениях мы держались картины А, которая говорит нам, что электростатическая энергия есть потенциальная энергия друг друга отталкивающих или притягивающих электрических частиц.

Картина В.

Представления, лежащие в основе картины В, приводят к заключению, что энергия электростатическая, т. е. энергия электрического поля, есть энергия упругоизмененной среды, а именно — эфира; это энергия тех продольно натянутых и поперечно сжатых трубок, которые мы назвали трубками натяжений. Если это так, то эта энергия должна быть распределена по всему объему электрического поля, так что всякий элемент объема диэлектрика, в том числе и пустоты, должен содержать в себе некоторое количество энергии. Истинное значение энергии количественно несомненно верно определяется формулами, выведенными выше в этом параграфе. Чтобы получить выражение энергии, соответствующее картине В, мы должны постараться преобразовать выше найденные выражения так, чтобы они представляли запас энергии, распространенный по всему объему диэлектриков, находящихся в элек-

Рис. 45.



трическом поле. Рассмотрим трубку индукции (не единичную), соединяющую два проводника А и В, потенциалы которых V_1 и V_2 . На концах этой трубки находятся равные количества $+\eta$ и $-\eta$ разноименных электричеств, связанных с потоком индукции ψ и числом единичных трубок n равенствами

$$n = \psi = KF s = 4\pi\eta \quad \dots \dots \dots (52)$$

Здесь диэлектрическая постоянная K , напряжение поля F и площадь поперечного сечения s относятся к произвольному месту трубки. На основании формулы (51,с) мы можем сказать, что наша трубка, содержащая количества электричества $+\eta$ и $-\eta$, обладает энергиею

$$W = \frac{1}{2}\eta V_1 + \frac{1}{2}(-\eta)V_2 = \frac{1}{2}\eta(V_1 - V_2) \quad \dots \dots \dots (52, a)$$

Но $\eta(V_1 - V)$ есть работа переноса электричества η от начала трубки к ее концу, т. е.

$$W = \frac{1}{2}\eta(V_1 - V_2) = \frac{1}{2}\int \eta F dl \quad \dots \dots \dots (52, b)$$

Вставляя сюда η из (52), получаем

$$W = \int \frac{KF^2}{8\pi} s dl.$$

Но sdl есть об'ем dv отрезка трубки, так что мы можем написать

$$W = \iiint \frac{KF^2}{8\pi} dv \quad \dots \dots \dots (52, c)$$

Таким образом энергия, связанная с рассматриваемой трубкою, оказывается распределенною по всему ее об'ему, причем об'ем dv трубки оказывается содержащим количество энергии

$$dW = \frac{KF^2}{8\pi} dv \quad \dots \dots \dots (52, d)$$

Полученный результат верен для всех трубок, а следовательно для всего об'ема электрического поля, занятого диэлектриками; но он далее верен и для всякого элемента об'ема проводника, так как в нем $F = 0$ и $dW = 0$.

Величину $dW : dv$, т. е. энергию в данной точке, приведенную к единице об'ема, мы для краткости назовем энергией единицы об'ема и обозначим через W_1 ; (52, d) дает

$$W_1 = \frac{KF^2}{8\pi} \quad \dots \dots \dots (52, e)$$

Сравнивая это выражение с (32, k), мы видим, что энергия единицы об'ема диэлектрика равна натяжению P (на единицу площади) или боковому давлению, которое также равно P . Таким образом мы имеем новые выражения для энергии W_1 единицы об'ема:

$$W_1 = P = \frac{KF^2}{8\pi} = \frac{BF}{8\pi} = \frac{F\mathfrak{D}}{2} = \frac{2\pi\mathfrak{D}^2}{K} \quad \dots \dots \dots (52, f)$$

Вся энергия W данного электрического поля получится, если составить сумму выражений (52,d), которые теперь можно написать в виде

$$dW = Pdv \dots \dots \dots (52, g)$$

для всех элементов dv бесконечного пространства. Итак энергия поля равна

$$W = \int \int \int Pdv \dots \dots \dots (52, h)$$

где P дано в (52,f), и интеграл распространен на все бесконечное пространство или, что очевидно то же самое, на ту его часть, в которой напряжение F данного поля заметно.

Для единичной трубки имеем $n = \psi = 1$, т. е. $\eta = 1 : 4\pi$, см. (52). Вставляя это в (52,b), получаем энергию w_1 единичной трубки

$$w_1 = \int \frac{F}{8\pi} dl \dots \dots \dots (52, i)$$

В единичной трубке индукции энергия, приведенная к единице длины, равна $F : 8\pi$.

Для всей энергии w , содержащейся в произвольной трубке индукции, мы получаем из (52,a) и (52), заменяя η через $\frac{n}{4\pi}$, а также из (47) еще следующие выражения:

$$w = \frac{(V_1 - V_2)n}{8\pi} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{8\pi r} = \frac{n^2 r}{8\pi} \dots \dots \dots (52, k)$$

где r — диэлектрическое сопротивление трубки. Для всей энергии w_1 , содержащейся в единичной трубке индукции, получаем, см. (47,a),

$$w_1 = \frac{V_1 - V_2}{8\pi} = \frac{r_1}{8\pi} \dots \dots \dots (52, l)$$

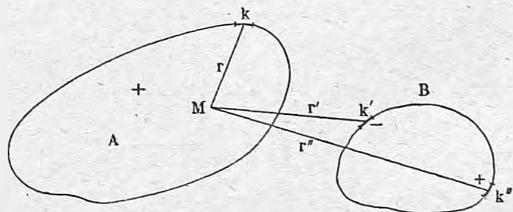
§ 9. Конденсаторы. В § 7 мы познакомились с емкостью q отдельно взятого проводника; если этот проводник от заряда η приобретает потенциал V , то его емкость q численно выражается формулой, см. (49,a),

$$q = \frac{\eta}{V} \dots \dots (53)$$

Покажем, что емкость q меняется, если около рассматриваемого проводника A (рис. 46) находятся еще другие проводники B, C и т. д. Положим сперва, что эти проводники изолированы и что первоначально на них не было заряда. На A находится заряд — допустим, положительный; его потенциал равняется V , когда не было по близости тел B, C и т. д., и этот потенциал вычислялся, как всегда, по формуле

$$V = \frac{1}{K} \int \frac{k ds}{r} \dots \dots \dots (53, a)$$

Рис. 46.



где r — расстояние элемента ds его поверхности от произвольной внутренней точки M . Если поместить проводник B на конечном расстоянии от A , то на нем появятся два заряда, плотности которых обозначим через $-k'$ и $+k''$. Потенциал проводника A выразится формулою

$$\frac{1}{K} V' = \frac{1}{K} \int \frac{k ds}{r} - \frac{1}{K} \int \frac{k' ds'}{r'} + \frac{1}{K} \int \frac{k'' ds''}{r''}$$

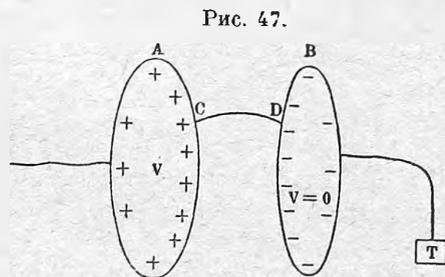
где ds' и ds'' — разноименно наэлектризованные элементы поверхности тела B , находящиеся на расстояниях r' и r'' от точки M . Так как $r'' > r'$, а количества разноименных электричеств на B одинаковы, то ясно, что $V' < V$, т. е. что потенциал тела A уменьшился вследствие присутствия тела B . Но если при неизменном заряде η потенциал V уменьшился, то это означает, что емкость проводника A увеличилась. Емкость еще более увеличится, если мы соединим тело B с землею. Тогда третий интеграл исчезает, и кроме того k' , как мы видели, увеличивается, так что тело A получает некоторый потенциал V'' , который еще меньше V' . Из сказанного ясно, что емкость проводника не только зависит от числа, формы и расположения окружающих проводников, но и от того, изолирован ли тот или другой проводник или соединен с землею, а также от рода окружающей среды. В виду неопределенности понятия о емкости, которая отсюда проистекает, мы примем следующее определение емкости: емкость проводника измеряется тем зарядом, который доводит его потенциал до единицы при условии, чтобы все другие соседние проводники были соединены с землею. В этом случае емкость проводника зависит уже только от числа, формы и расположения этих соседних проводников, а также от промежуточной среды.

Обращаемся к единственному случаю, для которого возможны теоретические вычисления и который имеет практический интерес, а именно к случаю, когда кроме рассматриваемого проводника A имеется только один соседний проводник B , соединенный с землею. Представим себе, что тело A соединено с источником электричества, поддерживающим в нем при всех условиях один и тот же присущий этому источнику потенциал V ; положим, что $V > 0$.

Обозначим через η_0 заряд тела A , отдельно взятого; тогда его емкость

$$q = \frac{\eta_0}{V} \dots \dots (53, b)$$

зависит только от его величины, формы и от окружающей среды. Отделим тело A от источника потенциала V , и приблизим тело B (рис. 47),



соединенное с землею T . На нем явится отрицательный заряд, вследствие чего потенциал тела A уменьшится. Если затем вновь соединить A с источником, то новое количество электричества перейдет от источника к A , т. е. заряд увеличится. Равновесие наступит, когда потенциал

тела A , несмотря на присутствие тела B , вновь делается равным V . При этом заряд его $\eta > \eta_0$. Отрицательный заряд тела B должен быть такой, чтобы, несмотря на присутствие тела A с его увеличенным положительным зарядом, потенциал тела B равнялся бы нулю. Вместо q имеем теперь емкость

$$Q = \frac{\eta}{V} \dots \dots \dots (53, c)$$

Совокупность двух тел A и B , из которых первое может быть соединяемо с источником электричества, а второе с землею, называется конденсатором, т. е. сгустителем, причем имеется в виду сгущение электричества на теле A , т. е. увеличение его заряда от η_0 до η вследствие присутствия тела B . Емкость Q , вычисленная по формуле (53, c), зависящая в данной среде от расположения тел A и B , иначе говоря, от устройства конденсатора, называется емкостью конденсатора. Отношение

$$\alpha = \frac{Q}{q} \dots \dots \dots (53, d)$$

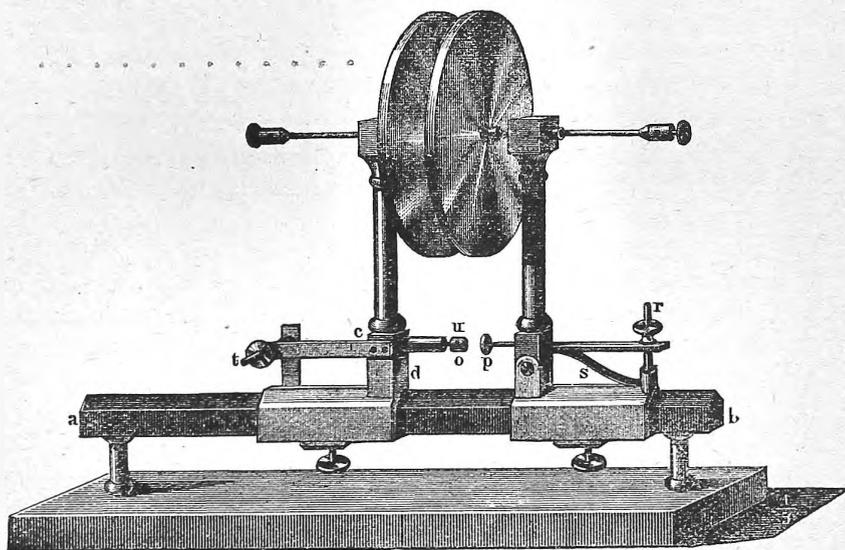
емкости конденсатора к емкости отдельно взятого проводника, который соединяется с источником электричества, называется сгущающею силою конденсатора. Можно сказать, что это число показывает, во сколько раз увеличилась емкость проводника A вследствие того, что мы к нему приблизили проводник B , соединенный с землею.

Мы познакомимся ниже с несколькими формами конденсаторов. Обыкновенно готовят тела A и B из тонких металлических пластинок, изогнутых в ту или другую формы. В тех случаях, которые имеют практическое значение, заряды расположены на двух обращенных друг к другу поверхностях тел A и B ; вот почему обыкновенно говорят не о двух телах, составляющих конденсатор, но об его двух поверхностях, соединенных — одна с источником, другая — с землею. Простейшим из всех конденсаторов представляется конденсатор плоский, изображенный на рис. 48 в той форме, которую ему придал Kohlrausch. Он состоит из двух вертикальных металлических пластинок, привинченных к концам двух горизонтальных стержней, на других концах которых имеются зажимные винты. Установка всего прибора следующая. Вдоль стальной призмы ab , установленной на двух столбах, движутся две медные полые призмы, которые могут быть закреплены при помощи винтов, расположенных на нижней их стороне. К этим подвижным призмам прикреплены вертикальные столбики из дерева или стекла, через верхние части которых проходят упомянутые выше горизонтальные стержни; они тщательно изолированы шеллаком или иным изолятором. Чтобы установить пластинки параллельно друг другу, служат винты r и i ; из них винт и гайка r и пружина s дают возможность наклонять правую пластинку около горизонтальной оси, параллельной сторонам пластинок; винт и гайка t и пружина, расположенная за пластинкой ct , служат для того, чтобы вращать левый столбик, а вместе с тем и левую пластинку, около вертикальной оси. Винтовые головки o и p могут служить для

скорейшей установки пластинок на определенном друг от друга расстоянии; одна из пластинок конденсатора соединяется с источником электричества, другая — с землей.

Плоским конденсатором пользуются для усиления показаний электроскопов. Электроскоп с конденсатором имеет следующее устройство: к верхнему концу стержня привинчена горизонтальная лакированная пластинка, на которую кладется такая же вторая пластинка, снабженная стеклянной ручкой. Две пластинки, отделенные друг от друга слоем лака, представляют плоский конденсатор, который заряжается, если одну пластинку соединить с землей, для чего достаточно коснуться ее пальцем в то время, когда другая пластинка соединена с тем слабо наэлектризованным телом или с тем слабым источником, который непо-

Рис. 48.

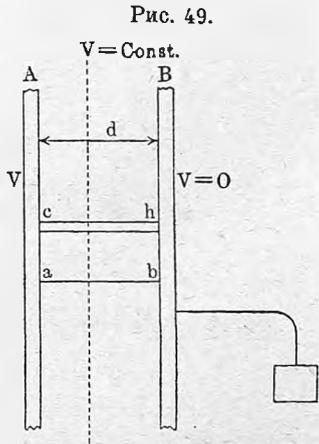


средственно не произвел бы достаточно заметного действия на простой электроскоп. В конденсаторе накаплиются два сравнительно больших количества электричества на обращенных друг к другу сторонах двух пластинок. Если прекратить соединение пластинок с землей и с испытуемым предметом и затем снять верхнюю пластинку, то электричество, сгущенное на верхней поверхности нижней пластинки, распространяясь по вертикальному стержню, вызывает сравнительно большие отклонения листочка электроскопа.

Электричество распределяется неравномерно по двум поверхностям плоского конденсатора, вследствие чего теоретическое рассмотрение такого конденсатора представляет большие затруднения. Поэтому, разбирая вопрос о конденсаторе с теоретической стороны, рассматривают плоский конденсатор с бесконечно большими пластинками A и B (рис. 49). Плотность k электричества есть величина, одинаковая во всех точках

поверхности такой пластинки; поверхности уровня потенциала суть плоскости, параллельные пластинкам; линии ab и трубки сил ch суть прямые, перпендикулярные к пластинкам. Так как на обоих концах трубки должны находиться одинаковые количества электричества, то ясно, что плотности разнородных электричеств на обеих пластинках одинаковы по абсолютной величине. Пространство между пластинками представляет равномерное электрическое поле. Переходя к случаю плоского конденсатора с конечными пластинками, мы можем сказать, что указанными свойствами обладает центральная часть пространства, лежащего между пластинками, если радиусы последних очень велики сравнительно с их расстоянием.

Обратимся к вопросу о зависимости емкости конденсатора от той среды, в которой он находится. Мы уже видели, что емкость отдельно взятого проводника пропорциональна диэлектрической постоянной K среды, в которой он находится. Легко убедиться, что это верно и для емкости конденсатора. Пусть $Q_0 = \eta : V$ емкость конденсатора в воздухе. Если мы заменим воздух диэлектриком, не меняя заряда, то потенциал V уменьшится в K раз; чтобы получить прежний потенциал, необходимо в K раз увеличить заряд, и это и значит, что новая емкость $Q = KQ_0$. Повторим тот же вывод несколько иными словами, обращаясь напр., к плоскому конденсатору (рис. 49). Потенциал V пластинки A равен работе r перенесения единицы количества электричества от A и B по произвольному пути. Если мы заменим воздух между пластинками диэлектриком, то по закону Кулона напряжение поля во всех точках пути уменьшится в K раз; во столько же раз уменьшится и работа r , а следовательно и потенциал V пластинки A , конечно, в предположении, что ее заряд остался без изменения. Если пластинка A соединена с источником электричества, то для сохранения потенциала V , заряд должен быть увеличен в K раз. Легко распространить этот вывод и на общий случай, к которому относится рис. 46,



и таким образом доказать справедливость равенства

$$Q = KQ_0 \dots \dots \dots (54)$$

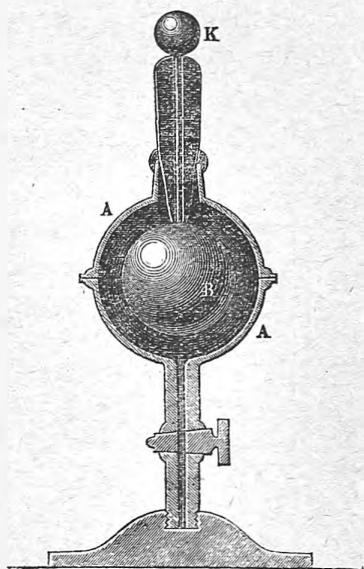
Конденсатор называется воздушным, если между его поверхностями находится воздух. Равенство (54) показывает, что емкость конденсатора, снабженного диэлектриком, в K раз больше емкости того же конденсатора, но воздушного. Мы ввели диэлектрическую постоянную, говоря о законе Кулона, и пришли к формуле (54). Иногда поступают наоборот и принимают такое определение: диэлектрическая постоянная или индуктивная способность диэлектрика есть отношение емкости конденсатора, снабжен-

ного этим диэлектриком, к емкости того же конденсатора — воздушного. Этим определением мы и пользовались в т. II. От него можно перейти к обобщенному закону Кулона.

Влияние диэлектрика, т. е. изолирующего слоя, помещенного между поверхностями конденсатора, на емкость последнего было открыто Cavendish'ем в семидесятих годах восемнадцатого столетия; но замечательные исследования этого ученого оставались неизвестными почти ровно 100 лет, пока Сl. Maxwell не опубликовал в 1879 г. неизданные до того времени рукописи Cavendish'a, который, как оказалось, даже определил величину K для различных диэлектриков. И. И. Боргман построил прибор, при помощи которого может быть обнаружено упомянутое влияние диэлектрика, и притом по способу, напоминающему способ Cavendish'a.

Зависимость емкости конденсаторов от промежуточного диэлектрика была вторично открыта Faraday'ем в 1838 году; это одно из важнейших исследований гениального физика, наиболее глубоких по замыслу и замечательных по исполнению. Faraday

Рис. 50.



пользовался двумя шаровидными конденсаторами, из которых один изображен на рис. 50. Он состоит из полого шара A , сложенного из двух пришлифованных друг к другу половин; к одной из них присоединена трубка с краном, служащая для выкачивания воздуха и для наполнения прибора другими газами. Внутри шара A помещается шар B , прикрепленный к нижнему концу проволоки, снабженной на другом конце шариком K и весьма тщательно изолированной толстым слоем шеллака. Через шарик K шар B соединяется с источником; шар A соединен с землей. Поверхности конденсатора суть поверхность шара B и внутренняя поверхность шара A ; диаметр шара B равнялся 5,92 см., внутренний диаметр внешнего шара 9,07 см. Faraday устанавливал рядом два таких, по возможности одинаковых, конденсатора и сперва соединял шарик K одного из

них с кондуктором электрической машины, причем наружный шар A был соединен с землей; тогда конденсатор заряжался, и шар B получал некоторый заряд $\eta = VQ_1$, где V — потенциал шара B и Q_1 — емкость конденсатора, наполненного воздухом. Степень электризации шара B очевидно безразлично определяется величинами V и η . Чтобы получить меру этой степени электризации, Faraday приводил шарик, прикрепленный к стеклянному стержню (неподвижный шарик крутильных весов, см. ниже), в соприкосновение с шариком K , вследствие чего первый получал некоторый заряд η' , величина которого определялась при помощи крутиль-

ных весов в каких-либо произвольных единицах. Заряд η' можно принять пропорциональным заряду η , а следовательно и потенциалу V , т. е. можно предположить, что Faraday измерял потенциалы внутренних шаров своих конденсаторов, и что первое измерение давало меру потенциала V . Затем Faraday на мгновение соединял шарики K обоих конденсаторов и тем же способом измерял потенциалы V_1 и V_2 шаров B двух конденсаторов, между которыми распределился заряд η , причем он вводил еще некоторую поправку на так называемый остаточный заряд, который будет рассмотрен ниже и который здесь возможен благодаря слою шеллака, разделяющего тела A и B . Так как соприкасающиеся проводники должны иметь одинаковый потенциал, то должно было бы получиться $V_1 = V_2$. В действительности V_1 и V_2 получались не вполне одинаковыми, а за общее значение потенциала принималась величина $V' = \frac{1}{2}(V_1 + V_2)$. Пусть Q_2 — емкость второго конденсатора. В момент соединения конденсаторов они представляют как бы один конденсатор с емкостью $Q_1 + Q_2$, зарядом η и потенциалом V' , так что $\eta = V'(Q_1 + Q_2)$. Присоединяя сюда равенство $\eta = VQ_1$, получаем

$$VQ_1 = V'(Q_1 + Q_2),$$

откуда

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V - V'}{V'} \dots \dots \dots (55)$$

Имея меру величин V и V' , Faraday мог таким образом найти отношение емкостей двух конденсаторов.

Когда оба конденсатора были наполнены воздухом, получилось приблизительно $V' = \frac{1}{2}V$, т. е. $Q_2 = Q_1$. Но когда нижняя половина промежутка между A и B во втором конденсаторе была наполнена напр. шеллаком, то оказалось в среднем $Q_2 = 1,5Q_1$, т. е. емкость конденсатора, на половину снабженного шеллаком, была в полтора раза больше емкости конденсатора, содержащего только воздух. Отсюда можно определить, хотя и не точно, величину K для шеллака. Пусть q — емкость половины конденсатора, наполненного воздухом; в таком случае $Q_1 = q + q = 2q$, $Q_2 = q + Kq = (1 + K)q$, и следовательно,

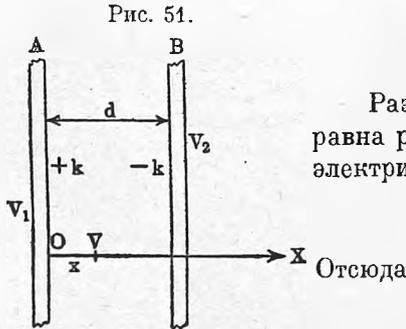
$$\frac{K + 1}{2} = \frac{Q_2}{Q_1} \dots \dots \dots (55, a)$$

Для шеллака $Q_2 : Q_1 = 1,5$; отсюда $K = 2$. Таким же способом Faraday нашел для спермацета K от 1,3 до 1,6, для серы $K = 2,24$ и для стекла $K = 1,76$.

Обратимся теперь к специальному рассмотрению разного рода конденсаторов.

I. Плоский конденсатор с бесконечно большими пластинками или, что то же самое, средняя часть конечного плоского конденсатора, расстояние пластинок которого мало сравнительно с их радиусом. Найдем емкость части такого конденсатора, соответствующего поверхности S

каждой из двух плоских пластинок; пусть d — расстояние пластинок. Для обобщения допустим сперва, что потенциалы пластинок A и B суть V_1 и V_2 (рис. 51). Пусть $\pm k$ — плотность электричества на обеих пластинках; в таком случае заряд $\eta = kS$. Напряжение поля F везде одинаковое, так как все линии сил друг другу параллельны, и следовательно, оно имеет везде то значение, которое соответствует точкам, бесконечно близким к поверхности пластинок, т. е.



$$F = \frac{4\pi k}{K}$$

Разность $V_1 - V_2$ потенциалов двух пластинок равна работе Fd перенесения единицы количества электричества от одной пластинки к другой. Итак

$$V_1 - V_2 = Fd = \frac{4\pi kd}{K},$$

$$\frac{\eta}{V_1 - V_2} = \frac{KS}{4\pi d} \dots \dots \dots (55, b)$$

Полагая $V_2 = 0$, получаем искомую емкость

$$Q = \frac{\eta}{V_1} = \frac{KS}{4\pi d} \dots \dots \dots (56)$$

Формула (55, b) показывает, что за меру емкости плоского конденсатора можно принять заряд одной из пластинок, когда разность потенциалов двух пластинок равна единице.

Для воздушного плоского конденсатора имеем емкость:

$$Q = \frac{S}{4\pi d} \dots \dots \dots (56, a)$$

Если d выражено в сантиметрах, S — в кв. сантиметрах, то по этой формуле получится Q в *C. G. S.* эл.-стат. единицах емкости; мы видели, что $9 \cdot 10^5$ таких единиц составляют микрофараду, см. (49, d). Отсюда

$$Q = \frac{KS}{36 \cdot 10^5 \pi d} \text{ микрофарады} \dots \dots \dots (56, b)$$

причем d должно быть выражено в сантиметрах, S — в кв. сантиметрах. Определим радиус R круглой пластинки плоского воздушного конденсатора (точнее: средней части весьма больших пластинок), если $d = 1$ мм. и $Q = 1$ микрофараде. Имеем: $K = 1$, $d = 0,1$, $S = \pi R^2$; (56, b) дает

$$\pi R^2 = 36 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \pi,$$

откуда

$$R = 600 \text{ см.} = 6 \text{ метрам} \dots \dots \dots (56, c)$$

Формула (56) показывает, что емкость плоского конденсатора обратно пропорциональна расстоянию d пластинок.

В виду важности формулы (56) мы ее выведем еще другим способом. Возьмем начало координат на поверхности пластинки A (рис. 51) и ось

x -ов перпендикулярно к пластинкам. В таком случае V есть функция одного x , и уравнение (41,е) дает $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0$, т. е. $V = Ax + B$, где A и B постоянныя, определяемые из условий, что при $x = 0$ мы имеем $V = V_1$, а при $x = d$ имеем $V = V_2$. Итак

$$V_1 = B; \quad V_2 = Ad + B.$$

Определив A и B , находим, что

$$V = V_1 - \frac{V_1 - V_2}{d} x$$

Формула (44,а) дает

$$k = -\frac{K}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n} = -\frac{K}{4\pi} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{K(V_1 - V_2)}{4\pi d} \dots \dots \dots (56, d)$$

Отсюда получаем:

$$Q = \frac{\eta}{V_1 - V_2} = \frac{kS}{V_1 - V_2} = \frac{KS}{4\pi d}$$

т. е. формулу (56). Тот же результат мы получили бы, полагая $V_2 = 0$. Плотность k_1 на поверхности B равна

$$k_1 = -\frac{K}{4\pi} \left[\frac{\partial V}{\partial(-x)} \right]_{x=d} = -\frac{KV_1}{4\pi d} = -k;$$

это мы вывели раньше, основываясь на свойствах трубок сил.

Для поверхностного натяжения P , т. е. для силы, действующей на единицу поверхности, мы имели выражение (25), которое дает нам силу f , действующую на поверхность S , т. е. силу, с которою взаимно притягиваются части пластинок плоского конденсатора, когда поверхность каждой из этих частей равна S , а расстояние их d . Имеем:

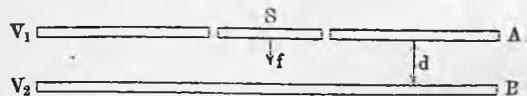
$$f = PS = \frac{2\pi k^2 S}{K};$$

вставляя сюда k из (56, d), находим

$$f = \frac{(V_1 - V_2)^2 KS}{8\pi d^2} \dots \dots \dots (57)$$

Все наши выводы основаны на предположении, что плотность k одинакова во всех точках пластинок, а это может считаться верным лишь для центральных частей большого конденсатора, из которых по крайней мере одна должна быть сделана подвижной. Такого рода конденсатор устроил Lord Kelvin (рис. 52). В круглой пластинке A вырезано круглое отверстие, которое почти заполняется пластинкою S ; пластинка удерживается в своем положении при помощи пружины или иным способом. Окружающая ее часть пластинки A получила название охранного кольца, ибо она как бы охраняет пластинку S от

Рис. 52.



пластинкою S ; пластинка удерживается в своем положении при помощи пружины или иным способом. Окружающая ее часть пластинки A получила название охранного кольца, ибо она как бы охраняет пластинку S от

неравномерного распределения электричества. Формула (57) показывает, какая сила f действует на подвижную пластинку S по направлению к пластинке B . Обыкновенно называют силу f силой взаимного притяжения пластинок плоского конденсатора. Формула (57) показывает, что сила f пропорциональна квадрату разности потенциалов пластинок конденсатора, обратно пропорциональна квадрату их расстояния и прямо пропорциональна диэлектрической постоянной промежуточной среды. Kirchhoff и Maxwell показали, какую более точную формулою выражается емкость Q , если принять во внимание щель, отделяющую подвижную пластинку от охранного кольца. Если выразить величины $V_1 - V_2$ в *C. G. S.* эл.-стат. единицах, d в см. и S в кв. см., то f выразится в динах (дин = 1,02 мгр.). Найдем притяжение f для случая $S = 10$ кв. см., $d = 1$ мм. = 0,1 см., $K = 1$ (воздух), $V_1 = V_2 = 100$ вольтам = $\frac{1}{3}$ *C. G. S.* эл.-стат. единицы, см. (43, а). Формула (57) дает $f = 4,42$ дина = 4,51 мгр. .

Формула (56) относится к случаю, когда диэлектрик вполне заполняет пространство между пластинками, т. е. представляет слой, толщина которого d . Найдем емкость Q для случая, когда толщина слоя диэлектрика $d' < d$. Сумма толщин слоев воздуха равна $d - d'$. Работа r перенесения единицы количества электричества от одной пластинки к другой по направлению линий сил равна

$$r = V_1 - V_2 = F(d - d') + \frac{F}{K} d' = 4\pi k \left(d - d' + \frac{d'}{K} \right),$$

ибо напряжение поля в воздухе равно $F = 4\pi k$. Искомая емкость Q равна

$$Q = \frac{\eta}{V_1 - V_2} = \frac{kS}{4\pi k \left(d - d' + \frac{d'}{K} \right)} = \frac{S}{4\pi \left(d - d' + \frac{d'}{K} \right)} \quad (57, a)$$

Мы видим, что помещение слоя d' диэлектрика равносильно уменьшению расстояния d на величину $d' \frac{K-1}{K}$. Если ввести слой d' изолированного проводника ($K = \infty$), то это соответствует уменьшению расстояния d до $d - d'$. Существует, однако, одно важное различие между действиями на емкость Q слоев диэлектрика и проводника, а именно — действие слоя проводника не зависит от того, будет ли он сплошной или полый, между тем как слой диэлектрика обнаруживает в этих двух случаях совершенно различные результаты.

Емкость плоского конечного конденсатора, две круглые пластинки которого имеют толщину b , радиус сторон r и расстояние друг от друга d , определяли Kirchhoff и Clausius. Эта емкость равна

$$Q = \frac{K r^2}{4d} + \frac{rK}{4\pi} \left\{ 1 + \lg \frac{16\pi(d+b)r}{d^2} + \frac{b}{d} \lg \frac{b+d}{b} \right\} \quad (57, b)$$

Klemenčić (1882, 1884) и Himstedt (1886, 1888) подтвердили на опытах справедливость этой формулы для малых значений отношения $d : r$.

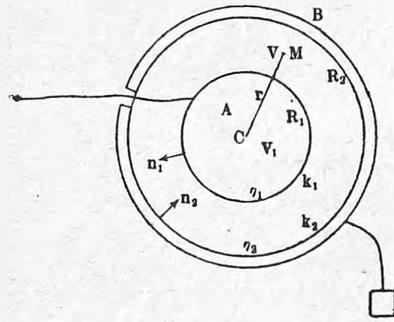
Когда d очень мало сравнительно с r , можно ограничиться первым членом, который, очевидно, тождествен с (56). Формула (53,d) дает для сгущающей силы плоского конденсатора, если взять q из (50,d),

$$\alpha = \frac{Q}{q} = \frac{K r^2}{4d} : \frac{2rK}{\pi} = \frac{\pi r}{8d} \dots \dots \dots (57, d)$$

При большом r и малом d получается большая сгущающая сила α .

Теорию плоского конденсатора развивали далее Maxwell и, в последнее время, напр., Magini, Kaufmann (1907) и в особенности Chaumont (1915).

Рис. 53.



II. Шаровой конденсатор состоит из полого шара B (рис. 53), внутри которого расположен концентрический с ним второй шар A , соединенный через малое отверстие, сделанное в наружном шаре, с источником электричества; шар B соединен с землей. Пусть R_1 — радиус шара A , R_2 — радиус внутренней поверхности шара B ; V_1 — потенциал, η_1 — заряд, и $k_1 = \eta_1 : 4\pi R_1^2$ — поверхностная плотность на шаре A ; $V_2 = 0$, η_2 и $k_2 = \eta_2 : 4\pi R_2^2$ — соответствующие величины для шара B . Пользуясь формулами (45) и (45,b) для внутреннего и для внешнего потенциалов шара, получаем:

$$V_1 = \frac{\eta_1}{K R_1} + \frac{\eta_2}{K R_2}$$

$$V_2 = 0 = \frac{\eta_1}{K R_2} + \frac{\eta_2}{K R_2}$$

Второе уравнение дает $\eta_2 = -\eta_1$, как и следует по теореме Фарадея (§ 5). Первое уравнение дает

$$V_1 = \frac{\eta_1}{K} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\eta_1}{K} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

Отсюда емкость шарового конденсатора

$$Q = \frac{\eta_1}{V_1} = \frac{K R_1 R_2}{R_2 - R_1} \dots \dots \dots (58)$$

В воздухе имеем

$$Q = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \dots \dots \dots (58, a)$$

Емкость q одного внутреннего шара равна $K R_1$; отсюда мы получаем для сгущающей силы шарового конденсатора

$$\alpha = \frac{Q}{q} = \frac{R_2}{R_2 - R_1} \dots \dots \dots (58, b)$$

При $R_2 = 10$ см. и $R_2 - R_1 = 2$ мм. = 0,2 см. имеем $\alpha = 50$. Предположим, что $R_2 - R_1 = d$ весьма мало сравнительно с R_1 и R_2 ; тогда можно вместо

$R_1 R_2$ подставить R^2 , где R — средний радиус. Для Q получается

$$Q = \frac{KR^2}{d} = \frac{4\pi R^2 K}{4\pi d} = \frac{KS}{4\pi d} \dots \dots \dots (58, c)$$

где S — поверхность конденсатора; формула (58, c) по виду одинакова с (56).

Укажем другой вывод формулы (58, a). Для общности предположим, что потенциал V_2 шара B не равен нулю. Если ввести полярные координаты с началом в центре C , то потенциал V в точках M , лежащих между A и B , очевидно, окажется функцией одного только r . Итак $V = f(r)$, где $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Величина V должна в точках M удовлетворять уравнению Лапласе'а.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0.$$

Преобразуя его известным способом — вводя одну независимую переменную r — получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} = 0,$$

которое легко интегрируется, если положить сперва $\frac{\partial V}{\partial r} = z$; окончательно получается V в виде

$$V = A + \frac{B}{r} \dots \dots \dots (58, d)$$

Из условий

$$V_1 = A + \frac{B}{R_1},$$

$$V_2 = A + \frac{B}{R_2}$$

находим постоянные A и B и затем V в виде

$$V = \frac{R_2 V_2 - R_1 V_1}{R_2 - R_1} + \frac{R_1 R_2 (V_1 - V_2)}{R_2 - R_1} \cdot \frac{1}{r} \dots \dots \dots (59)$$

Для плотностей k_1 и k_2 находим:

$$k_1 = -\frac{K}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n_1} = -\frac{K}{4\pi} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right) = \frac{K R_2 (V_1 - V_2)}{4\pi R_1 (R_2 - R_1)}$$

$$k_2 = -\frac{K}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n_2} = -\frac{K}{4\pi} \left(\frac{\partial V}{\partial (-r)} \right)_{r=R_2} = -\frac{K R_1 (V_1 - V_2)}{4\pi R_2 (R_2 - R_1)}$$

Отсюда для количеств электричества η_1 и η_2 находим:

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= 4\pi R_1^2 k_1 = \frac{K R_1 R_2}{R_2 - R_1} (V_1 - V_2) \\ \eta_2 &= 4\pi R_2^2 k_2 = -\frac{K R_1 R_2}{R_2 - R_1} (V_1 - V_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (59, a)$$

т. е. $\eta_2 = -\eta_1$. Для емкости Q получаем

$$Q = \frac{\eta_1}{V_1 - V_2} = \frac{K R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

согласно с (58). Мы видим, что и здесь Q измеряется тем зарядом, который соответствует случаю $V_1 - V_2 = 1$ без того, чтобы мы непременно имели $V_2 = 0$. Емкость шарового конденсатора, выраженная в микрофарадах, равна, см. (49,d), стр. 81 и (56,b), стр. 94.

$$Q = \frac{K R_1 R_2}{9 \cdot 10^9 (R_2 - R_1)} \text{ микрофарады}$$

или, при малом $R_2 - R_1 = d$, см. (58,c),

$$Q = \frac{K R^2}{9 \cdot 10^9 d} \text{ микрофарады.}$$

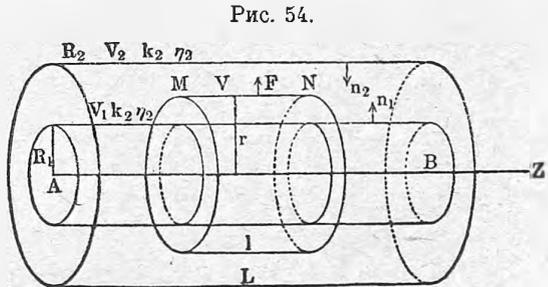
Полагая $K = 1$, $d = 1$ мм. = 0,1 см. и $Q = 1$ микрофараде, получаем $R = 300$ см. = 3 метрам.

III. Цилиндрический конденсатор. Два проводящих неопределенно длинных цилиндра имеют общую ось AB (рис. 54); пусть радиус поперечного сечения внутреннего цилиндра R_1 , внутренней поверхности внешнего цилиндра R_2 , потенциалы цилиндров V_1 и V_2 , плотности зарядов k_1 и k_2 . Выделим мысленно отрезок конденсатора длиной L и определим его емкость Q ; пусть η_1 и η_2 — заряды на выделенных частях двух цилиндров. По причинам симметрии ясно, что поверхности уровня потенциала суть поверхности цилиндров, имеющих ту же ось AB , т. е. что потенциал V есть функция расстояния r точки от оси AB . Выделим часть MN такого цилиндра, и пусть его длина $MN = l$. Линии сил, всегда нормальные к поверхности уровня потенциала, имеют направления прямых r . Приложим к поверхности цилиндра MN теорему о потоке индукции. Боковая поверхность цилиндра равна $2\pi r l$. Пусть F — напряжение поля в точках этой поверхности; тогда весь поток индукции через поверхность цилиндра равен $\psi = 2\pi r l F K$, так как поток через основания цилиндра, очевидно, равен нулю. Внутри цилиндра находится количество электричества $\eta_0 = 2\pi R_1 l k_1$. Указанная теорема говорит, что $\psi = 4\pi \eta_0$; подставляя ψ и η_0 , получаем F в виде

$$F = \frac{C}{r}$$

где C — число постоянное, т. е. независящее от r . Равенство $F = -\frac{\partial V}{\partial n}$, где n нормаль к поверхности уровня потенциала, дает:

$$F = -\frac{\partial V}{\partial n} = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{C}{r}$$



Отсюда следует, что потенциал V должен быть функцией от r вида

$$V = A + B \lg r \dots \dots \dots (60)$$

где A и B — постоянные величины, и \lg — знак натуральных логарифмов. Эту формулу можно вывести иначе. Мы видим, что $V = f(r)$, где $r^2 = x^2 + y^2$, если мы ось z -ов проведем вдоль оси конденсатора. Преобразуя уравнение Laplace'a, — вводя независимую переменную r , получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} = 0,$$

которое легко интегрируется и дает для V выражение вида (60). Постоянные A и B определим из условий, что $V = V_1$ при $r = R_1$ и $V = V_2$ при $r = R_2$; это дает:

$$V_1 = A + B \lg R_1, \quad V_2 = A + B \lg R_2.$$

Отсюда получаем:

$$V = \frac{V_1 \lg R_2 - V_2 \lg R_1}{\lg R_2 - \lg R_1} - \frac{V_1 - V_2}{\lg R_2 - \lg R_1} \lg r$$

Для плотностей k_1 и k_2 имеем:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -\frac{K}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n_1} = -\frac{K}{4\pi} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right) = -\frac{K(V_1 - V_2)}{4\pi (\lg R_2 - \lg R_1)} \cdot \frac{1}{R_1} \\ k_2 &= -\frac{K}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n_2} = -\frac{K}{4\pi} \left(\frac{\partial V}{\partial(-r)} \right)_{r=R_2} = -\frac{K(V_1 - V_2)}{4\pi (\lg R_2 - \lg R_1)} \cdot \frac{1}{R_2} \end{aligned} \right\} (60, a)$$

Для зарядов η_1 и η_2 получаем:

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= 2\pi R_1 L k_1 = \frac{K(V_1 - V_2)L}{2 \lg \frac{R_2}{R_1}} \\ \eta_2 &= 2\pi R_2 L k_2 = -\frac{K(V_1 - V_2)L}{2 \lg \frac{R_2}{R_1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (60, b)$$

Как и следует по теореме Фарадея (§ 5), получилось $\eta_2 = -\eta_1$. Мы видим, что и здесь заряд, служащий мерою емкости Q , получается; если положить $V_1 - V_2 = 1$ или $V_2 = 0$ (внешний цилиндр соединен с землею) и $V_1 = 1$. Не трудно сообразить, что подобное должно всегда получаться, когда одно из тел, составляющих конденсатор, вполне обхватывает другое, и когда потенциал V_2 первого тела исключительно зависит от заряда, находящегося на его внешней поверхности. Для емкости отрезка L цилиндрического конденсатора имеем:

$$Q = \frac{\eta_1}{V_1 - V_2} = \frac{KL}{2 \lg \frac{R_2}{R_1}} = \frac{0,2172 KL}{\lg \frac{R_2}{R_1}} \dots \dots \dots (60, c)$$

где \lg знак обыкновенных (Бригговых) логарифмов; в микрофарадах

$$Q = \frac{K L}{18 \cdot 10^5 \lg \frac{R_2}{R_1}} \dots \dots \dots (60, d)$$

Если $R_2 - R_1 = d$ мало сравнительно с R_1 , то можно положить

$$\lg \frac{R_2}{R_1} = \lg \left(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1} \right) = \lg \left(1 + \frac{d}{R_1} \right) = \frac{d}{R_1}$$

и, следовательно,

$$Q = \frac{K L R_1}{2d} = \frac{2\pi L R_1 K}{4\pi d} = \frac{K S}{4\pi d} \dots \dots \dots (60, e)$$

Это выражение одинаково с (56) и (58, c). Морские телеграфные кабели могут быть рассматриваемы, как цилиндрические конденсаторы, в которых металлическая жила играет роль внутреннего цилиндра, броня или просто морская вода — роль внешнего цилиндра, и, наконец, изоляция — роль промежуточного диэлектрика, к которому относится значение диэлектрической постоянной K .

Если оси обоих цилиндров не вполне совпадают, но находятся на малом расстоянии s друг от друга, то получается, как показал J. J. Thomson, вместо (60, c) более сложное выражение:

$$Q = \frac{K L}{2 \lg \frac{R_2}{R_1}} \left\{ 1 + \frac{c^2}{(R_2^2 - R_1^2) \lg \frac{R_2}{R_1}} \right\} \dots \dots \dots (60, f)$$

IV. Два одинаковых параллельных цилиндра. Пусть d — расстояние осей, R — радиус сечения цилиндров; L — длина рассматриваемой части обоих цилиндров; тогда емкость

$$Q = \frac{K L}{4 \lg \frac{R}{d}} \dots \dots \dots (60, g)$$

V. Конденсатор произвольной формы при условии малого d , где d — расстояние двух поверхностей конденсатора друг от друга; это расстояние может быть различное в различных местах конденсатора. Положим, что $V_1, V_2, k_1, k_2, \eta_1$, и η_2 имеют прежнее значение (см. рис. 55); S — поверхность конденсатора и при том, в виду малости d , безразлично которая. Приближенное значение емкости Q мы найдем, если в формулу для k_1 и k_2 , вместо $\frac{\partial V}{\partial n}$, подставим сперва $\Delta V : \Delta n$ и затем примем $\Delta n = d$, а следовательно, $\Delta V = V_1 - V_2$. Тогда получаем:

$$k_1 = \frac{K}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n_1} = \frac{K(V_1 - V_2)}{4\pi d};$$

$$k_2 = -\frac{K}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n_2} = -\frac{K(V_1 - V_2)}{4\pi d}.$$

Для зарядов находим:

$$\eta_1 = \int k_1 dS = \frac{K(V_1 - V_2)}{4\pi} \int \frac{dS}{d};$$

$$\eta_2 = \int k_2 dS = -\frac{K(V_1 - V_2)}{4\pi} \int \frac{dS}{d}$$

т. е. $\eta_2 = -\eta_1$, как и должно быть по теореме Фарадея. Для емкости получаем

$$Q = \frac{\eta_1}{V_1 - V_2} = \frac{K}{4\pi} \int \frac{dS}{d}.$$

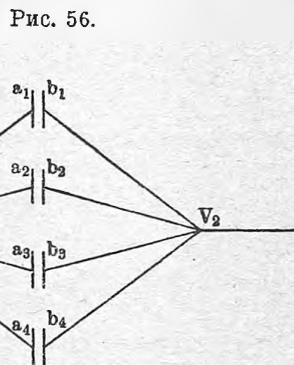
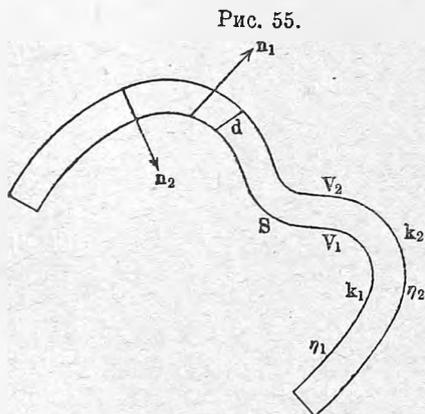
Если толщина d слоя диэлектрика везде одна и та же, то получается

$$Q = \frac{KS}{4\pi d} \dots \dots \dots (61)$$

Эта формула представляет обобщение формул (56), (58,с) и (60,е). Принимая эту приближенную формулу, мы видим, что емкость конденсатора вообще пропорциональна его поверхности и индуктивной способности промежуточного диэлектрика и обратно пропорциональна расстоянию между его поверхностями.

Обратимся к вопросу о соединении конденсаторов. Несколько конденсаторов можно соединить в одну так называемую батарею. Такое соединение может быть сделано различными способами, из которых рассмотрим два.

А. Соединение параллельное. Две поверхности конденсатора мы



на рисунках будем символически изображать двумя параллельными черточками. Соединение параллельное схематически показано на рис. 56. Соединены между собою, во-первых, все внешние поверхности $a_1, a_2, a_3 \dots$; во-вторых, все внутренние поверхности $b_1, b_2, b_3 \dots$. Пусть Q_1, Q_2, Q_3 , и т. д. — емкость конденсаторов, $\pm \eta_1, \pm \eta_2, \pm \eta_3$, и т. д. — их заряды. Все поверхности a_i находятся при одном потенциале V_1 , все поверхности b_i при другом потенциале V_2 . Мы имеем $\eta_i = Q_i(V_1 - V_2)$ и весь заряд $\eta = \sum \eta_i$. С другой стороны, $\eta = Q(V_1 - V_2)$, где Q емкость батареи. Подставляя, имеем:

$$\eta = Q(V_1 - V_2) = \sum \eta_i = \sum Q_i(V_1 - V_2) = (V_1 - V_2) \sum Q_i$$

отсюда

$$Q = \sum Q_i \dots \dots \dots (62)$$

При параллельном соединении емкость батареи равна сумме

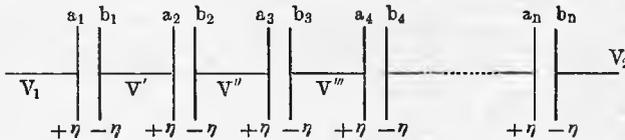
емкостей отдельных конденсаторов. Очевидно, что все конденсаторы составляют как бы один конденсатор, поверхность которого равна сумме поверхностей конденсаторов, соединенных между собою параллельно. Когда n одинаковых конденсаторов соединены параллельно, то

$$Q = nQ'$$

где Q' — емкость одного из них.

В. Соединение последовательное (каскадное) схематически изображено на рис. 57. Одна поверхность a_1 первого конденсатора соединена с источником электричества, и пусть ее потенциал равен V_1 ; другая поверхность b_1 соединена с одной поверхностью a_2 второго конденсатора, другая поверхность b_2 которого с своей стороны соединена с одной поверхностью a_3 третьего конденсатора и т. д. Пусть V' — потенциал поверхностей b_1 и a_2 , V'' — потенциал поверхностей b_2 и a_3 и т. д.; наконец, пусть V_2 — потенциал второй поверхности последнего конден-

Рис. 57.



сатора, которая обыкновенно соединяется с землей, причем $V_2 = 0$. Если a_1 получает заряд η , то на b_1 остается $(-\eta)$, а $(+\eta)$ переходит на a_2 ; вследствие этого на b_2 появляется $(-\eta)$, а $(+\eta)$ переходит на a_3 и т. д. Таким образом все конденсаторы приобретают одинаковые заряды. Мы имеем теперь:

$$V_1 - V' = \frac{\eta}{Q_1}$$

$$V' - V'' = \frac{\eta}{Q_2}$$

$$V'' - V''' = \frac{\eta}{Q_3}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$V^{(n-1)} - V_2 = \frac{\eta}{Q_n}$$

Сложив эти равенства, получаем:

$$V_1 - V_2 = \eta \sum \frac{1}{Q_i}$$

Но, с другой стороны, имеем для всей батареи

$$V_1 - V_2 = \frac{\eta}{Q}$$

Отсюда

$$\frac{1}{Q} = \sum \frac{1}{Q_i} \dots \dots \dots (63)$$

При последовательном соединении конденсаторов обратная величина емкости батарей равна сумме обратных величин емкостей отдельных конденсаторов. Если эти конденсаторы обладают одинаковой емкостью, число их равно n , и емкость каждого равна Q' , то (63) дает

$$Q = \frac{Q'}{n} \dots \dots \dots (63, a)$$

Одна из выгод последовательного соединения заключается в том, что большая разность потенциалов $V_1 - V_2$, которую не выдержал бы один конденсатор, здесь все-таки может быть приложена благодаря тому, что отдельные конденсаторы приобретают гораздо меньшие (при достаточно большом их числе) разности потенциалов.

Одну из форм конденсатора, наиболее употребительную на практике, представляет лейденская банка. Она состоит из стеклянного стакана (рис. 58) или банки, оклеенной снаружи и внутри до некоторой высоты

Рис. 58.

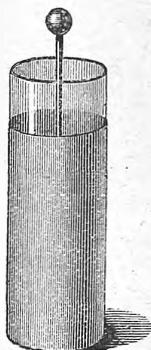
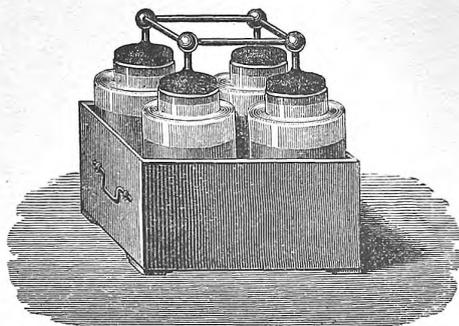


Рис. 59.



фольгой. Внутренний слой фольги находится в металлическом соединении с шариком, находящимся над банкою. Внутренняя и наружная фольга обыкновенно называются обкладками банки; они соответствуют тем двум телам, из комбинации которых, как мы видели, состоит всякий конденсатор. Две поверхности, о которых мы говорили, рассматривая конденсаторы, суть наружная поверхность внутренней и внутренняя поверхность наружной обкладки, т. е. поверхности, обращенные к стеклу, играющему здесь роль промежуточного диэлектрика. Шарик, а следовательно и внутреннюю обкладку, обыкновенно соединяют с источником электричества, внешнюю обкладку — с землею. Если желают соединить внешнюю обкладку с источником, то приходится изолировать банку.

Хотя внутренняя обкладка не вполне обхватывается внешней, мы все-таки можем для емкости банки принять формулу (61)

$$Q = \frac{KS}{4\pi d} \dots \dots \dots (64)$$

в которой d — средняя толщина стекла, K — его индуктивная способность

и S — поверхность одной стороны, оклеенной фольгой. На рис. 59 показан один из способов соединять банки параллельно; они вставлены в ящик, внутри оклеенный фольгой; шарики соединены металлическими стержнями. Если банки одинаковые, то емкость батареи равна $Q_n = nQ$. На рис. 60 изображено последовательное соединение банок, при чем емкость батареи равна $Q_n = Q : n$.

Если металлически соединить обкладки лейденской банки, то разноименные заряды взаимно уничтожаются, или, иначе выражаясь, существующие в стекле натяжения исчезают.

Такое явление называется разрядом лейденской банки или вообще конденсатора.

Для того, чтобы произвести такой разряд, служат разного рода приборы, называемые разрядниками. Простой разрядник, изображенный на рис. 61, состоит из стеклянной ручки m , прикрепленной к шарниру c , около

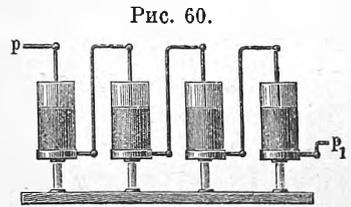


Рис. 60.

которого вращаются две слегка изогнутые металлические проволоки, снабженные шариками a и b . Приложив один из шариков к наружной обкладке банки, приближают другой к шару банки. Разряд есть явление динамическое, и его подробное рассмотрение должно быть отнесено к другой части этого курса.

Нам остается рассмотреть вопрос об энергии конденсатора, т. е. о величине потенциальной электрической (точнее — электростатической) энергии, запасенной в заряженном конденсаторе. Мы имели формулу (51, d) стр. 91 для энергии W системы наэлектризованных проводников:

$$W = \frac{1}{2} \sum V \eta \dots \dots \dots (65)$$

где V — потенциалы, η — заряды проводников. В конденсаторе мы имеем дело с двумя телами, так что

$$W = \frac{1}{2} V_1 \eta_1 + \frac{1}{2} V_2 \eta_2.$$

Во всех практически интересных случаях мы имеем $\eta_2 = -\eta_1$; по temu, отбросив значок у η , имеем:

$$W = \frac{1}{2} \eta (V_1 - V_2) \dots \dots \dots (65, a)$$

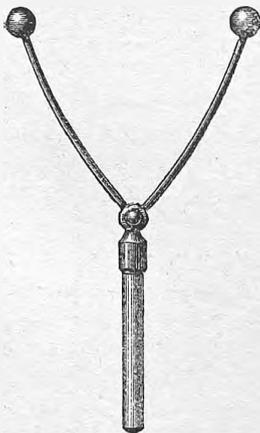
Для емкости Q мы во всех этих случаях могли принять выражение $Q = \eta : (V_1 - V_2)$, а потому получаем:

$$W = \frac{1}{2} \eta (V_1 - V_2) = \frac{\eta^2}{2Q} = \frac{1}{2} Q (V_1 - V_2)^2 \dots \dots (65, b)$$

Далее мы будем предполагать, что конденсатор соединен с землей. Положив $V_2 = 0$ и $V_1 = V$, имеем:

$$W = \frac{1}{2} \eta V = \frac{\eta^2}{2Q} = \frac{1}{2} Q V^2 \dots \dots \dots (65, c)$$

Рис. 61.



Эти выражения тождественны с (51,а). Принимая формулу (61)

$$Q = \frac{SK}{4\pi d} \dots \dots \dots (65, d)$$

получаем:

$$W = \frac{1}{2} \eta V = \frac{2\pi\eta^2 d}{KS} = \frac{KS V^2}{8\pi d} = \frac{2\pi d \eta k}{K} \dots \dots \dots (65, e)$$

где $k = \eta : S$ — плотность заряда. Эти формулы показывают, что энергия данного конденсатора пропорциональна произведению заряда на плотность заряда или пропорциональна квадрату заряда, или квадрату потенциала; при данном заряде энергия обратно пропорциональна поверхности конденсатора. Чтобы вникнуть в смысл последнего закона, необходимо принять во внимание, что увеличение поверхности, по которой распространен заряд, соответствует как бы расхождению заряда, при чем отталкивательные силы производят работу, соответственно которой уменьшается запас энергии. Выражение (65,е) показывает далее, что при данных η , S и d энергия обратно пропорциональна диэлектрической постоянной промежуточной среды.

Рассмотрим, чему равняется энергия батареи одинаковых конденсаторов; пусть Q_1 — емкость одного конденсатора, n — число конденсаторов.

Положим сперва, что n конденсаторов соединены параллельно, т. е. составляют один конденсатор, емкость которого $Q_n = nQ_1$; пусть V — потенциал, W_n — энергия, η_n — заряд батареи. Формула (65,е) дает

$$W_n = \frac{1}{2} \eta_n V = \frac{\eta_n^2}{2Q_n} = \frac{1}{2} Q_n V^2 \dots \dots \dots (66)$$

Зарядим один конденсатор до потенциала V , и пусть W_1 — его энергия, η_1 — его заряд. Мы имеем

$$W_1 = \frac{1}{2} \eta_1 V \dots \dots \dots (66, a)$$

Но при параллельном соединении $\eta_n = n\eta_1$ и $Q_n = nQ_1$, след. (66) дает

$$W_n = \frac{1}{2} n \eta_1 V = \frac{\eta_n^2}{2nQ_1} = \frac{1}{2} n Q_1 V^2 \dots \dots \dots (66, b)$$

Из (66,а) и (66,б) получается

$$W_n = n W_1 \dots \dots \dots (66, c)$$

Энергия батареи, состоящей из n конденсаторов (напр. лейденских банок), соединенных параллельно, в n раз больше энергии каждого из конденсаторов; при данном заряде она обратно пропорциональна числу n ; при данном потенциале она прямо пропорциональна числу n .

Положим теперь, что n конденсаторов соединены последовательно. Обратимся к рис. 57, полагая, что последний конденсатор соединен с

землю, т. е. что $V_2 = 0$; кроме того, полагаем, что $V_1 = V$. Наша система состоит из следующих отдельных тел (проводников): $a_1, b_1 a_2, b_2 a_3, \dots, b_n$; последнее соединено с землею. Тела $b_1 a_2, b_2 a_3$ и т. д. изолированы, а по тому соответствующие им члены в сумме (65) равны нулю. Так, напр., b_1 дает член $\frac{1}{2} (-\eta) V'$, а a_2 член $\frac{1}{2} (+\eta) V'$, что вместе и составляет нуль; тело b_n находится при потенциале нуль. Ясно, что остается один член, относящийся к первому телу A_1 , так что, если вместо η написать η_n вся энергия равна

$$W_n = \frac{1}{2} \eta_n V = \frac{\eta_n^2}{2Q_n} = \frac{1}{2} Q_n V^2 \quad \dots \dots \dots (67)$$

Для одного конденсатора, доведенного до потенциала V , при чем другая его поверхность b_1 находилась бы при потенциале нуль, а не V' , мы имели бы

$$W_1 = \frac{1}{2} \eta_1 V = \frac{1}{2} Q_1 V^2 \quad \dots \dots \dots (67, a)$$

При последовательном соединении $Q_n = Q_1 : n$, а след., $\eta_n = \eta_1 : n$. Поэтому (67) дает

$$W_n = \frac{n \eta_n^2}{2 Q_1} = \frac{Q_1 V^2}{2 n} = \frac{W_1}{n} \quad \dots \dots \dots (67, b)$$

Энергия батареи, состоящей из n конденсаторов (напр. лейденских банок), соединенных последовательно, в n раз меньше энергии одного конденсатора, заряженного до того же потенциала; при данном заряде энергия пропорциональна числу n ; при данном потенциале она обратно пропорциональна числу n .

Не трудно решить вопрос об энергии батареи из последовательно соединенных групп конденсаторов, которые между собою соединены параллельно.

Не разбирая здесь сложного явления разряда, мы, однако, можем указать на его окончательный результат, основываясь на принципе сохранения энергии.

Электрическая энергия W конденсатора исчезает при разряде, и вместо нее появляется эквивалентное ей количество энергии других видов. Обыкновенно почти вся энергия W переходит в энергию тепловую, количество которой, выраженное в джоулях или малых калориях, легко вычислить. Если в (65, c) и (65, e) величины η, V, Q, S и d выражать в *C. G. S.* единицах, то W выразится в эргах; если η, V и Q выразить в кулонах, вольтах и фарадах, то W получится в джоулях (1 джоуль = 10^7 эргов = 0,102 килогр. — метр. = 0,24 мал. калории). Отсюда получаются такие равенства:

1) η, V, Q, S и d в *C. G. S.* единицах:

$$W = \frac{1}{2} \eta V = \frac{\eta^2}{2Q} = \frac{1}{2} Q V^2 = \frac{2 \eta^2 \pi d}{KS} = \frac{KS V^2}{8 \pi d} \text{ эргов} \quad \dots \dots \dots (68)$$

$$W = 0,12 \cdot 10^{-7} \eta V = \frac{0,12 \cdot \eta^2}{10^7 Q} = 0,12 \cdot 10^{-7} Q V^2 = \\ = \frac{0,48 \eta^2 \pi d}{10^7 K S} = \frac{0,03 K S V^2}{10^7 \pi d} \text{ мал. калорий} . \quad (68, a)$$

2) V в вольтах, Q в микрофарадах, η в микрокулонах:

$$W = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \eta V = \frac{1}{2} \cdot \frac{\eta^2}{10^6 Q} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} Q V^2 \text{ джулей} (68, b)$$

$$W = 0,12 \cdot 10^{-6} \eta V = \frac{0,12 \eta^2}{10^6 Q} = 0,12 \cdot 10^{-6} Q V^2 \text{ мал. калорий} . \quad (68, c)$$

При разряде конденсатора, напр., батареи лейденских банок, можно поместить между разрядником и батареей ряд соединенных между собою тел, например, проволок. Совокупность этих тел составляет разрядную цепь, через которую, как принято говорить, проходит разряд. По этим телам и распределяется теплота W , при чем полное количество W выделяющейся теплоты не зависит от состава цепи, если только при разряде не происходит перехода электрической энергии в иные, чем теплота, формы энергии. Каждый проводник обладает определенным сопротивлением r ; эта величина, обратная от электропроводности, известна из элементарного курса физики, и мы вновь с ней встретимся в учении об электрическом токе, каковым по существу и представляется разряд конденсатора. Напомним, что сопротивление проволоки пропорционально ее длине, обратно пропорционально ее площади поперечного сечения и пропорционально удельному сопротивлению материала проволоки, зависящему от химического состава и физического состояния этого материала.

Теория, которая будет развита ниже, показывает — и опыты подтверждают, — что теплота W распределяется по различным частям разрядной цепи пропорционально их сопротивлению, так что теплота W_i , выделяющаяся в i -той части цепи, равна

$$W_i = \frac{r_i}{\sum r} W (69)$$

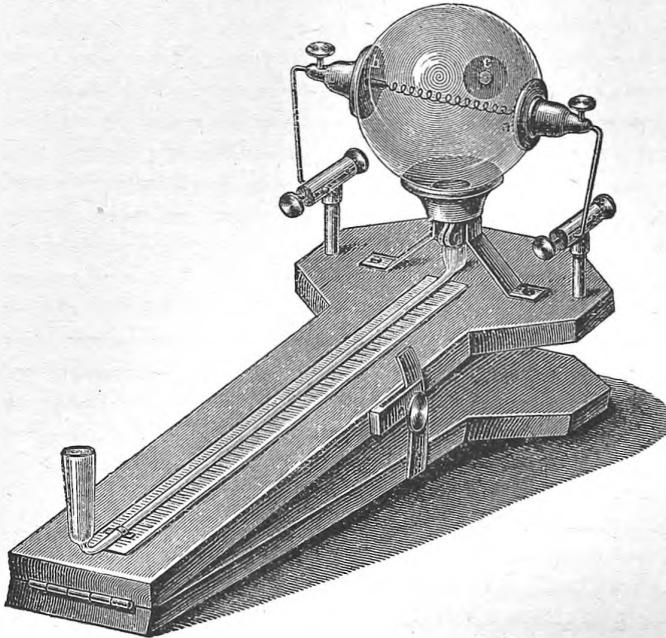
Зависимость теплоты W_i от различных обстоятельств была особенно тщательно исследована Riess'ом, который пользовался прибором, названным электрическим термометром, изображенным на рис. 62. Он состоит из стеклянного шара, снабженного четырьмя отверстиями, из которых три, A , B и C , обделаны оправами. Между A и B помещается платиновая проволока S ; в C находится отверстие, которое открывают до опыта на короткое время, чтобы сравнить давление воздуха в шаре с атмосферным. К четвертому отверстию припаяна стеклянная трубка, оканчивающаяся открытой воронкой E и снабженная шкалою делений. Эта трубка и часть воронки содержат окрашенную жидкость, которая до начала опыта должна доходить почти до верхнего конца шкалы. Весь прибор устанавливается таким образом, чтобы трубка была наклонена к горизонту; для этого служит приспособление, понятное из рисунка.

Опыт производится таким образом, что пропускают разряд через проволоку S . В ней выделяется некоторое количество теплоты w , которая передается воздуху; воздух расширяется, вследствие чего уровень жидкости в трубке понижается. Пользуясь законами Мариотта и Гей-Люссака, не трудно вывести формулу, по которой вычисляется w ; эта формула имеет следующий вид

$$w = Gs \frac{n}{\alpha} \left(\frac{v}{V} + \frac{\delta}{p_0} \cos \varphi \right) \left\{ 1 + \frac{V}{v(1 + \alpha t_0)} \frac{p_0 \gamma \sigma}{760 Gs} \right\} \dots \dots (69, a)$$

Здесь G — вес проволоки, s — ее теплоемкость, n — число делений шкалы, на которое понизился уровень жидкости после разряда, α — коэффициент расширения воздуха, V — объем воздуха в шаре, v — объем одного деления трубки, p_0 — давление в мм. ртутного столба, t_0 — темпе-

Рис. 62.



ратура воздуха в шаре до пропускания разряда, δ — отношение плотности жидкости в трубке к плотности ртути, φ — угол наклона трубки к горизонту, γ — вес воздуха в объеме v при 0° и 760 мм. давления, σ — теплоемкость воздуха. Riess вывел из своих опытов, во-первых, зависимость количества теплоты w от разряжаемой батареи, а именно, что w пропорционально квадрату заряда и обратно пропорционально величине поверхности, по которой этот заряд был распространен, что вполне согласно с формулою (65, e). Далее Riess исследовал зависимость количества теплоты w , выделяющегося при разряде в одной определенной проволоке, от других частей (проволок) разрядной цепи, находящихся

вне термометра; оказалось, что эта зависимость выражается формулой (69). Великая заслуга Riess'a заключается в том, что он нашел законы, коими управляется выделение тепла при разряде конденсатора, в 1837—38 годах, т. е. до возникновения учения об энергии, когда еще не могло быть речи о теоретическом выводе законов, приведенном выше. После Riess'a вопросом о тепловых действиях разряда занимались Knochenhauer, Villari, Dove, Blavier, Ф. Н. Шведов и др. Шведов показал, что при данных η , S и K нагревание при разряде пропорционально толщине d промежуточного слоя, и что при данных η , S и d это нагревание обратно пропорционально индуктивной способности K . Первое было обнаружено применением различной толщины пластинок из стекла или эбонита в плоских конденсаторах, а второе путем сравнения конденсаторов со стеклом и с эбонитом.

Само собою разумеется, что все выведенные законы, относящиеся к запасу энергии конденсаторов, тогда только относятся и к количеству теплоты, выделяющейся при разряде в различных частях цепи, когда действительно вся электрическая энергия переходит в тепловую, а не в какие-либо другие формы энергии. Положим, что при разряде совершается механическая работа, напр., происходит пробивание искрой непроводников или другое из относящихся сюда явлений, которые будут рассмотрены в статье о разряде. В этом случае уменьшается количество теплоты, выделяющейся в различных частях разрядной цепи. Ограничиваемся здесь указанием на это очевидное следствие, вытекающее из принципа сохранения энергии. Leduc (1912) развил термодинамическую теорию конденсаторов и их разрядов.

§ 10. Распределение электричества. Электростатика. Самый вопрос о „распределении электричества“ вытекает из представлений об электричестве, соответствующих картине А. Мы уже знаем, что результат решения задач, основанного на этой картине, несомненно строго соответствует действительности, каково бы ни было реальное значение тех величин, которые мы вводим в наши рассуждения и над которыми мы оперируем при наших вычислениях. Смысл нашей задачи не требует раз'яснений, если держаться картины А; но не трудно ее перевести и на язык картины В: требуется найти распределение концов трубок натяжения эфира при заданных условиях. Само собою разумеется, что мы будем держаться исключительно картины А.

Отдел учения о электрических явлениях, занимающийся вопросом о распределении электричества или, как иногда говорят, вопросом об условиях равновесия электричества, называется электростатикой. Сюда относятся следующие задачи:

1. Найти распределение данного количества электричества на изолированном проводнике, который может состоять и из нескольких соприкасающихся проводников.

2. Найти распределение электричества на проводнике, помещенном в электрическое поле, свойства которого даны. Этот проводник может быть изолирован или неизолирован. Электрическое поле может быть

задано без всякого указания на его возникновение (напр.: проводник помещен в равномерное поле), или даны определенные по величине и по расположению неподвижные заряды, вызывающие электрическое поле. Это не что иное, как задача об индукции электричества на проводниках, когда даны индуцирующие неподвижные массы электричества.

3. Найти распределение электричества на нескольких проводниках, из которых некоторые могут быть изолированы, другие соединены с землею; из первых по крайней мере один должен иметь свой заряд, величина которого дана; но могут быть и несколько проводников, имеющих свои заряды.

4. Найти электрическое состояние диэлектриков при различных заданных условиях.

5. К электростатике относятся также и задачи об определении тех механических условий, при которых находятся наэлектризованные тела в различных случаях, встречающихся в только что указанных четырех родах задач. Здесь идет речь о тех силах и парах сил, которые действуют на рассматриваемые тела, и о движениях, которые эти тела производят или стремятся произвести. Силы, возникающие на почве явлений магнитных или электрических, но действующие на материю и вообще стремящиеся вызвать те или другие движения тел твердых, жидких или газообразных, называются силами пондеромоторными. Поэтому можно формулировать пятый род задач следующим образом: найти пондеромоторные силы, действующие при различных заданных условиях в электрическом поле.

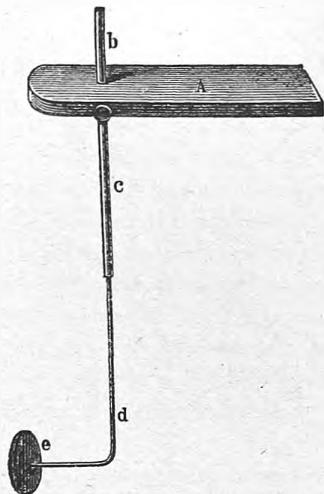
Характерная особенность электростатики заключается, во-первых, в том, что методы решения ее задач в самых общих чертах вполне установлены, но лишь в весьма немногих простейших случаях эти решения могут быть действительно доведены до конца, вследствие трудностей чисто математического характера. Вторая особенность электростатических задач заключается в том, что найденные решения вовсе не зависят от взглядов на сущность тех явлений, к области которых эти задачи относятся. В этом отношении электростатика по характеру сходна, например, с математической частью учения о теплопроводности (т. III); выражаясь точнее, мы скажем, что она составляет часть той математической физики, которая была характеризована в т. I.

Кроме теоретического способа решения задач, который, как было сказано, лишь в немногих случаях приводит к цели, существует также и экспериментальный способ исследования распределения электричества в различных случаях. Этот способ заключается в следующем. Приготавливают прежде всего пробную пластинку или пробный шарик, т. е. маленькую круглую пластинку e (рис. 63), металлическую или не металлическую позолоченную, прикрепленную к изогнутому изолирующему стержню $edcb$; пробный шарик прикрепляется к прямому изолирующему, обыкновенно, стеклянному, стержню. Пластинкой или шариком касаются поверхности наэлектризованного проводника и затем измеряют в каких-либо единицах то количество электричества η , которое при

этом на них переходит. При этом полагают, что прикосновение пластинки или шарика к поверхности испытуемого проводника не произвело заметного изменения в распределении электричества, и что количество электричества η может служить мерою плотности k электричества в том месте, которого мы коснулись. Методы, которыми пользуются для получения меры величины η , будут рассмотрены в главе четвертой.

Распределение электричества по поверхности проводников различной формы исследовали указанным здесь способом Coulomb (1787) и Riess.

Рис. 63.



Последний иногда пользовался двумя пробными шариками, которыми он одновременно касался двух точек поверхности проводника, после чего он определял отношение количеств электричества на этих шариках. Способ пробной пластинки или пробного шарика точных результатов дать не может, особенно если им пользоваться для исследования точек, лежащих на ребрах, углах, выступах и остриях, в которых прикладывание пластинки или шарика неминуемо должно вызвать значительное изменение плотности k электричества. Coulomb исследовал между прочим распределение электричества на цилиндре, снабженном наконечниками в виде полушарий, на круглой пластинке, на прямоугольной пластинке и на ряде соприкасающихся различных или одинаковых шаров.

При трех одинаковых соприкасающихся шарах оказалось, что заряд η_2 среднего из них равнялся 0,75 зарядов $\eta_1 = \eta_3$ двух крайних. При 24 одинаковых шарах, заряды которых $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{24}$, при чем $\eta_1 = \eta_{24}, \eta_2 = \eta_{23}$ и т. д., оказалось $\eta_2 = 0,61 \eta_1$ и $\eta_{12} = \eta_{13} = 0,57 \eta_1$. Riess исследовал между прочим распределение электричества на кубе, а также на различных комбинациях соприкасающихся тел. По указанным причинам полученные им результаты не могут обладать большою точностью, а потому мы на них не останавливаемся.

Переходим к теоретической электростатике, стремящейся решить путем вычисления те задачи, которые были перечислены на стр. 110. К этим задачам мы теперь и обратимся.

I. Распределение данного заряда η по поверхности изолированного проводника, величина и форма которого даны. Мы уже видели, что условие электрического равновесия на проводниках заключается в том, что внутри проводника электрическая сила должна равняться нулю, а на поверхности она должна быть везде нормальна к этой поверхности. Мы убедились, что оба условия могут быть заменены одним:

$$V = \text{Const.} \quad \dots \quad (70)$$

Потенциал должен иметь одно и то же значение во всех точ-

ках проводника, поверхность которого при этом оказывается поверхностью уровня потенциала. Итак первая задача электростатики сводится к отысканию такого распределения плотностей k на элементах ds поверхности тела, чтобы во всех внутренних точках M проводника величина

$$V = \int \int \frac{k ds}{r} \dots \dots \dots (70, a)$$

имела одно и то же значение; здесь r — расстояние точки M от элемента ds поверхности. Число геометрических тел, для которых найдено распределение плотностей k , удовлетворяющее условию (70), весьма невелико. Рассмотрим некоторые случаи, ограничиваясь почти исключительно указанием результатов вычислений, которые вообще отличаются большою сложностью.

1. Шар. По причинам симметрии мы должны ожидать, что заряд η распространяется равномерно, т. е. $k = \text{Const}$. И, действительно, мы видели (т. I), что однородный шаровой слой дает во всех точках шара одно и то же значение потенциала V , численно равное всей массе слоя, деленной на радиус шара. Таким образом мы имеем равенство

$$\eta = 4\pi R^2 k.$$

Далее, в воздухе $V = \eta : R$, а если шар находится в диэлектрике, то

$$V = \frac{\eta}{KR} = \frac{4\pi Rk}{K}.$$

При рассмотрении дальнейших случаев мы будем предполагать, что проводник находится в воздухе, т. е. что $K = 1$.

2. Неограниченно длинный круговой цилиндр. Пусть R — радиус поперечного сечения цилиндра; L — длина рассматриваемой части цилиндра, весьма далекой от его концов, и η — заряд на этой части. По причинам симметрии мы должны ожидать, что и здесь $k = \text{Const}$. Легко доказать, что в этом случае сила F внутри цилиндра равна нулю. Вообразим для этого внутри данного цилиндра поверхность другого кругового цилиндра длиной l с радиусом основания $r < R$ и с осью, совпадающей с осью цилиндра. Если сила F существует, то она должна быть нормальна к боковой поверхности этого цилиндра и иметь во всех точках этой поверхности одно и то же значение. Отсюда следует, что поток сил, проходящий через построенную нами поверхность, равен $2\pi r l F$. Но этот поток должен равняться $4\pi \eta_i$, где η_i количество электричества, находящееся внутри этой поверхности. А так как $\eta_i = 0$, то и получается $F = 0$. Заряд η и плотность k связаны в нашем случае равенством $\eta = 2\pi R L k$.

3. Эллипсоид. Мы видели (т. I), что эллипсоидальный однородный слой, ограниченный поверхностями двух подобных эллипсоидов, оси которых совпадают, не производит никакого действия на внутреннюю точку. Пусть a, b, c — оси одной, a_1, b_1, c_1 — оси другой поверхности, и пусть

$$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c} = 1 + \alpha.$$

Допустим, что α весьма малая величина, и пусть δ объемная плотность вещества. Мы заменим наш слой поверхностным слоем, обладающим поверхностною плотностью k . Возьмем в точке A (рис. 64) элемент ds поверхности, проведем прямую OAB и опустим перпендикуляр OCD на плоскости CA и DB , касательные в A и B к двум поверхностям. Толщину $AE = CD$ слоя в A обозначим через α , длину OC — через r . Известно, что $OB : OA = 1 + \alpha$; следовательно, $h = OD - OC = r(1 + \alpha) - r = \alpha r$. Приравнявая друг другу количества вещества в пространстве и на поверхности, имеем $h\delta ds = kds$, т. е. $k = h\delta = \alpha\delta r$. Но полное количество вещества равно $\frac{4}{3}\pi a_1 b_1 c_1 \delta - \frac{4}{3}\pi abc\delta = \frac{4}{3}\pi abc\delta \left\{ (1 + \alpha)^3 - 1 \right\} = 4\pi abc\alpha\delta$; оно должно равняться всему заряду η . Из равенства $\eta = 4\pi abc\alpha\delta$ берем $\alpha\delta$ и подставляем в выражение $k = \alpha\delta r$. Тогда получается

$$k = \frac{\eta}{4\pi abc} r \dots \dots \dots (71)$$

Плотности в различных точках прямо пропорциональны перпендикуля-

Рис. 64.

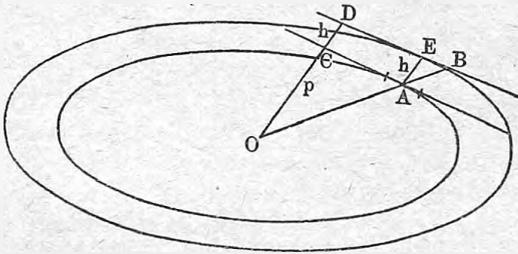
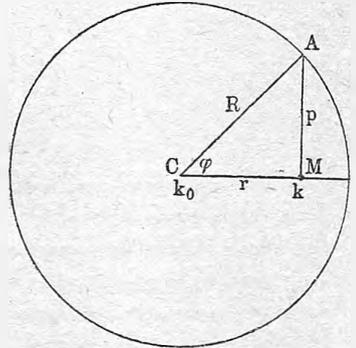


Рис. 65.



рам, опущенным из центра эллипсоида на плоскости, касательные в этих точках. Выразив r через координаты x, y, z точки, получаем:

$$k = \frac{\eta}{4\pi abc} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \dots \dots \dots (71, a)$$

Плотности в трех вершинах эллипсоида, т. е. на концах осей, пропорциональны осям. Можно вывести еще следующие выражения:

$$k = \frac{\eta}{2\pi \sqrt{abc} \sqrt[4]{e_1 e_2}},$$

$$k = \frac{\eta}{4\sigma},$$

где e_1 и e_2 — главные радиусы кривизны поверхности; σ — площадь сечения эллипсоида плоскостью, проходящей через его центр и параллельной плоскости, касательной к нему в точке, к которой относится k .

4. Эллиптическая (и круглая) бесконечно тонкая пластинка. Вставляя в (71,а) очевидное равенство

$$\frac{z^2}{c^4} = \frac{1}{c^2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)$$

и полагая затем $c = 0$, мы легко получаем плотность k в различных точках эллиптической пластинки

$$k = \frac{\eta}{4\pi ab} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}} \dots \dots \dots (71, b)$$

На краю получается $k = \infty$, но это значение относится только к математической краевой линии (эллипсу). Полагая $a = b = R$, получаем распределение электричества на круглой пластинке, а именно — плотность k в точке M (рис. 65) равна

$$k = \frac{\eta}{4\pi R} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2}} = \frac{\eta}{4\pi R} \cdot \frac{1}{p} = \frac{k_0}{\sin \varphi} \dots \dots \dots (71, c)$$

где r — расстояние точки M от центра пластинки, $p = MA$, $\angle \varphi = \angle ACM$, k_0 — плотность в центре, равная половине средней плотности ($K_0 = \eta : 2\pi R_2$). В центральной части плотность медленно возрастает при удалении от центра. Центральный круг с радиусом r содержит на обеих сторонах, вместе взятых, заряд

$$\eta_r = \eta \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right\} \dots \dots \dots (71, d)$$

Простой вывод формул, относящихся к эллипсоиду, дал Шведов (1895).

5. Два соприкасающихся шара представляют, очевидно, как бы один проводник, все части которого находятся при одном общем потенциале. Рассматриваемая задача находится в связи с задачей о распределении электричества на двух не соприкасающихся шарах, которую впервые решил Poisson; о ней будет сказано ниже. Существует, однако, же возможность решить и непосредственно задачу о соприкасающихся шарах. Ограничиваемся указанием на результаты теоретических исследований. Положим, что радиусы шаров R_1 и R_2 , общий их потенциал V . В таком случае заряд η_1 первого шара определяется формулой

$$\eta_1 = \frac{V R_1^2 R_2}{R_1 + R_2} \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{1}{(n+1) \{ R_2 + n(R_1 + R_2) \}}$$

Подставляя R_2 вместо R_1 и наоборот, получаем заряд η_2 второго шара. Для плотностей k_1 и k_2 в различных точках получаются сложные формулы, которые мы не приводим. Плана, исходя из общих формул Poisson'a, дал табличку различных величин, полагая, что дано отношение $R_2 : R_1 = b$. Выписываем некоторые числа из этой таблички

$b = \frac{R_2}{R_1}$	$q_1 : R_1$	$q_2 : R_1$	$(q_1 + q_2) : R_1$	$\beta = k_2 : k_1$
1	0,69315	0,69315	1,38629	1
0,8	0,75116	0,50496	1,25612	1,05037
0,6	0,81629	0,32831	1,14460	1,11721
0,4	0,88809	0,17228	1,06037	1,21241
0,2	0,95903	0,05214	1,01117	1,35906
0,05	0,99640	0,00387	1,00027	1,55038
0	1	0	1	1,64494

Здесь q_1 и q_2 — емкости отдельных шаров, $q_1 + q_2$ — емкость обоих шаров, как одного тела; β — отношение средних плотностей k_2 и k_1 на двух шарах. Когда R_2 стремится к нулю, β стремится к пределу $\pi_2 : 6 = 1,644936$. Когда $R_1 = R_2$, т. е. $b = 1$, имеем $q_1 : R_1 = q_2 : R_2 = \lg 2 = 0,69315$. Отношение емкостей q_1 и q_2 есть в то же время отношение зарядов η_1 и η_2 , так что числа второго, третьего и четвертого столбцов дают относительные величины зарядов η_1 , η_2 и $\eta_1 + \eta_2$.

6. Острие. Теория и опыт показывают, что на продолговатых телах наибольшая плотность встречается на концах. Оказывается, что на остриях, так сказать математических, т. е. совершенных, не притупленных, плотность электричества, быстро возрастающая по мере приближения к острию, делается на самом конце острия бесконечно большою. Этот теоретический результат имеет весьма важное практическое значение; он показывает, что и на физических остриях, хотя они в действительности всегда более или менее притуплены, плотность электричества должна достигать весьма больших размеров, и что поэтому в проводнике, снабженном острием, заряд большею частью устремляется в это острие.

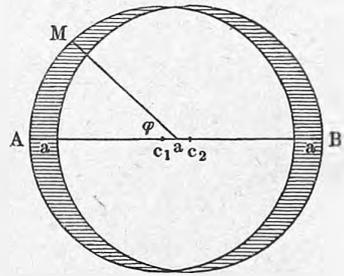
II. Индукция на проводнике, находящемся в данном электрическом поле. Это поле может быть дано непосредственно или могут быть даны неподвижные электрические массы η_0 , вызывающие поле. Пусть F_0 — сила, V_0 — потенциал в различных точках этого поля. Если даны массы η_0 , то F_0 и V_0 известны; если же непосредственно дана сила F_0 , то в выражение потенциала V_0 войдет неопределенная постоянная.

Следует отличать два случая: проводник может быть соединен с землею или он изолирован. Пусть в первом случае его заряд η , его потенциал $V = 0$; во втором случае его заряд $\eta = 0$ и его потенциал V . Емкость проводника обозначим через q . Покажем связь между двумя задачами, соответствующими этим двум случаям, для которых мы плотности электричества в различных точках обозначим через k_1 и k_2 . Положим, что первая задача решена, т. е. η и k_1 найдены, при чем потенциал V равен нулю. Мы будем иметь решение второй задачи, если мы прибавим к заряду η , расположенному соответственно условию $V = 0$, еще заряд $(-\eta)$, распределив его так, как он расположился бы на этом проводнике, изолированном и не подверженном действию внешнего поля, т. е. соответственно задаче I. Пусть плотность в различных точках при этом равна k . В таком случае искомое $k_2 = k_1 + k$; весь заряд, очевидно, равен нулю,

а потенциал $V = (-\eta) : q$. Если, наоборот, вторая задача решена, т. е. k_2 и V известны, при чем $\iint K_2 ds = 0$, то мы определим величину $\eta = V : q$ и распределим по поверхности заряд $(-\eta)$, предоставленный самому себе; пусть плотность при этом равна $-k$; в таком случае $k_1 = k_2 - k$, а потенциал, очевидно, равен нулю. Ограничиваемся простейшими задачами.

1. Изолированный проводящий шар в однородном поле, напряжение которого F . В т. I было указано на следующий случай почти шаровидного равномерного динамического поля. Представим себе два шара одинакового радиуса R , центры (рис. 66) которых c_1 и c_2 находятся на весьма близком расстоянии a друг от друга. Один из шаров представляем себе наполненным материей с плотностью $+\delta$, другой — материей, плотность которой $-\delta$. Совокупность этих шаров представляет почти шаровидное пустое пространство, ограниченное двумя слоями материи, плотности которых $+\delta$ и $-\delta$. Прямая AB , проходящая через центры c_1 и c_2 , пересекает эти слои в местах, где их толщина наибольшая и равная a . Толщину s слоя в какой-либо точке M можно при малом a принять равную $s = a \cos \varphi$, где φ — угол между прямою AB и радиусом, проведенным из M к произвольной точке между c_1 и c_2 . Чем меньше a , тем точнее равенство $s = a \cos \varphi$. Мы видели, что пространство внутри этих слоев есть равномерное поле, напряжение φ которого параллельно AB и по величине равно

Рис. 66.



$$\varphi = \frac{4}{3} \pi \delta a \dots \dots \dots (72)$$

Воспользуемся этим для решения нашей задачи. Прежде всего заменим вышеупомянутые слои, обладающие об'емною плотностью δ , слоями, имеющими поверхностную плотность k . Для этого мы должны положить $s \delta ds = k ds$, т. е. $k = s \delta$ или, так как в пределе при бесконечно убывающем a равенство $s = a \cos \varphi$ делается вполне точным,

$$k = a \delta \cos \varphi \dots \dots \dots (72, a)$$

Напряжение поля внутри шара определяется формулою (72). Для решения нашей задачи мы должны покрыть поверхность шара электричеством таким образом, чтобы напряжение поля внутри шара равнялось нулю, т. е. чтобы мы имели $F + \psi = 0$; это дает $\psi = -F$, т. е.

$$\frac{4}{3} \pi \delta a = -F.$$

Отсюда $a \delta = -\frac{3}{4\pi} F$, а след., окончательно имеем в воздухе :

$$k = -\frac{3}{4\pi} F \cos \varphi \dots \dots \dots (72, b)$$

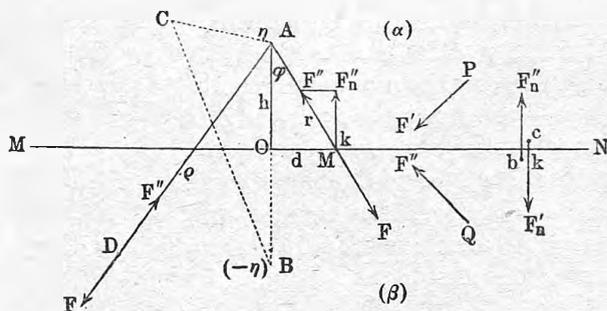
В диэлектрике имеем

$$k = -\frac{3}{4\pi} K F \cos \varphi \dots \dots \dots (72, c)$$

Весьма легко сообразить, что угол φ следует считать от радиуса, проходящего через точку A , если сила F имеет направление AB . Формула (72, *b*) вполне решает нашу задачу; наибольшие плотности в точках A и B численно равны $\pm (3F : 4\pi)$.

2. Индукция на бесконечной проводящей плоской пластинке. Положим, что MN (рис. 67) — поверхность плоской пластинки, и что в A находится неподвижный заряд η положительного электричества; пусть AO — нормаль к MN . Требуется определить плотность k электричества, индуктированного на плоскости MN . Ясно, что k должно быть одинаковое во всех точках этой плоскости, лежащих на равном расстоянии $MO = d$ от точки O . Плоскость MN делит пространство на

Рис. 67.



две половины (α) и (β). По причинам симметрии ясно, что заряд MN вызывает одинаковые силы в (α) и (β), т. е. что силы F' и F'' , действующие в двух симметрично расположенных точках P и Q , равны по величине и имеют симметричные относительно MN направления. Возьмем две точки b и c , расположенные с двух сторон от плоскости MN , бесконечно к ней близко и на одной к Mk нормали (на рисунке для ясности точки немного раздвинуты). Если F_n' и F_n'' нормальные слагаемые сил, вызванных в b и c только зарядом на MN , то ясно, что $F_n' = -F_n''$. Для равновесия необходимо, чтобы во всех точках пространства (β) напряжение поля равнялось нулю, т. е. чтобы мы во всякой точке D имели равенство $F'' = F$; здесь F сила, с которою заряд η действует в точке D , т. е. $F = \eta : \varrho^2$, где $\varrho = AD$. Формула (22, *a*), приложенная к данному случаю, дает $4\pi k = F_n'' - F_n' = 2F_n''$. Отсюда

$$k = \frac{1}{2\pi} F_n'' \dots \dots \dots (73)$$

Пусть M — точка, бесконечно близкая к MN , но лежащая в β ; положим $OA = h$, $MA = r$, $MO = d$, $\angle OAM = \varphi$. Тогда

$$F_n'' = F'' \cos \varphi = -F \cos \varphi = -\frac{\eta}{r^2} \cos \varphi;$$

следовательно,

$$k = \frac{1}{2\pi} F_n'' = -\frac{\eta}{2\pi r^2} \cos \varphi = -\frac{\eta}{2\pi h^2} \cos^3 \varphi = -\frac{\eta k}{2\pi} \cdot \frac{1}{r^3} \quad (73, a)$$

Искомая плотность k обратно пропорциональна кубу расстояния точки от A . Весьма легко убедиться (вводя независимую переменную φ), что весь заряд на MN равен $-\eta$. Он действует в (β) так, как заряд $(-\eta)$, который находился бы в A . Отсюда следует, что он в (α) действует, как заряд $(-\eta)$, помещенный в B . Поле в C такое, как если бы вовсе не было пластинки MN , но в B находился бы заряд $(-\eta)$, а в A заряд $+\eta$. Понятно, почему точка B называется электрическим изображением точки A ; она здесь совпадает с оптическим изображением.

3. Индукция на проводящем шаре. Положим, что шар соединен с землею. Пусть R (рис. 68) — радиус шара, η — неподвижный заряд в точке A , $AO = a$. По трем данным величинам R , a и η требуется найти плотность k индуцированного электричества в произвольной точке M шаровой поверхности. Для потенциала V шара мы должны иметь равенство $V=0$. Определим на OA такую точку B , чтобы $OB = b$ удовлетворяло условию $ab = R^2$, т. е. $b : R = R : a$; соединим M с A , B с O , и пусть $MA = r_1$, $MB = r_2$. Из подобия треугольников OMB и OMA получается

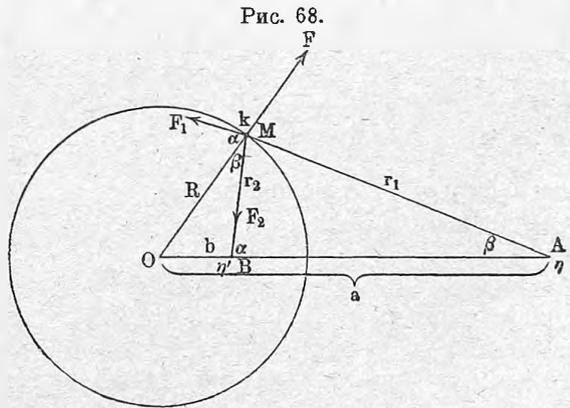


Рис. 68.

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{b}{R} = \frac{R}{a} \quad (74)$$

т. е. для всех точек шаровой поверхности отношение $r_2 : r_1$ есть величина постоянная. Пусть $\angle F_1MO = \angle MBA = \alpha$ и $\angle OMB = \angle MAO = \beta$. Очевидно, $r_1 \cos \beta + r_2 \cos \alpha = a - b$; подставляя сюда r_2 и b , взятые из (74), получаем:

$$a \cos \beta + R \cos \alpha = \frac{a^2 - R^2}{r_1} \quad (74, a)$$

Поместим в B количество электричества

$$\eta' = -\eta \frac{R}{a} \quad (74, b)$$

и определим потенциал V зарядов η и η' в M . Имеем на основании (74)

$$V = \frac{\eta}{r_1} + \frac{\eta'}{r_2} = \frac{\eta}{r_1} - \frac{\eta R}{a r_2} = \frac{\eta}{r_1} - \frac{\eta}{r_1} = 0.$$

Отсюда следует, что искомое распределение должно быть такое, чтобы его действие во внешнем пространстве равнялось действию массы η' , находящейся в B , так как в этом случае потенциал V , происходящий от заряда η в A и от искомого заряда (плотность k) на шаре, равен нулю во всех точках поверхности шара, ибо можно строго доказать, что если $V = 0$ на поверхности тела, внутри которого нет заряда, то во всех точках этого тела $V = 0$. Можно рассуждать так: если на всей поверхности тела $V = 0$, то эта поверхность есть поверхность уровня потенциала, а след., линии натяжения к ней нормальны; этого для равновесия, очевидно, достаточно. Зная внешнее действие искомого заряда, мы найдем плотность k по формуле

$$k = \frac{1}{4\pi} F \dots \dots \dots (74, c)$$

где F — сила во внешней точке, бесконечно близкой к поверхности и взятой по направлению внешней нормали. В точке M действуют две силы, см. рис. 68,

$$F_1 = \frac{\eta}{r_1^2} \quad \text{и} \quad F_2 = -\frac{\eta'}{r_2^2} = \frac{\eta R}{a} \cdot \frac{1}{r_2^2} = \frac{\eta a}{R} \cdot \frac{1}{r_1^2}$$

Их равнодействующая имеет направление MO , так что

$$F = -(F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \beta) \dots \dots \dots (74, d)$$

ибо слагаемая F' , перпендикулярная к MO , равна нулю, как мы здесь же докажем. Мы имеем

$$\pm F' = F_1 \sin \alpha - F_2 \sin \beta \dots \dots \dots (74, e)$$

Подставляем F_1 и F_2 в (74, d) и (74, e). Получаем:

$$-F = \frac{\eta}{r_1^2} \cos \alpha + \frac{\eta a}{R r_1^2} \cos \beta = \frac{\eta}{R r_1^2} \{R \cos \alpha + a \cos \beta\},$$

$$F' = \frac{\eta}{r_1^2} \sin \alpha - \frac{\eta a}{R r_1^2} \sin \beta = \frac{\eta}{R r_1^2} \{R \sin \alpha - a \sin \beta\}.$$

Но $R \sin \alpha = a \sin \beta$, след. $F' = 0$. Далее (74, a) дает

$$-F = \eta \frac{a^2 - R^2}{R} \cdot \frac{1}{r_1^3}.$$

Наконец, из (74, c) имеем:

$$k = -\frac{\eta(a^2 - R^2)}{4\pi R} \cdot \frac{1}{r_1^3} \dots \dots \dots (74, f)$$

Искомая плотность k обратно пропорциональна кубу расстояния от индуктирующей точки A . Весь заряд на шаре равен η' , т. е. он по величине меньше η в отношении $R : a$.

Не трудно сообразить, как от (74, f) перейти к решению задачи о внутренней индукции на шаре, т. е. об определении плотности k' на поверхности шаровой полости, когда в B находится заряд η' , т. е. когда даны R , b и η' . Мы, очевидно, найдем k' , если введем в (74, f) величины

η' , b и r_2 вместо η , a и r_1 , считая теперь η' за величину положительную. Получим:

$$k' = -\frac{\eta'(R^2 - b^2)}{4\pi R} \cdot \frac{1}{r_2^3} \dots \dots \dots (74, g)$$

Весь заряд равен η' ; он действует во внешнем пространстве, как заряд $+\eta'$ в точке B , а во внутреннем пространстве, как заряд $\eta = -\frac{R}{b}\eta'$, помещенный в точке A .

III. Распределение электричества на системе проводников. Из этих проводников, по крайней мере, один должен быть изолирован, и, по крайней мере, один из изолированных проводников должен иметь свой заряд, данный по величине.

Для равновесия необходимо, чтобы в каждом из проводников потенциал имел одно общее значение во всех его точках, при чем этот потенциал следует рассматривать, как происходящий от всех имеющихся на лице электрических зарядов. Существует весьма небольшое число частных случаев, которые удалось разобрать теоретически. Сюда относится знаменитая задача о распределении электричества на двух шарах. Ее решил впервые Poisson (1811); впоследствии ею занимались в особенности Plana (1845), Cayley, Murphy, Hankel, W. Thomson, Kirchhoff (1861), Д. К. Бобылев (1874), Lange (1912) и др. Мы ограничиваемся указанием литературы этого весьма сложного вопроса.

IV. Электрическое состояние диэлектриков, помещенных в электрическое поле. Мы видели, что непроводники подвергаются в электрическом поле так называемой поляризации. При этом весь поток индукции не меняется при переходе из одного диэлектрика в другой. Формула (21), в которой $k=0$, или (31) показывают, что достаточным условием является постоянство слагаемой потока индукции, нормальной к поверхности S соприкосновения двух диэлектриков. Пусть K_1 и K_2 — диэлектрические постоянные, Φ_1 и Φ_2 — электрические силы в двух диэлектриках, $\Phi_{1,2}$ и $\Phi_{2,2}$ — слагаемые этих сил по направлению нормали n к поверхности S , направленной в сторону диэлектрика K_2 . В таком случае мы должны иметь $K_1\Phi_{1,n} = K_2\Phi_{2,n}$ или

$$\frac{\Phi_{1,n}}{\Phi_{2,n}} = \text{Const.} = \frac{K_2}{K_1} \dots \dots \dots (75)$$

Мы видели далее (стр. 60), что условию (75) можно удовлетворить, предполагая, что вся среда однородная, напр., с индуктивной способностью K_1 , и что на поверхности S распределен некоторый электрический заряд, плотность которого мы обозначим через k . Обозначим напряжение поля, вызванное этим зарядом с двух сторон от поверхности S , через F'_1 и F'_2 , а нормальные слагаемые напряжения через $F'_{1,n}$ и $F'_{2,n}$; наконец, пусть F — данное напряжение поля, которое имело бы место, если бы мы имели дело с однородною средою. Значения F_1 и F_2 этого напряжения делаются тождественными в точках поверхности S , и то же самое относится к нормальным слагаемым $F_{1,n} = F_{2,n} = F_n$. Сила Φ есть равно-

действующая сил F и F' , а потому, очевидно,

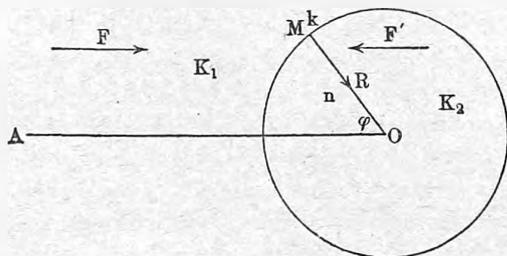
$$\left. \begin{aligned} \Phi_{1,n} &= F'_{1,n} + F_n \\ \Phi_{2,n} &= F'_{2,n} + F_n \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (75, a)$$

Ограничиваемся решением одной задачи, а именно мы рассмотрим диэлектрический шар в однородном поле, напряжение которого F . Пусть R — радиус шара; индуктивная способность шара K_2 , среды K_1 . Мы видели, что если поверхность шара, находящегося в среде K_1 , покрыть слоем электричества, плотность которого

$$k_0 = -\frac{3 K_1}{4 \pi} F \cos \varphi \dots \dots \dots (75, b)$$

см. (72, c), то этот слой вызывает внутри шара однородное поле, напряжение которого $F' = -F$. Формулой (75, b) решается вопрос о распределении электричества на проводящем шаре, помещенном в однородном поле напряжения F' и притом в среде, индуктивная способность которой K_1 . Напряжение поля внутри шара равно $F + F' = F - F = 0$, как и должно быть для проводника.

Рис. 69.



Для шара из диэлектрика K_2 мы должны найти такой фиктивный заряд с плотностью k , который давал бы вне и внутри шара напряжения F'_1 и F'_2 , удовлетворяющие условиям (75) и (75, a). Рассмотрим, что нам даст такое распределение заряда на поверхности шара, для которого плотность

$$k = \alpha k_0 = -\frac{3 \alpha K_1}{4 \pi} F \cos \varphi \dots \dots \dots (75, c)$$

где α — постоянный коэффициент и, как прежде, $\angle \varphi = \angle A O M$. Прежде всего ясно, что этот заряд дает внутри шара однородное электрическое поле, напряжение которого равно

$$F'_2 = -\alpha F \dots \dots \dots (75, a)$$

Плотность k отрицательная для всех φ от -90° до $+90^\circ$, т. е. для левой половины шара, а потому ясно, что сила F'_2 имеет направление, показанное на рисунке. Найдем величины $\Phi_{1,n}$ и $\Phi_{2,n}$ для какой-либо точки M , полагая, что n есть направление внутренней нормали к поверхности шара. Вспомним, что вводя заряд k , мы должны предположить среду однородную с диэлектрической постоянной K_1 . Внутри шара мы имеем бесконечно близко к точке M :

$$\begin{aligned} F'_n &= F \cos \varphi \\ F'_{2,n} &= F'_2 \cos \varphi = -F \alpha \cos \varphi \dots \dots \dots (75, e) \end{aligned}$$

Отсюда

$$\Phi_{2,n} = F'_{2,n} + F_n = (1 - \alpha) F \cos \varphi \dots \dots \dots (75, f)$$

Чтобы найти $F'_{2,n}$, воспользуемся формулой (22), в которой однако n есть внешняя нормаль,

$$F'_{1,n} - F'_{2,n} = -\frac{4\pi k}{K_1}$$

Подставляя сюда k из (73, c) получаем

$$F'_{1,n} = F'_{2,n} - \frac{4\pi k}{K_1} = -\alpha F \cos \varphi + 3\alpha F \cos \varphi = 2\alpha F \cos \varphi.$$

Далее

$$\Phi_{1,n} = F'_{1,n} + F_n = 2\alpha F \cos \varphi + F \cos \varphi = (1 + 2\alpha) F \cos \varphi \dots (75, g)$$

Разделив (75, g) на (75, f), получаем

$$\frac{\Phi_{1,n}}{\Phi_{2,n}} = \frac{1 + 2\alpha}{1 - \alpha} = \text{Const.} \dots \dots \dots (76)$$

Итак плотность (75, c) дает постоянное отношение нормальных слагаемых электрических сил с двух сторон от поверхности шара, как того прежде всего требует уравнение (75). Чтобы вполне удовлетворить этому уравнению, мы должны положить

$$\frac{1 + 2\alpha}{1 - \alpha} = \frac{K_2}{K_1} \dots \dots \dots (76, a)$$

т. е.

$$\alpha = \frac{K_2 - K_1}{K_2 + 2K_1} \dots \dots \dots (76, b)$$

Подставляя α в (75, c), находим

$$k = -\frac{3K_1}{4\pi} \cdot \frac{K_2 - K_1}{K_2 + 2K_1} F \cos \varphi \dots \dots \dots (77)$$

Этот формулой вполне решается наша задача, ибо ею определяется плотность k того заряда, котрым мы должны себе представить покрытой поверхность шара, чтобы получить действующие силы в предположении, что все рассматриваемое пространство однородно и обладает везде одинаковою индуктивною способностью K_1 . Понятно, что при $K_2 = K_1$ получается $k = 0$; при $K_2 > K_1$ получается k отрицательное, при $K_2 < K_1$ имеем k положительное, т. е. в этом случае кажущаяся электризация шара обратна той, какую мы наблюдаем на шаре проводящем. При $K_2 = \infty$, получаем $k = k_0$, см. (75, b). Легко доказать, что уравнение (31, b) удовлетворено.

Внутри шара имеем при всех K_2 однородное электрическое поле, напряжение которого равно, см. (75, d) и (76, b),

$$\Phi_2 = F'_2 + F = -\alpha F + F = (1 - \alpha) F = \frac{3K_1}{K_2 + 2K_1} F \dots \dots \dots (78)$$

При $K_2 = K_1$ имеем $\Phi_2 = F$, при $K_2 = \infty$ получаем $\Phi_2 = 0$, как и должно быть. Постоянство силы Φ_2 показывает, что диэлектрический

шар подвергается в однородном поле во всех точках одинаковой поляризации, см. (33, *h*). Когда шар находится в воздухе, имеем $K_1 = 1$; полагая $K_2 = K$, получаем:

$$k = -\frac{3}{4\pi} \frac{K-1}{K+2} F \cos \varphi \dots \dots \dots (78, a)$$

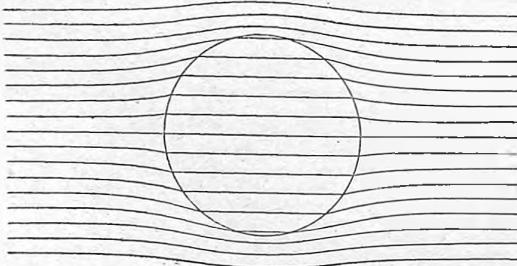
На основании (33, *d*), имеем для поляризации Π :

$$\Pi = -\frac{3}{4\pi} \frac{K-1}{K+2} F \dots \dots \dots (78, b)$$

Напряжение поля внутри шара равно

$$\Phi_2 = \frac{3}{K+2} F \dots (78, c)$$

Рис. 70.

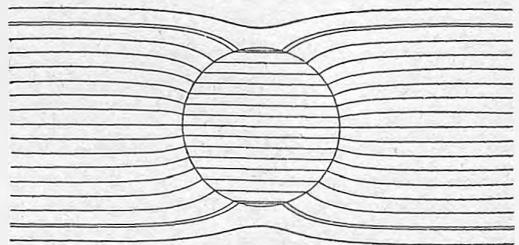


Полагая $\Pi = \gamma \Phi_2$, получаем для электрической восприимчивости γ выражение $(K-1): 4\pi$, согласно с (34).

На рис. 70, 71 и 72 показано распределение линий сил для случаев $K_2 = 0,48 K_1$, $K_2 = 2,8 K_1$ и $K_2 = \infty$ (проводящий шар).

V. Эквивалентное перемещение масс. Положим, что внутри замкнутой поверхности S находятся произвольные тела, содержащие общее количество электричества M . Заряды могут быть и разноименные, так что возможен случай $M = 0$. Мы, в общем случае, говорим, что имеется внутреннее распределение масс. Докажем, что, исследуя пространство вне S , мы ничего не можем узнать о том, как массы M распределены внутри S . Это вытекает из теоремы, что существует бесконечно большое число

Рис. 71.



различных распределений массы M внутри S , которые все вызывают одно и то же силовое поле вне S . Доказательство основано на том, что однородный шаровой слой, как мы видели, вызывает во внешнем пространстве такое же действие, как однородный, с ним концентрический шар

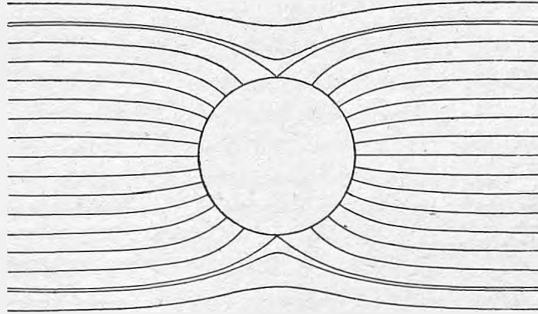
одинаковой массы. Вообразим себе элемент dM массы M замененным однородным шаровым слоем, масса которого dM , радиус и толщина которого произвольны, при чем центр слоя совпадает с элементом и весь слой находится внутри S . При этом поле вне S не меняется, хотя внутреннее распределение масс уже претерпело некоторое, хотя и весьма малое изменение. Такую замену элементов массы шаровыми слоями мы можем повторять большое число раз и таким образом получить существенно измененное распре-

деление масс, которое, однако, вне S дает то же самое поле, как и первоначально данное распределение. Ясно, что существует бесконечное число „эквивалентных“ внутренних распределений масс внутри S , вызывающих вне S одно и то же поле, так что изучение этого поля нам не может дать никаких указаний относительно распределения масс внутри S .

Понятно, что сказанное относится и к тому случаю, когда внутри S находятся не заряды электричества, но обыкновенная весомая материя. Мы впоследствии приложим наш вывод и к случаю, когда внутри S распределены магнитные массы.

Докажем теперь, что между бесконечно многими эквивалентными распределениями масс существует одно, при котором вся масса M находится на самой поверхности, так что внутренние массы можно „эквивалентно переместить“ на замкнутую поверхность. Не особенно убедительным представляется следующее доказательство: заменяем каждую частицу dM равномерным распределением

Рис. 72.



на поверхности шара, радиус которого выбран так, чтобы эта поверхность в какой-либо точке касалась поверхности S , при чем часть массы dM окажется перемещенною на поверхность S . После бесконечного числа таких манипуляций вся внутренняя масса будет находиться на поверхности S .

Гораздо лучше следующее доказательство. Каковы бы ни были внутренние массы M , мы вообразим их замененными электрическими зарядами, количество которых M . Пусть теперь S представляет внутреннюю поверхность полого проводника произвольной внешней формы, соединенного с землею. В этом случае появляется на S индуцированный заряд, имеющий вполне определенное распределение. Обозначим его символически через $(-N)$. Мы уже знаем, что количественно $M = N$. Внутренние массы M и индуцированный заряд $(-N)$ вызывают во всех точках пространства вне S потенциал, равный нулю; отсюда следует, что они дают совершенно одинаковые, но противоположно направленные силовые поля. Переменив знак индуцированного заряда, мы получаем на поверхности S такое распределение масс, которое количественно равно внутренней массе M , а вне S вызывает такое же поле, как и масса M . Итак: внутренние массы могут быть эквивалентно перемещены

на замкнутую поверхность S . Такое эквивалентное распределение масс получается, если определить заряд, индуктированный на S внутренними массами, и затем заменить его знак противоположным.

Распределение масс, определенное формулою (74,g), можно рассматривать, как результат эквивалентного перемещения массы η' в B (рис. 68) на поверхность шара, если взять $-k'$ вместо k' .

Если массы M находятся вне поверхности S , то их распределение также может быть заменено бесконечно многими другими, без изменения поля внутри S . Если мы пожелаем массы M эквивалентно перенести на поверхность S , как это было выше объяснено при первом доказательстве, то часть масс удалится в бесконечность. Обозначая распределение масс на S через $(+N)$, мы имеем $N < M$. И здесь N равно с обратным знаком взятому заряду $(-N)$, индуктированному массами M на S , где теперь S представляется внешнею поверхностью проводника, соединенного с землею. Формула (74,f) дает с обратным знаком взятое распределение на поверхности шара, эквивалентное массе η в A (рис. 68). Отношение величин, обозначенных здесь через M и N , получается из (74,b), а именно $M : N = a : R$.

VI. Пондеромоторные явления в электрическом поле. Взаимодействие зарядов; происходящее по закону Кулона (или натяжения и давления трубок), вызывает пондеромоторные силы, т. е. силы, действующие на тела, помещенные в электрическом поле и обладающие различными зарядами. Вычисление этих сил не представляет особенно больших затруднений, когда дано распределение всех зарядов, т. е. известны все слагаемые тех систем сил, которые действуют на наши тела.

В некоторых простых случаях легко определяются пондеромоторные силы. Приведем примеры.

1. Определить силу f , с которою заряд η , расположенный, например, равномерно по поверхности маленького непроводящего шарика, притягивается весьма большою проводящею пластинкою, соединенною с землею. Мы видели, что пластинка действует в той части пространства, где находится заряд η так, как заряд $-\eta$, помещенный в электрическом изображении заряда η , которое в данном случае совпадает с изображением оптическим. Если расстояние заряда η (центра шарика) от поверхности пластинки равно h , то, очевидно, $f = \eta^2 : 4h^2$.

2. Определить силу f , с которою заряд η , расположенный, например, равномерно на поверхности маленького непроводящего шарика, притягивается проводящим шаром, соединенным с землею. Пусть R — радиус шара, a — расстояние заряда η (центра шарика) от центра O шара. Мы видели, что заряд, индуктированный на шаре, действует во внешнем пространстве так, как заряд $\eta' = -\eta \frac{R}{a}$, помещенный в точке, лежащей на прямой ηO , на расстоянии $b = R^2 : a$ от центра шара. Отсюда получается

$$f = \frac{\eta \eta'}{(a-b)^2} = \frac{\eta^2 R a}{(a^2 - R^2)^2} = \frac{\eta^2 R a}{c^4},$$

где c — длина касательной, проведенной из центра малого шарика к поверхности данного проводящего шара.

Если η находится на расстоянии b от центра O шара, то

$$f = \frac{\eta^2 R b}{(R^2 - b^2)^2} = \frac{\eta^2 R b}{c^4},$$

где c — половина хорды, проходящей через η и перпендикулярной к радиусу ηO .

3. Сила f , действующая на подвижную часть одной из пластинок весьма большого плоского конденсатора, выражается, как мы видели, формулой (57).

4. Сравнить силу, действующую на диэлектрический шар и на изолированный проводящий шар, находящиеся в равномерном поле. Положим, что f есть сила, действующая на диэлектрический шар, индуктивная способность которого K_2 , а f_0 — сила, под влиянием которой находится в том же месте таких же размеров изолированный проводящий шарик. Индуктивная способность окружающей среды в обоих случаях K_1 . Полагая, что поле однородное, мы имеем распределения зарядов, которых плотности были выражены формулами (72,с) и (77). Эти две плотности отличаются постоянным множителем α , данным в (76,б). Ясно, что при равных обстоятельствах этот множитель должен равняться искомому отношению сил, так что мы имеем:

$$f = \frac{K_2 - K_1}{K_2 + 2K_1} f_0 \dots \dots \dots (79)$$

В воздухе $K_1 = 1$; полагая еще $K_2 = K$, получаем в воздухе

$$f = \frac{K - 1}{K + 2} f_0 \dots \dots \dots (80)$$

Обращаемся к общему вопросу о вычислении пондеромоторных сил, действующих в электрическом поле. Здесь следует отличать два различных случая, смотря по тому, должен ли заряд или потенциал рассматриваемого проводника оставаться постоянным или нет.

Случай I. Заряды проводников не меняются при тех движениях, которые они производят под влиянием действующих на них сил. Предполагается, что мы имеем систему тел $A_1, A_2, A_3 \dots$; пусть η_1 постоянный заряд тела A_1 , W — электрическая энергия всей системы и dR — бесконечно малая работа, произведенная электрическими силами, когда тело A_1 совершает бесконечно малое движение, возможное при тех механических условиях, при которых находится тело A_1 . Ясно, что если это движение было вызвано электрическими силами, то работа dR есть величина положительная; она могла быть произведена только на счет запаса потенциальной энергии W , так что мы имеем равенство

$$dR = -dW \dots \dots \dots (81)$$

Пусть f_x — сила, действующая на тело A_1 по направлению x ; если тело A_1 переместится по направлению x , то W изменится, так что можно

W рассматривать, как функцию, между прочим, от x ; при таком перемещении на длину dx имеем $dR = f_x dx$, так что $f_x dx = -\frac{\partial W}{\partial x} dx$, откуда

$$f_x = -\frac{\partial W}{\partial x} \dots \dots \dots (81, a)$$

Положим, что M_p есть момент пары сил, стремящийся вращать тело A_1 около некоторой оси, и пусть φ — угол, измеряющий это вращение от произвольного начального положения. Ясно, что W можно рассматривать, как функцию, между прочим, угла φ . Если тело A_1 повернется около оси p на угол $d\varphi$, то $dR = M_p d\varphi$, а следовательно,

$$M_p = -\frac{\partial W}{\partial \varphi} \dots \dots \dots (81, b)$$

Мы имели для W общее выражение (51, d), стр. 84:

$$W = \frac{1}{2} \sum V \eta \dots \dots \dots (81, c)$$

Положим, что расположение тел подверглось бесконечно малому изменению под влиянием электрических сил, которые при этом произвели некоторую положительную работу dR . Равенство (81) остается в силе. Но (81, c) дает вообще

$$dW = \frac{1}{2} \sum V d\eta + \frac{1}{2} \sum \eta dV.$$

Но, по предположению, все $d\eta$ равны нулю; следовательно,

$$dW = \frac{1}{2} \sum \eta dV \dots \dots \dots (81, d)$$

Так как dW величина отрицательная, то мы видим, что система стремится произвести движения, при которых потенциалы уменьшаются. Система стремится к наименьшему, возможному при данных условиях, значению энергии.

II. Потенциалы проводников не меняются. Вообразим себе систему проводников A_1, A_2, A_3, \dots , которые поддерживаются при постоянных потенциалах V_1, V_2, V_3, \dots тем, что они соединены с источниками электричества B_1, B_2, B_3, \dots . Эти последние можно рассматривать, как проводники, емкости q_1, q_2, q_3, \dots которых бесконечно велики, вследствие чего их потенциалы не меняются, если от них будет отнято некоторое конечное количество электричества. Сперва мы предположим, что емкости q_i тел B_i — величины конечные. Заряды тел A_i обозначим через η_i . Если тела A_i рассматриваемой системы бесконечно мало переместятся под влиянием электрического поля, в котором они находятся, то эти силы произведут некоторую работу dR , источником которой могут служить энергия W_A этих тел и энергия W_B тех источников B_i , с которыми они соединены, так что мы имеем

$$dR = -(dW_A + dW_B) \dots \dots \dots (82)$$

Для W_A и W_B возьмем выражения:

$$W_A = \frac{1}{2} \sum V \eta; \quad W_B = \frac{1}{2} \sum q V^2.$$

Это дает:

$$\left. \begin{aligned} dW_A &= \frac{1}{2} \sum V d\eta + \frac{1}{2} \sum \eta dV \\ dW_B &= \sum q V dV \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (82, a)$$

Сумма зарядов соединенных между собою тел A_i и B_i должна оставаться величиною постоянною; поэтому, отбросив значки, мы имеем для каждой пары $\eta + qV = \text{Const.}$; следовательно,

$$d\eta + q dV = 0, \dots \dots \dots (82, b)$$

или

$$V d\eta + q V dV = 0.$$

Отсюда для всех пар, т. е. для всех тел A_i и B_i

$$\sum V d\eta + \sum q V dV = 0 \dots \dots \dots (82, c)$$

Вставляя это в (82, a), находим

$$dW_A = \frac{1}{2} \sum \eta dV - \frac{1}{2} \sum q V dV = \frac{1}{2} \sum \eta dV - \frac{1}{2} dW_B$$

или

$$2 dW_A + dW_B = \sum \eta dV.$$

Вставляя сюда dV из (82, b) и вводя для большей ясности обозначения η_A вместо η и q_B вместо q , получаем:

$$2 dW_A + dW_B = - \sum \frac{\eta_A d\eta_A}{q_B} \dots \dots \dots (82, d)$$

Здесь W_A — энергия рассматриваемой системы проводников A_i , заряды которых η_A ; W_B — энергия соединенных с ними тел B_i , емкости которых q_B . Переходя к случаю, когда тела B_i суть действительные источники электричества, способные поддерживать в телах A_i постоянные потенциалы, мы должны принять q_B за величины бесконечно большие. В пределе получаем

$$2 dW_A + dW_B = 0 \dots \dots \dots (83)$$

Сравнивая это с (82), получаем:

$$dW_A - dR = 0,$$

т. е.

$$dR = dW_A \dots \dots \dots (84)$$

$$-dW_B = dW_A + dR = 2 dW_A = 2 dR \dots \dots \dots (85)$$

Здесь dR есть положительная работа, произведенная при перемещении тел A_i . Мы видим, что если потенциалы тел, составляющих некоторую систему, должны оставаться постоянными, то работа dR электрических сил равна увеличению энергии этой системы. Источники, поддерживающие постоянные потенциалы, теряют количество энергии, которое вдвое больше

работы dR ; одна половина тратится на эту работу, другая — на увеличение энергии рассматриваемой системы проводников.

Система стремится к наибольшему, возможному при данных условиях, значению энергии.

Соединяя оба разобранных случая, мы должны сказать, что при постоянных зарядах система стремится к уменьшению энергии и потенциалов, а при постоянных потенциалах — к увеличению энергии и зарядов.

§ 11. Предварительная заметка о рассеянии электричества. Разбирая в этой главе основные свойства электрического поля, мы в то же время познакомились и с простейшими явлениями, которые, так сказать, непрерывно обнаруживаются, когда приходится иметь дело со статическим электричеством. К явлениям такого рода относится и так называемое рассеяние электричества. Это явление не может быть причислено к явлениям электростатическим, так как оно представляет непрерывное изменение поля, т. е. изменение действующих в нем сил как по величине, так, вообще говоря, и по направлению. Отсюда следует, что мы здесь имеем дело с явлением динамического характера, с переменным электрическим полем. Такого рода явления будут рассмотрены в других частях книги. Однако, в виду важности и, можно сказать, элементарности этого явления, мы считаем нужным уже здесь, хотя бы вкратце, упомянуть о нем; и это тем более, что без особой натяжки можно причислить рассеяние электричества, т. е. постепенное уменьшение напряжения поля, к тем свойствам постоянного поля, которые на практике фактически почти всегда и наблюдаются.

Явление рассеяния электричества заключается в том, что всякое наэлектризованное тело, предоставленное самому себе, постепенно теряет свой заряд. Подробный разбор всех причин такой потери мы откладываем до другого места; здесь мы ограничиваемся указанием на основные причины рассеивания, не вдаваясь ни в какие подробности.

Одна из главных причин постепенного исчезновения зарядов заключается в том, что изоляция наэлектризованного тела в большинстве случаев не может быть названа полной. Электричество уходит через те подставки, ножки и т. д., которые служат изоляторами; иначе говоря — концы трубок натяжения, производящих, как мы видели, друг на друга боковые давления, медленно скользят по поверхности изоляторов. Такой потере заряда в высокой степени способствует слой влаги на поверхности изолятора, а потому рассеяние особенно велико во влажном воздухе. Прежде полагали, что влажный воздух есть проводник электричества; опыты Warburg'a указали, однако, на истинную причину усиления рассеяния, когда влажность воздуха велика. Парафин весьма мало гигроскопичен, а потому может служить надежным изолятором даже при большей влажности воздуха, и им в настоящее время главным образом и пользуются.

Вторая причина рассеяния заключается в конвекции, т. е. в уносе электричества окружающим газом, напр., воздухом. Электричество пере-

ходит на частицы воздуха, непосредственно соприкасающиеся с поверхностью наэлектризованного тела, при чем эти частицы, вероятно, претерпевают особого рода изменение (ионизацию), о котором мы здесь не распространяемся. Электризуясь одноименно с поверхностью тела, слой воздуха отталкивается этим телом; на его место притекает свежий воздух, который также электризуется, отталкивается и т. д. Таким образом образуется около наэлектризованного тела непрерывный поток воздуха. Мы видели, что поверхностное натяжение P электричества пропорционально квадрату плотности k , см. (25, *a*). Так как натяжением P определяется стремление электричества перейти с поверхности проводника во внешнее пространство, то ясно, что рассеяние должно вообще расти при возрастании плотности k . Но с другой стороны мы видели, что электричество распределяется по поверхности проводников так, что на выступающих частях, например, на ребрах и в особенности на остриях, если таковые имеются, плотность k приобретает особенно большие значения. Отсюда следует, что на таких местах рассеяние должно быть особенно велико; это действительно и наблюдается. Отдельно взятый проводник, снабженный острием, вообще не может быть наэлектризован: до такой степени сильно рассеивание или, как иногда говорят, вытекание электричества из острия. Если горизонтально поставленное острие соединить с электрической машиною, то от острия как бы исходит поток воздуха настолько сильный, что он легко ощущается рукою, и им можно потушить пламя свечи.

Положим, что некоторый проводник A наэлектризован положительно, и что мы имеем металлическое острие B , т. е. тело в виде конуса с весьма малым углом у вершины. Если приложить B своим основанием к телу A , то заряд последнего исчезает; то же самое происходит, если тело B соединить с землею и приблизить его к A , направив острый конец к поверхности тела A . В этом случае из острия вытекает индуктированное отрицательное электричество, которое потоком воздуха переносится на поверхность тела A , где оно и уничтожает имеющийся положительный заряд. Положим теперь, что B есть изолированный проводник, например, шар, снабженный горизонтальным острием. Если приблизить B к A так, чтобы острие было направлено в сторону, противоположную от A , затем снять острие и удалить B от A , то B окажется наэлектризованным отрицательно. В этом случае положительное (одноименное) индуктированное электричество вытекает из острия, так что острие влияет подобно соединению тела с землею. Если приблизить B к A , направив острие к A , снять острие и раздвинуть тела, то окажется, что заряд тела A уменьшился, а тело B наэлектризовано положительно. В этом случае отрицательное (неодноименное) электричество, индуктированное на B , вытекло из острия и было перенесено на A , между тем как индуктированное положительное электричество осталось на B . Результат такой же, как если бы некоторая часть заряда тела A перешла через острие к телу B , т. е. как будто бы острие вытянуло или высосало некоторую часть заряда тела A . Вот почему иногда для краткости говорят

о насыщающем действии острий, приближенных к поверхности наэлектризованных проводников.

Скорость рассеяния электричества зависит, как мы увидим, от рода окружающего газа и от его физического состояния, т. е. от его упругости и от его температуры.

Явление рассеяния электричества возбудило большое внимание к себе с тех пор, как было открыто, что на это явление влияет лучистая энергия, а в особенности те новые лучи, которые будут рассмотрены в т. V, а именно лучи Рентгена и лучи, испускаемые радиоактивными телами. Все сюда относящееся тесно связано с вопросом о „ионизации“ газов и не может быть изложено в этом месте. Ограничиваемся указанием на то, что из всех видов лучистой энергии, которые были рассмотрены в т. II (лучи электрические, инфракрасные, видимые и ультрафиолетовые), только лучи ультрафиолетовые влияют на рассеяние электричества и при том электричества отрицательного, скорость рассеяния которого весьма сильно возрастает под влиянием этих лучей; на скорость рассеяния положительных зарядов ультрафиолетовые лучи существенного влияния не имеют.

В главе V (атмосферное электричество) нам придется упомянуть об электропроводности воздуха, зависящей от степени его ионизации и имеющей огромное влияние на рассеяние электричества с поверхности изолированных проводников.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

Franklin. См. Priestley, История физики p. 166; Gehlers Wörterbuch, статья „Elektrizität“.

Eduard. Arch. sc. phys. et natur. (2) 43 p. 209, 1871; Pogg. Ann. Ergbd. 6 p. 95, 1873; 148 p. 421, 1873; 149 p. 87, 1873; 156 p. 590, 1875; W. A. 2 p. 347, 1877; 15 p. 165, 1882.

Voigt. Kristallphysik p. 193—227, 1910.

К § 2.

Mossotti. Bibl. Univ. de Genève 6 p. 193, 1847; Atti della soc. Italiana delle Scienze, 26.

Clausius. Mechanische Wärmetheorie 2 p. 62, Braunschweig 1879.

К § 4.

Coulomb. Mém. de l'Acad. r. des Sc. 1784, 1785 p. 563; 1787 p. 421; Collections de mém. relatifs à la physique publiés par la Soc. Fr. de Phys., 1 p. p. 67, 107, 1884; немецкий перевод: W. Koenig, 1890.

W. Weber. Elektrodynam. Maassbestimmungen 1, 1846; второе издание Leipzig, 1890; Pogg. Ann. 73 p. 229, 1848.

Maxwell. Treatise on Electricity and Magnetism, 1882; немецкий перевод: Weinstein, Berlin, 1883; французский перевод: Séligmann-Lui, Paris, 1885.

Benoist. Annales de l'électrobiologie et de radiologie, 1906, fasc. 2.

Verschaffelt. Bull. Acad. de Belgique, 1914 p. 149.

Cavendish. The Electrical Researches of the Honourable Henry Cavendish. Edit. by J. C. Maxwell, 1879.

- Боргман.* Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 13 p. 117, 1881.
Faraday. Exper. Researches 11, § 1189—1294, 1838; Pogg. Ann. 46 pp. 537, 581, 1839.
W. Thomson (Lord Kelvin). Reprint of Papers on Electrostatic and Magnetism. p. 287.
Kirchhoff. Berl. Ber. 1877 p. 144; Ges. Abhandl. p. 101, Leipzig, 1882; Vorles. über theoret. Physik III p. 93.
Clausius. Pogg. Ann. 86 p. 161, 1852.
Clemenčić. Wien. Ber. 86 p. 1190, 1882; 89 p. 298, 1884.
Himstedt. Wied. Ann. 29 p. 560, 1886; 33 p. 1, 1888; 35 p. 126, 1888.
Magini. Phys. Ztschr. 7 p. 844, 1906; 8 pp. 39, 136, 1907.
Kaufmann. Phys. Ztschr. 8 p. 75, 1907.
Chaumont. Ann. de physique (9) 5 p. 17, 1916.
J. J. Thomson. Phil. Trans. 174 p. 707, 1883.
Riess. Pogg. Ann. 48 p. 335, 1837; 43 p. 49, 1838; 80 p. 316, 1852; 91 p. 355, 1854; Reibungselektrizität 1 p. 391; 2 p. 170, Berlin 1853; Doves Repertor. 6 p. 307, 1842; Berl. Ber. 1853 p. 606.
Шведов. Pogg. Ann. 135 p. 418, 1868; 137 p. 566, 1869.
Knöchenhauer. Wien. Ber. 39 p. 701, 1880.
Villari. Atti Acc. dei Lincei 7 p. 297, 1883.
Blavier. J. de phys. 4 p. 161, 1875.
Dove. Pogg. Ann. 72 p. 406, 1847; 80 p. 316, 1852; 91 p. 355, 1854.
Leduc. Annales de phys. (8) 72 p. 392, 1912.

К § 10.

- Подробные литературные указания см. *Wiedemann*, Die Lehre von der Elektrizität. 1 p. 61—96, Braunschweig, 1893.
Coulomb. Mém. de l'Acad. de Paris 1786 p. 74; 1787 p. 425; 1788 p. 620; Biot, Traité de physique 2 p. 273, 1816.
Riess. Reibungselektrizität 1 p. 126, Berlin 1853; Abhandl. Berl. Akad. 1844.
Шведов. Ж. Р. Ф.-Х. О. 27 p. 25, 1895.
Poisson. Mém. de l'Institut 12 pp. 1, 87, 163, 197, 1811.
Plana. Mem. di Torino 7 p. 325, 1845; 16 p. 57, 1860.
Бобылев. Mathem. Annal. 7 p. 396, 1874; Ж. Р. Ф.-Х. О. 6 pp. 37, 89, 1874; 7 p. 64; 1875; 8 pp. 412, 1876; 9 p. 61, 103, 1877.
Murphy. Elementary Principles of the theories of Electricity, Heat and Molecular Actions 1, Cambridge 1832.
Hankel. Abhandl. k. sächs. Ges. d. Wiss. 3 p. 44, 1857; Pogg. Ann. 103 p. 209, 1858.
W. Thomson. Journ. de Liouville 10 p. 364, 1845; 12 p. 256, 1847; London and Dublin Math. J. 1848; Reprint of Papers p. 52.
Cayley. Phil. Mag. (4) 18 pp. 119, 193, 1859; (5) 5 p. 54, 1878.
Kirchhoff. Crelle's Journ. 59 p. 89, 1861; W. A. 27 p. 673, 1886.
Lange. Diss. Giessen, 1906.

К § 11.

- Warburg.* Pogg. Ann. 145 p. 578, 1872.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Источники электрического поля.

§ 1. Введение. Источниками электрического поля, или, как обыкновенно говорят, источниками электричества, мы называли те манипуляции или те явления, которые сопровождаются возникновением электри-

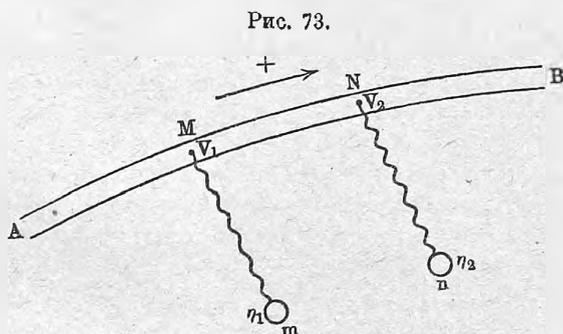
ческого поля или, иначе говоря, электризацией некоторых тел. Вопрос об источниках электричества, как относящийся к детальному анализу, к расчленению непосредственно наблюдаемых явлений, должен быть причислен к наиболее трудным и далеким от окончательного решения. Здесь мы встречаемся с многочисленными и разнообразными теориями. Термодинамика дает возможность открыть некоторые закономерные связи между величинами, играющими ту или другую роль в непосредственно наблюдаемых явлениях, но она не может ответить на вопрос о характере тех элементов, совокупное действие которых и составляет источник данного явления.

Мы постараемся, насколько это возможно, изложить современное состояние вопроса, представить различные учения в том виде, в каком они находятся в настоящее время. Мы считаем нужным сопоставить некоторые данные, отчасти уже рассмотренные нами в этом или в предыдущих томах.

1) В предыдущей главе, § 4, было дано определение электростатической (э.-ст.) *C. G. S.* единицы количества электричества, а затем, см. (12), были выражены через нее электромагнитная (э.-м.) *C. G. S.* единица и кулон. Мы будем ниже говорить об э.-ст. и э.-м. единицах, подразумевая, что речь идет об единицах *C. G. S.*

2) В § 6 мы дали определение э.-ст. *C. G. S.* единицы потенциала или, что то же самое, разности потенциалов; другое, более наглядное определение (с шариком, радиус которого 1 см.), было дано там же. Далее мы видели на стр. 74, см. (43, a), что практическая единица потенциала, вольт, равен $\frac{1}{300}$ э.-ст. *C. G. S.* единицы потенциала, и что работа вольт-кулон равна одному джоулю = 0,24 малой калории.

3) Явление электрического тока будет подробно рассмотрено во второй части этого тома. Теперь ограничиваемся следующими указа-



ниями. Мы видели, что равновесие (покой) электричества на проводнике возможно только при условии, чтобы потенциал имел во всех точках проводника одно и то же значение. Положим, что вдоль некоторого проводника, напр., вдоль проволоки *AB* (рис. 73), потенциал в сторону *B* непрерывно уменьшается. Это значит, что если две точки

M и *N* соединить достаточно длинными проволоками с одинаковыми шариками *m* и *n*, то заряды η_1 и η_2 этих шариков окажутся различными, и при том $\eta_1 > \eta_2$; очевидно $\eta_1 : \eta_2 = V_1 : V_2$, где V_1 и V_2 — потенциалы точек *M* и *N*. В такой проволоке устанавливается электрический ток, который

можно рассматривать, как непрерывное течение положительного электричества от M к N и отрицательного в обратном направлении. В рассматриваемом случае говорят о падении потенциала вдоль проводника AB ; величина падения между M и N равна $V_1 - V_2$. Если расстояние MN равно единице, то $V_1 - V_2$ составляет падение потенциала на единицу длины или градиент потенциала. Когда электрическое поле существует в диэлектрике, напр., в воздухе, то также говорят о падении или градиенте потенциала, выражая его, напр., в вольтах на один сантиметр длины. Понятно, что градиент служит мерою напряжения поля в данном месте, см. (40) в главе первой.

4) Атомам различных элементов приписывается неодинаковая эквивалентность в зависимости от того, могут ли они соединяться с одним, двумя и т. д. атомами водорода или замещать один, два и т. д. таких атомов. Соответственно этому говорят также о различной эквивалентности группы нескольких атомов, как это легко понять из нижеследующих примеров:

Одноэквивалентны — $H, K, Na, Li, Ag, Cl, Br, J, Fl, NH_4, OH, CN, NO_3, ClO_3, BrO_3, JO_3, CHO_2, C_2H_3O_2$ и др.

Двухэквивалентны — $Ba, Sr, Ca, Mg, Zn, Cd, Cu, O, S, SO_4, CrO_4, CO_3, SiO_3$ и др.

Эквивалентность может быть неодинаковая в различных соединениях; так, в $CuCl_2$ медь двухэквивалентна, в Cu_2Cl_2 она одноэквивалентна.

Молекулярный вес соединения определяется суммою атомных весов атомов, входящих в состав частицы. Принимая $O = 16, H = 1,008, N = 14,04, Cl = 35,45, S = 32,06, Cu = 63,6$, имеем, например, молекулярные веса: $O_2 = 32, H_2O = 18, NH_4Cl = 53,5, Cu_2Cl_2 = 198,1, CuCl_2 = 134,5, H_2SO_4 = 98,1, CuSO_4 = 159,66$ и т. д. Грамм-молекулой данного вещества называется такое число граммов этого вещества, которое равно молекулярному весу; так, грамм-молекула водорода равна 2,018 гр., кислорода — 32 гр., нашатыря — 53,5 гр., серной кислоты (безводной) — 98,1 гр. этих веществ.

5) Молекула во многих случаях может быть разделена на две определенные части, называемые ионами; это относится, напр., к молекулам солей и кислот и даже, при некоторых условиях, к молекулам, содержащим 2 одинаковых атома (H_2, Cl_2). Нам неоднократно приходилось указывать на теорию, допускающую, что вещества, растворенные в воде, отчасти диссоциированы, т. е. разложены на ионы (ионизированы), и что в случае весьма слабых растворов это разложение может быть и полное. Такие вещества называются электролитами.

6) Эквивалентный вес одноэквивалентного элемента равен его атомному весу.

Эквивалентный вес одноэквивалентной группы атомов равен сумме атомных весов этих атомов. Так, эквивалентный вес $NH_4 = 18,04, OH = 17,01, NO_3 = 62,04$ и т. д. Эквивалентный вес соединения, распадающегося на одноэквивалентные ионы, равен его молекулярному весу. Так, напр., эквивалентные веса соединений

HCl , $NaCl$, KBr , NaJ , $TlFl$, NH_4Cl , HNO_3 , $AgNO_3$, $KClO_3$, $NaC_2H_3O_2$, $NaOH$, $AgClO_4$, KJO_3 , $KMnO_4$, KNO_2 , $NaAsO_2$ и т. д. одинаковы с молекулярными весами.

Эквивалентный вес k -эквивалентного элемента
 k -эквивалентной группы атомов
 соединения распадающегося на k -эквивалентные ионы

равен $\frac{1}{k}$ доле

атомного веса элемента,
 суммы атомных весов входящих в группу,
 молекулярного веса соединения.

Итак, эквивалентные веса суть напр.: $\frac{1}{2} O = 8$, $\frac{1}{2} Ca = 20,02$,

$\frac{1}{2} SO_4 = 48,03$, $\frac{1}{2} CO_3 = 30,0$, $\frac{1}{2} H_2SO_4 = 49,04$, $\frac{1}{2} CuSO_4 = 79,83$; далее
 $\frac{1}{2} Na_2CO_3$, $\frac{1}{2} MgCl_2$, $\frac{1}{2} K_2S$, $\frac{1}{2} BaN_2O_6$, $\frac{1}{2} Ca(C_2H_3O_2)_2$, $\frac{1}{2} MgCrO_2$,
 $\frac{1}{2} Ca(MnO_4)_2$, $\frac{1}{3} H_3PO_4$, $\frac{1}{3} Na_3AsO_3$, $\frac{1}{4} Na_4P_2O_7$, $\frac{1}{5} Na_5JO_6$, $\frac{1}{6} Al_2Cl_6$,
 $\frac{1}{6} Cr_2(SO_4)_3$, $\frac{1}{6} Fe_2Cl_6$ и т. д.

Короче: эквивалентный вес всегда рассчитывается на один одноэквивалентный атом (H , Cl и т. д.) или на одну одноэквивалентную группу. Понятно, например, что для $CuCl$ эквивалентный вес равен молекулярному, а для $CuCl_2$ он составляет половину последнего; то же относится к случаю, если писать формулу первого соединения в виде Cu_2Cl_2 .

7) Грамм-эквивалентом данного вещества называется такое число граммов этого вещества, которое равно эквивалентному весу. Из предыдущего ясно, что грамм-эквивалент равен грамм-молекуле только для тех соединений, которые распадаются на одноэквивалентные ионы, напр. — для HCl , KBr , NH_4Cl , HNO_3 , $LiClO_3$ и т. д. Грамм-эквивалент кислорода весит 8 гр., медного купороса — 79,83 гр. и т. д., соответственно эквивалентным весам.

8) Закон Авогадро говорит, что равные объемы газов содержат при одинаковых температуре и давлении одинаковое число частиц. Пусть n — число частиц в 1 куб. см. при 0° и давлении в 760 мм. В настоящее время наиболее вероятным представляется значение

$$n = 2,705 \cdot 10^{19} \dots \dots \dots (1)$$

Так как плотность газов пропорциональна молекулярному весу, то ясно, что грамм-молекула газа, напр., 2 гр. H_2 , 32 гр. O_2 , 30 гр. NO , 44 гр. CO_2 занимает при одинаковых температуре и давлении один и тот же объем, а следовательно, содержит одинаковое число частиц, которое мы обозначим через N . Так как 1 гр. H_2 имеет при 0° и 760 мм. объем, равный 11165 куб.см., то оказывается, что грамм-молекула газа, а след., и всякого вещества, содержит

$$N = 6,062 \cdot 10^{23} \dots \dots \dots (2)$$

частиц. Это же число показывает, сколько атомов, т. е. ионов, содержится в одном грамм-эквиваленте водорода (1 грамм) и вообще всякой одноэквивалентной группы или соединения, состоящего из одноэквивалентных ионов. При ионизации грамм-эквивалента соединения, состоящего из одноэквивалентных ионов, получаются N ионов того и другого рода.

Но, например, для кислорода получается другое: грамм-молекула, т. е. 32 гр. кислорода, содержит N молекул; следовательно, грамм-эквивалент, т. е. 8 гр., содержит $\frac{1}{2} N$ атомов или ионов O . Приведенные выше примеры показывают, что при ионизации грамм-эквивалента $CuSO_4$, BaN_2O_6 , $MgCrO_4$ и т. д. получаются $\frac{1}{2} N$ ионов того и другого рода. При ионизации грамм-эквивалента Na_2CO_3 , т. е. $\frac{1}{2} Na_2CO_3$, получаются N ионов Na и $\frac{1}{2} N$ ионов CO_3 ; H_3AsO_3 дает N ионов H и $\frac{1}{3} N$ ионов AsO_3 ; Al_2Cl_6 дает $\frac{4}{3} N$ ионов Al и N ионов Cl .

Ясно, что при ионизации грамм-эквивалента соединения или элемента (напр., H_2 , O_2 , Cl_2 и т. д.) получается $\frac{1}{k} N$ ионов определенного рода, если этот ион k -эквивалент, т. е. N ионов одноэквивалентных, $\frac{1}{2} N$ ионов двухэквивалентных и т. д.

§ 2. Электрические свойства ионов. Электроны. Мы видели, что многие растворенные вещества распадаются на ионы. Нет сомнения, что газы также при различных обстоятельствах подвергаются ионизации. Наконец, многие ученые допускают, что и молекулы твердых тел, напр. металлов, могут распадаться на ионы; эту мысль впервые развил Giese (1889).

Ионизация растворенного вещества зависит в высокой степени от растворителя. Nernst (1894) находит, что ионизирующая способность растворителя тем больше, чем больше его диэлектрическая постоянная K ; наибольшее K принадлежит воде ($K = 80$), и наибольшая ионизация имеет место в растворах водных.

В основе современного учения об ионах лежит представление о том, что каждый ион связан с некоторым количеством электричества. Если заряд иона положительный, то ион называется катионом; если заряд отрицательный, то ион называется анионом. К анионам относятся Cl , Br , J , Fl , OH , NO_2 , CN , NO_3 , ClO_3 , ClO_4 , SO_4 , SeO_4 и т. д. К катионам: водород, металлы, NH_4 , PH_4 , некоторые органические производные от NH_4 , PH_4 и т. д. При ионизации молекулы всегда образуются анион и катион, обладающие одинаковыми зарядами. Если ионы растворенного вещества движутся, то вместе с ними движутся и их электрические заряды. Мы полагаем, что, кроме движения электричества, вызванного перемещающимися ионами, никакого другого движения электричества в растворах не существует. Таким образом, перемещение ионов в растворах не может быть рассма-

триваемо, как следствие протекания электричества через раствор, так как в перемещении ионов и заключается сущность этого протекания электричества. Заметим, что анионы и катионы всегда движутся в противоположных направлениях, если, конечно, кроме беспорядочного движения ионов во все стороны существует определенное направление движения ионов. Опытные исследования, к которым мы обратимся впоследствии, привели к следующему основному положению:

Каждый грамм-эквивалент какого бы то ни было иона содержит одно и то же количество F положительного или отрицательного электричества, при чем

$$\left. \begin{aligned} F &= 96490 \text{ кулонам} = \\ &= 9649 \text{ э.-м. } C.G.S. \text{ ед.} = 2,895 \cdot 10^{14} \text{ э.-ст. } C.G.S. \text{ ед.} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

Его можно было бы назвать электрохимической единицей количества электричества; иногда F называется также фарадеевой постоянной. Итак, например 1,008 гр. H , 35,45 гр. Cl , 17,01 гр. OH , 62,04 гр. NO_3 , 8 гр. O и т. д. связаны с F , если H , Cl и O состоят только из ионов.

Весовое количество иона, связанное с 1 кулоном, называется электрохимическим эквивалентом иона. Очевидно, оно равно $\frac{1}{96490}$ грамм-эквивалента; для удобства оно выражается однако, в миллиграммах. Так, электрохимические эквиваленты равны: для H — 0,01044 мгр., Ag — 1,118 мгр., Cl — 0,3673 мгр., OH — 0,1762 мгр., $\frac{1}{2} Cu$ — 0,3294 мгр., $\frac{1}{2} Zn$ — 0,3388 мгр., $\frac{1}{2} O$ — 0,08288 мгр., $\frac{1}{2} SO_4$ — 0,4976 мгр. и т. д.

Мы видели, что грамм-эквивалент всякого одноэквивалентного иона содержит одно и то же число N ионов; а так как тот же грамм-эквивалент связан с количеством электричества F , то ясно, что каждый отдельный одноэквивалентный ион, например, H , K , Na , Ag , Cl , OH , N_3 и т. д., содержит одно и то же количество электричества $e = F : N$. Если принять $N = 6,06 \cdot 10^{23}$, то получается:

$$e = \frac{F}{N} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ кул.} = 1,6 \cdot 10^{-20} \text{ э.-м.} = 4,77 \cdot 10^{-10} \text{ эл.-ст. } C.G.S. \dots (4)$$

Заряд e представляется элементарным зарядом или атомом электричества; это и есть тот электрон, о котором уже было сказано на стр. 50. Первая попытка определения этой величины принадлежит, повидимому, Budde (1885). Planck (1902) находит

$$e = 4,69 \cdot 10^{-10} C.G.S. \text{ эл.-стат. ед.} \dots (4, a)$$

Rutherford и Geiger (1908) нашли, что $e = 4,65 \cdot 10^{-10}$ э.-ст. ед.; Millikan (1913) дает для e число $4,774 \cdot 10^{-10}$ эл.-ст. ед. Ясно, что двухэквивалентный ион, например, Ba , Zn , SO_4 , CO_3 и т. д. связан с двумя электронами; трех эквивалентный, например, PO_4 (из H_3PO_4) — с тремя и т. д. Эквивалентность иона определяется числом электронов,

которые с ним связаны. Если через m обозначить массу иона, выраженную в граммах, заряд e выразить в э.-м. С. Г. С. единицах, то для одного атома водорода имеем:

$$\left. \begin{aligned} m &= 1 : N = 1,662 \cdot 10^{-24} \text{ гр.} \\ \frac{e}{m} &= eN = F = 9649 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

Положительный электрон иногда обозначают знаком \oplus , отрицательный — знаком \ominus . На ион можно смотреть, как на соединение атома материи с электроном. Wegner указал на случаи, когда в определенной группе атомов один атом за другим может быть замещен электроном, и притом электроотрицательный атом, напр., Cl , положительным электроном и наоборот, ибо в соединении $Cl\ominus$ атом Cl как бы замещает положительный электрон \oplus в нейтральной молекуле $\oplus\ominus$, вовсе не обладающей материей. Ион представляет таким образом атом или группу атомов, „средства“ которого насыщены электронами, так что можно даже писать



Когда ионы находятся под влиянием электрических сил, т. е. когда в растворе образуется электрическое поле, то они начинают перемещаться по направлению действующих сил. Несомненно, что ионы встречают при этом огромное сопротивление, которое можно рассматривать, как трение ионов о частицы растворителя и о другие ионы. Вследствие этого скорости ионов вообще весьма не велики. Наибольшею скоростью обладает ион H , из катионов — металлы движутся примерно в пять раз медленнее, чем H . Из анионов обладает наибольшею скоростью гидроксил OH ; его скорость около 0,6 скорости H ; Cl , Br , J обладают примерно такую же скоростью, как K и Na . Абсолютные величины скоростей впервые определяли Ф. Kohlrausch, Lodge, Cattaneo и др. Если падение потенциала составляет 1 вольт на 1 см., то скорости ионов равны (в H_2O при 18°):

Катионы.		Анионы	
Для H	0,00300 $\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$	Для OH	0,00157 $\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$
K	0,00057	Cl	0,00059
NH_4	0,00055	NO_3	0,00053
Ag	0,00046	ClO_3	0,00046
Mg	0,00029	$C_2H_3O_2$	0,00029

Так как заряд иона нам известен, то легко вычислить силы, под влиянием которых происходит перемещение ионов. Оказывается, что эти силы весьма велики. Чтобы 1 гр. водородных ионов перемещать со скоростью в 1 см. в секунду, требуется сила, равная 330 миллионам килограммов. Это число того же порядка, как и число, полученное нами в т. III для сил, действующих при диффузии. На каждый отдельный ион H получается сила, равная $3 \cdot 10^{-10}$ мгр.

Мы уже упомянули, что и в газах необходимо допустить существование ионов. Ионизация газов увеличивается под влиянием электрических сил, при прохождении через газы ультрафиолетовых лучей, лучей Рентгена, лучей, испускаемых радиоактивными телами, а также при некоторых других обстоятельствах. Оказывается, что в не очень разреженных газах ионы образуют как бы ядра, вокруг которых группируются не ионизированные частицы газа, водяного пара, пылинки и т. д., вследствие чего подвижность ионов в значительной степени уменьшается. В верхних слоях атмосферы воздух сильнее ионизирован, чем в нижних. Отрицательные ионы более способны образовывать центры скопления частиц, водяных капелек и т. д., чем положительные.

В электрическом поле происходит движение ионов газа, при чем отрицательные ионы вообще движутся быстрее положительных. При падении потенциала в 1 вольт на 1 см. ионы неразреженного воздуха движутся со скоростями, которые вообще равны от 1 до 2 см. в секунду. Скорость ионов водорода (при 760 мм. давления) около 5 см. в секунду.

Мы впоследствии ближе познакомимся с целым рядом явлений, в которых мы имеем дело с потоками быстро движущихся электронов. Сюда относятся некоторые электрические явления, наблюдаемые в разреженных газах (например, катодные лучи), а также лучи β , испускаемые радиоактивными телами. Весьма большой интерес представляет вопрос о величине заряда, принадлежащего отдельной частице такого потока, а также о величине массы m весомой материи, с которою этот заряд связан. Исследования J. J. Thomson'a и др. привели прежде всего к весьма важному результату, что величина искомого заряда как раз равна тому количеству электричества, которое мы обозначили через e , см. (4), т. е. которое связано с ионом растворенного электролита, и было названо электроном. Отсюда вытекает мировое значение этой величины, как действительного элементарного количества отрицательного электричества.

Отношение $\frac{e}{m}$ для электронных потоков было определено многими учеными, работы которых мы также рассмотрим впоследствии. Измеряя e в эл.-магн. единицах, они нашли числа, колеблющиеся около

$$\frac{e}{m} = 1,7 \cdot 10^7 \dots \dots \dots (6)$$

Но мы видели, что, когда электрон в растворе связан с одним атомом водорода, то $e : m = 9649$, см. (5). Так как e в обоих случаях одинаковое, то приходилось допустить, что в электронном потоке каждый электрон связан с таким количеством весомой материи, масса которого примерно в 1800 раз меньше массы одного атома водорода. Затруднения, которые связаны с таким представлением, усугубились, когда оказалось, что отношение $e : m$ зависит от скорости v движения электронов; чем больше v , тем больше и масса m . Это привело к мысли, что масса m , с которою связан электрон в вышеуказанных

потоках, есть масса фиктивная. Теория, данная Abraham'ом, и опыты, произведенные Kaufmann'ом (1903) и другими учеными, подтвердили эту мысль. Величина m не есть масса весомая, но представляет „массу электромагнитную.“ В связи с этим явилась новая мысль: не следует ли на всякую массу m смотреть, как на нечто фиктивное, имеющее исключительно только электромагнитный характер? Нельзя ли механику построить на электромагнитных основаниях, сделать из нее часть учения об электричестве? Самое возникновение этой мысли показывает, какой глубокой эволюции подверглись в последние годы основные черты мировоззрения физики.

Литература относящихся сюда вопросов будет указана впоследствии.

§ 3. Общие замечания о соприкосновении тел. Соприкосновение химически или физически разнородных тел есть источник электричества. Вопрос о том, должно ли это соприкосновение непременно сопровождаться еще каким-либо явлением, напр., химической реакцией, взаимною диффузией веществ и т. д. для того, чтобы оно могло явиться источником электрического состояния, до сих пор (1920) нельзя считать решенным. Мы постараемся, где возможно, устранившись от рассмотрения этого вопроса и ограничиться изложением того, что непосредственно может быть наблюдаемо, как результат того или другого опыта. Мы пока будем рассматривать соприкосновение только проводников, т. е. главным образом металлов и растворов солей и кислот; последние мы называли электролитами. Мы допускаем существование в таких растворах ионов, свойства которых были рассмотрены в предыдущем параграфе.

При соприкосновении двух проводников, состоящих из веществ A и B , оба электризуются и притом — разноименно. Их потенциалы оказываются неодинаковыми, т. е. все точки тела A находятся при одном, все точки тела B — при другом потенциале. Иначе говоря, во всех точках поверхности S соприкосновения тела A и B имеет место скачек потенциала. Величина этого скачка не зависит ни от формы, ни от размеров тел A и B , ни от величины, ни от формы поверхности соприкосновения S . Наконец, она не зависит и от случайного электрического состояния совокупности обоих тел, т. е. от потенциала одного из тел. Она зависит исключительно только от химического состава и от физического состояния обоих тел. Причину возникновения разности потенциалов мы назовем электродвижущей силой и допустим, что она действует в поверхности соприкосновения S . За ее меру мы примем величину разности потенциалов тел A и B . Обозначая ее через E , а потенциалы тел A и B через V_1 и V_2 , мы имеем численное равенство

$$E = V_1 - V_2 \dots \dots \dots (7)$$

За направление электродвижущей силы мы примем направление от тела с меньшим потенциалом к телу с большим потенциалом, т. е. от B к A , если $V_1 > V_2$. Величину E электродвижущей силы мы будем обозначать также символом $A | B$, где A и B могут быть химические

знаки соприкасающихся веществ. Так, напр., $ZnSO_4 | Zn$ обозначает электродвижущую силу или разность потенциалов раствора цинкового купороса и цинка, отчасти погруженного в этот раствор. При этом знак $A | B$ обозначает всегда потенциал тела A , из которого вычтен потенциал тела B ; отсюда имеем, очевидно,

$$A | B = -B | A \dots \dots \dots (8)$$

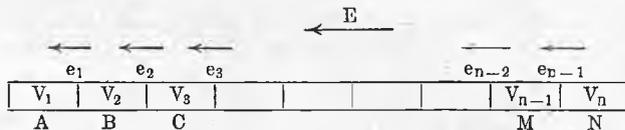
Факт существования скачка потенциала может быть объяснен наличием двойного электрического слоя вдоль всей поверхности соприкосновения S . Формула (47, d) главы I показывает, что момент этого слоя равен

$$\omega = \frac{1}{4\pi}(V_1 - V_2) = \frac{1}{4\pi}E \dots \dots \dots (9)$$

И действительно, приходится допустить, что заряды соприкасающихся тел A и B расположены почти целиком вдоль поверхности S ; на остальных свободных частях поверхностей A и B находятся сравнительно ничтожные части этих зарядов.

Перейдем к рассмотрению цепи соприкасающихся тел $A, B, C \dots M, N$, символически изображенных на рис. 74. Мы предполагаем,

Рис. 74.



что все части цепи находятся при одной температуре. Электродвижущие силы, действующие между соседними телами, мы обозначим через $e_1, e_2, e_3 \dots e_{n-2}, e_{n-1}$, полагая, что число всех тел есть n . Пусть потенциалы суть $V_1, V_2, V_3 \dots V_n$; в таком случае

$$e_1 = V_1 - V_2 = A | B; e_2 = V_2 - V_3 = B | C; \dots e_{n-1} = V_{n-1} - V_n = M | N.$$

Эти величины могут быть отчасти положительные, отчасти отрицательные. Сумму электродвижущих сил, действующих в поверхностях соприкосновения цепи, мы назовем электродвижущей силой цепи. Обозначим ее через E ; так как $E = \sum e_k$, то, подставляя вместо e_k ее значение, получаем:

$$E = A | B + B | C + \dots + M | N = \sum e_k = V_1 - V_n \dots \dots (10)$$

Электродвижущая сила цепи равна разности потенциалов ее концов; она же равна сумме скачков потенциала, встречающихся в цепи. Она направлена от конца, потенциал которого меньше, к концу, потенциал которого больше, как бы сопротивляясь уравниванию потенциалов, которое должно произойти при течении положительного электричества в обратном направлении.

Особый интерес представляет случай, когда крайние вещества в цепи одинаковые, т. е. когда цепь состоит из веществ $A, B, C \dots$

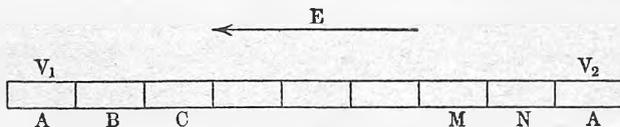
M, N, A (рис. 75). Такой ряд соприкасающихся тел мы назовем правильно разомкнутой цепью. Потенциалы концов, т. е. двух тел A , обозначим теперь через V_1 и V_2 ; тогда

$$E = V_1 - V_2 = A | B + B | C + \dots M | N + N | A \dots (11)$$

Такого рода комбинация очевидно должна состоять по крайней мере из трех веществ (A, B, C) и четырех тел (A, B, C, A), т. е. из трех пар $A | B + B | C + C | A$, так как при двух веществах цепь ABA всегда дает $A | B + B | A = 0$, см. (8). Изучая правильно разомкнутые цепи, мы убеждаемся, что все проводники должны быть разделены на два класса.

I. Проводники первого класса обладают следующим свойством: электродвижущая сила правильно разомкнутой цепи, состоящей из проводников первого класса, равна нулю.

Рис. 75.



Формула (11) дает $V_1 = V_2$; концы, состоящие из одинаковых веществ, находятся и при одинаковых потенциалах, независимо от числа и рода промежуточных проводников, если они только все первого класса.

К проводникам первого класса принадлежат все металлы, а также твердые проводники — уголь, некоторые твердые минералы, окислы, напр. перекись марганца, и т. д. Мы имеем напр.



Для случая трех веществ мы получаем

$$A | B + B | C + C | A = 0 \dots (11, a)$$

Отсюда, см. (8),

$$A | B + B | C = A | C \dots (12)$$

напр.,

$$Zn | Fe + Fe | Cu = Zn | Cu.$$

Формула (12) выражает закон Вольта (Volta): сумма электродвижущих сил $A | B + B | C$ равна электродвижущей силе $A | C$.

Так как $E = 0$, то более общее выражение (11) дает для проводников первого класса

$$A | B + B | C + C | D + \dots + M | N = A | N \dots (12, a)$$

что, впрочем, и непосредственно получается на основании (12), так как $A | B + B | C = A | C$, $A | C + C | D = A | D$ и т. д.; напр.

$$Zn | Ag + Ag | Mg + Mg | Fe + Fe | Cu = Zn | Cu.$$

Формула (12,а) показывает, что разность потенциалов двух проводников первого класса, получаемая при их непосредственном соприкосновении, не меняется, если между ними поместить произвольное число других проводников первого класса. В первом случае мы имеем напр. потенциалы V_1 и V_2 , а во втором — потенциалы $V_1, V', V'', V''', \dots V_2$, где V', V'', V''' — различные потенциалы промежуточных тел, при чем эти потенциалы могут быть и больше, и меньше потенциалов V_1 и V_2 .

Положим, что $A|B$ и $A|C$ — величины положительные. Формула (12) показывает, что если $A|B$ меньше $A|C$, то $B|C$ должна быть величиною положительною, т. е. что в ряду тел A, B, C , каждое тело получает больший потенциал, если оно соприкасается с одним из последующих: $B|C > 0$, но $B|A < 0$; далее, разность потенциалов тем больше, чем дальше тела отстоят друг от друга в этом ряду: $A|C > A|B$ и $A|C > B|C$. Легко обобщить этот результат.

Все проводники первого класса могут быть распределены в некоторый ряд, при чем каждый получает больший потенциал при соприкосновении с одним из последующих и меньший потенциал при соприкосновении с одним из предыдущих тел этого ряда. Если одно определенное тело приводит в соприкосновение с различными телами, то разность потенциалов будет тем больше, чем дальше второе тело отстоит в этом ряду от первого.

Такой ряд называется рядом Вольта. Если ряд Вольта символически обозначить так:

$$A, B, C, D, \dots, M, N, P, \dots, X, Y, Z,$$

то напр. $C|D < C|M < C|P < C|X < C|Z$; далее $D|B < 0$, $D|M > 0$, $D|Y > 0$, $N|D < 0$, $N|X > 0$ и т. д.

II. Проводники второго класса не удовлетворяют закону Вольта и не могут быть вставлены в ряд Вольта. К проводникам второго класса принадлежат все электролиты, т. е. например, растворы кислот и солей, расплавленные соли и кислоты и т. д. Мы допускаем, что кроме перемещения электричества, связанного с этими ионами, никакого другого движения электричества в них быть не может.

Обозначим какие-либо проводники второго класса чрез S, S_1, S_2 и т. д., проводники первого класса — через A, B, C и т. д. Указанное основное свойство электролитов выражается формулами

$$\left. \begin{aligned} A|S + S|B &\geq A|B \\ E = V_1 - V_2 &= A|S + S|B + B|A \geq 0 \\ E = V_1 - V_2 &= A|S_1 + S_1|S_2 + S_2|B + B|A \geq 0 \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

Здесь V_1 и V_2 — потенциалы двух одинаковых тел A , находящихся на двух концах правильно разомкнутых цепей; само собою разумеется, что величины E, V_1 и V_2 неодинаковы в двух символически написанных рядах. Формулы (13) приводят к следующему результату.

В правильно разомкнутой цепи, в состав которой входят проводники второго класса, т. е. электролиты, действует некоторая электродвижущая сила E , не равная нулю; она равна разности потенциалов концов этой цепи. Ее направление совпадает с тем направлением, в котором преобладают положительные скачки потенциала, т. е. скачки вверх; иначе говоря, E направлено от V_2 к V_1 , если $V_2 < V_1$.

Символ $S_1 | S_2$ соответствует случаю соприкосновения двух электролитов; практически их обыкновенно отделяют друг от друга пористой перегородкою, приготовленную, напр., из необожженной глины. Обыкновенно пользуются пористым сосудом, поставленным в более широкий стеклянный сосуд; внутри первого помещают один электролит, во второй — т. е. снаружи пористого сосуда — другой.

Правильно разомкнутая цепь, состоящая из одного или двух проводников A, B первого класса с одним или двумя электролитами S или из трех электролитов, называется гальваническим элементом. Такой элемент может быть составлен по одной из следующих схем:

1. Один проводник первого класса и два электролита:

$$E = A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | A \dots \dots \dots (14, a)$$

2. Два проводника первого класса и один электролит:

$$E = A | S + S | B + B | A \dots \dots \dots (14, b)$$

3. Два проводника первого класса и два электролита:

$$E = A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | B + B | A \dots \dots \dots (14, c)$$

4. Три электролита:

$$E = S_1 | S_2 + S_2 | S_3 + S_3 | S_1 \dots \dots \dots (14, d)$$

Два соприкасающихся электролита могут представлять и два раствора одного и того же вещества, отличающиеся концентрацией. Такие элементы называются концентрационными; в случае типа (14, a) они состоят как бы только из двух веществ.

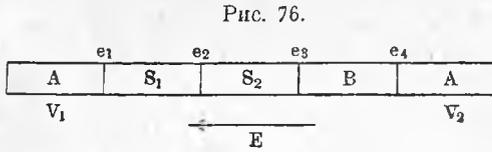
В приведенных выше комбинациях E не равно нулю, откуда видно, что электролиты не следуют закону Вольта. Возможно, однако, для комбинации (14, b) написать формулу, которая выражает закон, аналогичный закону Вольта. Будем три проводника A, B и C по два погружать в одну и ту же жидкость S , и пусть (A, B) , (B, C) и (A, C) — электродвижущие силы этих комбинаций. Мы имеем

$$\begin{aligned} (A, B) &= A | S + S | B + B | A \\ (B, C) &= B | S + S | C + C | B \\ (A, C) &= A | S + S | C + C | A. \end{aligned}$$

Складывая первые два выражения и принимая во внимание, что $B | S + S | B = 0$, и что $C | B + B | A = C | A$, мы получаем

$$(A, B) + (B, C) = (A, C) \dots \dots \dots (15)$$

чем и выражается для комбинации двух проводников первого класса с одним электролитом закон, аналогичный закону Вольта. Нечто подобное относится и к комбинации двух проводников



первого класса с двумя электролитами, см. (14,с), если предположить, что каждый из трех проводников A, B, C погружен в определенный, ему соответствующий электролит S_1, S_2, S_3 , и если пренебречь во

всяком случае весьма малую электродвижущую силу, действующую между электролитами. Мы имеем

$$\begin{aligned} (A, B) &= A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | B + B | A \\ (B, C) &= B | S_2 + S_2 | S_3 + S_3 | C + C | B \\ (A, C) &= A | S_1 + S_1 | S_3 + S_3 | C + C | A. \end{aligned}$$

Складывая первые две величины и допуская, что все $S_1 | S_k$ весьма малы, или — что приблизительно $S_1 | S_2 + S_2 | S_3 = S_1 | S_3$, мы вновь получаем равенство (15).

Возвращаемся к наиболее важной комбинации двух проводников A и B первого класса с двумя электролитами S_1 и S_2 ; такая комбинация схематически изображена на рис. 76.

Полагая $A | S_1 = e_1$, $S_1 | S_2 = e_2$, $S_2 | B = e_3$, $B | A = e_4$, мы имеем

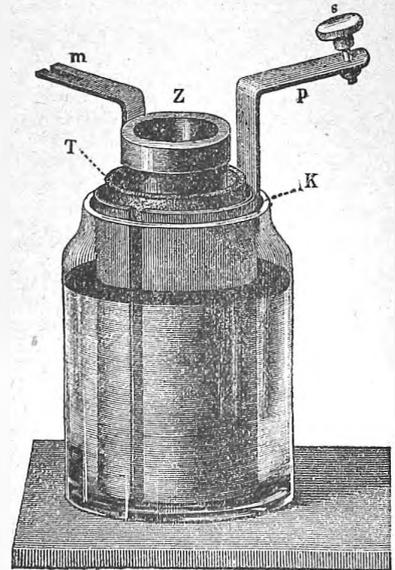
$$\begin{aligned} E &= V_1 - V_2 = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 = \\ &= A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | B + B | A \dots (16) \end{aligned}$$

Примером такой комбинации может служить элемент Даниэля, изображенный на рис. 77. В стеклянный стакан вставлен пористый сосуд T , в который вливается слабый раствор серной кислоты, а следовательно, находится во всяком случае и цинковый купорос, которым вообще можно заменить кислоту. В тот же сосуд вставляется цинковый цилиндр или стержень Z , к которому припаяна медная полоска m . В стакан вливается раствор медного купороса и вставляется медная согнутая пластинка K с припаянной к ней медной полоской p . Для элемента Даниэля имеем:

$$\begin{aligned} e_1 &= Cu | CuSO_4; e_2 = CuSO_4 | ZnSO_4; e_3 = ZnSO_4 | Zn; e_4 = Zn | Cu \\ E &= V_1 - V_2 = Cu | CuSO_4 + CuSO_4 | ZnSO_4 + ZnSO_4 | Zn + Zn | Cu \dots (17) \end{aligned}$$

Здесь V_1 и V_2 — потенциалы двух медных концов p и m , при чем потен-

Рис. 77.



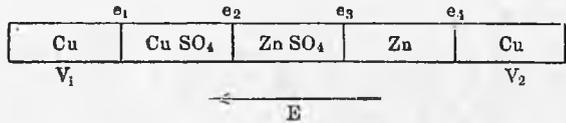
циал V_1 конца p больше потенциала V_2 конца m . Это значит, что если от конца m мысленно пройти через элемент, то сумма скачков потенциала будет величиною положительною, и что сила E действует по направлению от цинка Z к меди K или точнее — от меди m к меди Kp . На рис. 78 схематически изображено распределение веществ в элементе Даниэля в виде правильной разомкнутой цепи, соответственно схеме рис. 76. Заметим, что для элемента Даниэля E около одного вольта, и что в употребительных элементах E , вообще говоря, колеблется между одним и двумя вольтами.

Для упрощения будем далее говорить о металлах, когда собственно речь идет о проводниках первого класса, к которым, как сказано, принадлежат и другие твердые проводники.

Из всего изложенного выше явствует, что в правильно разомкнутой цепи из двух металлов, A и B и двух электролитов действуют четыре

электродвижущие силы e_1, e_2, e_3, e_4 , см. (16), в четырех поверхностях соприкосновения тел; сумма их равна E и в то же время равна разности потенциалов V_1 и V_2 концов цепи. Суще-

Рис. 78.



существует большое число способов измерения E и разности потенциалов $V_1 - V_2$; с этими способами мы познакомимся впоследствии. Во всяком случае мы должны сказать, что существование разности потенциалов $V_1 - V_2$ есть экспериментально дознанный и твердо установленный факт; величина этой разности может быть измерена весьма точно.

Являются два фундаментальных вопроса:

I. От каких обстоятельств зависит величина $E = V_1 - V_2$?

II. Как велика в отдельности каждая из составных частей $e_1 = A | S_1, e_2 = S_1 | S_2, e_3 = S_2 | B, e_4 = BA$, из которых складывается величина E , равная $V_1 - V_2 = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$?

Само собою разумеется, что мы должны поставить те же два вопроса и для более простых цепей, к которым относятся формулы (14, a), (14, b) и (14, d). Оказывается следующее:

На первый вопрос, относящийся к непосредственно легко наблюдаемой и измеряемой величине суммы E , наука дает вполне определенный и ясный ответ, который мы и постараемся выяснить в следующем параграфе.

На второй вопрос наука до сих пор (1914) не дала окончательного ответа. Мы знаем, чему равна сумма, от чего она зависит, с какими другими величинами она закономерно связана; но мы ничего окончательного не можем сказать о тех слагаемых, из которых эта сумма состоит.

Весьма вероятно, что в выражении (16) величина $e_2 = S_1 | S_2$ мала сравнительно с E , если только вещества A, B, S_1 и S_2 подобраны так, что

сама величина E не мала, напр., равняется не малой дробной части одного вольта. Остаются два рода слагаемых величины E : с одной стороны, однородные части $e_1 = A | S_1$ и $e_3 = S_2 | B$, с другой — величины $e_4 = B | A$. Спрашивается, как распределяется сумма E между этими двумя родами слагаемых? Преобладает ли один из них или они играют примерно одинаковую роль, или один из них даже равен нулю? Короче: где надо искать источник возникновения разности потенциалов концов правильно разомкнутой цепи? Там, где соприкасаются металлы между собою, или там, где они соприкасаются с электролитами, или в обоих местах?

Не малое число выдающихся ученых держатся того мнения, что e_4 весьма мало в сравнении с e_1 и e_3 , составляя лишь несколько тысячных долей всей суммы E ; что, следовательно, соприкосновение металлов с электролитами есть главный источник электродвижущей силы элемента, единственный, который следует иметь в виду. Сюда относится немецкая школа электрохимиков — Ostwald, Nernst, Jahn, Le Blanc, Luerke и другие. Есть ученые, между прочим и в Англии (напр. Lodge), которые полагают, что $e_4 = 0$, т. е. что соприкосновение металлов само по себе никакой электродвижущей силы не дает. И рядом мы видим ученых, которые производят измерения величины e_4 для различных сочетаний металлов и находят, что e_4 может составлять половину, три четверти и еще большую часть величины E , что e_4 может доходить до одного вольта. Мы видим бесчисленные опыты и измерения со стороны приверженцев того и другого воззрения и рядом — каждый раз критику этих опытов со стороны противного лагеря. Следует, однако, отметить, что в настоящее время перевес несомненно на стороне тех, которые полагают $e_4 = 0$, т. е. полагают, что источник электродвижущей силы элемента находится там, где соприкасаются проводники первого класса с электролитами. Мы здесь не имеем права стать на одну какую-либо сторону, держаться одного определенного взгляда на величину e_4 ; мы обязаны дать картину современного состояния науки, а потому мы должны указать, что было сделано в каждом из двух лагерей. Весьма замечательно, что нерешение самого основного вопроса не помешает нам в дальнейшем изложении, так как в этом изложении играет главную роль величина E , сумма спорных слагаемых, т. е. величина, относительно которой никаких споров существовать не может.

Понятно, что мы обращаемся прежде всего к первому из двух фундаментальных вопросов, указанных выше, к вопросу о величине E , закономерные связи которой с другими физическими величинами отчасти могут быть указаны истинно прочною основой современной физики — двумя началами термодинамики. Уклоняясь от обычного пути синтетического построения величины E на основании предварительно рассмотренных величин e , мы предпочитаем обратный путь: предварительно мы рассмотрим то, что непосредственно наблюдается, что бесспорно установлено, и затем только перейдем к изложению того, что сделано для решения вопроса спорного, вопроса о слагаемых элек-

тродвижущей силы правильно разомкнутой цепи, состоящей из ряда соприкасающихся проводников первого класса и электролитов.

§ 4. Электродвижущая сила элемента. Элемент обратимый. Мы видели, см. (16), что

$$E = V_1 - V_2 = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 = A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | B + B | A . . \quad (18)$$

Проводники A и B мы назовем электродами или полюсами, и при том электрод A , обладающий более высоким потенциалом V_1 , электродом или полюсом положительным, а другой — B , потенциал которого $V_2 < V_1$, электродом или полюсом отрицательным.

Мы видели далее, что электродвижущая сила, действующая в поверхности соприкосновения двух тел, зависит исключительно только от рода и от физического состояния этих тел. Сказанное относится к каждому из четырех слагаемых величины E , а следовательно, и к самой сумме, т. е. к E . Отсюда получается такой закон: электродвижущая сила всякого элемента зависит только от рода и от физического состояния веществ, из которых элемент составлен. Иначе говоря, величина E зависит от того, какие проводники A и B первого класса, и какие электролиты S_1 и S_2 были взяты; далее, она зависит от температуры, давления, крепости растворов S_1 и S_2 и других физических факторов. С другой стороны, электродвижущая сила элемента не зависит ни от формы и размеров элемента, ни от его внутреннего устройства, т. е. способа распределения в нем твердых и жидких проводников.

Не вдаваясь ни в какие рассуждения о составных частях величины E , мы можем решить вопрос об электродвижущей силе E произвольного числа соединенных между собою элементов или так называемой батареи элементов. Предположим, что мы имеем n одинаковых элементов, и пусть E_0 — электродвижущая сила каждого из них. Мы увидим впоследствии, что существуют разные способы соединения элементов; из них мы рассмотрим два главнейших: соединение последовательное и соединение параллельное.

При последовательном соединении элементы составляют непрерывный ряд, схематически изображенный на рис. 79; при этом положи-

Рис. 79.



тельный полюс одного элемента соединен с отрицательным соседнего. Если через V_a, V_b, V_c и т. д. обозначить потенциалы точек a, b, c и т. д., то, очевидно, $V_b - V_a = E_0, V_c - V_b = E_0, V_d - V_c = E_0$ и т. д. Ясно, что в этом случае искомая величина E равна

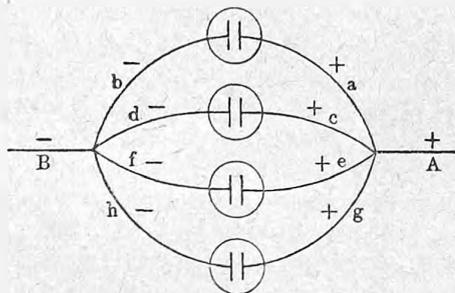
$$E = nE_0 \quad (19)$$

Электродвижущая сила n элементов, соединенных после-

довательно, в n раз больше электродвижущей силы одного элемента. Величина E равна разности потенциалов $V_n - V_a$ концов разомкнутой батареи. При большом n можно получить довольно большие разности потенциалов, а следовательно и довольно сильные электризации этих концов. Отсюда следует, что концы разомкнутой батареи последовательно соединенных элементов могут служить источниками значительного электрического заряда. Если их соединить с двумя телами (из одного и того же проводящего материала), то последние электризуются, при чем их разность потенциалов будет равна $E = nE_0$.

Параллельным соединением называется такое, при котором все n положительных полюсов элементов соединены между собою, и все n отрицательных полюсов также соединены между собою, как это схематически показано на рис. 80. В этом случае $V_a - V_b = E_0$, $V_c - V_d = E_0$, $V_e - V_f = E_0$ и т. д. Но $V_a = V_c = V_e = \dots = V_A$, и $V_b = V_d = V_f = \dots = V_B$, ибо соединенные между собою однородные проводники должны

Рис. 80.



находиться при одинаковых потенциалах. Отсюда ясно, что величина E , которая есть $V_A - V_B$, равна E_0 :

$$E = E_0 \dots \dots (19, a)$$

Электродвижущая сила n элементов, соединенных параллельно, равна электродвижущей силе одного элемента. Все n элементов составляют как бы один элемент более сложного устройства.

В дальнейшем мы будем исходить из предположения, что один из

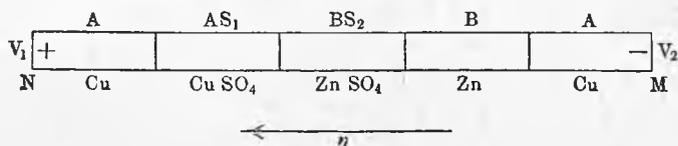
двух ионов электролита S_1 тождествен с веществом A , и точно так же один из двух ионов электролита S_2 — с веществом B . Такой случай мы имеем, напр., когда S_1 и S_2 — растворы солей металлов A и B . По причинам, которые выяснятся несколько ниже, мы называем такой элемент обратимым; кроме того, мы и каждый отдельный электрод будем называть обратимым, если его ионы находятся в том электролите, с которым он соприкасается. Элемент Даниэля, см. (17), очевидно, обратимый; это верно и в том случае, если мы раствор соли $ZnSO_4$ заменим раствором H_2SO_4 , так как при этом тотчас же образуется некоторое количество $ZnSO_4$.

Переходим к рассмотрению того, что должно происходить, если через обратимый элемент протекает некоторое количество электричества. Вопрос об источнике этого электричества мы оставляем в стороне. На рис. 81 вновь изображена схема правильно разомкнутой цепи; внизу, в виде примера, указаны составные части элемента Даниэля. Полагаем $V_1 > V_2$, так что N — положительный, M — отрицательный электрод. Электродвижущая сила элемента

$$E = V_1 - V_2 \dots \dots \dots (19, b)$$

Положим, что количество электричества η было перемещено от M к N , т. е. от более низкого потенциала к более высокому. Движение электричества в электролитах сводится, как мы видели, к перемещению ионов. Для удобства обозначим состав электролитов через AS_1 и BS_2 , где A и B — катионы, несущие положительное электричество и двигающиеся по направлению от M к N , между тем как анионы S_1 и S_2 перемещаются в обратном направлении. Такое перемещение ионов сопряжено с химическими реакциями и при том всегда с такими, совокупность которых представляет реакцию экзотермическую, т. е. происходящую с выделением тепла. Ион S_2 движется направо и соединяется с металлом электрода B , который растворяется. Можно допустить, что B также содержит ионы и при том — обоюродного. В таком случае

Рис. 81.



растворение сводится к испусканию потока положительно наэлектризованных ионов, которые и соединяются с отрицательными ионами S_2 . Положительные ионы B электролита BS_2 соединяются с ионами S_1 ; положительные ионы A электролита AS_1 движутся к электроду A , на котором они осаждаются, или, как говорят, выделяются, отдав ему свой заряд, который и течет по направлению к N . В результате электрод B растворяется, электролит AS_1 разлагается, и на электроде A выделяется металл A . Так, в элементе Даниэля Zn растворяется, Cu выделяется на медном электроде. Образование $ZnSO_4$ происходит с выделением тепла, разложение $CuSO_4$ — с поглощением тепла. Но выделение имеет перевес, так что в совокупности получается экзотермическая реакция. Химические процессы, происходящие в рассматриваемом случае, т. е. когда электролиты содержат ионы A и B , очевидно, обратимы: если количество электричества η пройдет через элемент в обратном направлении, то электрод $A(Cu)$ растворится, а на $B(Zn)$ будет выделяться тот металл, из которого этот электрод состоит. Теперь понятно, почему говорят об обратимых электродах и об обратимом элементе.

Пусть q — выраженное в джоулях (0,24 мал. калории) количество теплоты, которое выделилось бы в элементе при химических реакциях, сопровождающих протекание одного кулона, т. е. при перемещении $\frac{1}{96490}$ грамм-эквивалента каждого из ионов. Пусть далее q_0' и q_0'' — обыкновенно помещаемые в таблицах термохимические данные, соответствующие двум реакциям, происходящим у двух электродов, при чем предполагается, что обе реакции происходят в положительную сторону, т. е. с выделением тепла; таково, например, растворение того и другого электрода. Величины q_0' и q_0'' в таблицах выражаются в малых кало-

риях на один грамм растворяющегося металла. Обозначим грамм-эквиваленты электродов через σ' и σ'' , их электрохимические эквиваленты, выраженные в миллиграммах (см. § 2), через ε' и ε'' . В таком случае

$$q = \frac{q_0' \sigma' - q_0'' \sigma''}{96490 \times 0,24} = \frac{q_0' \varepsilon' - q_0'' \varepsilon''}{1000 \times 0,24} \text{ джоулей} \quad (20)$$

Приложим два начала термодинамики к бесконечно малому обратимому процессу, совершающемуся, когда количество электричества $d\eta$ переходит от M к N ; выражая $d\eta$ в кулонах, $E = V_1 - V_2$ в вольтах, мы получим работу перемещения электричества в джоулях, а поэтому мы и количества теплоты должны выражать в джоулях. Предположим, что одновременно с протеканием $d\eta$ произошло нагревание элемента на dt градусов; теплоемкость элемента обозначим через c . Легко определить изменение dc теплоемкости при прохождении электричества $d\eta$. Пусть c_1 — теплоемкость всех веществ, участвующих в реакции, при чем от каждого вещества взят один электрохимический эквивалент; c_2 — теплоемкость веществ, образовавшихся после реакции, взятых в том же количестве. Ясно, что $c_2 - c_1$ есть изменение теплоемкости элемента при протекании одного кулона, а следовательно,

$$dc = (c_2 - c_1) d\eta \quad (21)$$

Пусть dQ — количество тепла (в джоулях), притекающее извне; внутри элемента выделяется теплота $q d\eta$. Вся теплота $dQ + q d\eta$ расходуется на нагревание элемента и на перемещение электричества $d\eta$ от потенциала V_2 к потенциалу V_1 . На первое действие потребна теплота $c dt$, на второе теплота $(V_1 - V_2) d\eta = E d\eta$. Отсюда

$$dQ = c dt + (E - q) d\eta \quad (22)$$

В элементе произошли потеря химической энергии $q d\eta$ и нагревание. Следовательно, энергия U элемента изменилась на величину

$$dU = c dt - q d\eta \quad (23)$$

К основным двум уравнениям (22) и (23) приложим два начала термодинамики. Величина dU должна быть полным дифференциалом; следовательно,

$$\frac{\partial c}{\partial \eta} = - \frac{\partial q}{\partial t} \quad (24)$$

Далее, величина $dQ: T$, где T абсолютная температура, должна быть полным дифференциалом; следовательно,

$$\frac{\partial \frac{c}{T}}{\partial \eta} = \frac{\partial \frac{E - q}{T}}{\partial t}.$$

Это дает

$$T \frac{\partial c}{\partial \eta} = T \left(\frac{\partial E}{\partial t} - \frac{\partial q}{\partial t} \right) - E + q;$$

Сокращая два члена, на основании (24), получаем

$$E = q + T \frac{\partial E}{\partial t} \dots \dots \dots (25)$$

Это знаменитая формула Гельмгольца, связывающая электродвижущую силу E обратимого элемента с термохимическим эффектом q , Сам Helmholtz, а также W. Thomson (Lord Kelvin), полагали сперва, что

$$E = q \dots \dots \dots (25, a)$$

каковое равенство известно под названием правила Томсона (E в вольтах, q в джоулях на один электрохимический эквивалент веществ электродов).

Формула (25) показывает, что E может быть и больше, и меньше q , смотря по тому, убывает или растет E с температурою. Сравнивая (24) с (21), мы видим, что

$$\frac{\partial q}{\partial t} = c_1 - c_2 \dots \dots \dots (26)$$

Дифференцируя (25) по t , получаем:

$$T \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = - \frac{\partial q}{\partial t} = c_2 - c_1 \dots \dots \dots (27)$$

В т. III была нами выведена формула, из которой легко получается (26).

Формула (27) дает

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \int \frac{c_2 - c_1}{T} dt + K \dots \dots \dots (28)$$

где K — постоянная величина; вставляя это в (25), получаем:

$$E - d = T \int \frac{c_2 - c_1}{T} dt + KT \dots \dots \dots (29)$$

Легко найти общее выражение E через q . Из (25) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{T dE - E dT}{T^2} &= - \frac{q dT}{T^2}, \\ \frac{E}{T} &= - \int \frac{q dT}{T^2} + K, \\ E &= - T \int \frac{q dT}{T^2} + KT \dots \dots \dots (30) \end{aligned}$$

Интегрируя по частям, легко перейти от (30) к (29), если принять во внимание (26). Вспомним, что q вычисляется при помощи формулы (20).

Формула (25) показывает, что если правило Томсона $E = q$, см. (25, a), приложимо, то E и q не зависят от T , и, следовательно, $c_1 = c_2$, см. (26). Это значит, что теплоемкость элемента не меняется от происходящих в нем реакций. Но нельзя утверждать обратного: если $c_1 = c_2$, то q от T не зависит, но E может быть линейной функцией абсолютной температуры.

Второй член в выражении (25) для E вообще не велик и для многих элементов можно принять $E = q$, т. е. вычислить E по формуле (20). Так для элемента Даниэля q_0' есть теплота (в малых калориях) растворения одного грамма цинка в H_2SO_4 , q_0'' — та же величина для одного грамма меди; ϵ' и ϵ'' — электрохимические эквиваленты цинка и меди в миллиграммах. Известно, что $q_0' = 1635$, $q_0'' = 881$, $\epsilon' = 0,337$, $\epsilon'' = 0,328$. Эти числа дают $q = 1,09$ джоулей на один протекающий кулон. Отбрасывая второй член в (25), получаем $E = 1,09$ вольта, что весьма близко к действительности. Gockel, Czapski, Jahn, Bugarszki, Хрущев, Ситников и др. доказали путем непосредственных измерений справедливость формулы (25) Гельмгольца. К этим работам мы возвратимся впоследствии.

Весьма интересно, что формула Гельмгольца может быть сразу получена на основании учения о свободной энергии, которое было изложено в т. III. Обозначим чрез U химическую энергию элемента, которая исчезает при протекании через элемент одного кулона; ясно, что $U = q$. Действительно, полученная при этом работа заключается в работе переноса одного кулона от потенциала V_2 к потенциалу V_1 . Выражая работу в вольт-кулонах, мы получаем ее равною $V_1 - V_2$, т. е. равною E . Из самого понятия о свободной энергии при изотермических процессах явствует, что эта работа получена на счет свободной энергии, так что мы должны иметь $E = F$, где F — свободная энергия, соответствующая запасу энергии U . Но в учении о свободной энергии мы имели формулу

$$F = U + T \frac{\partial F}{\partial T}.$$

Вставляя сюда $F = E$ и $U = q$, мы получаем непосредственно формулу (25) Гельмгольца. Дальнейшие приложения термодинамики к рассмотренным здесь вопросам можно найти в статье Е. Kohl'я (1908). R. Lorenz и Katayama показали, что формула (25) Гельмгольца справедлива только, когда элемент действует при постоянном, напр., атмосферном давлении.

Wroniewski (1908) показал, что (25) получается, как первое приближение, если допустить, что при абсолютной температуре нуль можно пользоваться упрощенною формулою (25,а).

Уравнение (25) Гельмгольца не может непосредственно служить для вычисления E , так как при интегрировании этого уравнения является неопределенная постоянная. В т. III мы познакомились с новым учением Nernst'a, который в 1909 г. показал, как можно воспользоваться его учением для вычисления электродвижущих сил элементов, составленных из чистых твердых и жидких веществ. Мы видели, что учение Nernst'a приводит к формулам:

$$\left. \begin{aligned} U &= U_0 + \beta T^2 + \gamma T^3 \\ F &= U_0 - \beta T^2 - \frac{1}{2} \gamma T^3 \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= -2\beta T - \frac{3}{2} \gamma T^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30, a)$$

в которых T абсолютная температура, β и γ постоянные, определяемые из равенства

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial t} = c_1 - c_2 = 2\beta T + 3\gamma T^2 \dots \dots \dots (30, b)$$

Здесь c_1 и c_2 теплоемкость веществ до и после реакции. Определив эти коэффициенты, мы можем вычислить $F = E$. Не трудно затем выразить E в вольтах. Nernst приложил эти выводы к элементам $AgCl - PbCl_2$, $AgCl - HgCl$, $PbI_2 - AgI_2$ и к элементу Clark'a (гл. V, § 8); полученные результаты оказались весьма близкими к действительным. Так для элемента Clark'a теория дала $E = 1,4592$ вольта, между тем как измерение дает $E = 1,4624$ вольта. Nernst показал также, как можно воспользоваться его теорией, чтобы вычислить E для элементов, содержащих газообразные вещества.

Учение о свободной энергии дает нам возможность найти зависимость электродвижущей силы E обратимого элемента от внешнего давления. Предположим, что химическая реакция, происходящая при протекании одного кулона через элемент, сопровождается увеличением объема, и пусть свободная энергия F и объем v имели первоначально значение F_1 и v_1 , а после протекания одного кулона через элемент сделались равными F_2 и v_2 . Внешнее давление обозначим через p ; протекание кулона происходило изотермически и при постоянном давлении p . Потерянная свободная энергия $F_1 - F_2$ была израсходована на перенесение кулона и на увеличение объема от v_1 до v_2 . На перенесение кулона, как мы видели, тратятся E джоулей; на расширение $Ap(v_2 - v_1)$ джоулей, где A — термический эквивалент работы при переводе ее в джули. Итак мы имеем равенство

$$F_1 - F_2 = E + Ap(v_2 - v_1),$$

которое дает

$$\frac{\partial F_1}{\partial p} - \frac{\partial F_2}{\partial p} = \frac{\partial F}{\partial p} + Ap\left(\frac{\partial v_2}{\partial p} - \frac{\partial v_1}{\partial p}\right) + A(v_2 - v_1) \dots \dots \dots (31)$$

Но мы имели формулу (т. III)

$$F = U - TS,$$

откуда (при $T = \text{Const.}$)

$$\frac{\partial F}{\partial p} = \frac{\partial U}{\partial p} - T \frac{\partial S}{\partial p}.$$

С другой стороны (т. III),

$$dS = \frac{\partial U + Ap dv}{T},$$

следовательно,

$$T \frac{\partial S}{\partial p} = \frac{\partial U}{\partial p} + Ap \frac{\partial v}{\partial p}.$$

Отсюда

$$\frac{\partial F}{\partial p} = -Ap \frac{\partial v}{\partial p},$$

т. е.

$$\frac{\partial F_1}{\partial p} - \frac{\partial F_2}{\partial p} = A T \left(\frac{\partial v_2}{\partial p} - \frac{\partial v_1}{\partial p} \right).$$

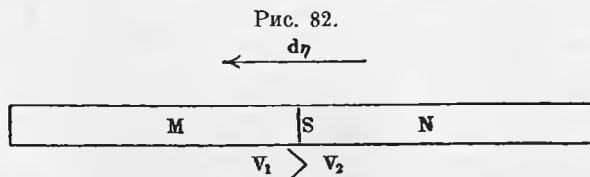
Вставляя это в (30,а), мы получаем для случая изотермического сжатия элемента замечательную формулу

$$\frac{\partial E}{\partial p} = A (v_1 - v_2) \dots \dots \dots (31,а)$$

Она говорит, что, если химические реакции в элементе сопровождаются увеличением объема v ($v_2 > v_1$), то электродвижущая сила E уменьшается при увеличении внешнего давления p ; если же объем v уменьшается, то E увеличивается при возрастающем p . Е. Сопен и его ученики (1910), а также Тимофеев (1911, 1914) подтвердили справедливость формулы (31,а) для особого рода элементов, в которых при определенной температуре, зависящей от давления, происходит полиморфное превращение одного из веществ, входящих в состав этих элементов. Превращение сопряжено с изменением объема вещества, так что разность $v_1 - v_2$ в (31,а) может достигнуть значительной величины. Названные ученые доходили до давления в 1500 атм. и в некоторых случаях наблюдали огромные изменения величины E .

Мы вывели две замечательные формулы (25) и (31,а), решающие вопрос о зависимости электродвижущей силы E обратимого элемента от температуры T и от давления p . Эти формулы указывают на роль, которую играет изменение теплоемкости и изменение объема элемента при тех химических реакциях, которые сопровождают перемещение ионов в электролитах, или, что то же самое, протекание электричества через элемент. Весьма существенно, что мы вывели эти формулы, оставляя совершенно в стороне вопрос о составных частях e_1 , e_2 , e_3 и e_4 величины E . Выведенные нами формулы бесспорны, так как они были получены термодинамическим путем. То же самое относится к выводу следующего параграфа.

§ 5. Явление Пельтье. Французский ученый Peltier открыл следующее явление: если через поверхность S (рис. 82) соприкосновения или



спая двух тел M и N заставить протечь некоторое количество электричества, то, смотря по направлению этого течения, происходит около поверхности S выделение или поглощение тепла, т. е. особое нагревание или охлаждение. Термодинамика дает возможность установить связь между величиною этого теплового эффекта и величиною электродвижущей силы e , измеряемой разностью потенциалов $V_1 - V_2$ двух тел. Представим себе бесконечно малый обратимый процесс, при котором

температура T (абсолютная) тел M и N увеличивается на dT , и в то же время количество электричества $d\eta$ течет от N к M , т. е. от меньшего потенциала к большему. Пусть далее dQ — бесконечно малое количество теплоты, притекающее извне при этом процессе. Мы можем положить

$$dQ = cdT + hd\eta \dots \dots \dots (32)$$

Здесь c имеет характер теплоемкости; h имеет характер скрытой теплоты: это та теплота, которая необходима, чтобы сохранить постоянство температуры спая, когда через него протекает единица количества электричества. Пусть q — так называемая „теплота Пельтье“, т. е. то количество теплоты, которое выделяется или поглощается в спаяе при протекании через него единицы количества электричества. Очевидно,

$$q = \pm h \dots \dots \dots (32, a)$$

Теплота dQ тратится на увеличение энергии U и на работу перемещения электричества $d\eta$ от потенциала V_2 до потенциала V_1 . Эта работа равна $(V_1 - V_2)d\eta = ed\eta$. Таким образом мы имеем

$$dQ = dU + ed\eta \dots \dots \dots (32, b)$$

Сравнивая (32) и (32, b), получаем

$$h = \frac{\partial U}{\partial \eta} + e; \quad c = \frac{\partial U}{\partial T}$$

Отсюда

$$\frac{\partial h}{\partial T} - \frac{\partial c}{\partial \eta} = \frac{\partial e}{\partial T} \dots \dots \dots (32, c)$$

Второе начало термодинамики дает

$$\frac{\partial \left(\frac{c}{T} \right)}{\partial \eta} = \frac{\partial \left(\frac{h}{T} \right)}{\partial T}$$

или

$$\frac{\partial h}{\partial T} - \frac{\partial c}{\partial \eta} = \frac{h}{T} \dots \dots \dots (32, d)$$

(32, c) и (32, d) дают

$$h = T \frac{\partial e}{\partial T} \dots \dots \dots (32, e)$$

Наконец, (32, a) дает

$$q = \pm T \frac{\partial e}{\partial T} \dots \dots \dots (33)$$

Этот формулой определяется та теплота Пельтье, которая поглощается в спаяе, когда единица количества электричества протекает через спай. Если бы величина e не зависела от T , то мы имели бы $q = 0$. Если бы e , как функция температуры, была вида $e = CT$, то мы имели бы $q = \pm e$.

§ 6. Учение Nernst'a. Немецкий ученый Nernst создал в конце восьмидесятых годов истекшего столетия новую теорию возникновения электродвижущих сил в системах соприкасающихся проводников. Встре-

ченная сперва с недоверием, эта теория при дальнейшем ее развитии дала возможность разобраться в большом числе различных явлений и вполне выяснить количественные их законы, служа руководящею нитью при многих исследованиях. Многочисленная школа ученых, главным образом немецких, принимает ее, как основу всей электрохимии. Исходя из определенного представления о механизме возникновения электродвижущих сил в элементах, она не ограничивается определением суммы этих сил, т. е. величины E , но приводит также и к определенному решению спорного вопроса о четырех составных частях этой величины. Соответственно наиболее характерной черте учения Nernst'a, ее можно назвать осмотической теорией элемента.

Учение об осмотическом давлении было нами рассмотрено в т. I и затем гораздо подробнее в т. III, где мы, между прочим, познакомились с теорией диффузии, которая также была построена Nernst'ом на данных учения об осмотическом давлении. Припомним, что это учение основано на тождественности свойств растворенных веществ с газами: осмотическое давление растворенного вещества равно давлению, которое производило бы то же вещество, если бы оно наполняло в виде газа пространство, занятое раствором. Для слабых растворов приложимы законы Мариотта и Гей-Люссака, т. е. формула

$$pv = RT \dots \dots \dots (33, a)$$

где R — так называемая газовая постоянная.

Прежде, чем развивать теорию Nernst'a, мы считаем полезным сказать несколько слов о единицах, которыми мы будем измерять различные величины, и определить соответствующее этим единицам численное значение постоянной R для ионов, находящихся в слабом растворе какого-либо электролита, считая последний вполне диссоциированным.

Мы примем за единицу длины — сантиметр; за единицу потенциала, а следовательно, и электродвижущей силы — вольт. Единица напряжения поля будет вольт-сантиметр, т. е. напряжение поля, в котором потенциал меняется на один вольт на протяжении одного сантиметра. За единицу количества электричества принимаем кулон. Отсюда следует, что единица работы будет вольт-кулон = джоуль = 10 мегаэргам. Такая работа производится при перемещении одного кулона на один сантиметр в поле, напряжение которого — единица, т. е. вольт-сантиметр. Отсюда видно, что единица силы равна 10 мегадинам = 10^7 динам, а единица давления равна 10^7 динам на 1 кв. см. Единица массы, т. е. количества ионов, будет такая масса, на которую в единице поля действует единица силы. Ясно, что эта масса должна быть связана с одним кулоном, а следовательно за единицу количества ионов следует принять такое количество, которое связано с одним кулоном, т. е. электрохимический эквивалент. Если n есть число одноэквивалентных ионов ($H, Cl, Br, J, K, Na, Ag, Cu$ из Cu_2Cl_2, NO_3 и т. д.), связанных с одним кулоном, то число двухэквивалентных ионов (O, S, Ba, Zn, Cu из

$CuCl_2$ или $CuSO_4$, SO_4 , CO_3 и т. д.), связанных с одним кулоном, равно $\frac{1}{2} n$, так как из первых каждый отдельный ион связан с одним электроном, а из вторых — с двумя. Вообще число k -эквивалентных ионов, связанных с одним кулоном, равно $\frac{1}{k} n$. Отсюда ясно, что объемы, занимаемые нашею единицею количества ионов, при данных температуре и давлении, обратно пропорциональны эквивалентности k . Наоборот, при данных объеме и температуре, наша единица количества ионов обладает осмотическим давлением, которое обратно пропорционально эквивалентности k .

Теперь определим численное значение постоянной R в формуле (33, a). Полагая $T = 273$ и $v = 1$ куб. см., мы получаем $R = p : 273$, где p есть давление (измеренное в 10^7 эргах на кв. см.) одного электрохимического эквивалента ионов, содержащихся при 0° в 1 куб. см. Если для одноэквивалентных ионов, например H , это давление обозначить через p_0 , то для k -эквивалентного иона

$$R = \frac{p_0}{273 k} \dots \dots \dots (33, b)$$

Определим p_0 хотя бы для водорода. Мы знаем, что 1 литр водорода при 0° и одной атмосфере давления имеет вес 0,08955 гр. Отсюда легко вычислить, что 2 гр. водорода, находящиеся при 0° в объеме 1 куб. см., обладают давлением в 22420 атмосфер. Из закона Авогадро (т. I) следует, что таково же давление одного грамм-эквивалента, т. е. одного грамма ионов H , находящихся при 0° в объеме одного куб. сантиметра. Электрохимический эквивалент в 96490 раз меньше грамм-эквивалента; следовательно, искомое давление равно:

$$\begin{aligned} p &= \frac{22420}{96490} \text{ атм.} = \frac{22420 \times 1033,3 \text{ грамм.}}{96490 \text{ кв. см.}} = \frac{22420 \times 1033,3 \times 981 \text{ дин.}}{96490 \text{ кв. см.}} = \\ &= \frac{22420 \times 1033,3 \times 981}{96490 \times 10^7} \frac{10^7 \text{ дин.}}{\text{кв. см.}} = 0,0236 \frac{10^7 \text{ дин.}}{\text{кв. см.}} \end{aligned}$$

Следовательно,

$$R = \frac{0,0236}{273 k} = \frac{0,863 \cdot 10^{-4}}{k} \dots \dots \dots (34)$$

где k есть эквивалентность иона (напр., $k = 1$ для H , но $k = 2$ для O).

Предпошлем учению Nernst'a еще несколько замечаний о движении ионов. Мы обозначили через v и u абсолютные скорости анионов и катионов под влиянием единицы силы. Таковы, следовательно, скорости ионов, во-первых, если в растворе устанавливается единица напряжения поля (вольт-сантиметр), и, во-вторых, под влиянием единицы осмотического давления (10^7 динов на кв. см.). Однако, между этими двумя случаями существует та важная разница, что в первом из них скорости u и v обращены в противоположные стороны, а во втором — в одну и ту же сторону. Представим себе, что через электролит протекает количество электричества η ; эти слова означают, что через всякое поперечное сечение S электролита проносятся анионами и катионами в противоположных

направлениях два разноименных количества электричества, сумма которых, если не обращать внимания на знак, равна η . Эти два количества электричества должны быть пропорциональны скоростям v и u ; отсюда следует, что если η протекает через электролит, то через поперечное сечение S проходит в противоположных направлениях

$$\left. \begin{array}{l} \text{количество положительного электричества} \quad \cdot \cdot \eta \frac{u}{u+v} \\ \text{количество отрицательного электричества} \quad \cdot \cdot \eta \frac{v}{u+v} \end{array} \right\} \cdot \cdot (34, a)$$

Нам остается рассмотреть взгляд Nernst'a на механизм диффузии ионизованного электролита. Представим себе, что концентрация раствора меняется по некоторому направлению x , напр. — уменьшается снизу вверх. В таком случае и осмотическое давление p есть функция от x , и под влиянием этого давления происходит диффузия, т. е. перемещение обоих ионов в одном направлении. Однако, под влиянием одинаковых сил ионы приобретают различные скорости, т. е. один из них должен двигаться быстрее другого; положим, напр., что $u > v$; тогда катионы движутся быстрее анионов, т. е. происходит как бы расхождение разноименных ионов. Ясно, что такое расхождение должно тотчас же вызвать в растворе электрическое поле, которое станет замедлять движение катионов и ускорять движение анионов. В виду громадности электрических зарядов ионов достаточно ничтожно малого, не поддающегося измерению перевеса одних ионов над другими, чтобы вызвать такую разность потенциалов, а следовательно, и такое напряжение поля, которое достаточно, чтобы одинаково направленные скорости обоих ионов сделать одинаковыми и по величине. Таким образом совершается диффузия растворенного вещества под совокупным влиянием осмотического давления и возникшего вместе с диффузией электрического поля, при чем оба иона одинаково быстро движутся от мест большей к местам меньшей концентрации раствора.

На вышеизложенных представлениях основано учение Nernst'a, к которому мы теперь и переходим. Мы рассмотрим отдельно сперва частные случаи, а затем и более общий случай приложения этого учения к вычислению электродвижущих сил.

I. Электродвижущая сила соприкосновения растворов, отличающихся только концентрацией. Между растворами одного и того же вещества, отличающимися только концентрацией, устанавливается некоторая электродвижущая сила E , т. е. разность потенциалов $V_1 - V_2$, для вычисления которой Nernst указывает два способа.

Способ первый. Пусть c — концентрация раствора в каком-либо поперечном сечении S , координата которого x , c есть число грамм-эквивалентов растворенного вещества в 1 куб. сант.; c_1 и c_2 — концентрации в тех плоскостях, в которых господствуют потенциалы V_1 и V_2 . Полагаем $c_1 > c_2$, и ось x — взятой по направлению убывающих концентраций, т. е. по направлению диффузии. Проведем две плоскости с координатами x и $x + dx$; они ограничивают слой, в котором находятся $cSdx$ гр.-молекул

электролита. На плоскость x действует давление PS , на плоскость $x + dx$ давление $S \left(P + \frac{dP}{dx} dx \right)$. Отсюда следует, что вещество $cSdx$ находится под влиянием силы равной $-S \frac{dP}{dx} dx$, где второй множитель очевидно отрицательный; на один грамм-эквивалент действует сила $-\frac{1}{c} \cdot \frac{dP}{dx}$. Под влиянием этой силы пройдут во время ε через сечение S количества:

$$\left. \begin{array}{l} \text{катиона} \dots \dots \dots -cSu\tau \cdot \frac{1}{c} \frac{dP}{dx} = -S\tau \frac{dP}{dx} u \\ \text{аниона} \dots \dots \dots -cSv\tau \cdot \frac{1}{c} \frac{dP}{dx} = -S\tau \frac{dP}{dx} v \end{array} \right\} \dots (34, b)$$

Вследствие неодинаковости скоростей появится электрическое поле, напряжение которого равно $-\frac{dV}{dx}$, где V — потенциал. Под влиянием этой силы пройдут во время τ через сечение S количества:

$$\left. \begin{array}{l} \text{катиона} \dots \dots \dots -cSu\tau \cdot \frac{dV}{dx} \\ \text{аниона} \dots \dots \dots +cSv\tau \cdot \frac{dV}{dx} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (34, c)$$

Под совокупным влиянием осмотического давления и электрического поля оба иона проходят в одинаковом количестве M , так что мы имеем:

$$M = -S\tau u \left\{ \frac{dP}{dx} + c \frac{dV}{dx} \right\} = -S\tau v \left\{ \frac{dP}{dx} - c \frac{dV}{dx} \right\} \dots \dots \dots (35)$$

Эта же величина определяет количество растворенного вещества, диффундирующего во время τ через сечение S . Формула (53) дает

$$\frac{dV}{dx} = \frac{1}{c} \frac{v-u}{v+u} \frac{dP}{dx} \dots \dots \dots (35, a)$$

Подставляя это выражение обратно в (35), получаем

$$M = -\frac{2uv}{u+v} S\tau \frac{dP}{dx} \dots \dots \dots (35, b)$$

Мы полагаем, что раствор настолько разбавлен, что к каждому из ионов приложимы законы Мариотта и Гей-Люссака. Объем, занимаемый одним грамм-эквивалентом, равен $\frac{1}{c}$, а потому мы можем формулу (33, a) написать в виде

$$P = cRT \dots \dots \dots (35, c)$$

Вставив это выражение в (35, a) и (35, b), получаем:

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{u-v}{u+v} \frac{RT}{c} \frac{dc}{dx} \dots \dots \dots (36)$$

$$M = -\frac{2uv}{u+v} RST\tau \frac{dc}{dx} \dots \dots \dots (37)$$

Рассматривая явления диффузии, мы имели формулу (т. I и т. III), кото-

рая в принятых здесь обозначениях имеет вид

$$M = -KS\tau \frac{dc}{dx},$$

где K — коэффициент диффузии. Сравнивая эту формулу с (37), мы получаем из теории Nernst'a для коэффициента диффузии следующее выражение

$$K = \frac{2uv}{u+v} RT, \dots \dots \dots (38)$$

где численное значение множителя R дано в (34), если u и v — скорости в сантиметрах в секунду при падении потенциала в один вольт-сантиметр или при давлении в 10 мегадинов на кв. см. Главное наше уравнение (36) дает выражение искомой электродвижущей силы, действующей между сечениями, в которых концентрации суть c_1 и c_2 , (где $c_1 > c_2$):

$$E = V_1 - V_2 = -\frac{u-v}{u+v} RT \lg \frac{c_1}{c_2} \text{ вольт } \dots \dots \dots (39)$$

Численное значение множителя R дано в (34). Мы предполагали $u > v$ и получили для E отрицательную величину, как это очевидно и должно быть: более высокий потенциал соответствует тому месту, в котором концентрация меньше. Если вместо натуральных логарифмов (\lg) ввести обыкновенные (Lg), то придется число R разделить на 0,4343, и тогда получается

$$E = V_1 - V_2 = -0,0002 \frac{u-v}{u+v} \cdot \frac{1}{k} T \text{Lg} \frac{c_1}{c_2} \text{ вольт } \dots \dots \dots (40)$$

где k — эквивалентность ионов. Полагая $k = 1$ и принимая $T = 273 + 18$ (комнатная температура), имеем:

$$E = V_1 - V_2 = -0,0578 \frac{u-v}{u+v} \text{Lg} \frac{c_1}{c_2} \text{ вольт } \dots \dots \dots (41)$$

Способ второй. В т. I было показано, что, если единица количества газа при температуре T расширяется, переходя от давления P_1 к давлению P_2 , то при этом газ совершает работу, которая равна

$$r = RT \lg \frac{P_1}{P_2}$$

где постоянная R относится к выбранной единице количества газа. Представим себе, что η кулонов переходят от сечения с концентрацией c_1 к сечению с концентрацией c_2 , и что $c_1 > c_2$; P_1 и P_2 — осмотические давления. Работа электрических сил равна $r = (V_1 - V_2)\eta$; результатом же этой работы является переход $\eta \frac{u}{u+v}$ единиц количества катионов от давления P_1 к давлению P_2 и $\eta \frac{v}{u+v}$ единиц количества анионов от давления P_2 к давлению P_1 , так как мы за единицу количества ионов приняли то, которое связано с единицей количества электричества. Переход анионов сопровождается расширением, т. е. производством самими ионами работы,

равной

$$\eta \frac{u}{u+v} RT \lg \frac{P_1}{P_2},$$

так что вся работа, совершенная в растворе, равна

$$\eta(V_1 - V_2) + \eta \frac{u}{u+v} RT \lg \frac{P_1}{P_2}.$$

Она тратится на сжатие катионов от давления P_2 до P_1 ; таким образом, мы имеем

$$\eta(V_1 - V_2) + \eta \frac{u}{u+v} RT \lg \frac{P_1}{P_2} = \eta \frac{v}{u+v} RT \lg \frac{P_1}{P_2}.$$

Принимая во внимание, что $P_1 : P_2 = c_1 : c_2$, получаем отсюда

$$E = V_1 - V_2 = -\frac{u-v}{u+v} RT \lg \frac{c_1}{c_2} \text{ вольт,}$$

т. е. формулу (39). Эта формула показывает, что E пропорционально T . Заметим, что формула (25) Гельмгольца приводит к этому же результату, ибо, очевидно, в нашем случае $q = 0$, так что остается $E = T \frac{dE}{dT}$, откуда легко получить $E = CT$, где C — постоянный, т. е. от температуры не зависящий, множитель.

Nernst (1892), Planck (1896), Loven (1896), K. R. Johnson (1904), Guyot (1908) и Pleijel (1909) обобщили изложенную здесь теорию для случая соприкосновения произвольных разнородных, химически друг на друга не действующих электролитов.

Souette предложил другую теорию; но, когда он сам (1900) измерил разность потенциалов между двумя различно концентрированными растворами серной кислоты, то обнаружилось полное согласие результатов измерения не с его теорией, как он ожидал, но именно с теорией Nernst'a.

II. Электродвижущая сила между электродом и раствором одной из его солей. Ограничиваемся случаем металлического электрода, погруженного в раствор одной из солей того же металла (Cu и $CuSO_4$, Ag и $AgNO_3$ и т. д.). Такой электрод мы выше назвали обратимым. Требуется найти величину $E = V_m - V_s$, где V_m — потенциал электрода, V_s — потенциал раствора. По мнению некоторых ученых, напр. Pellat, $E = 0$. Nernst определяет величину E следующим образом. Пусть p — осмотическое давление, c — концентрация раствора, содержащего катионы. Переход металла в раствор заключается в том, что положительные ионы этого металла выделяются из него, вследствие чего металл электризуется отрицательно. Ясно, что $V_m < V_s$. Если единица электричества переходит от электрода к раствору, то электрические силы совершают работу $E = V_m - V_s$, очевидно отрицательную. При этом количество катионов, связанных с этим электричеством, переходит из металла в раствор, т. е. к давлению p . Если мы увеличим концентрацию раствора до величины $p + dp$, то мы получим $E + dE$ вместо E . Положим, что перешедшие в раствор катионы занимают при давлении p объем v , а при давлении $p + dp$ объем $v + dv$, где dv — величина отрицательная.

Работа, совершаемая этими катионами, во втором случае больше на величину $p dv$. Мы должны, таким образом, иметь равенство

$$dE + p dv = 0,$$

или

$$dE = d(V_m - V_s) = -p dv = RT \frac{dp}{p}.$$

Это дает

$$E = V_m - V_s = RT \lg p + C.$$

Полагая $C = -RT \lg P$, где P — новая постоянная, получаем

$$V_m - V_s = RT \lg \frac{p}{P},$$

или

$$V_s - V_m = RT \lg \frac{P}{p} \text{ вольт (42)}$$

Здесь V_m — потенциал раствора, V_s — потенциал металла; численное значение R дано в (34). Для Ag имеем $k = 1$; для Zn и Cu следует положить $k = 2$.

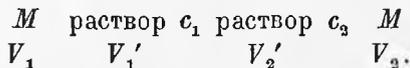
Физическое значение величины P Nernst определяет следующим образом. Совокупность ионов, в данном случае — катионов, выделяющихся из электрода, обладает некоторою упругостью растворения, которая вполне аналогична осмотическому давлению, и которую Nernst так и называет упругостью растворения (Lösungstension или — по Ostwald'у — Lösungsdruck). Когда $P > p$, то при погружении металла в раствор происходит переход катионов в этот раствор, который и приобретает избыток положительного электричества. Катионы располагаются вдоль поверхности электрода, около которой собирается оставшийся в нем отрицательный заряд. Таким образом получается двойной электрический слой, соответствующий определенной разности потенциалов $V_s - V_m$ и вызывающий силу, направленную от раствора к металлу, см. (47). Равновесие наступает, когда эта сила уравнивает разность давлений $P - p$. Для образования двойного слоя достаточно неизмеримо малого выделения катионов из электрода. При $P = p$ имеем $V_s - V_m = 0$. Если $P < p$, то катионы из раствора осаждаются на электроде до тех пор, пока двойной слой, положительный со стороны электрода, не уравнивает разности давлений $p - P$. Если обозначить через C ту концентрацию, которая соответствовала бы осмотическому давлению P , то можно (42) написать в виде

$$V_s - V_m = RT \lg \frac{C}{p}. \text{ (43)}$$

Вопрос о том, имеет ли величина P в действительности то физическое значение, которое ей приписывает Nernst, можно оставить открытым. Ограничиваемся следующим весьма важным замечанием. Непосредственные измерения величины $V_s - V_m$, о которых будет сказано впоследствии, дают для величины P числа, которые для различных металлов имеют отчасти невероятно громадные, отчасти столь же невероятно малые зна-

чения. Однако, Lehfel'dt показал (1900), что, если допустить, что растворы следуют не закону Клапейрона, но закону Фан-дер-Ваальса (т. I и т. III), то, например, для цинка получается вместо невероятного числа 10^{19} атм. число 20000 атм., во всяком случае вполне возможное.

III. Электродвижущая сила концентрационного элемента. Представим себе элемент, состоящий из двух одинаковых металлов M , погруженных в два раствора одной и той же соли того же металла M и отличающихся концентрациями c_1 и c_2 . Пусть $c_1 > c_2$; растворы могут быть отделены друг от друга пористой перегородкою. Обозначив потенциалы через V_1, V_1', V_2', V_2 , мы получаем следующую схему:



Формулы (39) и (43) дают:

$$V_1' - V_2' = -\frac{u-v}{u+v} RT \lg \frac{c_1}{c_2},$$

$$V_1 - V_1' = -RT \lg \frac{c_1}{c_2},$$

$$V_2' - V_2 = RT \lg \frac{c_1}{c_2}.$$

Сложив эти три равенства, получаем электродвижущую силу концентрационного элемента:

$$V_1 - V_2 = \frac{2v}{u+v} RT \lg \frac{c_1}{c_2} \text{ вольт, } \dots \dots \dots (44)$$

где число R дано в (34). Для электродвижущей силы так называемых концентрационных элементов второго рода, в которых вещество обоих электродов испускает анионы раствора (например, Hg_2Cl_2 в растворе HCl), получается формула, отличающаяся от (44) только тем, что в числителе первого множителя стоит $2u$ вместо $2v$.

Замечательно, что Helmholtz (1877) гораздо раньше Nernst'a вывел выражение для электродвижущей силы концентрационного элемента, основываясь на том, что упругость пара неодинакова над растворами различной концентрации, и прилагая начала термодинамики к некоторому круговому процессу, которому можно подвергнуть такой элемент.

Nernst показал, что формула (44) может быть выведена из формулы Helmholtz'a для случая весьма слабых растворов. В гл. V, § 10 следующего тома мы познакомимся с теорией Helmholtz'a концентрационных элементов. Brunhes и Guyot (1908) показали, что формулу Nernst'a можно вывести, не вводя понятия о давлении P .

Совершенно другой случай концентрационного элемента мы имеем, когда в одном месте однородном растворе соли металла M помещены две отличающиеся своею концентрацией амальгамы того же металла M . В этом случае электродвижущая сила, очевидно, равна

$$V_1 - V_2 = RT \lg \frac{P}{p} - RT \lg \frac{P_1}{p} = RT \lg \frac{P}{P_1} \text{ вольт} \dots (44, a)$$

Здесь P и P_1 — упругости растворения металла M в двух его амальгамах, p — осмотическое давление катионов в электролите. Если допустить, что упругости P и P_1 пропорциональны концентрациям C и C_1 металла M в двух амальгамах, то получается выражение

$$V_1 - V_2 = RT \lg \frac{C}{C_1} \dots (45)$$

Теорию таких элементов впервые дал Тюрин (1890); весьма обширное их исследование произвели Richards и Forbes (1907), которые нашли для весьма слабых растворов Zn и Cd в Hg полное согласие с теорией, но для более концентрированных растворов заметны отступления и притом для Zn и для Cd в противоположные стороны. Позже (1910) Richards и его ученики изучали более крепкие растворы Tl , In , Sn , Zn , Cd , Pb , Cu и Li в ртути.

IV. Случай двух металлов в растворах их солей (тип элемента Даниэля). Если пренебречь электродвижущей силой соприкосновения двух растворов, то формула (42) очевидно дает

$$V_2 - V_1 = R_1 T \lg \frac{P_1}{p_1} - R_2 T \lg \frac{P_2}{p_2}, \dots (46)$$

где P_1 и P_2 — упругости растворения двух металлов, p_1 и p_2 — осмотические давления катионов в двух растворах, R_1 и R_2 — значения постоянной R , которые могут отличаться друг от друга множителем k . Подробное исследование таких элементов произвел Каневский (1909).

Осмотическая теория Nernst'a может быть приложена к решению еще многих вопросов, напр. — к вычислению электродвижущей силы газовых элементов, с которыми познакомимся впоследствии, и т. д. Теперь же мы ограничиваемся вышеприведенными примерами приложения этой во всяком случае весьма замечательной и остроумной теории. Впрочем нам в следующем параграфе придется указать еще на один случай применения этой теории.

Некоторые ученые, напр. Bancroft, Pellat, Carhart, Guyot и др. высказывались отрицательно относительно теории Nernst'a. Bancroft указал, что формула Nernst'a приложима к теории концентрационного элемента только для весьма слабых растворов, между тем как формула Helmholtz'a относится ко всякой концентрации раствора. Carhart (1908) показал, что формула (44) Nernst'a справедлива только в том случае, если можно пренебречь теплотой разбавления раствора (т. III), что не всегда имеет место. Pellat (1908) измерял разность потенциалов между ртутью и растворами хлористой ртути различных концентраций и пришел к результатам, несогласным с теорией Nernst'a. Однако, Гезехус объяснил этот результат на основании своей теории контактного электричества (см. § 14 этой главы). Guyot (1908) исследовал разного рода элементы и нашел результаты, хорошо согласующиеся с формулами Nernst'a

Дальнейшие исследования производили Бирон, Herschkowitsch, Пущин и др. Подробное изложение теории Nernst'a можно найти в книге Гарри Джонс „Основы физической химии“, перевод Бирона, Жукова и Сапожникова, Петербург, 1911, стр. 450—492.

§ 7. Предварительное понятие об электролитической поляризации. Явление, о котором здесь будет уместно сказать несколько слов, обыкновенно называется просто „поляризацией“; мы поместили в заголовке более сложное название, чтобы отметить, что это явление не имеет ничего общего ни с тою „поляризацией“ лучей, с которою мы познакомились в т. II, ни с тою „поляризацией“ диэлектриков, о которой шла речь выше, глава I, § 2.

Явление электролитической поляризации, к которому мы впоследствии возвратимся для более детального его исследования, заключается в следующем. Положим, что имеется разомкнутый элемент, и что разность потенциалов на концах цепи, или электродвижущая сила равна $E = V_1 - V_2$. В частном случае может быть $E = 0$, если, напр., два одинаковых электрода погружены в один и тот же электролит. Если мы пропустим через элемент некоторое количество электричества и этим нарушим установившееся равновесие, то в элементе является новая электродвижущая сила e , сопротивляющаяся этому движению электричества; иначе говоря, разность потенциалов $V_1 - V_2$ изменится на некоторую величину $V'_1 - V'_2 = e$, которая будет стремиться вызвать внутри элемента движение электричества в направлении, противоположном тому, которое имело место. Это явление и называется поляризацией, а величина e — электродвижущей силой поляризации.

Смотря по составу элемента и по направлению протекания электричества, возможен целый ряд различных частных случаев, из которых особенный интерес представляют следующие два.

1. Два различных электрода, причем оба обратимы; напр. два металла в растворах их же солей. В этом случае протекание электричества вовсе не нарушает равновесия, так как растворение одного металла и выделение на другом металле частиц этого последнего вызывает лишь некоторое изменение концентрации раствора. В идеальном случае полной обратимости поляризация равна нулю, т. е. $e = 0$.

2. Два одинаковых электрода в одной жидкости. В этом случае первоначальная электродвижущая сила равна нулю, т. е. $E = 0$. Протекание электричества, т. е. перемещение ионов сопровождается появлением разности потенциалов $V'_1 - V'_2 = e$, стремящейся переместить ионы в обратных направлениях. Сюда относится классический пример двух платиновых листов в растворе серной кислоты; сюда же относится случай двух свинцовых пластинок, покрытых окислом свинца, напр. суриком или глетом, и погруженных в растворе серной кислоты (обыкновенный аккумулятор).

Теория поляризации может служить поразительным примером той розни, которая ныне существует между различными научными течениями.

Если сравнить между собою теории Helmholtz'a, Warburg'a и Nernst'a, особенно их приложение к частным случаям, то легко убедиться, что они построены на началах и представлениях, имеющих мало между собою общего. Впрочем следует сказать, что самый механизм возникновения электродвижущей силы поляризации в различных случаях весьма различен. Остановиваясь на чисто внешней стороне явления, мы скажем, что вследствие появления катионов и анионов на поверхностях электродов произошли такие изменения, которые эквивалентны замене этих электродов другими, вследствие чего вместо первоначальной электродвижущей силы E получается уже другая, которая и отличается от E на величину e . Особенно это ясно для второго из вышеуказанных случаев, когда взяты одинаковые электроды, так что $E = 0$, а появление ионов на их поверхности делает их неодинаковыми, вследствие чего две электродвижущие силы на поверхностях соприкосновения электродов с электролитом перестают быть равными по величине и противоположными по знаку.

Изменения, вызванные появлением ионов, могут быть весьма различны. Так, в вышеуказанном примере свинцового аккумулятора являются катион H_2 и анион SO_4 на окисле свинца, вследствие чего катод раскисляется, а анод переходит в перекись свинца или у его поверхности происходит образование соли $PbSO_4$.

В других случаях ионы останавливаются у поверхности электрода, не отдавая своих зарядов, причем у этой поверхности образуется двойной электрический слой, т. е. появляется скачок потенциала. Иногда уже существующий двойной слой, вследствие перемещения ионов, подвергается тому или другому изменению.

Весьма важно заметить, что изменение у поверхностей электродов может доходить только до некоторого предела, которому соответствует максимум возможной поляризации. Когда мы имеем дело с двойным электрическим слоем, то достижение этого предела имеет место, когда дальнейшие подступающие ионы начинают отдавать свои заряды электродам, так что момент двойного слоя (гл. I, § 6) перестает расти, а следовательно перестает расти и тот скачок потенциала, который соответствует этому двойному слою.

Здесь было бы преждевременно подробнее развивать теорию для различных случаев, и мы ограничиваемся немногими словами.

Положим, что элемент состоит из двух ртутных электродов, между которыми находится раствор серной кислоты, а следовательно находятся и ионы ртути или весьма слабый, вполне диссоциированный, раствор сернортутной соли. Nernst рассматривает поляризацию такого элемента, как результат перемещения ртутных ионов к катоду, вследствие чего концентрация раствора перестает быть везде одинаковою, а посему возникает электродвижущая сила концентрационного элемента. Подобным образом Nernst рассматривает и случай двух платиновых электродов в растворе серной кислоты, полагая, что эти электроды содержат на своих поверхностях кислород, концентрация которого меняется, когда на одном электроде является кислород, на другом — водород. От такого

воззрения существенно отличаются теории Helmholtz'a и Warburg'a. Образование двойных слоев, о которых было сказано выше, играет главную роль в теории поляризации, данной Helmholtz'ем.

В главе, специально посвященной электролизу, мы вновь возвратимся к рассмотрению явлений поляризации.

§ 8. Капиллярный электрометр и капельные электроды. Прежде чем перейти к опытному исследованию электризации при соприкосновении разнородных тел, мы должны познакомиться с одним из методов этого исследования; хотя многие исследователи и возлагали большие надежды на этот метод, однако правильность и применимость его были предметом весьма продолжительных и оживленных споров.

Вопрос идет о так называемых электрокапиллярных явлениях и о приложимости их к методам измерения электродвижущих сил при помощи изобретенного Lirrmann'ом капиллярного электрометра и по способу капельных электродов, разработанному главным образом Ostwald'ом и Paschen'ом.

Постараемся прежде всего отделить явление, фактически наблюдаемое, от попыток его теоретического объяснения. Представим себе ртуть и электролит, напр., раствор серной кислоты, находящиеся в соприкосновении. Между ртутью и электролитом устанавливается некоторая разность потенциалов, которую мы обозначим через V_0 . Поверхность ртути обладает некоторым натяжением α_0 . Изменим каким-нибудь способом разность потенциалов ртути и электролита, и пусть это изменение есть V . Оказывается, что в этом случае и поверхностное натяжение ртути принимает новое значение α , т. е. оно меняется на величину $\alpha - \alpha_0$, которая представляется некоторою функцией от V , так что мы можем положить

$$\alpha - \alpha_0 = f(V) \quad \dots \dots \dots (47)$$

Чтобы обнаружить зависимость α от V можно воспользоваться простым прибором Lirrmann'a, видоизмененным Quincke. Этот прибор (рис. 83) состоит из сообщающихся трубок, одной — широкой, другой — капиллярной, содержащих ртуть. Капиллярная трубка содержит над ртутью раствор серной кислоты; ее конец изогнут и погружен в такой же раствор, содержащийся в стаканчике, на дне которого также находится ртуть. Две проволоочки дают возможность установить определенную разность потенциалов V между ртутью в капилляре и ртутью в стаканчике. Для этого, напр., можно соединить обе проволоки с полюсами элемента. Возникновение новой разности потенциалов сопровождается перемещением эквивалентных количеств ионов H и O к двум поверхностям ртути в капиллярной трубке и в стаканчике. Эти ионы распределяются с одной стороны на весьма малой поверхности ртути в капиллярной трубке, с другой — на сравнительно весьма большой поверхности ртути, находящейся на дне стаканчика. Как бы мы ни смотрели на роль этих ионов — положим ли мы, что они вызывают возникновение двойного электрического слоя или что их присутствие меняет осмотическое давление — во всяком слу-

чае, вызванный ими у большой поверхности скачек потенциала должен быть весьма мал сравнительно со скачком у поверхности ртути в капилляре. Поэтому мы можем допустить, что вся приложенная нами разность потенциалов V возникает исключительно только у поверхности ртути, находящейся в капиллярной трубке. Мы предположим, что ртуть в капиллярной трубке играет роль катода, и что следовательно на ее поверхности должна происходить поляризация водородом. Оказывается, что с возрастанием V поверхность ртути в

Рис. 83.

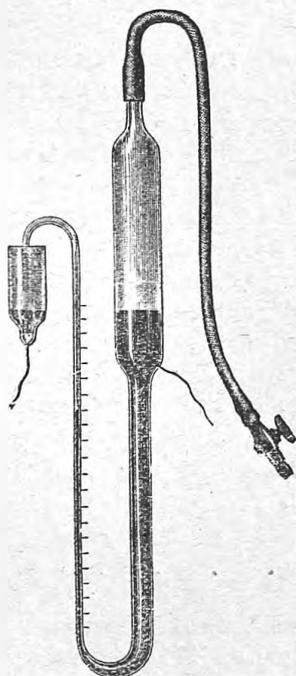
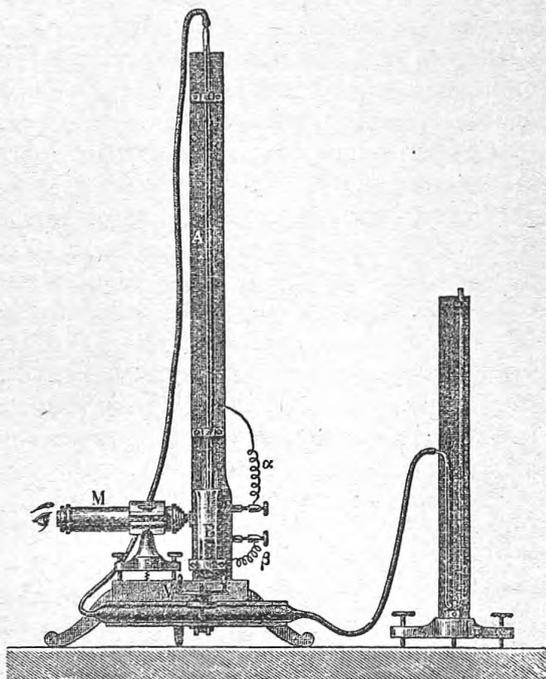


Рис. 84.



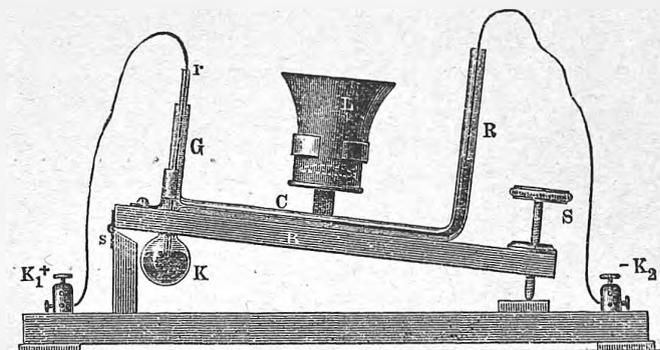
капиллярной трубке понижается; отсюда следует, что поверхностное натяжение α ртути с увеличением разности потенциалов V увеличивается. Вдувая воздух через трубку, снабженную краном, можно увеличивать давление воздуха в широкой трубке и доводить уровень ртути до прежнего места. Величина необходимого для этого давления может служить мерою величины $\alpha - \alpha_0$.

Капиллярный электрометр Лиртаппа, изображенный на рис. 84, основан на том же принципе. Нижний конец вертикальной трубки A вытянут в виде весьма тонкого капилляра, поперечное сечение которого уменьшается к его концу, находящемуся около боковой поверхности стаканчика B . Трубка A содержит ртуть, проникающую до такого сечения капиллярной трубки, в котором нормальное поверхностное давление достаточно велико, чтобы поддержать всю тяжесть ртутного столба. Остальная часть капилляра, а также стакан B , на дне которого находится ртуть,

содержат раствор серной кислоты. Ртуть в *A* и *B* соединена проволочками с зажимными винтами α и β , от которых идут проволочки к источнику какой либо разности потенциалов. Микроскоп *M* служит для наблюдения ртутного мениска. Каучуковый резервуар *T*, наполненный воздухом, соединен с верхним концом трубки *A* и с манометром *H*; этот резервуар можно сдавливать, вращая при помощи рукояток винт, соединяющий две дощечки, между которыми помещен резервуар *T*. Когда α соединить с отрицательным, β — с положительным полюсом источника разности потенциалов, то поверхность ртути в капилляре подымается до такого более широкого места, в котором, несмотря на уменьшившуюся выпуклость мениска, нормальное давление имеет прежнее значение. Сдавливая резервуар *T*, доводят ртуть в капилляре до прежнего места; тогда манометр *H* показывает, на сколько увеличилось нормальное давление, а следовательно — и поверхностное натяжение.

Ostwald построил сравнительно простой прибор, устройство которого понятно из рис. 85. Лупа *L* служит для наблюдения конца ртутного стол-

Рис. 85.



бика в капилляре *C*, содержащем, равно как и колба *K*, раствор серной кислоты. Изолированная проволока *r* соединяет зажимной винт K_1 с ртутью в *K*. Чувствительность прибора уменьшается с увеличением наклона трубки *C*, под которой расположена шкала. Различные видоизменения построили Berget, Chervet, Claverie и др. S. W. Smith построил (1903) портативный электрометр. Простой и удобный прибор построил Леонтович (1909).

Мы сказали выше, что $\alpha - \alpha_0$ есть функция от *V*. Подробное исследование, впервые произведенное Lippmann'ом, показало следующее. Если разность потенциалов *V*, приложенная к уже существующей V_0 , постепенно увеличивается от нуля, то приращение $\alpha - \alpha_0$ сперва растет быстро, затем медленнее и при $V = 0,9 D$ (где *D* электродвижущая сила элемента Даниеля), т. е. приблизительно при $V = 1$ вольту, достигает максимального значения $\alpha_m - \alpha_0 = 0,47 \alpha_0$, так что $\alpha_m = 1,47 \alpha_0$; при дальнейшем увели-

чении V поверхностное натяжение опять уменьшается, так что при $V = 2D$ величина α уже немного отличается от α_0 .

Зависимость величины $\alpha - \alpha_0$ от V строго определенная, если брать чистую ртуть; отсюда ясно, что капиллярный электрометр может служить для весьма точного измерения электродвижущих сил, меньших одного вольта.

Если менять крепость раствора серной кислоты или заменять этот электролит другими, то оказывается, что величина α_m наибольшего поверхностного натяжения от электролита не зависит; но значение V , при котором получается $\alpha = \alpha_m$, неодинаково для различных электролитов.

Амальгамы, а также жидкий (при 90°) сплав Wood'a, обнаруживают вполне аналогичные явления.

Влияние температуры на электрокапиллярные явления впервые исследовал Кандидов (1913), который нашел, что оно не превышает 1% в пределах от 17° до 65° .

Обращаясь к объяснению рассмотренных электрокапиллярных явлений, мы должны сказать, что различные объяснения, между приверженцами которых, как было сказано, происходил весьма оживленный спор, исходят из существенно различных представлений о механизме тех явлений, которые совершаются у поверхности ртути, когда меняется разность потенциалов ртути и электролита. Обозначим эту разность через φ ; очевидно,

$$\varphi = V_0 + V \quad (48)$$

так что (47) можно написать в виде

$$\alpha - \alpha_0 = f(V) = f(\varphi - V_0) \quad (48, a)$$

Объяснение Helmholtz'a в существенных чертах сводится к следующему. У поверхности соприкосновения ртути с электролитом образуется двойной электрический слой, причем один слой находится на поверхности ртути, а другой состоит из зарядов ионов, собравшихся около этой поверхности. Поверхностное натяжение α ртути вследствие электризации уменьшается, так как взаимное отталкивание элементов заряда противодействует тем силам сцепления, которые стремятся уменьшить поверхность ртути. Так как α увеличивается, когда ртуть служит катодом, и к ее поверхности прибывают положительно наэлектризованные катионы (водород), то отсюда следует, что первоначальная электризация ртути, находящейся в соприкосновении с электролитом, положительная, и что эта электризация уменьшается, когда ртуть служит катодом, и находящиеся у ее поверхности анионы от нее удаляются. Максимум α_m поверхностного натяжения α получается, когда двойной слой совершенно исчезает, т. е. когда $\varphi = 0$, $V = -V_0$. Когда V еще увеличивается, то ртуть получает уже отрицательную электризацию, у ее поверхности собирается слой катионов, и натяжение α вновь начинает уменьшаться. Этим разъясняется не только само существование максимума α_m ,

но и тот указанный выше факт, что величина α_m не зависит от рода электролита.

Прежде чем рассматривать другие объяснения электрокапиллярных явлений, мы выведем те формулы, которые могут быть получены на основании термодинамических соображений, а затем рассмотрим одно интересное приложение, которое основано на теории Helmholtz'a. Lippmann показал, что изменение поверхностного натяжения α и потенциала φ есть изменение обратимое: если механическим путем менять величину поверхности ртути, а следовательно, и натяжение α , то получается изменение величины φ .

Пусть s — поверхность ртути, η — заряд поверхности s , $k = \eta : s$ — поверхностная плотность заряда. Положим, что s и η изменились на ds и $d\eta$. Энергия U системы претерпевает в этом случае следующие изменения: энергия поверхностного натяжения увеличивается на αds ; энергия заряда увеличивается на $k\varphi ds$, вследствие увеличения поверхности, и на $s\varphi dk$, вследствие увеличения плотности самого заряда. Итак, мы имеем

$$dU = (\alpha + k\varphi)ds + s\varphi dk.$$

Эта величина должна быть полным дифференциалом некоторой функции от s и k ; следовательно,

$$\frac{\partial(\alpha + k\varphi)}{\partial k} = \frac{\partial(s\varphi)}{\partial s}.$$

Величины α и φ зависят только от k , а потому мы имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial k} + \varphi + k \frac{\partial \varphi}{\partial k} &= \varphi, \\ \frac{\partial \alpha}{\partial k} + k \frac{\partial \varphi}{\partial k} &= 0 \end{aligned}$$

или

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} = -k \dots \dots \dots (49)$$

Это знаменитое уравнение Lippmann'a и Helmholtz'a. Оно устанавливает зависимость поверхностного натяжения от скачка потенциала φ при данной плотности k электрического заряда. Planck вывел эту формулу, основываясь на втором начале термодинамики, совершенно независимо от какого-либо специального представления о том, что происходит около поверхности раздела ртути и электролита.

Lippmann пошел дальше, вводя гипотезу о существовании двойного электрического слоя, вполне аналогичного заряженному конденсатору. Пусть q — емкость единицы поверхности этого конденсатора, так что $\eta = qs\varphi$; так как $\eta = ks$, имеем $k = q\varphi$, $dk = qd\varphi$, т. е. $q = dk : d\varphi$. Теперь (49) дает

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \varphi^2} = -\frac{\partial k}{\partial \varphi} = -q \dots \dots \dots (50)$$

Наблюдения, о которых было сказано выше, показывают что зависимость $\alpha = f(\varphi)$ может быть представлена в виде $\alpha = A + B\varphi + C\varphi^2$. Пусть

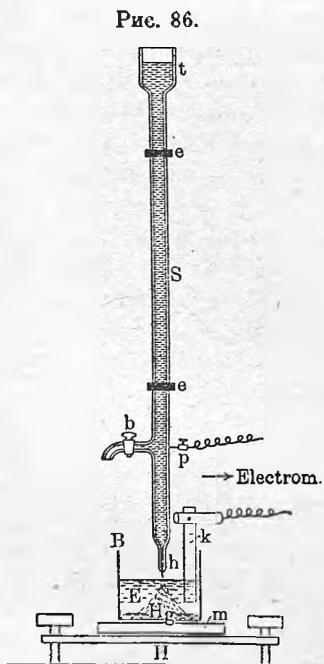
α принимает наибольшее значение α_m при $\varphi = \varphi_m$. Весьма легко доказать, что в таком случае

$$-\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \varphi^2} = \frac{2(\alpha_m - \alpha)}{(\varphi_m - \varphi)^2} = q \quad \dots \dots \dots (50, a)$$

Но мы видели (стр. 94), что емкость q единицы поверхности равна $1:4\pi d$. Величины α_m — α и φ — φ_m непосредственно наблюдаются, а потому Лиррманн мог вычислить значение величин q и d ; он нашел (если исправить ошибку в его выкладках) $d = 1,4 \cdot 10^{-7}$ мм.

Обратимся к интересному применению теории Helmholtz'a, к так называемым капельным электродам (Tropfelektroden). Образование двойного электрического слоя требует некоторого времени; отсюда Helmholtz заключил, что если мы заставим ртуть быстро вытекать из малого отверстия в электролит, причем она распадается на бесчисленное множество мельчайших капель, то разность потенциалов φ между ртутью и электролитом сделается равной нулю. Если же разность потенциалов установилась, то заряд ртути будет уноситься отделяющимися каплями до тех пор, пока он не исчезнет, т. е. пока мы не будем иметь $\varphi = 0$.

Таким образом является возможность соединить электролит с прибором, служащим для измерения степени его электризации (чувствительный электроскоп, электрометр, см. ниже), не вводя при этом в цепь новой электродвижущей силы. Этим впервые воспользовался Ostwald (1887), построив капельный электрод, причем отверстие, из которого вытекала ртуть, находилось внутри электролита. Применение такого электрода различными учеными (Exner и Tuma, Pellat,



Braun, Miesler и др.) приводило к противоречивым результатам, пока Paschen (1890) не изменил устройства капельного электрода, поместив отверстие выше поверхности электролита и притом так, чтобы у самой поверхности пришлось то место, в котором сплошная струя ртути раздробляется на мельчайшие капли. Электрод Paschen'a изображен на рис. 86. В — стакан, содержащий электролит E; он поставлен на эбонитовую пластинку m; h — отверстие, из которого вытекает ртуть; k — металлический (или иной) стержень; p — зажимный винт, прикрепленный к проволочке, проходящей через стенку трубки S внутрь ртути. Предполагается что разность потенциалов между k и E равна разности потенциалов между k и ртутью в S, т. е. между k и p.

Вопрос о правильности этого заключения имеет большое значение. Если оно верно, то описанный капельный электрод дол-

жен позволить измерить разность потенциалов между металлом или иным твердым телом и электролитом, т. е. решить вековой вопрос о величине отдельных составных частей электродвижущей силы элемента. В настоящее время существует целая школа ученых, которые и считают этот вопрос решенным, но, как мы увидим ниже, применение способа капельных электродов встречает и многочисленные возражения, не говоря уже о том, что объяснение электрокапиллярных явлений, данное Helmholtz'ем, оспаривается многими учеными. О работах, произведенных при помощи капельных электродов, мы скажем впоследствии.

Warburg (1890) дал совершенно другое объяснение электрокапиллярных явлений. Он показал (1889), что в растворе серной кислоты, находящемся в соприкосновении с ртутью, образуется серно-ртутная соль, если в нем содержится растворенный из воздуха кислород. У самой поверхности ртути концентрация раствора соли превышает концентрацию в остальной жидкости на некоторую величину Γ . В капиллярном электрометре эта величина одинаковая на обеих поверхностях ртути, и $\Gamma = 0$, когда мы имеем свежую поверхность ртути ($k = 0$ по теории Helmholtz'a). Когда ртуть в капилляре делается катодом, ионы H выделяют Hg , вследствие чего концентрация раствора соли уменьшается; в то же время она на другой поверхности ртути (в стакане) увеличивается. Вследствие этого образуется концентрационный элемент. Если Γ отнести к единице поверхности и через c обозначить электрохимический эквивалент ртути, то, как показали Warburg и Planck, величина $\Gamma : c$ играет ту же роль, как k в теории Helmholtz'a, и вместо (49) получается

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} = - \frac{\Gamma}{c} \dots \dots \dots (51)$$

В результате теории Helmholtz'a и Warburg'a существенно отличаются друг от друга. Величины $\Gamma : c$ и k одинакового рода; это количества электричества, отнесенные к единице поверхности; но эти величины совершенно различного порядка: k огромная величина, как плотность заряда конденсатора, поверхности которого находятся на молекулярных расстояниях друг от друга, между тем как $\Gamma : c$ соответствует заряду ионов ртути, распределенных в слое электролита, причем толщина слоя может вовсе не быть весьма малою величиною. И самое происхождение зарядов различное: в теории Helmholtz'a мы имеем перемещения зарядов в электролите и в ртути, доходящие только до двух поверхностей двойного слоя, т. е. имеем „зарядный ток“ (Ladungsstrom); в теории Warburg'a мы имеем дело с током электричества, проходящим, не прерываясь, от электролита к ртути (Leitungsstrom). Warburg ссылается на то, что с уменьшением концентрации раствора в капилляре увеличивается поверхностное натяжение α ртути; этот факт был подтвержден непосредственными наблюдениями G. Meyer'a (1892); таким образом объясняется возрастание α , когда увеличивается φ , и ртуть играет роль катода. G. Meyer (1894) объясняет достижение максимума и затем уменьшение величины α тем, что при больших φ образуются амальгамы металлов, соли

которых растворены в электролите; но для случая, когда этот электролит есть раствор серной кислоты, G. Meyer не мог открыть того химического процесса, который является причиною уменьшения величины α . Он не мог доказать образования водородной амальгамы, влиянию которой он сначала приписывал уменьшение поверхностного натяжения.

Многие ученые старались найти опытные доказательства в пользу той или другой из рассмотренных двух теорий, а также за или против применимости капельных электродов. Доказательства в пользу теории Warburg'a приводили G. Meyer, Behn (1897) и др. Однако еще в 1898 г. Warburg вновь признал, что его теория не может объяснить уменьшения α для случая раствора серной кислоты.

В пользу теории Helmholtz'a и выведенных из нее следствий говорит особенно работа Rothmund'a (1894), который однако находит, что электролит должен быть насыщен соответствующе ему ртутною солью, чтобы капиллярный электрометр давал наибольшее α при $\varphi = 0$; когда в электрометре находится амальгама, то электролит должен быть насыщен солью металла, растворенного в ртути.

Критическому разбору теории Helmholtz'a посвящены работы S. W. Smith'a (1900) и St. Meyer'a (1896).

Schreber (1894) вывел теоретически зависимость между поверхностным натяжением α и разностью потенциалов φ ; он находит, что

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} = -A \varphi e^{B\varphi}$$

где A и B — две постоянные величины.

В 1896 г. появилось новое об'яснение действия капельных электродов, данное Nernst'ом и основанное на осмотической теории электродвижущих сил, изложенной в § 5. Это об'яснение заключается в следующем. Когда ртуть соприкасается с раствором соли ртути напр. каломеля $HgCl$, то некоторое количество ионов ртути немедленно соединяются с ртутью и передают ей свой положительный заряд; отрицательные анионы, напр. хлора, до тех пор располагаются вдоль поверхности, пока образовавшийся двойной слой не будет соответствовать разности потенциалов, см. (42),

$$E = RT \lg \frac{P}{p},$$

где p — осмотическое давление растворенной соли, P — некоторая постоянная, характерная для ртути, но зависящая от электролита (упругость растворения). Капля T (см. рис. 87, принадлежащий Palmaer'у), падающая из отверстия трубочки B , движется вместе с анионами. Когда капля достигает поверхности ртути в C , которая уже покрыта надлежащим количеством анионов, капля выделяет из себя катионы ртути, которые с анионами вновь образуют соль. При непрерывном течении капель получается уменьшение концентрации около B и увеличение около C , вследствие чего вся система является концентрационным элементом, как то предполагает и теория Warburg'a. Не входя в дальнейшие подроб-

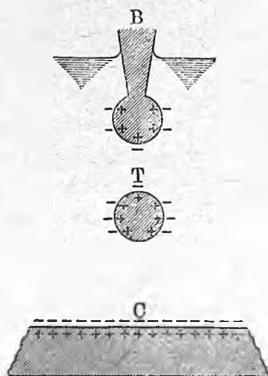
ности, заметим, что Palmaer в трех интересных работах (1898, 1899 и 1901) доказал, что капильный электрод, действительно вызывает те изменения концентрации раствора, о которых говорит теория Nernst'a. Однако, до выхода в свет второй работы Palmaer'a появилась статья G. Meyer'a (1899), указавшего, что и теория Warburg'a объясняет наблюдаемые изменения концентрации, с чем согласился Palmaer во второй своей работе. В третьей работе (1901) Palmaer вновь занялся сравнением теорий Helmholtz'a, Warburg'a и Nernst'a. Он приходит к результату, что теория Nernst'a наиболее способна объяснить электрокапиллярные явления, но что ни одна из этих теорий не может дать отчета о всех деталях этих явлений. Сюда относится, напр., несимметричность двух ветвей кривой, выражающей зависимость поверхностного натяжения от разности потенциалов. Заметим, что в опытах Palmaer'a отверстие трубки, как это видно на схематическом рис. 87, находилось внутри электролита. Nernst и Palmaer вовсе не рассматривают вопроса о поляризации и об ее влиянии на поверхностное натяжение ртути.

Дальнейшие исследования производили Bernstein (1901), van Laar (1902), v. Lerch (1902), Kučera (1903), Gouy (1903), Krueger (1903), Lenkewitz (1904), Billitzer (1904), Christiansen (1905), Vining (1906), Reboul (1908, 1909), G. Meyer (1910), Кандидов (1911), Chapman (1913), Gouy (1917), Décombe (1917), Krüger и Krumreich (1913), W. J. Smyth и H. Moso (1908), Heavesy и Lorenz (1910) и др. Van Laar старался теоретически объяснить несимметричность капиллярной кривой; он пришел к важному результату, что максимум поверхностного натяжения может и не совпадать с моментом, когда разность потенциалов ртути и жидкости делается равной нулю; разность может доходить до 0,04 вольта. Отсюда он заключает, что капиллярный электрометр вообще не пригоден для точных измерений разности потенциалов металла и электролита.

Gouy весьма подробно исследовал форму капиллярной кривой в зависимости от состава и концентрации электролита; он также нашел, что максимум кривой не совпадает с исчезновением разности потенциалов между ртутью и электролитом. Далее он нашел, что для амальгам поверхностное натяжение зависит только от электролита и от разности потенциалов, но не зависит от рода металла, растворенного в ртути. Этот закон подтвердил Christiansen.

Reboul заменил подкисленную воду слабо проводящими жидкостями (спирт, эфир) и нашел, что и для них наблюдается смещение мениска под влиянием электродвижущей силы. Весьма плохо проводящие жидкости не дают заметного смещения. Но если их подвергнуть ионизирующему действию рентгеновых лучей (т. V), то замечается медленное, но

Рис. 87.



продолжительное смещение ртути, продолжающееся еще довольно долго после удаления лучей. Еще удивительнее, что Reboul наблюдал то же явление, когда он заменил жидкость воздухом и между ртутью в трубке и ртутью в сосуде устанавливал разность потенциалов (до 440 вольт). Когда лучи Рентгена действовали на воздух, замечалось смещение ртути в капиллярной трубке. Reboul наблюдал (1909) то же явление в разреженных газах, ионизацию которых он вызывал электрическими разрядами.

Еще раз повторим, что мы подробно остановились на электрокапиллярных явлениях и капельных электродах в виду тех надежд, которые возлагались на этот метод, как на путь к решению векового и для теории электрических явлений фундаментального вопроса об электродвижущей силе соприкосновения металлов и электролитов, а следовательно — и к решению вопроса о величине составных частей электродвижущей силы элемента.

§ 9. Современное положение вопроса об электродвижущей силе соприкосновения тел. В предыдущих параграфах мы познакомились с явлением возникновения разности потенциалов на концах ряда соприкасающихся веществ. Эта разность равна сумме электродвижущих сил $e_1 + e_2 + e_3 + \dots$ и т. д., действующих в поверхностях соприкосновения разнородных веществ, и называется электродвижущей силой данного ряда веществ или данного элемента; мы ее обозначили через E . В наиболее интересной комбинации двух проводников первого класса A и B с двумя электролитами S_1 и S_2 мы имеем, см. (16),

$$E = A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | B + B | A = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \dots (52)$$

Например, для элемента Даниэля:

$$e_1 = Cu | CuSO_4, \quad e_2 = CuSO_4 | ZnSO_4, \quad e_3 = ZnSO_4 | Zn, \quad e_4 = Zn | Cu;$$

$$E = Cu | CuSO_4 + CuSO_4 | ZnSO_4 + ZnSO_4 | Zn + Zn | Cu \dots (52, a)$$

Мы выше поставили два вопроса: 1) от каких обстоятельств зависит величина E ? и 2) как велики составные части величины E ? В § 4 мы изложили то, что наука, отчасти основываясь на началах термодинамики, дает два ответа на первый вопрос. Далее мы рассмотрели одно из новых учений, а именно — учение Nernst'a, которое стремится ответить и на второй вопрос, хотя полный и ясный ответ получается пока только для некоторых частных случаев, как напр. — для элементов концентрационных.

В § 3 мы уже упомянули, что величина $e_2 = S_1 | S_2$ во всяком случае весьма мала сравнительно с величиною E , определяемую формулою (52), и что дело сводится к сравнению величины $e_4 = B | A$ с величинами $e_1 = A | S_1$ и $e_3 = S_2 | B$, т. е. к вопросу: где именно лежит источник величины E — в месте ли соприкосновения металлов между собою (e_4) или в месте соприкосновения металлов с электролитами (e_2 и e_1). В нижеследующих пара-

графах мы вкратце рассмотрим некоторые из бесконечного ряда попыток решить этот вопрос путем опыта.

Если бы мы еще более сократили предстоящее изложение и даже совершенно его пропустили, то наши читатели потеряли бы очень мало. Действительно, если не примкнуть с самого начала к одному из двух враждующих лагерей, если вполне объективно рассмотреть современное положение вопроса, то приходится сказать, что результат бесчисленного множества экспериментальных исследований мало или вовсе не отличается от нуля. Особенно в последнее время появились работы многих первоклассных ученых, из которых одни утверждают что e_4 — величина, которую можно пренебречь сравнительно с e_1 и e_3 , между тем как другие, наоборот, получают результат, что e_4 есть главная часть величины E , что e_1 и e_3 — величины малые или даже равные нулю. И, что особенно важно, каждое исследование вызывает в противном лагере критику, стремящуюся доказать, что или метод исследования придуман неправильно, или толкование полученных результатов неверное.

Большое число работ, которые еще недавно считались классическими, не представляют в настоящее время даже исторического интереса, и потому мы вовсе не станем приводить результатов этих работ.

Чтобы иллюстрировать то, что здесь было сказано, сопоставим в нижеследующей табличке результаты, полученные различными учеными при измерении составных частей e_1 , e_2 , e_3 и e_4 электродвижущей силы E элемента Даниэля. При составлении этой таблички мы не гнались за ее полнотою, ограничиваясь наиболее характерными числами. Все величины выражены в вольтах. Так как здесь интерес представляет лишь примерная относительная величина чисел, мы в некоторых случаях принимали E равным одному вольту, когда результаты выражены авторами не в вольтах.

Чтобы сумма четырех слагаемых была положительною величиною, мы идем от положительного полюса Cu чрез $CuSO_4$, $ZnSO_4$, Zn к отрицательному полюсу Cu . Знак (0) обозначает, что указанный ученый считает данную величину весьма малою (напр. 0,01 вольта) или даже равною нулю.

	$Cu CuSO_4$	$CuSO_4 ZnSO_4$	$ZnSO_4 Zn$	$Zn Cu$
Clifton	—	—	—	0,85
Streintz	—	—	—	0,93
Hallwachs	—	—	—	0,84
Kohlrausch	+ 0,028	— 0,033	0,358	0,75
Ayrton и Perry	+ 0,07	—	0,28	0,43
Exner и Tuma	— 0,406	—	1,275	—
Gouré de Villemontée	+ 0,287	(0)	0,231	0,692
Ostwald	+ 0,38	—	0,73	(0)
Paschen	+ 0,02	+ 0,464	0,58	(0)
Miesler	— 0,22	+ 0,22	1,06	(0)
Pellat	0	+ 0,547	0	0,664
Neumann	+ 0,585	(0)	0,524	(0)
Rothmund	+ 0,445	(0)	0,587	(0)

Дальнейшие комментарии к этой табличке излишни; особенно интересно сопоставление последних трех строк. Оно достаточно красноречиво подтверждает то, что выше было сказано о положении вопроса; оно выясняет полнейшее разногласие полученных до сих пор результатов измерений и заставляет всякого, кто беспристрастно и вполне объективно относится к делу, согласиться, что мы ровно ничего не знаем о составных частях электродвижущей силы элемента, и что спорным остается вековой вопрос: является ли источником электричества соприкосновение металлов между собою или соприкосновение металлов с электролитами.

Ясно после этого, что не стоит подробно описывать различные измерения и приводить их результаты. Мы и ограничиваемся самым необходимым; при этом окажется, что и новейшие исследования (до 1914 г.) оставили вопрос открытым.

§ 10. Опытное исследование электризации при соприкосновении проводников первого класса, а также непроводников. Главным образом здесь идет речь о соприкосновении металлов.

Следующий факт не может подлежать ни малейшему сомнению: если два металла M и N соприкасаются, то на них появляются два разнородных, количественно одинаковых электрических заряда.

Допустим, что в то же время эти металлы приобретают некоторую разность потенциалов $M|N = V_1 - V_2$, равную электродвижущей силе, которую мы теперь обозначим через ϵ . Мы увидим ниже, что некоторые ученые (Lodge) отрицают существование такой разности потенциалов.

История открытия основных опытов вкратце следующая.

В 1789 г. жена профессора L. Galvani заметила, что свежепрепарированные лягушечьи ножки сокращались, когда вблизи них происходили электрические разряды. Изучая это явление, Galvani открыл, что подобные же сокращения мышц происходили и в том случае, когда две точки их касались двух различных металлов, которые со своей стороны касаются между собою. Он объяснил это явление разрядом чрез металлы особой нервной или жизненной жидкости, накапливающейся в нервах. A. Volta первый указал, что главную роль в этом явлении играет соприкосновение разнородных тел, являющееся источником их электризации. Его таким образом можно считать творцом контактной теории, допускающей, что соприкосновение разнородных тел само по себе уже есть источник их электризации.

Опишем некоторые из основных опытов, при помощи которых можно показать факт электризации металлов при их соприкосновении.

На достаточно чувствительный электроскоп навинчивают медную нелакированную пластинку (рис. 88) и осторожно кладут на нее изолированную и также нелакированную цинковую пластинку. Если затем поднять эту последнюю, то электроскоп указывает, что в медной пластинке явился заряд отрицательного электричества. Если переменить пластинки, то заряд оказывается положительным.

Чтоб увеличить заряд, поступают следующим образом.

На электроскоп навинчивают лакированную пластинку *b* (рис. 89) из желтой меди и на нее кладут совершенно такую же пластинку *a*, снабженную стеклянной ручкой *A*. Эти две пластинки, раз'единенные слоем изолирующего лака, представляют плоский конденсатор весьма большой емкости. Пластинка *b* соединена с медною пластинкою *k*; от *a* идет проволока, конец *h* которой закреплен неподвижно. На *k* кладется цинковая

Рис. 88.

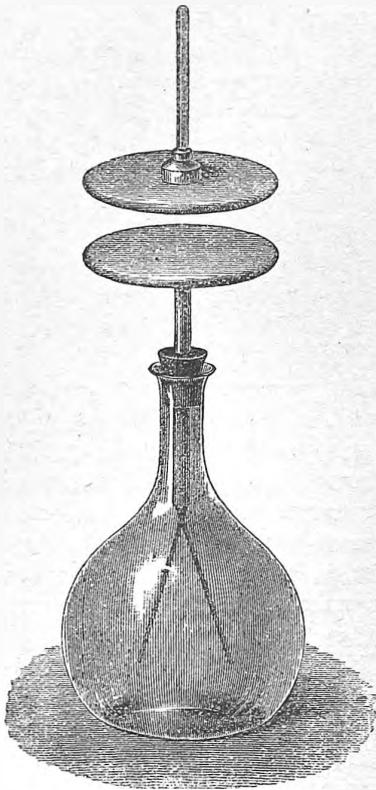


Рис. 89.

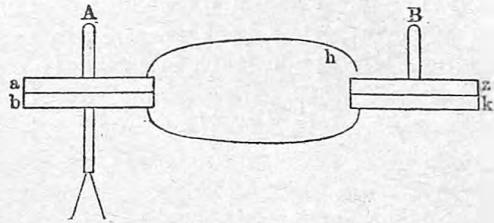
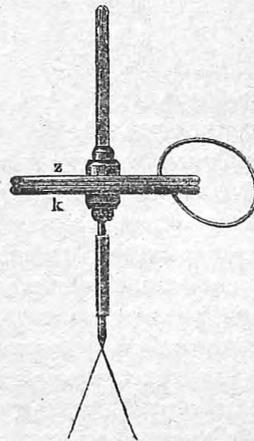


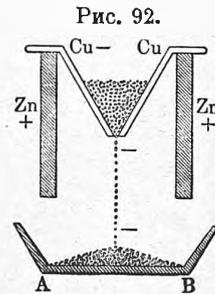
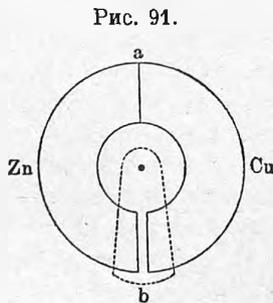
Рис. 90.



пластинка *z*, снабженная стеклянной ручкой *B*. Если поднять *z* до соприкосновения ее верхней поверхности с концом *h*, то оба заряда переходят на конденсатор *ab*. Повторяют много (напр. 50) раз опускание пластинки *z* на *k* и приподнимание до прикосновения с *h*. В таком случае конденсатор *ab* получит сравнительно большие заряды, которые почти целиком располагаются с двух сторон от слоя лака, раз'единяющего пластинки *a* и *b*. Если затем поднять пластинку *a*, то заряд пластинки *b* сравнительно весьма легко обнаруживается электроскопом. Lord Kelvin (W. Thomson) показал, что удача опыта в высокой степени зависит от того, как происходит поднимание пластинки *z*. Необходимо, чтобы соприкосновение пластинок *k* и *z* по возможности одновременно

прекращалось во всех точках. Поэтому опыт удается особенно в том случае, когда пластинка z соединена с каким-либо механизмом, который позволяет ей двигаться не иначе, как по направлению, перпендикулярному к ее нижней поверхности.

Чтобы показать, что электризация не зависит от поверхности соприкосновения, покрывают верхнюю поверхность медной пластинки k (рис. 90), привинченной к электроскопу, и нижнюю поверхность цинковой пластинки z слоем лака. Положив z на k , соединяют две другие нелакированные стороны пластинок k и z медною проволокою, как показано на рисунке. Удалив проволоку и подняв пластинку z , мы наблюдаем такое же действие на электроскоп, как и в первом из описанных выше опытов. Чтобы избежать возможного трения между разнородными телами,



которое, как мы увидим, также есть источник электричества, можно взять проволоку, одна половина которой медная, а другая — цинковая, и касаться медным концом пластинки k , а цинковым — пластинки z . Действие будет то же самое, как в предыдущем случае.

Мы вовсе не останавливаемся на опытах, при которых приходится касаться пальцем одной из пластинок, так как прикосновение всегда более или менее влажного пальца усложняет условия, при которых происходит явление, и вводит совершенно новый элемент, а именно — соприкосновение металла с жидкостью.

Весьма убедителен следующий опыт. Из двух плоских пластинок меди и цинка составляют кольцо (рис. 91), обе половины которого спаяны вдоль линии a , между тем как в b кольцо остается открытым. Над горизонтально расположенным кольцом висит горизонтальная плоская стрелка, положение равновесия которой обозначено пунктиром. Если эту стрелку наэлектризовать положительно, то она поворачивается в сторону медной, а если отрицательно, в сторону цинковой половины кольца. W. Thomson видоизменил этот опыт, устроив квадрантный электрометр (гл. I, § 3), в котором одна пара накрест лежащих квадрантов была сделана из меди, другая пара — из цинка. Соединив попарно рядом расположенные (неоднородные) квадранты, он наблюдал при электризации стрелки электрометра те же отклонения последней в ту или другую сторону, как и в только что описанном опыте с кольцом. Другой его опыт заключался в следующем: в вертикально поставленный цинковый цилиндр (рис. 92)

вставляется медная воронка; из нее сыплются медные опилки в сосуд AB , соединенный с электроскопом, который и обнаруживает отрицательную электризацию.

Итак несомненно, что наблюдается электризация при соприкосновении проводников первого класса, к которым принадлежат не только металлы, но и другие твердые проводники, как напр. — уголь, разные окислы, колчеданы и т. д.

Не подлежит далее сомнению, что проводники первого класса могут быть расположены в „ряд Вольты“, и что они удовлетворяют закону Вольты.

Многие ученые занимались распределением тел в ряд Вольты, в котором каждое тело электризуется положительно при соприкосновении с телом, стоящим в этом ряду ниже, а следовательно — отрицательно при соприкосновении с телом, стоящим выше. К этим ученым относятся Volta, Ritter, Seebeck, Péclet, Munk, Pfaff и др. Эти исследования обнаружили, что положение тела в ряду Вольты в значительной степени зависит от его физического состояния и в особенности от состояния его поверхности. Неполная чистота, полировка и в особенности окисление имеют здесь большое влияние. Поэтому неудивительно, что порядок тел в ряду Вольты, найденный различными учеными, оказывается неодинаковым, как это видно из следующих примеров:

Volta: (+) $Zn, Pb, Sn, Fe, Cu, Ag, Au, C$ (графит), MnO_2 (—).

Seebeck: (+) Zn, Pb (полированный), Sn, Pb (неполированный), Sb, Bi, Fe, Cu, Pt, Ag (—).

Pfaff: (+) $Zn, Cd, Sn, Pb, W, Fe, Bi, Sb, Cu, Ag, Au, Pt, Pd$ (—).

Péclet: (+) $Zn, Pb, Sn, Bi, Sb, Fe, Cu, Au$ (—).

Auerbach считает наиболее вероятным ряд:

(+) $Al, Zn, Sn, Cd, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe$, сталь, Cu, Ag, Au , уголь, U, Pt, Pd, MnO_2, PbO_2 (—).

Н. А. Гезехус находит, что в ряду Вольты металлы расположены от (+) к (—) по возрастающей плотности.

С законом Вольты мы уже познакомились в гл. I, § 3; мы видели, что он выражается формулою $A | B + B | C = A | C$, напр. $Zn | Fe + Fe | Cu = Zn | Cu$. Из него вытекает равенство:

$$A | B + B | C + C | D + \dots + M | N = A | N.$$

Разность потенциалов двух металлов (A и N) одна и та же, соприкасаются ли они непосредственно или находятся на концах произвольного ряда металлов. Отсюда следует, что

$$A | B + B | C + C | D + \dots + M | A = 0.$$

Электродвижущая сила, действующая в ряду металлов, концы которого одинаковы (A), равна нулю. Было указано, что эти законы относятся только к случаю, когда все части соприкасающегося ряда тел находятся при одной и той же температуре.

Прежде, чем перейти к различным определениям величин электродвижущих сил $e = M | N$, мы рассмотрим, в чем различные ученые видели источник тех электризаций, которые несомненно появляются при соприкосновении металлов. Volta полагал, что не только соприкосновение металлов между собою, но и соприкосновение металла с электролитом само по себе, т. е. независимо от могущих между ними происходить химических реакций, есть уже причина наблюдаемых электризаций. К приверженцам контактной теории для случая соприкосновения металлов принадлежал и Helmholtz, объяснявший появление зарядов предположением, что различные металлы притягивают электричество неодинаково; при этом один и тот же металл притягивает с неодинаковою силою положительное и отрицательное электричество. Так, например, медь сильнее притягивает отрицательное, цинк — положительное электричество, чем и объясняется их электризация при соприкосновении. Helmholtz полагал, что эти притяжения действуют только на неизмеримо малых расстояниях.

Заметим, что мнение, иногда высказывавшееся, будто контактная теория противоречит принципу сохранения энергии, неправильно. Действительно, во всех случаях, когда соприкосновение двух металлов по видимому является непрерывно действующим и как бы неисчерпаемым источником получения каких-либо форм энергии, всегда оказывается, что истинный источник совершенно другой. Так, например, электрическая энергия заряженного конденсатора ab на рис. 89 является на счет той добавочной работы, которую приходится производить при поднимании цинковой пластинки z , вследствие того, что разноименно наэлектризованные пластинки k и z взаимно притягиваются.

Весьма скоро после возникновения контактной теории появилась так называемая химическая теория, которая с течением времени претерпела большое число разнообразных изменений. Прежде всего уже в 1800 г. Fabroni высказал мысль, что электризация при соприкосновении металлов с электролитами имеет своим источником химическое взаимодействие этих тел. Основателем химической теории можно считать De la Rive'a (1837), который впервые определенно высказал мысль, что и при соприкосновении металлов причина электризации заключается в действительном слое влажного воздуха, всегда остающегося между двумя металлическими пластинками. Мы не повторяем его довольно натянутых объяснений того факта, что при соприкосновении, например, меди с цинком наблюдаются электризации, как раз противоположные тем, которые обнаруживаются, когда медь и цинк рядом погружены в воду. Важно то, что химическая теория во всех стадиях ее развития полагала, что причину электризации при соприкосновении металлов следует искать в действии окружающего воздуха на соприкасающиеся металлы. Это действие считалось обыкновенно за чисто химическое; полагали, например, что электризация является следствием окисления, которому подвергаются на воздухе поверхности металлов. Было сделано весьма большое число исследований

для решения вопроса о роли окружающей среды в рассматриваемом явлении. Но большинство этих исследований не могло привести к решению вопроса. Так, например, попытки производить соприкосновение металлов в пустоте не могли дать удовлетворительных результатов, так как „пустота“ в сущности представляла более или менее разреженный воздух, действие которого могло и не отличаться существенно от действия воздуха, находящегося под обыкновенным атмосферным давлением.

Гораздо большее значение имеют опыты, произведенные в пространстве, наполненном каким-либо другим газом после тщательного удаления из него воздуха и водяных паров. Сюда относятся опыты W. Zahn'a, произведенные в чистом, сухом азоте. Особенно важными представляются далее опыты J. Brown'a, который поместил прибор W. Thomson'a, описанный на стр. 26 (квадрантный электрометр), в пространство, которое можно было наполнять различными газами. При этом оказалось, например, что в воздухе медь при соприкосновении с железом делается отрицательною, а в сероводороде — положительною. Образование слоев сернистых металлов и появление новых электродвижущих сил между этими слоями и металлами не может быть причиною этого явления, так как через некоторое время, когда эти слои делались достаточно толстыми, отклонение стрелки прекращалось. Перемена знаков наблюдается также, когда *Cu* и *Ni* соприкасаются в воздухе ($Cu +$) и в газообразном $HCl(Cu -)$. Из других наблюдателей назовем Spiers'a и Schultze-Berge; последний нашел, что присутствие озона далает *Au*, *Pt* и желтую медь более отрицательными, и что *Pt* делается сильно положительной в водороде.

Далее Christiansen нашел, что разность потенциалов между углем и жидкою амальгамою цинка растет от 0,2 до 0,74 вольт, когда продолжительность соприкосновения их с воздухом растет от 0,002 до 0,02 секунды. Если заменить воздух водородом, то разность уменьшается на 0,8 вольта.

Большое значение имеют далее опыты Pellat и Erskine-Murray, показавших, какое огромное влияние имеет даже ничтожное изменение состояния поверхности соприкасающихся металлов. Pellat нашел, что разность потенциалов пластинок *Cu* и *Au* менялась, когда *Cu* в течение некоторого времени находилась под влиянием весьма близкой к ней пластинки свинца.

В пользу того, что окружающая среда имеет большое влияние на величину e , говорят также опыты Grove, Gassiot и J. Brown'a, показавших, что разность потенциалов наблюдается в том случае, когда две металлические пластинки, не соприкасаясь, находятся весьма близко друг к другу. Pellat нашел (1881), что упругость воздуха влияет на величину e ; но опыты Bottomley'a (1885) не подтвердили этого обстоятельства. Из предыдущего ясно, что окружающая среда влияет на величину e ; относящиеся сюда факты противоречат контактной теории. Но и старая химическая теория, предполагавшая, что источником электричества во всех случаях соприкосновения тел является какая-либо определенная химическая реакция, в этом виде также не выдерживает

критики; она почти совсем оставлена, и мы не станем рассматривать попытки Ехлер'а в несколько измененной форме вновь возвратиться к этой теории.

Существует еще одна антиконтактная теория, которую было бы неправильно назвать химической. Приверженцы этой теории предполагают, что в правильно разомкнутой цепи (металл *A*, один или два электролита, металл *B*, металл *A*, см. стр. 143) величина $A|B$ весьма мала или даже равна нулю. В случае же, когда два металла соприкасаются, например, в опыте W. Thomson'а (рис. 91), окружающий воздух играет роль электролита. Мы видели, какую роль играют ионы в жидких электролитах. Новая антиконтактная теория основывается на том, что и газы подвержены ионизации, которая в большей или меньшей степени всегда существует. S. Arrhenius показал еще в 1888 г., что, если между двумя проволоками из *Zn* и *Pt* находится воздух, искусственно ионизированный (при помощи катодных лучей), то между проволоками является разность потенциалов, доходящая до 0,86 вольт.

Антиконтактную теорию развивали Lodge и другие ученые. Lodge (1900) полагает, что между всяким металлом и окружающим воздухом существует разность потенциалов, которая, например, для цинка равна 1,8 вольт, для меди — 0,8 вольт. Таким образом, различные металлы до соприкосновения уже находятся при различных потенциалах, которые вообще ниже потенциала окружающего воздуха. Если *Zn* и *Cu* привести в соприкосновение, то их потенциалы делаются одинаковыми, причем некоторое количество отрицательного электричества переходит от цинка к меди, вследствие чего после разнимания металлов относительно проявляемых ими внешних действий медь представляется наэлектризованной отрицательно, а цинк — положительно сравнительно с цинком и медью, не бывшими в соприкосновении друг с другом и не обнаруживающими своих электризаций, так как они окружены зарядами положительного электричества, находящимися в прилегающих слоях воздуха. Если *V* есть потенциал, общий цинку и меди, то воздух около цинка имеет потенциал $V = + 1,8$ вольта, а около меди $V = + 0,8$ вольта. В самом воздухе происходит медленное падение потенциала в 1 вольт, которое равно скачку потенциала, относимого обыкновенно к поверхности соприкосновения металлов.

Гезехус (1907) воспользовался электронной теорией, чтобы объяснить явления, наблюдаемые при соприкосновении проводников, и которые, как он показывает, не могут быть объяснены ни чисто контактной, ни чисто химической теорией. К его работам мы возвратимся ниже в § 14. Vилей (1912) также пользуется электронной теорией в своих интересных исследованиях.

Rieske первый приложил (1898) новую теорию подвижных электронов к объяснению явлений, обнаруживающихся при соприкосновении металлов. В последнее время подобную теорию развивал Richardson.

За последние годы появился еще длинный ряд новых исследований, но вопрос все-таки нельзя считать решенным, так как результаты этих

работ далеко не совпадают. До сих пор многие ученые, особенно в Англии, держатся чистой теории контакта, между тем как, например, немецкие ученые, повидимому, более склоняются к теории химической; некоторые исследователи придерживаются взгляда промежуточного.

Я. И. Френкель предложил (1917) теорию, основанную на современных взглядах на строение атома, состоящего из ядра, имеющего положительный заряд, вокруг которого движутся электроны (см. введение, картина С). Эти электроны образуют, по теории Френкеля, на поверхности твердого или жидкого простого тела (элемента) слой отрицательного электричества, под которым находится слой положительный; толщина образованного таким образом двойного слоя равна диаметру атома, т. е. диаметру орбит внешних электронов, от которых, как обычно принимается, зависит химическая валентность элемента. Двойной слой вызывает внутренний потенциал порядка нескольких вольт. Автор весьма просто и наглядно объясняет наличием двойного слоя целый ряд явлений, как, напр., электризацию при трении диэлектриков, поверхностное натяжение расплавленных металлов и диэлектрических жидкостей и внутреннее давление в жидкостях (т. I).

Здесь будет уместно указать на одно обстоятельство, важная роль которого очевидна, как бы мы ни смотрели на причину возникновения величины ϵ . Оно относится к так называемому соединению тел с землею. Мы принимаем потенциал земли равным нулю и допускаем, что всякое тело, соединенное с землею, также находится при потенциале нуль. Такое допущение возможно, когда речь идет об электростатических явлениях, при которых вообще приходится иметь дело с потенциалами, весьма большими сравнительно с одним вольт. Но картина меняется, когда речь идет о потенциалах в 1 или 2 вольта и тем более в дробную — иногда даже малую — часть одного вольта. В этом случае следует иметь в виду, что „соединение тела с землею“, даже в том случае, когда это тело и все промежуточные проводники состоят из одного и того же вещества, сводится к соединению тела с более или менее влажною почвою, т. е. с несомненным электролитом. Ясно, что тело даже и в этом случае примет потенциал, отличный от потенциала земли. В действительности дело усложняется еще тем, что промежуточные тела, например, газо- и водопроводные трубы, состоят из других веществ; между ними, а также между первым из них и данным телом, являются новые электродвижущие силы. Можно допустить, что всякое металлическое тело бывало в соединении с землею; отсюда уже следует, что различные металлические тела еще до соприкосновения между собою могут находиться при различных потенциалах. Во всяком случае следует помнить, что соединение проводника с землею приводит его к потенциалу, зависящему от рода этого тела, от промежуточных тел, а может быть также — от характера почвы в данном месте. Girraussa (1913) нашел, что проводимость совершенно сухой земли равна почти нулю. Поверхностное сопротивление, обратно пропорциональное поверхности металлической пластинки, зарытой в землю, для *Pb* больше, чем для *Cu*. Между

пластинками Pb и Cu обнаруживается разность потенциалов, доходящая до 0,2 вольта.

Переходим к краткому обзору различных работ, предпринятых для измерения величины электродвижущей силы e , т. е. разности потенциалов соприкасающихся металлов. Изложенное в предыдущем и в этом параграфах делает понятным, почему мы не останавливаемся на численных результатах этих работ.

$R. Kohlrausch$ (1853) пользовался конденсатором, который был изображен на рис. 48. Чтобы измерить заряд, полученный конденсатором в данном опыте, он раздвигал пластинки и соединял одну из них с чувствительным электрометром. Показания этого прибора и служили мерою заряда, а следовательно — и разности потенциалов пластинок конденсатора. Чтобы измерить, например, разность $Zn | Pt$, он брал пластинки конденсатора из Zn и Pt . Соединив их непосредственно и произведя затем измерение только что изложенным способом, он получал на электрометре непосредственную меру искомой величины $A = Zn | Pt$. Другую меру и в то же время отношение величины $Zn | Pt$ к электродвижущей силе D элемента Даниэля он определил следующим образом:

Он взял неправильно разомкнутый элемент Даниэля, т. е. комбинацию $Cu - CuSO_4 - ZnSO_4 - Zn$, разность потенциалов на концах которой очевидно равна $D - Zn | Cu$. Соединив Zn с цинковой пластинкой конденсатора и медь с платиновой, он получал на электрометре меру величины $B = D - Zn | Cu + Pt | Cu = D - (Zn | Cu + Cu | Pt) = D - Zn | Pt$. Соединив наоборот Zn с платиновой и Cu с цинковой пластинкой, он получил меру величины $C = D - Zn | Cu + Zn | Cu + Zn | Pt = D + Zn | Pt$. Величины B и C дают искомые $Zn | Pt$ и D , а следовательно — и их отношение. Он нашел, например, $Zn | Cu = 0,48 D$. Дальнейших подробностей, относящихся к этому способу, мы не излагаем. $Gerland$ (1868) и $Clifton$ (1877) пользовались аналогичным способом при своих измерениях. Последний нашел $Zn | Cu = 0,825$ вольта. Других чисел мы не приводим.

$Hankel$ (1861—1865) определял величины $e = A | B$ следующим образом. На горизонтальную медную пластинку K , соединенную с землею, он клал металлическую пластинку A . Затем сверху опускалась вторая медная пластинка K_1 до некоторого малого расстояния δ от пластинки A ; это расстояние равнялось 0,94 мм. и должно было быть одинаковым во всех опытах. Пластинка K_1 на короткое время соединялась с землею, затем поднималась на значительную высоту и соединялась с электрометром ($Hankel$ 'я), показание которого, служащее мерою заряда пластинки K_1 в момент ее соединения с землею, обозначим через S . Заменяв A пластинкою из другого металла B , $Hankel$ получал другое показание электрометра S_1 . Не трудно доказать, что разность $S - S_1$ равна $\beta \cdot A | B$, где β — некоторый коэффициент пропорциональности. Таким образом можно было найти отношение различных величин e , или их численные значения, принимая $Zn | Cu = 100$. Результатов не приводим.

$Hallwachs$ (1886) пользовался квадрантным электрометром. Мы увидим ниже, что отклонение S стрелки этого прибора определяется

формулою

$$S = C(V_1 - V_2) \left[V - \frac{1}{2}(V_1 + V_2) \right] \dots \dots \dots (53)$$

в которой — V потенциал стрелки, V_1 и V_2 — потенциалы двух пар накрест лежащих, соединенных между собою квадрантов. Hallwachs пользовался электрометром, в котором квадранты были сделаны из латуни. Далее он приготовил ряд одинаковых стрелок из Cu , Ag , Pt , Al и Zn . Одну из пар квадрантов он соединял с землею, другую со стрелкою и в то же время сперва с одним из полюсов батареи, другой полюс которой соединен с землею. Пусть E — потенциал, получаемый при этом квадрантами, и e — разность потенциалов стрелки и латунных квадрантов. В таком случае $V_1 = E$, $V_2 = 0$, $V = E + e$, и (53) дает отклонение стрелки

$$S_1 = CE \left(\frac{1}{2} E + e \right).$$

Переменив полюсы батареи, получаем $V_1 = -E$, $V_2 = 0$, $V = -E + e$, и отклонение

$$S_2 = CE \left(\frac{1}{2} E - e \right).$$

Отсюда

$$e = \frac{1}{2} E \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \dots \dots \dots (53, a)$$

Вводя разного рода поправки, Hallwachs мог таким образом найти относительные значения величин $A |$ латунь, а следовательно — и величин $A | B$. Из результатов представляют особый интерес те, которые имеют отрицательный характер. Оказалось, что величина $Cu | Q$ (где Q — латунь) меняется в течение 18-ти часов от — 0,018 до — 0,056; $Zn | Q$ — в течение 4-х часов от 0,825 до 0,755; величина $Al | Q$, упавшая за полгода от 0,94 до 0,2, поднялась после чистки стрелки вновь до 0,94. Все величины выражены в вольтах. Hallwachs находит $Zn | Cu = 0,843$ вольта.

Ayrton и Perry располагали две горизонтальные металлические пластинки A и B на концах горизонтальной доски, которая могла поворачиваться около вертикальной оси, проходящей через ее середину. Над A и B помещались две латунные горизонтальные пластинки M и N , которые могли быть соединены между собой или с квадрантами электрометра. Сперва M и N соединялись между собою, затем соединялись A и B ; тогда на M и N появлялись заряды, индуктированные зарядами пластинок A и B . Если бы теперь M и N соединить с квадрантами электрометра, то стрелка, в которой поддерживался высокий потенциал, осталась бы неподвижной. Затем доска с пластинками поворачивалась на 180° , и потом только пластинки M и N соединялись с электрометром. Отклонение стрелки можно принять за меру искомой величины $e = A | B$. Ayrton и Perry нашли $Zn | Cu = 0,57$ вольта.

Дальнейшие исследования производили Christiansen (1893), Exner (1882—1887), Ульянин (1887), Exner и Tuma (1888), Pellat (1880,

1887), Schulze-Berge (1881), J. Brown (1887, 1899), Spiers (1900), Majorana (1899), Erskine-Murray (1898), Lord Kelvin (1897), Grimsehl (1902), Lodge, Гезехус, Brown (1903), Warburg (1904), Greinacher (1905), Corbino (1908), Beil (1910), Cohnstaedt (1912), Sanford (1912), Shaw (1913), Conrad (1913), Hennings (1913) и др. Рассмотрим некоторые из этих работ; на их результаты было отчасти уже указано в первой половине этого параграфа. Весьма интересен первый из двух способов, которыми пользовался Pellat. Он приводил разность потенциалов e двух металлов к нулю, компенсируя ее другою разностью потенциалов e' , которую можно менять по произволу и измерять с весьма большою точностью. Роль величины e' играла у него разность потенциалов неподвижной и подвижной точек на проволоке, в которой проходил электрический ток, и, следовательно, устанавливалось то падение потенциала, о котором было упомянуто в § 1 и которое будет подробно рассмотрено ниже. Видоизменением способа Pellat пользовался Spiers (1900), исследуя влияние окружающего газа на величину e . Впрочем W. Thomson еще раньше (1861) пользовался подобным же компенсационным способом.

Majorana произвел ряд весьма поучительных опытов. Две металлические вертикальные пластинки, например, из цинка и меди, сперва соединяются с землею, находясь далеко друг от друга, вследствие чего они получают неодинаковые заряды. Если их затем приближать друг к другу (до 0,5 мм.), то вследствие индукции в них появляются „заряды приближения“, которые можно обнаружить на электрометре. Если соединить пластинки с землею, когда они весьма близки друг другу, то при раздвигании их можно обнаружить и измерить „заряды удаления“. Далее Majorana удалось заметить взаимное притяжение металлов, соединенных между собою. Висеребряная кварцевая нить висит перед полированной металлической пластинкой, поставленной несколько наклонно, так что при постепенном приближении ее к нити она должна коснуться прежде всего нижнего конца последней. Верхняя часть нити и пластинки соединены между собой. Наблюдая через микроскоп конец нити и его изображение в пластинке, Majorana мог заметить внезапное приближение этого конца к поверхности пластинки (цинковой), когда их расстояние равнялось 0,1 мм. Позже (1900) Majorana наблюдал притяжение между двумя горизонтальными пластинками, из которых верхняя соединена с коромыслом весьма чувствительных весов. Перемещение коромысла наблюдалось по способу Fizeau-Pulfrich'a (т. III). Компенсируя величину e по способу Pellat, т. е. приводя притяжение к нулю, Majorana мог измерить величины $e = M | Ag$, где M — металл пластинки. Оказалось, напр., $Zn | Ag = 0,9$ вольта, $Cu | Ag = 0,4$ вольта; отсюда $Zn | Cu = 0,5$ вольта.

Majorana измерял величину e для комбинаций $Zn | Au$, $Al | Au$ и $Fe | Au$ при 180° (жидкий воздух); оказалось, что при столь низкой температуре величина e ничтожно мала; так, например для $Zn | Au$ она падает от 0,88 при комнатной температуре до 0,05 при -180° .

Stuhlmann (1916) нашел, что газы озон, O_2 , CO_2 , N_2 , H_2 , NH_3 и воздух, поглощенные (см. т. I, окклюзия) металлом, делают этот металл более положительным.

Из новейших следует упомянуть работу Millican'a (1916), который нашел по компенсационному способу Кельвина для контактной разности потенциалов, напр., натрия и окиси меди величину 2,5 вольта. О связи его работы с вопросом о фотоэлектрическом эффекте будет сказано в т. V.

J. Brown (1903) нашел, что величина $e = Zn | Cu$ делается равной нулю, когда между этими металлами находится масло при 145° ; он объясняет это растворением в масле той электролитической пленки, которая покрывает металлы и является причиной возникновения величины e . Warburg (1904) подтвердил этот результат. Он нашел, что e не зависит от рода окружающего газа, и что в совершенно сухом газе e делается почти равным нулю; контактную теорию он считает вполне опровергнутой. De Broglie (1911) также нашел, что контактная разность потенциалов делается весьма малой, если тщательно высушить воздух. Hughes (1914) измерял разность потенциалов между Pt и дистиллированными в пустоте Zn и Bi . Она оказалась весьма малой пока эти металлы еще не приходили в соприкосновение с воздухом. При доступе воздуха она растет до максимума, затем несколько убывает и, наконец, делается постоянной; несомненно, что при этом воздух поглощается металлом.

Удобный способ для измерения величины e может быть основан на свойстве воздуха „ионизироваться“, то есть делаться проводником, под влиянием напр. лучей радиоактивных веществ, о чем будет сказано подробнее в т. V. Пусть имеются две пластинки A и B из различных металлов, причем они отделены слоем ионизированного воздуха, а одна из них, напр. B , постоянно соединена с электрометром. Если сначала обе пластинки соединены с землей, а затем B изолируется от земли, то получаемое отклонение электрометра непосредственно измеряет искомую электродвижущую силу e . Действительно, когда обе пластинки соединены с землей, их потенциалы должны отличаться на e ; пусть напр. A имеет потенциал V , а B — потенциал $V + e$. Когда же B изолирована, то вследствие электропроводности ионизированного воздуха она принимает потенциал V пластинки A ; следовательно, ее потенциал, указываемый электрометром, изменяется на e . Измерения, основанные на этом принципе, производил напр. Shaw; он нашел, что получаемые результаты вполне согласны с теми, которые дает напр. компенсационный способ W. Thomson'a (см. выше).

Необходимо указать на одно ошибочное определение величины e , на которое, однако, до сих пор иногда ссылаются. Так как при переходе единицы количества электричества от одного металла к другому совершается работа $\pm e$, то и полагали, что около поверхности соприкосновения должно выделиться количество теплоты q , равное

$$q = \pm e.$$

Измеряя q , Edlund (1869—1871) полагал возможным найти величину e ,

которая для различных пар металлов оказалась весьма малою. Но этот способ неверен. Мы вывели на стр. 157 формулу (33), которая показывает, что q определяется совершенно другим, более сложным выражением. Только в случае, если бы e было пропорционально абсолютной температуре, мы получили бы формулою $q = \pm e$.

Непроводники (диэлектрики) при соприкосновении между собою или с проводниками повидимому также электризуются. Первые опыты в этом направлении производили Davy, Fesner, Munk и A. C. Becquerel. Более точные исследования производили J. Thomson (1875), Ayrton и Perry (1878), Hoogweg (1880), Knoblauch (1901) и H. A. Гезехус (1901). Оказывается, например, что воск электризуется положительно при соприкосновении с серой, отрицательно — при соприкосновении с каучуком, шеллаком, латунию и т. д. Непроводники не могут быть распределены в ряд Вольта и потому, конечно, не следуют закону Вольта.

A. Coehn (1898) приходит к заключению, что из двух соприкасающихся тел то электризуется положительно, которое обладает большею диэлектрическою постоянною. Это правило во всяком случае должно относиться только к непроводникам, как указал Heydweiller. В новой работе Coehn и Raydt (1909) показали, что электризация двух непроводников при их соприкосновении пропорциональна разности их диэлектрических постоянных; это относится к соприкосновению 24-х жидкостей, а также их смесей, с твердым телом.

§ 11. Опытное исследование электризации при соприкосновении электролитов с проводниками первого класса и с непроводниками. В § 6 мы рассмотрели учение Nernst'a, которое в целом ряде частных случаев дает определенный ответ на вопрос о величине электродвижущей силы, действующей при соприкосновении электролитов между собою и с проводниками первого класса.

Далее мы в § 8 познакомились с методами капиллярного электрометра и капельных электродов, которые, по мнению некоторых ученых, дают возможность измерить разность потенциалов соприкасающихся металла и электролита. Здесь мы аналогично тому, как это было сделано в предыдущем параграфе, рассмотрим в историческом порядке результаты различных измерений этой разности потенциалов.

Существование электризации при соприкосновении металла и жидкости может быть показано следующим образом. На чувствительный электроскоп (рис. 93) навешивается горизонтальная пластинка из испытуемого металла, например, цинковая; она на рисунке не видна; по величине она такая же, как кружок a , и ее касается нижний конец проволоки d . На цинковую пластинку кладется большаго размера стеклянная или слюдяная пластинка b , и на нее лист пропускной бумаги a , смоченный испытуемой жидкостью, например, водою. Можно также кисточкой распределить слой жидкости по поверхности стеклянной пластинки a . Затем изолированной цинковой проволокой d касаются одновременно нижней пластинки и слоя жидкости в c ; заряды собираются с двух сторон пла-

стинки *b*. Удалив проволоку *d* и сняв пластинку *b* вместе с жидкостью, мы получаем в электроскопе отклонение, зависящее от заряда нижней металлической пластинки. Если электроскоп заменить электрометром, то можно, кроме знака, определить и величину заряда. И то, и другое зависит от рода металла и жидкости.

Этим способом пользовался в особенности Buff (1842). Он нашел, что в воде и в растворе едкого кали все металлы электризуются отрицательно; в слабой серной кислоте только *Pt* и *Au* — положительно; в концентрированной азотной кислоте цинк — весьма слабо отрицательно, *Pt*, *Au*, *Cu*, *Fe* — положительно и т. д.

Жидкости, соприкасаясь с металлами, не следуют закону Вольта, как это видно из следующего примера: $H_2O | Zn > H_2O | Cu$, т. е. $Cu | H_2O + H_2O | Zn > 0$; если бы H_2O , соприкасаясь с *Zn* и *Cu*, следовала закону Вольта, мы бы имели $Cu | H_2O + H_2O | Zn = Cu | Zn$, и следовательно $Cu | Zn > 0$, между тем как опыт дает $Zn | Cu > 0$, а следовательно $Cu - Zn < 0$.

Hankel (1865) сравнивал величины $M | H_2O$, где *M* — какой-либо металл, с величиною $Zn | Cu$, пользуясь способом, аналогичным описанному выше (рис. 93). Нижняя медная пластинка была заменена широкою воронкой, наполненною водою и сообщающеюся с вертикальною трубкою, также содержащею воду, в которую погружается металл *M*, соединенный с землею. Не входя в дальнейшие подробности, заметим, что опыты Hankel'я обнаружили огромное влияние состояния поверхности металла. Смотря по тому, была ли свежее приготовленная, полированная пластинка только что опущена в жидкость, или она находилась в ней некоторое время (10—30 минут), или она до погружения в воду сохранялась некоторое время на воздухе, получались крайне различные числа; то же самое наблюдается при сравнении металлов полированных с металлами, обработанными напильником. Принимая $Zn | Cu = 100$, Hankel находит числа, которые колеблются, например, для *Pt* между + 14 и — 16, для *Au* между = 10 и — 19, для *Pd* между + 3 и — 23, для латуни между + 8 и — 116, для *Fe* между + 27 и — 23, для *Zn* между — 16 и — 45, для *Al* между — 25 и — 78, для *Hg* между — 6 и — 30 и т. д.

Gerland (1868, 1883) пользовался способом, аналогичным способу Kohlrausch'a, выше описанному; одна из пластинок горизонтально расположенного конденсатора была заменена стеклянной пластинкой, на которой лежала пропускная бумага, пропитанная водою. Числовые величины, полученные Hankel'ем и Gerland'ом, совершенно несогласны между собою, что и неудивительно, если принять во внимание только что сказанное относительно роли состояния поверхности металла.

Kohlrausch определял подобным же образом величину *e* для случая соприкосновения металлов с растворами солей и кислот. Некоторые из его чисел приведены в табличке (§ 9). Далее подобные же исследования производили Clifton, Ayrton и Perry (1878), Exner и Tuma (1888), Gouré de Villemontée (1890), Pellat (1889) и др. Ayrton и Perry пользовались способом, описанным выше, причем одна из металлических

пластинок была заменена плоским фарфоровым сосудом, наполненным испытуемой жидкостью.

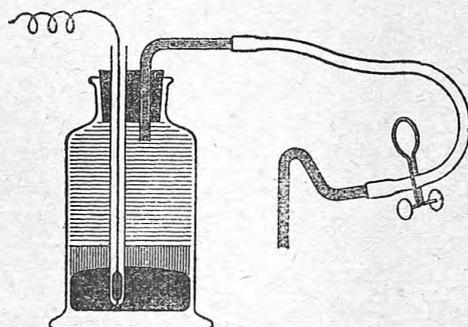
В § 8 мы познакомились с капиллярным электрометром и с методом капельных электродов, назвали тех ученых, которые ими пользовались, и указали на те сомнения, которые вызывает их применение для определения разности потенциалов между металлами и электролитами. Нам остается вкратце указать на результаты, полученные упомянутыми учеными.

Ostwald (1887) находит, что *Zn* и *Cd* отрицательны во всех кислотах; *Cu*, *Sb*, *Ag* и *Hg* — положительны. Во всех разбавленных кислородных

Рис. 93.



Рис. 94.



кислотах (серная, азотная, фосфорная, муравьиная, уксусная, щавелевая и др.) электризация данного металла одна и та же. Paschen и Rothmund измеряли разность потенциалов e между ртутью (а также между жидкими амальгамами) и электролитами. Оказывается, что при незначительном содержании постороннего металла (0,01 %) амальгамы дают те же значения для e , как и чистые металлы. Paschen находит для ртути и слабой серной кислоты $e = 0,840$ вольт; Rothmund, насыщавший кислоту сернортутной солью, нашел $e = 0,926$ вольт. Для амальгамы меди Rothmund находит $e = 0,445$ вольт; для амальгамы цинка $e = -0,587$ вольт.

Borelius (1912) предложил новый, электростатический метод измерения потенциала электролита, повидимому, давший хорошие результаты; но для окончательного об нем суждения необходимы дальнейшие исследования. Böhi (1916) также предложил новый способ измерения; он находит, напр., $Zn | H_2SO_4 = -0,6$ вольт, $H_2SO_4 | NaCl = +0,2$ вольт и $NaCl | Zn = +0,5$ вольт.

В последнее время обращали внимание на то, чтобы иметь дело с вполне определенными жидкостями, приняв в основу „нормальные“ растворы, содержащие один грамм-эквивалент растворенного вещества на 1 литр раствора; сокращенно пишут n -раствор. Ostwald предложил сравнивать электродвижущие силы различных комбинаций проводника первого класса и электролита, с „нормальным электродом“ и устраивать последний следующим образом. В стеклянный сосуд (рис. 94) наливается ртуть, на которую насыпается слой каломели; затем сосуд наполняют n -раствором (или $\frac{1}{10}$ n -раствором) хлористого калия. Через крышку сосуда проходит до ртути платиновая проволока, изолированная стеклянной трубкой, и кроме того трубка отчасти стеклянная, отчасти каучуковая, наполненная тем же раствором. Электродвижущая сила этого электрода равна 0,5732 вольта, по измерениям Palmaer'a (1907), статья которого содержит полный обзор литературы по электрокапиллярным явлениям и капельным электродам за время от 1875 г. до 1906 г.; Lewis (1910) считает число 0,61 более правильным.

Piouchon (1911) нашел, что движение одного из электродов меняет электродвижущую силу E . Если две цинковые пластинки в растворе $ZnSO_4$ дают $E = 0$, то пластинка, приводимая в движение, делается положительной ($E = 0,025 V$), две медные пластинки в растворе $CuSO_4$ дают $E = -0,005 V$. Если в элементе Даниэля двигать медь, то E увеличивается на 0,0046 V , если двигать цинк, то E уменьшается на 0,0190 V . Впрочем Кистяковский (1909) раньше указал на роль движения электродов.

Рассмотрев опытные исследования соприкосновения металлов с электролитами, скажем о таковых же исследованиях для случая, когда два металла A и B находятся рядом в одном электролите S . Электродвижущая сила такой комбинации равна $A|S + S|B$. Обозначим эту величину через (A, B) . Если попарно опускать три проводника первого класса A, B и C в один и тот же электролит S , то получаются три величины: $(A, B) = A|S + S|B$; $(B, C) = B|S + S|C$ и $(A, C) = A|S| + S|C$. Но так как $S|B + B|S = 0$, то очевидно $(A, B) + (B, C) = (A, C)$.

Опытным исследованиям подвергалась, однако, более сложная комбинация $A|S + S|B + B|A$, представляющая правильно разомкнутый элемент. Мы видели в § 3, что такие комбинации удовлетворяют аналогичной формуле

$$(A, B) + (B, C) = (A, C) \quad \dots \dots \dots (54)$$

если ввести символическое обозначение $A|S + S|B + B|A = (A, B)$.

Формула (54) показывает, что по отношению к определенному данному электролиту металлы могут быть расположены в ряд, аналогичный ряду Вольта, так что каждый металл, будучи комбинирован в этом электролите вместе с одним из предыдущих, электризуется отрицательно, а с одним из последующих — положительно. Распределение металлов в таком ряду зависит от рода электролита S . Многие ученые занимались вопросом об этих распределениях металлов, напр.,

Fechner (водный раствор $NaCl$), Davy (растворы H_2SO_4 , KHO , K_2S); Faraday (растворы H_2SO_4 , HNO_3 , HCl , KHO , K_2S), Poggendorf (растворы H_2SO_4 , NH_4Cl , KCN); De la Rive (HNO_3), Schoenbein (HNO_3) и др. Приводим некоторые из рядов:

Вода. Fechner: $Zn, Pb, Sn, Fe, Sb, Bi, Cu, Ag, Au$; Matthiessen: K, Na, Ca, Mg .

Раствор H_2SO_4 . Faraday: $Zn, Cd, Sn, Pb, Fe, Ni, Bi, Sb, Cu, Ag$.

Раствор KHO . Faraday: $Zn, Sn, Cd, Sb, Pb, Bi, Fe, Cu, Ni, Ag$.

Раствор K_2S . Faraday: $Cd, Zn, Cu, Sn, Sb, Ag, Pb, Bi, Ni, Fe$.

Раствор KCN . Poggendorf: $Zn, Cu, Cd, Sn, Ag, Ni, Sb, Pb, Hg, Pd, Bi, Fe, Pt, C$.

Концентриров. HNO_3 . De la Rive: $Sn, Zn, Fe, Cu, Pb, Hg, Ag, Fe$.

Само собою разумеется, что и эти ряды должны в высокой степени зависеть от физического и химического состояния поверхностей металлов.

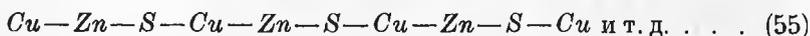
Далее, многие ученые более подробно исследовали комбинацию двух проводников и электролита. Укажем на некоторые из добытых результатов.

Перекиси вообще стоят в конце рядов, т. е. они отрицательны, если их в любом электролите комбинировать с металлами; окисленные Cu, Fe, Pb также отрицательны при комбинации с чистыми металлами. Расплавленные соли, а также горячее стекло и горячая слюда, могут играть роль электролита S и давать заметную разность потенциалов. Oberbeck и Edler исследовали (1891) комбинацию $Hg - S - Am$, где Am обозначает амальгаму, содержащую вообще небольшое количество другого металла M . Оказалось, что для весьма большого числа растворов S солей и кислот порядок металлов M , амальгамы которых дают убывающие разности потенциалов с ртутью, один и тот же, а именно: Zn, Cd, Sn, Pb, Bi . Металл соли, если он не одинаков с металлом M , почти никакого влияния не имеет; но, если металл соли есть M , то разность потенциалов уменьшается. Так, например, амальгама кадмия дает в растворах $NaBr, KBr$, и $ZnBr_2$ величины 0,630, 0,641 и 0,624 вольт, а в растворе $CdBr_2$ меньшую величину 0,561 вольт.

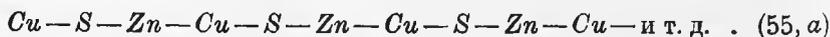
Уголь и металлический натрий дают огромные электродвижущие силы, доходящие для некоторых жидкостей до 4,5 вольт, как показал Corminas. Hoogweg и Righi нашли, что при замене электролита весьма дурными жидкими проводниками, каковы, например, расплавленные воск, стеарин, шеллак, сера или разные масла, также получают иногда даже довольно значительные электродвижущие силы.

К рассматриваемому типу относятся и те особенного рода концентрации элементы, которые состоят из одной жидкости и двух амальгам, отличающихся концентрацией растворенного металла. Теория Nernst'a дала нам для них формулу (45). G. Meyer (1891) исследовал сочетания: Zn и $ZnSO_4$, Cd и CdI_2 , Sn и $SnCl_2$, Cu и $CuSO_4$, Na и $NaCl$, Na_2CO_3 , Na_2SO_4 , Pb и уксусносвинцовая соль, причем металлы находились в двух амальгамах различной концентрации. Измерения дали результаты, вполне согласные с формулою (45) Nernst'a.

К комбинациям рассматриваемого нами типа относится и знаменитый Вольтов столб, в котором впервые было получено увеличение электродвижущей силы путем последовательного соединения ряда одинаковых комбинаций разнородных тел. Вольтов столб, который мы будем предполагать поставленным вертикально, состоит из большого числа сложенных вместе медных и цинковых пластинок, причем между каждою парюю таких пластинок кладется кусок сукна, смоченный водой или лучше — слабым раствором серной кислоты, поваренной соли, нашатыря и т. под.; мы эту жидкость обозначим через S . Все пластинки должны быть положены в одинаковом порядке, напр., на сукно — всегда Cu или всегда Zn . Таким образом получается, например, такой порядок



Будет ли потенциал снизу вверх возрастать или убывать, вовсе не зависит от того, какие пластинки (Cu , Zn или S) находятся на концах столба, а только от распорядка их, т. е. от того, находится ли непосредственно над S пластинка Zn или Cu . Потенциал всегда растет по направлению от S к Cu или, что то же самое, от Cu к Zn , или от Zn к S . При распределении (55), а также, например, при распределении $S—Cu—Zn—S—Cu—Zn—S$ и т. д., потенциал растет снизу вверх. При распределении



или, например, при распределении $Zn—Cu—S—Zn—Cu—S—Zn$ и т. д. потенциал убывает снизу вверх. Правильно построенный столб должен начинаться и кончаться одинаковой пластинкой, считая S также за таковую. Если совокупность двух металлических пластинок и смоченное сукно назвать парюю, то столб, состоящий из n пар, должен содержать $3n + 1$ пластинку. Естественнее всего начинать и кончать медью, так как обыкновенно к концам столба прикрепляются медные проволоки. В этом случае столб может иметь внизу медную, а наверху цинковую пластинку и состоять всего из $3n$ пластинок, так как верхняя медная проволока заменяет верхнюю медную пластинку. Пусть E — электродвижущая сила столба, т. е. разность потенциалов его концов. Предположим, что потенциалы возрастают по направлению вверх, т. е. что Zn лежит непосредственно над Cu . Весь столб можно мысленно разделить на n равных частей, которые мы назовем элементами; электродвижущую силу каждого такого элемента обозначим через e ; между элементами не действует никакая электродвижущая сила, так что $E = ne$. Граница одного элемента от другого мысленно проводится в толще самой пластинки, а именно в пластинке из того материала, которым начинается и кончается столб (обыкновенно Cu). Таким образом каждый элемент начинается и кончается одним и тем же веществом и, кроме двух крайних элементов, состоит из двух цельных пластинок и двух половин. Столб, состоящий, например, из 4-х элементов, разделяется по следующей схеме, если на концах находится Cu :

$$\left. \begin{array}{l} Cu - Zn - S - Cu | Cu - Zn - S - Cu | Cu - Zn - \\ - S - Cu | Cu - Zn - S - Cu \end{array} \right\} \dots (55, b)$$

Здесь $Cu | Cu$ представляет одну пластинку, мысленно разделенную на две части. Если бы на концах столба находились Zn или S , то мы получили бы такие деления:

$$\left. \begin{array}{l} Zn - S - Cu - Zn | Zn - S - Cu - Zn | Zn - S - \\ - Cu - Zn | Zn - S - Cu - Zn \end{array} \right\} \dots (55, c)$$

$$S - Cu - Zn - S | S - Cu - Zn - S | S - Cu - Zn - S | S - Cu - Zn - S \quad (55, d)$$

Величина e , а следовательно и E , во всех случаях одна и та же, ибо, очевидно:

$$Cu | Zn + Zn | S + S | Cu = Zn | S + S | Cu + Cu | Zn = S | Cu + Cu | Zn + Zn | S.$$

Ясно, что прикрепление двух медных или иных одинаковых проволок к концам столба не меняет величины E при двух последних схемах, так как $Cu | Zn + Zn | Cu = 0$ и $Cu | S + S | Cu = 0$. Теперь понятно, почему E не зависит от рода пластинок, находящихся на концах столба, а только от выше характеризованного их распределения. Как элементы столба, ни в каком случае не должны быть рассматриваемы комбинации по три пластинки (например, $Cu - Zn - S$), так как здесь между соседними комбинациями действуют еще электровозбудительные силы (например, $S | Cu$).

Полагая, что потенциалы растут снизу вверх, мы назовем нижний конец отрицательным, а верхний — положительным; концы иногда называют еще полюсами. Если один из полюсов соединить с землею, то другой электризуется соответственно своему наименованию. Если одну из промежуточных пластинок соединить с землею, то нижняя электризуется отрицательно, верхняя — положительно,

Иногда устраивают столб так, что он содержит целое число пар ($3n$ пластинок), т. е. не накладывает последней пластинки, см. схемы (55, b), (55, c), (55, d). В этом случае число элементов неполное и мы имеем для этих трех схем $E = ne - S | Cu$, $E = ne - Cu | Zn$, $E = ne - Zn | S$. Знак электричества на концах столба во всех этих трех схемах один и тот же и остается без изменения, если снять одну пластинку или если снять две. Таким образом ясно, что и Cu , и Zn , находясь на одном из концов столба, могут играть роль и положительного, и отрицательного полюса.

Теоретическим и опытным исследованием столба занимались Volta, Dellman, Peltier, Péclet, Ritter, Fechner, Biot, Erman, Jaeger, Branly (1873) и в особенности Angot (1874).

Видоизменение столба Вольта представляют так называемые сухие столбы, не вполне правильно получившие это наименование. Они отличаются от Вольтова столба главным образом тем, что мокрый слой (пропитанное жидкостью сукно) заменен в них слоем, повидимому, сухим, в

действительности, однако, всегда содержащим хотя бы следы жидкости, напр. — воды из окружающего, всегда более или менее влажного воздуха. Сухие столбы строили Behrens, Zamboni, Bohnenberger, Jaeger, Riffault, Maréchaux, de Luc и др.

Behrens составлял столб из двух металлов (*Zn* и *Cu* или станиоль и латунь) и листов позолоченной бумаги, пропитанной раствором соли (*NaCl*) и затем высушенной; Zamboni — из кружков посеребренной (сплав *Sn* и *Zn*) и позолоченной (медь) бумаги, а также из посеребренной бумаги, покрытой с белой стороны слоем перекиси марганца. Концы столбов, составленных из большого числа (напр., 2000) таких кружков постоянно заряжены разноименными электричествами. Если отвести эти заряды, то они восстанавливаются довольно медленно. Если „сухой“ столб действительно вполне высушить, то он перестает действовать, как показали Egman и Parrot. В обыкновенном влажном воздухе сухие столбы остаются деятельными в продолжение десятков лет. С применением сухих столбов для устройства чувствительных электроскопов мы познакомимся ниже. Выше был описан электроскоп Fechner'a (рис. 8), в котором находится горизонтально расположенный сухой столбик.

Haber (1908) исследовал соприкосновение металлов и растворов с твердыми солями. Beutner (1914) нашел, что два электролита, разделенные слоем органического вещества, не смешивающегося с водой, обнаруживают разность потенциалов, что может служить для объяснения некоторых биологических явлений, см. ниже § 15, X.

Соприкосновение между твердыми диэлектриками (стекло, парафин) и различными жидкостями изучали Grumbach (1908), Riéty (1913), Christiansen (1913), Coehn и Franken (1916) и Borelius (1916). Cohen и Franken исследовали прежде всего воду и парафин; при их соприкосновении вода электризуется положительно. У поверхности соприкосновения образуется двойной электрический слой; можно было доказать, что один простой слой находится в воде, другой в парафине. Поэтому никакой электризации заметить нельзя, когда жидкость смачивает твердый непроводник. Растворение электролитов в воде уменьшает разность потенциалов. Неэлектролиты (сахар, желатина) влияния не имеют. О других работах будет сказано в § 15.

В эмульсиях существуют заряды на поверхностях капелек. Ellis (1911, 1913) показал, что чем больше этот заряд, тем эмульсия постояннее, т. е. тем дольше капельки не сливаются между собой.

§ 12. Опытное исследование электризации при соприкосновении двух электролитов. В § 6 мы познакомились с приложением теории Nernst'a к вычислению электродвижущей силы соприкосновения растворов, отличающихся только концентрацией, и мы упомянули, что Planck и др. распространили эту теорию на более общий случай соприкосновения разнородных, химически друг на друга не действующих жидкостей.

Рассмотрим результаты опытных исследований этого вопроса. Первый, заметивший возникновение электродвижущей силы при соприкосновении жидкостей, был Nobili. Повже Fechner (1838) пользовался сле-

дующим способом. Он брал четыре стакана (рис. 95), из которых *a* и *b* наполнялись одною жидкостью (*S*), *A* — другою жидкостью (*S*₁), *B* — третьей жидкостью (*S*₂). Три сифона, соединяющие стаканы, содержали: сифоны 1 и 3 — ту жидкость *S*, которая наполняла *a* и *b*, сифон 2 — одну из двух жидкостей, налитых в *A* и *B*. Далее, в *a* и *b* были вставлены две платиновые пластинки, разность потенциалов *e* которых и измерялась. Так как обе пластинки находились в одной и той же жидкости, то ясно, что соприкосновение платины с этой жидкостью не влияло на величину *e*, которая состояла из трех частей $e = S | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | S$. Если жидкости химически действуют друг на друга, то одна из этих трех частей должна быть заменена двумя. Если растворы *S*₁ и *S*₂ дают новый раствор *S'*, то $S_1 | S_2$ должно быть заменено суммой $S_1 | S' + S' | S_2$; так, например, при $S_1 = KNO$ и $S_2 = HNO_3$ берется промежуточный раствор KNO_3 . Самое существование величины *e* для большого числа комбинаций по-

Рис. 95.

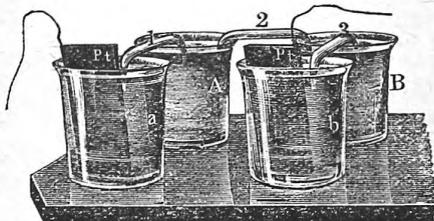
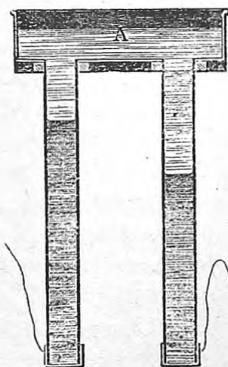


Рис. 96.



казывает, что жидкости, соприкасаясь между собою, вообще не следуют закону Вольта. Исключение составляют некоторые растворы изоморфных, аналогично составленных солей; так, напр., $KCl | KBr + KBr | KI + KI | KCl = 0$. Это показывает, что растворы солей *KCl*, *KBr* и *KI*, соприкасаясь между собою, следуют закону Вольта. То же самое относится ко многим солям типа MSO_4 , M_2SO_4 (кроме соли аммония), MNO_3 , $M(NO_3)_2$, MCl и MCl_2 .

Wild избежал употребления сифонов, пользуясь прибором, изображенным на рис. 96. В дно ящика вставлены две вертикальные трубки, закрытые снизу двумя одинаковыми металлическими доньшками. В обе трубки наливалась сперва одна и та же жидкость, в правой трубке на эту жидкость осторожно наливалась другая, и наконец в сосуд *A* и часть левой трубки — третья жидкость. Измерялась разность потенциалов металлических доньшек; если она оказывалась равною нулю, то это показывало, что жидкости следуют закону Вольта. Подобным же прибором пользовался S. Schmidt.

Количественные изменения производили Kohlrausch (1850), E. du Bois Reymond (1867), Worm-Mueller (1870), Bichat и Blondlot

(1883, 1885), Gouré de Villemontée (1890), Paschen (1890), Chanoz (1907) и др.

Worm-Mueller нашел, что комбинация вода — кислота — щелочь — вода может дать значительные электродвижущие силы e , доходящие до 0,5 вольт, если например, брать едкий натр и одну из кислот HCl , HNO_3 , H_2SO_4 . Далее оказалось, что для ряда, содержащего кислоту, щелочь и раствор соли того содержания и той крепости, какие образуются при соединении двух первых, получается $e = 0$. Но, если менять крепость раствора, то появляется некоторое e . Кислота электризуется положительно при соприкосновении со щелочью или с раствором соли; но раствор соли положителен относительно щелочи.

Bichat и Blondlot измеряли двумя способами разность потенциалов $e = S_1 | S_2$ двух соприкасающихся жидкостей S_1 и S_2 . Первый из них напоминал способ Fechner'a; во втором они пользовались капиллярным электрометром и определяли сперва величины $S_1 | Hg$ и $S_2 | Hg$, основываясь на теории, которая полагает, что максимум поверхностного натяжения получается, когда путем искусственной поляризации потенциалы жидкости и ртути сделались равными. Затем они определяли величину $Hg | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | Hg$, помещая в электрометре жидкость S_2 . Таким образом получалась величина $S_1 | S_2$. Результаты, полученные двумя способами, совершенно различны; например, для двух растворов H_2SO_4 и Na_2SO_4 , первый способ дал $e = H_2SO_4 | Na_2SO_4 = + 0,129$ вольт, а второй $e = - 0,20$ вольт. Bichat и Blondlot объясняют это тем, что в первом способе жидкости находились в соприкосновении с воздухом, вследствие чего появились новые электродвижущие силы.

Paschen (1890) пользовался методом капельных электродов, подробно рассмотренным на стр. 174 и сл. Он нашел, например, $CuSO_4 | ZnSO_4 = 0,46$ вольт.

Разность потенциалов E при соприкосновении двух растворов, отличающихся концентрацией, измеряли многие ученые. Paschen измерял величину E методом капельных электродов и нашел, что для растворов $ZnSO_4$, KCl и HCl более слабый, а для раствора $CuSO_4$ более крепкий раствор обнаруживает более высокий потенциал.

На стр. 157 мы познакомились с теорией Nernst'a, приводящей к формуле (39) для величины E . Опытной проверкой этой формулы занимались Nernst (1890), Negbauer (1891) и др.; они получили вполне удовлетворительные результаты. Для случая двух растворов H_2SO_4 , концентрации которых относятся, как 1:10, теория Nernst'a дает $E = 0,042$ в.; Couette нашел опытом $E = 0,055$ в.; подобное же удовлетворительное согласие дали два раствора $ZnSO_4$.

Рассмотрев случаи соприкосновения электролита с металлом и двух электролитов между собою, мы можем перейти к случаю комбинации двух электролитов S_1 и S_2 с одним металлом A . В этом случае электродвижущая сила E равна

$$E = A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | A.$$

Здесь представляет особенный интерес случай, когда S_1 и S_2 — растворы одинакового рода, отличающиеся концентрацией, причем металл A входит в состав растворенной соли. В этом случае E представляет электродвижущую силу концентрационного элемента, теорию которого впервые развил Helmholtz (1877), а затем Nernst (1888). Мы вывели формулу (44), которая дает возможность вычислить величину E для концентрационного элемента. Еще раньше названных ученых производили опытные исследования подобных элементов (отчасти и для случая, когда A не входит в состав соли, или когда S раствор кислоты) Walker (1825), Faraday (1840), Bleekrode (1871), Escher (1865, опубликовано 1879), Kittler (1881), Pagliani (1886) и др. Из них Escher нашел, что для данных веществ E не зависит от абсолютных величин концентраций c_1 и c_2 двух растворов, а только от отношения $c_1 : c_2$ этих величин, как того и требует формула (44) Nernst'a.

Формулу Helmholtz'a, тождественность которой с формулою Nernst'a может быть доказана, проверяли сам Helmholtz и Moser (1881); последний — для растворов CdI_2 , $ZnSO_4$ и $CuSO_4$, причем оказалось полное согласие результатов с вычисленными по формуле. Формулу Nernst'a проверяли многие ученые, между прочим сам Nernst, Jahn, Lehfeldt и др. Для примера приведем цепь, состоящую из двух растворов $AgNO_3$ между серебряными электродными ($c_1 : c_2 = 10$). Опыт дает $E = 0,055$ вольта. Вводя в свою формулу поправку, вызванную тем, что в более густом растворе степень диссоциации меньше, Nernst находит теоретическое число 0,057 вольта (без этой поправки получилось 0,0608 вольта).

Дальнейшим обобщением представляется комбинация двух металлов, или вообще проводников первого класса A и B , с двумя электролитами S_1 и S_2 , для которой электродвижущая сила E выражается суммой $E = A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | B$ или, если мы имеем дело с правильно разомкнутым элементом, суммой $E = A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | B + B | A$. В § 4 мы изложили теоретическое решение некоторых вопросов, относящихся к такой комбинации, и вывели важные формулы (25) и (31). Рассмотрение различного рода элементов мы отложим до главы, посвященной вообще электрохимическим явлениям. Теперь мы ограничиваемся указанием, что целый ряд опытных исследований показал полную справедливость формул (25) и (31). И к этим исследованиям мы возвратимся впоследствии.

§ 13. Соприкасающиеся газы с проводниками первого и второго класса. В § 10 было указано, что разность потенциалов, которая наблюдается между соприкасающимися металлами, объяснялась некоторыми учеными, напр. Lodge'ем, тем, что такая разность возникает между металлами и окружающими их газами, например, воздухом. Далее мы привели ряд исследований, доказывающих влияние окружающей среды на разность потенциалов соприкасающихся металлов.

Kohlrausch (1850), Ayrton и Perry (1880), Bichat и Blondlot (1883), Gouré de Villemontée и Kenrick (1896) выводят из своих опытов, что между газами и жидкостями также появляется при их

соприкосновении некоторая разность потенциалов. Последние двое из названных ученых пользовались способом капельных электродов; Кенригк нашел, что разность потенциалов особенно велика, если к растворам неорганических солей (*KCl*) прибавлены небольшие количества веществ органических, например, спирта, эфира, камфоры и т. д.

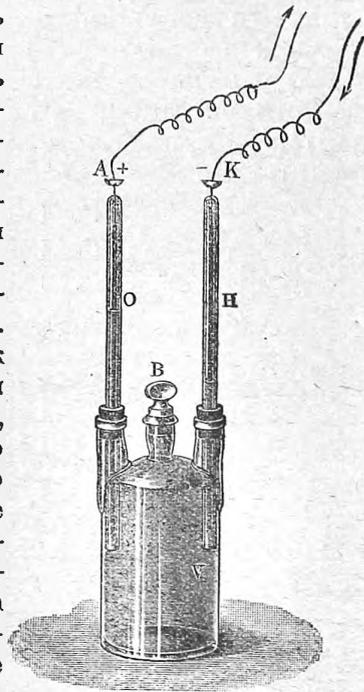
Более сложный случай соприкосновения металлов, газов и жидкостей представляют так наз. газовые элементы, состоящие из жидкости, в которую погружены два одинаковых металла, как бы насыщенные различными газами.

Первый, построивший и исследовавший газовый элемент, был Grove (1839). В боковые трубки трехгорлой склянки *V* (рис. 97) он вставил закрытые сверху трубки, в которые впаены платиновые проволоки, соединенные внизу с длинными платиновыми пластинками. Весь сосуд, а также трубки, наполнялись слабым раствором серной кислоты. Затем впускались при помощи изогнутой трубки через отверстие *B* в одну из трубок кислород *O*, в другую — водород *H*. Оказалось, что такой элемент обладал довольно большою электродвижущей силой (более 1 вольта), причем *Pt*, находящаяся в *O*, играла роль положительного полюса, т. е. обладала более высоким потенциалом, чем *Pt*, находящаяся в *H*.

Само собою разумеется, что источник электродвижущей силы должен находиться в жидкости, а не в верхних частях трубок, где *Pt* непосредственно касается газов. Это доказывается тем, что прибор Grove можно заменить другим, в котором две платиновые пластинки погружены в две жидкости, отделенные друг от друга пористой перегородкой, при чем одна из жидкостей насыщена кислородом, другая — водородом, как показали Schoenbein и др. Если в приборе Grove только одну трубку наполнить водородом, то также получается довольно большая электродвижущая сила *e*. Если же наполнить только одну трубку кислородом, то получается для *e* величина малая, которая однако сильно возрастает, если кислород озонировать.

Явления, происходящие в газовом элементе, показывают, что платина, как бы насыщенная газом, и платина чистая, погруженные в одну и ту же жидкость, составляют элемент, обладающий определению электродвижущей силой. Нет сомнения, что сущность дела заключается не в том, что слой газа механически покрывает поверхность платины, но в том, что газ проникает (диффундирует) внутрь этого металла.

Рис. 97.



Если вместо O и H взять также и другие газы, то оказывается, что насыщенные различными газами платиновые электроды в комбинациях между собою и с различными металлами могут быть распределены в том же ряду, по которому распределяются металлы между собою, если их попарно комбинировать. Весь ряд оказывается такого вида: $(Pt + Cl)$, $(Pt + Br)$, $(Pt + I)$, $(Pt + O)$, $(Pt + NO)$, $(Pt + CO_2)$, $(Pt + N)$, металлы, не разлагающие воду, $(Pt + C_2H_4)$, $(Pt + \text{эфир})$, $(Pt + \text{алкоголь})$, $(Pt + S)$, $(Pt + P)$, $(Pt + CO)$, $(Pt + H)$, металлы, разлагающие воду. Замечательно, что все металлы, не разлагающие воду, составляют одну непрерывную группу, между членами которой не помещается ни одно из тел $(Pt + \text{газ})$, и то же самое относится к металлам, которые сами по себе разлагают воду. Подобные же явления обнаруживаются, если вместо Pt взять другие металлы. Весьма важно, что они также обнаруживаются, если взять пористый уголь, но не наблюдаются в твердом, непористом угле, внутрь которого газы не могут проникнуть.

Подробные экспериментальные исследования газового элемента производили Beetz (1849), Peirce (1879), Markowsky (1891), Bose (1900) и Wulf (1904). Обозначим через Pt_H и Pt_O платиновые пластинки с водородом и кислородом. Beetz находит:

$$\begin{aligned} Pt_H &| H_2SO_4 | Pt = 0,826 \text{ вольт} \\ Pt &| H_2SO_4 | Pt_O = 0,190 \text{ ,,} \\ Pt_H &| H_2SO_4 | Pt_O = 1,02 \text{ ,,} \end{aligned}$$

Markowsky, весьма тщательно определявший эти числа, находит

$$\begin{aligned} Pt_H &| H_2SO_4 | Pt = 0,646 \text{ вольт} \\ Pt &| H_2SO_4 | Pt_O = 0,372 \text{ ,,} \\ Pt_H &| H_2SO_4 | Pt_O = 1,02 \text{ ,,} \end{aligned}$$

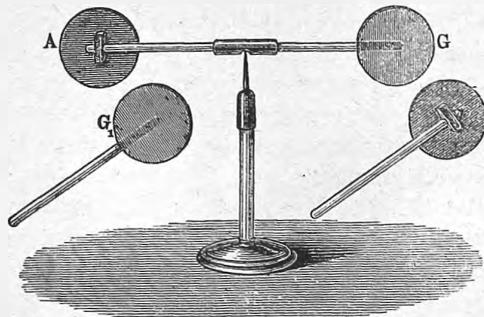
Оба наблюдателя находят одну и ту же величину для сочетания Pt_H и Pt_O , а именно 1,02 вольт, хотя слагаемые у них неодинаковые. Lorenz и Mohr (1907) нашли для разности потенциалов $Pt | H_2 | H_2O$, где H_2 имел упругость в одну атмосферу, величину 0,75 вольт. Дальнейшие исследования производил Foerster (1909), который нашел, что Pt , покрытая кислородом и находящаяся в H_2SO_4 , через которую пропускается поток кислорода, электризуется до потенциала в 1,08 вольт. Электродвижущая сила получается и в том случае, когда обе платиновые пластинки покрыты одним и тем же газом, находящимся под различными давлениями, что легко осуществить, если у одного из электродов примешивать к действующему газу какой-либо другой индифферентный. Такие элементы исследовал Bose (1900), который вообще весьма подробно и всесторонне изучал газовый элемент, и между прочим нашел, что электровозбудительная сила, вызываемая присутствием газа, находится в прямой зависимости от растворимости этого газа в том металле, из которого состоит электрод. Wulf (1904) исследовал зависимость электродвижущей силы от давления, и нашел ее (до 1000 атм.) согласной с теорией Helmholtz'a.

При раздроблении и вообще при изменении поверхности жидкости, а также при пропускании струи газа через жидкость наблюдается электризация жидкости и газа. Весьма возможно, что это явление относится к только что рассмотренным, но мы предпочитаем сказать об нем в следующем параграфе.

§ 14. Трение, как источник электричества. Трибоэлектричество. В §§ 3—13 мы рассмотрели простое соприкосновение тел, как источник электризации тел. Переходя к обзору других источников, мы обращаемся прежде всего к трению. Электризация при трении непроводников впервые познакомила людей с некоторыми простейшими электрическими явлениями и представляла до конца 18-го столетия единственный известный источник электричества, если не считать электростатической индукции, которую также можно причислить к источникам электричества. Способность натертого янтаря притягивать легкие тела была известна уже в древние времена. До 1600 г. этот факт оставался единственным наблюдаемым в беспредельной области электрических явлений, известных в настоящее время. В 1600 г. Gilbert нашел, что и другие тела (сера, смола, стекло, драгоценные камни и т. д.) приобретают при натирании способность притягивать легкие тела. Затем Otto v. Guericke (1671) открыл, что эти легкие тела после соприкосновения с натертыми телами отталкиваются от них. В 1694 г. Boyle нашел, что притяжение происходит взаимно, т. е., что натертые тела с своей стороны притягиваются окружающими телами. Далее, Stephen Gray открыл в 1729 г. разницу между свойствами проводников и непроводников и впервые электризовал проводники, прикрепив их к изолятору. В 1734 г. Dufay впервые указал, что существует два рода электричества, и нашел правила их взаимодействия. Winkler (1744) первый стал пользоваться кожаной подушкой для натирания тел, а Canton (1762) покрыл эту подушку амальгамой олова, которую впоследствии Kienmauer заменил амальгамой олова и цинка. Электричество, получаемое при трении, называется трибоэлектричеством.

При трении двух тел одно о другое оба электризуются, при чем их заряды оказываются одинаковыми по величине, но противоположными по знаку. Электризация при трении и появление разнородных зарядов могут быть показаны следующим образом: на вертикальном острие (рис. 98) свободно вращается горизонтальный стеклянный стерженек, на концы которого насажена стеклянная пластинка G и деревянная пластинка A , обтянутая с одной стороны кожей, покрытой амальгамой. Такие же две пластинки G_1 и A_1 надеты на концы стеклянных палочек. Если взаимно натереть A и G_1 , а также G и A_1 (или A и G , A_1 и G_1), то G и G_1 электри-

Рис. 98.



зуются положительно, A и A_1 — отрицательно. Приближая поочередно A_1 и G_1 к A и G , можно убедиться в том, что A и A_1 , G и G_1 наэлектризованы одноименно, а A и G_1 , A_1 и G — разноименно. Весьма многие ученые исследовали влияние различных обстоятельств, как, например, величины трущихся поверхностей, скорости движения, величины давления при трении и т. д., на получающуюся электризацию. Так, например, Rieseke нашел, что при равных прочих обстоятельствах наибольшая плотность заряда, которая может быть получена, тем меньше, чем больше трущиеся поверхности.

Все тела можно распределить в трибоэлектрический ряд, в котором каждое, натертое одним из предыдущих, электризуется отрицательно, одним из последующих — положительно. Такие ряды устанавливали Wilcke, Young, Herbert, Faraday и др. Ряд, найденный Wilcke, следующий: стекло, шерсть, перья, дерево, лак, белый воск, матовое стекло, Pb , S , металлы. Faraday дал ряд: кошачий и медвежий мех, фланель, слоновая кость, перья, горный хрусталь, флинтглас, бумажная ткань, белый шелк, рука человека, дерево, гуммилак, металлы (Fe , Cu , латунь, Sn , Ag , Pt), сера. Необходимо, однако, иметь в виду, что иногда ничтожные изменения в свойствах поверхности тела, а также способ натирания, температура и т. д., в весьма значительной степени влияют на положение тела в этом ряду. Приведем несколько примеров. Матовое стекло электризуется отрицательно при натирании шерстью, деревом, бумагой и сухой рукою; обыкновенное же стекло — положительно. Если взаимно тереть матовое и гладкое стекло, то первое получает (—), второе (+). После нагревания обыкновенного стекла в пламени масла, эфира, серы, угля, водорода, а также после его погружения в H_2SO_4 , HCl , HNO_3 , промывки и просушки, оно получает (—) в случаях, когда прежде получало (+). При натирании почти со всеми телами свежая поверхность гуттаперчи электризуется (—), старая (+). Лента из бумажной или шелковой материи иногда электризуется различно в зависимости от того, происходит ли натирание вдоль или поперек ленты. Особенно интересен в этом отношении тот факт, что и одинаковые тела, например, две половины сломанного и, повидимому, однородного тела, при взаимном трении электризуются неодинаково. Наиболее отрицательным телом является, повидимому, хлопчатобумажный порошок. Лед электризуется положительно при трении о многие твердые тела, а также о воду. Rieseke (1891) нашел, что максимальная электризация, которая может быть достигнута, тем больше, чем больше поверхность натирающего тела (шерсти, шелка при натирании сургуча, серы, стекла, эбонита и янтаря).

Зависимость электризации трения от свойств взятых тел особенно многосторонне исследовал Н. А. Гезехус (1901). Он указал на случаи, когда при трении вполне разнородных тел электризации не происходит (металл и некоторые сорта дерева). Далее (1902) он вывел из опытов, произведенных с Н. Н. Георгиевским, что при трении двух химически одинаковых тел более плотное электризуется положительно. Уплотнение могло быть получено шлифовкой (металлы, гипс, мрамор,

эбонит, дерево и др.) или деформацией (сдавливание стекла, растягивание резины); согнутая эбонитовая пластинка на вогнутой стороне дает (+), а на выпуклой (—) при трении о несогнутую. Пыль, скользящая по поверхности тела, из которого она образовалась (мрамор, стекло, снежная пыль), электризуется отрицательно.

Ряд, о котором было выше сказано и в который можно расположить диэлектрики, совпадает с рядом, получаемым при распределении тех же веществ по степени их твердости. В виде примера Гезехус дает такой ряд: (+) алмаз (10), топаз (8), горный хрусталь (7), гладкое стекло (5), слюда (3), известковый шпат (3), сера (2), воск ($< \frac{1}{2}$) (—). Числа в скобках обозначают степень твердости по шкале, употребляемой минералогами (т. I). При соприкосновении металлов получается как раз обратное явление (см. § 10). Для жидких диэлектриков получает (+) то вещество, которое обладает большим поверхностным натяжением или большею диэлектрической постоянной (см. ниже). При нагревании диэлектрик делается сперва отрицательным относительно того же холодного диэлектрика; однако, при более высокой температуре он становится положительным. Так, сера при 80° дает (—), а при 120° сильный (+) при мгновенном соприкосновении с холодной серой.

Н. А. Гезехус нашел также, что под влиянием радия стекло, кварц и слюда быстро приобретают способность электризоваться положительно при трении о те же вещества, не подвергавшиеся действию радия. Эбонит, сера и селен делаются сначала отрицательными, а при продолжительном действии радия — также положительными.

Трение металлов исследовали Cavallo, Hauy, de la Rive, Mascarlane, Gaugain, Faraday, Dessaignes, Heissner (1911), Jones (1917), French (1917) и многие другие. De la Rive нашел, что все металлы электризуются отрицательно при трении сухой рукой, слоной костью, рогом, пробкой, каучуком и смолой. Если поверхность металла окислена, то иногда наблюдается и (+). Mascarlane и Gaugain находят, что все металлы электризуются положительно при натирании серой. Вообще следует сказать, что результаты, полученные различными наблюдателями, крайне противоречивы. Ртуть также электризуется, если в нее погрузить и быстро вынуть стержень из стекла, сургуча, янтаря, шпата и т. д. Heissner (1911) нашел, что при возрастании давления электризация металлов увеличивается до некоторого максимума и затем убывает. Jones (1915) нашел, что, при трении шелком, *Au*, *Pt*, *Sn* и *Ag* всегда электризуются отрицательно, *Bi*, *Pb*, *Pl* — положительно, *Zn*, *Fe*, *Cu*, *Al* при шероховатой поверхности — отрицательно, при полированной — положительно. French (1917) исследовал сплавы металлов; оказалось, что максимальный заряд при трении равен наименьшему из максимальных зарядов, до которых могут быть доведены составные части сплава. Практический интерес представляет электризация порошков, подвергаемых трению. Если сеять порошок через сито или, напр., через кисею, то он вообще электризуется; так, например, серный порошок, а также порошок сурика, просеянные отдельно через кисею, электризуются отрица-

тельно. Но, если смесь серы и сурика просеивать через кисею, то, вследствие трения между частицами того и другого вещества, сера электризуется отрицательно, а сурик — положительно. Если просеивание производить над поверхностью тела, различные части которой наэлектризованы разноименно, то сера садится на места, наэлектризованные положительно, а сурик на те места, где электризация отрицательная. Таким образом, на поверхности образуются фигуры из красных и желтых пятен. Подобные фигуры вообще называются Лихтенберговыми фигурами, по имени ученого, который по преимуществу пользовался просеиванием порошков для изучения распределения электричества на поверхности непроводников. Смесью серы и сурика пользовался впервые Villarsy (1788). Этой же смесью пользовался Quincke (1910—1914) в своих обширных и весьма интересных исследованиях Лихтенберговых фигур, происхождение и свойства которых он всесторонне изучил. Buerker указал (1900), что смесь трех порошков — кармина, ликоподия и серы — дает прекрасные результаты. Места положительные дают ярко красные, а отрицательные — желтые пятна, детали которых гораздо лучше видны, чем при употреблении смеси серы с суриком.

Ebert и Hoffmann показали (1900), что металлы (латунь, Al , Fe , Zn , Pb , Cu , Ag , Au , Pt , Pd , Sn), а также непроводники (сургуч, стекло, дерево резина), опущенные в жидкий воздух, сильно электризуются и притом отрицательно. Они убедились, что причина заключается в трении этих тел о мелкие кусочки льда, содержащиеся в жидком воздухе. Итак, повидимому, почти все тела при трении об очень холодный лед электризуются отрицательно. Heissner вычислял потенциал (заряд, деленный на емкость), до которого заряжаются металлы, разного рода стекла и другие тела; оказалось, что этот потенциал величина постоянная для данного рода вещества.

Owen (1909) определял зависимость заряда, полученного пластинками из стекла или эбонита при трении, от той работы, которая при этом затрачивалась. Круглая пластинка (шифер) приводилась падающим грузом во вращение, так что можно было вычислить ее живую силу в момент, когда груз достигал земли, и когда испытываемая пластинка придавливалась к ее краю. Оказалось, что заряд, как функция работы, приближается к некоторому пределу, который не зависит от давления, но тем скорее достигается, чем больше давление. Jones (1915) также измерял работу, затрачиваемую при трении изоляторов фланелью, шелком и кожей, а также металлов шелком. Он нашел, что прозрачные изоляторы электризуются положительно, непрозрачные — отрицательно. Максимальная электризация изоляторов и металлов не зависит от давления и от скорости натирания, а также от температуры. Shaп дает формулу

$$Q = \frac{a}{b} (1 - e^{-bu}),$$

где Q заряд, u затраченная работа, a и b две постоянные. Максимальный заряд равен $\frac{a}{b}$; a и b одинаковые функции давления; для металлов b

обратно пропорционально емкости. Чем больше емкость данного куска металла, тем меньше работа, потребная для получения на нем определенного заряда.

Мы указали выше на трибоэлектрический ряд, данный Фарадеем. Обширное исследование произвел Chau (1917), который составил такой ряд из 36 членов, причем иногда несколько веществ входят в состав одного и того же члена. Chau всесторонне исследовал влияние вида поверхности, влияние температуры до и во время натирания, сдавливания, сгибания и т. д. Оказалось, что весь ряд состоит из двух групп; первая группа обнимает 14 членов, причем первый (наиболее положительный) азбест, а 14-ый содержит *Al*, *Mu*, *Zn*, *Zd*, *Cr*, войлок, руку человека и лайковую кожу, а вторая группа начинается фильтровальной бумагой и кончается смолой *indianrubber*. Вещества первой группы при шлифовке поверхности, нагревании и т. д. опускаются вниз, т. е. к отрицательному концу ряда, а вещества второй группы поднимаются вверх к положительному концу ряда. Перемещения иногда весьма велики. Так гладкое натровое стекло занимает 5-ое место, а матовое — 21-ое и 26-ое при 245°; гладкая слюда переходит с 6-го на 18-ое, если поверхность сделать матовой и на 26-ое при 270°. Эбонит (вторая группа) переходит с 28-го места на 27-ое, если его поверхность сделать матовой и на 21-ое при нагревании до 100°. Температура, при которой начинается смещение, колеблется для различных веществ между 70° и 300°.

Большой интерес представляет уже упомянутая в § 13 электризация, наблюдаемая при раздроблении (пудверизации) жидкостей. Lenard (1892) открыл электризацию воды водопадов и окружающего воздуха. Он нашел, что удар капель о твердую или жидкую поверхность сопровождается электризацией жидкости и окружающего газа, причем знаки зарядов зависят от рода газа. J. J. Thomson (1894) нашел, что вода в воздухе электризуется положительно, в водороде — отрицательно. Lord Kelvin (1895) открыл, что подобные же явления наблюдаются, когда струя газовых пузырьков проходит через жидкость. Еще Lenard указал, что внезапное уменьшение поверхности жидкости в газе есть главное условие возникновения рассматриваемых явлений, которыми занимались многие ученые. Vesker (1912) дал весьма подробный обзор всех работ. Christiansen (1909—1913), о работах которого Vesker не упоминает, назвал заряды, наблюдаемые при ударе капель, баллоэлектрическими. Он распылял жидкость внутри трубок из *Pt* или из непроводящего материала и нашел, что растворы электролитов дают слабую электризацию; вода, водные растворы аммиака и масел электризуют *Pt* весьма сильно положительно, растворы хинина, анилина и др. — весьма сильно отрицательно. Смеси электролитов с сильно баллоэлектрическими растворами дают чрезвычайно интенсивную электризацию. Так напр., баллоэлектричество раствора *KCl* равно 0,1, — раствора этилового алкоголя — 0,9, между тем как смесь равных объемов этих растворов дает баллоэлектричество 7. Далее Christiansen нашел, что баллоэлектричество тем напряженнее, чем легче окружающий газ. В позднейших ра-

ботах (1912 1915) Christiansen исследовал большое число органических веществ чистых и с примесями солей, кислот и оснований, а также их смесей. Broglie (1910) также пропускал струю газа через разные жидкости. Вода, спирты, эфир, ацетон, анилин и др. оказались активными, т. е. газ электризовался (ионизировался); бензол, толуол, ксилол, хлороформ, CS_2 , CCl_4 и др. оказались неактивными. Broglie приписывает активность присутствию воды, от которой трудно вполне освободить вышеприведенные активные жидкости. Новые исследования, как опытные, так и теоретические, производили Nolan (1914), Coehen и Mozer (1914), Lenard (1915) и Mc-Taggard (1915). Из них Nolan распылял воду и нашел, что положительный заряд капелек пропорционален их радиусу; на кв. сантиметре поверхности капелек находится заряд $2,7 \cdot 10^{-3}$ C. G. S. единиц. Mc-Taggard исследовал движение газовых пузырьков внутри жидкости, вызванное электрическим полем. Он по скорости этого движения (для малых пузырьков $4 \cdot 10^{-4}$ $\frac{см.}{сек.}$ при напряжении поля в 1 вольт на 1 см.) мог определить заряд пузырька, который оказался независимым от рода газа, но в высокой степени зависимым от рода жидкости. Опыты, которые производили Lenard (1915), привели его к заключению, что поверхность жидкости покрыта двойным электрическим слоем, который весь находится в самой жидкости и не вызывается контактом с газом. Интересно сравнить это с теорией Френкеля (§ 10), который дает, между прочим, и объяснение электризации трением, основанное на его теории. Coehn и Mozer также исследовали прохождение газовых пузырьков через плохо проводящие жидкости и через растворы непроводников в воде. Всегда подтверждалось правило, которое говорит, что, при соприкосновении двух диэлектриков, тот заряжается положительно, диэлектрическая постоянная которого больше. В водном растворе электролита газ слабее электризуется отрицательно, чем в чистой воде и при некоторой концентрации раствора знак электризации меняется; присутствие кислот понижает эту концентрацию.

Holmgren (1895), Trübi (1912) и Bernolák (1912) показали, что вытекание капель из трубки также дает электризацию жидкости. Bernolák обнаружил, что главную роль играют маленькие капельки, которые помещаются между каждыми двумя большими каплями (т. I); при их отсутствии заряд уменьшается иногда на 80 %.

Сухие газы и пары (перегретые) при трении о поверхность твердых тел, повидимому, вовсе не электризуются. Зато при трении струи газа или пара, содержащего жидкие частицы, происходит иногда весьма сильная электризация. Это явление было впервые изучено Armstrong'ом (1844), а затем Faraday'ем, который в особенности исследовал случай трения влажных паров, проходящих под большим давлением через трубки из различного материала. Faraday нашел, что воздух, содержащий пары воды, терпентинного или оливкового масла, при трении о медь электризуется. Электризация водяных паров, выходящих из котла через трубку наружу, зависит от рода капель, содержа-

щихся в этом паре, и от материала трубки. В большинстве случаев пары электризуются положительно; электризация особенно сильна, когда пары проходят через извилистую трубку, внутренние стенки которой состоят из некоторых сортов дерева. Этим явлением воспользовался Armstrong для устройства электрической машины. Жидкая углекислота, выпускаемая из железной бутылки через трубку, также сильно электризуется; но если трубку нагреть так, что через нее проходит только газообразная CO_2 , то электризации не замечается.

Douglas Rudge (1914, 1915) нашел, что струя мелко раздробленного твердого вещества (cloud of dust) электризует воздух. Кислотные вещества электризуют воздух отрицательно, щелочные — положительно. Струя пара электризует воздух положительно. Электрод, помещенный в струе пара может дать (+) или (-), смотря по месту струи и по его положению внутри струи.

Н. А. Гезехус дал объяснение электризации тел при их соприкосновении, а следовательно — и трении, основанное на электронной теории. При соприкосновении тел уменьшается поверхностное натяжение, вследствие чего часть электронов делается свободною. Отрицательные электроны, как более подвижные, должны быстрее выходить из тела, чем положительные. Если соприкасающиеся тела отличаются только плотностью, то более плотное выделяет больше электронов, а потому электризуется положительно. То же самое относится к нагретым диэлектрикам, плотность которых уменьшается при повышении температуры. Но при сильном нагревании получает перевес увеличение диссоциации, т. е. более быстрое выделение электронов, а потому знак электризации меняется. В металлах играет главную роль способность выделять ионы, которая убывает с увеличением плотности металла. Чем больше диэлектрическая постоянная K вещества, тем меньше сила взаимодействия между электронами, см. (11) в главе I, и тем легче происходит их выделение. Поэтому из двух соприкасающихся диэлектриков электризуется положительно тот, который обладает большим K . Позже (1911) Н. А. Гезехус распространил свою теорию и на соприкосновение тел, находящихся в различных аллотропических формах.

Скобление и разламывание тел также являются источниками электричества. Многие ученые полагают, что во всех частных случаях его можно отождествлять с вышерассмотренным источником электричества — трением. Другие, напротив, полагают, что механическое разрывание тела, происходящее при скоблении и разламывании, производит во многих случаях совершенно иное действие, чем трение его поверхности. Если соскобленные кусочки тела заставляют падать на металлическую пластинку, соединенную с электроскопом, то легко обнаружить их электрическое состояние. При этом лед оказывается наэлектризованным положительно, что согласно с опытами Ebert'a и Hoffmann'a, упомянутыми выше. Для других веществ результат зависит иногда от того, производится ли скобление тупым или острым ножом; в первом случае электричество ножа может успеть перейти на соскобленные ча-

стички. Wuellner находит, что соскобленные частицы сургуча иногда наэлектризованы положительно.

§ 15. Дальнейшие источники электричества. Рассмотрев соприкосновение и трение, мы обращаемся к обороту других источников электричества, из которых некоторые будут подробнее рассмотрены в других частях этой книги. Мы рассмотрим и те явления, которые долгое время считались, а отчасти и теперь некоторыми учеными считаются, за источники электричества, но за таковые, повидимому, считаться не должны.

I. Переход тел из одного состояния в другое. Мы упоминаем об этом, как оказывается мнимом источнике электричества в виду того исторического значения, которое имели продолжительные споры, вызванные вопросом об электризации тел при их переходе из одного состояния в другое (кристаллизацию мы выделяем, см. ниже II), в особенности при испарении и кипении. Многие ученые, в том числе Volta, а позже особенно Palmieri, утверждали, что испарение воды само по себе есть источник электричества, и что пары при этом электризуются положительно. Однако самые тщательные исследования многих ученых (Blake, Kalischer, Pettinelli) показали, что даже бурное испарение чистой воды не есть источник электричества. Но если в раскаленный тигелек опустить каплю раствора какой-либо соли (в особенности $CuSO_4$), то эта капля, как известно, сперва принимает сфероидальное состояние (т. III), а затем, когда температура тигелька достаточно понизится, приходит в непосредственное соприкосновение с его стенками: тогда она почти мгновенно испаряется, отчасти разбрызгиваясь во все стороны. Электроскоп, соединенный с тигельком, указывает в этот момент на довольно сильную электризацию тигелька. Однако не подлежит никакому, сомнению, что источником этой электризации служит трение между каплями жидкости и солью, осевшей на внутренней стенке тигелька, а также между этой солью и стенкой. Электризация тигелька почти всегда отрицательная; она положительная, когда капля содержит *Br*, *I* или *KNO*.

II. Кристаллизация. Кристаллизация также представляет весьма сомнительный случай электризации. При затвердевании расплавленного вещества на нем нередко обнаруживается присутствие электрических зарядов, которое однако легко объясняется трением о стенки сосуда полужатвердевшего вещества, продолжающего сжиматься и обладающего иным коэффициентом теплового расширения, чем сосуд (напр., расплавленная сера в стеклянном сосуде). Однако существуют случаи, когда образование кристаллов внутри растворов сопровождается испусканием света, напоминающего электрические разряды. Такое явление давно наблюдалось при кристаллизации мышьяковой кислоты, поташа, соды и некоторых других солей. Wandrowski наблюдал весьма интенсивное свечение, иногда даже слабые искры внутри растворов, в которых происходила очень быстрая кристаллизация, например, в насыщенном растворе *NaCl* в воде при смешении его со спиртом. Весьма возможно, что и в этом случае источником электризации являлось трение раствора. Возможно также, что здесь играет роль один из других источников элек-

тричества, которые проявляются именно в кристаллах, и которые мы рассмотрим ниже (пиззоэлектричество и пирозэлектричество).

III. Химические реакции. Мы видели в § 10, что старая химическая теория считала источником электризации при соприкосновении тел какую-либо химическую реакцию, происходящую непосредственно между соприкасающимися телами или между этими телами и окружающей средой. Вопрос о том, могут ли химические реакции вызывать электризацию реагирующих веществ или продуктов реакции, представлял поэтому весьма большой интерес. В настоящее время многие ученые полагают, что химические реакции сами по себе не представляют источника электричества, т. е., что нет таких реакций, при которых вещества, вступающие в реакцию, или продукты последней обнаружили бы электризацию, которую приходилось бы приписывать непосредственно именно этой химической реакции. Правда, существует большое число случаев, когда электризация одного из реагирующих тел или из продуктов реакции легко обнаруживается на соединенном с ним электрооскопе. Уже Laplace и Lavoisier нашли, что водород, выделяющийся при действии соляной кислоты на железо, электризован. Townsend (1898) показал, что газы, выделяющиеся при электролизе, заряжены. Танатар и Буркснер (1915) помещали сосуды, в которых происходила химическая реакция, на дне цилиндра, внутри которого находился металлический цилиндр, соединенный с электрооскопом. Они нашли сильную электризацию, напр., при следующих реакциях: соединение NH_3 с HCl , насыщенные растворы которых ставились рядом на дно цилиндра; горение серы; действие H_2SO_4 на Zn и на Mg ; действие H_2O на CaC_2 , цинковой пыли на пергидрол, $NaOH$ на Al ; реакция в нагретом растворе KNO_2 и NH_4Cl ; разложение $(NH_4)_2Cr_2O_7$ на накаленной кварцевой чашечке. Слабая электризация обнаруживалась при большем числе других реакций. Potter (1911) нашел, что разложение органических веществ сопровождается появлением электрических зарядов. Позже (1915) он обнаружил, что CO_2 , выделяющийся при брожении глюкозы под влиянием дрожжей, содержит заряды электричества обоих знаков. Он полагает, что часть ионизации воздуха происходит от газов, выделяющихся при гниении органических веществ.

Все же остается нерешенным вопрос о том, может ли химическая реакция сама по себе быть источником электризации. Возможно, что в некоторых случаях источником электричества служит трение различных тел, происходящее во время реакции. Сюда относятся реакции, сопровождающиеся взрывом. В других случаях происходит во время реакции соприкосновение тел, которое и без заметной реакции является источником электризации. В виде примера можно указать на растворение металлов в кислотах, которое сопровождается отрицательной электризацией кислоты. Но такая же электризация наблюдается при соприкосновении металлов с кислотами, растворами солей и вообще электролитами, когда и не происходит заметной химической реакции. Встречаются немногие случаи, для которых труднее указать истинный источник элек-

тризации. Сюда относится, напр., горение угля на металлической пластинке, соединенной с электроскопом, который в этом случае обнаруживает отрицательную электризацию, между тем как металлическая пластинка, помещенная над углем, электризуется положительно. Но здесь мы имеем очень сложное явление соприкосновения металлов, угля и углекислоты, и нельзя утверждать, что акт окисления угля сам по себе является причиной электризации. F. Exner произвел целый ряд опытов, которыми он хотел доказать, что, например, окисление металлов сопровождается их электризацией; однако Schulze-Berge и др. показали, что его опыты не могут считаться убедительными.

В замкнутой цепи, с которою мы познакомимся ниже, электрическая энергия тока является — и то с большою оговоркою — эквивалентом химических реакций, происходящих в элементе. Но отсюда не следует, что эти реакции представляют причину, служат непосредственным „источником“ электрической энергии тока. Замкнутая цепь напоминает довольно сложную машину, при работе которой или вся химическая энергия переходит в электрическую, или часть ее, или не только вся химическая энергия, но одновременно еще часть тепловой энергии окружающих тел. В элементе мы имеем свободные, движущиеся ионы, образование новых ионов, исчезновение других. Химические реакции и выделение электричества идут здесь параллельно, и нельзя одно из двух явлений рассматривать, как причину или как источник другого. Старая химическая теория должна была предположить, что химические реакции сами по себе суть источники электричества, так как она ими об'ясняла электризацию при соприкосновении. Наличие ионов играет выдающуюся, а может быть и главную роль при электризации. Дело усложняется, если поставить вопрос: какую роль играют ионы при химических реакциях? Можно себе представить, что химические перемещения и электризация при некоторых условиях происходят параллельно, как результат наличия одной и той же основной причины, каковою могут служить свободные ионы.

IV. Термоэлектричество. Мы видели, что в ряду последовательно соединенных между собою проводников первого класса, напр., металлов A, B, C, \dots, M, A , в котором последний одинаков с первым, сумма действующих электродвижущих сил равна нулю, т. е. что крайние металлы A находятся при одинаковых потенциалах. Однако, это относится только к случаю, когда все места соприкосновения, или спаи различных металлов находятся при одной и той же температуре. Если же эти температуры неодинаковы, напр., если нагревать или охлаждать один или несколько спаев, то крайние металлы A оказываются при различных потенциалах. Это показывает, что при неравных температурах спаев сумма электродвижущих сил, действующих в данном ряду, не равна нулю, что изменение температуры спаев является причиной изменения, или, что то же самое, возникновения новых электродвижущих сил, называемых термоэлектровозбудительными. Относящиеся сюда явления называются термоэлектрическими. Из сказанного ясно, что

должна существовать глубокая связь между явлениями термоэлектрическими и теми электрическими явлениями, которые вообще наблюдаются при соприкосновении проводников первого класса. Более подробное рассмотрение термоэлектрических явлений будет помещено в главе об электрическом токе. Теперь ограничимся указанием, что эти явления обнаруживаются также и в местах соприкосновения металлов, с электролитами и электролитов между собою.

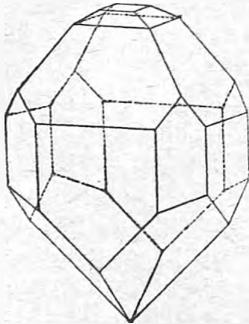
V. Пироэлектричество. Кристаллы, подверженные нагреванию или охлаждению, обнаруживают в определенных местах поверхности электрическое состояние. Относящиеся сюда явления называются пироэлектрическими. Они раньше всего наблюдались на турмалине, который впервые появился в Европе в конце семнадцатого столетия. В 1707 г. упоминается в одной книге, что польский военный врач Daum привез с острова Цейлона камень, который, если его положить в горячую золу, сперва притягивает, а затем отталкивает последнюю. Aepinus (оригинальная статья напечатана в Петербурге в 1762 году) первый признал электрический характер явления и заметил, что два конца турмалина электризуются разноименно. Дальнейшие исследования производили Wilcke, Wilson, Muschenbroeck и Bergmann. В 1759 г. Canton сделал важное открытие, а именно, что разноименные электричества появляются на двух концах кристалла не вследствие того, что кристалл нагрет до той или другой температуры, но вследствие того, что его температура меняется. Во время повышения температуры появляются на двух концах два разноименных электричества; во время охлаждения на тех же концах появляются электричества противоположные. Интенсивность электризации тем больше, чем быстрее происходит изменение температуры. Если сперва нагреть одну половину кристалла, которая затем будет охлаждаться, в то время как другая путем теплопроводности станет нагреваться, то на обоих концах временно получают одинаковые электризации. Если разломить охлаждающийся кристалл, который сперва был весь нагрет, то оказывается, что каждый кусок обладает такими же свойствами, как и целый кристалл, т. е. что его концы наэлектризованы разноименно. Охлаждающийся порошок из турмалина образует комья слепившихся между собою кристалликов, которые рассыпаются, когда температура порошка перестает меняться. Тот конец, который электризуется положительно при повышении температуры (температура и потенциал одновременно увеличиваются или убывают), по предложению Rose называется аналогическим полюсом, а противоположный — анталогическим.

Canton, Hauy, Brewster, Gauguain открыли пироэлектрические свойства и на других кристаллах (топаз, борацит, титанит, кварц и др.). Наиболее обширное исследование пироэлектрических свойств кристаллов принадлежит Hankel'ю.

Hauy первый указал, что пироэлектрические кристаллы обладают по отношению к внешней форме одною особенностью, которая называется гемиморфизмом, и которая существенно заключается в том, что рас-

пределение граней на двух концах некоторой кристаллографической оси неодинаковое. В виде примера укажем на кремнекислый цинк (*Kieselzinkerz*), кристалл которого изображен на рис. 99; в нем аналогичский полюс (наверху) при вертикально поставленной оси определяется горизонтальной гранью призмы, а анталогический полюс — гранями ромбического октаэдра. Науу открыл, что борацит обладает четырьмя „электрическими осями“, из которых каждая имеет

Рис. 99.



разноименные полюсы, причем несимметричность, т. е. гемиморфизм, наблюдается на каждой из этих осей. Коленко и Hankel нашли, что кварц обладает тремя электрическими осями и, следовательно, шестью полюсами, расположенными на шести параллельных ребрах шестигранной призмы; здесь наблюдается та несимметричность в распределении сторон тригональной пирамиды и тригонального трапецоэдра, на которую уже было указано в т II, в главе о вращении плоскости поляризации лучей.

Прежде думали, что гемиморфизм есть необходимое условие пироэлектрических явлений, и что электрические оси всегда обладают полярностью, т. е. что концы этих осей обнаруживают разноименное электричество. Hankel первый показал, что все кристаллы обнаруживают явления пироэлектричества, если тому не препятствуют посторонние причины, как напр. — слишком хорошая проводимость поверхностного слоя. Единственным условием является наличие неодинаковых осей. Но таковые находятся и в кристаллах правильной системы, так как оси, проходящие через стороны кристалла, неодинаковы с осями, проходящими через ребра. Но эти электрические оси не полярны, т. е. на обоих концах оси появляются электричества одного знака; зато самые оси, напр. во время охлаждения, попеременно на обоих концах положительны и отрицательны. Полярные оси составляют, таким образом, такое же исключение, как и гемиморфизм. Титанит и борацит обладают, как показал Hankel, тою особенностью, что как при нагревании, так и при охлаждении на некоторых полюсах титанита происходит перемена знака электризации, а на бораците даже одна электризация два раза заменяется противоположной.

В гемиморфных кристаллах, обладающих одною или несколькими полярными осями, электризация замечается и в том случае, когда меняющаяся температура одна и та же во всем кристалле. В симметрических кристаллах с неполярными осями электризация обнаруживается только при неравномерном нагревании, которое сопряжено с внутренними упругими натяжениями в кристалле. Количественные исследования пироэлектрических явлений производил, между прочим, Gauguin.

Kundt указал на применение смеси серы и сурика (§ 14), как на удобный прием исследования распределения двух электричеств на поверхности кристалла. Он построил удобный прибор для исследования

кристаллов. Треножник *a* (рис. 100) снабжен тарелкою *b*, на которую ставится конусовидный полый сосуд *c*; в центре сосуда *c* находится шарик термометра *f*; *e* — слюдяная пластинка. Сверху могут быть насажены различных размеров трубочки *d*, в которые вставляются испытуемые кристаллы. Когда достигнута надлежащая температура, снимают сосуд *c* при помощи крючка *g* (см. в нижней части рисунка), вставляемого в кольцо *h*. Охлаждающийся кристалл обсыпают смесью серы и сурика.

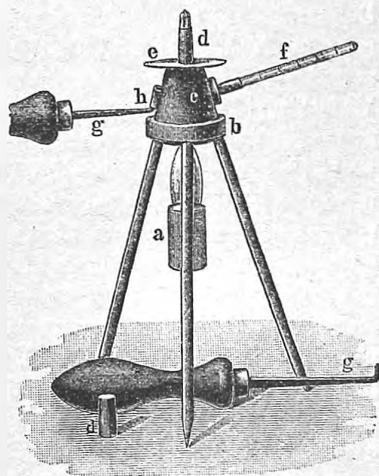
Riescke принял во внимание, что заряд η меняется во время охлаждения не только вследствие изменения скорости самого охлаждения, но и вследствие существования проводимости поверхностного слоя, и разобрал теоретически зависимость величины η от времени. При значительном повышении температуры пироэлектрические явления прекращаются, вероятно, вследствие того, что кристалл делается проводящим.

Kamerlingh Ohnes и Beckmann (1913) исследовали пироэлектричество кварца при температурах жидких кислорода и водорода; они нашли, что заряд, получаемый при изменении температуры на 1° , пропорционален абсолютной температуре.

Теорию пироэлектрических явлений развивали G. Wiedemann, W. Thomson (Lord Kelvin), Riescke, Lippmann, J. и P. Curie, Duhem, Voigt, Богуславский и Czukor и др. Прилагая к пироэлектрическим явлениям два начала термодинамики, легко вывести, что скрытая теплота при изменении потенциала есть величина, не равная нулю, т. е. что при электризации полюса должно происходить нагревание или охлаждение кристалла, смотря по тому, вызывается ли эта электризация соответственно при охлаждении или при нагревании кристалла. Впервые Straubel (1902) подтвердил этот вывод путем опытов на турмалине.

W. Thomson (1878) и Riescke (1885) развили теорию, основанную на предположении, что частицы кристалла всегда полярно наэлектризованы, т. е. что они аналогичны поляризованному диэлектрику или, как увидим ниже, постоянному магниту. Каждая частица имеет свои разноименные заряды, действие которых однако не обнаруживается, так как оно маскируется действием зарядов, индуктированных в окружающей среде. Во время изменения температуры нарушается установившееся равновесие, которое лишь мало-по-малу восстанавливается. Riescke нашел, что нагретый и затем охладившийся турмалин сохранял следы электризации в течение 30-ти часов, хотя уже через один час его температура превышала температуру окружающей среды не более, чем на $\frac{1}{2}^{\circ}$.

Рис. 100.



О теории Voigt'a мы скажем несколько ниже. Подробное изложение учения о пирозлектричестве можно найти в его книге „Kristallphysik“ (1910), стр. 228—267 и 299—304. Voigt ввел понятие о пирозлектрической постоянной γ , которая определяется формулой

$$\gamma = \frac{e}{t_1 - t} \dots \dots \dots (56)$$

в которой e есть заряд в *C. G. S.* эл.-ст. единицах, который возникает на 1 кв. см. такой поверхности кристалла, которая перпендикулярна к его оси, если температуру кристалла повысить от t до t_1 . Для кристалла турмалина Voigt нашел $\gamma = 1,21$. Весьма точные измерения величины γ произвел впервые Hayashi (1912), исследовавший 15 кристаллов, в том числе три разноцветных турмалина, для которых оказалось $\gamma = 1,057$ (зеленовато-голубой кристалл), 1,275 (желтовато-зеленый) и 1,324 (розовый). Весьма большие γ получились для моногидрата серноокислого лития $\gamma = 23,18$, для моногидрата селенокислого лития $\gamma = 17,14$, для резорцина $\gamma = 7,72$, для правой винной кислоты 7,51, для нейтрального виннокислого калия $\gamma = 5,98$ и т. д.; для тростникового сахара $\gamma = 0,53$. Зависимость пирозлектрического коэффициента от температуры определили Askermann (1912) и Röntgen (1914). Работа последнего мне недоступна (как все журналы второй половины 1914 года), но из статьи Voigt'a (1915) видно, что Röntgen наблюдал при широких температурных интервалах $t_2 - t_1$, а именно от $+40,5^\circ$ до 0° , от 0° до $-79,0^\circ$; от 0° до -194° и от -194° до -254° , так что он получал интегральные значения, которые не могли дать точных значений для γ , как функции температуры t , меняемой на малую величину $t_1 - t$. Askermann помещал кристалл внутри вещества определенной температуры t ; таковых веществ было 11 и их температуры шли от -252° (жидкий водород) до $+384^\circ$ (кипящий антрахинон). Каждое вещество нагревалось электрическим током всего примерно на $t_1 - t_0 = 2^\circ$. Таким образом действительно оказалось возможным определить γ как функцию температуры. Оказалось, что для всех исследованных кристаллов γ растет с температурой. Так, для розового турмалина γ растет от 0,08 до 1,94 при изменении t от -252° до $+384^\circ$; далее -185° до $+790^\circ$ для моногидрата серноокислого лития от 3,81 до 26,89, для моногидрата селенокислого лития от 2,27 до 19,19, для нейтрального виннокислого калия от 1,00 до 6,87 и т. д.

Богуславский (1914) дал замечательную новую теорию пирозлектрических явлений, основанную на современном учении о квантах (т. V). Окончательная формула, которую он получает, если не считать постоянного множителя, совпадает с формулой Эйнштейна для зависимости молекулярной теплоемкости от температуры (т. III). Сравнение этой формулы с результатами измерений Askermann'a дает весьма хорошие результаты. Для турмалина приходится принять двучленную формулу с двумя различными V , подобно тому, как это приходится делать и для выражения опытных данных, относящихся к теплоемкости. Богуславский вычисляет предельные значения, к которым стремится γ с повышением

температуры. Так, напр., для моногидрата серноокислого лития получается предельное значение $\gamma = 41,69$.

VI. Пиезоэлектричество. Нацу заметил еще в 1817 г., что известковый шпат электризуется при сдавливании. Затем только в 1880 г. J. и P. Curie как бы вновь открыли это явление и тщательно исследовали его на разных кристаллах. Электричество, появляющееся при давлении, называется пиезоэлектричеством. Оно легко наблюдается на турмалине, если его подвергать сжатию по тому самому направлению, которое выше было названо электрической осью. При сжатии получают такие же электризации, как при охлаждении; при расширении, напр. при уменьшении сжатия — такие же, как при нагревании. Итак, одинакового рода объемные изменения вызывают одинаковые электризации, безразлично, вызваны ли они тепловыми или механическими причинами. J. и P. Curie нашли, что количества электричества, появляющиеся на кристаллах, пропорциональны изменению давления на единицу площади, пропорциональны величине этой площади, перпендикулярной к электрической оси кристалла, и не зависят от длины кристалла. Отсюда ясно, что данное полное изменение p давления вызывает появление двух равных, но разнозначных количеств электричества, вовсе не зависящих от размеров кристаллов. Заряд q определяется формулой

$$q = K p \dots \dots \dots (57)$$

где K пиезоэлектрическая постоянная или, как ее чаще называют, постоянная Кюри. Давление вдоль оптической оси не вызывает электризации. Давление по направлению, перпендикулярному к электрической и к оптической осям, вызывает электризацию на поверхностях, перпендикулярных к электрической оси, т. е. на двух из четырех боковых поверхностей кристалла, имеющего форму пластинки, вдоль длины которой действует механическая сила, а стороны прямоугольного сечения которой параллельны двум названным осям. В этом случае

$$q = \frac{KL}{l} p \dots \dots \dots (58)$$

где L длина пластинки и l ее толщина, считаемая по направлению электрической оси. Многократно определялось K для кварца, причем q выражалось в *C. G. S.* эл.-ст. единицах и p в динах. Так, братья Curie нашли $K = 6,32 \cdot 10^{-8}$, Riecke и Voigt $6,45 \cdot 10^{-8}$ и Röntgen (1913) $6,94 \cdot 10^{-8}$ или 0,0681, если p измерять в килограммах. Мы видим, что изменение температуры и искусственная деформация вызывают в тех же местах кристалла электризации, совпадающие по знаку, когда искусственная деформация соответствует той, которая вызывается изменением температуры. Обнаруживающееся таким образом тесное сродство между пирозлектрическими и пиезоэлектрическими явлениями не могло не навести на мысль, что пирозлектрические явления в сущности суть явления пиезоэлектрические, т. е. что электризации при изменении температуры имеют своим источником те деформации, которыми сопровождаются

изменения температуры. И действительно, многие ученые — W. Thomson, Curie, Röntgen, Riecke, Voigt и др. — стремились объяснить оба рода явлений, исходя из одной какой-либо основной гипотезы. Ограничиваемся указанием на теорию Voigt'a, который предположил, что электрическое состояние частицы кристалла зависит от той деформации, которую она испытывает, и меняется вместе с этой деформацией. Развивая эту теорию, Voigt вывел (1892—1895) общие формулы, определяющие пирозлектрические и пьезоэлектрические явления с качественной и количественной стороны. Однако позднейшие исследования (1898) убедили его, что в кристаллах, обладающих полярными осями, а следовательно, и гемиморфизмом, существует и действительное пирозлектричество, вызванное непосредственно изменением температуры. Оказалось, что для турмалина 80 % наблюдаемого пирозлектричества представляли в действительности пьезоэлектричество, появившееся вследствие деформации, вызванной изменением температуры. Остальные 20 % составляли истинное пирозлектричество турмалина. Подробное изложение учения о пьезоэлектричестве находится в упомянутой книге Voigt'a „Kristallphysik“ (1900), стр. 801—944.

Lord Kelvin построил (1893) модель пьезоэлектрического кристалла из ряда спаянных медных и цинковых пластинок, отделенных друг от друга слоями из упругого вещества; на такую модель указали еще раньше J. и P. Curie (1882).

В заключение заметим, что по наблюдениям Röntgen'a кручение кристалла, напр. цилиндрического кварцевого стерженька, также вызывает электризацию, которая при раскручивании меняет знак.

Вопрос о явлении обратном, т. е. о деформациях, вызванных электризацией, будет рассмотрен в следующей главе.

VII. Лучистая энергия, как источник электричества. В некоторых случаях электризация вызывается более или менее непосредственно лучистой энергиею. Мы не относим сюда явлений, наблюдаемых в фотоэлектрическом элементе, состоящем из двух одинаковых пластинок, напр. иодированного серебра в одной жидкости; если одну из этих пластинок осветить, а другую оставить в темноте, то между ними появляется разность потенциалов. В основе этого явления, к которому мы возвратимся ниже, лежит, очевидно, действие фотохимическое, которому подвергается светочувствительная пластинка.

Существуют другие явления, в которых возбуждение электричества лучистой энергиею представляется более непосредственным.

Hankel нашел, что некоторые кристаллы обнаруживают электризацию при освещении солнцем, вольтовой дугою или газовой горелкою. При этом следует отличать два случая.

При освещении бесцветного горного хрусталя появляется на шести боковых ребрах призмы электризация; всякий раз на двух соседних ребрах электризация разноименная. Она по знаку тождественна с электризацией, появляющейся при охлаждении кристалла, откуда видно, что это явление нельзя рассматривать, как пирозлектрическое. Максимум

электризации достигается примерно через 40 секунд; после прекращения освещения электризация исчезает (примерно в 40 сек.), не изменив знака. Меняя источник и состав лучей, H_{ankel} нашел, что наиболее действующими являются лучи инфракрасные. Он назвал это явление *актиноэлектрическим*.

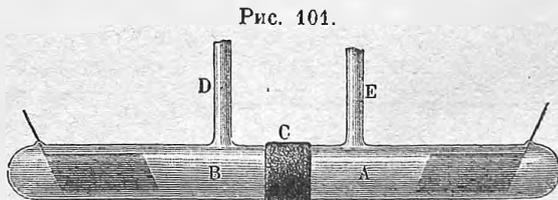
Совершенно другого рода явление наблюдал H_{ankel} в цветных кристаллах плавленого шпата, в особенности в зеленых. Они при освещении также электризуются, и притом распределение электричеств на них такое же, как и при нагревании. Однако, если прекратить освещение, то электризация медленно исчезает, не меняя знака, как это должно было бы быть, если бы причина электризации заключалась в нагревании. Наиболее сильно действуют лучи фиолетовые и ультрафиолетовые. Очевидно, что мы имеем здесь дело с химическим действием лучей, изменяющих может быть вещество, придающее кристаллу окраску. Это подтверждается тем фактом, что после продолжительного освещения чувствительность кристаллов к действию лучей уменьшается. H_{ankel} назвал рассмотренное здесь явление *фотоэлектрическим*.

В гл. I, § 11 мы вкратце указали на рассеяние отрицательного электричества, вызываемое ультрафиолетовыми лучами. Hallwachs и Righi почти одновременно (1888) открыли, что некоторые металлы электризуются положительно при освещении ультрафиолетовыми лучами.

Законы этих явлений установили Righi, Hallwachs и Столетов. Дальнейшие работы многих ученых привели к открытию обширной области явлений, которые ныне получили общее название *фотоэлектрического эффекта*: они будут подробно рассмотрены в V томе.

VIII. Течение жидкостей через пористые перегородки и тонкие трубки. Quincke открыл (1859), что если жидкость под давлением проходит через пористую перегородку, то выходящая жидкость, а также не успевшая проникнуть в перегородку, электризуются, и притом первая в большинстве случаев — положительно, вторая — отрицательно.

Две трубки *A* и *B* (рис. 101) отделены пористой перегородкой и наполнены водою, которая под давлением входит через боковую трубку *D* и выходит через *E*. В *A* и *B* находятся две платиновые пластинки, снабженные проволоками, впаянными в стенки трубок. Соединяя эти проволоки с электрометром, можно обнаружить их электризацию.



На рис. 102 изображен прибор, могущий также служить для показания этого явления. На глиняный пористый сосуд, помещенный в стеклянном стакане, наклеена воронка *G*, трубка *K* которой изогнута, как показано на рисунке. В стакан и в пористый сосуд наливается вода. Внутри *G* и снаружи находятся платиновые, цилиндрически согнутые

листы *P*. В трубке *V* разлагают воду при помощи электрического тока, когда кран *H* закрыт. Давление гремучего газа измеряется закрытым манометром *Q*. Открывая кран *H*, производят давление на воду, находящуюся в глиняном сосуде. Тогда появляется между двумя платиновыми листами разность потенциалов, причем потенциал наружного листа оказывается более высоким.

Разность потенциалов между пластинками зависит от вещества перегородки и пропорциональна разности давлений с двух сторон от перегородки, но не зависит ни от толщины, ни от величины поверхности перегородки. При разности давлений в одну атмосферу получают следующие разности потенциала (*D* обозначает электродвижущую силу элемента Даниеля):

Сера	9,77 <i>D</i> .	Азбест	0,22 <i>D</i> .
Кварцевый песок . .	6,20 „	Фарфор	0,20 „
Шелк	1,25 „	Слоновая кость . . .	0,031 „
Жженая глина . . .	0,36 „	Животный пузырь .	0,015 „

Zöllner показал (1872), что подобное же явление обнаруживается, если пористую перегородку заменить капиллярной трубкой. Разность потенциалов и здесь пропорциональна разности давлений и не зависит от длины и поперечного сечения, если только трубка настолько длинная и тонкая, что течение через нее жидкости следует закону Poiseuille'я (т. I).

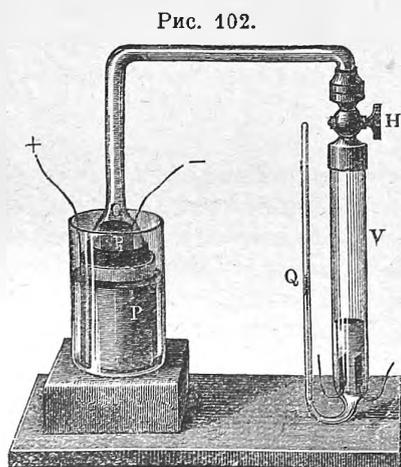


Рис. 102.

Опытные исследования производили до 1900 г. Haga, Elster, Clark, Dorn, Edlund и Gouré de Villemontée (1897). Теоретическое объяснение этого явления, находящегося в тесной связи с явлением электрического эндосмоса, с которым мы познакомимся впоследствии, дал Helmholtz (1879). Он предполагает, что между стенками капиллярных трубочек, пронизывающих пористые тела, и жидкостью устанавливается разность потенциалов, а следовательно, образуется двойной электрический слой, причем положительный слой находится со стороны жидкости. Когда жидкость движется, она отчасти увлекает с собою и слой положительного электричества, выделяющегося в том сосуде, в который жидкость течет. Жидкость, вступающая в капилляр, встречает на его стенках отрицательное электричество, индуктирующее в ней положительное, между тем как отрицательное уходит в сосуд, из которого жидкость направляется к пористой перегородке. Теоретическое исследование привело Helmholtz'a к тем законам, которые были выше указаны.

Gouré de Villemontée нашел (1897), что течение проводящей жидкости (раствор соли, ртуть) через трубки или через вытянутый в трубке кончик не вызывает разности потенциала. Дальнейшие исследования производили Cameron и Oettinger (1909), Grumbach (1911), Oettinger (1912), Riéty (1912), Stock (1912) и др.

Теория Helmholtz'a приводит к формуле

$$E = \frac{\omega}{\eta S} P = \frac{e}{4\pi\eta S} P \dots \dots \dots (59)$$

где E вызванная течением жидкости электродвижущая сила, т. е. разность потенциалов на концах трубки, P давление, действующее на жидкость, ω момент двойного электрического слоя, т. е. разность потенциалов e с двух сторон этого слоя, деленная на 4π , см. гл. I, § 6, формулу (47, d), η коэффициент внутреннего трения жидкости (т. I) и S ее плотность. Если можно считать ω постоянным, то E должно быть пропорционально P . Dogn (1880) подтвердил на опытах с водой эту пропорциональность для давлений, которые меньше одной атмосферы; для e он нашел значения около 4 даниэлей. Oettinger также нашел эту пропорциональность для весьма слабого раствора KCl . К тому же результату пришел и Grumbach, который, кроме того, изучал влияние растворенных в воде, содержащей KCl , непроводников (спиртов метилового, этилового, изобутилового и фенала). Оказалось, что момент двойного слоя уменьшается при возрастании концентрации раствора этих непроводников. Не очень слабые растворы электролитов не дают заметной величины E , как показали Gouré de Villemontée ($T = \text{затм.}$) и Cameron и Oettinger (1909). Однако, Bichat и Blondlot наблюдали вполне заметную величину E , пропуская не слабый раствор $CuSO_4$ через капиллярную трубку при давлении в 100 атм. Riéty производил опыты при давлениях P , превышавших 100 атм., и притом с крепкими растворами электролитов. Оказалось, что E пропорционально P до давлений, колебавшихся между 40 и 50 атм.; он исследовал растворы KCl , KNO_3 , K_2SO_4 , $Cu(NO_3)_2$, K_2CO_3 , HCl и H_2SO_4 . Величина E всегда убывает с возрастающей концентрацией. В конце трубки потенциал выше, чем в начале. Измеряя η и S , Riéty мог определить разность потенциалов e соприкосновения стекла с раствором электролита и определить зависимость этой величины от рода и концентрации электролита. Schott (1889) и Förster (1892) нашли, что поверхностный слой стекла поглощает воду. На этом Harber (1909) построил теорию возникновения величины e . Smoluchowski (1903) и Perrin (1904) также развивали теорию рассмотренных здесь явлений.

Если не жидкость продавливается через пористое тело, но последнее движется через жидкость, то также возникает электродвижущая сила. Положим, что длинная, вертикальная, снизу закрытая трубка наполнена водой, через которую падает мелкий порошок, напр., глины. Тогда между концами трубки возникает разность потенциалов, направленная обратно той, которая получается при движении жидкости сверху вниз.

Это явление открыл Dorn (1880); его исследовали Billitzer (1903), Makelt (1909) и, в особенности Stock (1913).

IX. Ускорение и центробежная сила. Колли (1875) первый показал, что если пропускать электрический ток через вертикальный столб раствора электролита, причем более тяжелые ионы движутся снизу вверх, то должна быть произведена работа поднятия, на что будет затрачена часть электрической энергии, а это соответствует возникновению новой электродвижущей силы, действующей обратно той, которая была приложена к электродам. Колли удалось обнаружить эту электродвижущую силу в растворах азотносеребряной соли и иодистого кадмия. Он также заставлял падать растворы электролитов и мог заметить появление мгновенного тока в момент внезапной остановки цилиндрического сосуда, содержащего раствор электролита. Des Coudres (1893) заставлял горизонтальную трубку с раствором вращаться около вертикальной оси; из электродов один был помещен вблизи оси, другой у конца трубки. И здесь работа против центробежной силы соответствует возникновению обратной электродвижущей силы. Des Coudres повторил также опыты Колли с растворами различных электролитов (KCl , $NaCl$, $LiCl$, HCl , $BaCl$ и $CdCl_2$) и мог измерить „гравитационные“ электродвижущие силы, которые оказались порядка 0,02 до 0,2 микровольт на 1 см. разности высот.

Tolman и его сотрудники Dale Stewart и Osgerby (1910—1917) произвели ряд весьма точных исследований. В первой из напечатанных работ (1910) даны подробные литературные указания на ряд работ других ученых, на которых мы здесь не останавливаемся. Tolman усовершенствовал центробежный прибор Des Coudres'a и мог проверить теоретическую формулу, которая показывает, напр., что электродвижущая сила, возникающая при вращении, должна быть пропорциональна квадрату угловой скорости. Далее Tolman измерял электродвижущую силу ускорения, которая появляется при внезапной остановке проволочного кольца. Это дало ему возможность определить массу электрона, находящегося внутри металла. В Cu масса оказалась равной 1:1660, в Al 1:1590 и в Ag 1:1540 массы атома водорода, что весьма близко к массе свободного электрона (1:1845).

X. Электричество животных и растений. В мышцах, железах и нервах животных действуют электродвижущие силы, исследование которых составляет предмет физиологии. Некоторые рыбы (*Torpedo nasce*, *Torpedo Galvanix*, *Narcine brasiliensis*, *Gymnotus electricus*, *Malapterurus electricus*) обладают особыми органами, которые способны вызывать огромные разности потенциалов, а следовательно — и количества электричества, разряжающиеся через соседние тела. У некоторых из названных рыб (*Torpedo*) этот орган расположен в головной части тела; у других (*Gymnotus*) он находится в хвосте. У *Torpedo* он состоит из большого числа (400 до 1000) рядом расположенных цилиндрических или призматических столбиков, составленных из наложенных друг на друга тончайших листочков, отделенных друг от друга клейким веществом.

Разряды этого органа вызываются волевыми актами для защиты или при нападении на добычу. Прикладывая у *Gymnotus* к голове и к хвосту или у *Torpedo* к спине и к брюху металлические изогнутые пластинки, можно обнаружить заряд электроскопа, получить сильные электрические удары и даже вызвать явление электрической искры.

XI. Испускание электронов накаливаемыми телами, переменное магнитное поле, лучи катодные, Рентгеновы и лучи радиоактивных тел. Мы упоминаем здесь об этих источниках электродвижущих сил только для достижения некоторой полноты нашего обзора источников электричества. Мы впоследствии подробно с ними познакомимся.

§ 16. Электрические машины. Мы рассмотрим здесь некоторые из тех приборов, которыми ныне пользуются для быстрого и удобного получения сильных электрических зарядов, и для которых поэтому наиболее подходило бы название „источников электричества“. Сохранившееся поныне старое название „электрических машин“ представляется в настоящее время слишком неопределенным, но мы не считаем нужным заменить его другим. Строго говоря, задача этих машин заключается в поддержании на двух данных проводниках (кондукторах) определенной разности потенциалов. Этими кондукторами можно пользоваться, как непосредственными источниками электрических зарядов, или можно получать разряды между ними или между другими проводниками, которые с ними соединены.

Электрическая энергия, в какой бы форме она ни проявлялась при действии машины, имеет своим источником механическую работу, затрачиваемую, при приведении в движение (обыкновенно, вращение) подвижных частей машины, на преодоление притягательных или отталкивательных сил, действующих на каждый момент между разноименно или одноименно наэлектризованными движущимися частями машины. Нетрудно разобрать в каждом частном случае, где происходит указанная затрата работы, а потому мы к этому вопросу не станем возвращаться.

Число электрических машин, построенных в разное время, весьма велико. Некоторые подробности можно найти в книге John Gray „Электрофорные электрические машины“ (французский перевод G. Pelissier под заглавием „Les machines électriques à influence“, Paris, 1892), далее в книге G. Wiedemann „Die Lehre von der Elektrizität“, т. I, стр. 925—982, 1893 г. и др. Обыкновенно разделяют существующие машины на машины трения и машины электрофорные. Из них в настоящее время пользуются почти исключительно только машинами второго рода; некоторые из них мы и рассмотрим.

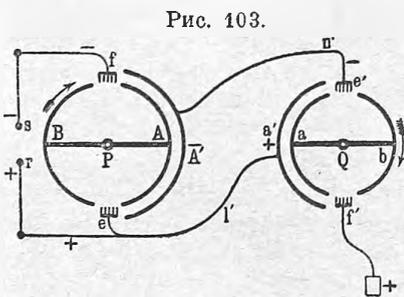
Электрофорные машины основаны на возбуждении электричества путем индукции. Из них иногда выделяют особую группу машин, которые называют дубликаторами. Но действие и этих машин основано на индукции. Они характеризуются тем, что данный более или менее постоянный заряд вызывает в подвижном проводнике индукцию, причем одно из индуцированных электричеств при движении этого проводника переносится к кондуктору. Эта манипуляция повторяется много

раз. В других электрофорных машинах первоначальный индуктирующий заряд при действии машины постепенно увеличивается. Если бы не было потери электричества вследствие рассеяния, то заряд, получаемый при действии машины, возрастал бы для дубликатора в арифметической, а для других электрофорных машин — в геометрической прогрессии.

Простейшим из относящихся сюда приборов является электрофор, устройство которого известно из элементарного курса физики.

Электрофорные машины современного типа, дающие большие количества электричества, были впервые построены Тоерлер'ом (1865), Holtz'ем (1865) и Ф. Н. Шведовым (1868).

Принцип, на котором основано устройство первой из машин Тоерлер'а, легко понять из схематического рис. 103, в котором плоские пластинки для удобства заменены полуцилиндрическими.



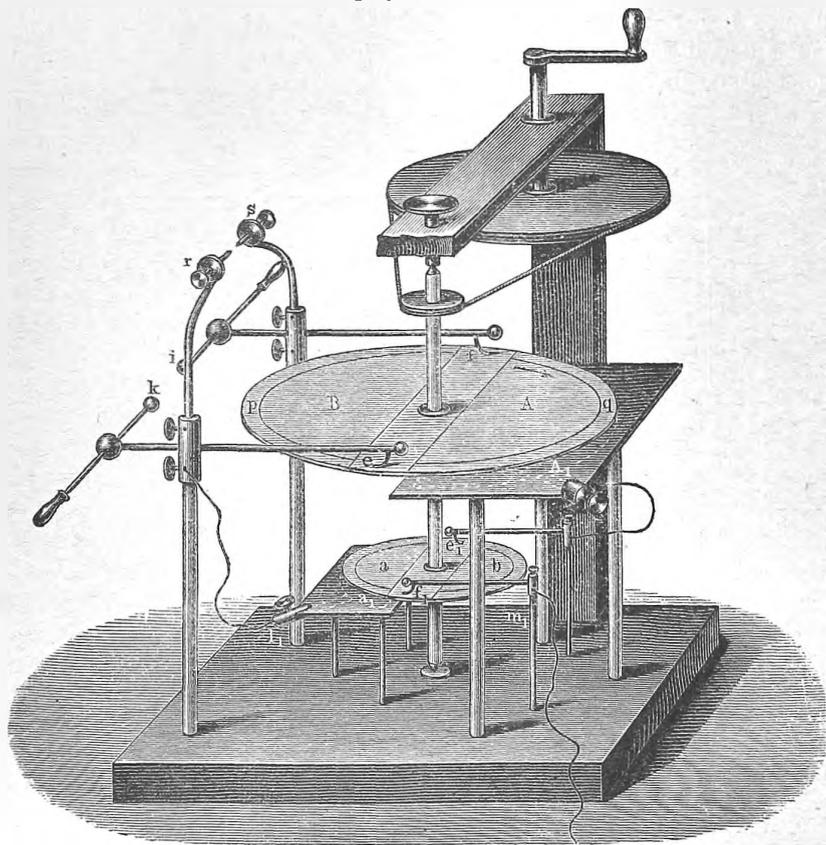
Неподвижная пластинка A' заряжена отрицательно. Две пластинки A и B вращаются около оси P , касаясь щеток (кисточек) f и e . Когда B передвинется направо, на ней индуктируется (+), между тем как (—) через f уходит к шарикку s ; когда B примет положение A , ее соединение с f и s прекращается. Далее пластинка B приходит в соприкосновение со щеткою e , и раньше, чем B

вновь примет положение, показанное на рисунке, весь ее заряд уходит через e к шарикку r . Те же явления повторяются при каждом полном обороте как пластинки B , так и пластинки A : одно из двух индуктированных электричеств уходит через f к s , а другое несколько позже — через e к r . Для того, чтобы не только поддерживать, но и увеличивать действующий заряд пластинки A , служит вторая часть прибора, представляющаяся в сущности повторением первой. Индукция производится положительным зарядом пластинки a' ; пластинки a и b приобретают (—), пока они касаются щетки f' , при чем (+) уходит в землю. Потом они передают свой (—) щетке e' , когда они касаются этой щетки, отрицательное электричество переходит из e' на пластинку A' , увеличивая ее заряд. Положительный заряд пластинки a' получается боковым ответвлением от проводников er . Ясно, что заряды на A' и a' как бы увеличивают друг друга, пока не получатся наибольшие возможные при данных обстоятельствах электрические напряжения на r и s или на каких-либо соединенных с ними проводниках.

Внешний вид машины Тоерлер'а изображен на рис. 104, который легко понять, так как на этом рисунке и на схеме (рис. 103) соответственные части обозначены одинаковыми буквами. Две стеклянные пластинки, на которых наклеены оловянные листы A , B , a и b , вращаются на общей оси; A' и a' — оловянные листы, по величине равные a и A — также наклеены на стеклянных пластинках; e' соединено проволокою с A' и e с a' ; f' соединено с землею.

Рассмотренный прибор весьма типичен и является представителем огромного числа на вид разнообразных машин. Впоследствии Тоерлег строил машины, в которых на одну общую ось насажено большое число пластинок, электризация которых одновременно поддерживается одним общим „генератором“. На рис. 105 показана такая машина в сечении. Здесь *p* представляет неподвижные пластинки, *c* — щетки, которые чере-

Рис. 104.

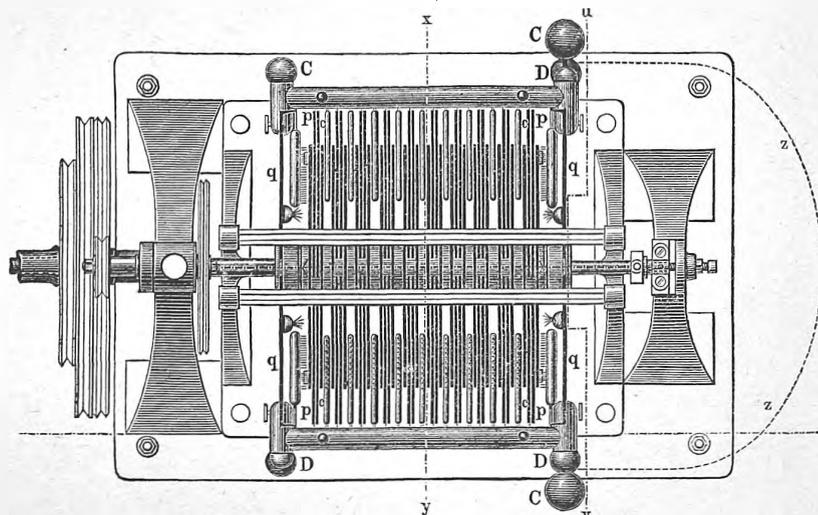


дуются в промежутках между подвижными пластинками, изображенными более короткими черными чертами. Мы не входим в подробное описание этой машины, отсылая читателей к литературным указаниям.

Переходим к описанию особенно распространенной ныне машины Гольца (Holtz), одна из форм которой изображена на рис. 106. Стекланный неподвижный круг *A* опирается на эбонитовую пластинку *z* и поддерживается в вертикальном положении при помощи эбонитовых скобок, не изображенных на рисунке. В этом круге сделаны вырезы *a* и *b*, иногда доходящие до его края. На его задней поверхности наклеены бумажные неполные секторы *d* и *f*; они оканчиваются бумажными же полосками, перед-

ние края которых имеют вид ряда зубчиков, как это видно на рисунке. Эти острия проходят через упомянутые вырезы и несколько изогнуты по направлению к задней поверхности второй цельной стеклянной пластинки *B*, которую назовем передней пластинкой; она насажена на ось и может быть приведена в быстрое вращательное движение. Против передней поверхности этого круга расположены так называемые вилки *gg* и *ii*, т. е. металлические стержни, снабженные остриями; они поддерживаются стеклянными ножками (1) и (2) и соединены с раздвижными кондукторами, на концах которых находятся шарики. На ось насажен так называемый диаметральный кондуктор *lv*, концы которого, расположенные против концов бумажных полос *d* и *f*, также снабжены зубчиками. К двум шарикам,

Рис. 105.

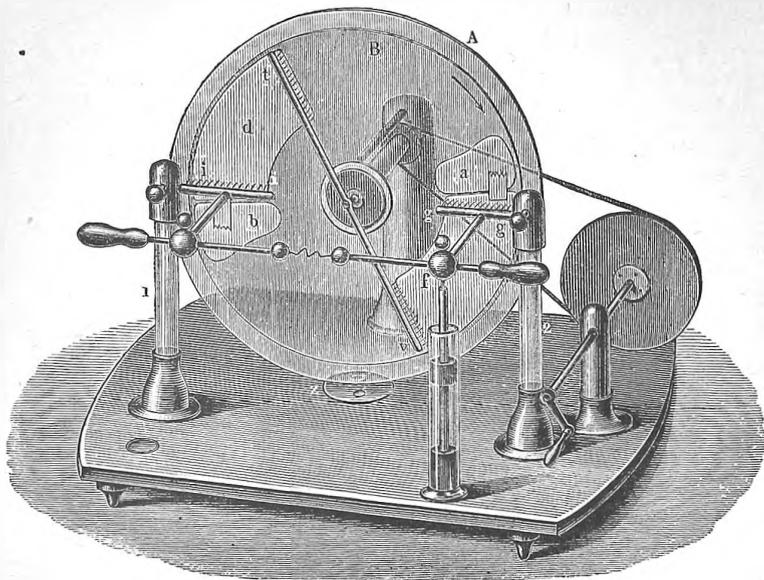


через которые проходят передние подвижные кондукторы, могут быть снизу приставлены две особого устройства лейденские банки, внешние обкладки которых соединены между собою металлической полоской, находящейся под доскою прибора; на рисунке изображена только одна из этих банок.

Чтобы привести машину в действие, следует сдвинуть передние шарики и вращать подвижной круг, электризуя в то же время одну из бумажных полосок, напр. *d*. Для этого достаточно приложить к *d* пластинку натертого каучука или шарик небольшой заряженной лейденской банки. Вращение круга должно происходить против бумажных острий, т. е. по направлению, указанному стрелкою. После непродолжительного вращении машина оказывается заряженной, т. е. действующею. Если затем раздвинуть шарики и продолжать вращать круг, то между шариками происходит непрерывный заряд. Соединяя шарики или кондукторы с другими проводниками, можно по желанию пользоваться одним или обоими электричествами, непрерывно притекающими к двум передним раздвижным кондукторам.

Чтобы понять действие этой машины, обратимся к схематическому ее изображению, придуманному Vertin'ом. Передний вращающийся круг заменим вращающимся цилиндром *C* (рис. 107), внутренняя сторона которого соответствует передней поверхности подвижного круга, или точнее — той кольцевой части этой поверхности, которая проходит мимо вилки *gg*. Точно так же наружная поверхность цилиндра *C* соответствует задней стороне подвижного круга. Вилки *g* и *i*, зубцы которых перпендикулярны к передней части круга, изображены правильно, т. е. перпендикулярно к внутренней поверхности цилиндра. Система кондукторов и разрядные шарики *P* и *N* изображены в упрощенном виде. Задний не-

Рис. 106.



подвижный круг вовсе не изображен; зато показаны бумажки *d* и *f* с острями *a* и *b*. Допустим, как сказано выше, что шарики сдвинуты, так что мы имеем от *g* до *i* как бы одно проводящее тело. Дадим бумажке *f* отрицательный заряд и начнем вращать цилиндр по направлению указанному стрелкою. Минус на *f* производит в системе *gi* индукцию, вследствие чего из *g* вытекает плюс на внутреннюю поверхность стекла. Этот плюс переносится при вращении стекла к бумажке *db*, вследствие чего бумажка *d* заряжается положительно, а минус в сравнительно небольшом количестве вытекает из острия *b* на заднюю поверхность стекла. Под влиянием обеих бумажек *d* и *f* происходит усиленное вытекание минуса из *i* и плюса из *g*. Проходя мимо *i*, поверхность стекла перезаряжается и делается отрицательной. Минус, приближаясь к бумажке *f*, увеличивает ее заряд, при чем из острия *a* вытекает плюс на заднюю поверхность стекла. Далее повторяются те же явления. Минус на верхней и плюс на нижней половине стекла быстро увеличивают заряды бумажек

f и d до возможного максимума, при чем достигается и максимальное вытекание плюса из остриев g и минуса из острий i . Перезаряджение стекла происходит таким образом, что во время полуоборота стекла из g и i вытекают количества электричества $+2e$ и $-2e$, если через $\pm e$ обозначить те количества электричества, которые находятся на нижней и на верхней половинах круга. Когда достигнуто максимальное заряджение бумажек f и d , оно поддерживается зарядами, приближающимися к остриям a и b . Вытекание электричества из этих острий на заднюю поверхность стекла сравнительно ничтожное, особенной роли, повидимому, не играет и зависит от быстроты, с которою бумажки f и d теряют свои заряды. В системе $iPNg$ непрерывно происходит индукция со стороны бумажек d и f , при чем плюс течет к g , а минус — к i . Если, после того как машина зарядилась, раздвинуть шарики, то индукция происходит отдельно в частях iP и Ng , вследствие чего к P непрерывно притекает плюс, к N — минус, и таким образом шарики или кондукторы могут служить источни-

Рис. 107.

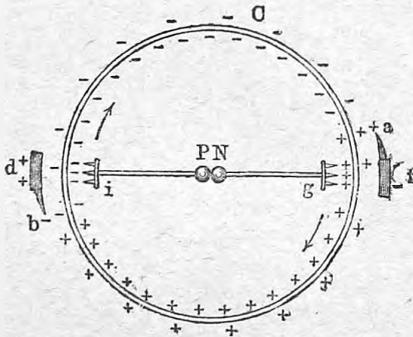
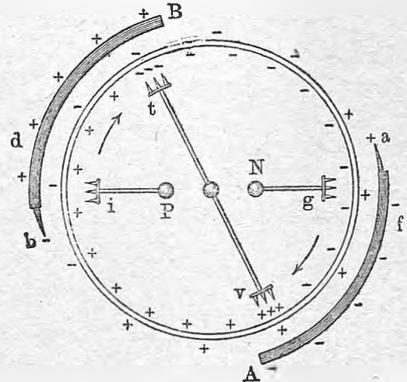


Рис. 108.



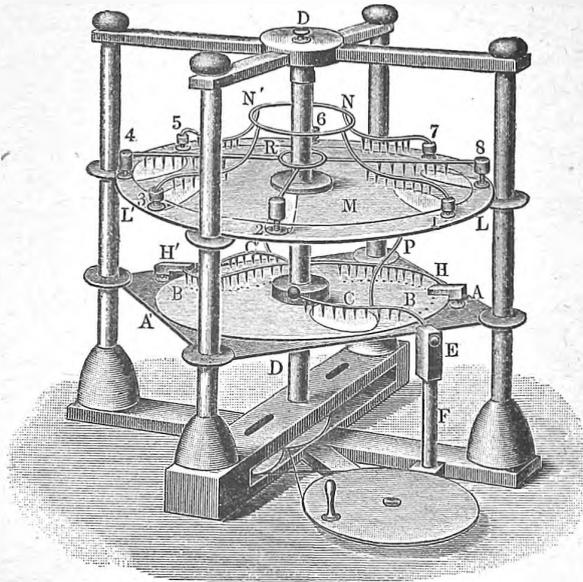
ками электричества. Однако, при этом обнаруживается следующее неудобство. Если шарики настолько раздвинуть, что между ними не может происходить разряда, или если проводники, соединенные с шариками, недостаточно быстро расходуют заряды, то легко может случиться, что дальнейшая индукция в iP или gN делается невозможной. Тогда прекращается вытекание электричества из острий i и g , вследствие чего потеря зарядов бумажками d и f не возмещается. Машина перестает работать или она перезарядается, вследствие того, что, например, минус течет обратно к g и вытекает на поверхность стекла.

Для избежания этого обстоятельства и служит так называемый диаметальный кондуктор tv , о котором было сказано выше. Из схематического рисунка 108 легко понять действие диаметального кондуктора. Бумажки d и f начерчены здесь гораздо больших размеров по сравнению с рис. 107. Вилки t и v должны находиться против широких концов бумажек. Когда шарики P и N касаются друг друга, диаметальный кондуктор никакой роли не играет. Но если шарики слишком раз-

двинуты или по другим причинам заряды этих шариков не расходятся, так что вытекание электричества из острий i и g прекращается, то диаметральный кондуктор tv начинает играть роль непрерывного кондуктора $iPNg$ рисунка 107. Перезарядка стекла происходит в t и v ; а этого достаточно, чтобы поддержать электризацию бумажек d и f , а следовательно — сохранить заряженное состояние машины, которая тотчас же начинает действовать по прежнему, как только возобновляется расходование зарядов, притекающих к N и P , а следовательно — и вытекание электричества из щеток i и g .

Бумага не может быть заменена слишком дурным или хорошим

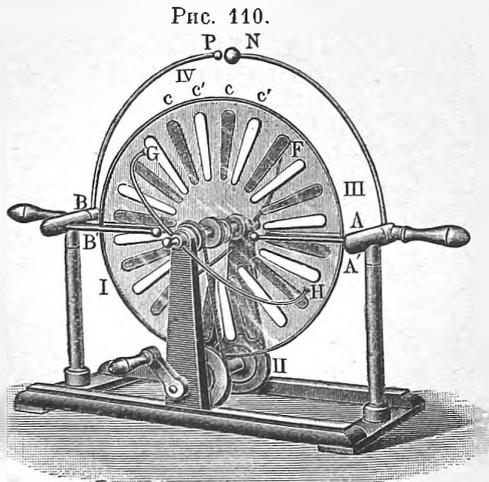
Рис. 109.



проводником. В первом случае индукция не могла бы происходить так, как описано выше; во втором — заряды не сохранились бы при кратковременных остановках машины, они вытекли бы из острий на заднюю сторону подвижного стекла. В этом заключается причина, почему эта машина плохо или совсем не действует не только во влажном, но и в очень сухом воздухе. Роль заднего, неподвижного круга, по видимому, тройкая: он поддерживает бумажные полоски и препятствует потере их зарядов; кроме того, поверхность этого стекла, обращенная к подвижному стеклу, мало-по-малу электризуется неоднородно с электризацией подвижного круга, т. е. напр., по схеме рис. 107 — положительно в верхней и отрицательно в нижней половине. Заряд неподвижного круга, действуя на заряд подвижного, препятствует его рассеянию во время передвижения его от одних щеток к другим.

Машина Ф. Н. Шведова (1868) изображена на рис. 109. Два стеклянных круга B и M насажены на общую ось DD . Под B находится

пластинка A из рогового каучука, снабженная двумя симметрично расположенными вырезами, из которых один, находящийся под вилок C , виден на рисунке. Под M расположен неподвижный стеклянный круг L , на верхней поверхности которого наклеено восемь продолговатых бумажек (1, 2, 3 и т. д.). Нечетные бумажки соединены между собою и с проводником P ; четные также соединены между собою и с соответствующим на другой стороне проводником. Над нечетными бумажками расположены четыре вилки, оканчивающиеся у кольца N , между тем как другие их концы изолированы. Другие четыре вилки, расположенные над четными бумажками, соединены с кольцом R . Пластинка A и круг B обхватываются ветвями двойных вилок C и C' . Верхняя ветвь C , соединенная с проводником P , приходится над вырезом в пластинке A . Другая ветвь, не видная на рисунке, находится под A ; она идет сперва вдоль края круга B и затем по направлению правой половины вилки HN' ; ее положение изображено пунктиром. Чтобы зарядить машину, держат под вырезом пластинки A , т. е. под вилок C , натертую пластинку каучука и приводят ось DD во вращение по направлению, обратному движению часовой стрелки, если смотреть сверху.



Тогда из C вытекает плюс на стекло B , между тем как минус переходит через P на нечетные бумажки и, кроме того, на нижнюю ветвь вилки C' , вследствие чего из правой половины вилки HN' на стекло B еще вытекает плюс, а минус переходит к концу H' . Когда стекло B с плюсом подходит к вилке C' , на нее вытекает из C' минус, а плюс переходит на четные бумажки и, кроме того на нижнюю ветвь вилки C , вследствие чего усиливается вытекание минуса из левой по-

ловины вилки HN' , а следовательно — и вытекание плюса из правой половины. Стекло выходит из под $C'H'$ с отрицательною электризацией, которая делается опять положительною при прохождении под C и H . Под влиянием зарядов бумажек вытекает на стекло M плюс из четырех вилок системы N и минус из четырех вилок системы R , так что в каждой точке поверхности круга M восемь раз меняется знак электризации, когда этот круг делает один полный оборот. Ясно, что к кольцу N непрерывно притекает минус, а к кольцу R — плюс. Эти кольца и служат кондукторами, от которых могут быть получены электрические заряды того или другого знака. Повидимому, эта машина превосходит машину Гольца по количеству даваемого ею электричества.

Для заряжения машин Гольца и Шведова требуется постороннее

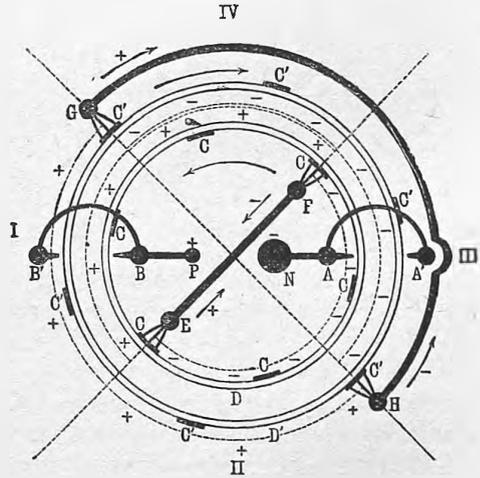
наэлектризованное тело. В настоящее время в большом употреблении машины самозаряжающиеся, в которых заряд, первоначально появляющийся на одной из индуктирующих бумажных или металлических полосок, быстро возрастает и вызывает на других таких же бумажках или полосках необходимые заряды. Происхождение первого заряда, который может быть самым минимальным, не всегда возможно точно указать. Тут могут играть роль оставшиеся от прежних действий машины следы зарядов, трение некоторых частей прибора (металлических кисточек о поверхность стекла), соприкосновение разнородных тел (кисточек с металлическими частями прибора), индукция от соседних тел, случайно наэлектризованных, атмосферное электричество и т. д.

К таким самозаряжающимся приборам принадлежат машины Тоерле-г'а (более поздней конструкции), Voss'a и, в особенности, Holtz-Wimshurst'a.

Последняя из названных машин была впервые построена Holtz'ом. Впоследствии ее, очевидно самостоятельно, изобрел Wimshurst, именем которого она, несмотря на многократные протесты Holtz'a (напр., в Zeitschr. für phys. und chem. Unterricht 17 p. 193, 1904), постоянно и называется. Мы дадим ей название машины Holtz-Wimshurst'a. Она состоит (рис. 110) из двух стеклянных или эбонитовых кругов, вращающихся на общей оси в противоположные стороны. На их внешних поверхностях наклеены металлические полоски C и C' . Горизонтальные двойные вилки AA' и BB' обхватывают оба круга; они соединены с шариками N и P , которые находятся на концах стержней, снабженных шарнирами, так что эти шарики могут быть удалены друг от друга. GH и FE (буква E не видна на рисунке, так как относится к точке, лежащей за передним столбом, поддерживающим ось вращения кругов) суть два диаметральных кондуктора, которые взаимно перпендикулярны и составляют углы в 45° с горизонтальным направлением AB . Концы диаметральных кондукторов снабжены металлическими кисточками, которые касаются поверхностей двух кругов. Эти кондукторы GH и FE разделяют геометрический круг на четыре четверти, обозначенные римскими цифрами I до IV.

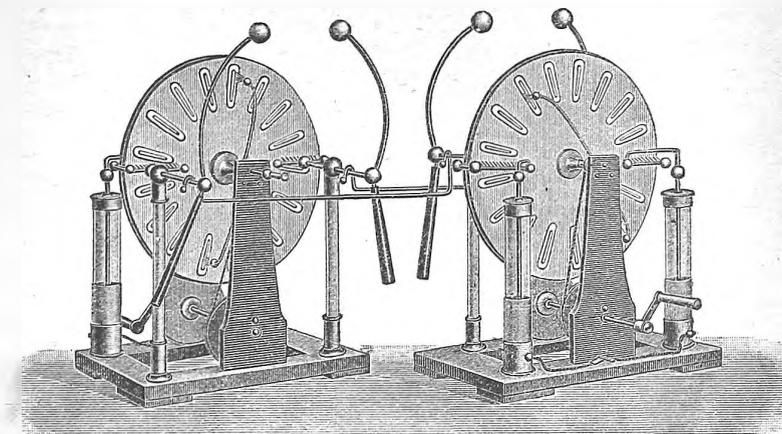
Чтобы понять действие этой машины, обратимся к диаграмме, изображенной на рис. 111. И здесь, как на рис. 107, круглые пластинки заменены цилиндрами D и D' , вращающимися по направлениям, указанным стрелками; $CC' \dots$ и $C'C' \dots$ изображают металлические полоски. Цилиндр

Рис. 111.



D' соответствует переднему, цилиндр D — заднему кругу рисунка 110. Диаметральные кондукторы с кисточками изображены прямою FE и дугою HG ; AA' и BB' — обхватывающие вилки, P и N — разрядные шарики. Вообще на диаграмме соответственные части обозначены теми же буквами, как на рис. 110. Допустим, что каким-нибудь образом половина $HB'G$ (I, II) круга D' наэлектризовалась положительно, а половина $GA'H$ (III, IV) отрицательно. Под влиянием этих двух электризаций будет происходить индукция в EF ; из E будет вытекать минус, а из F — плюс, вследствие чего на половине EAF (II, III) вращающегося круга D все полоски C получают отрицательное, а на половине FBE (IV, I) — положительные заряды. Эти заряды с своей стороны вызывают индукцию в кондукторе GH . Из G будет вытекать минус, а из H — плюс, вследствие

Рис. 112.



чего на половине $GA'H$ (III, IV) вращающегося круга D' усилится отрицательная, а на половине $HB'G$ (I, II) — положительная электризация. Это вызовет усиленную индукцию на EF , а следовательно, и увеличение электризации двух половин круга D и т. д. Ясно, что вращающиеся круги, как бы взаимодействуя, увеличивают каждый электризацию другого, при чем диаметральные кондукторы разделяют соответствующий круг на две разноименно наэлектризованные половины. На четвертях II и IV электризация кругов разноименная, заряды притягиваются, что препятствует их рассеянию. На четвертях I и III электризации кругов одинаковые, и заряды отталкиваются. Как раз посреди этих четвертей находятся двойные вилки AA' и BB' ; ясно, что на шарике P должно накапливаться положительное, а на шарике N — отрицательное электричество.

Villard и Abraham (1911) построили машину типа Wimshurst'a с 20 эбонитовыми кругами диаметра 72 см., делающими 1200—1400 оборотов в минуту; она дает разность потенциалов в 320000 вольт и искру длиной в 60 см.

Не входя в дальнейшее описание различных машин, ограничиваемся указанием тех, которые ныне находятся в частом употреблении или сами по себе представляют большой интерес.

Из дубликаторов назовем приборы Nicholson'a (1788), Belli (1831), Varley (1860), W. Thomson'a (1867), Righi (1872). Сюда же можно отнести водяную электрическую машину W. Thomson'a (1860), а также его репленишер (пополнитель), входящий в состав некоторых приборов, с которыми мы познакомимся ниже, и служащий для поддержания определенной степени электризации на данном теле.

Машину Гольца видоизменяли или строили ей подобные: Теплов, Пушков, Kundt (1868), Leyser (1873), Bleckrode (1871) и сам Гольц (1867), построивший „двойную“ машину с двумя кругами, вращающимися в противоположные стороны.

Далее следует упомянуть еще о машинах Carré (1868), Kaiser'a (1869), Musaeus'a (1872) и Wommelsdorf'a (1902—1912). В последнее время стали строить машины, в которых число подвижных дисков доводится до 30 и более. Цель таких машин — давать не только большую разность потенциалов, но и значительные количества электричества.

В заключение статьи об электрических машинах укажем на одно любопытное обстоятельство. Между электрическими машинами существуют некоторые, обладающие свойством обратимости. Это значит, что если, затрачивая механическую работу, приводить их в надлежащее движение, то они делаются источниками электрической энергии. Но если, наоборот, заставить притекать к ним электричество, точнее электрическую энергию, то они сами начинают двигаться, т. е. в них происходит обратная затрата электрической энергии на производство механической работы. Сюда относятся машины Holtz'a, Holtz-Wimshurst'a и др. Если соединить между собою, например, две машины Holtz-Wimshurst'a двумя стержнями или проволоками, как показано на рис. 112, и вращать одну из них, то другая (могущая находиться на некотором расстоянии от первой), сама начинает вращаться. Таким образом эти две машины дают возможность произвести электрическую передачу работы на расстояние. С более удобным способом такой передачи мы познакомимся впоследствии.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 2.

- Giese.* Wied. Ann. 37 p. 576, 1889.
Nernst. Ztschr. f. phys. Chem. 13 p. 531, 1899.
Richarz. Wied. Ann. 53 p. 397, 1894; Verh. Deutsch. phys. Ges. 10 p. 73, 1891.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (5) 46 p. 523, 1898.
Planck. Verhandl. d. Deutsch. phys. Ges. 2 p. 237, 1900; Arch. Néerl. (2) 6 p. 55, 1901; Annal. d. Phys. (4) 9 p. 640, 1902.
Stoney. Phil. Trans. Dubl. Soc. (2) 4 p. 563, 1891.
Budde. Wied. Ann. 35 p. 562, 1885.

Werner. Ztschr. f. anorg. Chem. 3 p. 267, 1893; 8 p. 153; 1895; Ztschr. f. phys. Chem. 12 p. 35, 1893.

Lieben. Phys. Ztschr. 1 p. 237, 1900.

F. Kohlrausch. Wied. Ann. 6 p. 1906, 1879.

Lodge. Brit. Assoc. Report. p. 389 1886.

Cattaneo. Rendic. R. Acc. dei Lincei (5) 5, 2-ой сем. p. 207, 1896.

К § 4.

Helmholtz. Berl. Ber. 1882 p. 825; Ges. Abh. 2 p. 958.

W. Thomson. Phil. Mag. Dec. 1851; Mathem. and Phys. Papers 1 p. 472.

Broniewski. Journ. de phys. (4) 7 p. 934, 1908.

Gockel. Wied. Ann. 24 p. 618, 1885; 33 p. 10, 1888; 40 p. 450, 1890.

Czapski. Wied. Ann. 21 p. 209, 1884.

Jahn. Wied. Ann. 28 p. 21, 491, 1886.

Bugarszki. Zeitschr. f. anorg. Chem. 14 p. 145, 1897.

Хрущов и Ситников C. R. 108 p. 937, 1889.

Lippmann. C. R. 99 p. 895, 1884.

Jahn. Wied. Ann. 28 p. 21, 491, 1886; 50 p. 189, 1893.

E. Kohl. Annal. der Physik. (4) 25 p. 155, 1908.

R. Lorenz u. Katayama. Ztschr. f. phys. Chemie 62 p. 119, 1908.

E. Cohen и его ученики. Ztschr. f. phys. Chemie 67 p. 1, 1909 75 p. 1, 219, 1910.

Тимофеев. Ztschr. f. phys. Chem. 78 p. 299, 1914; 86 p. 119. 1914.

К § 5.

Peltier. Ann. d. Chim. et Phys. (2) 56 p. 371, 1834.

К § 6.

Nernst. Ztschr. f. phys. Chem. 2 p. 613; 4 p. 129, 1889; W. A. 45 p. 360, 1892.

Planck. Wied. Ann. 39 p. 161, 1890; 40 p. 651, 1890; 44 p. 385, 1891.

Loven. Ztschr. f. phys. Chem. 20 p. 593, 1896.

Couette. Journ. de phys. (3) 9 pp. 200, 269, 652, 1900.

Pellat. Ann. de Chim. et Phys. (6) 19 p. 556, 1890.

Lehfeldt. Ztschr. f. phys. Chem. 35 p. 257, 1900.

Brunhes et Guyot. Journ. de phys. (4) 7 p. 27, 1908.

Pellat. Journ. de phys. (4) 7 p. 195, 1908.

Гельхус. Journ. de phys. (4) 7 p. 530, 1908; Ж. Р. Ф.-Х. О. 40 p. 209, 1908.

Carhard. Phys. Rev. 26 p. 209, 1908.

Guyot. Journ. de phys. (4) 6 p. 580, 1907; Journ. chim.-phys. 6 p. 424, 1908.

Johnson. Annal. d. Phys. (4) 14 p. 995, 1904.

Pleijel. Ztschr. f. phys. Chem. 72 p. 1, 1909.

Тюрин. Ztschr. f. phys. Chem. 5 p. 340, 1890; 7 p. 221, 1891; 8 p. 141, 1891.

Каневский. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 41 p. 115, 1909.

Richards и др. Ztschr. f. phys. Chem. 58 p. 683, 1907; 72 pp. 129, 165, 1910.

Herschkwitsch. Phys. Chem. 27 p. 123, 1898.

Пушин. Ztschr. f. anorg. Chem. 56 p. 1, 1907.

Бирон. Ж. Р. Ф.-Х. О. 1907 p. 1506; 1908 p. 79.

К § 7.

Helmholtz. Berl. Ber. 1883 p. 647, Wiss. Abh. 3 p. 92.

Warburg. Wied. Ann. 38 p. 321, 1889.

Nernst. Theoretische Chemie, 2-te Aufl. p. 676, Stuttgart, 1898.

К § 8.

Lippmann. Pogg. Ann. 149 p. 546, 1873; W. A. 11 p. 320, 1880; C. R. 76 p. 1407, 1873; 95^e p. 686, 1892; Thèses de Doctorat N° 365; Ann. de Chim. et Phys. (5) 5 p. 494, 1875; 12 p. 265, 1877; Journ. de phys. (2) 2 p. 116, 1883.

- Quincke.* Pogg. Ann. 139 p. 70, 1870; 153 p. 161, 1874.
Ostwald. Ztschr. f. phys. Chem. 1 p. 403, 583, 1887; 3 p. 354, 1889; 4 p. 570, 1889; 7 p. 226, 1891; 25 p. 188, 1898; Allgemeine Chemie 2-te Aufl. II, 1 p. 813, 1893; Phil. Mag. (5) 22 p. 70, 1886; C. R. 108 p. 232, 1889.
Helmholtz. Wied. Ann. 7 p. 337, 1879; 16 p. 30, 1882; Berl. Ber. p. 945 1881.
Planck. Wied. Ann. 32 p. 488, 1887; 40 p. 561, 1890; 44 p. 385, 1891.
Warburg. Wied. Ann. 38 p. 321, 1889; 41 p. 1, 1890; 67 p. 493, 1899; Annal. d. phys. (4) 6 p. 125, 1901; Verh. Deutsch. phys. Ges. 17 p. 24, 1898.
Exner u. Tuma. Wien. Ber. 97 p. 917, 1888; Exner's Repert. 25 p. 597, 1889; 26 p. 91, 1890.
Braun. Wied. Ann. 41 p. 448, 1890; 44 p. 510, 1891.
Miesler. Wien. Ber. 96 p. 983, 1321, 1887.
Paschen. Wied. Ann. 39 p. 43, 1890; 40 p. 36, 1890; 41 pp. 42, 801, 899, 1890; 43 p. 576, 1891.
G. Meyer. Wied. Ann. 45 p. 508, 1892; 53 p. 846, 1894; 56 p. 680, 1895; 67 p. 433, 1899; Ztschr. f. phys. Chem. 70 p. 315, 1910.
Леонтович. Зап. Киевск. Общ. Ест. 21 p. 167, 1909.
Кандидов. Ж. Р. Ф.-X. Общ. 42 p. 143, 1911; 44 p. 207, 1913.
Behn. Wied. Ann. 61 p. 748, 1897.
Rothmund. Ztschr. f. phys. Chem. 15 p. 1, 1894.
S. W. Smith. Phil. Trans. 193, 1900; Ztschr. phys. Chem. 32 p. 433, 1900.
St. Meyer. Wien. Ber. 105 p. 22, 1896; W. A. 67 p. 433, 1899.
Schreiber. Wied. Ann. 53 p. 109, 1894.
Nernst. Beilage zu W. A. 58, 1896 p. I—XVI; Ztschr. f. Elektrochem. 4 p. 29, 1897—98.
Palmaer. Ztschr. f. phys. Chem. 25 p. 265, 1898; 28 p. 257, 1899; 36 p. 664, 1901.
Chervet. Journ. de phys. (2) 3 p. 258, 1884.
Berget. Lum. élect. 37 p. 83, 1890; C. R. 114 p. 531, 1892.
W. J. Smyth u. H. Moss. Phil. Mag. (6) 15 p. 478, 1908.
Haevesy u. Lorenz. Phys. Chem. 74 p. 443, 1910.
Zehnder. Instr. 30 p. 274, 1910.
Claverie. Journ. de phys. (2) 2 p. 420, 1883.
S. W. Smyth. Phil. Mag. (6) 5 p. 398, 1903.
Pellat. C. R. 104 p. 1099, 1887; 108 p. 667, 1889; Ann. d. Chim. et Phys. (6) 19 p. 568, 1890.
Einhoven. Arch. f. d. ges. Physiologie 79 pp. 1, 26, 1900.
Bernstein. Ztschr. f. phys. Chem. 38 p. 200, 1901.
Van Laar. Ztschr. f. phys. Chem. 41 p. 385, 1902; Phys. Ztschr. 4 p. 326, 1903.
Kučera. Annal. d. Phys. (4) 11 pp. 529, 698, 1903.
Gouy. Ann. de Chim. et Phys. (7) 29 p. 145, 1903; (8) 8 p. 291, 1906; 9 p. 75, 1906; (9) 6 p. 129, 1917; C. R. 134 p. 1305, 1902; 136 p. 653, 1903; 146 p. 612, 1374, 1908.
Billitzer. Wien. Ber. 112 p. 1553, 1586, 1734, 1904; 113 p. 697, 1904; Annal. d. Phys. (4) 11 p. 902, 937, 1903; Ztschr. f. phys. Chem. 48 p. 513, 1904; 51 p. 167, 1905.
Christiansen. Annal. d. Phys. (4) 16 p. 382, 1905.
Krueger. Goett. Nachr. 1904, p. 33; Ztschr. f. phys. Chem. 45 p. 1, 1903.
Chapman. Phil. Mag. (6) 25 p. 475, 1913.
Reboul. C. R. 148 p. 221, 1909; Annal. chim. et phys. (8) 14 pp. 433, 521, 1908; Journ. de Phys. p. 846 1908.
Vinning. Ann. d. chim. et phys. (8) 9 p. 272, 1906.
Décombe. C. R. 164 p. 808, 1917.
Krüger u. Krumreich. Ztschr. f. Electrochem. 19 p. 617, 1913.
Krumreich. Ztschr. f. Electrochem. 19 p. 622, 1913.

К § 10.

- Volta.* Green's Journ. 3 p. 479, 1796; 4 p. 129, 1797; Ann. de Chim. (1) 40 p. 225, 1802; Gilbert's Ann. 9 p. 380, 1801; 10 p. 425, 1802; 12 p. 498, 1803; Phil. Trans. 1793, 1 p. 10.
Ritter. Gilb. Ann. 16 p. 293, 1804.

- Seebeck.* Abh. Berl. Ak. p. 295 1822.
Péclét. Ann. de Chim. et Phys. (3) 2 p. 243, 1841.
Munk. Pogg. Ann. 35 p. 55, 1835.
Pfaff. Pogg. Ann. 51 p. 209, 1840.
Auerbach. Handbuch der Physik v. Winkelmann III, 1 p. 113, Breslau 1893.
Helmholtz. Erhaltung der Kraft. Berlin, 1847 p. 47; W. A. 11 p. 737, 1880; Wiss. Abh. 1 p. 48, 910.
Fabroni. Journ. de phys. 6 p. 384, 1800; Gilb. Ann. 4 p. 428, 1800.
De la Rive. Ann. de Chim. et Phys. 37 p. 225, 1828; 39 p. 297, 1828; 62 p. 147, 1836; Pogg. Ann. 15 p. 98, 1829; 37 p. 506, 1836; 40 p. 355, 1837.
Zahn. Untersuch. über Kontaktelektrizität, Leipzig, 1882.
J. Brown. Proc. R. Soc. London 41 p. 294, 1887; 64 p. 369, 1899; Phil. Mag. (5) 6 p. 142, 1878; 7 p. 108, 1879; 11 p. 212, 1881; (6) 5 p. 591, 1901.
Spiers. Phil. Mag. (5) 49 p. 70, 1900.
Schultze-Berge. Wied. Ann. 12 p. 290, 1881.
Christiansen. Wied. Ann. 48 p. 726, 1893; 56 p. 644, 1895; 57 p. 682, 1896; 62 p. 545, 1897; 69 p. 661, 1899; Overs. o. d. klg. danske Vidensk. Selsk. Forh. p. 153 1899.
Pellat. Ann. d. Chim. et Phys. (5) 24 p. 1, 1881; Journ. de Phys. (1) 9 p. 145, 1880; 10 p. 68, 1881; (2) 1 p. 416, 1882, C. R. 80 p. 998, 1875; 90 p. 990, 1880; 94 p. 1247, 1882; Travaux du Congrès internat. de Physique 4 p. 76, Paris, 1901.
Erskine-Murray. Phil. Mag. (5) 45 p. 398, 1898; 46 p. 228, 1898; Proc. R. Soc. 63 p. 113, 1898.
Grove. Literary Gazette 21 янв. 1843.
Gassiot. Phil. Mag. 25 p. 283, 1844.
Bottomley. Brit. Ass. Report, 1885.
Exner. Wien. Ber. 80, 1879; 81, 1880; 86 p. 551, 1882; 95 p. 595, 1887; W. A. 5 p. 388, 1878; 6 p. 353, 1879; 9 p. 591, 1880; 10 p. 265, 1880; 11 p. 1034, 1880; 12 p. 280, 1881; 15 p. 412, 1882; 32 pp. 53, 515, 1887.
Lodge. Phil. Mag. (5) 19 p. 153, 340, 448, 1885, 49 p. 351, 454, 1900; Proc. Phys. Soc. 17 p. 369, 1901.
Sv. Arrhenius. Wied. Ann. 33 p. 638, 1888.
Giroussa. C. R. 157 p. 703, 1913.
Я. И. Френкель. Ж. Р. Ф.-Х. О. 1917 p. 100; 1918 p. 5; Phil. Mag. (6) 33 p. 297, 1917.
Riecke. Wied. Ann. 66 p. 545, 1898.
R. Kohlrausch. Pogg. Ann. 82 p. 1, 1851; 88 p. 472, 1853.
Gerland. Pogg. Ann. 83 p. 513, 1868.
Clifton. Proceed. R. Soc. 26 p. 299, 1877.
Hankel. Elektrische Untersuch. V и VI; Pogg. Ann. 115 p. 57, 1862; 126 p. 286, 1865; Abh. kgl. sächs. Ges. 6 p. 1, 1861; 7 p. 385, 1865.
Hallwachs. Wied. Ann. 29 p. 1, 1886.
Ayrton a. Perry. Phil. Trans. 1880 p. 1; Proceed. R. Soc. 27 p. 1878.
Uljanin. Wied. Ann. 30 p. 699, 1887.
Exner u. Tuma. Wien. Ber. 97 p. 917, 1888.
Majorana. Acc. dei Lincei (5) 8, 1 Sem. pp. 188, 255, 302, 1899; 9, 2 Sem. pp. 132, 162, 1900; N. Cim. (4) 9 p. 335, 1899; Arch. Sc. phys. et nat. (4) 8 p. 113, 1899; 11 p. 266, 1901; Phil. Mag. (5) 48 pp. 241, 255, 292, 1899.
Lord Kelvin. Phil. Mag. (5) 46 p. 82, 1898.
Edund. Pogg. Ann. 137 p. 474, 1869; 140 p. 435, 1860; 141 pp. 404, 534, 1871.
Grimsehl. Phys. Ztschr. 4 p. 43, 1902; Verh. d. Deutsch. phys. Ges. p. 262 1902.
Warburg. Berl. Ber. p. 850 1904.
Corbino. Phys. Ztschr. 9 p. 461, 1908; N. Cim. (5) 15 p. 395, 1908.
Beil. Annal. d. Phys. (4) 31 p. 849, 1910.
Cohnstaedt. Diss. Leipzig, 1912.
Greinacher. Annal. d. Phys. (4) 16 p. 708, 1905.
Sanford. Phys. Rev. 35 p. 284, 1912.
Broglie. C. R. 152 p. 696, 1911.

- Hughes*. Phil. Mag. (6) 28 p. 337, 1915.
Villey. C. R. 154 p. 1342, 1912; Annal. d. chim. et phys. (8) 26 p. 433, 1912 (см. pp. 442—472).
Shaw. Phil. Mag. (6) 25 p. 241, 1913.
Conrad. Wien. Ber. 122 p. 35, 1913.
Hennings. Phys. Rev. (2) 2 p. 1, 1913.
Stuhlmann. Phys. Rev. (2) 8 p. 294, 1916.
Millican. Phys. Rev. (2) 7 p. 27, 355 1916.
Гезехус. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 39 p. 37, 1907; 41 p. 312, 1909; 44 p. 339, 1912.
 Непроводники:
Davy. Ann. de Chim. 63 p. 230, 1807.
Fechner. Galvanismus p. 21, 1829.
Munk. Pogg. Ann. 35 p. 57, 1835.
Becquerel. Traité d'électr. 2 p. 100, 1834.
Coehn. Wied. Ann. 64 p. 217, 1898; 66 p. 1191, 1898; Ztschr. f. phys. Chem. 25 p. 651, 1898.
Coehn u. Reydt. Annal. d. Phys. (4) 30 p. 777, 1909.
Heydweiller. Wied. Ann. 66 p. 535, 1898.
J. Thomson. Proc. R. Soc. Lond. 25 p. 169, 1876; Phil. Mag. (5) 3 p. 389, 1877.
Ayrton a. Perry. Proc. R. Soc. 27 p. 219, 1878.
Hoorweg. Wied. Ann. 11 p. 144, 1880.
Knoblauch. Ztschr. f. phys. Chem. 39 p. 225, 1901.

R § 11.

- Buff*. Ann. d. Chem. u. Pharm. 42 p. 5, 1842; 45 p. 137, 1844.
Gerland. Pogg. Ann. 133 p. 513, 1868.
Hankel. Abh. k. sächs. Ges. d. Wiss. 7, 1865.
R. Kohlrusch. Pogg. Ann. 79 p. 177, 1850; 82 p. 1, 1851.
Clifton. Proceed. of the R. Soc. 26 p. 299, 1877.
Ayrton a. Perry. Proceed. of the R. Soc. 27 p. 196, 1878; Philos. Trans. London 1880, I p. 1.
Exner u. Tuma. Wien. Ber. 97 p. 917, 1888.
Gouré de Villemonité. Journ. de phys. (2) 9 pp. 65, 326, 1890; 10 p. 76, 1891.
Pellat. C. R. 108 p. 667, 1889.
Ostwald. Ztschr. f. phys. Chem. 1 p. 583, 1887.
Böhi. Ann. der Phys. (4) 51 p. 643, 1916.
Pionchon. C. R. 153 p. 47, 1911.
Кустяковский. Ztschr. f. phys. Chem. 70 p. 206, 1909; Дусс. СПб. 1910.
Paschen. Wied. Ann. 41 p. 117, 1890; 43 p. 568, 1891.
Roehmund. Ztschr. f. phys. Chem. 15 p. 1, 1894.
Palmaer. Ztschr. f. phys. Chem. 59 p. 129, 1907.
Borelius. Annal. d. Phys. (4) 42 p. 1129, 1913.
Mc. Lewis. Ztschr. f. phys. Chem. 73 p. 129, 1910.
Fechner. Schweiggers Journ. 53, 1828.
Poggendorff. Pogg. Ann. 66 p. 597, 1845; 70 p. 60, 1847; 73 pp. 337, 619, 1848.
Schoenbein. Pogg. Ann. 43 p. 229, 1838.
Oberbeck u. Edler. W. A. 42 p. 209, 1891.
Corminas. Zentralbl. f. Elektrotechn. 7 p. 491, 1885.
Hoorweg. W. A. 11 p. 133, 1880.
Righi. N. Cim. 14 p. 131, 1876; Accad. di Modena (3) 2, 1876; Mem. di Bologna (4) 8 p. 749, 1888.
Meyer. Ztschr. f. phys. Chem. 7 p. 477, 1891.
Volta. Phil. Trans. 1800 p. 402; Gilb. Ann. 6 p. 340, 1800; 10 pp. 389, 421, 1802; Ann. de Chimie 40 p. 225, 1802.
Dellmann. Pollichia 20 p. 43, 1863; Fortschr. d. Physik, p. 391 1863.
Ritter. Gilb. Ann. 7 p. 373; 8 p. 385; 9 p. 212, 1801.
Fechner. Pogg. Ann. 41 p. 236, 1837; 44 p. 44, 1838.

- Jaeger.* Gilb. Ann. 13 p. 401, 1830; 49 p. 53, 1815; 50 p. 214, 1815; 51 p. 187, 1815.
Peltier. Notice sur la vie et les travaux de Peltier p. 74, Paris, 1847.
Pécllet. Ann. de Chim. et Phys. (3) 2 p. 233, 1841.
Erman. Gilb. Ann. 7 p. 485, 1801; 25 p. 1, 1807.
Biot. Ann. de Chimie 47 p. 5, 1803; Gilb. Ann. 18 p. 149, 1804; Traité de physique
 2 p. 478.
Branly. Ann. de l'École Norm. 2 p. 201, 1873.
Angot. Ann. de l'École Norm. 3 p. 253, 1874; C. R. 78 p. 1846, 1874.
Behrens. Gilb. Ann. 23 p. 1, 1806.
Zamboni. Gilb. Ann. 49 p. 41, 1815; 51 p. 182, 1815; 60 p. 151, 1819; Schweigg. J.
 10 p. 129, 1812.
Bohnenberger. Gilb. Ann. 53 p. 348, 1816.
Riffault. Ann. de Chimie 57 p. 61, 1806; Gilb. Ann. 22 p. 313, 1808.
Maréchaux. Gilb. Ann. 23 p. 224, 1806.
De Luc. Gilb. Ann. 49 p. 100, 1815.
Pulvermacher. Dingl. Journ. 122 p. 29, 1851.
Parrot. Gilb. Ann. 55 p. 165, 1817.
Haber. Annal. d. Phys. (4) 26 p. 947, 1908.
Beutner. Ztschr. f. phys. Chemie 87, p. 385, 1914; Ztschr. f. Elektrochem. 19 p. 319,
 467, 1913.
Coehn u. Franken. Annal. d. Phys. (4) 48 p. 1005, 1916.
Borelius. Annal. d. Phys. (4) 45 p. 929 1914; 50, 447, 1916.
Ellis. Ztschr. f. phys. Chem. 78 p. 321, 1911; Trans. of the Faraday-Soc. 9 p. 14, 1913.

К § 12.

- Nobili.* Ann. d. Chim. et Phys. 38 p. 239, 1828; Pogg. Ann. 14 p. 169, 1828.
Fechner. Pogg. Ann. 48 pp. 1, 225, 1893.
Wild. Pogg. Ann. 103 p. 353, 1858.
L. Schmidt. Pogg. Ann. 109 p. 106, 1860.
R. Kohlrausch. Pogg. Ann. 79 p. 200, 1850.
E. du Bois Reymond. Reichert's Archiv 1867, Heft 4 p. 453.
Worm-Mueller. Pogg. Ann. 140 pp. 114, 380, 1870.
Bichat et Blondlot. C. R. 97 p. 1202, 1883; 100 p. 791, 1885; Journ. de phys. (2) 2 p.
 533, 1883.
Gouré de Villemontée. Journ. de Phys. (2) 9 p. 326, 1890.
Paschen. Wied. Ann. 41 pp. 42, 177, 1890.
Chanoz. Journ. de phys. (4) 6 p. 114, 1907.
Nernst. Zeitschr. f. phys. Chem. 4 p. 155, 1889.
Negbauer. Wied. Ann. 44 p. 737, 1891.
Couette. Journ. de phys. (3) 9 pp. 276, 652, 1900.
Jahn. Ztschr. f. phys. Chem. 33 p. 545, 1900.
Lehfeldt. Ztschr. f. phys. Chem. 37 p. 308, 1901.
Helmholtz. Wied. Ann. 3 p. 201, 1877; Ges. Abh. 1 p. 840.
Walker. Pogg. Ann. 4 p. 421, 1825.
Faraday. Exp. Res. Ser. 17 § 1975 и след., 1840.
Bleekroode. Pogg. Ann. 142 p. 611, 1871.
Eccher. N. Cim. (3) 5 p. 5, 1879.
Kitler. Wied. Ann. 12 p. 572, 1881; 15 p. 391, 1882.
Pagliani. Atti della R. Acc. di Torino 21 p. 518, 1886.
Moser. Wied. Ann. 14 p. 61, 1881.
Nernst. Ztschr. f. phys. Chem. 2 p. 613, 1888; 4 p. 129, 1889.

К § 13.

- Kohlrausch.* Pogg. Ann. 76 p. 200, 1850.
Ayrton a. Perry. Phil. Trans. p. 16 1880.
Bichat et Blondlot. Journ. de Phys. (2) 2 p. 533, 1882; 3 p. 52, 1883.

- Gouré de Villemontée.* Journ. de Phys. (2) 10 p. 76, 1891.
Kenrick. Ztschr. f. phys. Chem. 19 p. 625, 1896.
Grove. Phil. Mag. (3) 14 p. 129, 1839; 21 p. 417, 1842; Phil. Trans. 1843; Pogg. Ann. 58 p. 202, 1842.
Schoenbein. Pogg. Ann. 56 pp. 135, 235, 1842; 58 p. 361, 1843; 62 p. 220, 1844.
Beetz. Pogg. Ann. 77 p. 493, 1849; 90 p. 42, 1853; 132 p. 460, 1867; W. A. 5 p. 1 1877.
Peirce. Wied. Ann. 8 p. 98, 1879.
Markowsky. Wied. Ann. 44 p. 457, 1891.
Bose. Phys. Ztschr. 1 p. 228, 1900; Ztschr. f. phys. Chem. 34 p. 701, 1900.
Wulf. Ztschr. f. phys. Chem. 48 p. 87, 1904.
R. Lorenz u. Mohn. Ztschr. f. phys. Chem. 60 p. 422, 1907.
Foerster. Ztschr. f. phys. Chem. 69 p. 236, 1909.

R § 14.

- Gilbert.* De Magnete, Lib. II, Cap. II, 1600.
Otto v. Guericke. Exper. nova Magdeb. Lib. IV, Cap. XV, 1672.
Boyle. De mechanica electricitatis productione. Genev. 1694.
Stephen Gray. Phil. Trans. 1731, 1732, 1735, 1736.
Dufay. Mém. Par. 1733, 1734.
Wincler. Gedanken von den Eigenschaften der Elektrizität, 1744.
Canton. Phil. Trans. 1762.
Kienmayer. Voigt's Magazin (3) 6 p. 106, 1789.
Riecke. Wied. Ann. 42 p. 465, 1891; 49 p. 459, 1893.
Wilcke. Phil. Trans. 1759.
Young. Lectures on nat. philos. London 2 p. 246, 1807.
Riess. Reibungselektrizität 2 p. 362—399, Berlin, 1853.
Faraday. Exper. Res. § 2138 и след.; Pogg. Ann. 60 p. 321, 1843.
Herbert. Theoria phaenom. electric. Vindob. p. 163, 1788.
Cavallo. Compl. treat. of electricity; 1 p. 21; 2 p. 73; 3 p. 111, 1795.
Hauy. Annales de Chimie et Phys. 8, 1818.
De la Rive. Pogg. Ann. 37 p. 506; 1836, Bibl. univ. 59 p. 13.
H. A. Гезеуц. Ж. Р. Ф.-Х. О. 33 pp. 1, 48, 77, 1901; 34 pp. 1, 15, 25, 1902; 35 pp. 478, 482, 575, 1903; 37 p. 29, 1905; Изв. СПб. Технологич. Инст. 15 и 16.
Macfarlane. Proc. R. Soc. Edinb. p. 412 1883—84.
Gaugain. C. R. 59 p. 493, 1864; Ann. de Chim. et Phys. (4) 6 p. 25, 1865.
Faraday (металлы). Exp. Res. § 2138 и след.
Dessaignes. Ann. de Chim. et Phys. 2 p. 59, 1816.
Lichtenberg, см. *Riess*, Reibungselektrizität 2 p. 205.
S. Exner. Arch. f. ges. Physik 61 p. 427, 1895; 63 p. 305, 1896.
Villarsy. Journ. général de France 1788; Voigt's Magazin (4) 8 p. 176.
Buercker. Annal. d. Phys. (4) 1 p. 474, 1900.
Ebert u. Hoffmann. Annal. d. Phys. (4) 2 p. 706, 1900.
Owen. Phil. Mag. (6) 17 p. 457, 1909.
Lenard. Wied. Ann. 46 p. 584, 1892; Heidelb. Akad. 1910 No. 18; Annal. d. Phys. (4) 47, p. 463, 1915.
J. J. Thomson. Phil. Mag. (5) p. 27, 1894.
Becker. Jahrb. d. Radioakt. 9 p. 52, 1912.
Christiansen. Annal. d. Phys. (4) 40 pp. 107, 233, 1913; 51 p. 530, 1917; Forh. Dansk. Vidensk. Selsk. 1912 p. 270; 1915 p. 539.
Holmgreen. Mém. de la Soc. physiogr. de Lund, Juin 1895.
Trübi. Diss. Heidelberg, 1912.
Bermolak. Annal. de Phys. (4) 38 p. 497, 1912.
Гезеуц. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 42 p. 367, 1910; 43 p. 365, 1911.
Lord Kelvin, Macban a. Gall. Proc. R. Soc. 57 p. 335, 1895.
Armstrong. Mech. Mag. 43 p. 64, 1845; Ann. de Chim. et Phys. (2) 75 p. 328, 1840; (3) 7 p. 401, 1843; 10 p. 105, 1844.

- Faraday* (пары). Exper. Res. Ser. 18, 1843; Pogg. Ann. 60 p. 319, 1843.
Wuellner. Lehrbuch der Experimentalphysik, 5-te Aufl. 3 p. 189. Leipzig, 1897.
Reboul. Ann. de chim. et phys. (8) 14 p. 433, 1908; Journ. de phys. (4) 7 p. 840, 1908;
 C. R. 148 p. 221, 1909.
Heissner. Diss. Erlangen, 1911.
W. M. Jones. Phil. Mag. (6) 29 p. 261, 1915.
French. Phys. Rev. (2) 9 p. 151, 1917.
Фрейкель. Ж. Р. Ф.-Х. О. 1917 p. 100 (см. p. 116), 1917.
Quincke. Annal. d. Phys. (4) 32 p. 91, 889, 1910; 43 p. 337, 393, 411, 1914; Verh.
 d. d. phys. Ges. p. 96 1913.
Mc Taggart. Phil. Mag. (6) 27 p. 297, 1914; 28 p. 367, 1915.
Coehn u. Mozer. Annal. d. Phys. (4) 43 p. 1048, 1914.
Douglas Rudge. Proc. R. Soc. 90 p. 256, 1914; Proc. Cambr. phil. Soc. 18 p. 127, 1915.
Nolan. Proc. R. Soc. 90 p. 531, 1914.
Shaw. Proc. R. Soc. 94 p. 16, 1917.

К § 15.

- I. *Volta*. Philos. Trans. 1782; Collezione dell' op. I, 1 p. 270.
Palmieri. N. Cim. 13 p. 236, 1861; Rend. di Napoli 24 pp. 26, 194, 318, 1885; 1887.
 1888.
Blake. Wied. Ann. 19 p. 519, 1883.
Kalischer. Wied. Ann. 20 p. 614, 1883; 29 p. 407, 1886.
 II. *Bandrowski*. Ztschr. f. phys. Chem. 15 p. 324, 1892.
Townsend. Proc. Cambr. phil. Soc. 9, 1898.
Танатар и Бурксер. Ж. Р. Ф.-Х. О. 1915 p. 956.
Potter. Proc. R. Soc. B. 84, 1911; A. 91 p. 465, 1915.
W. Voigt. Lehrbuch der Kristallphysik p. 228 и 299. 1910.
V. Lepinus. Recueil sur la tourmaline, Pétersb. 1762 p 1; Mém. Akad. Berlin
 1756 p. 105.
Wilcke. Disputatio phys. exp. de electricit. contrariis. Rostock 1757, p. 51; Abhandl.
 schwed. Acad. 28 p. 113, 1766; 30 p. 3, 1768.
Wilson. Phil. Trans. p. 308 1759.
Muschenbroeck. Introductio ad philos. nat. Lugd. 1772, 1 § 889—900.
Bergmann. Opuscula 5 p. 402, 1766.
Canton. Pristley, history of electr. 1767 p. 323; Phil. Trans. London 1559 p. 398.
Hauy. Traité de minéralogie 3 p. 15; Grundlehren der Physik. Weimar 1804; Mem.
 de l'Inst. An IV, 1 p. 49.
Brewster. Schweiggers Journ. 43 p. 94, 1824; Edinb. J. of Sc. 1 p. 208. 1825; 2, 1825;
 Pogg. Ann. 2 p. 298, 1824.
Hankel. Pogg. Ann. 49, 50, 53, 56, 61, 74; W. A. 13; 18; Abhandl. d. k. sachs. Ges.
 d. Wiss. 4, 6, 8, 15, 18, 20, 21.
Коленко. Wied. Ann. 29 p. 416, 1889.
G. Wiedemann. Elektrizität. 3. Aufl. p. 336, 1883.
W. Thomson (Lord Kelvin). Phil. Mag. (5) 5 p. 24, 1878; Math.-phys. Papers I p. 315.
Riecke. Wied. Ann. 28 p. 43, 1886; 31 pp. 799, 889, 1887; 40 p. 306, 1890; Gött.
 Nachr. 1891 p. 121, 223; Arch. Sc. phys. et natur. 26 pp. 101, 216, 305, 404, 1913.
Gaugain. Ann. de Chim. et Phys. (3) 57^{re} p. 5, 1859.
J. et P. Curie. C. R. 91 pp. 294, 383, 1880; 92 pp. 186, 350, 1881; 93 pp. 204, 1137,
 1881; 95 p. 914, 1882; 106 p. 1207, 1889.
Duhem. Ann. de l'école norm. (3) 5 p. 263, 1886; 9 p. 167, 1892.
Straubel. Gött. Nachr. 1902, Heft 2 p. 1; Phil. Mag. (6) 4 p. 220, 1902.
Riecke u. Voigt. Abhandl. der K. Ges. d. Wiss. Göttingen 1892; W. A. 45 p. 523, 1892.
Voigt. Wied. Ann. 41 p. 622, 1890; 60 p. 368, 1897; 66 p. 1030, 1898; Gött. Nachr.
 1896 p. 207. Annal. d. Phys. (4) 46 p. 221, 1915.
Röntgen. Annal. d. Phys. (4) 45 p. 737, 1914.
Hyashi. Diss. Göttingen, 1912.

- Ackermann.* Annal. d. Phys. (4) 45 p. 197, 1915; Diss. Göttingen, 1912.
- Богуславский.* Phys. Ztschr. 1914 p. 283, 569; Ж. P. Ф.-X. O. 1915, II p. 209.
- Kundt.* Wied. Ann. 20 p. 592, 1883; 28 p. 145, 1886.
- Katerlingh Onnes u. Beckmann.* Comm. Labor. Leiden, 132 f. 1913; Versl. K. Ak. van Wet. 21 p. 1277, 1913.
- VI. *Hauy.* Mém. du Museum d'hist. nat. 3, 1817; Schweigg. Jahrb. 20 p. 383.
- W. Voigt.* Lehrbuch der Kristallphysik, p. 801, 1910.
- J. et P. Curie.* C. R. 91 pp. 294, 383, 1880; 92 pp. 186, 350, 1881; 93 pp. 204, 1137, 1881; 95 p. 914, 1882; 106 p. 1207, 1888; Journ. de phys. (2) 1 p. 245, 1882; 8 p. 149, 1889; Annal. de phys. (7) 17 p. 392, 1889.
- W. Thomson (Lord Kelvin).* Phil. Mag. (5) 5 p. 24, 1878; 36 pp. 331, 342, 384, 1893. C. R. 117 p. 463, 1893.
- Röntgen.* Wied. Ann. 18 p. 213, 534, 1883; 19 p. 319, 513, 1883; 39 p. 16, 1890; Annal. d. Phys. (4) 41, p. 474, 1913.
- Riecke u. Voigt.* W. A. 45 p. 523, 1892.
- Voigt.* Wied. Ann. 31 p. 721, 1887; 41 p. 722, 1890; 51 p. 638, 1894; 66 p. 1030, 1898; Abhandl. Gött. 36, 1890; Phys. Ztschr. 17 p. 287, 307, 1916.
- Bildingmaier.* Inaug.-Diss. Göttingen 1900.
- VII. *Hankel.* Abh. k. sächs. Ges. d. Wiss. 20 pp. 203, 459, 1881.
- Hallwachs.* Wied. Ann. 33 p. 301, 1888; 35 p. 731, 1888; 37 p. 666, 1889; 40 p. 332, 1890.
- Righi.* Redinc. Acc. dei Lincei 4, II p. 16, 1888; 5, I p. 860, 1889; N. Cim. (3) 24 p. 256, 1888; 25 pp. 11, 123, 193, 1889; 26 pp. 135, 217, 1889; C. R. 107 p. 559, 1888; W. A. 41 p. 505, 1900.
- Столетов.* C. R. 106 pp. 1149, 1593, 1888; 107 p. 91, 1888; 108 p. 1241, 1889; Ж. P. Ф.-X. Общ. 21 p. 159, 1889; Journ. de phys. (2) 9 p. 468, 1890.
- Bichat et Blondlot.* C. R. 106 p. 1349, 1888; 107 pp. 29, 557, 1888.
- Hoor.* Exners Repert. 25 p. 91, 1889.
- Elster u. Geitel.* Wied. Ann. 38 pp. 40, 497, 1889.
- Борман.* C. R. 108 p. 733, 1889.
- VIII. *Quincke.* Pogg. Ann. 107 p. 1, 1859; 110 p. 38, 1860.
- Zoellner.* Pogg. Ann. 148 p. 640, 1873; Ber. k. sächs. Ges. 24 p. 317, 1872.
- Haga.* Wied. Ann. 2 p. 326, 1877; 5 p. 287, 1878.
- Elster.* Wied. Ann. 6 p. 553, 1879.
- Clark.* Wied. Ann. 2 p. 335, 1877.
- Dorn.* Pogg. Ann. 106 p. 56, 1877; W. A. 5 p. 29, 1878; 9 p. 517, 1880; 10 p. 70, 1880.
- Edlund.* Pogg. Ann. 156 p. 251, 1877; W. A. 1 p. 184, 1877; 3 p. 489, 1878; 8 p. 127, 1879; 9 p. 95, 1880.
- Gourée de Villemontée.* Journ. de phys. (3) 6 p. 59, 1897; Éclair élect. 8 p. 491, 1896.
- Helmholtz.* Wied. Ann. 7 p. 351, 1879; Ges. Abh. 1 p. 855.
- Cameron a. Oettinger.* Phil. Mag. (6) 18 p. 586, 1909.
- Oettinger.* Phys. Ztschr. 13 p. 270, 1912.
- Riéty.* C. R. 152 p. 1375, 1911; 154 p. 1215, 1912; 156 p. 1368, 1913; Annal. chim. et phys. (8) 30 p. 5, 1913.
- Stock.* Bull. Cracov. 1912 p. 634.
- Grumbach.* C. R. 149 p. 146, 1908; Annal. chim. et phys. (8) 24 p. 433, 1911; Thèse, Paris 1911.
- Schott.* Instr. 9 p. 86, 1889.
- Förster.* Ber. d. d. chem. Ges. 25 p. 2494, 1892; 26 p. 2915, 1893.
- Haber.* Ztschr. f. phys. Chem. 47 p. 385, 1909.
- Smoluchowski.* Bull. de Cracovie 182, 1903.
- Perrin.* Journ. de phys. 2 p. 604, 1904.
- IX. *Колли.* Ж. P. Ф.-X. O. 1875 p. 333; Pogg. Ann. 157 p. 370, 624, 1876; W. A. 17 p. 55, 1882.
- Des Coudres.* Wied. Ann. 49 p. 284, 1893; 55 p. 213, 1895.
- Hertz.* Wied. Ann. 14 p. 590, 1881.

- Tolman*. Proc. Amer. Ac. of arts a. sc. 46 p. 109, 1910; J. Amer. chem. Soc. 33 p. 121, 1911.
Tolman a. Dale Stewart. Phys. Rev. (2) 8 p. 97, 1916; 9 p. 164, 1917.
Tolman, Osgerby a. Stewart. J. Amer. chem. Soc. 36 p. 466, 1914.

К § 16.

- Toepler*. Pogg. Ann. 125 p. 469, 1865; 127 p. 320, 1866; 130 p. 518, 1867; 131 p. 223 1867; Berl. Ber. 1879 p. 950.
Holtz. Pogg. Ann. 126 p. 157, 1865; 127 p. 320, 1865; 130 pp. 130, 287, 1867; 136 p. 171, 1869; 139 p. 513, 1870; 156 p. 627, 1875; Carl's Repert. 17 p. 682, 1881; W. A. 13 p. 623, 1881; Ann. d. Chim. et Phys. (4) 13 pp. 195, 441, 1868.
Шедлов. Pogg. Ann. 144 p. 597, 1871; Значение непроводников в электричестве СПб. 1868.
Bertin. Ann. d. Chim. et phys. (4) 13 p. 191, 1868.
Voss. Dingl. Journ. 237 p. 476, 1880.
Wimshurst. Elektrotechn. Ztschr. 5 p. 328, 1884.
Carré. Carl's Repert. 6 p. 62, 1870.
Wommelsdorf. Annal. d. Phys. (4) 9 p. 651, 1902; 23 p. 609, 1907; 24 p. 483, 1907; 39 p. 1201, 1912; Phys. Ztschr. 6 p. 177, 1905.
Bleekrode. Pogg. Ann. 156 p. 288, 1875.
Musaeus. Pogg. Ann. 143 p. 285, 1872; 146 p. 288, 1872.
Nicholson. Phil. Trans. 16 p. 505, 1788.
Relli. Annali d. Sc. del Regno Lomb. Venet. p. 11 1831.
Varley. Specification of Patent 1860 N^o 206.
W. Thomson (Lord Kelvin). Reprint of papers. p. 339 1872; Proc. R. Soc. 1867.
Righi. N. Cim. 7—8 p. 123, 1872.
Villard et Abraham. C. R. 152 p. 1813, 1911.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ.

Влияние электрического поля на находящиеся в нем тела.

§ 1. Введение. Если поместить какое-либо тело в электрическое поле, то наблюдаются некоторые явления, характер которых прежде всего зависит от рода взятого тела. Эти явления можно рассматривать, как результат действия поля на помещенное в нем тело. Число этих явлений не велико; оно несравненно меньше числа разнообразных явлений, которые наблюдаются, когда тело помещается в магнитное поле, повидимому, глубже действующее на свойства тел, чем поле электрическое. Возможно, впрочем, что эта разница лишь кажущаяся, зависящая от того, что действия магнитного поля более изучены, чем действия поля электрического. Характер явлений, которым мы посвящаем эту главу, зависит от того, будет ли вещество тела проводящее или диэлектрик.

В главе первой мы рассмотрели свойства электрического поля. Само собою разумеется, что нельзя провести строгой границы между свойствами поля и действиями на тела, так как эти действия, очевидно, или сами по себе представляются свойствами поля, или вытекают как необходимые следствия из этих свойств. Поэтому неудивительно, что некоторые из этих действий уже были рассмотрены выше. Ради полноты мы упомянем о них и здесь.

Главнейшие из действий электрического поля на помещенные в него тела суть следующие:

1. Электростатическая индукция, т. е. появление зарядов на поверхности проводников.
2. Возникновение пондеромоторных сил, действующих по закону Кулона.
3. Поляризация диэлектриков и находящееся в тесной с нею связи явление остаточного заряда.
4. Электрострикция, т. е. возникновение упругих смещений (напряжений) в веществе тела.
5. Влияние поля на оптические свойства тел.
6. Влияние поля на упругость и на внутреннее трение в телах.
7. Влияние поля на температуру тел.

Первое из перечисленных явлений уже было нами рассмотрено, и мы видели, каким образом возникновение зарядов на поверхности проводников, помещенных в электрическом поле, является необходимым следствием основных положений тех двух теорий, которые мы характеризовали „картиной А“ и „картиной В“. Нет надобности возвращаться к этому явлению.

§ 2. Закон Кулона. Если поместить в электрическое поле тело, уже наэлектризованное или приобретающее заряд под влиянием самого поля, то такое тело подвергается действию системы сил, которая в общем случае может быть рассматриваема, как совокупность сил, действующих на бесконечно малые элементы, на которые мы мысленно разбиваем заряд тела. Пусть V — потенциальная функция электрического поля, η' — заряд, сосредоточенный на одном из бесконечно малых элементов объема или поверхности тела. В таком случае на η' действует сила f , равная, см. (40), гл. I,

$$f = -\eta' \frac{\partial V}{\partial n} \dots \dots \dots (1)$$

и направленная по нормали n к поверхности уровня потенциала. Принимая для потенциала V в однородной среде формулу (37, b),

$$V = \frac{1}{K} \int \frac{d\eta}{r} \dots \dots \dots (2)$$

где K — диэлектрическая постоянная среды, мы тем самым кладем в основание вычисления пондеромоторных действий электрического поля на помещенные в нем тела закон Кулона, который выражается формулою

$$f = \frac{\eta \eta'}{K r^2} \dots \dots \dots (3)$$

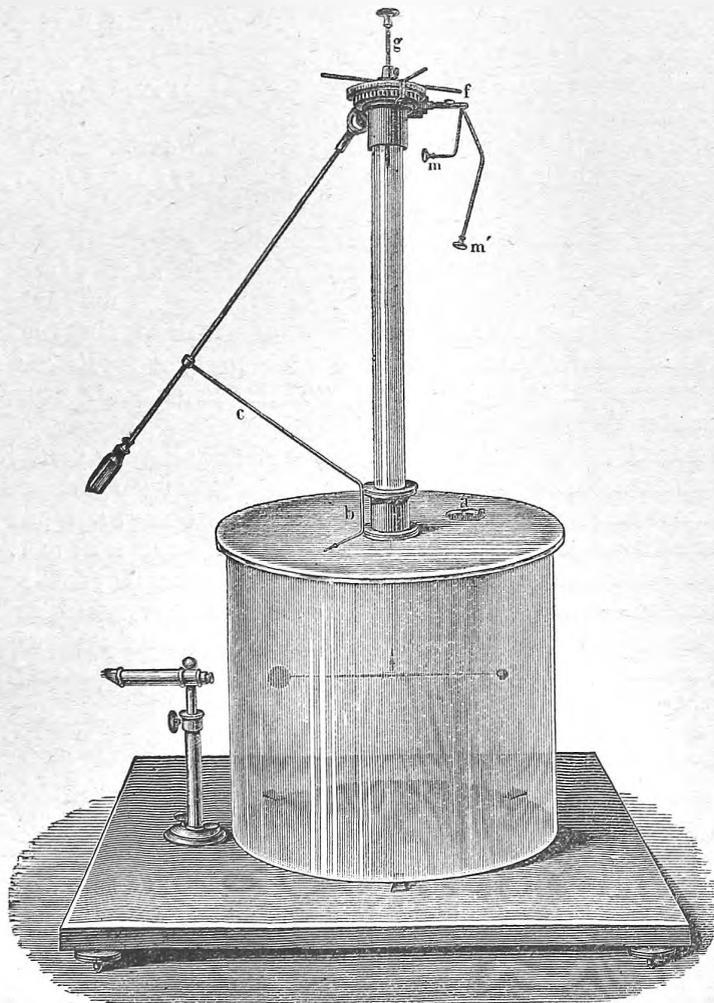
а для воздуха

$$f = \frac{\eta \eta'}{r^2} \dots \dots \dots (4)$$

Взаимодействие двух количеств электричества обратно пропорционально квадрату их расстояния и прямо пропор-

ционально произведению этих количеств. Из предыдущего ясно, что этот закон относится к случаю, когда η и η' как бы сосредоточены в двух точках, или когда размеры поверхности или объема, ими занимаемых, бесконечно малы, сравнительно с расстоянием r . Весьма важно,

Рис. 113.



что вторая половина закона Кулона представляет действительно некоторый закон, который, как мы сейчас увидим, может быть проверен путем опыта. В другом законе Кулона, относящемся к магнитным силам, второй половины не существует, ибо в области магнитных явлений так называемое „количество магнетизма“ может быть определено только, как величина, пропорциональная той магнитной силе, которая в данном магнитном поле на нее действует.

Рассмотрим, каким образом закон Кулона может быть экспериментально проверен. Для этого надо воспользоваться крутильными весами, при помощи которых и сам Кулон нашел этот закон.

В т. I мы познакомились с устройством и теорией однонитных крутильных весов (унифиляра). На рис. 113 изображен унифиляр, приспособленный к электростатическим измерениям. К нижнему концу его нити привешен весьма легкий стерженец, состоящий из шеллакового цилиндрика, к концам которого приклеены стеклянные тонкие прутики. На одном конце (справа) стерженька прикреплен бузинный, позолоченный шарик, на другом — вертикальный слюдяной кружок, служащий противовесом и успокоителем качаний стерженька. Верхнюю часть прибора мы не описываем, так как о ней уже было сказано в т. I. Эта часть служит для первоначальной установки стерженька (при чем бузинный шарик должен находиться под центром отверстия a), а затем, главным образом, для измерения угла поворота β верхнего конца нити. Для измерения угла поворота α стерженька, т. е. нижнего конца нити, может служить шкала, помещенная на наружной поверхности цилиндра на высоте стерженька (шкала на рисунке не изображена). Углы α и β считаются в противоположные стороны от положения покоя при ненаэлектризованном шарике, так что угол кручения нити φ равен

$$\varphi = \alpha + \beta \dots \dots \dots (5)$$

Если к стерженьку приложить вращающий момент M , то

$$M = C \varphi \dots \dots \dots (5, a)$$

Коэффициент кручения C нити может быть определен по формуле (т. I)

$$C = \frac{\pi^2 K}{T^2} \dots \dots \dots (5, b)$$

где T — время крутильных колебаний унифиляра, а K — момент инерции тела, привешенного к нижнему концу нити.

Чтобы проверить закон квадратов для случая отталкивательных сил, поступают следующим образом. Через отверстие a вставляют в прибор вертикальный стеклянный стержень, к нижнему концу которого прикреплен металлический наэлектризованный шар, который обозначим через A ; длина стержня должна быть такова, чтобы центр этого шара пришелся бы в то место, где пока находится центр позолоченного бузинного шарика, который во время вставления шара сперва к нему притянется до соприкосновения, а затем оттолкнется. Пусть η — количество электричества, остающееся на шаре A , η' — количество, перешедшее на малый шарик. Предположим для общности, что мы повернули верхний конец нити на некоторый угол β , так что угол кручения φ отличается от угла поворота α стерженька, и пусть на рис. 114, расположенном в горизонтальной плоскости A , — отталкивающий шар, AB — первоначальное положение стерженька, который под влиянием отталкивательной силы f повернулся на угол α и принял положение cb . Пусть f_1 — слагаемая силы f ,

перпендикулярная к bc , и пусть $Oc = a$, $Ac = r$. Очевидно, $r = 2a \sin \frac{\alpha}{2}$ и $f_1 = f \cos \frac{\alpha}{2}$; закручивающий момент M равен, см. (5,а),

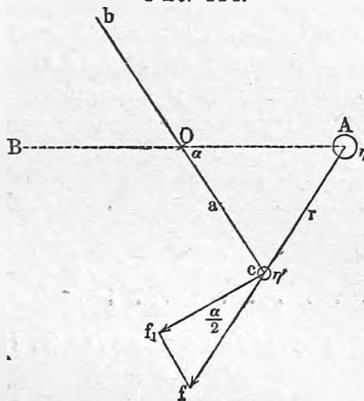
$$M = f_1 a = f a \cos \frac{\alpha}{2} = C \varphi \dots \dots \dots (6)$$

Измерив углы α и φ , повернем верхний конец нити в ту или другую сторону, вследствие чего изменяется β , α и φ ; обозначим новые значения этих углов через β' , α' и φ' , а новое значение силы через f' . Тогда вместо (6) получим

$$f' a \cos \frac{\alpha'}{2} = C \varphi' \dots \dots \dots (6, a)$$

Отсюда находим путем опыта отношение сил при двух положениях шарика c :

Рис. 114.



$$\frac{f}{f'} = \frac{\varphi}{\varphi'} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha'}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \dots \dots \dots (7)$$

По закону Кулона мы должны иметь

$$\frac{f}{f'} = \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = \left(\frac{2a \sin \frac{\alpha'}{2}}{2a \sin \frac{\alpha}{2}}\right)^2 = \frac{\sin^2 \frac{\alpha'}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \dots (7, a)$$

Если закон Кулона верен, то отношение сил (7), найденное путем опыта, должно равняться отношению (7,а), вычисляемому теоретически на основании этого закона. Приравнявая выражения (7) и (7,а), получаем:

$$\varphi \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \varphi' \sin \frac{\alpha'}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha'}{2} \dots \dots \dots (7, b)$$

Вращая далее в ту или другую сторону верхний конец нити, мы получаем новые углы φ'' , α'' , φ''' , α''' и т. д. Формула (7,б) показывает, что, как бы мы ни меняли эти углы, т. е. расстояние шарика c от A , постоянно должно быть удовлетворено равенство

$$\varphi \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = B \dots \dots \dots (8)$$

где B — постоянное число. Если в (6) вставить

$$f = \frac{\eta \eta'}{r^2} = \frac{\eta \eta'}{4 a^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}},$$

то получается

$$\varphi \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\eta \eta'}{4 a C} = B \dots \dots \dots (8, a)$$

т. е. выражение для постоянной B , входящей в формулу (8). Тщательно

произведенные опыты показали, что равенство (8) действительно удовлетворяется различными значениями углов α и φ , полученных вышеуказанным способом. Однако, следует иметь в виду, что числа, могущие служить подтверждением закона Кулона, тогда только получаются, если ввести некоторые поправки, из которых самая существенная поправка на рассеяние электричества. Формула показывает, каким образом число B меняется в зависимости от величины зарядов η и η' . Ясно, что закон изменения величин η и η' в зависимости от времени должен быть предварительно определен для двух шариков, находящихся внутри крутильных весов. Важно заметить, что, вводя эту поправку, мы считаем вторую половину закона Кулона уже доказанною. Другая поправка должна быть введена, если размеры шариков A и c не весьма малы сравнительно с расстоянием r . В этом случае заряды не распределяются равномерно по их поверхностям. Необходимая поправка вычисляется на основании формул Poisson'a, относящихся к задаче о распределении электричества на двух соприкасающихся шарах (гл. I, § 10).

Еще одну поправку приходится ввести в том случае, когда оболочка прибора сделана не из стекла, но из проводящего материала. Тогда на внутренней оболочке появляется индуктированное электричество, действующее на подвижной шарик.

Чтобы путем опыта проверить вторую половину закона Кулона независимо от первой, можно поступить следующим образом. Измерив углы α и φ , как было сказано выше, вынимают шар A , касаются им до другого шара одинаковой с ним величины и быстро вновь вставляют его в прибор. Затем уменьшают угол β на столько, чтобы получилось прежнее отклонение α стерженька, при чем для более точной установки пользуются небольшою зрительною трубкою, изображенною на рис. 113. Мы имеем формулы

$$f a \cos \frac{\alpha}{2} = C \varphi,$$

$$f' a \cos \frac{\alpha}{2} = C \varphi';$$

из них $f : f' = \varphi : \varphi'$. При втором измерении заряд шара A уменьшился вдвое, а потому мы должны иметь $f' = 0,5 f$, а следовательно, и $\varphi' = 0,5 \varphi$. Последняя формула также подтверждается опытом, если ввести в нее поправку на рассеяние электричества, при чем коэффициент 0,5, очевидно, уменьшится.

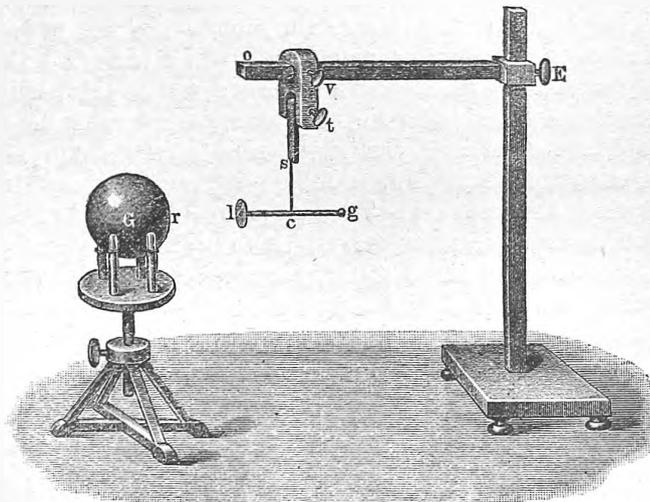
Проверка закона квадратов при помощи крутильных весов для случая притягательных сил представляет большие затруднения, так как положение равновесия подвижного шарика легко может оказаться неустойчивым. Не останавливаясь на разборе этого случая, заметим, что Coulomb произвел эту проверку следующим образом. Он поместил на четырех стеклянных ножках положительно наэлектризованный металлический шар G (рис. 115), диаметром в 32 см. На некотором расстоянии от него он подвесил на коконовой нити шеллаковый стерженек gl , на конце которого l находился маленький кружок из позолоченной бумаги.

Этот кружок на мгновение соединялся с землею, после чего на нем оставался индуктированный отрицательный заряд. Затем Кулон определял для различных расстояний $d = Gl$ время T качаний этого стерженька, выведенного из положения равновесия вращением около оси sc и притягиваемого шаром G . Время T выражается формулою

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{fa}},$$

где K — момент инерции стерженька, a — длина cl и f — сила, действующая на кружок l . Но сила f обратно пропорциональна d^2 , а следовательно, время качаний T прямо пропорционально расстоянию d , что с достаточною точностью и подтвердилось на опытах. Owen (1906) усовершенствовал

Рис. 115.



способ измерения напряжения электрического поля при помощи колеблющейся стрелки.

После Coulomb'a занимались вопросом о степени точности его закона Egen (1825), Harris (1832), Marié-Davy (1850), Riess и др. Закон, носящий имя Кулона (Coulomb), был найден, но не обнародован Cavendish'ем около 1773 года, т. е. 12-ю годами раньше Coulomb'a. О работах Cavendish'a узнали только в 1879 г., когда его рукописи, хранившиеся в физической лаборатории Кембриджского университета, были опубликованы Maxwell'ем. Оказалось, что Cavendish произвел свои исследования методом, гораздо более точным, чем Coulomb. Maxwell повторил опыты Cavendish'a в немного измененном виде, и пользуясь более чувствительными приборами. Полагая, что взаимодействие двух количеств электричества обратно пропорционально некоторой степени n их расстояния, и полагая $n = 2 \pm t$, Maxwell мог вывести из своих наблюдений, что t не больше $\frac{1}{21600}$. Отсюда можно

заключить, что закон, который, по справедливости, следовало бы назвать законом Cavendish-Coulomb'a, совершенно точен.

Нам остается рассмотреть весьма важный вопрос о взаимодействии наэлектризованных проводников, погруженных в диэлектрик. Пусть η_1 и η_2 — заряды, V_1 и V_2 — потенциалы в воздухе проводников, K — индуктивная способность диэлектрика, $f_0(\eta)$ сила взаимодействия в воздухе, $f_K(\eta)$ — та же сила в диэлектрике. Мы имели общие формулы (11) и (37) в гл. I:

$$f = \frac{\eta \eta_1}{K r^2} \dots \dots \dots (9)$$

$$V = \frac{\eta}{K r} \dots \dots \dots (10)$$

Первая из этих формул показывает, что при данных зарядах

$$f_K(\eta) = \frac{f_0(\eta)}{K} \dots \dots \dots (11)$$

Положим, однако, что проводники соединены с источниками электричества, которые поддерживают в них постоянные потенциалы V_1 и V_2 . Формула (10) показывает, что при погружении в диэлектрике потенциалы уменьшаются в K раз. Чтобы они не менялись, должен увеличиться заряд в K раз, так что, вместо η_1 и η_2 , мы будем иметь $K\eta_1$ и $K\eta_2$. Из (9) следует, что сила f должна увеличиться в K^2 и уменьшиться в K раз, т. е. окончательно увеличиться в K раз, так что, при данных потенциалах, мы имеем

$$f_K(V) = K f_0(V) \dots \dots \dots (12)$$

Формулы (11) и (12) показывают, что взаимодействие наэлектризованных проводников при данных зарядах обратно пропорционально, а при данных потенциалах прямо пропорционально диэлектрической постоянной окружающей среды.

§ 3. Поляризация диэлектриков и остаточный заряд. Если диэлектрик поместить в электрическое поле, то он, как мы видели (гл. I, § 5), поляризуется. Исходя из основных представлений картины А, мы допустили, что под влиянием поля происходит индукция в тех весьма малых частицах диэлектрика, которым мы приписываем способность приводить электричество. За меру поляризации Π в данной точке диэлектрика мы приняли электрический момент около этой точки, приведенный к единице объема, и мы видели, см. (33, d), гл. I, что величина Π численно равна плотности k' заряда на поверхности, перпендикулярной к линиям сил. Поляризация Π пропорциональна напряжению поля F , так что можно положить

$$\Pi = \gamma F \dots \dots \dots (13)$$

где γ — электрическая восприимчивость диэлектрика, связанная с диэлектрической постоянной K , которую мы еще назвали (гл. I, § 5) электрической проницаемостью, равенством

$$K = 1 + 4\pi\gamma \dots \dots \dots (13, a)$$

Если, держась теории Clausius'a и Mossotti, обозначить через g отношение объема, занимаемого проводящими частицами, ко всему объему диэлектрика, то оказывается, что g и K связаны формулою

$$g = \frac{K - 1}{K + 2} \dots \dots \dots (13, b)$$

см. (33, h), (34) и (35, c), гл. I, § 5. Наконец, мы имели формулу (34, a) для электрической проницаемости

$$K = \frac{F'}{F} \dots \dots \dots (13, c)$$

где F' — напряжение поля в диэлектрике (см. более точное определение гл. I, § 5).

Если диэлектрик поместить в электрическое поле, то на него действует сила, которая при прочих одинаковых обстоятельствах тем больше, чем больше Π , или, что одно и то же, чем больше γ или K .

Если к назлектризованному проводнику приблизить диэлектрик, то потенциал проводника уменьшается, а следовательно, емкость его увеличивается. Емкость конденсатора пропорциональна индуктивной способности K промежуточного диэлектрика.

Мы повторили здесь ряд формул и фактов, которые раньше были выведены и раз'яснены. Теперь мы должны прежде всего указать, что все эти формулы и рассуждения относятся к идеальному диэлектрику, в котором, во-первых, поляризация устанавливается мгновенно и затем уже не меняется, и который, во-вторых, представляет идеальный непроводник, т. е. вовсе не проводит электричества. Таким идеальным диэлектриком является, напр., воздух при обыкновенном (атмосферном) давлении. Pellat (1881) показал, что воздушный конденсатор вполне заряжается в менее, чем в 0,002 секунды.

Жидкие и твердые диэлектрики, вообще говоря, обладают свойствами, которыми они более или менее удаляются от идеальных диэлектриков. Во-первых, поляризация, достигнув вслед за возникновением электрического поля почти мгновенно некоторого значения, затем продолжает медленно возрастать в течение значительного промежутка времени, так что и K является величиною, зависящею от продолжительности действия поля. Во-вторых, жидкие и твердые диэлектрики обладают некоторою, хотя сравнительно и весьма малою, проводимостью. Если эта проводимость не очень мала, то может случиться, что электрическое состояние диэлектрика, помещенного в электрическое поле, через некоторое время делается одинаковым с электрическим состоянием проводника, находящегося при тех же условиях. Характер явления будет таков, как если бы K с течением времени делалось бесконечно большою величиною. Однако, большинство диэлектриков не достигает такого состояния; величина K , возрастая от некоторого начального, мгновенно достигнутого значения K_0 , асимптотически приближается к некоторому максимальному значению.

Придерживаясь картины А, мы должны сказать, что индукция в проводящих или полупроводящих частицах не сразу достигает своего наибольшего значения. Придерживаясь картины В, мы скажем, что трубки индукции не сразу проникают в полном количестве внутрь диэлектрика. Явление по своему характеру напоминает упругое последствие.

Gaugain, Wuellner и др. исследовали это явление. Wuellner опускал горизонтальную наэлектризованную металлическую пластинку, соединенную с электрометром и расположенную над жидким или твердым диэлектриком, до расстояния в 2,93 мм. от поверхности этого диэлектрика. При этом потенциал V пластинки сперва почти мгновенно, а затем медленно убывал. Пусть V_0 — первоначальное значение потенциала, и $\frac{V}{V_0} = b$.

Для воды тотчас же получалось $b = 0,391$, и это число далее не менялось. Но, напр., для CS_2 получилось через 40 сек. после опускания пластинки $b = 0,828$, а через 80 мин. $b = 0,405$. Для керосина через 20 сек. $b = 0,855$, а через 80 мин. $b = 0,597$; для эбонита (толщина 15,3 мм.) b уменьшилось от начального значения $b = 0,501$ до $b = 0,324$ и т. д. Romich и Nowak нашли, что в чистой сере такого последствия не существует. Kohn и Arons произвели две весьма интересные работы (1886 и 1888), в которых им удалось отделить друг от друга поляризацию и проводимость жидких диэлектриков и одновременно измерить эти две величины. Позже Crémieu и Malclès (1904) изучали влияние времени на степень поляризации диэлектрика, помещенного между пластинками конденсатора, которых диэлектрик не касается. Влияние времени исследовал также Gouré de Villemontée (1906).

В несомненной тесной связи с рассмотренным уклоном свойств реальных диэлектриков от свойств диэлектриков идеальных находится явление остаточного заряда, для объяснения которого был придуман целый ряд разнообразных гипотез. Явление это заключается в следующем: если зарядить конденсатор, металлические обкладки которого непосредственно соприкасаются с промежуточным диэлектриком, напр., лейденскую банку, и разрядить его, соединив между собою обкладки, то через некоторое время окажется, что обкладки вновь заряжены, так что можно получить вторую разрядную искру; после этого, через некоторое время, третью и т. д. При первом разряде не весь заряд конденсатора разрядился. Некоторая его часть осталась, и этот остаточный заряд, как бы постепенно освобождаясь, переходит на обкладки и дает возможность произвести дальнейшие разряды.

Для образования остаточного заряда требуется время. Если лейденскую банку, давно не бывшую в употреблении, впервые зарядить и тотчас же разрядить, то вовсе или почти не оказывается остаточного заряда, для получения которого следует произвести разряд спустя некоторое время после заряжения банки. „Свободный“ заряд за это время постепенно уменьшается, как показал Kohlrausch (1854), соединив быстро заряженную банку с электроскопом; показания последнего постепенно убывали. Вводя поправку на рассеяние электричества, Kohl-

gausch мог проследить скорость образования остаточного заряда. Shuddehagen (1909) исследовал конденсаторы из бумаги, слюды, парафинированной бумаги и чистого парафина, для которых определялась зависимость остаточного заряда от продолжительности самого заряда. Стекло и парафинированная бумага дали наибольшие остаточные заряды при кратковременных зарядах, слюда — наименьший; при продолжительном заряде остаточный заряд в слюде сильнее возрастает, чем в других исследованных веществах.

В лейденской банке явление усложняется тем, что между обкладкой и стеклом находится слой плохо проводящего затвердевшего клея. Кроме того, часть заряда может перейти на необклеенную поверхность стекла. Однако, не в этом причина рассматриваемого явления, наблюдаемого и в том случае, когда обкладки заменить водою, которая непосредственно касается поверхности стекла.

Faraday и др. полагали, что два электричества, притягиваясь, проникают внутрь диэлектрика, а после разряда постепенно вновь выходят наружу. Однако, такое объяснение уже потому не может быть принято, что причина обратного движения притягивающихся зарядов остается невыясненной.

Основываясь на предыдущем, можно следующим образом объяснить происхождение остаточного заряда. Мы видели, что поляризация диэлектрика происходит не мгновенно, но постепенно достигает своего наибольшего значения. Подобно этому поляризация и не исчезает мгновенно, когда прекращается действие внешних электрических сил, иначе говоря — после разряда металлических обкладок диэлектрик остается до некоторой степени поляризованным. Эта поляризация вызывает (или удерживает) на обкладках некоторые заряды, которые постепенно освобождаются по мере того, как поляризация диэлектрика исчезает. Несущественно от этого объяснения отличается следующее: мы видели, что поверхность поляризованного диэлектрика покрыта зарядом, плотность которого мы обозначили через k' . Заряд обкладки, соприкасающейся с диэлектриком, отчасти переходит на поверхность последнего; при достаточно долгом действии может случиться, что этот заряд и заряд k' отчасти взаимно уничтожатся. После разряда диэлектрик опять-таки остается отчасти поляризованным, что и служит причиною возникновения новых свободных зарядов на обкладке. Belli и Hopkinson (1872) показали, что если зарядить лейденскую банку, через некоторое время ее разрядить и тотчас же зарядить противоположным электричеством, а затем опять зарядить, как при первой электризации, и т. д., то после последнего разряда постепенно обнаруживаются на обкладках заряды переменного знака, как бы последовательно выступающие наружу. Brentano (1912) также подтвердил появление таких зарядов переменного знака даже в случае, когда последний заряд одинаковой величины с первыми или сильнее их.

Bezold старался доказать справедливость теории Faraday'я о простом проникновении электричества внутрь диэлектрика. Однако, ис-

следования Wuellner'a (1874 и 1887), Giese, Dieterici, Hopkinson'a, Neugeneuf'a, Gaugain'a и др. говорят в пользу теории, основывающейся на остаточной поляризации диэлектрика.

Trouton и Russ (1907) вывели из своих опытов, что количество Q электричества, освобождающегося за время t , может быть выражено формулою вида

$$Q = a \lg(t + b),$$

где a и b постоянны. Аналогичные выражения встречаются в теории упругости. Весьма обширное исследование об „аномалиях“ в диэлектриках опубликовал Schweidler (1907). К таким аномалиям он причисляет: 1) остаточный заряд, 2) поглощение энергии под влиянием переменного или вращающегося электрических полей, т. е. замечаемое в таких полях нагревание диэлектриков (Сименсова теплота, см. § 6), 3) пондеромоторные силы, действующие на диэлектрик во вращающемся поле и 4) кажущуюся зависимость емкости конденсатора от продолжительности действия постоянного поля, или от частоты поля переменного. Schweidler показал, что первая из этих аномалий необходимо влечет за собою и остальные три. Он составил обзор литературы предмета, в котором указано около 150 работ, появившихся до 1907 г.

Malclès (1909—1912) также исследовал свойства многих диэлектриков, в особенности эбонита и параффина. Он нашел, что особого рода параффин, получаемый из озокерита (точка плавления 72°), обладает свойствами идеального диэлектрика. Другие диэлектрики он исследовал, окружив их этим параффином, который, впрочем, при нагревании перестает быть идеальным и в расплавленном виде даже делается проводником. Желтый параффин и вазелиновое масло делаются при -80° идеальными диэлектриками. Эбонит, даже после тщательной очистки, обладает некоторою поверхностною проводимостью. Malclès также приходит к заключению о существовании остаточной поляризации диэлектрика.

Теорию происхождения остаточного заряда дали Hopkinson (1876), Houllevigue (1897), Maxwell (Treatise), Pellat (1899), Schweidler (1907), Leduc (1911), Grover (1911), Décombe (1912), Wagner (1913), Schreiber (1913), Debye (1912), Czukor (1915) и др. Первый из них развил теорию, рассматривая это явление, как электрическое последствие, вполне аналогичное упругому последствию. Такой взгляд заставляет считать электрическое состояние диэлектрика зависящим от всей его предыдущей „электрической истории“. Аналогичное явление мы видим в теории упругого последствия, данной Boltzmann'ом.

Maxwell пришел к заключению, что остаточный заряд может образоваться в том случае, когда диэлектрик неоднороден. С этим согласуются результаты исследований, произведенных с возможно чистыми, однородными диэлектриками. Так, Rowland и Nichols нашли, что хорошие кристаллы горного хрусталя почти не дают, а исландский шпат вовсе не дает остаточного заряда. Далее, Muraoka нашел, что вполне чистые параффин, параффиновое масло, керосин, терпентинное масло и

ксилол также не дают остаточного заряда, который, однако, обнаруживается в диэлектрике, состоящем из нескольких слоев этих же веществ. К тому же результаты пришли Hertz для бензина и Arons для парафина. Anderson и Keane (1912) показали, что теория Maxwell'a может быть сведена к допущению изменения числа свободных электронов в единице объема диэлектрика; это число должно быть больше вблизи положительно заряженной обкладки конденсатора. На работах Wagner'a (1913) и Schreiber'a (1913) мы не останавливаемся; Schreiber исследовал электрическое последствие, которое он объясняет следами проводимости. Richardson (1916) нашел в кварце, исландском шпате и каменной соли остаточный заряд, что не согласуется с теорией Maxwell'a. Pellat полагает, что в диэлектрике получается, в первый момент действия поля E , смещение D , которое равно

$$D = \frac{K}{4\pi} E,$$

см. (33, f), гл. I, где обозначения другие. Далее, смещение меняется по закону

$$D_t = \frac{K}{4\pi} E \{I + \sigma(I - e^{-at})\},$$

где a постоянное и σ малая дробь. Это дает

$$D_\infty = \frac{K}{4\pi} E (I + \sigma)$$

и

$$\frac{\partial D_t}{\partial t} = a(D_\infty - D_t).$$

Schweidler расширил теорию Pellat, вводя формулу

$$D_t = \frac{K}{4\pi} E \{I + \sum \sigma(I - e^{-at})\},$$

где сумма распространения на различные значения величины σ и a . Grover (1911) исследовал бумажные конденсаторы, которыми пользуются в технике; его результаты наиболее согласуются с теорией Schweidler'a.

Debye (1912) дал новую теорию жидких диэлектриков, допуская, что, кроме отдельных электронов, передвигаемых внутри молекул, существуют также и неизменные „диполи“ (плюс и минус), соответствующие элементарным магнитам. Эта теория приводит к той зависимости диэлектрической постоянной от температуры, которая наблюдается в действительности. Она, далее, показывает, что ниже некоторой „критической“ температуры может произойти самопроизвольная поляризация диэлектрика. Вычисляя эту температуру, Debye нашел, что она лежит ниже температуры затвердевания и потому считает ее практически не имеющей смысла. Schrödinger (1912) полагает, что „критическая“ температура и есть температура затвердевания, которое является следствием внутренней поляризации жидкого диэлектрика. Ratnowsky (1913) старался подтвердить путем опыта некоторые из результатов теории Debye.

Некоторые ученые находили, что сотрясение диэлектрика, когда он находится в электрическом поле, способствует его поляризации, а следовательно, увеличивает скрытый остаточный заряд. Наоборот, сотрясение после разряда увеличивает скорость исчезновения поляризации, а следовательно, и накопления остаточного заряда на обкладках. Mercanton (1909) нашел, однако, лишь весьма малое влияние сотрясений. Brentano (1912) совершенно отрицает влияние сотрясений на скорость появления остаточных зарядов, когда крепкая серная кислота составляет внутреннюю и внешнюю обкладки лейденской банки.

Повышение температуры имеет большое влияние; чем выше температура, тем больше остаточный заряд. Это влияние исследовали, например, J. Hopkinson и E. Wilson (1897).

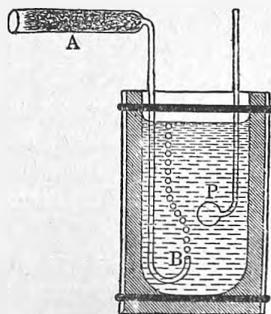
Décombe (1912) развил электронную теорию диэлектриков, которую объясняют остаточный заряд, нагревание в переменном поле (§ 6) и другие свойства диэлектриков.

Силы, действующие на диэлектрик, помещенный в электрическое поле, вообще вызывают определенное его движение. Если непроводник, диэлектрическая постоянная которого K_1 , помещен внутри неограниченного другого, например, жидкого (K_2) непроводника, то он в электрическом поле будет подвергаться таким же силам, как если бы он находился в пустоте, а его диэлектрическая постоянная равнялась бы $K_1 - K_2$. Если $K_2 > K_1$, то силы должны менять знак. Так, например, мы знаем, что диэлектрик притягивается наэлектризованным телом. Из сказанного следует, что диэлектрик, помещенный в „более диэлектрической“ среде, т. е. имеющей большее K , должен отталкиваться наэлектризованным телом. Все сказанное, очевидно, напоминает закон Архимеда. Русцианти (1904) произвел опыт, обнаруживающий это отталкивание. В сосуд с вазелиновым маслом опущены проволока с металлическим шариком P (рис. 116) и стеклянная трубка AB (в A находится вата), через которую продавливается струя пузырьков воздуха. Эти пузырьки отталкиваются, когда шарик P наэлектризован. Seddig (1905) указал однако, что различная проводимость воздуха и масла должна играть роль в этом опыте.

Игнатовский (1910), Pienkowski (1913) и многие другие ученые разбирали различные случаи действия сил на проводники и диэлектрики, помещенные в электрическое поле.

В равномерном поле диэлектрик стремится принять некоторое определенное положение. Однородный и изотропный шар в таком поле всегда находится в покое. В кристаллах K , а следовательно — и поляризация, имеет в различных направлениях различные значения, как того требует закон Maxwell'я $K = n^2$, где n — показатель преломления лучей с большою длиною волны. Кристалл вообще стремится принять такое

Рис. 116.



положение, при котором направление наибольшей поляризации совпадает с направлением линий сил. Условия равновесия кристаллического тела в электрическом поле исследовали Knoblauch (1851), Root (1876), Boltzmann (1874) и Righi (1897). Учение об анизотропных диэлектриках весьма подробно изложено в книге W. Voigt'a „Lehrbuch der Kristallphysik“ (1910), стр. 410—468.

Quincke нашел (1896), что диэлектрики, помещенные внутри непроводящей жидкости между пластинками заряженного конденсатора, начинают производить крайне странные движения (вращения, взаимные отталкивания и притяжения и т. д.). Сам Quincke объяснял эти движения действием электрического поля на весьма тонкий слой воздуха, приставший к диэлектрику. Однако Heydweiller, Graetz и Schweidler показали, что эти движения могут быть объяснены, если допустить, что жидкость, окружающая диэлектрик, отчасти проводит электричество.

§ 4. Электрострикция. Электрические силы, действующие на заряд какого-либо тела, могут вызвать перемещение этого заряда в теле или на его поверхности. В этом случае силы называются электромоторными (электродвижущими). Если же такое перемещение невозможно, как напр. в случае сил, действующих нормально к поверхности наэлектризованного проводника, то эти силы действуют на само тело, т. е. являются силами пондеромоторными. Сюда же относится случай диэлектрика, помещенного в электрическое поле. Силы, действующие на заряды поляризованных частиц, сводятся, как мы видели, к натяжениям вдоль трубок индукции и к давлениям на боковые поверхности этих трубок. Величина P как натяжения, так и давления определяется формулою

$$P = \frac{K F^2}{8\pi} \dots \dots \dots (14)$$

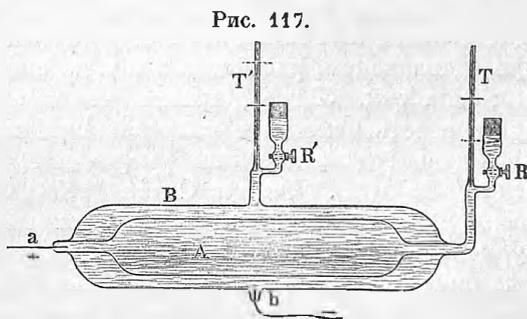
см. (32, k), стр. 54. Под влиянием этих натяжений и давлений, рассматриваемых, как силы пондеромоторные, должны появиться внутри диэлектрика натяжения, вообще говоря, влекущие за собою упругие изменения внутри тела. Относящиеся сюда явления называются явлениями электрострикции. Обращаемся к результатам опытных исследований этих явлений.

Уже Fontana (1831), Volpicelli (1856) и Govi (1866) заметили, что объем лейденской банки или ей аналогичных приборов при электризации увеличивается. Первое точное исследование произвел Duter (1878). Прибор Duter'a изображен на рис. 117; он представляет особого рода лейденскую банку, обкладки которой заменены жидкостями. Сосуд A со впаянной проволокой a снабжен капиллярной трубкой T . Он находится внутри более широкого сосуда B , также снабженного впаянной проволокой b и капиллярной трубкой T' . Оба сосуда наполнены подкисленной водой. Если зарядить эту лейденскую банку, соединив, напр., одну из проволок с источником электричества, а другую с землею, то жидкость в T опустится, а в T' поднимется. Это показывает, что объем конденсатора при его зарядении увеличивается. Если ограничиться

определением изменения внутреннего объема конденсатора, то можно воспользоваться сосудом в виде термометра с большим резервуаром, в который впаяна проволока; он наполнен подкисленной водой и погружен в сосуд с такой же водой, в которую опущен конец другой проволоки. Duter нашел, что изменение объема прямо пропорционально квадрату разности потенциалов и обратно пропорционально первой степени толщины стенок сосуда (A на рис. 117); второй из этих результатов, однако, неверен. После Duter'a Quincke исследовал изменение объема диэлектрика при его электризации. Он нашел, что это изменение обратно пропорционально квадрату толщины стенок сосуда, как того и требует теория. Тот же закон Quincke подтвердил для кристаллических тел; далее он, а также Korteweg и Julius — для каучука. Наконец, Wüllner и M. Wien повторили (1902) опыты Quincke по улучшенному методу, давшему им возможность избежать многих источников погрешностей. Они нашли, что изменение объема шаровых и цилиндрических стеклянных конденсаторов несколько меньше, чем следовало бы в случае, если бы дело сводилось к чисто механическим действиям.

Вопросом об изменении длины диэлектрика при его поляризации занимались Righi (1879), Röntgen (1880), Quincke (1880), Cantone (1881) и More (1900). Righi первый показал, что стеклянная трубка удлиняется, если внутри и снаружи ее обклеить станио-лем и зарядить полученный таким образом цилиндрический конденсатор. Röntgen обнаружил значительное удлинение каучуковой полосы при электризации ее двух сторон двумя металлическими гребнями, соединенными с полюсами машины Гольца. Quincke открыл в стекле „остаточное удлинение“ после прекращения электризации.

В 1900 г. появилась весьма тщательно произведенная работа More'a, который находит, что удлинения и вообще изменения формы диэлектриков вызываются исключительно только свободными зарядами, т. е. такими, наличие которых в данном месте вызывает изменение потока индукции в этом месте; новые опыты (1903) привели его к тому же результату. Поляризация диэлектрика, не вызывающая изменения этого потока при переходе из окружающего пространства в этот диэлектрик, и сопровождающаяся натяжениями и давлениями P , по его мнению, вовсе не влияет на размеры диэлектрика. Между More'ом и Sacerdote'ом возник продолжительный спор по поводу этих опытов. Вопрос остается, таким образом, открытым. Bouchet сперва (1909) теоретически разобрал условия, при которых опытное исследование электрострикции может дать надежные результаты, и дал объяснение



неудачи опытов некоторых ученых. Впоследствии (1915) он исследовал вулканизированный каучук в виде лейденской банки, в которой обкладки были заменены водой. Он пришел к результату, что если исключить влияние упругого последствия (т. I), то умеренные изменения емкости вполне объясняются механическими силами электростатического давления зарядов (550 до 2520 вольт). Далее, Bouchet измерял удлинение полых цилиндров из стекла, парафина и эбонита, подверженных электрическому полю, имеющему направление радиусов поперечного сечения цилиндров. Для различных сортов эбонита оказалось удлинение приблизительно обратно пропорциональным модулю Юнга (т. I), что указывает на связь электрострикции с явлениями упругости. Для парафина удлинение согласно с формулой Maxwell'a для поперечного давления, см. (32, k), гл. I, § 4,

$$P = \frac{KF^2}{8\pi}$$

но для стекла получается большее удлинение.

Электростриксию в жидкостях изучали Quinke и Röntgen, но пришли к разноречивым результатам. Первый нашел, что объем одних жидкостей в электрическом поле увеличивается, а других — уменьшается, между тем как второй нашел увеличение объема для всех жидкостей.

Некоторую особенность представляют кристаллы, обнаруживающие явление пьезоэлектричества (гл. II, § 15), т. е. электризующиеся при сдавливании, растяжении и т. д., вообще при действии на них механических сил. Легко доказать, что такие кристаллы должны, наоборот, претерпевать изменение размеров при электризации, причем знак изменения (удлинение или укорочение) должен зависеть от знака электризации. Опыты Curie (1881), Röntgen'a и Kundt'a подтвердили этот вывод. Curie и др. покрывали основания кристалла, напр. турмалина, нормальные к электрической оси, листочками станиоля, которые они электризовали разноименно. При электризации, одинаковой с тою, которая вызывается продольным сжатием кристалла, наблюдалось его удлинение.

Большой интерес представляет вопрос об электрострикции в газах, т. е. вопрос о влиянии электрического поля на объем, или, что то же самое, на упругость данного количества газа. Легко предвидеть, что такое влияние должно существовать. Вообразим заряженный конденсатор, диэлектриком которого служит какой-либо газ. Примем потенциал V конденсатора и давление p промежуточного газа за независимые переменные. Если притекает количество электричества $d\eta$, то изменяется V и p ; полагаем

$$d\eta = cdV + hdp \dots \dots \dots (15)$$

Величина h положительная, ибо при сжатии газа ($dp > 0$) увеличивается емкость, а потому при $V = \text{Const.}$ имеем $d\eta > 0$. Заряд η есть функция величин V и p ; величина $d\eta$ есть полный дифференциал этой функции, а потому

$$\frac{\partial c}{\partial p} = \frac{\partial h}{\partial V} \dots \dots \dots (15, a)$$

Если притекает количество электричества $d\eta$, и объем v газа увеличивается на dv , то энергия E системы увеличивается на величину

$$dE = V d\eta - p dv.$$

Для изотермических изменений ($pv = \text{Const.}$)

$$dE = V d\eta + v dp = cV dV + (hV + v) dp.$$

И эта величина есть полный дифференциал; следовательно,

$$\frac{\partial(cV)}{\partial p} = \frac{\partial(hV + v)}{\partial V},$$

$$V \frac{\partial c}{\partial p} = V \frac{\partial h}{\partial V} + h + \frac{\partial v}{\partial V}.$$

Отсюда, см. (15, a):

$$\frac{\partial v}{\partial V} = -h \dots \dots \dots (16)$$

Так как $h > 0$, то эта формула и доказывает, что с увеличением потенциала V уменьшается объем v газа. Зная зависимость диэлектрической постоянной газа, а следовательно, и емкости конденсатора от давления p , легко вычислить h , а следовательно, и изменение Δv объема газа при возникновении поля. Окончательно получается формула

$$\frac{\Delta v}{V} = -\frac{1}{8\pi} \frac{\partial K}{\partial p} F^2 \dots \dots \dots (16, a)$$

где Δv — изменение объема b при возникновении поля F ; K — диэлектрическая постоянная газа.

Quincke (1880), а также Warren de la Rue и Hugo Mueller, не могли заметить этого предсказанного теорией весьма малого изменения Δv объема газа; его впервые наблюдали и измерили Mache (1898) и Gans (1903).

Теорию явлений электрострикции в твердых, жидких и газообразных телах развивали Maxwell, Helmholtz, Lorberg, Duhem, Lippmann, Kirchhoff, Pockels, Korteweg, Sacerdote, Voigt, Шиллер, Larmor, Капустин, Gans (1904), Bouchet (1909), Adams (1911), Livens (1916), Kemble (1916) и др. Подробное изложение вопроса об электрострикции можно найти в диссертации Sacerdote'a и в статье Pockels'a (Encykl. d. math. Wiss.); впрочем Livens (1916) показал, что в статье Pockels'a одно место изложено ошибочно. Kemble (1916) дал разбор различных теорий электрострикции.

В несомненной связи с только что рассмотренными явлениями находится пробивание твердых диэлектриков, когда приложенная разность потенциалов достигает некоторой величины V . По исследованию Thornto'n'a (1915), V пропорционально \sqrt{d} , где d толщина диэлектрика; это относится к случаю диэлектрика, не обнаруживающего остаточного заряда, напр. к чистому парафину. Когда существует остаточный заряд, то

$d = AV + BV^2$, где A и B постоянные, зависящие от материала. Эта формула оправдывается для стекла, слюды, фарфора и нескольких других диэлектриков. Для очень тонких пластинок слюды и фарфора $d = a + bv$. Из первых двух формул следует, что работа пробивания не зависит от d , что автор старается объяснить теоретически.

§ 5. Влияние электрического поля на оптические свойства, на упругость и на внутреннее трение диэлектриков. Изотропный диэлектрик, помещенный в электрическое поле, делается оптически анизотропным, а следовательно — и двоякопреломляющим. Весьма важно, что это явление наблюдается и в жидкостях; это показывает, что в данном случае анизотропность не может быть объяснена одною электрострикцией, т. е. механическими натяжениями в веществе диэлектрика, и следовательно не может считаться одинаковой, напр., с анизотропностью сжатого, растянутого или быстро охлажденного стекла. Двойное лучепреломление в твердом диэлектрике, находящемся в электрическом поле, было открыто Керр'ом в 1875 г. В толстом куске стекла были проделаны два канала, как показано на рис. 118; в эти каналы были

Рис. 118.

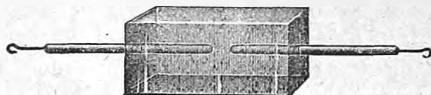


Рис. 119.



вставлены толстые проволоки, соединенные с Румкорфовой катушкой. Стекло помещалось между двумя скрещенными николями (т. II). плоскости поляризации которых составляли углы в 45° с направлением каналов; наблюдалась часть стекла, находящаяся между концами каналов. Когда Румкорфова катушка начинала действовать, поле зрения, до этого момента темное, делалось светлым и уже не могло быть вновь затемнено вращением одного из николей. Стекло действовало, очевидно подобно напр. пластинке одноосного кристалла, вырезанной параллельно оси кристалла. Чтобы определить характер анизотропии, Керр сравнивал ее с анизотропией растянутого стекла. Для этого он помещал на пути лучей стеклянную пластинку, которую он растягивал или сжимал по главному направлению силовых линий поля, т. е. по направлению каналов, пока не получалась вновь темнота; это стекло играло, таким образом, роль компенсатора. Оказалось, что приходилось растягивать компенсирующее стекло, откуда следует, что стекло, помещенное в электрическое поле, приобретало такого же рода анизотропию, как при его

сжатии по направлению силовых линий поля. Röntgen, Brongersma и др. подтвердили наблюдения Керра.

В 1880 г. Керр опубликовал результаты аналогичных наблюдений над большим числом жидкостей. Испытуемую жидкость помещают в сосуде с плоскопараллельными стенками и вставляют в нее два электрода, из которых один соединяют с кондуктором электрической машины, а другой — с землей. Лучи проходят между электродами по направлению, нормальному к силовым линиям. Довольно удобным представляется простой прибор, изображенный на рис. 119. Как компенсаторами, Керр опять пользовался стеклянными пластинками.

Оказалось, что подобно тому, как одноосные кристаллы бывают двух родов — положительные и отрицательные, смотря по тому, который из двух лучей, обыкновенный или необыкновенный, распространяется быстрее — и жидкости разделяются на два класса по отношению к рассматриваемому электрооптическому свойству. Керр называет положительными те жидкости, в которых луч, поляризованный перпендикулярно к линиям сил (т. е. луч, аналогичный необыкновенному), распространяется медленнее, а отрицательными — те жидкости, в которых этот луч распространяется быстрее другого. Положительные жидкости действуют, как положительный кристалл, ось которого параллельна линиям сил, или как стекло, растянутое по направлению этих линий.

К положительным жидкостям относятся сероуглерод, жидкие простые тела *Br*, *P* и *S*, далее — вода, углеводороды, напр. пентан, гексан, параффин, нафталин, некоторые кислоты, как напр. уксусная, муравьиная, молочная и олеиновая, фенол, ацетон, хлорал и т. д. К отрицательным: алкоголи, кроме метилового, пальмитиновая и стеариновая кислоты, этиловый и амиловый эфиры, гликол, глицерин, кокосовое масло, свиное сало, воск, анилин, хлороформ, бромформ, хлорная вода и т. д.

Керр показал (1885), что описанные здесь явления происходят также и в однородном поле, в чем до этого сомневались.

Весьма интересно написанная история исследований, относящихся к явлению Керра, находится в первой части замечательной работы Chaumont'a (убит 1914 г. на войне), вышедшей в 1915 г. Об этой работе уже было упомянуто выше, в статье о плоском конденсаторе.

Обращаясь к количественной стороне явления. За меру электрооптического действия можно принять разность хода δ двух лучей, поляризованных параллельно и перпендикулярно линиям сил. Величина δ очевидно растет пропорционально толщине l поляризованного слоя жидкости; далее Керр нашел, что δ растет пропорционально квадрату напряжения поля, т. е. величины $(V_1 - V_2):d$, где V_1 и V_2 — потенциалы электродов, d — их расстояние. Величина δ , выраженная в длинах волны λ соответствующего луча, определяется формулою

$$\frac{\delta}{\lambda} = cl \frac{(V_1 - V_2)^2}{d^2} \dots \dots \dots (17)$$

Quincke (1883), Lemoine (1896), W. Schmidt (1902) и др. определяли численное значение коэффициента c , который называется постоянной Kerr'a. Quincke нашел следующие числа, полагая, что l и d выражены в сантиметрах, $V_1 - V_2$ в C. G. S. электростат. единицах (каждая равна 300 вольтам):

	Сероуглерод	Бензол	Терпентинное масло	Эфир
$c \cdot 10^7 =$	+ 32,8	+ 3,84	+ 0,109	- 6,4.

Lemoine нашел для CS_2 число 37, Blackwell (1906) для желтых лучей натрия величину 35,7, Tauern (1910) для той же линии 30,42. Зависимость коэффициента c от длины волны λ определяли Blackwell и затем Hagenau (1908). Последний нашел такие числа:

$\lambda =$	430	500	550	600	650	700 μm
$c \cdot 10^8 =$	45,4	35,9	31,2	27,3	25,1	23,2
$c \cdot \lambda \cdot 10^8 =$	19520	17950	17160	16380	16320	16240.

С увеличением λ уменьшается не только относительное замедление $\delta : \lambda$, но и абсолютное, измеряемое величиной $c\lambda$. Отсюда следует, что при электрическом двойном преломлении происходит дисперсия, подобно как в кристаллах (т. II).

W. Schmidt (1902) заметил, что постоянная c уменьшается с повышением температуры. Далее он нашел, что она зависит от длины волны λ , и что ее значение для смесей не находится в какой-либо простой зависимости от значений той же величины для составных частей смеси. Для нитробензола получилось огромное число $c \cdot 10^8 = 2200$; оно в 60 раз больше числа c для CS_2 , которое до того времени считалось наибольшим. Tauern (1910) показал, что и для стекла c зависит от λ ; далее он нашел, что c тем больше, чем больше Pb содержится в стекле.

Де-Метц (1902) наблюдал явление Kerr'a в чистой воде и в водных растворах коллодия (4%) и желатины (3%), когда он покрывал электроды слоем твердого каучука в 0,5 мм. толщины.

Elmén (1905) находит для CS_2 , что для малых $V_1 - V_2$ (начиная от 200 вольт на 1 мм.) величина δ при дальнейшем уменьшении величины $(V_1 - V_2) : d$ медленнее уменьшается, чем по формуле (17), так что c не может быть рассматриваемо, как величина постоянная для данного вещества; однако W. König (1910) считает этот результат ошибочным.

Различные жидкости исследовали в последнее время Mc Comb (1908), Leiser (1910), Cabannes (1910), Lippmann (1911), Zeemann (1912), Chaumont (1916), Mc Comb (1915), Lyon (1915) и Bergholm (смеси) 1917. В первой работе Mc Comb сравнивал коэффициенты преломления n_p и n_s двух лучей, поляризованных параллельно и перпендикулярно к линиям сил, с постоянной c для различных λ ; он нашел, что $(n_p - n_s) : \lambda$ линейная функция величины c для CS_2 , C_6H_6 и еще трех жидкостей. Во второй работе (1910) он подтвердил эту связь для ряда других жидкостей, напр. для хлороформа. Leiser (1910) исследовал 150 органических жидкостей, сравнивая их с CS_2 . Он, между прочим,

нашел, что для изомеров величина c имеет весьма различные значения, а иногда даже различный знак. Далее он открыл, что для p -нитротолуола величина c еще несколько больше, чем для нитробензола, и что сафрол обнаруживает медленно исчезающее остаточное двойное преломление. Lirpman изучил 90 веществ в 600 растворах и смесях. Он нашел, что c для производной бензола с одним замещенным водородом зависит от введенной группы; NO_2 , Cl , OH , CH_3 дают соответственно уменьшаются c ; NH_2 дает отрицательное c . При двух замещенных водородах c зависит от их положения в кольце. Еще более, чем от NO_2 , увеличивается c от присутствия группы NO . Для растворов c величина аддитивная, если составные части выражать в грамм-молекулах. Zeemann нашел, что c для жидкого воздуха в 20 раз меньше, чем для CS_2 .

В новой работе Mc Comb (1915) нашел, что в нитро-бензоле луч, поляризованный перпендикулярно к линиям сил, замедлен, а другой — ускорен. В хлороформе оба луча ускорены и притом сильнее тот, который поляризован перпендикулярно к линиям сил.

Havelock (1909) вывел теоретически формулу

$$\frac{c \lambda n}{(n^2 - 1)^2} = \text{Const.}$$

где n показатель преломления луча, длина волны которого λ . Lyon (1915) нашел, что эта формула весьма хорошо оправдывается для CS_2 . В его опытах λ менялось от 460,2 $\mu\mu$ до 670,8 $\mu\mu$, причем $C \cdot 10^7$ менялось от 4,69 до 2,79. Он измерил зависимость C от λ для целого ряда жидкостей. Chaumont, во второй части вышеупомянутой работы (1916) также исследовал CS_2 . Он нашел, что небольшие примеси не влияют на величину постоянной Kerr'a. Далее он подтвердил правильность основной формулы Kerr'a. Наконец, он измерил C для зеленой и для желтой линий ртутного спектра и нашел при 17°

$$C(\text{зел.}) \cdot 10^7 = 3,6315, \quad C(\text{желт.}) \cdot 10^7 = 3,3580.$$

Пользуясь формулой Havelock'a, он получает для натровой линии D

$$C(D) \cdot 10^7 = 3,226.$$

Leiserly (1911) удалось наблюдать явление Kerr'a в газах и парах, напр. в CO_2 , NH_3 , HCN , CH_3Cl , CH_3Br , C_2H_5Cl и др. Величина c пропорциональна давлению и для паров такого же удельного порядка, как для соответствующих жидкостей. Hansen (1912) показал, что постоянная Kerr'a пропорциональна давлению и что правило аддитивности прилагается к смесям газов.

Zeemann и Hoogenboom (1911) исследовали пары нашатыря, образующиеся при смешении NH_3 и паров HCl . Удельное двойное преломление оказалось больше, чем в твердом нашатыре.

Chaudier (1908) исследовал жидкости, в которых взвешены весьма мелкие порошки, а именно борная кислота, гипс, слюда, угленатриевая соль, лимонно-кислый калий и др. в CS_2 , анилине, бензоле, хлороформе, амилацетате и этиловом эфире. Жидкости помещались в электрическое

поле между пластинками конденсатора, причем наблюдались, как двойное лучепреломление, так и „электрический дихроизм,“ т. е. различное поглощение лучей, поляризованных параллельно и перпендикулярно линиям сил. Для данного порошка дихроизм равен нулю, когда показатель преломления жидкости равен среднему показателью преломления вещества порошка, между тем как двойное лучепреломление как раз в этом случае наибольшее. Диэлектрическая постоянная жидкости повидимому здесь роли не играет. Chaudier полагает, что частицы порошка, имеющие форму пластинок, распределяются параллельно линиям сил; он объясняет дихроизм отражением, двойное преломление диффракцией в этих частицах.

Blondlot (1888) первый старался определить, насколько быстро оптическая анизотропия появляется и исчезает вместе с электрическим полем, и нашел, что запаздывание не составляет $\frac{1}{40000}$ сек. В 1899 г. Abraham и Lemoine воспользовались придуманным ими остроумным способом измерения весьма малых промежутков времени путем определения того пространства, которое в это время проходит свет. Они разряжали конденсатор, между пластинками которого находился сероуглерод. Свет разрядной искры пропускался через эту жидкость после того, как он, отражаясь от нескольких зеркал, проходил путь, длину которого легко было измерить. Оказалось, что через одну четырехсотмиллионную долю секунды после исчезновения поля половина анизотропии уже успевает пропасть, а через одну стомиллионную долю секунды никаких ее следов не остается. James (1904) и в особенности Gutton (1913) исследовали возникновение и исчезновение двойного преломления. Gutton нашел, что двойное преломление тем быстрее следует за изменениями напряжения поля, чем больше величина c . Нормальное двойное преломление возникает в CS_2 в течение $1,4 \cdot 10^{-8}$ сек., в толуоле — $1,7 \cdot 10^{-8}$ сек., в бромнафталине в $0,6 \cdot 10^{-8}$ сек.

Cotton и Mouton (1910) развили теорию явления Kerr'a, допуская, что молекулы вещества обладают анизотропией и потому подвергаются в электрическом поле некоторой ориентировке. С повышением температуры должно уменьшаться двойное преломление, что они и подтвердили на опытах. Langevin (1911) значительно развил эту теорию, пользуясь рассуждениями, аналогичными тем, которые лежат в основе его теории парамагнетизма, с которой мы познакомимся в учении о постоянном магнитном поле. Здесь мы не можем останавливаться на этой изящной, но сложной теории.

Кварц делается двуосным кристаллом, если его поместить в электрическое поле, линии сил которого перпендикулярны к его оси. Roentgen, Kundt, Czermak и Pockels исследовали это явление.

Теории Voigt'a и Pockels'a приводят к результату, что электрическое поле должно влиять на скорость лучей и в том случае, когда они распространяются параллельно линиям сил. Aeckerlein (1906) подтвердил этот вывод для нитробензола и ортонитротолуола.

Большой интерес представляет вопрос о влиянии электрического поля на лучеиспускающую способность тел, напр., на спектр светящихся паров, т. е. вопрос об явлении, аналогичном явлению Zeeman'a в магнитном поле, которое мы рассмотрим в т. V. Voigt показал теоретически, что и в электрическом поле должно происходить раздвоение спектральных линий, но что расстояние линий при этом должно получиться весьма малым. Stark'у (1913) действительно удалось наблюдать такое действие электрического поля, о чем также будет подробнее сказано в т. V.

Нам остается рассмотреть еще некоторые изменения свойств диэлектриков, вызванные электрическим полем. Quincke нашел, что коэффициент кручения стекла и каучука уменьшается, а у слюды и гуттаперчи он увеличивается.

Duff (1896) и Quincke (1897) нашли, что электрическое поле увеличивает внутреннее трение жидких диэлектриков, и притом наиболее по направлению, нормальному к линиям сил. Koenig (1886), G. Pacher и L. Finazzi (1900), а также Ercolini (1903), не могли заметить такого влияния поля, которое, однако, обнаружил Pochettino (1903) на бензоле, ксилоле и керосине.

§ 6. Нагревание диэлектриков при их поляризации. Если подвергать диэлектрик влиянию прерывчатого (т. е. появляющегося и исчезающего) или переменного (т. е. меняющего направление) электрического поля, то происходит некоторая затрата работы, которая может иметь своим результатом нагревание диэлектрика. Для исследования этого явления было произведено большое число работ, которые указаны в обзоре литературы. Первый, заметивший нагревание стекла лейденской банки, был Siemens (1861); затем Naccari и Bellati (1882) наблюдали нагревание жидкого диэлектрика (керосина) в переменном электрическом поле. Подробное исследование произвел И. И. Боргман в 1886 г. Он поместил 30 трубок, обклеенных фольгой и наполненных медными стружками, в одну общую трубку, соединенную с чувствительным манометром. Подвергая все трубки переменной электризации, он мог заметить нагревание трубок. При этом он нашел, что нагревание пропорционально квадрату разности потенциалов, до которой заряжались трубки. Этот закон был затем подтвержден наблюдениями других ученых, которые начиная с 1892 г. занимались этим вопросом.

В учении о магнитном поле мы познакомимся с явлением гистерезиса, которое заключается в том, что действие поля (магнитного) при данном его напряжении вызывает неодинаковое действие, смотря по тому, было ли это напряжение достигнуто при возрастающем или при убывающем напряжении. Быстрота изменения поля никакой роли не играет и не влияет на то нагревание, которое, как мы увидим, сопровождается переменное намагничивание, когда существует гистерезис.

Steinmetz (1892) и Kleiner (1893) приписывали нагревание диэлектриков в прерывчатом или переменном электрическом поле особенному электрическому гистерезису.

Первый Арно (1892), подвергший диэлектрик влиянию вращающегося электрического поля (аналогичного вращающемуся магнитному полю, с которым мы познакомимся впоследствии), показал, что нагревание зависит от быстроты изменения поля, и потому отверг мысль о гистерезисе. Он объяснил нагревание тем, что поляризация диэлектрика отстает от поля, если последнее быстро меняется. Это отставание, которое тем больше, чем быстрее меняется поле, также должно иметь последствием некоторую потерю электрической энергии, которая и переходит в теплоту.

Далее Несс (1893) развил теорию, по которой нагревание является следствием переменного заряжения и разряжения проводящих частиц, которые, как мы видели, по мнению некоторых ученых, распределены в непроводящей массе диэлектрика и являются как бы носителями поляризации диэлектрика.

Позднейшие работы Porter'a и Morris'a (1895), Elster'a и Schaufelberger'a (1897) и в особенности Beaulard'a (1900), Massarone (1901) и Corbino (1905) показали, что электрический гистерезис не существует, и что нагревание диэлектрика происходит вследствие того отставания поляризации, на которое указал Арно. То, что происходит в диэлектриках, по своему характеру напоминает явление внутреннего трения или вязкости, а потому можно сказать, что диэлектрики обладают „вязким гистерезисом“ (*hystérésis visqueuse*). При медленном изменении поля поляризация не зависит от направления этого изменения, и вязкий гистерезис отсутствует. Он растет с быстротою изменения поля, от которого, как сказано, магнитный гистерезис не зависит. На особого рода влияние электризации на температуру пироэлектрических кристаллов уже было указано на стр. 215. Теорию опытов Арно дал Лапра (1906).

ЛИТЕРАТУРА.

- Coulomb*. Mém. de l'Ac. royale des Sc. p. 572 1785; Collect. de mem. rel. à la Phys. 1 p. 107, 1884.
Cavendish. The Electrical Researches of the Honourable Henry Cavendish. Edit. by J. C. Maxwell, p. 104 1879.
Riess. Reibungselektrizität 1 p. 93.
Harris. Phil. Trans. part II p. 213 1834; part II p. 431 1836.
Mariè-Davy. C. R. 31 p. 863, 1850; Mém. de l'Acad. de Montpellier 2 p. 149.
Egen. Pogg. Ann. 5 p. 294, 1825.
Owen. Phil. Mag. (6) 11 p. 402, 1906.

К § 3.

- Pellat*. Journ. de Phys. (1) 10 p. 385, 1881; (3) 7 p. 18, 1898; C. R. 128 p. 1312, 1899; Ann. Chim. et Phys. (7) 18 p. 150, 1899.
Gaugain. Ann. d. Chim. et Phys. (4) 2 p. 276, 1864.
Wuellner. Ber. Münch. Ak. 1874; Pogg. Ann. 153 p. 22, 1874; 32 p. 19, 1886; W. A. 1 pp. 247, 361, 1877.
Boltzmann, Romich u. Novak. Wien. Ber. 70 p. 380, 1874.
Cohn u. Arons. W. A. 28 p. 454, 1886; 33 p. 13, 1888.
R. Kohlrausch. Pogg. Ann. 91 p. 56, 1854.
Faraday. Exper. Researches § 1297 и след.
Belli. Corso di fisica sperimentale 3 pp. 294, 331, 1838.

- Hopkinson*. Phil. Trans. 167 p. 599, 1876; Phil. Mag. (5) 2 p. 314, 1876; Proc. R. Soc. 25 p. 496, 1876.
- Hullevigie*. Journ. de phys. (3) 6 p. 113, 120, 1897.
- Leduc*. C. R. 152 p. 313, 1911.
- Gouré de Villemonée*. J. de phys. (4) 5 p. 403, 1906.
- Czukur*. Verh. d. d. phys. Ges. p. 73, 214 1915.
- Богуславский*. Phys. Ztschr. p. 805 1914.
- Richardson*. Proc. R. Soc. 92 p. 41, 1916.
- Shuddemagen*. Proc. Amer. Acad. of Arts a. Sc. 44 p. 467, 1909.
- Менатовский*. Arch. der Math. (3) 16 p. 168, 313, 1910.
- Pienkowski*. Bull. Inst. de phys. de Liège (6) 1913 N° 3.
- Trouton a. Russ*. Phil. Mag. (6) 13 p. 578, 1907.
- Schweidler*. Wien. Ber. 116 pp. 1019, 1055, 1907; Ann. der Phys. (4) 24 p. 711, 1907.
- Crémieu et Malclès*. C. R. 139 pp. 70, 969, 1904.
- Malclès*. C. R. 145 p. 1326, 1907; 150 p. 1309, 1910; 151 p. 63, 1910; Annal. d. chim. et phys. (8) 16 p. 153, 1908; 23 p. 348, 1911; Journ. de Phys. (4) 8 p. 631, 1909.
- Anderson a. Keane*. Phil. Mag. (6) 24 p. 437, 1912.
- Wagner*. Annal. d. Phys. (4) 40 p. 817, 1913.
- Schreiber*. Annal. d. Phys. (4) 41 p. 767, 1913.
- Debye*. Phys. Ztschr. 13 p. 97, 1912.
- Schrödinger*. Wien. Ber. 121 p. 1937, 1912.
- Ratnowsky*. Arch. sc. phys. et natur. (4) 35 p. 397, 1913; Verh. d. d. phys. Ges. 15 p. 497, 1913.
- Mercanton*. Arch. sc. phys. et natur. (4) 35 p. 48, 1913; C. R. 149 p. 591, 1909.
- Brentano*. Phys. Ztschr. 13 p. 855, 1913.
- Décombe*. C. R. 152 pp. 315, 1300, 1911; 153 p. 1469, 1911; 154 p. 191, 1912; Journ. de Phys. (5) 1 p. 359, 1911; 2 p. 181, 1912.
- Grover*. Bull. Bur. of Stand. 7 p. 495, 1911.
- Bezold*. Pogg. Ann. 114 p. 433, 1861; 125 p. 132, 1863; 137 p. 223, 1869.
- Giese*. W. A. 9 p. 161, 1880.
- Dieterici*. W. A. 25 pp. 291, 545, 1885.
- Neyreneuf*. Ann. d. Chim. et Phys. (5) 5 p. 392, 1875.
- Rowland a. Nichols*. Phil. Mag. (5) 11 p. 414, 1881.
- Hertz*. W. A. 20 p. 279, 1883.
- Hopkinson a. Wilson*. Phil. Trans. 189 p. 109, 1897.
- Puccianti*. Phys. Ztschr. 5 p. 92, 1904.
- Seddig*. Phys. Ztschr. 6 p. 414, 1905.
- Knoblauch*. Pogg. Ann. 83 p. 289, 1851.
- Root*. Pogg. Ann. 158 p. 31, 425, 1876.
- Boltzmann*. Wien. Ber. 80 p. 275, 1879.
- Righi*. C. R. 88 p. 1262, 1879; R. Acc. delle Sc. de Bologna 1897.
- Quincke*. W. A. 59 p. 417, 1896; 62 p. 67, 1897.
- Heydweiller*. Verh. Deutsch. Phys. Ges. 16 p. 32, 1897.
- Graetz*. Annal. d. Phys. (4) 1 p. 530, 1900.
- Schweidler*. Wien. Ber. 106 p. 526, 1897.

K § 4.

- Fontana*. Lettere inedite di Volta. Pesaro, p. 15 1831.
- Volpicelli*. Archives de Genève 32 p. 323, 1856.
- Govi*. N. Cim. 21 p. 18, 1866.
- Duter*. C. R. 87 pp. 828, 960, 1036, 1878; 88 p. 1260, 1879; Journ. de Phys. (1) 8 p. 82, 1879.
- Quincke*. W. A. 10 pp. 161, 374, 514, 1880; 19 p. 545, 705, 1883.
- Righi*. C. R. 88 p. 1262, 1879; Mem. di Bologna 10 p. 407, 1879.
- Roentgen*. W. A. 11 p. 771, 1880; 18 pp. 227, 547, 1883; 19 p. 320, 1883.
- Cantone*. Rend. Acc. dei Lincei (4) 4 p. 344, 471, 1888.

- More.* Phil. Mag. (5) 50 p. 198, 1900; 2 p. 527, 1901; 6 p. 1, 1903.
Curie. C. R. 93 p. 1137, 1881; 106 p. 1287, 1888; Journ. de Phys. (2) 8 p. 149, 1889.
Kundt. W. A. 18 p. 230, 1883.
Warren de la Rue et Hugo Mueller. C. R. 89 p. 637, 1879.
Wuellner u. M. Wien. Annal. d. Phys. (4) 9 p. 1217, 1902.
Maxwell. Treatise I Cap. 5. § 103—107.
Helmholtz. W. A. 13 p. 385, 1881; Wiss. Abh. 1 p. 798.
Lorberg. W. A. 21 p. 300, 1884.
Lippmann. Ann. d. Chim. et Phys. (5) 24 p. 145, 1881.
Duhem. Leçons sur l'électricité et le magnétisme 2 p. 405, 1892; Journ. de Phys. (3) 9 p. 28, 1900.
Kirchhoff. W. A. 24 p. 52, 1885; 25 p. 601, 1885; Abhandl.-Nachträge p. 91, 114.
Pockels. Grunerts Archiv 12 p. 57, 1893.
Kortweg. C. R. 88 p. 338, 1879; W. A. 9 p. 48, 1880; 12 p. 647, 1881.
Sacerdote. Journ. de Phys. (3) 8 p. 457, 531, 1899; 10 p. 196, 200, 1901; Ann. d. Phys. et Chim. (7) 20 p. 289, 1900; C. R. 126, p. 1019, 1898; Thèses 1012, Paris 1899; Phil. Mag. (6) 1 p. 357, 1901.
Шиллер. Ж. Р. Ф.-Х. О. 26 p. 208, 1894; Киев. Унив. Изв. 1894.
Капустин. Влияние эл. и магн. сил и т. д. на объем и давление газов. Спб., 1895; Ж. Р. Ф.-Х. О. 27 pp. 103, 129, 1895.
Boltzmann. Wien. Ber. (2) 81 p. 9, 1880.
Mache. Wien. Ber. 107 p. 708, 1898.
Gans. Annal. d. Phys. (4) 11 p. 797, 1903; 13 p. 631, 1904.
Voigt. W. A. 69 p. 297, 1899; Gött. Abh. 36, 1890.
Bouchet. Journ. de Phys. (4) 8 p. 650, 1909; C. R. 160 p. 240, 1915; 163 p. 169, 479, 1915.
Adams. Phil. Mag. (6) 22 p. 889, 1911.
Pockels. Encykl. der math. Wiss. V, 2 N° 16, p. 350, 1907.
Livens. Phil. Mag. (6) 32 p. 162, 1916.
Kemble. Phys. Rev. (2) 7 p. 614, 1916.
Thornton. Phil. Mag. (6) 30 p. 124, 1915.
Kortweg u. Julius. W. A. 12 p. 647, 1881.
Cantone u. Pozzani. Rednic. R. Ist. Lombardo (2) 33, 1900.
Larmor. Phil. Trans. 190 p. 280, 1898.
Lano. Phys. Ztschr. 1902 p. 401.

K § 5.

- Néculcéa.* Le phénomène de Kerr. Scientia, phys.-math. N° 16, 1902.
Kerr. Phil. Mag. (4) 50 pp. 337, 446, 1875; (5) 8 pp. 85, 229, 1879; 9 p. 159, 1880; 13 pp. 153, 248, 1882; 20 p. 363, 1885; 37 p. 380, 1894.
Roentgen. W. A. 10 p. 77, 1880; 18 pp. 213, 534, 1883; 19 p. 319, 1883.
Brongersma. W. A. 16 p. 222, 1882; Phil. Mag. (5) 14 p. 127, 1882.
Quincke. W. A. 10 p. 536, 1880; 19 p. 729, 1883; 32 p. 538, 1887; 62 p. 1, 1897; Berl. Ber. p. 4 1883.
Lemoine. C. R. 122 p. 835, 1896.
Blackwell. Proc. Amer. Acad. of Arts a. Sc. 41 p. 645, 1906.
Hagenow. Phys. Rev. 27 p. 196, 1908.
Tauern. Annal. d. Phys. (4) 32 p. 1064, 1910.
Blondlot. C. R. 106 p. 349, 1888; Journ. de Phys. (2) 7 p. 91, 1888.
Bichat et Blondlot. Journ. de Phys. (2) 1 p. 364, 1882.
Elmen. Annal. d. Phys. (4) 16 p. 350, 1905; Phys. Rev. 20 p. 54, 1905.
König. Annal. d. Phys. (4) 28 p. 413, 1909.
Mc Comb. Phys. Rev. 27 p. 336, 1908; 29 p. 525, 1909; (2) 6 p. 180, 1915.
Leiser. Diss Karlsruhe, 1910; Abhandl. d. Deutsch. Bunsen-Ges. N° 4, 1910; Phys. Ztschr. 12 p. 955, 1911; Verh. d. d. phys. Ges. p. 903 1911.
Cabannes. Le Radium 7 p. 364, 1910.

- Lippmann.* Ztschr. f. Elektrochem. 17 p. 15, 1911; Diss. Leipzig. 1912.
Zeemann. Phys. Ztschr. 13 p. 529, 1912; Versl. K. Ak. van Wet. 20 p. 731, 1911.
Zeemann u. Hoogenboom. Phys. Ztschr. 13 p. 913, 1913; Versl. K. Ak. van Wet. 20 pp. 570, 921, 1911; 21 p. 188, 1912.
Де-Мену. Ж. Р. Ф.-Х. О. 34 p. 521, 1902.
Abraham et Lemoine. C. R. 129 p. 206, 1899; Journ. de Phys. (3) 9 p. 262, 1900; Naturw. Rundschau 14 p. 499 1899; Ann. de Chim. et Phys. (7) 20 p. 264.
James. Annal. d. Phys. (4) 15 p. 954, 1904.
Gutton. Journ. de Phys. (5) 2 p. 51, 1912; 3 pp. 206, 445, 1913; C. R. 156 pp. 387, 1370, 1913.
Cotton et Mouton. C. R. 150 p. 774, 1910.
Langevin. Le Radium 7 p. 249, 1910; C. R. 151 p. 475, 1910.
Aeckerlein. Phys. Ztschr. 7 p. 594, 1906; 8 p. 117, 1907.
Chaudier. Ann. de Chim. et Phys. (8) 15 p. 67, 1908; Le Radium 5 p. 162, 1908; Thèse, Paris 1907; C. R. 149 p. 202, 1909; Journ. de phys. (4) 8 p. 422, 1909.
Kundt. W. A. 18 p. 228, 1883.
Czermak. Wien. Ber. 97 p. 301, 1888.
Voigt. W. A. 69 p. 297, 1899.
W. Schmidt. Annal. d. Phys. (4) 7 p. 142, 1902.
Pockels. N. Jahrb. f. Mineral. 7 p. 201, 1890 (Beilage); Abh. Goettingen 39, 1894.
Duff. Phys. Rev. 4 p. 23, 1895.
Koenig. W. A. 25 p. 624, 1885.
Ercolini. N. Cim. (5) 5 p. 249, 1903.
Pacher e Finazzi. Atti d. R. Ist. Veneto 59, II, 1899—1900.
Pochettino. Rend. Acc. d. Lincei (5) 12, II, 363, 1903.
Havelock. Proc. R. Soc. 77 p. 170, 1905; 80 p. 28, 1907; Phys. Rev. 28 p. 136, 1909.
Larmor. Phys. Trans. 190 p. 236, 1898.
Voigt. Gött. Nachr. 1912 p. 577, 832, 861; 1913 p. 215; Magneto- und Elektro-Optik 1908 p. 374.
Enderle. Diss. Freiburg 1912.
Giurgea. C. R. 153 p. 1461, 1911; Thèse, Paris 1912.
Chaumont. Annal. de phys. (9) 4 p. 61, 1915; 5 p. 1916.
Bergholm. Annal. der Phys. (4) 53 p. 169, 1917.
Lyon. Annal. der Phys. (4) 46 p. 753, 1915.
Hansen. Diss. Berlin, 1912.

K § 6.

- Siemens.* Pogg. Ann. 125 p. 137, 1865.
Naccari e Bellati. Atti di Torino 17, p. 26, 1882; Journ. de Phys. (2) 1 p. 430, 1882.
Боргман. Ж. Р. Ф.-Х. О. 18 p. 1, 1886; Journ. de Phys. (2) 8 p. 217, 1888.
Steinmetz. Elektrotechn. Ztschr. 29 April 1892; Lum. électr. 44 p. 95, 1892.
Kleiner. W. A. 5 p. 138, 1893.
Arno. Rendic. Acc. d. Lincei (5) 3 p. 585; 5 p. 262, 1892; 1893; 1894; 7 p. 167, 1899; Journ. de Phys. (3) 8 p. 607, 1898.
Hess. Journ. de Phys. (3) 2 p. 145, 1893; Éclair. électr. 3 p. 210, 1895.
Porter a. Morris. Proc. R. Soc. 57 p. 469, 1895; Journ. de Phys. (3) 5 p. 34, 1896.
Elster. Elektrotechn. Ztschr. 15 Juni 1895.
Beaulard. Journ. de Phys. (3) 9 p. 422, 1900.
Schäufelberger. W. A. 62 p. 635, 1897; 65 p. 635, 1898; 67 p. 307, 1899; Inaug.-Diss. Zürich, 1898.
Corbino. Phys. Ztschr. 6 p. 138, 1905.
Maccarone. Phys. Ztschr. 3 p. 57, 1901.
Lampa. Wien. Ber. 115 p. 1695, 1906; 117 p. 1045, 1909.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

Электростатические измерения.

§ 1. Введение. Изучая электрическое поле, мы познакомились с разного рода электрическими, вернее электростатическими, величинами. В этой главе мы рассмотрим способы измерения этих величин. Все, что в т. I было сказано об искусстве производить измерения, понятно, относится и к предмету этой главы. Существует большое число сочинений, специально посвященных электрическим измерениям; в них можно найти те подробности, на которых мы здесь не можем останавливаться. Впрочем, действительное знакомство с измерительными методами может быть приобретено только в физической лаборатории при их практическом применении.

Для измерения некоторых электрических величин существуют особые приборы, которые дают возможность более или менее непосредственно получить искомые численные значения измеряемых величин. Другие из этих величин могут быть измерены лишь более сложным путем, комбинацией приборов и наблюдений. Конечно, строгой грани между этими двумя способами измерения провести нельзя. Некоторые приборы, а также методы измерения, уже были описаны в предыдущих главах. Здесь мы упомянем о них для полноты обзора. Относительно электрического потенциала и электродвижущей силы мы ограничимся пока рассмотрением электростатических способов измерения. Другие способы будут изложены впоследствии.

При рассмотрении способов измерения диэлектрической постоянной K нам придется упоминать явления, с которыми мы познакомимся лишь в дальнейших главах этой книги. В данном случае нам казалось удобнее собрать обзор главнейших методов в одном месте.

§ 2. Электростатическая система единиц. При измерении электрических величин играют роль единицы этих величин, с которыми мы уже познакомились в первой главе. Для удобства составим обзор этих величин, их размеров, а также формул, служащих для их определения. Здесь идет речь об электростатических единицах, или сокращенно — „э-ст. единицах.“ Специальный случай представляют э-ст. *C. G. S.* единицы. В гл. I § 4 уже было сказано, что индуктивную способность K можно и не считать за отвлеченное число, но что ее можно вводить в формулы размеров, как физическую величину, и в виде примера мы выписали формулу (13, а), сохранив в ней размер K , который мы написали в виде $[K]$. В нижеследующем обзоре мы везде сохраним размер индуктивной способности. Мы однако при этом не будем пользоваться скобками, а это значит, что мы под K будем подразумевать символ единицы индуктивной способности подобно тому, как L , M и T символически обозначают единицы длины, массы и времени. Множитель K^n мы будем разделять точкою, чтобы яснее указать обычные формулы размера, получаемые, если принять индуктивную способность за отвлеченное число. Пере-

ходим к обзору единиц. Определения э.-ст. единицы вообще и э.-ст. *C. G. S.* единицы мы будем соединять вместе.

1. Количество электричества η ; согласно формуле (11) гл. I, § 4,

$$f = \frac{\eta \eta'}{K r^2} \dots \dots \dots (1)$$

Э.-ст. (*C. G. S.*) единица количества электричества действует на равную ей, находящуюся на расстоянии единицы длины (одного см.), с силою, равную единице силы (одному дину). Размер, см. (13,а),

$$[\eta] = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (1, a)$$

3. 10^{10} э.-ст. *C. G. S.* единиц составляют э.-м. (электро-магнитную) единицу.

3. 10^9 э.-ст. *C. G. S.* единиц составляют кулон.

3000 э.-ст. *C. G. S.* единиц составляют микрокулон.

2. Поверхностная плотность k ; пусть s — поверхность. Тогда, см. (2) гл. I, § 2

$$k = \frac{\eta}{s} \dots \dots \dots (2)$$

$$[k] = [\eta] : L^2 = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (2, a)$$

3. Напряженне электрического поля или просто поле F ; согласно (1), гл. I, § 1

$$F = \frac{f}{\eta} \dots \dots \dots (3)$$

Э.-ст. (*C. G. S.*) единица поля есть поле в такой точке, в которой на э.-ст. (*C. G. S.*) единицу количества электричества действует единица силы (сила, равная дину).

$$[F] = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (3, a)$$

4. Силовой поток Φ ; согласно (16), гл. I

$$\Phi = \int \int F_n ds \dots \dots \dots (4)$$

$$[\Phi] = [F] L^2 = K^{-\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (4, a)$$

Размер Φ одинаков с $[\frac{\eta}{K}]$, как и должно быть на основании (18), гл. I

5. Индукция B ; согласно (28,е)

$$B = K F \dots \dots \dots (5)$$

$$[B] = K \cdot [F] = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (5, a)$$

6. Поток индукции Ψ ; согласно (16,а),

$$\Psi = \int \int K F_n ds \dots \dots \dots (6)$$

$$[\Psi] = [B] L^2 = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (6, a)$$

Эта формула одинакова с (1,а), как и должно быть на основании (18,а).

7. Поверхностное натяжение P ; согласно (25), гл. I

$$P = \frac{2\pi k^2}{K} \dots \dots \dots (7)$$

$$[P] = \frac{1}{K} [k]^2 = L^{-1} M T^{-2} \dots \dots \dots (7, a)$$

P_s есть некоторая сила; и действительно, $[P_s] = [P] L^2 = L M T^{-2}$ представляет размер силы.

8. Электрическое смещение \mathfrak{D} ; согласно тому, что было сказано в гл. I, § 4,

$$\mathfrak{D} = k \dots \dots \dots (8)$$

$$[\mathfrak{D}] = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (8, a)$$

Эта формула одинакова с (5, a), как и должно быть на основании формулы (32, i), дающей $[\mathfrak{D}] = (KF) = [B]$.

9. Электрический момент m ; согласно сказанному в гл. I, § 5,

$$m = \eta l \dots \dots \dots (9)$$

$$[m] = [\eta] L = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (9, a)$$

10. Поляризация диэлектрика Π ; согласно (33, d), гл. I (v — об'ем),

$$\Pi = \frac{m}{v} \dots \dots \dots (10)$$

$$[\Pi] = [m] L^{-3} = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (10, a)$$

Эта формула одинакова с (2, a) и (5, a), как и должно быть на основании формулы (32, d), гл. I.

11. Электрический потенциал или электродвижущая сила V ; согласно (37) (r — длина),

$$V = \frac{\eta}{Kr} \dots \dots \dots (11)$$

$$[V] = [\eta] K^{-1} L^{-1} = K^{-\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (11, a)$$

или, см. (38) (R — работа),

$$[V] = \frac{[R]}{[\eta]} = \frac{L^2 M T^{-2}}{K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}} = K^{-\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Э.-ст. (*C. G. S.*) единица потенциала есть разность потенциалов двух точек, если при переходе э.-ст. (*C. G. S.*) единицы количества электричества от одной к другой совершается единица работы (один эрг работы).

$\frac{1}{300}$ *C. G. S.* э.-ст. единицы составляет вольт.

Работа вольт-кулон равна одному джолю = 0,102 килогр.-метра = = 0,24 мал. калории.

Мощность вольт-кулон в секунду равна ватту ($\frac{1}{736}$ лошади. силы).

12. Электроемкость q ; согласно (49, a), гл. I

$$q = \frac{\eta}{V} \dots \dots \dots (12)$$

$$[q] = [\eta] : [V] = K \cdot L \dots \dots \dots (12, a)$$

Э.-ст. (C. G. S.) единица емкости есть емкость проводника, который одною э.-ст. (C. G. S.) единицей количества электричества заряжается до одной э.-ст. (C. G. S.) единицы потенциала. Это, например, емкость в воздухе шара, радиус которого равен единице длины (одному см.).

9 · 10¹¹ э.-ст. C. G. S. единиц емкости составляют фараду, которая одним кулоном заряжается до одного вольта.

900000 э.-ст. C. G. S. единиц емкости составляют микрофараду, которая одним микрокулоном заряжается до одного вольта.

Рекомендуем читателю проверить однородность формул, которые были выведены в главе первой, т. е. удостовериться, что в каждой формуле все члены одного размера. При этом, однако, в некоторых формулах придется принять $[K] = 1$, т. е. K нулевого размера. Так, напр., в формуле (34) гл. I, а именно $K = 1 + 4\pi\gamma$, число 1 есть индуктивная способность воздуха, принятая равною единице.

§ 3. Электрометры. Измерение количеств электричества и потенциалов. Приборы, которые могут служить для измерения количеств электричества и потенциалов, называются электрометрами. Электроскопы сравнительно простого устройства тогда только могут служить электрометрами, когда они снабжены шкалою, вдоль которой перемещаются подвижные части, и когда они градуированы, т. е. когда путем предварительного исследования определено, какому потенциалу соответствует каждое деление. Главнейшие электроскопы были рассмотрены или упомянуты в гл. I, § 3. Угол φ расхождения листочков в простом электроскопе не служит мерою потенциала V , до которого эти листочки заряжены, как иногда полагают. Взаимное отталкивание f листочков пропорционально произведению их зарядов, из которых каждый был бы пропорционален потенциалу V , если бы емкость q всего прибора не менялась при расхождении листочков; кроме того f меняется еще в зависимости от φ . Исследования Колаček'a показали, что, если φ не превышает 18°, то V и φ связаны уравнением вида

$$V^2 = a\varphi + b\varphi^2 \dots \dots \dots (13)$$

где a и b — постоянные, которые могут быть определены раз навсегда для данного электроскопа.

Из электрометров были рассмотрены крутильные весы и капиллярный электрометр; вкратце был описан квадрантный электрометр (гл. I, § 3). Переходим к рассмотрению разных электрометров и способа их применения для измерения количеств электричества и потенциалов. Заметим, что Villeу (1912) в обширной и весьма интересной статье развил общие соображения об электрометрических измерениях, об устройстве электрометров, об их теории и о пользовании ими.

I. Электрометр Hankel'я состоит из сосуда, передняя стенка которого стеклянная. Внутри его висит золотой листочек между металли-

ческими пластинками, которые наэлектризованы разноименно при помощи батареи из 100—200 простых элементов, состоящих из *Cu*, *Zn* и воды (Вранли берет *Pt* вместо *Cu*), и соединенных последовательно. При помощи винта можно менять расстояние пластинок от листочка. Движения листочка наблюдаются через микроскоп, окуляр которого снабжен шкалой. Прибор должен быть градуирован при помощи элементов, электродвижущая сила которых известна. Hankel пользовался этим прибором при своих исследованиях пироэлектрических кристаллов.

Elster и Geitel (1909) весьма существенно усовершенствовали электрометр Hankel'я, заменив золотой листочек кварцевой нитью, толщиной в 0,001 мм. Нить покрыта слоем металла; ее движения наблюдаются при помощи микроскопа. Емкость электрометра не превышает 2 см.; измерять можно с точностью до 0,003 вольта, что соответствует одному делению шкалы, содержащей всего ± 80 делений.

II. Крутильные весы. Они описаны в гл. III, § 2. Покажем, как ими воспользоваться для измерения количества электричества η или потенциалов V . Мы вывели формулу (8,а) гл. III, которую напомним в виде

$$\eta \eta' = 4a C \varphi \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \dots \dots \dots (14)$$

где η и η' — количества электричества на неподвижном и на подвижном шариках, a — длина стерженька от его точки привеса до центра шарика, C — коэффициент кручения нити, который можно определить по формуле (5,б) гл. III из наблюдений над крутильными качаниями весов, α — угол вращения стерженька, $\varphi = \alpha + \beta$ — угол кручения нити, причем β — угол поворота верхнего ее конца.

При помощи крутильных весов можно в различных случаях сравнивать или измерять заряды и потенциалы. Пусть A — неподвижный, B — подвижный шар. Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Требуется сравнить два количества электричества η и η_1 , перешедшие в двух случаях, напр. при соприкосновении с двумя различными точками какого-либо наэлектризованного тела, на шар A . Тут возможны два случая:

а) Шар B был предварительно наэлектризован одноименно с η и η_1 и имеет заряд η' . Очевидно, мы кроме (14) имеем еще формулу

$$\eta_1 \eta' = 4a C \varphi_1 \sin \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} \dots \dots \dots (14, a)$$

Разделив (14) на (14,а), получаем искомое отношение $\eta : \eta_1$, выраженное в известных величинах α , φ , α_1 и φ_1 . Если сделать $\alpha_1 = \alpha$, то получается

$$\eta : \eta_1 = \varphi : \varphi_1 \dots \dots \dots (14, б)$$

б) Шар B каждый раз приводится в соприкосновение с шаром A . В таком случае заряд η разделяется на две части $k\eta$ и $k'\eta$, где $k + k' = 1$. Формула (14) принимает теперь вид

$$k k' \eta^2 = 4a C \varphi \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \dots \dots \dots (14, в)$$

В формуле (14,а) слева будет стоять $kk'\eta_1^2$, и таким образом получится отношение $\eta^2 : \eta_1^2$. Если сделаем $\alpha_1 = \alpha$, то будем иметь

$$\frac{\eta}{\eta_1} = \sqrt{\frac{\varphi}{\varphi_1}} \dots \dots \dots (14, d)$$

2. Требуется измерить в абсолютных единицах количество электричества η , перешедшее при данных обстоятельствах на шар *A*. Шар *B* электризуется соприкосновением с шаром *A*. Полагая, что размеры шаров *A* и *B* известны, мы можем найти в таблицах Plana, о которых было сказано на стр. 116, множители *k* и *k'*. Определив коэффициент кручения *C*, мы получим, η из (14,с) по формуле

$$\eta = \sqrt{\frac{4aC}{kk'} \varphi \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \dots \dots \dots (14, e)$$

В этой формуле угол φ должен быть выражен в единицах угла, равных $57^{\circ}17'45'' \dots = 57^{\circ}, 296 \dots$, как это видно из основной формулы $M = C\varphi$, см. (5,а) гл. III. Если в формуле (5,б) стр. 247 время *T* выражено в секундах, и при вычислении *K* за единицы длины и массы были приняты сантиметр и грамм, и если *a* в (14,е) измерено также в сантиметрах, то η получается в *C. G. S.* э.-ст. единицах. О необходимых поправках на взаимную индукцию шаров и на влияние оболочки, окружающей шары, было сказано в гл. III.

Если все измерения делать при одном угле α , и раз навсегда вычислить величину

$$Q = \sqrt{\frac{4aC}{kk'} \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}},$$

то η определится по простой формуле

$$\eta = Q \sqrt{\varphi} \dots \dots \dots (15)$$

где φ выражено в упомянутых единицах угла.

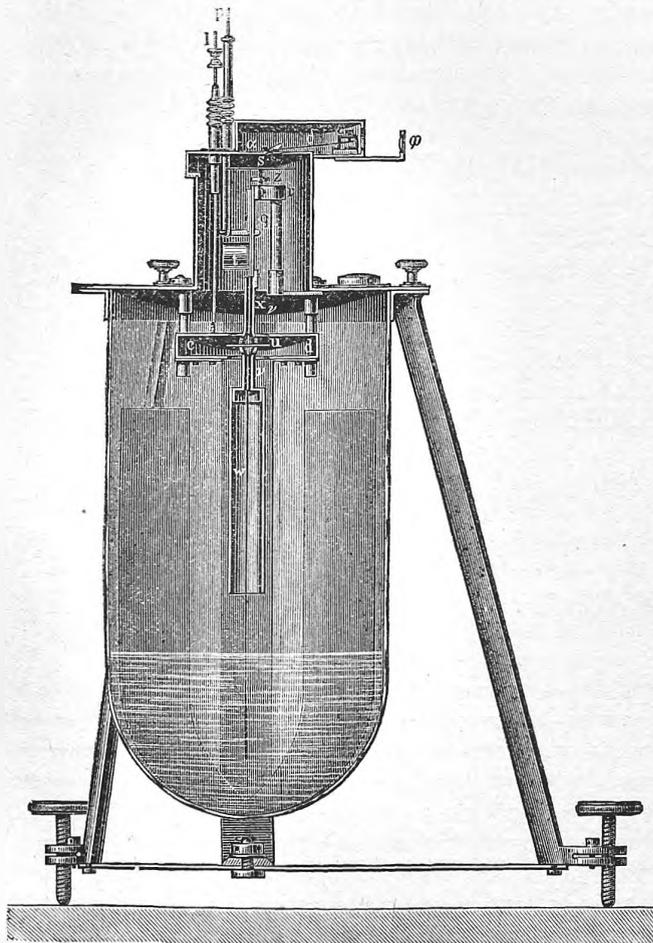
3. Определив η и зная радиус *R* шара *A*, мы можем вычислить и потенциал *V* этого шара по формуле $V = \eta : R$, а следовательно, и потенциал источника, если шар *A* предварительно был соединен с ним при помощи достаточно длинной проволоки.

III. Квадрантный электрометр *W. Thomson'a* (*Lord Kelvin*). Общее описание этого важного прибора уже было нами дано в гл. I; на рис. 10 была изображена одна из сравнительно простых его форм. Вспомним, что существеннейшие его части суть четыре квадранта, соединенные попарно накрест, и находящаяся над ними или внутри них широкая стрелка. Обозначим потенциалы двух пар квадрантов через V_1 и V_2 , потенциал стрелки — через *V*.

На рис. 120 показано в разрезе устройство электрометра в одной из более сложных форм, которые ему придал изобретатель. Впрочем и здесь не изображены все части, которые встречаются в наиболее сложных конструкциях. Мы ограничиваемся немногими словами, так как этими сложными приборами почти не пользуются на практике. Чтобы удержать

стрелку при постоянном потенциале V , W. Thomson придал прибору форму лейденской банки, а именно — стеклянного сосуда, снаружи обклеенного полосами фольги и содержащего некоторое количество серной кислоты, заменяющей внутреннюю обкладку. Квадранты видны в c и d ; от стрелки n идет проволока, к которой прикреплено зеркальце, служащее для измерения вращения стрелки, например, по способу трубы

Рис. 120.



и шкалы. Проволока с зеркальцем и стрелкою привешена на шелковинке; иногда имеется бифилярный привес. От стрелки идет проволока w , к нижнему концу которой привешен более толстый платиновый стерженек, погруженный в серную кислоту. Таким образом стрелка принимает потенциал V серной кислоты, которую можно электризовать при помощи особой проволочки, не изображенной на рисунке. При помощи маленькой электрической машинки (реплиншера), также на рисунке не изо-

браженной, можно увеличивать или уменьшать потенциал V . Чтобы привести V всегда к одному и тому же значению, служит пластинка S , также соединенная с серной кислотой. Она притягивает маленькую пластиночку α , находящуюся на коротком плече рычага; длинное плечо δ снабжено на своем конце горизонтальною нитью, положение которой рассматривается через лупу φ . Действуя реплиншером, приводят эту нить всегда к одному и тому же положению, чем очевидно и достигается электризация стрелки всегда до одного и того же потенциала V . Ныне почти всегда пользуются батареей элементов или аккумуляторов для того, чтобы стрелку или квадранты удержать при постоянном потенциале.

Необходимость электризовать стрелку заставляет привешивать ее на металлической проволоке или металлически соединять ее с серной кислотой. Этим в значительной степени уменьшается чувствительность прибора. Поэтому Nernst и Dolezalek (1901) построили прибор, в котором маленький сухой столбик присоединен к стрелке и вместе с нею подвешен на кварцевой нити. Этот электрометр давал отклонение в 0,1 мм. при 3 м. расстояния шкалы, когда разность потенциалов равнялась 10^{-5} вольта. Однако увеличение тяжести подвешенной системы представляет существенный недостаток. Himstedt предложил пользоваться высеребрянной кварцевой нитью, проводящей электричество к стрелке; здесь неудобство заключается в тех трудностях, которые представляет сребрение тончайшей нити.

В 1901 г. Dolezalek построил квадрантный электрометр в высшей степени простой и удобный, не обладающий указанными недостатками и в то же время чрезвычайно чувствительный. Этот электрометр пользуется ныне широким распространением. Весьма легкая стрелка из двух листочков так называемой серебряной бумаги (покрытой тонким слоем олова) привешена к кварцевой нити, поверхность которой сделана проводящей погружением в раствор $CaCl_2$, $MgCl_2$, фосфорной кислоты или едкого кали (образуется K_2CO_3 под действием CO_2 воздуха). Остающиеся после высыхания на поверхности нити следы гигроскопического вещества вызывают постоянную влажность этой поверхности, достаточную для прохода электричества. Несмотря на громадное сопротивление такой проволоки, равное 10^{10} — 10^{11} омов, стрелка почти мгновенно заряжается, так как емкость прибора всего около 10^{-5} микрофарады. Для заряда стрелки может служить батарея аккумуляторов или сухой столбик. Когда стрелка заряжена до 110 вольт, то разность потенциалов в 0,001 вольта, приложенная к квадрантам, дает отклонение в 2,4 мм. при расстоянии шкалы в 2 м. и толщине нити в 0,009 мм. Отклонения строго пропорциональны приложенным разностям потенциалов до отклонения в 200 мм. (около 0,08 вольта). Чувствительность еще значительно увеличивается, если брать более тонкую (до 0,004 мм.) кварцевую нить; отклонение может быть доведено до 17 мм. от 0,001 вольта.

Разного рода изменения в конструкции квадрантного электрометра ввели, между прочим, Angot, Branly, Mascart, G. Wiedemann (его прибор изображен на рис. 10), Righi, Hallwachs, Curie, Guglielmo,

Edelmann, Becquerel, Wüstney (1911), Н. Schultze (1912), Hoffmann (1912), Müllы (1913), Parson (1915) и др.

Особое видоизменение представляет прибор с цилиндрическими квадрантами, между которыми вращается стрелка, снабженная на концах двумя цилиндрически изогнутыми пластинками. На рис. 124 схематически изображены квадранты A, B, C, D и стрелка E .

Точная теория квадрантного электрометра оказывается весьма сложной. Ее развивали Maxwell, Hallwachs, Hopkinson, Hartwich, Ayrton, Perry и Sumpner, Chauveau, Ohrlieh (1903), Walker (1903), Cohnstaedt (1907), Moulin (1907), Scholl (1908), del Pulgar и Wolf (1909), Swann (1912), Anderson (1912) и др. Мы ограничиваемся выводом общеупотребительной формулы, который однако далеко нельзя назвать строгим. Пусть AB и CD обозначают две пары квадрантов, потенциалы которых V_1 и V_2 ; предположим, что $V_1 > V_2$, и что стрелка, потенциал которой V , повернулась на угол α в сторону той пары квадрантов, потенциал которой V_2 . В этом случае закручивающий момент M электрических сил равен $M = C\varphi$ при унифилярном и $M = C \sin \varphi$ при бифилярном привесе. При малых углах отклонения можно синус заметить углом, а потому мы вообще примем

$$M = C\varphi \dots \dots \dots (16)$$

Заряд расположится по поверхности стрелки так, что большая его часть перейдет на поверхность, находящуюся против квадрантов CD . Пусть S_1 и S_2 — части поверхности стрелки, находящиеся против квадрантов AB . Очевидно, что при всех положениях стрелки.

$$S_1 + S_2 = \text{Const.} \dots \dots \dots (16, a)$$

Пренебрегая краевыми полосами, мы можем допустить, что стрелка и квадранты составляют два плоских конденсатора, поверхности которых суть S_1 и S_2 ; они заряжены до разностей потенциалов $V - V_1$ и $V - V_2$. Пусть Q_1 и Q_2 — емкости этих конденсаторов. На основании формулы (65, b) гл. I энергия всей системы равна

$$W_1 = \frac{1}{2} Q_1 (V - V_1)^2 + \frac{1}{2} Q_2 (V - V_2)^2 \dots \dots \dots (16, b)$$

На основании формулы (61) гл. I, в которой $K = 1$, имеем:

$$Q = \frac{S_1}{4\pi d}, \quad Q_2 = \frac{S_2}{4\pi d},$$

где d — расстояние стрелки, от квадрантов. В действительности формулы должны быть более сложные, особенно когда квадранты обхватывают стрелку, но во всяком случае мы будем близки к истине, если предположим, что Q_1 и Q_2 пропорциональны S_1 и S_2 . Итак мы полагаем:

$$Q_1 = a S_1, \quad Q_2 = a S_2,$$

где a — постоянное число. Вставляя это в (16, b), получаем

$$W = \frac{aS_1}{2} (V - V_1)^2 + \frac{aS_2}{2} (V - V_2)^2 \dots \dots \dots (17)$$

Для величины закручивающего момента M мы имеем формулу (81, b) гл. I

$$M = -\frac{\partial W}{\partial \alpha} \dots \dots \dots (18)$$

Когда стрелка поворачивается на бесконечно малый угол $d\alpha$, энергия W меняется на величину

$$dW = \frac{a}{2} (V - V_1)^2 dS_1 + \frac{a}{2} (V - V_2)^2 dS_2.$$

Но (16, a) дает $dS_1 + dS_2 = 0$; полагая далее, что край стрелки параллелен кругу, ограничивающему квадранты (см. рис. 9, стр. 28), можно

Рис. 121.

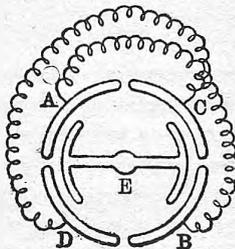
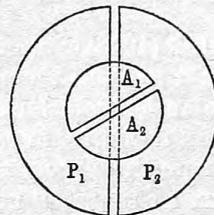


Рис. 122.



dS_1 и dS_2 считать пропорциональными $d\alpha$, т. е. положить $dS_2 = c d\alpha$ и $dS_1 = -c d\alpha$.

Таким образом получаем для M выражение

$$M = -\frac{ac}{2} \{ (V - V_1)^2 - (V - V_2)^2 \}$$

или

$$M = ac (V_1 - V_2) \left(V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) \dots \dots \dots (19)$$

Сравнивая это с (16) и обозначая $ac : C$ через h , получаем

$$\alpha = h (V_1 - V_2) \left(V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) \dots \dots \dots (20)$$

Здесь α может быть заменено и всякою другою величиною, измеряющею отклонение стрелки и с достаточною точностью пропорционально углу α , например, числом s делений шкалы, когда пользуются объективным или субъективным способом измерения углов при помощи шкалы. Понятно, что численное значение множителя h в этих случаях будет другое.

В формулу (20) были введены разного рода поправки. Так Hallwachs принял, между прочим, во внимание те разности потенциалов,

которые должны возникнуть, если квадранты и стрелка состоят из разных веществ, те или другие части прибора соединены с землею и т. д. Случай бифилярного подвеса исследовал Hartwich, который показал, какою более сложною формулою заменяется в этом случае формула (20). Гоуу показывал, что, если V_1 и V_2 велики сравнительно с V , то формула (20) также перестает быть верною и должна быть заменена другою.

Blondlot и Curie, основываясь на работе Гоуу, построили электрометр, схематически изображенный на рис. 122. Стрелка $A_1 A_2$ состоит из двух изолированных друг от друга частей; две пары железных, намагниченных пластинок P_1 и P_2 находятся одна под, другая над стрелкой $A_1 A_2$. Намагничивание, как мы увидим впоследствии, имеет целью быстро успокаивать колебания стрелки. Если V_1, V_2, V_3 и V_4 суть потенциалы тел A_1, A_2, P_1 и P_2 , то угол α отклонения стрелки выражается формулою

$$\alpha = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_4) \dots \dots \dots (21)$$

где K постоянное. Если соединить A_1 с P_1 и A_2 с P_2 , то

$$\alpha = K(V_1 - V_2)^2 \dots \dots \dots (22)$$

Dolezalek (1908) существенно усовершенствовал электрометр Blondlot и Curie и дал его теорию; он его назвал бинантным электрометром (Binantenelektrometer). Этим прибором можно измерять потенциалы от нескольких милливольт до 100 вольт. Если „стрелке“ и коробке придать форму концентрических шаровых слоев, то первая даже при высоких напряжениях не делается неустойчивой.

Переходим к способам пользования квадрантным электрометром для измерения, вернее сравнения, различных потенциалов или разностей потенциалов. Эти способы были подробно изучены в особенности Hallwachs'ом. Следует отличать три таких способа. Заметим, что формула (20) упрощается в двух частных случаях. Когда $V_1 = -V_2$, мы имеем

$$\alpha = 2hVV_1 \dots \dots \dots (23)$$

Когда V весьма велико сравнительно с V_1 и V_2 можно положить

$$\alpha = h(V_1 - V_2)V \dots \dots \dots (24)$$

1. При помощи батареи, середина которой соединена с землею, делают $V_1 = -V_2$. Исследуемое тело, напр. полюс элемента (или батареи), другой полюс которого соединен с землею, соединяют со стрелкою. Тогда (23) дает

$$V = k\alpha \dots \dots \dots (25)$$

где численное значение коэффициента k определится, если измерить α при V известном, напр., равном электродвижущей силе хорошо изученного элемента.

2. Удерживаем стрелку при постоянном, по возможности высоком потенциале V , пользуясь способом Thomson'a (электрометр в виде лейденской банки) или соединяя стрелку с полюсом большой батареи. Ква-

дранты соединяем с точками, разность потенциалов ($V_1 - V_2$) которых мы желаем измерить. Формула (24) дает

$$V_1 - V_2 = k\alpha \dots \dots \dots (26)$$

3. Соединяют одну пару квадрантов со стрелкою; тогда $V = V_1$, и (20) дает

$$\alpha = \frac{1}{2} h (V_1 - V_2)^2 \dots \dots \dots (27)$$

Искомая разность $V_1 - V_2$ выражается формулою вида

$$V_1 - V_2 = k\sqrt{\alpha} \dots \dots \dots (28)$$

Если другую пару квадрантов соединить с землею, то $V_2 = 0$, и искомый потенциал V выразится формулой вида

$$V = k\sqrt{\alpha} \dots \dots \dots (29)$$

Повидимому этот последний способ имеет больше преимуществ.

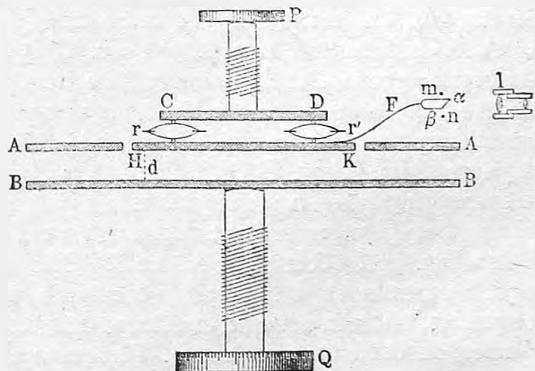
IV. Абсолютный электрометр W. Thomson'a (Lord Kelvin).

Этот прибор дает возможность измерять потенциалы в абсолютных э.-ст. единицах. Он основан на определении величины взаимного притяжения f двух параллельных друг другу плоских пластинок, находящихся при потенциалах V и V_1 . Для величины этой силы мы нашли формулу (57) гл. I, которая при $K = 1$ (воздух) дает

$$f = \frac{(V - V_1)^2 S}{8\pi d^2} \dots \dots \dots (30)$$

где d — расстояние пластинок, S — та часть поверхности пластинки, на которую действует сила f . Формула (30) относится к бесконечно большим пластинкам, ибо она выведена в предположении равномерной электризации этих пластинок. Но она также приложима к небольшой центральной части пластинки, так как мы знаем, что на этой части электричество распределено почти вполне равномерно. В гл. I, § 9 мы уже упомянули о возможности практического приложения формулы (30): в одной из параллельных пластинок, расположенных горизонтально, вырезывается отверстие, которое почти заполняется пластинкою, подвешенной на пружинах, или иным способом. К этой-то пластинке и может быть приложена формула (30). Окружающая ее часть пластинки, как было сказано, называется охранным кольцом.

Рис. 123.



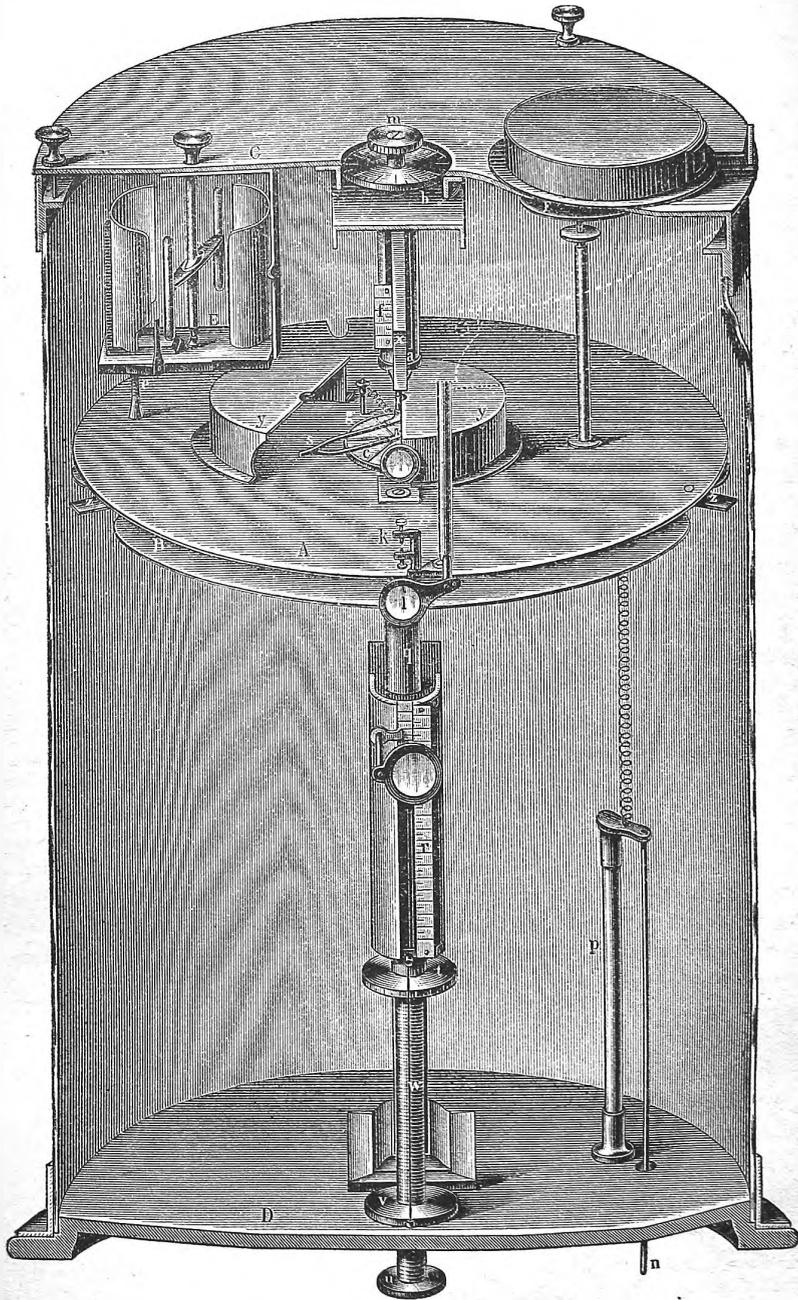
На рис. 123 схематически изображены главнейшие части абсолютного электрометра. AA и BB — две параллельные пластинки; AA может быть поднимается и опускается при помощи винта Q ; HK — подвижная пластинка, размеры которой сравнительно с BB представлены значительно увеличенными. Ее площадь обозначим чрез S ; она висит на пружинах, прикрепленных к пластинке CD , которую можно подымать или опускать при помощи винта P . Чтобы убедиться, что пластинка HK находится как раз в плоскости охранного кольца B , к ней прикреплена вилочка с горизонтальной проволочкой $\alpha\beta$, которая располагается как раз посреди между двумя точками m и n ; положение проволочки наблюдается при помощи лупы l . Наложим на HK гирьку, вес которой равен p ; HK опустится вниз. Определим тот угол φ , на который надо повернуть винт P , чтобы вновь поднять HK до плоскости охранного кольца, и повторим то же самое для целого ряда различных по величине p . Таким образом мы получим эмпирическую зависимость между p и φ , выраженную в виде таблицы или графически в виде кривой. Положим, что $BHKV$ и AA находятся при потенциалах V и V_1 ; тогда HK и AA притянутся, HK опустится, и мы должны повернуть P на некоторый угол, чтобы возвратить HK на прежнее место. Зная φ , мы, пользуясь таблицей или упомянутой кривой, найдем соответствующий вес p , который и будет равняться искомой силе притяжения между HK и AA . Тогда формула (30) дает

$$V - V_1 = d \sqrt{\frac{8\pi f}{S}} \dots \dots \dots (31)$$

Если мы f выразим в динах, d — в см. и S — в кв. см., то разность $V - V_1$ получится в эл.-ст. $C. G. S.$ единицах.

Прибор W. Thomson'a, изображенный на рис. 124, устроен так, чтобы можно было удерживать систему ANK при некотором постоянном потенциале V . Для этой цели весь прибор устроен в виде лейденской банки, подобно тому, как устроен и квадрантный электрометр W. Thomson'a. Стекланный цилиндр (рис. 124) снаружи и внутри обклеен до высоты кругов A и B фольгой, не изображенною на рисунке. Круг B можно поднимать и опускать, вращая нижний винт WU ; величина передвижения измеряется на шкале r , снабженной нониусом; для отсчета служит лупа. Круг B соединен проволочкой с изолированным металлическим стержнем n , который поддерживается стеклянной палочкой p . Посреди охранного кольца A находится алюминиевая пластинка, поверхность которой обозначим через S . Она висит на трех пружинах, прикрепленных к вертикальному стержню, который можно поднимать или опускать, вращая винт m , снабженный делениями b для измерения угла φ , о котором было сказано выше. Пластинка соединена с охранным кольцом A весьма тоненькою спиральною проволочкою. К самой пластинке прикреплена горизонтальная нить ($\alpha\beta$ на рис. 123); стекло h дает изображение этой нити в том месте, где находятся обращенные друг к другу острия k . Наблюдая в лупу j и вращая винт m , устанавливают изображение нити как раз между остриями k ; тогда алюминиевая пластинка

Рис. 124.



находится в плоскости охранного кольца. Пластинка A соединена с внутренней обкладкой, при потенциале V которой находится, следовательно, также и подвижная пластинка. Для изменения в ту или другую сторону потенциала V служит реплиционер CC , а для приведения его всегда к одному и тому же значению — прибор, устройство которого уже было нами указано при описании квадрантного электрометра. Заметим только, что металлическая ножка поддерживает горизонтальную пластинку F , притягивающую маленькую пластинку, положение которой, вернее — нити, соединенной с нею, наблюдается через лупу, расположенную с правой стороны над крышкой прибора.

Вращая винтовую головку реплиционера в ту, или другую сторону, увеличивают или уменьшают заряд, а, следовательно — и потенциал V внутри прибора. Наблюдая в то же время в лупу упомянутую нить, приводят ее в надлежащее положение и в то же время потенциал V — к определенному постоянному значению.

Можно различным образом пользоваться этим электрометром, чтобы найти абсолютное значение потенциала какого-либо тела или разности потенциалов двух точек или двух тел. Заметим, что в формуле (31) S известно, f получается по способу, который был изложен выше. Но величину d , расстояние пластинок A и B друг от друга, определить довольно трудно, а потому следует вести измерение так, чтобы искомая величина выражалась через разность $d_1 - d_2$ двух значений величины d , т. е. через величину, на которую опускается или поднимается пластинка B во время самого производства измерений; эту величину можно весьма точно измерить на шкале r .

Положим, что требуется измерить потенциал V_1 какого-либо источника. Соединим этот источник с пластинкою B (со стержнем n) и измерим силу f . Тогда имеем

$$V - V_1 = d_1 \sqrt{\frac{8\pi f}{S}} \dots \dots \dots (31, a)$$

Затем соединим B с землей и, не трогая винта m , т. е. сохраняя прежнее φ , а следовательно, и f , переместим B настолько, чтобы подвижная пластинка вновь находилась в плоскости охранного кольца. Тогда в (31, a) следует вместо V_1 поставить нуль, вместо d_1 — некоторое другое расстояние d_2 :

$$V = d_2 \sqrt{\frac{8\pi f}{S}}.$$

Вставив это в (31, a) получаем

$$V_1 = (d_2 - d_1) \sqrt{\frac{8\pi f}{S}} \dots \dots \dots (32)$$

Чтобы найти разность потенциалов $V_1 - V_2$ двух точек, соединяют сперва одну, потом другую со стержнем n и отыскивают такие два положения пластинки B , т. е. такие d_1 и d_2 , которым соответствует одно и то же положение винта m , а следовательно — и одинаковое значение силы f .

В этом случае мы имеем уравнения (31,а) и

$$V - V_2 = d_2 \sqrt{\frac{8\pi f}{S}}$$

которые дают

$$V_1 - V_2 = (d_2 - d_1) \sqrt{\frac{8\pi f}{S}} \dots \dots \dots (32, a)$$

Maxwell показал, что формулы (32) и (32,а) будут более точны, если в них для S подставить среднее арифметическое между поверхностью подвижной пластинки и площадью отверстия, в котором эта пластинка помещается.

Видоизменения описанного электрометра представляют два других инструмента, которые W. Thomson назвал „переносным электрометром“ и „Long-range Electrometer“.

V. Капиллярный электрометр Lippmann'a был описан на стр. 170.

VI. Разные приборы и методы измерения величин η и V . В главе о разряде электричества мы увидим, что длина δ искры зависит, между прочим, от разности потенциалов V тех тел, между которыми происходит разряд. Если раз навсегда установить для электродов определенной формы и величины длину искры δ в воздухе в зависимости от разности потенциалов V , то можно, наоборот, измеряя δ , определить V . Чтобы дать некоторое понятие о численных величинах, которые здесь встречаются, заметим, что для получения искры в 1 мм. между шариками, радиус которых 2,5 мм., требуется разность потенциалов V около 4700 вольт, при $\delta = 5$ мм. — около 15000 вольт и при $\delta = 1$ см. — около 20000 вольт. Длина δ растет быстрее, чем V .

Из электрометров, не рассмотренных в этом параграфе, упомянем некоторые.

Lippmann построил абсолютный сферический электрометр, основанный на том, что две изолированные друг от друга половины шара, находящиеся при потенциале V , отталкиваются с силою $F = \frac{1}{8} V^2$.

Harris еще в 1834 г. построил весовой электрометр, в котором измерялось притяжение двух дисков; этот прибор — предшественник абсолютного электрометра W. Thomson'a.

Riess построил (1855) синус-электрометр, несколько напоминающий описанный выше электрометр Thomson'a. Подвижную часть представляет магнитная стрелка; электрическое отталкивание уравновешивается направляющею силою земного магнетизма. Подобный же прибор построил Kohlrausch (1853). Vichat и Blondlot построили (1886) абсолютный электрометр, давший весьма хорошие результаты. Он основан на взаимодействии двух цилиндров, из которых один отчасти входит внутрь другого.

Wilson (1903) построил весьма чувствительный электрометр с золотым листочком, движения которого наблюдаются микроскопом, снабженным микрометренной шкалой; 1 вольт дает отклонение в 200 делений этой шкалы.

Wulf (1907, 1914) построил электрометр, главная часть которого состоит из двух весьма тонких кварцевых нитей, длиною в 6-см., покрытых тонким слоем платины, и потому проводящих. Они висят близко друг от друга; их нижние концы соединены и к ним прикреплена маленькая станиолевая гирька. При электризации, средние части проволок расходятся, причем гирька немного поднимается, Расстояние средних частей измеряется микроскопом (увеличение 70 — 100). Этот прибор дает вполне постоянные показания, так что его можно калибровать; его емкость весьма мала.

Benoist (1907) описал электрометр, который он назвал электродензиметром. Его устройство напоминает электроскоп Кольбе (рис. 7), но он может служить и для относительных измерений. Подвижная полоска может быть выбрана различного веса, смотря по требуемой чувствительности.

Весьма чувствительным оказывается струнный электрометр Lutz'a (1908, 1916). Он содержит вертикально натянутую проволоку из платины (Wollaston'a), диаметром в 1—2 μ ; с двух сторон от нее помещены вертикальные металлические стержни, острые ребра которых обращены к проволоке. Движения проволоки наблюдаются при помощи микроскопа. В этом приборе возможны, как и в квадрантном электрометре, различные соединения (всего 5), напр. со вспомогательным зарядом или без него, соединение проволоки с одним из стержней и т. д. Можно измерять напряжения в 0,01 вольта, если к стержням, приложить вспомогательное напряжение в ± 50 вольт. Видоизменение струнного электрометра представляет вибрационный электрометр Greinacher'a (1913) для переменных токов.

P. Curie пользовался при своих исследованиях радиоактивных веществ электрометром, основанным на пьезоэлектрических свойствах кварца (гл. II, § 15). Г-жа Curie и ее ученики постоянно пользуются этим прибором.

В последнее время выработан ряд приборов, так называемых электростатических вольтметров, служащих для измерения технических переменных токов, а также токов большой частоты. Из первых упомянем прибор Hartmann'a и Braun'a; из вторых — вольтметр Ebertha и Hoffmann'a.

Guye и Tscherniawski (1910, 1913) построили электрометр, помещенный в сосуде с сжатым (до 10 атм.) воздухом, дающий возможность измерять потенциалы до 100000 вольт; Villard и Abraham (1911) построили электрометр для измерения потенциалов, доходящих до 300000 вольт. Чернышев (1910) построил прибор, дающий возможность измерять напряжения от 10000 до 180000 вольт; он также пользовался газом (воздух или CO_2) сжатым до 10 атм. Этот прибор относится к электрометрам абсолютным.

Разного рода электрометры построили еще Zeleny (1911), Crémieu (1913), Seillard (1913—14), Barus (1914), Folmer (1914), Harms (1915), Horton (1915), Guillet и Aubert (1911), Hoffmann (1912) и др. Большой интерес представляют приборы Barus'a.

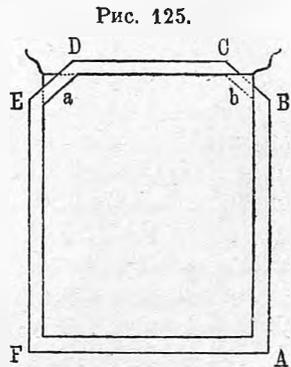
§ 4. Измерение емкостей. Емкость q проводника связана с его зарядом η и его потенциалом V равенством

$$q = \frac{\eta}{V} \dots \dots \dots (33)$$

В *C. G. S.* э.-ст. единицах емкость шара в воздухе численно равна его радиусу; емкость плоского конденсатора равна, см. (56) гл. I,

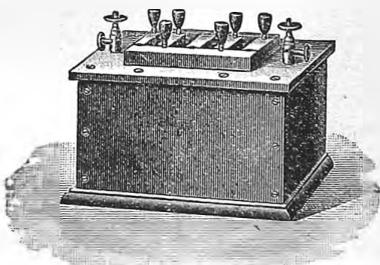
$$q = \frac{KS}{4\pi d} \dots \dots \dots (33, a)$$

Микрофарада равна 900000 э.-ст. *C. G. S.* единицам емкости. Отсюда следует, что микрофарада есть емкость в воздухе шара, радиус которого равен 9 километрам. Легко вычислить, что емкость плоского воздушного ($K = 1$) конденсатора, расстояние круглых пластинок которого $d = 1$ мм., равна микрофараде, когда радиус пластинок равен 6 метрам.



На практике употребляют эталоны емкости, заключенные в особенные ящики, которые называют магазинами емкости. Эталоны емкости устраивают из четырехугольных оловянных листов, между которыми проложены тонкие листы слюды *ABCDEF* (рис. 125). У оловянных листов попеременно срезаны левые (*a*) и правые (см. пунктир *b*) углы. Это дает возможность удобно соединить между собою, с одной стороны, все четные листы, с другой — все нечетные. Вся поверхность каждой из этих двух групп составляет одну из двух весьма близких друг к другу поверхностей конденсатора. В сравнительно небольшом ящике помещается устроенная таким образом целая микрофарада. Воиу устроил эталоны емкости весьма малых размеров, употребляя высеребрянные слюдяные пластинки. В более дешевых емкостях заменяют слюду пропарафинированной бумагой. Ящик или магазин емкостей содержит эталоны различных емкостей, подобранных вроде того, как подбираются разновески, т. е. например, в 0,1 — 0,2 — 0,2 — 0,5 и т. д. микрофарады. Одна из сложных пластинок каждого из эталонов соединяется обыкновенно с одною общою металлическою полосою, находящеюся на крышке ящика; другие сложные пластинки соединяются с отдельными полосами, между которыми

Рис. 126.

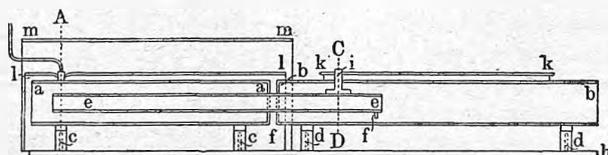


могут быть вставлены штепселя. Это дает возможность пользоваться различными комбинациями из имеющихся в ящике емкостей. На рис. 126 изображен ящик, содержащий пять эталонов емкости.

Schering и Schmidt (1912) построили магазин, состоящий из воздушных конденсаторов, причем емкости соединительных частей при различных сочетаниях с точностью известны. Этим конденсатором пользуются в Physikalische Reichsanstalt (в Шарлоттенбурге).

Емкости, которые дает такой „магазин“, могут очевидно идти только скачками, например, через 0,01 микрофарады. W. Thomson устроил конденсатор (Sliding cylindrical condenser), дающий возможность непрерывно менять емкость (рис. 127). Его главные части — два полых, весьма близких друг к другу цилиндра aa и bb , составляющих один как бы про-

Рис. 127.



должение другого. Внутри них перемещается третий цилиндр ee по направлению общей оси. Цилиндры ll и mm защищают левую часть от внешних влияний. Переменной является емкость цилиндрического конденсатора (гл. I, § 9), образуемого цилиндрами bb и ee . Величина перемещения измеряется на шкале kk . Nernst также построил конденсатор с непрерывно меняющейся емкостью; он вошел в состав построенного им прибора для определения диэлектрической постоянной жидкостей (см. ниже).

Giebe (1909) построил и описал нормальные воздушные конденсаторы, которыми пользуются в Physikalische Reichsanstalt. Curtis (1910) весьма обстоятельно исследовал слюдяные конденсаторы и способы ими пользоваться. Zeleny (1915) исследовал влияние температуры и влажности на емкость различных конденсаторов.

В технике (беспроволочная телеграфия) применяются особого рода вращающиеся (ротационные) конденсаторы. Clark (1915) построил конденсатор с переменной емкостью, который также принадлежит к типу вращающихся.

Методы измерения емкостей можно разделить на группы. Во-первых, существуют методы непосредственного измерения данной емкости в абсолютных единицах. Во-вторых, можно сравнивать между собою две емкости. Если абсолютная величина одной из них известна, то при этом и вторая найдется по абсолютной величине. Следует иметь в виду, что для целого ряда случаев емкость отдельного проводника или емкость отдельного конденсатора может быть вычислена, если известны его размеры, по тем формулам, которые были приведены в гл. I, § 9.

Существует весьма большое число способов определения или сравнения емкостей. Излагая некоторые из них и желая соединить здесь все относящееся к этому вопросу, мы должны будем говорить о явлениях и упоминать о приборах, которые еще не были рассмотрены. Впрочем они

почти все известны из элементарного курса физики. Мы отдельно рассмотрим методы сравнения двух емкостей и методы определения абсолютного значения данной емкости.

I. Методы сравнения двух емкостей. Первый, сравнивавший между собою емкости различных тел, был Cavendish (1773). Но его работы по этому вопросу, как уже упоминалось, не были опубликованы при его жизни и изданы только в 1879 г. Maxwell'ем. Мы не останавливаемся на рассмотрении остроумных методов Cavendish'a и переходим к методам более современным.

1. Рассмотрим прежде всего способ, основанный на применении электрометра, показания которого могут служить мерою потенциала, до которого заряжен он сам, а следовательно, и всякий соединенный с ним проводник. Положим, что емкость самого электрометра можно пренебречь сравнительно с емкостями q_1 и q_2 тел A и B ; отношение $q_1 : q_2$ требуется определить. Соединим тело A с электрометром и наэлектризуем его до потенциала V_1 , мерою которого служит показание электрометра. Заряд η тела A равен $\eta = q_1 V_1$. Присоединим к телу A тело B , и пусть теперь их потенциал станет V_2 . Тогда имеем $\eta = (q_1 + q_2) V_2$. Два выражения для η дают $q_1 V_1 = (q_1 + q_2) V_2$, откуда

$$[q_2 = \frac{V_1 - V_2}{V_2} q_1 \dots \dots \dots (34)$$

2. Если нельзя пренебречь емкостью q_e электрометра C , то следует сперва найти отношение $q_e : q_1$. Соединим A с C и наэлектризуем до потенциала V . На A находится $\eta = q_1 V$; разряжаем C и вновь соединяем его с A ; он показывает потенциал V_1 . Тогда $\eta = (q_1 + q_e) V$; равенство $q_1 V = (q_1 + q_e) V_1$ дает:

$$q_e = \frac{V - V_1}{V_1} q_1 \dots \dots \dots (34, a)$$

Присоединяем тело B ; получается потенциал V_2 ; тогда $\eta = (q_1 + q_2 + q_e) V_2$. Равенство $(q_1 + q_e) V_1 = (q_1 + q_2 + q_e) V_2$ дает

$$q_2 = \frac{V_1 - V_2}{V_2} (q_1 + q_e).$$

Вставляя сюда (34, a), получаем:

$$q_2 = \frac{V (V_1 - V_2)}{V_1 V_2} q_1 \dots \dots \dots (34, b)$$

Подобным способом пользовался Angot для определения емкостей различных тел, а также для проверки различных теоретических формул емкости, напр. для соприкасающихся шаров.

3. Чтобы определить емкость q конденсатора D (рис. 128), соединяют последовательно четыре конденсатора A, B, C, D ; емкости q_1, q_2 и q_3 первых трех известны, причем одна из этих емкостей, например, q_3 , может быть изменяема по желанию. Точки a и b соединяют с полюсами батареи P , снабженной замыкателем K ; точки c и d соединяют с электрометром E . Затем подбирают емкость q_3 так, чтобы электрометр E не обнаруживал

электризации при замыкании в K . В этом случае $с$ и d находятся при одном потенциале, который мы обозначим через V , а через V_1 и V_2 — потенциалы на полюсах батареи. Заряды конденсаторов A и B , а также C и D , очевидно, должны быть равны между собою. Это дает два равенства

$$q_3(V_2 - V) = q_2(V_1 - V) \quad \text{и} \quad q(V_2 - V) = q_1(V_1 - V).$$

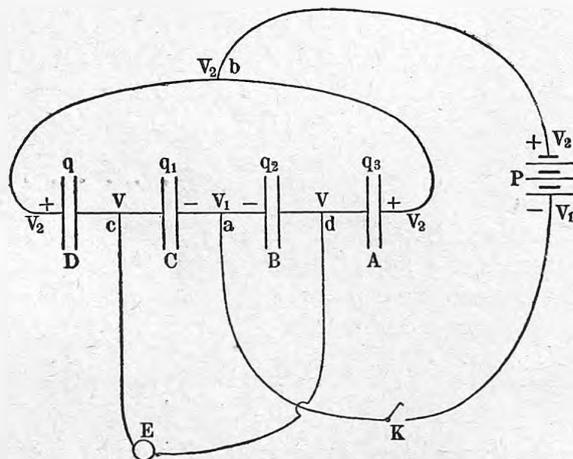
Отсюда $q : q_3 = q_1 : q_2$, т. е.

$$q = \frac{q_1 q_3}{q_2} \dots \dots \dots (35)$$

Емкости четырех конденсаторов составляют геометрическую прогрессию.

4. Если разрядить конденсатор через обмотку гальванометра, то магнитная стрелка получает мгновенный толчок и отклоняется до некото-

Рис. 128.



рого угла φ , наблюдение которого дает возможность вычислить количество электричества η , протекшего через гальванометр, т. е. заряд конденсатора. Этою мерою служит начальная угловая скорость V_0 , которую приобретает стрелка вследствие упомянутого толчка. Мы увидим впоследствии, что законы движения магнитной стрелки вполне аналогичны законам движения маятника, которые были рассмотрены в т. I. Мерою начальной скорости V_0 и здесь служит величина $\sin \frac{1}{2} \varphi$, так что можно положить $V_0 = C \sin \frac{1}{2} \varphi$, где C — множитель пропорциональности, зависящий, как мы увидим, между прочим также от устройства гальванометра (с успокоителем или без такового). Так как η пропорционально V_0 , то мы можем положить $\eta = A \sin \frac{\varphi}{2}$, где A — другой множитель пропорциональности.

Соединим сравниваемые конденсаторы параллельно и зарядим их до какого-либо потенциала V ; их заряды будут $\eta_1 = q_1 V$ и $\eta_2 = q_2 V$.

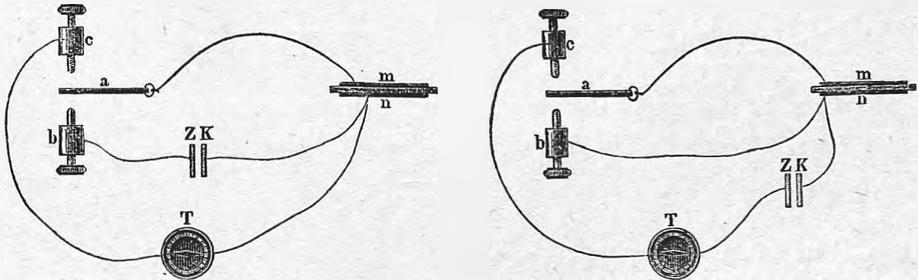
Отделим конденсаторы друг от друга и разрядим сперва один, потом другой через гальванометр; обозначим углы отклонения через φ_1 и φ_2 . Тогда $q_1 = A \sin \frac{\varphi_1}{2}$ и $q_2 = A \sin \frac{\varphi_2}{2}$; следовательно,

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{\sin \frac{\varphi_1}{2}}{\sin \frac{\varphi_2}{2}} \dots \dots \dots (36)$$

Этим способом Де-Метц нашел, что емкость человеческого тела приблизительно равна 0,001 микрофарады.

5. Способ Siemens'a. Если весьма быстро заряжать и разряжать конденсатор и ввести гальванометр в путь заряда или в путь разряда, то стрелка получает постоянное отклонение φ , которое дает возможность найти, по способу, зависящему от устройства гальванометра, меру α силы тока, т. е. количества электричества η , протекающего в одну секунду через гальванометр. Так, например, для тангенс-гальванометра такою мерою служит $\text{tg } \varphi$. На рис. 129 показано распределение приборов: ZK —

Рис. 129.



батарея, служащая для заряда конденсатора mn ; T — гальванометр; b и c — два штифта, между которыми быстро колеблется пластинка a . При соединении, изображенном слева, имеем зарядку, когда a касается b , и разряд через гальванометр T , когда a доходит до c . При соединении, изображенном справа, имеем заряд через T , когда a касается c , и разряд, когда a доходит до b . Если q — емкость конденсатора mn , число зарядов или разрядов в секунду есть N , электродвижущая сила батареи V , то $\eta = NqV$. Итак мы имеем $NqV = C\alpha$, где C — множитель пропорциональности. Для другого конденсатора получаем вообще $N_1 q_1 V_1 = C\alpha_1$; отсюда

$$\frac{q}{q_1} = \frac{N_1 V_1 \alpha}{N V \alpha_1} \dots \dots \dots (37)$$

Если $V = V_1$, то получается

$$\frac{q}{q_1} = \frac{N_1 \alpha}{N \alpha_1} \dots \dots \dots (37, a)$$

Если T есть тангенс-гальванометр, то имеем вообще

$$\frac{q}{q_1} = \frac{N_1 V_1 \operatorname{tg} \varphi}{NV \operatorname{tg} \varphi_1} \dots \dots \dots (37, b)$$

Fleming и Clinton (1903) усовершенствовали этот способ.

6. Мы познакомимся ниже с мостом Weatstone'a, схема которого изображена на рис. 130. На ней P — индукционная катушка, A и B — два конденсатора, емкости которых q_1 и q_2 ; r_1 и r_2 — сопротивления двух ветвей FG и GD ; T — телефон. Меняя r_1 или r_2 , достигают того, что сила тока в мосте GC делается равной нулю, т. е. в телефоне звука не слышно. В этом случае точки G и C находятся при одном потенциале V . Обозначим

Рис. 130.

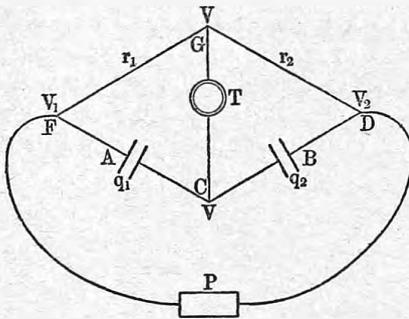
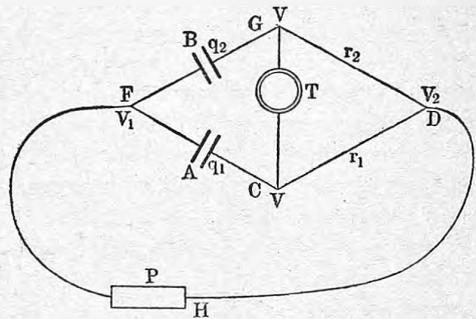


Рис. 131.



через V_1 и V_2 потенциалы точек F и D . Один и тот же ток проходит по ветвям FG и GD , а потому мы имеем по закону Ома

$$\frac{V_1 - V}{r_1} = \frac{V - V_2}{r_2}.$$

По GC не течет электричества, а потому заряды конденсаторов A и B равны, и мы имеем

$$q_1(V_1 - V) = q_2(V - V_2).$$

Разделяя это уравнение на предыдущее, получаем $r_1 q_1 = r_2 q_2$, т. е.

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_2}{r_1} \dots \dots \dots (38)$$

7. Можно поместить конденсаторы в ветвях FC и FG , сопротивления же — в ветвях DC и DG (рис. 131). Здесь P — индукционная катушка или батарея, которую можно замыкать и размыкать; в последнем случае F и H соединяются с землей. Если в GC нет тока, то A и B каждый момент во время заряда и разряда имеют одинаковые потенциалы. Отсюда следует, что во время dt к ним притекают заряды $d\eta_1 = q_1 d(V - V_1)$ и $d\eta_2 = q_2 d(V - V_1)$. С другой стороны $d\eta_1 = \frac{V_2 - V}{r_1} dt$ и $d\eta_2 = \frac{V_2 - V}{r_2} dt$. Первые два равенства дают $d\eta_1 : d\eta_2 = q_1 : q_2$; вторые дают $d\eta_1 : d\eta_2 = r_2 : r_1$. Отсюда

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_2}{r_1} \dots \dots \dots (38, a)$$

8. W. Thomson дал следующий способ, особенно применимый в случае, когда один из конденсаторов (*A* или *B* на рис. 132) есть телеграфный кабель. На рис. 132 *P* — батарея, *T* — гальванометр, r_1 и r_2 — два сопротивления; точки *a* и *b* соединены с землей; 1, 2, 3, 4 и 5 суть замыкатели. Сперва замыкают 1, 2 и 3; тогда *A* и *B* заряжаются, и в то же время течет ток по ветви *cd*. Пусть V_1 и V_2 — потенциалы точек *c* и *d*; так как потенциал в *a* равен нулю, то мы имеем

$$\frac{V_1 - 0}{r_1} = \frac{0 - V_2}{r_2}$$

или

$$\frac{r_1}{r_2} = -\frac{V_1}{V_2} \dots \dots \dots (39)$$

Заряды η_1 и η_2 конденсаторов *A* и *B* суть

$$\eta_1 = V_1 q_1, \quad \eta_2 = -V_2 q_2.$$

Размыкают 1, 2 и 3 и замыкают 4, вследствие чего равноименные заряды η_1 и η_2 отчасти уничтожаются. Размыкают 4 и замыкают 5, причем остаток заряда на *A* и *B* через *T* и *n* уходит в землю. Подбирают r_1 и r_2 так, чтобы этот остаток исчез, т. е. чтобы при замыкании 5 гальванометр *T* оставался в покое. В этом случае $\eta_1 = \eta_2$, т. э.

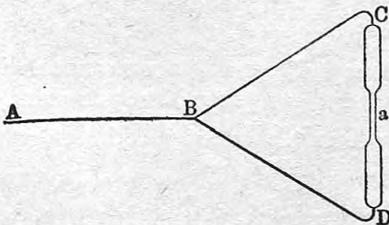
$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{V_2}{V_1}.$$

Сравнивая это с (39), получаем

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_2}{r_1} \dots \dots \dots (39, a)$$

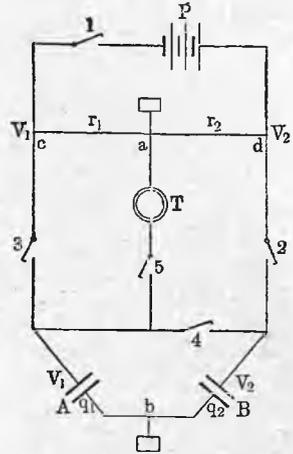
9. И. И. Боргман дал следующий способ сравнения весьма малых емкостей. Пусть *AB* — проволока, идущая от одного из полюсов индукционной катушки; *BC* и *BD* — два одинаковых сопротивления, *CD* — Гейслерова трубка (рис. 133). Когда катушка работает, то в *a* появляется темная полоса, т. наз. узел. Если к точкам *C* и *D* присоединить какие-либо проводники, емкости q_1 и q_2 , которых не равны, то узел перемещается в сторону; он остается на месте, если $q_1 = q_2$. Имея тело, емкость q_1 которого может быть

Рис. 133.



изменяема произвольно, причем она всегда известна, можно измерять емкости q_2 других тел. Этот способ дает возможность измерять весьма малые емкости, например, в несколько э.-ст. *C. G. S.* единиц. Афанасьев и Лопухин измеряли этим способом емкость светящейся Гейслеровой трубки и влияние степени разрежения трубки, магнитного поля и дру-

Рис. 132.



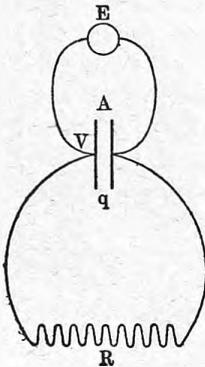
гих обстоятельств на эту емкость. Наибольшая емкость соответствует давлению газа около 1 мм.

10. Другие способы сравнивать емкости предложили Н. Н. Шиллер, Gaugain, Sohn и Arons, J. J. Thomson и др. Harms (1904) и Lichtenesker (1912) разработали способы определения весьма малых емкостей обыкновенных электроскопов. Baker (1916) также дал способ измерения весьма малых емкостей (1—2 см.).

II. Методы абсолютного определения емкости.

1. Имея особое тело или конденсатор, емкость q которого может быть вычислена, мы найдем абсолютную величину всякой другой емкости, сравнивая ее с q по одному из рассмотренных выше способов. За q можно, например, взять емкость шара или емкость шарового конденсатора.

Рис. 134.



2. Методы 3 и 4, изложенные выше, могут служить для определения q , если потенциал V , а также множители пропорциональности A и C для данного гальванометра известны.

3. Заряжают конденсатор A (рис. 134) до некоторого потенциала V_0 , который измеряют электрометром E ; затем разряжают его через весьма большое сопротивление R . Через t сек. размыкают разрядную цепь и измеряют новый потенциал V_1 . Пусть V — переменный потенциал конденсатора, $\eta = qV$ — его заряд. Во время dt заряд уменьшается на $d\eta = qdV$. Сила разрядного тока равна $\frac{V-0}{R} = \frac{V}{R}$ а потому $d\eta = \frac{V}{R} dt$.

Равенство $qdV = \frac{V}{R} dt$ дает

$$\frac{dV}{V} = \frac{dt}{qR}.$$

Интегрируя по V от V_0 до V_1 и по t от 0 до t , получаем

$$q = \frac{t}{R \lg \frac{V_0}{V_1}} \dots \dots \dots (40)$$

4. Заряжают конденсатор емкости q батареей, дающей потенциал V , и разряжают заряд $\eta = qV$ через гальванометр, который даст отклонение α . В таком случае $\eta = qV = A \sin \frac{\alpha}{2}$, где A для данного гальванометра можно считать известным. Затем замыкают ту же батарею большим сопротивлением R , вводя в цепь тот же гальванометр. Сила тока равна $\frac{V}{R}$; если β — отклонение гальванометра, то можно положить $\frac{V}{R} = B\beta$, где B также известно. Имеем:

$$V = \frac{A}{q} \sin \frac{\alpha}{2} = RB\beta,$$

откуда

$$q = \frac{A \sin \frac{\alpha}{2}}{BR\beta} \dots \dots \dots (41)$$

Способы определения коэффициентов A и B будут рассмотрены в статье об измерении мгновенных и постоянных токов.

Wien, Maxwell, Waghorn, Klemenčič, Rosa и Grover (1905), Булгаков и Смирнов (1906) и др. также дали способы абсолютного измерения емкости. Особенно часто пользуются методом Maxwell'a; этот метод тщательно изучал и усовершенствовал Diesselhorst (1906).

Способ Maxwell'a основан на следующих соображениях. Положим, что на конденсатор, емкость которого q , действует в некоторой цепи электродвижущая сила E , и что он n раз в секунду вводится в эту цепь и столько же раз разряжается коротким замыканием. Тогда в цепи будет протекать ток, сила которого равна nqE . Отсюда ясно, что такой конденсатор вполне эквивалентен сопротивлению $1:nq$. Maxwell вводит конденсатор в одну из ветвей моста Витстона, так что E есть разность потенциалов на концах этой ветви. Пусть r_1, r_2, r_3 сопротивления остальных ветвей, причем r_1 лежит на стороне, противоположной конденсатору. В таком случае ток в мосте исчезает, когда удовлетворено приближенное условие

$$\frac{1}{nq} = \frac{r_2 r_3}{r_1} \dots \dots \dots (41, a)$$

Maxwell, а затем J. J. Thomson (1883) показали, что это выражение должно быть заменено более точным

$$\frac{1}{nq} = \frac{r_2 r_3}{r_1} + r \dots \dots \dots (41, b)$$

где r — сопротивление всей системы разветвлений и выражается через r_1, r_2, r_3 , сопротивление g самого моста и сопротивление R внешней цепи. Если n велико, так что конденсатор за время t его введения в цепь не успевает вполне зарядиться, то получается формула

$$\frac{1}{nq} = \left(\frac{r_2 r_3}{r_1} + r \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{r q}} \right) \dots \dots \dots (41, c)$$

Diesselhorst дает условия, при которых второю поправкою можно пренебречь.

§ 5. Измерение диэлектрических постоянных твердых тел. Мы встречались с различными формулировками физического значения диэлектрической постоянной K , которую мы еще называли индуктивной способностью и электрической проницаемостью диэлектриков. Из этих формулировок напомним следующие. Пусть q_0 — емкость конденсатора в среде, для которой $K = 1$ (воздух или пустота); q — емкость того же конденсатора, весь промежуток между внутренними поверхностями которого заполнен диэлектриком; в таком случае, см. (54), гл. I,

$$K = \frac{q}{q_0} \dots \dots \dots (42)$$

Пусть в среде, для которой $K = 1$, $f_0(\eta)$ — сила взаимодействия двух проводников, содержащих определенные, неизменные заряды η_1 и η_2 ; $f_k(\eta)$ — та же сила в диэлектрике. В таком случае, см. (11), гл. III,

$$K = \frac{f_0(\eta)}{f_k(\eta)} \dots \dots \dots (43)$$

Наконец, обозначим силы взаимодействия двух проводников, наэлектризованных до определенных, неизменных потенциалов V_1 и V_2 , через $f_0(V)$ при $K = 1$ и через $f_k(V)$ в диэлектрике; в таком случае, см. (12), гл. III,

$$K = \frac{f_k(V)}{f_0(V)} \dots \dots \dots (44)$$

Кроме того, мы неоднократно указывали на формулу

$$K = n^2 \dots \dots \dots (45)$$

где n — показатель преломления диэлектрика для лучей, длина волны которых бесконечно велика.

Существует весьма большое число различных способов определения величины K . Большинство этих способов (но не все) основано на только что приведенных формулах. Некоторые способы одинаково приложимы к твердым и жидким диэлектрикам, другие только к жидким. Рассмотрим прежде всего способы определения K для твердых изотропных диэлектриков.

Подробности можно найти в книгах И. И. Косоногова „К вопросу о диэлектриках“, Киев, 1901 и Д. Добросердова „Исследование диэлектрической постоянной в связи с составом и строением“, Казань, 1908. К последней имеется „Приложение“, содержащее библиографию по диэлектрической постоянной от 1838 до 1908 г., расположенную по алфавиту авторов (более двухсот).

1. Определения K , произведенные до 1873 г. Первые измерения индуктивной способности были произведены Cavendish'ем около 1773 г. для стекла, канифоли, воска и шеллака, и обнаружены Maxwell'ем в 1879 г. Об этих не изданных при жизни Cavendish'a работах мы упоминали неоднократно.

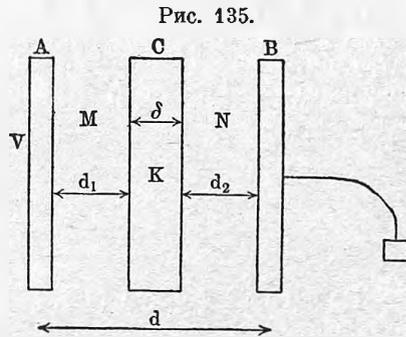
Классическая работа Faradaу'я о свойствах диэлектриков появилась в 1838 г.; она помещена в 11-й серии его „Experimental researches“ §§ 1189 до 1294. Способ исследования при помощи двух шаровых конденсаторов был нами изложен на стр. 92. Затем определяли величину K Haggis (1842), Matteucci (1849) и Belli (1858). Далее появились в 1857 г. исследования W. Siemens'a, произведенные по способу сравнения емкостей конденсаторов, рассмотренному выше. Промежуток между пластинками плоского конденсатора mn (рис. 129) наполнялся воздухом, жидкою или твердою серою и другими диэлектриками. Отношение емкостей давало величину K на основании формулы (42).

Недостаток всех вышеуказанных работ заключался в том, что промежуточный диэлектрик касался металлических поверхностей конден-

сатора, вследствие чего, как мы видели, должны были образоваться остаточные заряды; кажущаяся емкость должна была зависеть от продолжительности электризации. Тем же недостатком страдали исследования Rossetti, а также Gibson'a и Barclay'я (1873), которые измеряли емкость цилиндрического конденсатора, заполненного сперва воздухом, а потом парафином, при помощи переменного конденсатора W. Thomson'a. Felici (1871) измерял при помощи крутильных весов индукцию на металлической пластинке A , вызванную наэлектризованным шаром B , когда между A и B помещался диэлектрик в виде куба.

2. Первый метод Boltzmann'a. Boltzmann (1872—1874) первый, видимо, ввел два существенных улучшения в методы определения величины K . Во-первых, он с величайшею тщательностью принял во внимание емкость квадратного электрометра, которым пользовался; во-вторых, он помещал между пластинками конденсатора диэлектрик в виде

слоя, толщина δ которого была меньше расстояния d металлических пластинок конденсатора, так что диэлектрик не соприкасался с этими пластинками. Легко определить емкость q такого конденсатора. Положим, что A и B (рис. 135) — пластинки конденсатора, C — слой диэлектрика, d_1 и d_2 — толщины слоев воздуха, так что $d = d_1 + d_2 + \delta$. Полагая, что размеры пластинок A , B и C весьма велики сравнительно с расстоянием d , мы можем допустить, что не очень близко от краев пластинок трубки



индукции $B = KF$ (гл. I, § 4), где F — напряжение поля, суть прямые трубки постоянного сечения, нормальные к поверхностям. Отсюда ясно, что если F есть напряжение поля в пространствах M и N , то оно равно $F:K$ внутри диэлектрика. Отсюда следует, что работа перенесения единицы количества электричества от A к B , или, что то же самое, равенность потенциалов V пластинок A и B равна

$$V = Ed_1 + \frac{F}{K} \delta + Fd_2 = F(d_1 + d_2) + \frac{F}{K} \delta = F(d - \delta) + \frac{F}{K} \delta = F\left(d - \delta + \frac{\delta}{K}\right).$$

Пусть η — заряд на поверхности S конденсатора, k — плотность заряда. В таком случае $\eta = kS$; но $F = 4\pi k$; следовательно, $\eta = \frac{FS}{4\pi}$; отсюда $F = \frac{4\pi\eta}{S}$. Для V получаем

$$V = \frac{4\pi\eta}{S} \left(d - \delta + \frac{\delta}{K}\right) \quad (45, a)$$

Наконец, искомая емкость

$$q = \frac{\eta}{V} = \frac{S}{4\pi \left(d - \delta + \frac{\delta}{K}\right)} \quad (46)$$

При $K = 1$ получаем давно известную нам формулу для плоского конденсатора, содержащего только воздух:

$$q_0 = \frac{S}{4\pi d} \dots \dots \dots (46, a)$$

Мы видим, что слой диэлектрика толщины δ как бы заменяет собою слой воздуха толщины $\delta:K$. Помещение этого слоя равносильно сближению пластинок A и B на величину

$$d' = d - \left(d - \delta + \frac{\delta}{K} \right) = \delta \left(1 - \frac{1}{K} \right) \dots \dots \dots (46, b)$$

Boltzmann поступал следующим образом. Он заряжал при помощи батареи элементов Даниэля плоский конденсатор, одна из пластинок которого могла быть перемещаемая параллельно самой себе, и измерял емкости q и q_0 квадрантным электрометром. Определение K из формул (46) и (46, a), однако, неудобно, так как точное определение величины d затруднительно. Поэтому он передвигал одну из пластинок конденсатора до нового расстояния d_1 и измерял емкости

$$q' = \frac{S}{4\pi \left(d_1 - \delta + \frac{\delta}{K} \right)} \dots \dots \dots (46, c)$$

$$q_0' = \frac{S}{4\pi d_1} \dots \dots \dots (46, d)$$

Из четырех формул (46), (46, b), (46, c) и (46, d) легко вывести для K выражение, содержащее разность $d_1 - d$, которая может быть измерена весьма точно. Если обозначить через λ_1 , λ_2 , λ_3 и λ_4 величины, обратные q_0 , q_0' , q и q' , то для K получаются два выражения:

$$K = \frac{\delta}{\frac{\lambda_4 - \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (d_1 - d) + \delta} = \frac{\delta}{\frac{\lambda_3 - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (d_1 - d) + \delta} \dots \dots \dots (46, e)$$

Значительно позже, чем работы Boltzmann'a, появились исследования Gordon'a (1879) и Norkinson'a (1881), которые пользовались способами, сходными со способом, только что описанным. Особенность метода Gordon'a заключалась в том, что он подвергал конденсатор весьма кратковременным и переменным электризациям при помощи индукционной катушки. Его прибор схематически изображен на рис. 136. Пять металлических пластинок A , B , C , D и F расположены параллельно друг другу. Первая из них может быть перемещаемая параллельно самой себе; величина d' этого перемещения может быть измерена весьма точно. Один полюс a индукционной катушки соединен с A и F , другой полюс b — с C и со стрелкою квадрантного электрометра E , две пары квадрантов которого соединены с B и D . При полной симметрии прибора емкости двух конденсаторов AB и DF равны между собою, и стрелка электрометра остается в покое. Но если между A и B вставить диэлектрик K , толщина которого δ , то емкость конденсатора AB увеличивается, и стрелка

в E отклоняется. Передвигая A по направлению от B на величину, см. (46,b),

$$d' = \delta \left(1 - \frac{1}{K}\right),$$

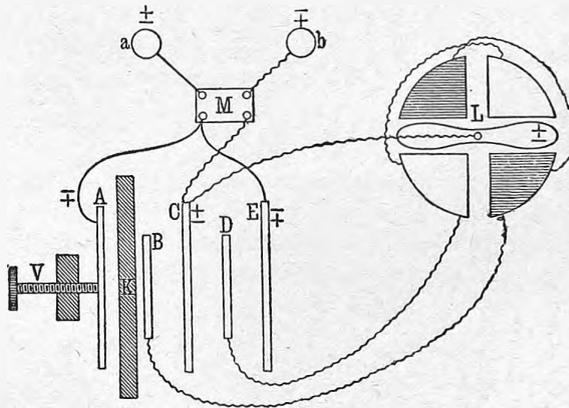
которая может быть точно измерена, восстанавливают равновесие. Последняя формула дает

$$K = \frac{\delta}{\delta - d'} \dots \dots \dots (47)$$

Разного рода вариациями рассмотренных здесь способов пользовались Hopkinson, Wuellner, Elsas, Станкевич, Winkelmann, Donle, Щегляев, Blondlot (1891), Lecher (1891), Hasenoehtl, Negreano, Palaz, Werner и др.

Пользуясь плоским конденсатором, можно вместо (46,a) брать формулы более точные, данные Kirchhoff'ом (стр. 104). Grüneisen и Giebe (1912) определяли условия, при которых поправки делаются

Рис. 136.



по возможности малыми. Они построили тройной конденсатор, состоящий из трех параллельных друг другу круглых пластинок, два равных промежутка между которыми заполняются испытуемым диэлектриком. Когда пластинки весьма тонки, то емкость q тройного конденсатора (воздушного) равна

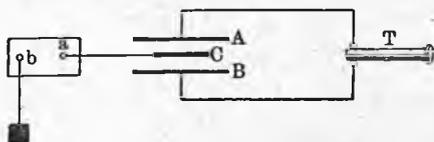
$$q = \frac{R^3}{2d} + 1,1078 \frac{R}{\pi} \dots \dots \dots (47, a)$$

где R радиус пластинок, d расстояние между ними; обе крайние пластинки соединены с землею. Grüneisen и Giebe показали преимущества и применимость такого конденсатора.

Все названные ученые находили K путем определения зависимости емкости конденсатора от помещенного в нем слоя диэлектрика. Hopkinson указал на недостатки способа Gordon'a; он произвел окончательные измерения по способу, более близкому к способу Gibson'a и

Barclay'я. Winkelmann взял три пластинки A , B и C (рис. 137) вместо пяти. Средняя пластинка C соединена с полюсом a индукционной катушки, другой полюс b которой соединен с землей. Пластинки A и B соединены с телефоном T , в котором при полной симметрии прибора не слышно звука.

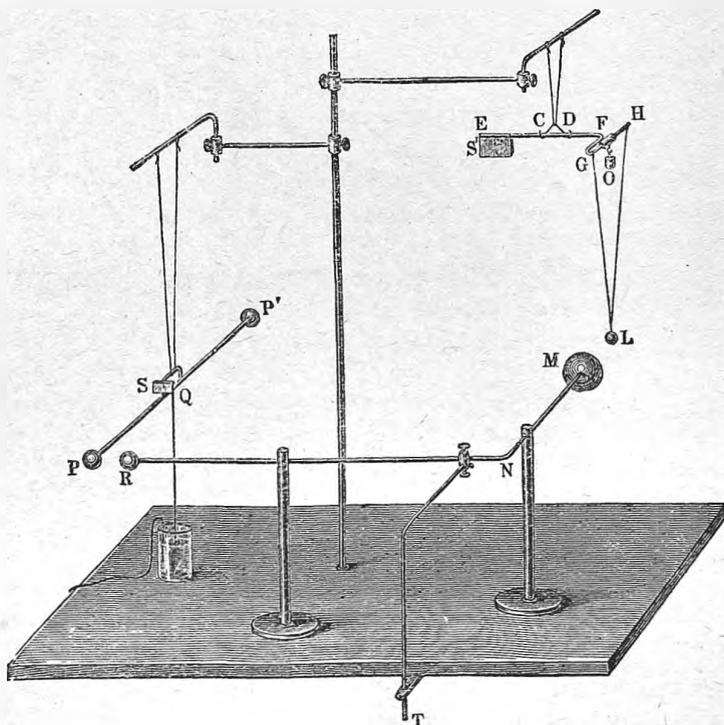
Рис. 137.



Если между A и C вставить пластинку диэлектрика толщиной δ , то симметрия нарушается, и в телефоне появляется звук, который исчезает при перемещении пластинки B по направлению от C на некоторое расстояние d' . Искомое K определяется по формуле (47). Donle и Lecher

взяли вместо одной пластинки C две; Donle заменил телефон электродинамометром, Lecher — электрометром. Щегляев и Насенов также пользовались способом Winkelmann'я. Этот способ, как показали

Рис. 138.



Sohn (1892) и А. Соколов, не выдерживает строгой критики и не может дать надежных результатов. То же самое относится и к работам Palaz'a, Elsas'a, Werner'a и некоторых других ученых, которые пользовались способом, аналогичным способу Winkelmann'я. Подробный критический

разбор этих работ можно найти в упомянутой нами книге Косоногова (стр. 199—217).

3. Второй способ Boltzmann'a (1874). В гл. I, § 10 мы рассмотрели вопрос о силе f , действующей на диэлектрический шар, помещенный в однородное электрическое поле, и вывели формулу (80)

$$f = \frac{K-1}{K+2} f_0 \dots \dots \dots (48)$$

Здесь f_0 — сила, которая действовала бы на шар, если бы он состоял из проводящего вещества. Измеряя отношение сил $f:f_0$, Boltzmann мог вычислить K . Вблизи металлического наэлектризованного шара M (рис. 138) находился шарик L из испытываемого диэлектрика; он был подвешен к одному концу круглых весов EF . Зеркальце S служило для измерения вращения части EF , а следовательно, и величины притяжения f между M и L ; O — противовес. Заменяя шарик L другим, покрытым станиолом, одинаковой с L величины, можно было измерить f_0 , а следовательно, и найти K . Притяжение между шарами R и P служило для измерения величины заряда шара M . Этот заряд можно было сделать весьма кратковременным или удерживать его в течение некоторого времени постоянным. Тем же способом пользовались сперва Romich и Nowak, а затем Romich и Fajdiga. На измерении пондеромоторных сил, действующих на диэлектрики, основаны также способы Trouton'a и Lilly, Rosa и др.

4. Способ Lefèvre'a основан на определении величины взаимодействия наэлектризованных проводников, между которыми помещен слой диэлектрика. Пусть d — расстояние плоских пластинок конденсатора, δ — толщина диэлектрического слоя, помещенного между ними (см. рис. 135). Формула (45, a) дает

$$V = 4\pi k \left(d - \delta + \frac{\delta}{K} \right),$$

где $k = \eta : S$ — плотность заряда. Сила P , действующая на единицу поверхности пластинки, выражается формулой (25, a), гл. I,

$$P = 2\pi k^2,$$

так как эта поверхность соприкасается с воздухом. Вставляя сюда k , получаем

$$P = \frac{V^2}{8\pi \left(d - \delta + \frac{\delta}{K} \right)^2} \dots \dots \dots (48, a)$$

При отсутствии диэлектрика ($K = 1$) получаем

$$P_0 = \frac{V^2}{8\pi d^2}.$$

Отсюда

$$\frac{P}{P_0} = \frac{d^2}{\left(d - \delta + \frac{\delta}{K} \right)^2} \dots \dots \dots (49)$$

Lefèvre измерял взаимное притяжение двух горизонтальных круглых пластинок сперва при отсутствии диэлектрика, а затем — когда пластинка (K, δ) была вставлена между ними. Таким образом он находил $P: P_0$, а затем K по формуле (49).

5. Способ Н. Н. Шиллера. В 1874 г. появилось исследование проф. Н. Н. Шиллера, в котором впервые была определена величина K при зарядах, продолжительность которых была меньше одной десятичной доли секунды. Он воспользовался явлением электрических колебаний, происходящих во вторичной обмотке индукционной катушки, когда размыкается ток в первичной цепи. О подобных колебаниях мы уже упоминали в т. II; мы к ним возвратимся ниже. Теперь примем, как факт, что если один конец вторичной цепи соединен с землею, то на другом конце появляется ряд попеременно положительных и отрицательных электризаций. Период T колебаний зависит, между прочим, от емкости q вторичной цепи, и при некоторых условиях можно принять, что T^2 пропорционально q . Пусть q_0 — емкость вторичной цепи, когда к ней не прибавлена посторонняя емкость, и T_0 — время колебания. Соединим конец вторичной цепи с одной из пластинок плоского воздушного конденсатора, емкость которого q_1 , и пусть тогда время колебания будет T_1 . Если вставить диэлектрик, то емкость будет $q_2 = Kq_1$, а время колебания T_2 . Можно положить $q_0 = CT_0^2$, $q_0 + q_1 = CT_1^2$, $q_0 + q_2 = CT_2^2$, где C — множитель пропорциональности. Очевидно, отсюда получается

$$K = \frac{q_2}{q_1} = \frac{T_2^2 - T_0^2}{T_1^2 - T_0^2} \dots \dots \dots (50)$$

Остроумный способ определения времен T мы здесь не рассматриваем. Н. Н. Шиллер определял K также по способу, аналогичному способу Siemens'a, причем продолжительность электризации равнялась примерно 0,02 сек. Об интересном результате, который при этом обнаружился, мы скажем немного ниже.

6. Определение K при помощи электрических колебаний. Начиная с 1889 г. стали играть все большую и большую роль при определении величины K открытые Hertz'ом электрические лучи, которые в т. V будут рассмотрены более подробно. В настоящее время применение этих лучей встречается в большинстве относящихся сюда работ. Напомним, что разрядная искра вообще сопровождается как бы добавочным, внутри нее происходящим колебательным разрядом, период T которого, между прочим, можно принять пропорциональным \sqrt{q} , где q — емкость тел A и B , между которыми появляется искра. Этот колебательный разряд является источником электрического колебания, распространяющегося вдоль проводников, например, проволоки, соединенных с телами A и B . Длина волны λ этих колебаний пропорциональна T , так что можно положить

$$\lambda = C\sqrt{q}, \dots \dots \dots (51)$$

где C множитель пропорциональности. На применении формулы (51) и

основана одна группа способов определения емкостей q , а следовательно, и величин K .

Другая группа основана на формуле $K = n^2$, где n — показатель преломления лучей с весьма большою длиною волны λ , точнее — лучей, для которых $\lambda = \infty$. Допускаем, что для применявшихся на практике лучей, для которых λ есть величина порядка, например, нескольких сантиметров (для желтого луча $\lambda = 0,0005$ мм.), формула $K = n^2$ может считаться справедливою, т. е. что можно пренебречь дисперсией электрических лучей между этим λ и $\lambda = \infty$, и что среда не обладает аномальною дисперсиею случайно как раз в области этого λ . Так как n обратно пропорционально скорости распространения лучей, и эта скорость пропорциональна длине волны λ , то ясно, что K обратно пропорционально λ^2 , так что можно положить

$$K = \frac{C}{\lambda^2} \dots \dots \dots (51, a)$$

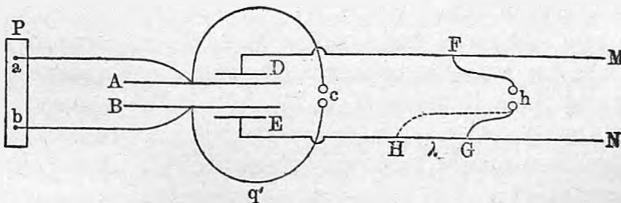
Весьма важно заметить, что при некоторых определенных формах тех проводников, между которыми происходит колебательный разряд, можно вперед вычислить период T колебаний, пользуясь формулами, на которые будет указано впоследствии (т. V). Пусть V_0 — скорость электрических лучей в воздухе; это величина известная, равная $3 \cdot 10^{10}$ см. в сек.; скорость V в диэлектрике равна $\lambda : T$. Далее $n = V_0 : V$. Следовательно, $K = n^2 = V_0^2 : V^2$ и

$$K = \frac{V_0^2 T^2}{\lambda^2} \dots \dots \dots (51, b)$$

Измерив λ , мы по этой формуле найдем K .

В 1889 г. J. J. Thomson первый определил K при помощи Герцевских колебаний. Воздушный конденсатор AB (рис. 139) соединен с

Рис. 139.



полюсами a и b индукционной катушки P и с шариками c , между которыми появлялась искра. При этом возникали электрические колебания в системе ABc . Близко к A и B находились пластинки D и E , от которых шли длинные проволоки DM и EN . Колебания в A и B вызывали такие же колебания в D и E , которые и распространялись вдоль проволок M и N . Чтобы измерить длину волны, J. J. Thomson соединял один из шариков h с произвольною точкою M и, водя проволокой, идущей от другого шарика, вдоль N , отыскивал такие два положения hG и hH , при которых разряд в h исчезал. В этом случае фазы колебаний

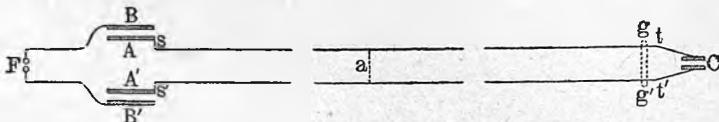
в точках F и G были одинаковы. Отсюда следует, что $FH = \lambda$. Таким образом определялась λ . Емкость q воздушного конденсатора AB вычислялась по его размерам. Емкость $q + q'$ всей системы ABc определялась непосредственно; таким образом была известна емкость q' проволочной системы, соединяющей конденсатор с шариками c . Пусть λ — длина волны, когда в AB находится воздух, λ_1 — когда между A и B помещен диэлектрик. В первом случае емкость системы ABc равна $q + q'$, во втором $Kq + q'$. Формула (51) дает

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{q + q'}{Kq + q'}}$$

откуда и определялась K . Период колебаний был около $25 \cdot 10^{-6}$ секунд. J. J. Thomson исследовал серу, стекло и эбонит. Он нашел, что при быстрых колебаниях, а следовательно, весьма кратковременных зарядах получаются для K меньшие числа, чем при колебаниях медленных. Для стекла получилось $K = 2,7$.

Несколько позже Leshchew воспользовался Герцевскими колебаниями для определения величины K . Разрядная искра машины Гольца появляется в F (рис. 140); колебания происходят в системе BFB' . Такие же коле-

Рис. 140.



бания индуктируются в пластинках A и распространяются в проволоках st и $s't'$, соединенных с конденсатором C . Если поперек проволоч положить стеклянную запаянную трубку gg' , содержащую разреженный азот (Лехеровскую трубку), то она светится. Свечение исчезает, когда соединить проволоки st и $s't'$ проволокою a , так наз. мостом. Можно, однако, найти такое особое положение моста a , при котором трубка gg' опять светится. Заметим, что в этом случае системы $Asas'A$ и $Ctat'C$ находятся в консонансе, так что колебание в первой системе вызывает колебание во второй. Упомянутое положение моста a зависит от емкости C . Поместив диэлектрик между пластинками C , Leshchew отыскивал новое положение моста и затем, вынув диэлектрик, сближал пластинки C настолько, чтобы трубка gg' светилась при том же самом положении моста. Тогда и емкость конденсатора была прежняя, а отсюда уже легко определяется K по формуле (47). Leshchew нашел, что с уменьшением времени колебаний для K получаются большие числа, т. е. обратное тому, что нашел J. J. Thomson. Для стекла Leshchew находит невероятное число $K = 7,3$.

Третья работа, сюда относящаяся, принадлежит Blondlot. Разрядная искра появляется между шариками a и b (рис. 141); B , A , CD и FE — металлические пластинки, DH и FH — две проволоки, H — два угольных, весьма близких друг к другу острия. Колебания в про-

водниках $AbaB$ вызывали две системы одинаковых колебаний в CDH и EFH . При полной симметрии в H не появлялось искры. Вставляя между A и CD испытуемый диэлектрик (стекло), Blondlot подбирал пластинку серы такой толщины, чтобы при ее помещении между A и FE искра в H вновь исчезла. В этом случае емкости конденсаторов ACD и AFE равны между собою. Принимая для серы $K = 2,6$, Blondlot нашел для стекла $K = 2,8$, согласно с числом, которое дал J. J. Thomson Впоследствии Drude усовершенствовал способ электрических волн.

Полагая, что к диэлектрикам, которые были взяты, и к электрическим лучам, с которыми работали эти ученые, приложима формула $K = n^2$, мы можем допустить, что все ученые, которые определяли коэффициенты преломления n электрических лучей, в то же

время определяли и индуктивную способность диэлектрика. Ограничиваясь твердыми диэлектриками, укажем, что первый Hertz нашел $n = 1,69$ для смолы, пользуясь призмой из этого вещества; далее Zehnder (1894) нашел для асфальта $n = 1,6$. Затем определяли величину n для твердых диэлектриков Mack, Lampa, Righi, Wiedeburg, Graetz и Fomm, Gutton и Ferry и др.

Gutton (1900) нашел для льда $n = 1,76$, а следов., $K = n^2 = 3,1$.

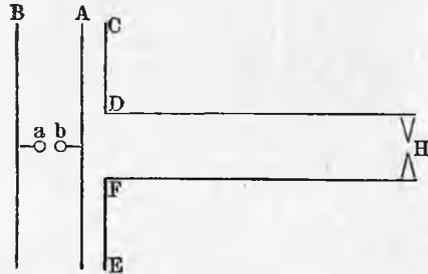
Ferry определял K для твердых тел, подбирая такую смесь двух жидкостей, чтобы при погружении в нее данного тела не менялась емкость конденсатора, содержащего эту смесь, для которой величина K определялась самостоятельно.

Dieckmann (1907), Arndt (1911) и др. предлагали новые способы определения величины K при помощи электрических колебаний. Из них Arndt пользовался особою установкою, дающею медленно затухающие колебания.

7. Индуктивную способность анизотропных тел исследовали Boltzmann (1874), Root, Romich, и Nowak, Braun, Curie, Borel, П. Н. Лебедев, Righi, Mack, Fellingner, W. Schmidt и др. В анизотропных телах индуктивная способность имеет в различных направлениях различные значения. Это доказано было уже опытами Knoblauch'a (1851), который наблюдал, что поперечно сжатый стеклянный цилиндр, вертикально подвешенный, оборачивается тою стороною к куску натертого сургуча, которая не подвергалась сжатию. В кристаллах распределение величин K соответствует распределению в разных направлениях коэффициента преломления.

Boltzmann (1874) первый измерил величины K для ромбического кристалла серы по способу притяжения шарика. Для трех главных направлений он нашел

Рис. 141.



$K = 4,773$	3,970	3,811
$n^2 = 4,596$	3,886	3,591.

Здесь n — показатель преломления лучей, вычисленный по формуле Cauchy для $\lambda = \infty$; эта формула в данном случае, однако, мало пригодна.

Root измерял время крутильных колебаний пластинок и шариков, помещенных в различных положениях в электрическое поле, направление которого менялось до 6000 раз в секунду.

Thornton (1909) приготовлял из испытуемого вещества эллипсоиды, которые подвешивались на кварцевой нити. Измерялись времена крутильных колебаний при отсутствии электрических сил и при наличии переменного электрического поля. Отсюда можно было вычислить, K . Для кварца \parallel оси он получил $K = 4,609$ (Curie 4,55, Romich и Nowak 4, 6), \perp оси он нашел $K = 4,549$ (Curie 4,49, Romich и Nowak 4,6); для плавленого кварца он получил $K = 3,78$. Curie исследовал следующие одноосные кристаллы: берилл, известковый шпат, турмалин, кварц; из двуосных — топаз и гипс. Особыми приемами он отделил при этом друг от друга проводимость и поляризацию. П. Н. Лебедев измерял коэффициенты преломления n_1 и n_2 электрических лучей ($\lambda = 6$ мм.) в двух призмах, вырезанных из кристаллической серы, причем преломляющее ребро было в одной призме параллельно большой, в другой — малой диэлектрической оси. Получилось $n_1 = 2,25$ и $n_2 = 2,00$. Righi и Mask исследовали дерево, в котором вдоль и поперек волокон скорость распространения электрических лучей оказалась неодинаковой.

Ulmer (1908) нашел, что параллельно волокнам дерева величина K всегда больше, чем перпендикулярно к ним; разница особенно велика для легких сортов дерева, каковы липа, бук, клен; она меньше, напр., для оливкового и для черного дерева. Сама величина K колеблется для разных сортов дерева между 2,82 и 6,46; она пропорциональна плотности дерева. Высушивание значительно уменьшает K и для разных сортов дерева получают уже числа между 1,86 и 2,83. Сжатие увеличивает K для дерева.

Fellinger (1902) определил значения K для нескольких одноосных и двуосных кристаллов. Замечательно, что для двуосного барита получилось наибольшее значение K по направлению, перпендикулярному к оптическим осям, а не по направлению одной из бисектрис углов между осями, как следовало бы ожидать. При том разница оказалась огромная: вдоль бисектрис $K = 6,9736$ и $K = 6,9956$, а по направлению нормали $K = 10,0877$. Тот же результат нашел W. Schmidt (1902) в барите и в целестине. Graetz (1904) объясняет это явление аномальной дисперсией для лучей весьма большой длины волны; аналогичное явление замены одной плоскости осей другою, ей перпендикулярною, в области видимых лучей, было указано в т. II.

Floquet (1910) дал сравнительную оценку различных способов измерения величины K .

§ 6. Измерение диэлектрических постоянных жидких и газообразных тел.

1. Некоторые из способов, рассмотренных в предыдущем параграфе, приложимы и к жидким телам. Приведем несколько примеров: Зилов (1876) и G. Weber пользовались методом Siemens'a. Способом Gordon'a пользовался Negreano; пластинки (рис. 136) были расположены горизонтально. Hopkinson, Winkelmann, Donle, Щегляев, Lefèvre, о работах которых было сказано выше, измеряли K не только для твердых, но и для жидких непроводников. Linde определял K для сжиженных газов по способу Н. Н. Шиллера.

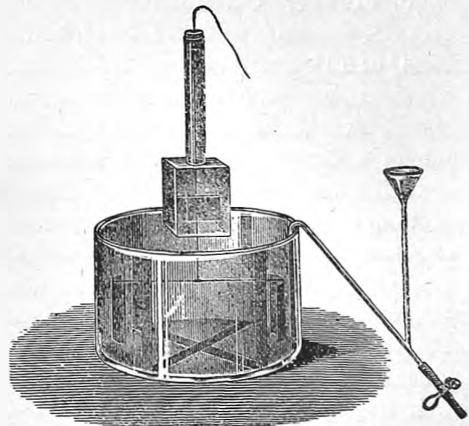
2. Метод П. А. Зилова. Этот метод основан на применении формулы (44), которую напишем проще в виде

$$K = \frac{f}{f_0} \dots \dots \dots (52)$$

Здесь f — сила взаимодействия двух проводников, наэлектризованных до заданной разности потенциалов V и окруженных диэлектриком; f_0 — та же сила в воздухе.

П. А. Зилов (1875) определял K , применяя формулу (52). Он построил весьма простой электрометр, состоящий из стеклянного сосуда (рис. 142), на внутренней стенке которого наклеены четыре полосы станиоля, накрест соединенные такими же изолированными друг от друга полосами, наклеенными на дно сосуда. Подвижная часть состояла из подвешенной на нити горизонтальной платиновой проволоки, на концах которой находились изогнутые платиновые пластинки. Одна пара полосок соединялась с землей, другая — с одним из полюсов большой батареи (Zn, Cu ; вода); другой полюс последней соединялся с землей. Полюсы можно было менять; предполагалось, что во всех опытах потенциал пары полосок имел одно и то же значение V . Измерялись углы отклонения φ и φ_0 подвижной части, когда сосуд был наполнен воздухом, и когда в нем находилась испытуемая жидкость. Зная φ и φ_0 , можно было найти отношение $f : f_0$, а следовательно — и K .

Рис. 142.



Видоизменениями этого способа пользовались Tomaszewski, Cohn и Arons, С. Я. Терешин, Perot, Heerwagen, Rosa, Landolt и Jahn, Franke, Smale и др.

Cohn и Arons (1888) заменили постоянную батарею индукционной катушкой и на особом квадрантном электрометре измеряли потенциалы, которые можно было менять от одного опыта к другому. Этим способом

названные ученые впервые открыли существование огромных значений диэлектрической постоянной, а именно — они нашли для воды $K = 76$, для этилового алкоголя $K = 26,5$ и для амидового $K = 15$.

С. Я. Терешин (1889) также пользовался двумя электрометрами, сравнивая, однако, с воздухом только одну жидкость, а именно — этиловый алкоголь. Для этого сперва оба электрометра наполнялись одною и тою же жидкостью, что давало возможность сравнить их показания. Затем первый наполнялся этиловым алкоголем, второй содержал воздух; эти наблюдения дали для этилового алкоголя $K_0 = 27,0$. Наконец, второй наполнялся испытуемой жидкостью и определялось отношение $K : K_0$. Для воды С. Я. Терешин нашел этим путем $K = 83,8$.

Pogot (1891) первый воспользовался дифференциальным способом, расположив два квадрантных электрометра один над другим, причем обе стрелки неизменно связывались между собою, так что их движение зависело от разности двух действий, которым подвергались отдельные стрелки. Верхние квадранты всегда оставались в воздухе, нижние погружались в испытуемую жидкость. Heerwagen (1892) в значительной степени усовершенствовал этот способ. Он нашел для воды $K = 81,1$.

3. Метод Quinske. Этот ученый измерял K двумя способами, из которых первый представляет лишь видоизменение способа Зилова.

Quinske измерял, во-первых, взаимное притяжение пластинок плоского горизонтального конденсатора, помещенного в испытуемую жидкость. Нижняя пластинка была неподвижна; верхняя была подвешена к коромыслу весов и опиралась на три винта, проходящие мимо нижней пластинки. Эта последняя соединялась с электрометром и с лейденскою банкою; верхняя пластинка соединялась с землею и уравнивалась на весах. Лейденская банка сильно заряжалась, а на чашку весов клалась гиря p . Затем банка весьма медленно разряжалась, и отмечалось показание электрометра в тот момент, когда верхняя пластинка отрывалась. Таким образом определялись потенциал V нижней пластинки и соответствующее взаимное притяжение p пластинок. По формуле (57) гл. I, имеем

$$p = \frac{K S V^2}{8 \pi d^2} \dots \dots \dots (53)$$

где S — поверхность верхней пластинки. Отсюда можно вычислить K . Другое значение, которое обозначим через K_1 , получалось таким образом: через отверстие в верхней пластинке вдувался большой пузырь воздуха в пространство между пластинками. Давление этого воздуха измерялось особым манометром. Когда нижняя пластинка доводилась до потенциала V , то давление воздуха увеличивалось, и манометр повышался на некоторую величину h . Вычисление, данное Kirchhoff'ом, показывает, что в этом случае

$$h \delta = \frac{(K_1 - 1) V^2}{8 \pi d^2} \dots \dots \dots (53, a)$$

где h — удельный вес жидкости манометра. Сравнение формул (53) и

(53,а) дает

$$K_1 = 1 + \frac{h \delta K S}{p} \dots \dots \dots (54)$$

По этой формуле Quincke и вычислял K_1 , которое оказывалось близким к K .

4. Метод Nernst'a. Этот метод получил ныне широкое применение, в особенности в Германии. Он представляет видоизменение метода сравнения емкостей, описанного в § 4 (7). Мы видели, что телефон T молчит, когда $q_1 : q_2 = r_2 : r_1$ (см. рис. 139). Пусть $r_1 = r_2$; в таком случае получаем $q_1 = q_2$. Однако, телефон не перестает звучать, когда испытываемая жидкость, наполняющая, напр., конденсатор A , обладает хотя бы малейшею проводимостью. Но, если ввести параллельно измерительному конденсатору B сопротивление r_3 (рис. 143), то телефон молчит, когда при $r_1 = r_2$ соблюдены условия

$$\left. \begin{aligned} r_4 &= r_3 \\ q_2 &= q_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (55)$$

где r_4 — сопротивление конденсатора A . Меняя r_3 и q_2 , надо добиться молчания телефона. Тогда равенство $q_1 = q_2$ дает возможность сравнивать между собою величины K для различных жидкостей, заполняющих конденсатор A . Мы не входим в дальнейшее описание этого способа, который был разработан Nernst'ом до мельчайших подробностей. Подробное описание этого способа можно найти в книге E. Wiedemann и Ebert, *Physikalisches Praktikum*, изд. 5-е, 1904, стр. 487.

Linde, Silberstein, Abegg, Starke, Philip и др. пользовались этим способом; Philip еще более его усовершенствовал. Röntgen также пользовался способом, подобному способу Nernst'a.

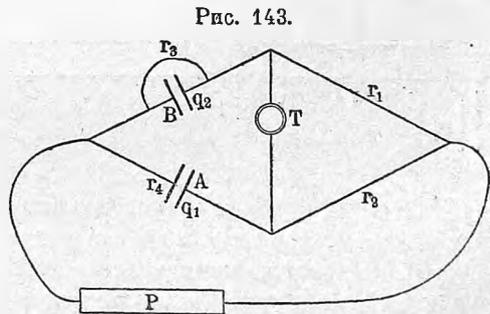


Рис. 143.

5. Метод Боргмана. В § 4 мы познакомились с методом И. И. Боргмана для измерения емкостей. Очевидно, что этим же способом можно пользоваться для измерения величин K . М. Д. Петрова (1904) измерила таким образом K для различных жидкостей, в том числе и для жидкого воздуха ($K = 1,33$).

6. Другими способами, на которых мы не останавливаемся, пользовались Perot (1891), Bouty (1892), Kohn и Arons (1886), Cohn (1889), Veley (1906) и др.

7. Определение K при помощи электрических лучей. Формулы (51,) (51,а) и (51,в) показали нам, как можно определить K , пользуясь электрическими лучами. Некоторые из таких способов, которые уже были рассмотрены (для твердых тел), прилагались и к жидкостям. Так, например, Lecher определял K для керосина.

Длину волны λ электрических лучей, распространяющихся внутри испытуемой жидкости, или, косвенно, скорость v этих лучей, определяли Waitz, Arons и Rubens, Cohn, Uduy Yule, Thwing, Coolidge, Cole, Bose, Marx, Ferry, Косоногов, Drude, Rudolph (1911), Niven (1911) и многие другие ученые.

Ограничиваемся указанием основ одного из употреблявшихся методов, а именно — метода Cohn'a (1892). Колебательный разряд происходит между пластинками A и B (рис. 144). Параллельные им пластинки P и P_1 соединены с проволоками Pe и P_1e_1 , проходящими через каменный сосуд M , наполненный водою; они соединены проволокою (мостиком) a у внутренней стороны ящика. Другая подвижная проволока b перемещалась в такое положение, при котором в проволочной системе ba получались наиболее сильные электрические колебания, которые обнаруживались весьма чувствительным прибором (болометром, см. т. II), соединенным с подвижными лейденскими банками системы Rubens'a. В этом случае система ba находится в консонансе с системой PbP_1 . Затем отыскивались такие два положения c и c' третьего мостика, при которых в системах ac и ac' получались наиболее сильные колебания; gg и $g'g'$

Рис. 144.

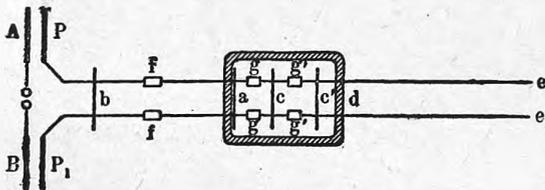
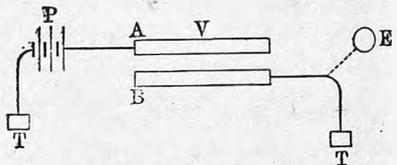


Рис. 145.



— положения, которые при этом занимают лейденские банки, соединенные с болометром. Системы ac и ac' находятся в консонансе с ba . Оставляя в стороне некоторые поправки, можно отсюда заключить, что длина волны в воздухе относится к длине волны в воде, как ba к cc' . Искомое отношение, равное показателю преломления n электрических лучей в воде (при 17°), оказалось равным $n = 8,6$. Это число показывает, что вода обладает огромною аномальною дисперсией в области электрических лучей. Для K получается $K = n^2 = 73,5$.

Ellinger (1892) измерил n непосредственно, наблюдая отклонение электрических лучей в деревянной призме, наполненной водою. Он нашел n около 9.

Cole (1896) исследовал отражение электрических лучей от поверхности воды для случая, когда колебания были \perp , и когда они были \parallel плоскости падения. По формулам Fresnel'я (т. II) он вычислил $n = 8,85$.

В заключение статьи о величине K для жидкостей заметим, что эту величину определяли для сжиженных газов Linde (CO_2 , N_2O , Cl_2 , SO_2), Goodwin (NH_3), Hasenoeuhl (N_2O , O_2), Dewar и Fleming (воздух и O_2), Петрова (воздух) и др.

8. Определение диэлектрических постоянных для газов и паров. Первое определение величины K для газа было произведено Boltzmann'ом в 1874 г. Две металлические пластинки A и B (рис. 145), тщательно изолированные и защищенные от тепловых действий, помещены под металлическим колоколом; можно было менять род и давление газа под колоколом. Пластика A соединяется с батареей P из 300 элементов Даниэля; B можно соединить с землею T или с электрометром E . Пусть K_1 относится к газу, наполняющему колокол в начале опыта. Соединяют P с A , вследствие чего A получает некоторый потенциал V ; B соединяют с землею, а затем с электрометром E . Затем прекращают соединение A с P и меняют род или давление газа. Пусть новое значение K будет K_2 . Тогда потенциал A делается равным $V \frac{K_1}{K_2}$; соединяют A вновь с P , вследствие чего потенциал A возрастет на величину $V \left(1 - \frac{K_1}{K_2}\right)$. Это увеличение вызывает в электрометре E отклонение α , причем

$$V \left(1 - \frac{K_1}{K_2}\right) = C \alpha$$

где C — множитель пропорциональности. Теперь соединяют B с землею и опять с E и прибавляют к P еще один элемент. Потенциал в A возрастет на $\frac{V}{n}$, где $n = 300$ (число элементов), а в электрометре получится отклонение β , причем

$$\frac{V}{n} = C \beta.$$

Разделив одно уравнение на другое, получаем равенство, дающее отношение $K_1 : K_2$.

Полагая, что $K = 1 + bp$, где p — давление газа и b — постоянный множитель, и определяя отношение

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{1 + bp_1}{1 + bp_2} \dots \dots \dots (56)$$

для других давлений p_1 и p_2 , мы найдем b , а следовательно, и значение k при давлении $p = 760$ мм. Таким образом Boltzmann нашел следующие числа (при 0° и 760 мм. давления):

Воздух	CO ₂	H ₂	CO	NO	C ₂ H ₄	CH ₄
$K = 1,000590$	$1,000946$	$1,000264$	$1,000690$	$1,000994$	$1,001312$	$1,000944$.

Эти числа весьма хорошо удовлетворяют формуле $K = n^2$.

Ayrton и Perry (1877) и Klemenčić (1885) сравнивали емкости двух конденсаторов, содержащих различные газы, и отсюда определяли отношение $K_1 : K_2$.

П. Н. Лебедев (1891) определял K для паров различных органических жидкостей, сравнивая емкости двух цилиндрических конденсаторов, из которых один оставался неизменным, а другой — наполнялся сперва воздухом, а потом парами испытуемых жидкостей. Он нашел,

например, для паров бензола (100°) $K = 1,0027$, для этилового алкоголя, (100°) $K = 1,0065$ и т. д.

В 1901 г. появилось обширное исследование Baedeker'a, приложившего метод Nernst'a к газам. Он первый определил для газов зависимость K от температуры и вообще величины K для NH_3 , N_2O_4 , HCl и для паров воды. Конденсаторы были сделаны из Ni , а для исследования N_2O_4 из Pt .

Tangl (1908) измерил K для водорода, азота (20°) и воздуха (19°) при давлениях от 20 до 100 атмосфер. Приводим крайние числа:

Давление	Водород	Азот	Воздух
20 атм.	1,00500	1,01086	1,01080
100 „	1,02378	1,05498	1,05494

Величина $(K - 1) : (K + 2)d$, см. (35, d), гл. I, постоянна до 100 атм.; это дает для давления в 1 атм.:

	Водород	Азот	Воздух
$K =$	1,000273	1,000581	1,000576

Для смесей двух газов оказывается, что

$$K - 1 = (K_1 - 1) + (K_2 - 1),$$

где K_1 и K_2 относятся к составным частям смеси при наличных парциальных давлениях. Hochheim (1908) нашел для гелия $K = 1,000074$, что хорошо согласуется со средним результатом измерений величины n^2 .

В последнее время определяли K для газов еще Occhialini (1905), Scheel (1907), Clayton-Rentschler (1908), Rohmann (1911) и Порт (1913, ученик П. Н. Лебедева), Verain (1914), Бодареу (1913) и др. Сопоставляем некоторые из найденных чисел:

	Воздух	CO_2	H	N	N_2O	O
Clemenčič . . .	1,000586	1,000958	1,000264	—	1,001158	—
Tangl	1,000576	—	1,000273	1,000581	—	—
Cl.-Rentschler .	1,000581	1,000898	—	1,000588	—	1,000539
Scheel	1,000574	—	1,000272	1,000581	—	—
Rohmann	1,000580	1,000989	1,000282	1,000606	1,001129	1,000547
Порт	1,000586	1,000994	—	—	—	—

Порт пользовался методом П. Н. Лебедева; он сделал более 30 определений K для паров органических жидкостей при 100°, дал определения K для 12-ти паров, воздуха, CO_2 , CO и CH_4 при комнатной температуре, и для C_2H_4 при 0°.

§ 7. Некоторые результаты измерения диэлектрических постоянных.

1. Мы почти не приводили числовых результатов определений величины K , отсылая читателя к существующим таблицам. Заметим только, что числа, полученные различными наблюдателями для таких твердых

тел, как, например, стекло, эбонит, и т. п. вообще мало согласуются между собою. Это легко объясняется тем, что химический состав и физическое состояние вещества должны иметь большое влияние на величину K . Весьма большое число нашли Dewar и Fleming для 10% твердого раствора $NaHO$ в воде при температуре $-117^{\circ},4$, а именно, $K = 272$. Весьма вероятно, что и для металлов K имеет определенное физическое и конечное числовое значение; на это указал, например, E. Cohn (1903). Sanford (1916) вычислил относительные значения величины K для различных металлов, исходя из определенных представлений о строении атома и о возникновении сериальных линий в спектрах металлов (т. II). Он находит для 13-ти металлов относительные числа для K от 35,9 для Li и 127 для Na до 466 для Ag и 567 для Cs .

Из более новых определений K для твердых тел, упомянем о следующих. Vonwiller и Mason (1907) нашли для чистого селена $K = 6,13$. Thornton (1909) определил по способу, указанному на стр. 308, K для большого числа не кристаллических тел, напр., эбонита, слоновой кости, серы, воска, парафина и т. д. Löwy (1911) измерил K для большого числа минералов. Thomas (1910) нашел для льда $K = 93,9$ при -2° и $K = 96,4$ при 18° . Винавер (1909) исследовал соединения щелочно-земельных металлов с серою. Он нашел для фосфоресцирующих соединений кальция $K = 8,08$, стронция $K = 8,48$ и бария $K = 10,34$. При сильном сжатии они перестают светиться, их K оказывается больше, чем для сжатых чистых сульфидов, которые вообще не светятся (т. II). Ficker (1909) тщательно определил K для серы и нашел $K = 4,027$ при 17° . Graetz и Fomm (1895), а также W. Schmidt (1903) измерили K для галоидных соединений свинца и нашли огромные числа, напр., 42 для $PbCl_2$ и 113 для PbI_2 . Однако, измерения Lenert'a (1909) заставляют думать, что названные ученые пользовались нечистыми веществами, обладавшими заметною электропроводностью. Lenert нашел $K = 4,20$ для $PbCl_2$, $K = 4,89$ для $PbBr_2$, $K = 2,35$ для PbI_2 и $K = 3,62$ для PbF_2 .

2. Формула Maxwell'a $K = n^2$ лишь случайно оказывается приблизительно удовлетворенною, если для n взять показатель преломления видимых лучей, или если по формуле Cauchy вычислить n для $\lambda = \infty$. Об электрических лучах было сказано в § 6, и мы видели, что измерение величины n для этих лучей ныне служат обычным способом определения K .

Rudorf (1910) дал обзор литературы по вопросу о формуле $K = n^2$. W. Schmidt (1903) обратил внимание на то, что для простых тел эта формула, повидимому, прилагается. Добросердов показал, что это справедливо для Cl , Br , I , S , Se , P и алмаза.

3. Время, в течение которого диэлектрик находится в электрическом поле, имеет огромное влияние на результат определения величины K . Мы на этом указывали, говоря об опытах J. J. Thomson'a и Lecher'a. Приведем результаты измерений Н. Н. Шиллера и Ferrу. Пусть $-\tau$ время электризации. Н. Н. Шиллер (1874) нашел для K следующие числа:

$\tau = 6 \cdot 10^{-5}$ с. $\tau = 0,02$ с.		$\tau = 6 \cdot 10^{-5}$ с. $\tau = 0,02$ с.			
Эбонит	2,21	2,76	Парафин		
Чистый каучук	2,12	2,34	белый	1,85	2,47
Вулканиз.			Полубелое		
каучук	2,69	2,94	стекло	3,31	4,12
Парафин			Белое зеркаль-		
прозрачный	1,68	1,92	ное стекло	5,83	6,34

Е. S. Ferrу (1897) дает следующие числа:

$\tau = 3 \cdot 10^{-8}$ с. $\tau = 0,002$ с.		$\tau = 3 \cdot 10^{-8}$ с. $\tau = 0,002$ с.			
Рицинов. масло	4,49	4,65	Эбонит	2,32	2,55
Оливков. масло	2,02	3,13	Кварц \perp оси	4,04	4,46
Масло хлопчат.			Кварц \parallel оси	4,27	4,38
семени	3,00	3,09			
Керосин	1,99	2,05			

Для меньших τ получаются вообще и меньшие K . Dewar и Fleming находят при большом τ для льда (0°) $K = 78$, при весьма малом τ (электрические колебания) K — около 2. Thornton (1910) сравнил для большого числа веществ числа K , получаемые при постоянном поле с числами K' , которые соответствуют случаю 80-ти перемен знака поля в секунду. Оказалось, что отношение $K : K'$ равно, например, 2,8 для кварца \parallel оси и 1,0 для кварца \perp оси; оно равно 6,9 для канадского бальзама, 2,3 для резины, 1,07 для серы и т. д. Wilson (1909) находит, что емкость q конденсатора как функция времени заряда t , выражается формулою

$$q = q_0 [1 + B \lg(1 + pt)],$$

где q_0 начальное значение емкости, B и p постоянные, которые автор дает для эбонита, парафина и серы.

4. Влияние температуры t на величину K было предметом весьма многочисленных исследований. Рассмотрим отдельно тела твердые, жидкие и газообразные.

Тела твердые исследовал Cassie (1889, 1891). Он нашел, что K увеличивается с повышением температуры для слюды, эбонита, стекла и парафина. Относительное увеличение на 1° α составляет

	слюда	эбонит	стекло I	стекло II	парафин
$\alpha =$	0,0001	0,0004	0,0012	0,0020	0,0023.

Pellat и Sacerdote (1899) находят, что для парафина K уменьшается, а для эбонита увеличивается при нагревании. Dewar и Fleming исследовали K для льда, а также для многих растворов, сжиженных газов и органических веществ при весьма низких температурах. Для льда они находят (1897):

t°	K	t°	K	t°	K
-206,0	2,43	-128,0	5,95	-72,4	41,8
-175,0	2,43	-114,0	9,60	-49,0	57,2
-164,0	2,59	-106,2	13,09	-27,2	59,2
-144,7	3,94	-89,4	27,06	-21,0	61,3

Behn и Kiebitz (1904) пользовались способом Drude и нашли при -190° для льда K между 1,76 и 1,88. Для глицерина K растет от 3,2 до 60 при повышении t от -200° до -40° . F. Schmidt (1914) измерил K при различных температурах для серы и для одного фосфоресцирующего вещества, содержащего Ca , Bi и Na . Он нашел для серы $K = 4,11$ при $+80^{\circ}$ и $K = 3,88$ при -140° ; для Ca , $BiNa$ — фосфора получилось $K = 8,03$ при -2° и $K = 7,68$ при -160° .

Жидкие тела были исследованы многими учеными. Negreano, Palaz и Cassie нашли, что для бензола, толуола, ксилола, глицерина, CS_2 и др. K уменьшается с повышением температуры. То же самое нашел Linde для жидких CO_2 , NO и Cl_2 .

Heerwagen (1893) весьма тщательно исследовал воду и нашел, что K выражается между $4^{\circ},7$ и $20^{\circ},75$ формулою

$$K = 87,032 - 0,362t.$$

Это дает $K = 85,49$ при $4^{\circ},7$ и $K = 79,52$ при $20^{\circ},75$.

Francke находит $K = 90,68$ при $2^{\circ},6$ и $K = 80,12$ при $20^{\circ},1$. Cohn (1892) также исследовал воду; его числа согласуются с формулою Clausius и Mossotti, см. (35,d), гл. I,

$$\frac{K-1}{(K+2)d} = \text{Const.} \dots \dots \dots (57)$$

чего нельзя сказать о числах Heerwagen'a и Francke. Последние измерения Ratz'a (1896) дали до 40° числа, весьма хорошо согласующиеся с этою формулою. Наконец, Vonwille (1904) нашел, что K для воды правильно уменьшается, когда температура растет от 0° до 28° ; при 4° величина K ничего особенного не обнаруживает. Niven (1911) находит для воды такие числа:

	0°	7°	33°	$59,5^{\circ}$	83°
$K =$	90,4	80,1	69,3	58,3	38,0

Эти числа мало согласуются с вышеприведенными и требуют дальнейшей проверки. Для алкоголя он находит $K = 24,5$ при 0° и $K = 16,0$ при $64,2^{\circ}$.

Для жидкой цианистоводородной кислоты $K = 95$ при 21° , как показал Schlund (1901).

Другие жидкости исследовали Hasenoehrl (1896), Abegg и Seitz, Tangl (1903), Eversheim и др. Первый из названных ученых находит, что жидкости вообще удовлетворяют формуле (57). Abegg (1897) находит, что для жидкостей можно положить

$$K = Ce^{-\frac{t}{190}},$$

где C — постоянное число, τ — абсолютная температура, e — основание натуральных логарифмов. Tangl (1903) нашел, что формула Clausius-Mossotti оправдывается только для ксилола от 0° до 130° . Для бензола, толуола, хлороформа, эфира и CS_2 замечаются отступления. Для эфира K быстро падает при приближении к критической температуре. Eversheim (1903) исследовал жидкие NH_3 , SO_4 и этиловый эфир; он нашел, что K без скачка меняется при переходе через критическое состояние.

Зависимость K от t для газов исследовал впервые Baedeker (1901). Оказалось, что с повышением температуры K уменьшается для SO_2 , NH_3 , NO_2 и для паров H_2O , CS_2 , метилового и этилового алкоголя.

В § 1 мы уже указали на теорию диэлектриков, которую развил Debye (1912) и которую можно назвать „кинетической“. Поляризация диэлектрика имеет, по этой теории, две причины: 1) смещение внутри молекулы отдельных электронов, которые находятся под влиянием квазиупругих сил, стремящихся вернуть электрон к его первоначальному положению, и 2) вращение электрических диполей. Подобную же теорию развили Cotton и Mouton (1910), о чем уже было сказано в гл. III § 5. Принимая во внимание влияние внутреннего поля диэлектрика, Debye получает формулу

$$\frac{K-1}{K+\frac{1}{2}}T = a + bT \quad \dots \dots \dots (58)$$

где T абсолютная температура, a и b две постоянные. Формула (58) оказалась в превосходном согласии с результатами опытных исследований. Debye вычислил, что величина электрического момента m , аналогичного магнитному моменту (см. ниже, часть II, гл. II) диполя, для большого числа жидкостей находится между $3,4 \cdot 10^{-19}$ и $11,8 \cdot 10^{-19}$ эл. стат. *C. G. S.* единиц, хотя K для этих жидкостей колеблется между 2,33 и 80. Если допустить, что на концах диполя находятся заряды, равные $\pm e$, где e заряд электрона, то длина диполя, т. е. расстояние между его полюсами, оказывается величиною порядка 10^{-9} см., что примерно равно 0,1 радиуса молекулярной сферы. Если бы существовали только отдельные „электроны смещения“, то было бы $a = 0$ и K не зависело бы от температуры. Величина a определяется формулою

$$a = \frac{Nm^2}{9k} \quad \dots \dots \dots (58, a)$$

где N число диполей в 1 куб. см., m момент диполя, а $k = 1,346 \cdot 10^{-16}$ эргов есть та мировая постоянная, которая связывает энтропию с логарифмом вероятности (т. III). Богуславский (1914) развил новую теорию диэлектриков, приведшую также к определенной зависимости K от температуры. Он исходит из предположения, что в диэлектриках сила, действующая на смещенный заряд, не строго пропорциональна смещению и что работа A при смещении x из положения равновесия выражается формулой вида

$$A = ax^3 + bx^4,$$

где a величина положительная. Член, содержащий x^3 , приводит к пироелектрическому эффекту (гл. III, § 15). Добавление члена bx^4 приводит к результату, что величина (57) должна зависеть от температуры; она растет при повышении температуры, если $b < 0$ и убывает если $b > 0$. Уклонение силы от пропорциональности смещению оказывается весьма малой. Для четырех спиртов, для бензола и для этилового эфира получается хорошее согласие между наблюдаемой и вычисленной зависимостью величины (57) от температуры.

Jaeger (1917) измерил K для 39-ти твердых веществ, в том числе для 15-ти сортов стекла, для кварца, эбонита, резины и различных солей, пользуясь способом электрических лучей, причем длина волны этих лучей менялась от 10 м. до $2 \cdot 10^{-6}$ м. Оказалось, что в указанных пределах K имеет для всех исследованных веществ одно и то же значение, которое получается вычислением также на основании оптических данных, относящихся к крайним инфракрасным лучам, длина волны которых равна 300μ (т. II). Отсюда следует, что в изученных веществах нет дисперсии в области лучей с большой длиной волны. Jaeger указывает, что этот результат согласуется с теорией Debye'я.

5. Влияние давления исследовали Röntgen и Ratz. Первый находит, что для воды и для алкоголя K не меняется до давлений в 500 атм.; Ratz находит, что для воды K немного увеличивается, но гораздо меньше, чем того требует формула (57). Corbino заметил, что K для стекла убывает, если его подвергать растягиванию перпендикулярно к линиям сил. Dessau приходит к противоположному результату.

Schiller (1911) нашел, что для каучука величина K уменьшается, если его растягивать по направлению, перпендикулярному к линиям сил электрического поля; при удлинении на 30% величина K уменьшается от 3,67 до 3,51. Приходится допустить, что молекулы удлиняются при растяжении, или что без того уже продолговатые молекулы располагаются параллельно направлению растяжения.

Ostvay (1911) исследовал влияние давления P на величину K для различных жидкостей, а именно эфира, бензола, толуола, хлороформа, нефтяного эфира, касторового масла, сероуглерода и жидкого парафина. Для K получается формула вида

$$K = K_1 \{1 + \alpha p - \beta p^2\},$$

где α и β положительные коэффициенты. Для бензола и эфира формула (58) не подтверждается; для других жидкостей она не проверялась. Влияние металлических воздействий на K для стекла исследовали также Adams и Neaps (1912).

Oscchialini (1905) определил K для воздуха при 20 и при 180 атм. и нашел, соответственно, $K = 1,0101$ и $K = 1,0845$. Затем Tangl (1907) нашел для воздуха $K = 1,0108$ при 20 атм. и $K = 1,0548$ при 100 атм. при 19° . Выражение (57) несколько убывает при возрастающем давлении. Oscchialini и Vodareu (1913) нашли $K = 1,0357$ при 60 атм. и $K = 1,1053$ при 175 атм.; формула (57) оказалась справедливой с точностью до 1%.

Затем Occhialini (1914) исследовал O_2 , H_2 и CO_2 при различных давлениях; оказалось, что $(K - 1) : d$ не остается постоянной, между тем, как величина (57) действительно постоянная. Далее Е. Д. Бодареу исследовал азот; полагая $d = 1$ при нормальных условиях, он находит следующие числа:

Давление	d	K	$\frac{K-1}{d} \cdot 10^7$	$\frac{K-1}{(K+2)d} \cdot 10^7$
87 атм.	80	1,04750	5938	1949
143 „	130	1,07828	6022	1956
205 „	180	1,10953	6085	1957
226 „	195	1,11867	6086	1952

т. е. постоянство величины (57); ее средняя величина $1954 \cdot 10^{-7}$. Наконец, Бодареу исследовал еще N_2O и, впервые, CH_3Cl (результаты приводятся по любезно переданным мне корректурным листам из Nuovo Cimento). И здесь подтвердилось постоянство величины (57), которая оказалась равной $3723 \cdot 10^{-7}$ для N_2O и $358 \cdot 10^{-5}$ для CH_3Cl . При нормальных условиях ($d = 1$) получается

	N_2	N_2O	CH_3Cl
$K_0 =$	1,000587	1,001117	1,01078 (0°, 760 мм.)

Vergain (1914) произвел обширное исследование зависимости K от температуры и давления для воздуха CO_2 и SO_2 . Приведем некоторые из его чисел. Для углекислого газа:

Давление	76	152	304	380 см. Hg
9°	1,00092	1,00186	1,00388	1,00507
30°	1,00091	1,00174	1,00364	1,00482
66°	1,00076	1,00150	1,00317	1,00423.

Эти числа наглядно показывают, как K растет с давлением и уменьшается при повышении температуры. Для воздуха K убывает от 1,000567 при 9° до $K = 1,000463$ при 70° (давление 76 см. Hg). Для SO_2 , при 76 см. Hg, K убывает от 1,00861 при 9° до 1,00665 при 58,5°. Во второй части своей замечательной работы Vergain измерил K для жидкой CO_2 и для насыщенных паров того же вещества, находящихся над жидкой фазой. Он нашел следующие величины для K , пользуясь методом электрических лучей, длина волны которых равнялась 75 см.

	Жидкость	Пар
0°	1,58	1,04
10°	1,54	1,07
20°	1,48	1,11
30°	1,32	1,21.

При критической температуре 31,4° оба столбца приводят к общему значению $K = 1,25$. Формула (57) оказывается удовлетворенной как для газообразной CO_2 , далекой от насыщенной, так и для жидкой и для ее паров до критической температуры.

6. Величину K для смесей жидкостей исследовали Silberstein, Philip, Linebarger, Ratnowski (1913) и др. Оказывается, что K вообще больше, чем дает вычисление по простому правилу смешения. Воссара и Pandolfi нашли для чистого парафина $K = 2,35$, для смеси равных частей парафина и железных опилок $K = 14$. Ehrenhaft (1902) исследовал смеси гексана и ацетона; оказалось, что величина K и плотность δ смеси почти одинаково отступают от значений, вычисленных по правилу смешения (a именно, они меньше), так что K есть линейная функция от δ .

Весьма подробное изложение всех работ, относящихся к случаю смесей, можно найти в книге Д. Добросердова „Исследование диэлектрической постоянной смесей жидких неассоциированных органических растворителей“, Казань, 1910. Мы не можем входить в дальнейшие подробности и не останавливаемся на обширной работе самого Добросердова, имеющей интерес, прежде всего, химический. Из новейших работ укажем немногие. Rudolphi (1909) нашел, что для смесей твердых органических веществ, величина K определяется формулою

$$\frac{\sqrt{K}-1}{d} = \frac{\sqrt{K_1}-1}{d_1} p + \frac{\sqrt{K_2}-1}{d_2} (100-p) \dots \dots (58, b)$$

где K , K_1 , K_2 и d , d_1 и d_2 диэлектрические постоянные и плотности смеси и составных частей, p и $100 - p$ весовые количества последних. Wiener (1909) дал более сложную формулу. Ficker (1910) исследовал для смесей зависимость K от формы отдельных частей (шарики, призмы).

7. Сравнение K для данного вещества в жидком и газообразном состояниях показывает, что формула (57) в некоторых случаях вполне удовлетворяется, например, — для CO_2 , CS_2 , эфира и бензола. Для других веществ эта формула не оказывается справедливою. Hattwich (1908) нашел, что K для серы, нафталина, парафина, канифоли и фенантрена меняется плавно, т. е. без скачка, при плавлении этих веществ. Schaefer и Schlund (1909) определяли K для жидких и твердых галоидных кислот. Они нашли такие числа

HJ жидк. + 21°,7	$K = 2,90$	HCl жидк. + 27°,7	$K = 4,60$
HJ жидк. — 50°	$K = 2,88$	HCl тв. — 90°	$K = 8,85$
HJ тв. — 70°	$K = 3,95$	HCN жидк. — 25°	$K = 2,4$
HBr жидк. + 24°,7	$K = 3,82$	HCN тв. — 70°	$K = 3,05$
HBr тв. — 80°	$K = 6,29$		

Замечательно быстрое возрастание K для HBr и HCl . Verain (1912) подтвердил, что при критической температуре (31°,4) жидкий CO_2 и его пар имеют одинаковые K .

8. На связь между K и другими физическими величинами указывалось многократно. Однако попытки связать, например, K со скрытою теплотою испарения, с точкою кипения, с коэффициентом расширения, с плотностью (Терезин) пока не привели к ясным результатам. Obach (1891) нашел, что отношение $\rho : K$, где ρ скрытая теплота испарения,

есть величина постоянная в некоторых гомологических рядах органических веществ, но в различных рядах эта постоянная имеет неодинаковые значения. Добросердов (1908) подтвердил правило Obach'a для многочисленных рядов, причем оказалось, что постоянные различных рядов относятся между собою, как числа 1:2:4:6:8:10:12. Около 75% всех рядов относятся к группам второй и третьей. Внутреннее давление P в жидкостях (т. I) можно принять пропорциональным скрытой теплоте испарения единицы объема жидкости, а это привело Walden'a (1909) к мысли, что K должно быть пропорционально P . Mc. Levis (1914) показал, что такой пропорциональности не существует. Полагая, что молекулы действуют друг на друга так, как два магнита, он находит, что P пропорционально $K : N^2 V^2$, где N коэффициент преломления жидкости для лучей большой длины волны и V ее молекулярный объем.

9. По вопросу о связи между K и химическими свойствами веществ оледует прежде всего отметить указанное Nernst'ом (1894) и J. J. Thomson'ом (1893) обстоятельство: чем больше диссоциирующая способность жидкости, т. е. ее способность расщеплять растворенные в ней вещества на ионы, тем больше ее диэлектрическая постоянная. Газы ($K=1$), бензол (2,3), эфир (4,1), алкоголь (25), муравьиная кислота (62), вода (80) представляют ряд тел с возрастающею диссоциирующею способностью. Euler (1898) подтвердил правила Nernst'a и J. J. Thomson'a. Наибольшее число работ по этому вопросу принадлежит П. И. Вальдену (1903—1911), который определил для весьма многих органических растворителей величину K и диссоциирующую способность. Он указывает на жидкий HCN , для которого при обыкновенной температуре $K=95$, как нашли Schlundt (1901) и Центнершвер (1901), на H_2SO_4 ($K \gg 84$) и в особенности на формамид ($HCONH_2$), для которого $K \gg 84$ и который обладает огромною диссоциирующею способностью. Саханов (1913) составил обзор всех жидкостей, для которых K и диссоциирующая способность известны; эта табличка блестяще подтверждает правило Nernst'a и J. J. Thomson'a. Вальден исследовал как органические, так и неорганические растворители. Между прочим он нашел еще такое правило: разведения, при которых один и тот же электролит достигает одной и той же степени диссоциации, обратно пропорциональны третьей степени величины K растворителя. Здесь „разведение“ определяется числом $M = 100n : (n + N)$, где n число грамм-молекул электролита, растворенного в N грамм-молекулах растворителя. Величина $K : \sqrt[3]{\mu}$, в среднем равна 48 для иодистого тетраэтиламмония $N(C_2H_5)_4J$; для иодистого тетрапропиламмония она равна 23. С. Я. Терешин заключает из своих измерений, 1) что в гомологических рядах жирных веществ K убывает, а в рядах ароматических веществ (наблюдения делал Tomaszewski) — возрастает, когда молекулярный вес растет, и 2) что для метамерных соединений вообще K получается различное.

Thwing показал, что для многих веществ K может быть вычислено по формуле

$$K = \frac{D}{M} (a_1 K_1 + a_2 K_2 + \dots),$$

где D — плотность, M — молекулярный вес соединения, $K_1, K_2 \dots$ — числа, характерные для атомов или групп, входящих в состав молекулы, $a_1, a_2 \dots$ — числа этих атомов или групп. При этом $K_H = 2,6$, $K_x = 2,6 + A_x$, где A_x — атомный вес, например, $K_O = 2,6 \times 16$; далее $K(HO) = 1356$, $K(CO) = 1520$, $K(COH) = 970$, $K(NO_2) = 3090$, $K(CH)_2 = 4,16$, $K(CH_3) = 46,8$; но для серы $K(S) = 2,6$ (а не $2,6 \times 32$).

Lang находит, что для газов

$$\frac{K-1}{s} = 0,000123,$$

где s — сумма атомностей тех атомов, из которых состоит молекула газа, например — для водорода $s = 1 + 1 = 2$, для углекислого газа $s = 4 + 2 + 2 = 8$ и т. д. Однако это соотношение во многих случаях не оправдывается.

Добросердов (1908) приходит, после всестороннего изучения вопроса к заключению, что формула Thwing'a опытом не подтверждается, а формула Lang'a применима только к весьма небольшому числу газов.

Вопросу о связи величины K с составом и строением веществ посвящена обширная работа Добросердова (1908). Он сам определил K более чем для 150-ти органических соединений, причем 106 из них были им исследованы впервые. В гл. III своего сочинения он подробно излагает содержание предшествующих работ различных ученых по тому же вопросу. Результаты, к которым он приходит, имеют, понятно, чисто химический интерес и не могут быть здесь изложены. Приводим лишь немногие из выводов.

Все факторы, влияющие на K , производят тем большее влияние, чем больше сама величина K .

В гомологических рядах величина K уменьшается с увеличением молекулярного веса.

Состав радикалов, вступающих в соединение, их число, расположение и т. д. влияют на K .

Наличность кратных связей, ненасыщенность соединений, циклическое распределение атомов, особенно когда цикл замыкается кислородом, благоприятны увеличению K .

Дальнейших выводов мы не приводим.

10. Формулу Clausius'a и Mossotti, см. (35,d), гл. I, проверяли многие ученые, например, Beaulard, Лебедев, Millikan, Hlavati и др. Из них Hlavati исследовал ртутные мази; согласие с формулой получилось вообще удовлетворительное.

11. В заключение укажем на две замечательные работы Вальдена (1912 и обзор 1913) о диэлектрической постоянной растворенных солей. Еще раньше некоторые ученые нашли, что K для воды увеличивается, если в ней растворить какую-либо соль. Вальден исследовал ряд органических растворителей (хлороформ, хлористый метилен CH_2Cl_2 , муравьинокислый эфир $HCOOC_2H_5$, ацетонитрил CH_3CN и др.) и большое число растворов органических и неорганических веществ. Он вычислял

величину K_1 для растворенного вещества по одной из трех формул, которые дали Philip (1905), Bouty (1892) и Silberstein (1895). Из них первая (Philip), аналогичная (58, b),

$$100 \frac{\sqrt{K}-1}{d} = p \frac{\sqrt{K_1}-1}{d_1} + (100-p) \frac{\sqrt{K_2}-1}{d_2} \quad (59)$$

вторая (Bouty):

$$100 K = p K_1 + (100-p) K_2 \quad (59, a)$$

третья (Silberstein):

$$\frac{K_1}{d_1} = \frac{K_2}{d_2} + \left(\frac{K}{d} - \frac{K_2}{d_2} \right) \frac{100}{p} \quad (59, b)$$

Здесь K относится к раствору, K_1 к электролиту, K_2 к чистому растворителю; d , d_1 и d_2 соответственные плотности, p процентное весовое количество электролита в растворе. Вычисление обычно дает

$$K_1(\text{Philip}) > K_1(\text{Bouty}) > K_1(\text{Silberstein}).$$

Числа, вообще, получаются огромные. Приведем примеры (числа I, II, III относятся к приведенным трем формулам) чисел K_1 .

Хлороформ; электролит $N(C_2H_5)_4Cl$: I 900, II 192, III 140.

Хлористый метилен; электролит $N(C_2H_5)_4Cl$: I 1790, II 310, III 248.

Муравьинокислый этил; электролит NaJ : I 6820, II 120, III 476.

Величины K_1 зависят для данного электролита от рода растворителя и от степени разбавления раствора. Это показывает на важное влияние свободных ионов на величину диэлектрической постоянной. Мы не можем здесь входить в дальнейшие подробности.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 3.

- Kolaček*. W. A. 28 p. 525, 1886.
Villey. Annal. d. Chim, et Phys. (6) 27 p. 433, 1912.
Hankel. Ber. k. sächs. Ges. d. Wiss. 1850 p. 71; Abhandl. k. sächs. Ges. d. Wiss. 5 p. 392; 9 pp. 5, 22, 206; Pogg. Ann. 84 p. 28, 1850; 103 p. 209, 1858.
Elster u. Geitel. Phys. Ztschr. 10 p. 664, 1909; Ztschr. f. Instr. 30 p. 86, 1910.
Branly. C. R. 75 p. 431, 1872.
Dellmann. Pogg. Ann. 55 p. 301, 1842; 58 p. 49, 1843; 86 p. 524, 1852; 106 p. 329, 1859.
W. Thomson (Lord Kelvin). Rep. Brit. Assoc. 1855, II p. 22; 1867 p. 489 (абсол. электром.); Phil. Mag. (4) 20 p. 253, 1860; Reprint of Papers p. 257, 260—312, London, 1872.
Nernst u. Dolezalek. Ztschr. f. Elektrochem. 3 p. 1, 1896.
Dolezalek. Instr. 17 p. 65, 1897; 21 p. 345, 1901; Elektrotechn. Ztschr. 18 p. 507, 1897; Z. f. Elektrochemie 12 p. 611, 1906; Ann. d. Phys. (4) 26 p. 312, 1908.
Angot. Ann. de l'École Norm. (2) 3 p. 253, 1874.
Branly. Ann. de l'École Norm. (2) 2 p. 209, 1873.
G. Wiedemann. Elektrizität. 1 p. 171, 1893.
Righi. Rendic. di Bologna (3) 7 II, p. 193, 1876.
Hallwachs. W. A. 29 p. 1, 300, 1886.
Curie. Lum. Électr. 22 pp. 57, 148, 1886; C. R. 107 p. 864, 1888; Journ. de Phys. (3) 2 p. 265, 1893; Oeuvres p. 224; Rapp. au Congr. intern. de phys. 3 p. 80, 1900 (Paris).

- Guglielmo.* Rendic. Acc. d. Lincei 6 p. 228, 1890.
Edelmann. Carl's Repertor. 15 p. 461, 1879.
H. Schultze. Instr. 27 p. 65, 1907; 28 p. 61, 1908.
Hoffmann. Phys. Ztschr. 13 p. 480, 1029, 1912; Annal. d. Phys. (4) 42 p. 1196, 1913;
 52 p. 665, 1917.
Müllly. Phys. Ztschr. 14 p. 237, 1913.
Blondlot. Journ. de Phys. (2) 5 p. 325, 1886.
Maxwell. Electric. and Magn. 1 p. 273, 1873.
Hopkinson. Phil. Mag. (5) 19 p. 291, 1885; Proc. phys. Soc. 7 p. 7, 1885.
Hartwich. W. A. 35 p. 772, 1889.
Walker. Phil. Mag. (6) 6 p. 238, 1903.
Gouy. Journ. de Phys. (2) 7 p. 97, 1888.
Ayrton, Perry a. Sumpner. Phil. Trans. 182, 1 p. 519, 1891.
Chauveau. Journ. de Phys. (3) 9 p. 524, 1900.
Ohrlich. Instr. 23 p. 97, 1903.
Guinchaut. C. R. 140 p. 851, 1905.
Malclès. Journ. de Phys. (4) 7 p. 219, 1908.
Scholl. Phys. Ztschr. 9 p. 915, 1908.
Cohnstaedt. Phys. Ztschr. 7 p. 380, 1906.
Moulin. Annal. Chim. et Phys. (8) 10 p. 98, 1907; Le Radium 4 pp. 145, 188, 1907.
Del Pulgar u. Wolf. Annal. der Phys. (4) 30 p. 697, 1909.
Swann. Phil. Mag. (6) 24 p. 445, 1912.
Andersen. Phil. Mag. (6) 23 p. 380, 1912.
Blondlot et Curie. Journ. de Phys. (2) 8 p. 80, 1889; Oeuvres de P. Curie p. 587, 1908.
Lippmann. Journ. de Phys. (2) 5 p. 323, 1886.
Harris. Phil. Trans. 1834, II p. 215.
Riess. Pogg. Ann. 96 p. 513, 1855.
R. Kohlrausch. Pogg. Ann. 88 p. 497, 1853.
Bichat et Blondlot. C. R. 102 p. 753, 1886; 103 p. 245, 1886.
Wilson. Proc. Cambr. Phil. Soc. 122 p. 135, 1903; Instr. 23 p. 314, 1903.
Wulf. Phys. Ztschr. 8 pp. 246, 527, 780, 1907; 15 p. 250, 1914. Verh. d. d. phys.
 Ges. 1907 p. 518.
Lutz. Phys. Ztschr. 9 p. 100, 642, 1908; 13 p. 954, 1912; 17 p. 619, 1916.
Benoist. Journ. de Phys. (4) 6 p. 604, 1907; Annales d'Electrologie et de Radiologie
 1906, fasc. 2.
Greinacher. Archiv f. Elektrochemie 1 p. 471, 1913.
Guye et Tscherniawski. C. R. 150 p. 911, 1910; Arch. sc. phys. et natur. (4) 29 pp. 340,
 1910; 35 p. 565, 1913.
Villard et Abraham. C. R. 152 p. 1134, 1911; Journ. d. Phys. (5) 1 p. 525, 1911; Bull.
 soc. internat. d'Electr. 1 p. 247, 1911.
Villard. C. R. 153 p. 315, 1911.
Crémieu. C. R. 156 p. 460, 1913.
Szilard. C. R. 156 p. 779, 1913; 157 p. 768, 1913; 158 p. 561, 1914; Journ. de phys.
 1914 p. 222.
Ebert u. Hofmann. Instr. 18 p. 1, 1898.
Wustney. Phys. Ztschr. 1911 p. 1251.
Parson. Phys. Rev. (2) 6 p. 390, 1915; Instr. 1916 p. 190.
Zéleny. Phys. Rev. 32 p. 381, 1911.
Horton. Phil. Mag. (6) 30 p. 381, 1915.
Varus. Amer. J. of Sc. (4) 37 p. 65, 1914.
 Чернышев. Ж. Р. Ф.-Х. О. 1910 p. 161; Phys. Ztschr. 1910 p. 445.
Guillet et Aubert. J. de phys. 1912 p. 990.
Jawncy a. Buchner. Phys. Rev. (2) 8 p. 248, 1916.
Falmer. Versl. K. Ak. v. Wet. 23 p. 22, 1914.
Harms. Elster-Geitel-Festschr. 1915.

К § 4.

- Cavendish.* The Electrical Researches of Henry Cavendish, edited by Cl Maxwell 1879. § 282.
- Angot.* Ann. sc. de l'École Norm. (2) 3 p. 253, 1874.
- W. Thomson.* Reprint of papers p. 287, 1870.
- Schering u. Schmidt.* Instr. 32 p. 253, 1912; Elektrotechn. Ztschr. 33 p. 1343, 1912.
- Giebe.* Instr. 29 pp. 269, 301, 1909.
- Curtis.* Bull. Bur. of Stand. 6 p. 431, 1910.
- Siemens.* Pogg. Ann. 102 p. 66, 1857.
- Fleming a. Clinton.* Phil. Mag. (6) 5 p. 493, 1903.
- De-Metz.* Ztschr. f. Elektrotherapie 4 N^o 2—3, 1902.
- Боргман. Ж. Р. Ф.-Х. О. 32 p. 229, 1900; Phys. Ztschr. 2 p. 651, 1901.
- Шиплер. Pogg. Ann. 152 p. 535, 1874.
- Gauguin.* Ann. d. Chim. et Phys. (3) 64 p. 174, 1862.
- Cohn u. Arons.* W. A. 28 p. 454, 1886.
- J. J. Thomson.* Proc. R. Soc. Lond. 46 p. 292, 1889; Phil. Trans. 174 p. 707, 1883.
- Harms.* Phys. Ztschr. 5 p. 47, 1904.
- Lichtenecker.* Phys. Ztschr. 13 p. 516, 1912.
- Булгаков и Смирнов. Ж. Р. Ф.-Х. О. 38 p. 46, 1906.
- Diesselhorst.* Annal. d. Phys. (4) 19 p. 382, 1906.
- Wien.* W. A. 44 p. 689, 1891.
- Waghorn.* Phil. Mag. (5) 27 p. 69, 1889.
- Klementić.* Wien. Ber. 89 p. 298, 1884.
- Rosa and Grover.* Bull. Bur. of Standards, 1 p. 153, 1905.
- Clark.* Phys. Rev. (2) 6 p. 43, 1915.
- Zeleny.* Phys. Rev. (2) 6 p. 478, 1915.
- Baker.* Phys. Rev. (2) 7 p. 112, 1916.

К § 5.

- Добросердов.* Библиография по диэл. постоянной (1838—1908), Казань, 1908.
- Harris.* Phil. Trans. 132, 1 p. 165, 1842.
- Matteucci.* Ann. d. Chim. et Phys. (3) 27 p. 133, 1849; 57 p. 423, 1859; C. R. 48 p. 700, 1859.
- Belli.* Corso elem. di fisica sper. 3 p. 239, 1858.
- Faraday.* Exper. Researches Ser. 11, 12.
- W. Siemens.* Pogg. Ann. 102 p. 66, 91, 1857.
- Rosetti.* N. Cim. (2) 10 p. 171, 1873.
- Gibson a. Barclay.* Phil. Trans. 161 p. 573, 1871; Phil. Mag. (4) 41 p. 543, 1873.
- Felici.* N. Cim. (2) 5 p. 73, 1871; 6 p. 73, 1871.
- Boltzmann.* Wien. Ber. 66 p. 1, 1872; 67 p. 1, 1873; 68 p. 81, 1873; 70 p. 307, 342, 1874; Pogg. Ann. 151 pp. 482, 531, 1873; 153 p. 525, 1874; 155 p. 403, 1875; Arch. d. sc. phys. (2) 55 p. 448, 1876.
- Gordon.* Phil. Trans. 168, 1 p. 417, 1878; 170 p. 425, 1879; Phys. treatise on El. and Magn. 1 p. 109, London 1880.
- Hopkinson.* Phil. Trans. 169 p. 17, 1878; 172, 1, II p. 355, 1881; Proc. R. Soc. 43 p. 156, 1887.
- Wuellner.* W. A. 1 pp. 247, 361, 1877.
- Elsas.* W. A. 42 p. 165, 1891; 44 p. 654, 1891.
- Станкевич.* W. A. 52 p. 700, 1894.
- A. Winkelmann.* W. A. 38 p. 161, 1889; 40 p. 732, 1890.
- Donlé.* W. A. 40 p. 307, 1890.
- Щеглаев.* Ж. Р. Ф.-Х. О. 23 p. 170, 1891.
- Blondlot.* C. R. 112 p. 1058, 1891; 119 p. 595, 1894; Journ. de Phys. (2) 10 p. 549, 1891.
- Lecher.* W. A. 41 p. 850, 1890; 42 p. 142, 1891; Wien. Ber. 99 p. 480, 1890.
- Hasenoehrl.* Wien. Ber. 105 p. 460, 1896.

- Negreano*. C. R. 114 p. 345, 1892; Journ. de Phys. (2) 6 p. 257, 1887.
Palaz. Rech. expér. sur la capac. induct. spér. 1896; Arch. des sc. phys. (3) 17 pp. 287, 414, 1887.
Werner. W. A. 47 p. 613, 1892.
Grüneisen. u. *Giebe*. Verh. d. d. phys. Ges. 1912 p. 921; Phys. Ztschr. 13 p. 1097, 1912.
Cohn. W. A. 46 p. 135, 1892.
Соколов. Ж. Р. Ф.-Х. О. 25 p. 179, 1892.
Косоногов. К вопросу о диэлектриках. Киев, 1901.
Romich u. *Nowak*. Wien. Ber. 70 p. 380, 1874.
Boltzmann, *Romich* u. *Fajdiga*. Wien. Ber. 70 p. 367, 1874.
Trouton a. *Lilly*. Phil. Mag. (5) 33 p. 529, 1892.
Rosa. Phil. Mag. (5) 31 p. 188, 1891; 34 p. 344, 1892.
Lefèvre. C. R. 113 p. 688, 1891; 114 p. 834, 1892.
Шиллер. Pogg. Ann. 152 p. 535, 1874.
J. J. Thomson. Proc. R. Soc. 46 p. 292, 1889; Phil. Mag. (5) 30 p. 129, 1890.
Hertz. W. A. 34 p. 551, 1888.
Zehnder. W. A. 47 p. 77, 1892; 52 p. 34, 1894; 53 pp. 162, 505, 1894.
Lebedew. W. A. 56 p. 1, 1895.
Mack. W. A. 54 p. 342, 1895; 56 p. 717, 1895.
Lampa. Wien. Ber. 105 p. 587, 1896; W. A. 61 p. 79, 1897.
Righi. L'Optica d. oscill. elettr. pp. 1—27.
Fellinger. Annal. d. Phys. (4) 7 p. 333, 1902.
Wiedeberg. W. A. 59 p. 497, 1896.
Graetz u. *Fomm*. W. A. 53 p. 85, 1894; 54 p. 626, 1895.
Gutton. C. R. 130 pp. 894, 1119, 1900.
Ferry. Phil. Mag. (5) 44 p. 404, 1897.
Dieckmann. Annal. d. Phys. (4) 24 p. 771, 1907; Diss. Strassburg, 1907.
Arndt. Diss. Leipzig, 1911.
Knoblauch. Pogg. Ann. 83 p. 289, 1851.
Root. Pogg. Ann. 158 p. 31, 1876.
Braun. W. A. 31 p. 855, 1887.
Thornton. Proc. R. Soc. 82 p. 422, 1909.
Curie. C. R. 103 p. 928, 1886; Lum. élect. 28 p. 580; 29 pp. 13, 63, 127, 221, 255, 318, 1888; Ann. Chim. et Phys. (6) 17 p. 385, 1889; 18 p. 203, 1889.
Ulmer. Jahrb. d. Hamburg. Wiss. Anstalten 25, 197 (Beiheft 6, Mitteil. aus d. Phys. Staatslaborat. p. 20), 1908.
Borel. C. R. 116 p. 1509, 1893.
Drude. W. A. 55 p. 633, 1895; 58 p. 1, 1896; 59 p. 17, 1896; 61 p. 466, 1897; 65 p. 481, 1898; Ztschr. f. phys. Chem. 23 p. 267, 1897.
W. Schmidt. Ann. d. Phys. (4) 9 p. 933, 1902.
Graetz. Boltzmann Festschr. p. 477, 1904.
Floquet. C. R. 151 p. 545, 1910.
 Дальнейшая литература см. к § 7.

К § 6.

Жидкости (см. еще к § 7):

- Silow*. Pogg. Ann. 156 p. 339, 1875; 158 p. 306, 1876.
Negreano. C. R. 104 p. 428, 1887; Journ. de Phys. (2) 6 p. 257, 1887.
Tomaszewski. W. A. 33 p. 33, 1888.
Cohn u. *Arons*. W. A. 33 p. 13, 1888.
Терешин. W. A. 36 p. 792, 1889.
Pérot. Journ. de Phys. (2) 10 p. 149, 1891.
Heerwagen. W. A. 48 p. 35, 1893; 49 p. 272, 1893; Diss. Dorpat, 1892.
Rosa. Phil. Mag. (5) 31 p. 188, 1891.
Landolt u. *Jahn*. Ztschr. f. phys. Chem. 10 p. 289, 1892.
Franke. W. A. 50 p. 163, 1893.

- Smale*. Phil. Mag. (5) 31 p. 188, 1891.
Quincke. W. A. 19 p. 728, 1883; 28 p. 530, 1886; 32 p. 529, 1887; 34 p. 401, 1888;
 Berl. Ber. 1888 p. 4; Proc. R. Soc. 41 p. 458, 1887.
Nernst. Ztschr. f. phys. Chem. 14 p. 622, 1894.
Linde. W. A. 56 p. 546, 1895.
Silberstein. W. A. 56 p. 660, 1895.
Abegg. W. A. 60 p. 55, 1897; 62 p. 249, 1897.
Abegg u. Seitz. Ztschr. f. phys. Chem. 29 p. 242, 1899.
Starke. W. A. 60 p. 629, 1894.
Philip. Ztschr. f. phys. Chem. 24 p. 18, 1897.
Pérot. C. R. 113 p. 415, 1891.
Bouty. Ann. d. Chim. et Phys. (6) 27 p. 62, 1892; C. R. 115 pp. 554, 804, 1892; J. de phys. (3) 1 p. 445, 1892.
Cohn. W. A. 38 p. 42, 1889; 45 p. 370, 1892; Berl. Ber. 1891 p. 1037.
Петрова. Ж. П. Ф.-Х. О. 36 p. 93, 1904.
Veley. Phil. Mag. (6) 11 p. 73, 1906.
Waitz. W. A. 41 p. 436, 1890; 44 p. 527, 1891.
Arons u. Rubens. W. A. 42 p. 581, 1891; 44 p. 206, 1891.
Udny Youle. W. A. 50 p. 742, 1893.
Thwing. Ztschr. f. phys. Chem. 14 p. 286, 1894.
Coolidge. W. A. 69 p. 1899.
Cole. W. A. 57 p. 290, 1896.
Rose. Proc. R. Soc. 59 p. 160, 1896.
Marx. W. 66 pp. 411, 597, 1898.
Ferry. Phil. Mag. (5) 44 p. 404, 1897.
Rudolph. Diss. Leipzig, 1911.
Niven. Proc. R. Soc. 85 p. 139, 1911.
Goodwin. Phys. Rev. 8, 1899.
Hasenoehrl. Communic. du Labor. de Phys. de Leyde N^o 51 p. 29, 1899.
Dewar a. Fleming. Proc. R. Soc. 60 p. 358, 1896; 61 pp. 2, 358, 1897.
 Газы (см. еще к § 7):
Boltzmann. Wien. Ber. 69 p. 795, 1874; Pogg. Ann. 155 p. 403, 1875.
Ayrton a. Perry. Asiatic Soc. of Japan. 1877, 18 апрель.
Klemenčič. Wien. Ber. 91 p. 712, 1885.
Lebedew. W. A. 44 p. 288, 1891.
Baedecker. Ztschr. f. phys. Chem. 36 p. 305, 1901.
Bouty. Rapports prés. au Congr. internat. de Phys. 2 p. 341, Paris, 1900.
Tangl. Annal. d. Phys. (4) 26 p. 59, 1908.
Hochheim. Verh. d. d. Phys. Ges. 1908 p. 446.
Scheel. Verh. d. d. Phys. Ges. 1907 p. 30.
Clayton-Rentschler. Astrophys. Journ. 28 p. 345, 1908.
Rohmann. Annal. d. Phys. (4) 34 p. 979, 1911.
Pohr t. Annal. d. Phys. (4) 42 p. 569, 1913.

К § 7.

Часть литературных указаний см. к § 5 и § 6.

- Dewara, Fleming*. Proc. R. Soc. 60 p. 358, 1896; 61 pp. 2, 299, 316, 358, 368, 380, 1897; 62 p. 250, 1898.
Cohn. Phys. Ztschr. 4 p. 619, 1903.
Vonwiller a. Mason. Proc. R. Soc. 79 p. 175, 1907.
Thornton. Proc. R. Soc. 82 p. 422, 1909; Phil. Mag. (6) 19 p. 390, 1910.
Löwy. Annal. d. Phys. (4) 36 p. 125, 1911.
Thomas. Phys. Rev. 31 p. 278, 1910.
Winawer. Diss. Heidelberg, 1909.
Rudorf. Jahrb. d. Rad. u. Elektrot. 7 p. 38, 1910.
W. Schmidt. Annal. d. Phys. (4) 11 p. 118, 1902.

- Доброезердов.* „Исследов. диэл. постоянной в связи с составом и строением“, Казань, 1909; „Исследование диэл. постоянной смесей жидких неассоц. орг. растворителей“, Казань, 1910. Ж. Р. Ф.-Х. О., отд. химич. 41 pp. 1164, 1385, 1909; 43 pp. 73, 225, 454, 1911; 44 pp. 1, 396, 679, 1912.
- Wilson.* Proc. R. Soc. 82 p. 409, 1909.
- Cassie.* Proc. R. Soc. 46 p. 357, 1889; 49 p. 343, 1891.
- Pellat et Sacerdote.* Journ. de Phys. (3) 8 p. 17, 1899; C. R. 127 p. 544, 1898.
- Behn u. Kiebitz.* Boltzmann Festschr. p. 610, 1904.
- Palaz.* Arch. sc. phys. (3) 17 pp. 287, 414, 1887.
- Francke.* W. A. 50 p. 163, 1893.
- Abegg u. Seitz.* Ztschr. f. phys. Chem. 29 p. 242, 1899.
- Vonwiller.* Phil. Mag. (6) 7 p. 655, 1904.
- Ratz.* Ztschr. f. phys. Chem. 19 p. 94, 1896.
- Tangl.* Ann. d. Phys. (4) 10 p. 748; 1903; 26 p. 59, 1908.
- Eversheim.* Phys. Ztschr. 4 p. 503, 1903.
- Niven.* Proc. R. Soc. 85 p. 139, 1911.
- Debye.* Phys. Ztschr. 13 p. 97, 1912; см. А. Ф. Иоффе, Ж. Р.-Ф. Х. О. 1912 II (Вопросы Физики) p. 70.
- Ratnowski.* Verh. d. d. phys. Ges. 1913 p. 497.
- Röntgen.* W. A. 52 p. 593, 1894.
- Corbino.* N. Cim. (4) 4 p. 240, 1896; Riv. Scient. indust. 29, 1897.
- Schiller.* Annal. d. Phys. (4) 35 p. 931, 1911.
- Ortoy.* Annal. d. Phys. (4) 36 p. 1, 1911.
- Adams a. Heaps.* Phil. Mag. (6) 24 p. 507, 1912.
- Occhialini.* Rendic. R. Acc. dei Lincei 14 p. 613, 1905; N. Cim. (5) 10 Ott. 1905; 7 p. 108, 1914.
- Tangl.* Annal. d. Phys. (4) 23 p. 574, 1907.
- Occhialini e Bodareu.* Annal. d. Phys. (4) 42 p. 67, 1913; N. Cim. (6) 5 p. 15, 1913.
- Bodareu.* Rendic. R. Ac. dei Lincei. (5) 22 II p. 480, 1913; N. Cim. вероятно 1914 г.
- (N_2 , N_2O , CH_3Cl).
- W. Schmidt.* Annal. der Phys. (4) II p. 144, 1903.
- Lenert.* Diss. Erlangen, 1909.
- F. Schmidt.* Annal. der Phys. (4) 44 p. 329, 1914.
- Ficker.* Diss. Leipzig, 1909.
- R. Jaeger.* Annal. der Phys. (4) 53 p. 409, 1917.
- Sanford.* Science 43 p. 759, 1916.
- Lewis.* Phil. Mag. (6) 28 p. 104, 1914.
- Богуславский.* Ж. Р. Ф.-Х. О. 1914 p. 81; Phys. Ztschr. 1914 p. 283.
- Verain.* Annal. de phys. (9) 1 p. 255, 523, 1914.
- Walden.* Ztschr. f. phys. Chem. 66 p. 407, 1909.
- Dessau.* Rendic. R. Acc. d. Lincei (5) 3, 1 p. 488, 1894.
- Linebarger.* Ztschr. f. phys. Chem. 20 p. 131, 1896.
- Boccaro e Pandolfi.* N. Cim. (4) 9 p. 254, 1899.
- Ehrenhaft.* Wien. Ber. 111 p. 1549, 1902.
- Rudolfi.* Ztschr. f. phys. Chem. 66 p. 705, 1909.
- Hattwich.* Wien. Ber. 117 p. 903, 1908.
- Ficker.* Annal. d. Phys. (4) 31 p. 366, 1910.
- Schaefer u. Schlund.* J. phys. Chem. 13 p. 669, 1909.
- Verain.* C. R. 154 p. 345, 1912.
- Nernst.* Ztschr. f. phys. Chem. 13 p. 533, 1894.
- J. J. Thomson.* Phil. Mag. (5) 36 p. 320, 1893.
- Schulz.* Journ. phys. Chem. 5 p. 157, 191, 1901; 6 p. 447, 1902.
- Центнершвер.* Ztschr. f. phys. Chem. 39 p. 221, 1901.
- Суханов.* „Исследования по электропроводности водных растворов“, Москва, 1913.
- Walden.* Ztschr. f. phys. Chem. 46 p. 102, 1903; 54 p. 129, 1906; 61 p. 633, 1908; 70 p. 569, 1910; 78 p. 257, 1910; Ztschr. f. anorg. Chem. 15 p. 209, 1900; 29 p. 371, 1902; Изв. Импер. Акад. Наук 1912 pp. 305, 1055; Journ. Amer. Chem. Soc. 35 p. 1649, 1913

- Obach.* Phil. Mag. (5) 32 p. 113, 1891.
Euler. Öfversigt. of Kongl. Vetensk. Förh. 55 p. 689, 1898.
Lang. W. A. 56 p. 535, 1895.
Hlavati. Wien. Ber. 110 p. 454, 1901.
Beaulard. C. R. 129 p. 149, 1899.
Лебедев. W. A. 44 p. 288, 1891.
Millikan. W. A. 60 p. 376, 1897.
Philip. Ztschr. f. phys. Chem. 24 p. 28, 1893; J. Chem. Soc. 87 p. 998, 1905.
Bouty. C. R. 114 p. 1421, 1892.
Silberstein. W. A. 56 p. 661, 1895.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

Атмосферное (земное) электричество.

§ 1. Введение. На земной поверхности обнаруживаются разнообразные электрические явления, изучение которых составляет предмет так называемого учения об атмосферном электричестве, которое правильнее было бы назвать учением о земном электричестве, соответственно названию другого отдела нашей науки — учения о земном магнетизме.

Учение о земном электричестве обыкновенно соединяют с метеорологией, а не с физикой, вследствие чего во многих учебниках физики, а также специально электричества, совершенно отсутствует учение о земном электричестве, между тем как учению о земном магнетизме во всех курсах физики уделяется место. Происходит это от той случайной и чисто внешней причины, что занимающемуся физикой приходится сталкиваться с явлениями земного магнетизма, действия которого обнаруживаются во многих физических приборах, и поэтому должны быть приняты в расчет при разнообразных физических исследованиях, имеющих экспериментальный характер. Явления же земного электричества лишь весьма редко обнаруживаются при такого рода исследованиях, и с ними почти не сталкивается занимающийся физикой. Но это случайное обстоятельство не должно было бы играть большой роли. Явления земного электричества сами по себе представляют не меньший интерес, чем явления земного магнетизма. Не входя в подробности, мы считаем нужным посвятить им эту, хотя и краткую, главу.

Естественные электрические явления, происходящие на земной поверхности, могут быть разделены на четыре группы:

1. Явления, наблюдаемые при ясном небе.
2. Явления, наблюдаемые при неясном небе; сюда относятся грозовые явления.
3. Разного рода необыкновенные явления, вроде огней Св. Эльма, свечения различных тел в темноте и т. п.
4. Полярные сияния.

Необходимо с самого начала сказать, что учение о земном электричестве, несмотря на огромную литературу, которая ему посвящена, лишь весьма недавно вышло из зачаточного состояния. Законы, которым эти явления повинуются, мало известны. Что же касается объяснения этих

явлений, указания рода и местоположения действующих электрических масс, определения их источника, указания тех условий, при которых возникает то или другое явление, и раз'яснения внутреннего механизма их возникновения, — мы получим ясное представление о недавнем положении дела, если выпишем первые строки из статьи Chauveau (1899): „Число теорий, относящихся к атмосферному (земному) электричеству, весьма велико . . . В 1887 году Suchsland сосчитал их двадцать пять; из них четыре возникли в одном 1884 году. Ограничиваясь теориями, которые были предложены представителями строгой науки, в том числе знаменитыми учеными, мы можем их ныне насчитать более тридцати. Что же касается более или менее странных фантазий, вызванных созерцанием грозы, однако удостоенных чести появиться в печати, то таковые следует считать сотнями.“

К счастью, положение дела изменилось за последнее время: возникло и быстро развилось новое учение, которое обещает сделаться надежной основой для окончательного выяснения разнообразных явлений земного электричества.

Из четырех родов явлений, упомянутых выше, представляют особенный интерес явления первого рода, наблюдаемые при безоблачном небе, как наиболее простые, так сказать нормальные.

Относительно литературы укажем на книги: Le Cadet (1898), Chauveau (1902), Gockel'я (1908), Mache и Schweidler'a (1909), Клоссовского (1910) Оболенского (1914), Келера (1913, 1920) и на статьи под общим заглавием „Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität“ (более 40 статей до 1914 г.) в Sitzungsber. der Wiener Akademie. Весьма большое число статей находится также в журналах „Meteorologische Zeitschrift“ и „Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity.“ Обзоры находятся в Münch. Sitzungsberichte и в статьях Шустера (1910), Wiechert'a (1912) и Geitel'я (1916).

§ 2. Способы исследования электрического поля земной атмосферы.

В атмосфере, окружающей землю, постоянно действуют электрические силы. Выражаясь иначе, мы скажем, что электрический потенциал V имеет в различных точках атмосферы неодинаковые значения, или, что пространство, занимаемое слоями атмосферы, доступными нашему наблюдению, есть электрическое поле. Изучение этого поля выдвигает прежде всего вопрос о расположении поверхностей уровня потенциала V , нормально к которым действуют электрические силы F . Вторым является вопрос о величине этих электрических сил, в особенности в различных точках одной и той же вертикали. Этот последний вопрос представляется особенно важным, так как ответ на него решает спор между двумя группами гипотез, различающихся в самой основе, а именно в вопросе: чему равно полное количество электричества на земном шаре — нулю или не нулю? Заметим тотчас же, что в совершенно ровной местности и при ясной погоде поверхности уровня вообще суть плоскости (точнее, шаровые поверхности), параллельные горизонту. Силы F направлены вниз, т. е. потенциал V

увеличивается по направлению вверх. Пусть n — направление нормали к поверхности уровня. В таком случае мы имеем

$$-F = \frac{\partial V}{\partial n} \dots \dots \dots (1)$$

На практике измеряют разность потенциалов ΔV двух точек, лежащих по направлению n на расстоянии Δn друг от друга. Отношение $\Delta V : \Delta n$ обозначим через G и назовем его электрическим градиентом в данной точке. Условимся выражать ΔV в вольтах, Δn в метрах, так что

$$G = \frac{\Delta V \text{ вольт}}{\Delta n \text{ метр}} \dots \dots \dots (2)$$

Электрический градиент измеряется выраженной в вольтах разностью потенциалов двух точек, лежащих на нормали к поверхности уровня потенциала, на расстоянии одного метра друг от друга.

Если мы обозначим градиент и силу у самой поверхности земли через $-F$ и $\frac{dv}{dn}$, то поверхностная плотность k заряда земли определится из равенства

$$-4\pi K = \frac{\partial v}{\partial n} = -F \dots \dots \dots (3)$$

Формула Poisson'a дает для объемной плотности ρ электричества в произвольной точке атмосферы

$$-4\pi S = \frac{\partial^2 V}{\partial n^2} \dots \dots \dots (4)$$

Мы увидим ниже, какое огромное значение имеет для теории атмосферного электричества решение вопроса о знаке второй производной потенциала, т. е. о том, возрастает ли или убывает градиент потенциала с высотой.

К указанным двум вопросам о направлении и величине действующей электрической силы следует, прежде всего, прибавить третий вопрос — о степени ионизации воздуха, которая измеряется скоростью рассеивания положительного и отрицательного электричества. Этот вопрос мы ниже рассмотрим, а здесь опишем только прибор, служащий для измерения скорости рассеивания.

Мы совершенно опускаем всякого рода исторические указания на работы, которые ныне уже не имеют большого значения, и переходим к рассмотрению методов исследования электрического поля земной атмосферы.

Предположим, что поверхности уровня потенциала V суть горизонтальные плоскости AB , CD и т. д. (рис. 146). Внесем в это поле проводник M ; он электризуется и примет потенциал, соответствующий некоторой поверхности уровня PQ , в состав которой войдет поверхность самого тела M . Соседние поверхности уровня расположатся примерно так, как показано на рисунке. На M появится внизу положительное, наверху — отрицательное электричество.

Если на открытом месте при ясной погоде соединить электроскоп E (рис. 147) при помощи проволоки AM с шариком M , расположенным выше электроскопа, то последний почти всегда обнаруживает присутствие положительного электричества. Если проволоку провести горизонтально (AM'), то электроскоп вовсе не электризуется. Если же расположить проволоку так (AM''), чтобы шарик M'' находился ниже электро-

Рис. 146.

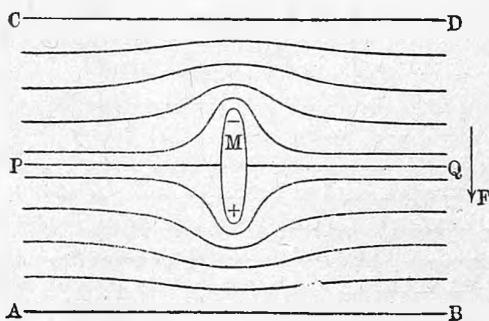
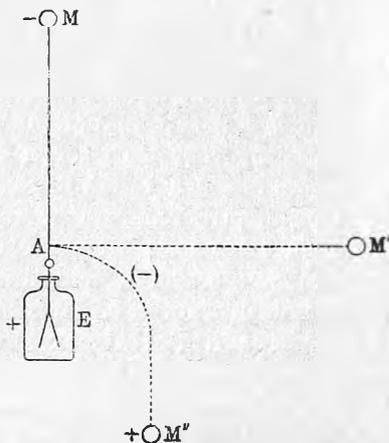


Рис. 147.



ска, то в последнем обнаруживается присутствие отрицательного электричества.

Показания электроскопа значительно увеличиваются, если шарик M заменить таким телом, которое не допускало бы присутствия на своей

Рис. 148.

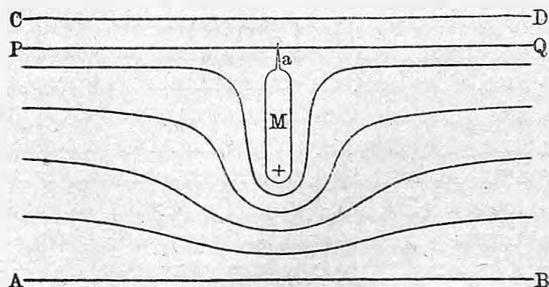
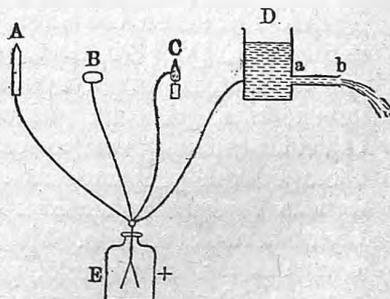


Рис. 149.



поверхности электрических зарядов, иначе говоря, которое бы всегда принимало потенциал той точки пространства, в которой оно находится. Таким телом могло бы быть острие. Если мы внесем в электрическое поле $ABCD$ (рис. 148) тело M , снабженное острием a , то это тело примет потенциал, соответствующий поверхности уровня PQ , проходящей через это острие; на нем окажется положительный заряд,

главным образом на нижней его части. Остальные поверхности уровня расположатся примерно так, как показано на рис. 148.

Кроме применения острия, действие которого далеко не полное, существовали до недавнего времени еще три способа уравнения потенциала тела с потенциалом определенной точки пространства. Все четыре старых способа символически представлены на рис. 149.

1. Острие *A*.
2. Тлеющий трут или фитиль *B*; заряд уносится дымом.
3. Пламя *C*; применение пламени предложил впервые Ben net (1786).
4. Водяной коллектор *D*, изобретенный W. Thomson'ом (Lord Kelvin). Этот прибор состоит из тщательно изолированного металлического сосуда, наполненного водою, которая свободно вытекает из отверстия *b* боковой трубки *ab*. Вытекающая вода уносит электрический заряд, вследствие чего сосуд *D* быстро принимает потенциал той точки пространства, в которой находится отверстие *b*.

Предполагается, что до производства наблюдения электроскоп был соединен с землею; отсюда следует, что он показывает разность между потенциалом земли и потенциалом точки, где находятся острие, трут, пламя или отверстие *b*. Положение электроскопа в этом случае никакой роли не играет. Pellat находит, что из четырех указанных выше приемов употребление пламени представляется наилучшим.

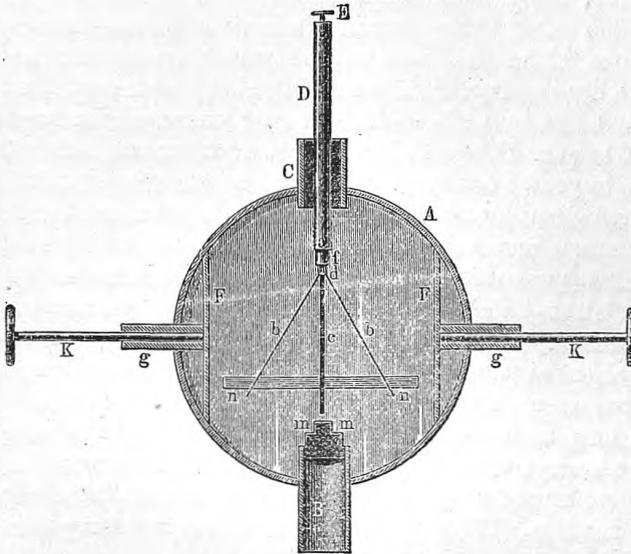
Ныне весьма распространены шприц-коллекторы Linke (1904), Congrad'a (1907) и Смирнова (1904). В первых вода вытекает под сильным давлением весьма малыми каплями из тонкого отверстия на конце трубки, причем давление производится столбом жидкости; в приборе Congrad'a давление вызывается помощью каучуковой груши, сжимающей воздух над жидкостью. Коллектор Смирнова представляет пульверизатор, в котором вода распыляется на мельчайшие капельки. Его усовершенствовали Budig (1910) и Lutze (1913); прибор последнего дает искомый потенциал через 3 сек. при расходе воды в 0,5 куб. см. в сек.

W. Thomson соединил водяной коллектор с квадрантным электрометром (гл. IV, §3). Изолированный коллектор ставится на подоконник или на доску, выдвинутую за окно. Трубка, из которой вытекает вода, может быть устроена раздвижною (на подобие зрительной трубы или складной удочки), так что ее можно удлинять и укорачивать. Квадранты электрометра удерживаются при постоянной разности потенциалов помощью батареи маленьких элементов (*Zn*, *Cu*, вода), середина которой соединяется с землею. Можно также один полюс батареи соединить с одною парюю квадрантов, другой полюс и другую пару квадрантов — с землею. Коллектор соединяется со стрелкою электрометра, которая до начала наблюдения, т. е. выпускания воды из трубки, должна быть на мгновение соединена с землею. Можно батарею соединить со стрелкою, а коллектор — с одною парюю квадрантов. Отклонение стрелки служит мерою разности потенциалов *V* земли и той точки пространства, где находится отверстие трубки. Mascart построил на том же принципе электрограф, записывающий все изменения потенциала *V*. Для этого

луч света, испускаемый лампочкой, отражается от зеркала соединенного со стрелкою электрометра, и попадает на светочувствительную бумагу, покрывающую поверхность горизонтально расположенного цилиндра, медленно вращающегося около своей оси. После проявления и фиксирования получается на бумаге линия, зигзаги которой изображают изменения величины V , как функции времени.

5. Henning (1902) показал, что коллектором может служить радиоактивное вещество, которое, как известно и как ниже будет подробнее изложено, вызывает быстрое рассеивание электричества. Радиоактивная соль помещалась в углублении верхней стороны металлического, вертикально установленного цилиндрика, соединенного с электроскопом. Henning нашел этот метод вообще довольно пригодным; однако позднейшие исследования Linke (1903) привели к убеждению, что он дает нена-

Рис. 150.



дежные результаты, и что ему следует предпочесть метод водяного коллектора.

Moulin (1907) сравнил действия радиевых солей, пламен и фитилей с действием водяных коллекторов. Он исследовал искусственное электрическое поле, вызванное батареей аккумуляторов, сперва в лаборатории, а затем на свободном воздухе на второй платформе Эйфелевой башни в Париже. Он мог определить условия, при которых первые три коллектора дают хорошие результаты. Оказалось, что сила ветра имеет большое влияние, а также его наклон к горизонту.

6. Для наблюдений на аэростатах Ebert пользовался свежееамальгамированной цинковой пластинкой, которая при условии вполне чистого воздуха обнаруживает актино-электрическое действие, т. е. рассеивание электричества, даже под влиянием рассеянного дневного света.

Ехнер построил весьма удобный переносный прибор, состоящий из коллектора и из электроскопа, могущего служить и в качестве электрометра. Коллектор состоит из металлического фонарика со свечью, в пламя которой входит конец платиновой проволоки, соединенной медной проволокою с электрометром. Этот последний (рис. 150) представляет круглый металлический сосуд, стороны которого (спереди и сзади) состоят из стеклянных пластинок. Изолированный в *C* медный стержень *D* снабжен зажимным винтом *E* для проволоки, идущей от коллектора. К нижнему концу припаяна медная полоска *c* (ширина 9 мм.) и прикреплены алюминиевые листочки *bb*, которые прилегают к *c*, когда они не наэлектризованы. Через боковые трубки *g* проходят стерженьки *K*; к ним прикреплены две пластинки *F*. Если они сдвинуты вплотную до *c*, то можно прибор уложить в произвольном положении для его переноски, не опасаясь повреждения алюминиевых листочков. На переднем стекле наклеена миллиметровая шкала *nn*; короткая трубка *B* служит для установки прибора на верхнем конце палки, которую можно вставить непосредственно в землю. Коллектор устанавливается на раздвижной палке, так что можно менять его высоту. Для калибрования электрометра служит батарея из 200 элементов *Pt — Zn — вода*; электродвижущая сила такого элемента 1,06 вольт. Берут 25, 50, 75 и т. д. элементов, соединяют один полюс с землею, другой с *E* и отмечают число миллиметров шкалы *nn*, на которое расходятся листочки *bb*. Для определения знака заряда служит натертая эбонитовая палочка или еще лучше — сухой столбик *Zamboni*.

В большом употреблении электрометр *Wulf'a* (1908) и струнный электрометр *Lutz-Edelmann'a* (1912). Далее, регистрирующий квадрантный электрометр *Benndorf'a* (1906), представляющий видоизменение квадрантного электрометра *W. Thomson'a* и, также регистрирующий электрометр *Patterson'a* (1913).

Укажем еще на способы *Dellmann'a* и *Weber'a*. Первый из них заключается в следующем. Поместим проводящий шарик, радиус которого *R*, в таком месте пространства, в котором потенциал *V*, и соединим его на мгновение с землею. На нем появится заряд *η*, который определяется равенством

$$V + \frac{\eta}{R} = 0,$$

так как потенциал шара равен нулю, а его емкость равна *R*. Перенесем шарик к электрометру, емкость которого *q*, и пусть *V'* — потенциал определяемый показанием электрометра; тогда

$$V' = \frac{\eta}{R+q}.$$

Последние два равенства дают искомый потенциал

$$V = -\frac{R+q}{R} V' \dots \dots \dots (5)$$

Weber соединяет острие, находящееся в испытуемой точке *M*, через

чувствительный гальванометр с землею. Изменение потенциала точки *M* вызывает токи, которые и наблюдаются в гальванометре.

Опишем прибор Elster'a и Geitel'я, служащий для измерения скорости рассеивания электричества. Он представляет видоизмененный электроскоп Exner'a (рис. 151). Средняя пластинка *AA'* оканчивается

внизу эбонитовым цилиндром, при помощи которого электроскоп насаживается на стержень *J* треножника; наверху пластинка *AA'* оканчивается шариком *B*, в котором имеется конусовидное углубление *c*. Крышечка *D* снимается при производстве опытов, и затем в *c* вставляется нижний конец стержня, составляющего одно целое с полым вычерненным цилиндром *G*. Зарядив этот цилиндр при помощи сухого столбика, наблюдают скорость, с которою листочки электроскопа спадают. Пусть потенциал падает во время *t* от V_0 до V вольт. Затем вынимают цилиндр *G* и вставляют стержень *K*, снабженный изолирующей рукояткой, заряжают электроскоп, вынимают стержень *K* и вновь наблюдают скорость рассеивания для одного электроскопа (без цилиндра *G*). Положим, что во время *t* потенциал падает от V'_0 до V' вольт. Эбонитовый стерженек *L* ввинчивается в отверстие *M* цилиндра *G*, который вставляется в *c* после того, как электроскоп был вновь наэлектризован. Отношение числа вольт, показываемых электроскопом до и после введения цилиндра *G*, дает отношение *n* емкостей электроскопа с цилиндром и без него. Величина

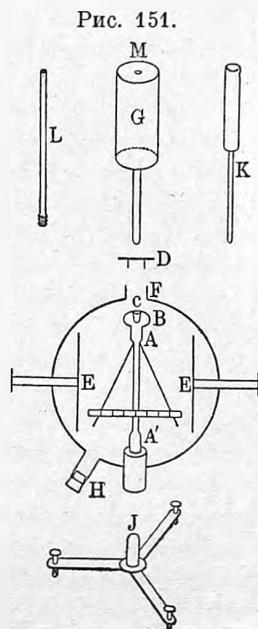


Рис. 151.

$$E = \frac{1}{t} \lg \frac{V_0}{V} - \frac{n}{t'} \lg \frac{V'_0}{V'}$$

служит мерою рассеивания электричества данного знака при условиях опыта.

§ 3. Некоторые результаты исследования электрического поля земной атмосферы. Несмотря на большое количество произведенных наблюдений, до сих пор получено весьма немного прочно установленного, бесспорно научного материала. Сопоставим главнейшие результаты.

При безоблачном небе и тихой погоде электроскоп почти всегда показывает положительный заряд; потенциал растет по направлению вверх, электрический градиент положительный. Denza наблюдал в течение 12 лет по 6 раз в день и ни разу не заметил перемены знака при безоблачном небе; в Кев из 15170 наблюдений только в 655 получился заряд отрицательный.

Величина градиента колеблется при безоблачном небе в зависимости от места и времени года примерно от 50 до 800 вольт на один метр; средний градиент у земной поверхности близок к 100 вольтам на 1 метр.

Градиент в данной точке почти непрерывно меняется. При этом обнаруживаются суточный и годичный периоды и неправильные, как бы пертурбационные, изменения. Относительно суточного периода некоторые наблюдатели находили, что в течение суток градиент обнаруживает два минимума и два максимума. Некоторые наблюдатели указывали, что один минимум приходится летом в 3 ч., зимою в 1 ч. пополудни, другой — около 2 ч. полночи, и что максимумы имеют место летом в 8 ч. утра и в 9 ч. веч., зимою — в 10 ч. у. и в 6 ч. вечера. Но эти часы, как средние из большого числа наблюдений, не совпадают с часами, находимыми другими наблюдателями. В 1899 г. появилась работа Chauveau, который находит, что в средних широтах летом действительно существуют два минимума — около полудня и в 3 ч. ночи, и два максимума — около 8 ч. утра и 8 ч. вечера. Зимою дневной минимум почти исчезает, так что остается как бы одно простое колебание: максимум после полудня и резкий минимум около 4 ч. ночи. Если летом удалиться от поверхности земли, то дневной минимум также делается менее резким.

На вершине Эйфелевой башни летнее колебание весьма похоже на зимнее колебание вблизи почвы: наблюдаются только один максимум и один минимум.

Годичный период выражается тем, что в зимние месяцы градиент значительно больше, чем летом. В Европе зимний максимум примерно в 13 раз, в Сев. Америке в 5 раз больше летнего.

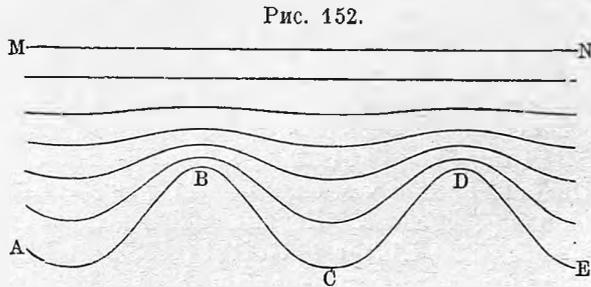
В высшей степени важным представляется, как мы увидим ниже, что на вершине высоких гор суточный и годичный периоды почти исчезают. Это показали наблюдения на горах *Sonnblick* в Австрии (3000 м.) и *Dodabetta* в Южной Индии. С этим вполне согласуется только-что указанное упрощение формы колебания градиента на Эйфелевой башне. Не менее важным представляется и следующий факт. Если сравнивать одновременные изменения градиента в различных местах, то оказывается, что эти изменения не идут параллельно друг другу, если горизонтальное расстояние точек превышает 100 метров. Это ясно указывает на местный характер причин, вызывающих эти изменения. В нижнем слое атмосферы, примерно до высоты в 1000 м., градиент весьма неправильно меняется с высотой, что объясняется избытком частичек пыли, тумана и дыма, которые обладают зарядами электричества. Тем не менее градиент на верхней границе этого слоя значительно меньше, чем у поверхности земли. Это показывает, что в нижнем слое атмосферы преобладает положительное электричество. Выше 1000 м. градиент значительно правильнее понижается; на высоте в 4000 м. он в среднем равен уже 10 вольтам на 1 м. Далее понижение градиента все более замедляется и, напр., на высоте в 6000 м. градиент равен 8 вольтам на 1 м.

С увеличением абсолютной влажности замечается обыкновенно уменьшение градиента. Низкие слои тумана и мглы обыкновенно сопровождаются сильным повышением градиента. При выпадении дождя, снега или града градиент подвергается сильнейшим коле-

баниям. Даже при слабых дождях градиент не только сильно падает, но нередко даже меняет знак, достигая -1000 вольт на 1 м. Наибольшие пертурбации замечаются во время грозы, когда градиент колеблется в пределах ± 1000 вольт на 1 м. и более.

Вопрос о направлении градиента, или, что то же самое, о расположении поверхностей уровня потенциала, решается довольно просто: поверхность земли и всех соединенных с нею предметов составляет одну из поверхностей уровня. Следующие затем поверхности имеют формы переходные от этой первой к поверхностям, достаточно от нее удаленным, которые представляются горизонтальными плоскостями или, точнее, сферами. Итак, у самой поверхности гор, зданий, деревьев и т. д. электрическая сила нормальна к этой поверхности. Около стены здания, около ствола дерева и т. д. поверхности уровня вертикальны, а следовательно, электрическая сила горизонтальна; на склоне гор она наклонна к горизонту. Отсюда вытекает зависимость величины градиента от формы поверхности земли и находящихся на ней предметов. Пусть $ABCDE$ (рис. 152) — вертикальный разрез поверхности земли; B и D — вершины гор, C — котловина.

$ABCDE$, а также плоскость MN суть поверхности уровня; между ними располагаются остальные поверхности, как показано на рисунке. В B и D эти поверхности сближены, в C они удалены друг от друга. Ясно, что градиент, а следовательно, и сила в B и D больше, а в C меньше, чем над равниною. Итак, при одинаковых прочих условиях градиент должен быть сравнительно велик на вершинах гор и сравнительно мал в котловинах. На небольшом дворе, окруженном высокими зданиями, градиент должен быть очень мал.



Наблюдения подтверждают то, что здесь было сказано о величине и направлении градиента. Егман (1803) первый заметил, что около ствола отдельно стоящего дерева электрическая сила горизонтальна.

Нам остается сказать об одном весьма важном вопросе. Его решение окончило спор между двумя главными группами теорий, дало ответ на фундаментальный, уже упомянутый нами вопрос о том, равно ли полное количество электричества на земле нулю или нет. Мы увидим в § 5, какое значение имеет здесь вопрос о зависимости электрического градиента от высоты над ровною поверхностью земли в тихую погоду при безоблачном небе. Такого рода наблюдения могут быть произведены только на воздушном шаре. Первый Ехнер (1886) вывел из таких наблюдений, что градиент по мере поднятия растет, и тот же результат нашел Тима (1892). Однако целый ряд позднейших наблюдений приводит к противоположному результату. Сюда относятся наблюдения Воегн-

stein'a, Baschin'a, André и др., произведенные в 1893 и 1894 годах. Далее Le Cadet (1897) нашел такие числа для градиента G на высоте h метров:

$h = 1429$	2370	3150	4015 (метры)
$G = 36,5$	22,1	19,7	13,4 (вольты).

Boernstein (1897) указал на то, что воздушный шар, бывший первоначально в соприкосновении с землею, может своим зарядом влиять на показания приборов, служащих для измерения градиента. Ныне твердо установлено, что при указанных выше условиях градиент с высотой уменьшается.

Все вышеизложенное относится к случаю, когда погода тихая и небо безоблачно. Когда на небе находятся хотя бы самые слабые облака, а тем более во время дождя, снега, тумана и т. д., картина совершенно меняется. Наиболее характерными являются здесь почти непрерывные огромные изменения градиента не только по величине, но и по знаку. Эти изменения происходят в несколько минут, иногда даже секунд, почти скачками и, как уже было сказано, могут доходить до 1000 вольт и больше. Elster и Geitel наблюдали при слабом *cirrus* на небе быстрые колебания градиента между +1800 и -1200 вольт. Абсолютные значения градиента также бывают при этом ненормально высокими. Приборы, установленные недалеко друг от друга, обнаруживают совершенно не схожие между собою абсолютные значения и изменения градиента.

Дождевые капли и снежинки вообще оказываются наэлектризованными, при чем знак бывает различный; однако положительный знак преобладает. Первые наблюдения над электричеством осадков производили Elster и Geitel (1888), а затем Gerdien (1903), применивший регистрирующий прибор, Weiss (1906), Kohlrausch (1909) и Hergath (1914), который пользовался чувствительным гальванометром (1 мм. = $8 \cdot 10^{-10}$ ампера) для измерения силы тока, протекавшего от большой (25 кв. м.), горизонтальной, изолированной пластинки из тонкой металлической ткани. Наблюдения, произведенные в Индии, в Англии и во Франции, показали, что в осадках, как сказано, преобладает положительный заряд; он примерно в 2,2 раза больше отрицательного. Особенно осенью и зимою замечается преобладание положительного заряда.

В среднем заряд одного куб. см. дождя порядка 0,5 эл.-ст. *C. G. S.* единицы; но он иногда доходит почти до 50 таких единиц.

§ 4. Явления электрического разряда в атмосфере. Подробное рассмотрение относящихся сюда явлений не может быть помещено в этой книге; мы ограничиваемся кратким указанием немногих фактов, представляющих более или менее непосредственный интерес для физики. Явления электрических разрядов в атмосфере суть:

1. Огни Св. Эльма, появляющиеся в виде пламен на мачтах кораблей, и им подобные явления, наблюдаемые весьма часто на высоких горах. Они напоминают те кистевидные свечения, которые получаются

при истечении электричества из проводников, заряженных до весьма высоких потенциалов.

2. Молнии, которые наблюдаются в особом роде „грозовых“ облаках, получивших ныне название *cumulonimbus*. К молниям причисляют одно из наиболее загадочных явлений, наблюдаемых на земле, так наз. шаровую молнию. Она представляется в виде огненного шара, который сравнительно весьма медленно движется, иногда исчезает бесшумно, иногда же разряжается громовым ударом. *Planté* получил явление, несколько напоминающее шаровую молнию, погружая отрицательный электрод сильной батареи в воду или в раствор соли и касаясь положительным полюсом поверхности воды. Когда этот полюс был несколько приподнят, то от него отделился светящийся шарик, который скользил по поверхности воды. Однако, этому случайному подобию двух явлений не следует придавать значения, и нельзя строить объяснения шаровой молнии, исходя из опыта *Planté*. Гораздо большее значение имеет следующее явление, которое открыл *Righi*. Если в разрядную цепь лейденской банки, обладающей большою емкостью, ввести огромное сопротивление в виде длинного столба воды, то разряд, особенно в несколько разреженном воздухе, появляется между двумя электродами (шарами) в виде светящегося, довольно медленно движущегося шарика.

H. A. Gezehus полагает, что шаровая молния состоит из азота, сгорающего под влиянием весьма сильных колебательных разрядов. Он погрузил один полюс трансформатора, дававшего переменный ток в 10000 вольт, в воду, а другой полюс соединил с горизонтальной медной пластинкой, расположенной на расстоянии 2—4 см. над водой. При этом наблюдался на пластинке разряд, между прочим, в виде светящегося сфероида, который под влиянием малейшего дуновения перемещался в ту или другую сторону. Когда этот сфероид был покрыт стеклянным колпачком, то появлялись бурные пары продуктов окисления азота.

Sauter (1890, 1892) дал обзор различных теорий шаровой молнии и собрал более двухсот примеров наблюдений этого явления. Новые исследования о шаровых молниях производили *Walter* (1908), *Богданов* (1911), *Thornton* (1911), *Jans* (1911), *Dember* и *Ulphilas Meyer* (1912) и др. В статье *Jans*'а дан обзор по всему вопросу о шаровых молниях.

Rieske сделал попытку определить количество электричества, которое разряжается в одной молнии; он находит, что оно равно 50—100 кулонам.

Pockels определял максимальную силу тока в молнии по величине остаточного намагничивания, вызванного в стержне из базальта, установленном близ громоотвода. В различных случаях он находил, что эта сила тока равна 8600, 11000 и 20000 ампер. О спектрах молнии и северного сияния было упомянуто в т. II.

Дальнейшие подробности, касающиеся грозовых явлений, а также северных сияний, огней Св. Эльма и т. п., не могут рассматриваться в этой книге. Не рассматриваем также вопроса об устройстве громоотводов; о них можно найти подробные указания в сочинениях *Melsens*'а, *Смирнова*, *Голова*, *Lindner*'а, *Benischke* и др.

А. С. Попов, истинный изобретатель телеграфирования без проводов, первый построил замечательный прибор, отмечающий электрические разряды, происходящие на большом окружающем его пространстве. Этот прибор (грозоотметчик) состоит из батареи элементов, в цепь которой включены кохерер (трубка Branly, см. ниже) и электромагнит, подвижной якорь которого снабжен пером. Это перо касается поверхности цилиндра, покрытой разграфленной бумагой; цилиндр вращается около своей оси при помощи часового механизма. Кохерер вообще не пропускает тока; но он делается проводящим, если до него доходят электрические лучи, вызванные каким-либо колебательным разрядом. Оказывается, что разряды, происходящие в атмосфере, являются источниками электрических лучей, которые, дойдя до кохерера, делают его проводящим, вследствие чего ток замыкается, электромагнит начинает действовать на якорь, и перо делает отметку на поверхности цилиндра. Первый такой прибор, установленный в июле 1895 г. в Лесном Корпусе близ Петербурга, дал весьма интересные результаты: он отмечал не только близкие и удаленные грозы, но, повидимому, и другие электрические разряды, происходящие в атмосфере.

Рассмотрение связей между грозами и циклонами, а также связей между северными сияниями, магнитными бурями, земными токами, солнечными пятнами и мерцанием звезд, не может быть предметом рассмотрения в этой книге.

Добавим, однако, несколько слов о земных (или теллурических) токах, которые наблюдаются в телеграфных проводах, а также в проволоках, специально проведенных между двумя металлическими пластинками, зарытыми в подпочвенную воду, для изучения земных токов. Обычно дают этим проволокам направление $N-S$ или $E-W$. Результаты выражают в вольтах на 1 км. расстояния; большую часть получают величины в пределах от 0 до 1,2 в. на км. В Европе среднее направление токов $SW-NE$. Максимум силы тока наблюдается около весеннего равноденствия, минимум около зимнего солнцестояния. Jahr (1902) нашел, что в земле существуют разности потенциалов и в вертикальном направлении.

§ 5. Современное положение теории явлений земного электричества. В § 1 мы дали характеристику этого положения. Мы ограничимся рассмотрением спорного вопроса о полном количестве электричества на земле и указанием новейшей теории, а также немногих обстоятельств, могущих представить интерес, а со временем, может быть, и практическое значение для физики.

Все теории земного электричества могут быть разделены на две группы.

I. Теории, предполагающие, что полное количество электричества E на земле не равно нулю. Иначе говоря, предполагается, что земля имеет свой особый, ей присущий заряд электричества, что земля представляет собою наэлектризованное тело, абсолютно электрически изолированное в пространстве. Заряд E мог возникнуть в момент отделения кольца от солнца или образования земли из этого кольца,

хотя бы вследствие тех трений, которые должны были сопровождать эти мировые события. Если заряд E действительно не нуль, то он должен быть отрицательным, так как электрическая сила в атмосфере при „нормальных условиях“ направлена вниз. Все естественные электрические явления на земле должны об'ясняться перемещениями заряда E и теми индукционными действиями, которые он вызывает в проводниках. Вновь образующимся положительным зарядам должны соответствовать одинаковые им отрицательные, появляющиеся помимо постоянного избытка E .

Предположим, что часть отрицательного заряда E какими-либо способами переходит в атмосферу. В таком случае мы имеем близ поверхности земли отрицательный заряд снизу и такой же сверху. Чем выше точка находится над землею, тем больше заряд под нею, и тем меньше заряд, остающийся над нею. Отсюда ясно, что градиент должен увеличиваться по мере поднятия над поверхностью земли, пока он не достигнет максимального значения и не начнет убывать выше тех слоев атмосферы, до которых распространился заряд.

II. Теории, предполагающие, что заряд E земного шара равен нулю. Допустим, что земля не имеет своего заряда, так что теоретически возможен момент, когда на всей земле вообще нет никаких естественных электрических зарядов. Под влиянием каких-либо причин происходят электризации, при чем появляются равные количества положительного и отрицательного электричества. Так как при нормальных условиях, т. е. при безоблачном небе, электрическая сила направлена вниз, то приходится и здесь допустить, что земной шар обладает отрицательным зарядом. Где-нибудь должен находиться соответствующий и равный ему положительный заряд. Тут возможны два предположения:

1. Положительный заряд, соответствующий отрицательному заряду земного шара, находится в верхних слоях атмосферы. В этом случае атмосфера напоминала бы промежуточный слой заряженного конденсатора, и градиент должен был бы мало зависеть от высоты. Такое распределение принималось W. Thomson'ом (Lord Kelvin).

2. Положительный заряд распределен в атмосфере и притом главным образом в нижних ее слоях. Под влиянием некоторой причины происходят электризации, при чем (—) переходит на поверхность земли, а (+) остается в воздухе. Та же причина или иные производят местные пертурбации, т. е. большие и быстрые перемены распределения зарядов в воздухе и на земле, а также возникновение новых и исчезновение уже существующих зарядов. Причины этих пертурбаций должны находиться в связи с образованием облаков. Градиент должен уменьшаться по мере поднятия над поверхностью земли, и сравнительно быстро приближаться к нулю, так как в точках, лежащих выше обоих зарядов, электрическая сила должна быть весьма мала. Суточный и годичный периоды, а также неправильные изменения, должны уменьшаться по мере удаления от поверхностей земли, т. е. от тех нижних слоев атмосферы, в которых происходят изменения и перемещения зарядов.

Сравнивая то, что здесь сказано о двух группах теорий, мы видим, какое значение имеет, прежде всего, вопрос об изменении градиента с высотой, а затем вопрос о суточном и годичном периодах и в особенности о неправильных изменениях на различных высотах. Решение основного вопроса о количестве E не может не представлять интереса и для физики.

Мы уже упомянули, что градиент несомненно уменьшается с высотой. Отсюда следует, что земля обладает отрицательным зарядом $-E$, а нижние слои атмосферы содержат заряд положительный. Что градиент уменьшается, было доказано сперва исследованиями при помощи змеев и привязных баллонов, а затем в особенности измерениями, произведенными при свободных полетах на воздушных шарах. В ясную погоду электрическая сила у поверхности земли вызывается только зарядом E ; тогда можно вычислить величину этого заряда, пользуясь формулою

$$\frac{\partial V}{\partial n} = -4\pi k,$$

где k — поверхностная плотность заряда. Примем $\partial V : \partial n$ равным градиенту G и этот последний равным 100 вольт на один метр. Выразим все величины в эл.-ст. *C. G. S.* единицах. Вольт равен $\frac{1}{300}$ эл.-ст. *C. G. S.* единицы, а следовательно,

$$\frac{\partial V}{\partial n} = G = \frac{100 \text{ вольт}}{1 \text{ метр}} = \frac{1 \text{ вольт}}{1 \text{ см.}} = \frac{1}{300} \text{ C. G. S. ед. градиента.}$$

Отсюда плотность

$$k = -\frac{1}{4\pi \cdot 300} = -2,7 \cdot 10^{-4} \text{ эл.-ст. C. G. S. единиц} \dots \dots (6)$$

Эта плотность в высшей степени ничтожная.

Заряд $E = 4\pi R^2 k$, где R — радиус земли, выраженный в сантиметрах. Принимая $2\pi R = 4 \cdot 10^9$ см., получаем

$$E = -1,5 \cdot 10^{15} \text{ эл.-ст. C. G. S. ед.} \dots \dots (7)$$

что равно $-3 \cdot 10^5$ кулонов, так как кулон = $3 \cdot 10^9$ эл.-ст. *C. G. S.* единиц количества электричества. Для E получается немного более миллиона кулонов отрицательного электричества.

Потенциал V земного шара равен $E : R$ или $4\pi R k$; отсюда

$$V = -1,5 \cdot 10^6 \text{ эл.-ст. C. G. S. ед.} = -4,5 \cdot 10^8 \text{ вольт} \dots \dots (8)$$

Поверхностное натяжение $P = 2\pi k^2$; следовательно,

$$P = 0,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{дин}}{\text{кв. см.}} \dots \dots (9)$$

С такою ничтожнейшею силою выталкивался бы квадратный сантиметр подвижного поверхностного слоя земли. Принимая во внимание, что вблизи земной поверхности градиент в среднем уменьшается на $1 \frac{\text{вольт}}{\text{метр}}$ при поднятии на 1 метр, мы на основании формулы (4) можем вычислить среднее

значение объемной плотности ρ электричества в самом нижнем слое атмосферы. Получается

$$\rho = + 2,7 \cdot 10^{-9} \text{ эл.-ст. } C.G.S. \text{ ед. в 1 куб.-см. (10)}$$

Рассмотрим несколько ближе важнейшие из теорий атмосферного электричества.

1. Теории, предполагающие, что E не равно нулю. Хотя эти теории опровергнуты фактом убывания градиента с высотой, мы все же вкратце об них скажем, в виду их весьма большого значения для истории занимающего нас учения. Егман (1803) первый высказал мысль, что земля обладает собственным отрицательным зарядом, и что явления, наблюдаемые в электроскопах, соединенных с острием или пламенем, происходят вследствие индукции, вызванной зарядом земли. Эту мысль развивали Peltier, Pellat и, особенно, Exner.

Допустив существование заряда E , остается объяснить, по каким причинам часть этого заряда переходит в воздух. Exner видит причину такого перехода в испарении воды океанов, морей, озер, рек и т. д. Пар механически уносит часть заряда E , находящегося на поверхности воды. Таким образом пары, находящиеся в воздухе, представляются носителями отрицательных зарядов. Чем больше паров в воздухе, тем меньше должен быть градиент G . Exner находит, что градиент G и абсолютная влажность p связаны формулою

$$G = \frac{A}{1 + ap} \text{ (11)}$$

где A и a — два постоянных коэффициента.

Теория Exner'a вызвала большое число исследований по вопросу, уносят ли пары наэлектризованной жидкости часть заряда? Peltier (еще до Exner'a, 1842), Black (1883), Lecher (1888), Schwalbe (1900), Henderson (1900) и Beggerow (1902) получили результат отрицательный: они находят, что пары воды и других жидкостей (напр. эфира) не уносят заряда жидкости. Pellat (1899) приходит к противоположному результату для случая очень слабых электризаций, подобных той, которую мы вычислили для поверхности земли.

Arrhenius (1888) развил теорию, основанную на предположении, что отрицательный заряд земли рассеивается в воздух под влиянием ультрафиолетовых лучей, содержащихся в лучах солнца; эта теория удовлетворительно объясняет годичный период, о котором было сказано выше. Позже Ekholm и Arrhenius пытались доказать, что земля и луна наэлектризованы отрицательно, и что существует связь между величиною градиента и зенитным расстоянием луны.

Против этих теорий говорят указанные выше два факта — уменьшение всех изменений градиента на высоко расположенных точках земной поверхности и несомненно уменьшение самого градиента по мере поднятия над ровною поверхностью земли.

II. Теории, предполагающие, что $E = 0$. Сюда относится прежде всего теория Volta, полагавшего, что испарение воды есть первоисточник электризаций земли и воздуха, а именно, что при испарении пары электризуются положительно, вода — отрицательно. Этой же теории настойчиво держался Palmieri. Однако целым рядом работ различных ученых было неопровержимо доказано, что основное положение этой теории неверно, и что испарение само по себе не есть источник электричества: таковым может служить трение влажных паров, как мы видели выше.

Sohncke (1885) и Luvini (1889) основывались на факте, что при трении льда и воды лед электризуется положительно, вода же — отрицательно. Верхние слои атмосферы, содержащие ледяные кристаллы, скользят по нижним, в которых вода находится в виде весьма малых капель (перистые облака), и при этом трение льда о воду и является первою причиною наблюдаемых электризаций.

Edlund полагал, что земля, как вращающийся магнит, вызывает в атмосфере те электродвижущие силы, с которыми мы познакомимся в учении об униполярной индукции. Эта теория вызвала многие и веские возражения.

Liebenow (1900) видит источник земного электричества в термоэлектродвижущих силах, действующих в атмосфере между нижними теплыми и верхними холодными ее слоями. Эта разность температур должна вызвать движение положительного электричества вверх, а отрицательного — вниз. Liebenow подробно рассматривает электрические силы, которые вследствие разностей температур должны возникнуть около каждой образующейся или падающей водяной капли, и стремится этим путем объяснить разнообразные наблюдаемые явления. Brilouin (1900) находит, что отрицательно наэлектризованный лед быстро теряет заряд под влиянием ультрафиолетовых лучей, чего не наблюдается, если лед заменить водою. Ледяные кристаллы, находящиеся в верхних слоях атмосферы, электризуются под влиянием электрического поля земли; отрицательное электричество рассеивается под влиянием солнечных лучей, положительное остается на кристалле.

Обращаемся к новой теории, или, вернее говоря, к новой группе теорий, появившихся после 1899 г. и основанных, главным образом, на факте ионизации воздуха. Главными деятелями при созидании этих теорий следует признать Elster'a и Geitel'я и затем Ebert'a. Укажем прежде всего на ряд фактов.

Linss (1883) первый произвел систематические исследования скорости рассеивания двух электричеств в свободном воздухе. Он уже нашел целый ряд интересных фактов; так, он заметил, что два рода электричества вообще рассеиваются не одинаково быстро, и что быстрота рассеивания зависит от состояния воздуха, от времени дня и года и др. причин. Его исследования, однако, не обратили на себя должного внимания. Elster и Geitel, спустя 17 лет, вновь стали заниматься изучением скорости рассеивания и показали, какое громадное значение

должно иметь наблюдение над рассеиванием для характеристики электрического состояния атмосферы.

Исследования Elster'a и Geitel'я, а также других ученых, показали, что атмосферный воздух всегда содержит некоторое количество свободных ионов. Они состоят из одних частиц электричества (электроны), или из атомов или частиц газа, соединенных с электронами (газионы). Благодаря присутствию ионов, воздух обладает определенной степенью электропроводности, а следовательно, и способностью рассеивать электрические заряды; скорость рассеяния может служить мерою его ионизации. Прибор, которым можно пользоваться при этих измерениях, был изображен на рис. 150. Относительно бльшву ионов следует отметить, что отрицательные ионы обладают бльшву подвижностью, чем положительные. Далее Wilson и др. показали, что ионы служат центрами, около которых сгущаются водяные пары, при чем способность сгущать пары у отрицательных ионов больше, чем у положительных. Нагруженные ионы менее подвижны, чем ионы свободные.

Ebert (1901), Gerdien (1905), Langevin и Moulin (1907) и Lutz (1909) построили „аспирационные“ приборы, служащие для измерения количества ионов в воздухе. Swann развил теорию прибора Gerdien'a.

Исследование рассеяния электричества привело к следующим результатам.

1. Рассеяние особенно велико в ясную погоду; оно уменьшается при пасмурной погоде и весьма мало при тумане.

2. У поверхности земли, вообще говоря, отрицательное электричество рассеивается быстрее положительного. Отсюда следует, что в нижних слоях атмосферы имеется избыток положительных ионов.

3. Земля обладает отрицательным зарядом, напряжение которого особенно велико на вершинах гор. Здесь избыток положительных ионов наибольший, а потому и разность скоростей рассеяния двух электричеств наибольшая.

4. При поднятии в воздух (на воздушном шаре) замечается быстрое увеличение ионизации; на высоте 3000 м. рассеяние в 30 раз больше, чем у поверхности земли. Но здесь скорость рассеяния для обоих электричеств одинаковая.

5. Летом рассеяние больше, чем зимою, когда поверхность земли покрыта снегом и льдом.

6. Существует несомненная связь между суточным ходом электризации воздуха и суточным ходом барометрического давления.

7. Elster и Geitel открыли, что воздух пещер, подземелий, колодцев и т. п. весьма сильно ионизирован. Далее оказалось, что особенно сильно ионизирован почвенный воздух, т. е. воздух, тем или иным способом высасываемый из почвы.

8. Воздух несомненно содержит в себе следы радиоактивных веществ и в том числе газообразных эманаций. Почвенная

вода и почвенный воздух особенно сильно радиоактивны. Воздух, прошедший через такую воду, ионизируется.

Эти факты служили основанием для построения ряда новых теорий земного электричества, которые должны ответить на три вопроса:

I. Откуда происходит ионизация воздуха?

II. Откуда происходит и чем поддерживается разность электрических состояний земного шара и окружающей его атмосферы?

III. Как объясняются те факты, которые были только-что указаны?

Рассмотрим подробнее некоторые из результатов исследования электрического поля атмосферы и, прежде всего, проводимость воздуха, которая является следствием ионизации воздуха. Последняя возникает вследствие того, что от нейтральных молекул воздуха отделяются электроны, так что остаются положительно заряженные ионы молекулярных размеров. Электроны присоединяются к встречным нейтральным молекулам, при чем образуются отрицательные ионы молекулярных размеров. Те и другие ионы соединяются с молекулами газа, так что их масса значительно увеличивается. Это и суть обычно наблюдаемые в атмосфере ионы. Но ионы молекулярных размеров оседают также на твердых и жидких частичках, при чем получаются тяжелые, медленно двигающиеся ионы, открытые Langevin'ом (1905), по имени которого они и называются. Наблюдения показали, что проводимость воздуха растет с высотой. В нижних слоях, до высоты в 3000 м., она весьма переменна, находясь в зависимости от относительной влажности, содержания пыли и других факторов. На высоте 8865 м. была найдена проводимость, которая в 68 раз превосходила проводимость вблизи земной поверхности. Туман, пыль и т. под. сильно понижают проводимость, что и понятно, так как увеличивается число мало подвижных ионов Langevin'a. При увеличении барометрического давления проводимость воздуха уменьшается. Проводимость воздуха порядка $2 \cdot 10^{-4}$ C. G. S.

Число ионов в воздухе определяется особыми счетчиками ионов, из которых некоторые устроены регистрирующими. В среднем число ионов обоего знака около 1000 на куб. см., при чем это число наибольшее летом, наименьшее зимой. Подвижность ионов порядка $1 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$ при градиенте в $1 \frac{\text{вольт}}{\text{см.}}$; подвижность ионов Langevin'a примерно в 3000 раз меньше. Число этих ионов в 30 до 50 раз больше числа обыкновенных ионов. Chauveau нашел для объемной плотности ρ электричества на вершине Эйфелевой башни в среднем $+0,4 \cdot 10^{-6}$ C. G. S. в 1 куб. см.; иногда это число доходило до $+12 \cdot 10^{-6}$.

Благодаря проводимости воздуха и наличности градиента потенциала, должен существовать в атмосфере вертикальный электрический ток, по направлению сверху вниз. Сила i этого тока, в среднем, примерно

$$i = 2,2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{ампер.}}{\text{кв. см.}}$$

Ebert нашел из опытов приблизительно $3,4 \cdot 10^{-10}$. Wilson (1906) по-

строил прибор для измерения силы тока i ; Lutz (1911) его усовершенствовал, а Simpson (1910) построил для той же цели регистрирующий прибор. Дым, пыль и туман сильно понижают силу тока. Вертикальное воздушное течение со скоростью $1 \frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$ дает конвекционный ток порядка $K 2 \cdot 10^{-16} \frac{\text{амп.}}{\text{кв. см.}}$, почти равный току проводимости.

Обращаемся к вопросу о ионизаторах воздуха. Elster и Geitel полагали сначала, что ионизация воздуха вызывается ультрафиолетовыми лучами солнца: подобную же теорию развивал впоследствии Rudolph. Отрицательную электризацию земного шара и избыток положительных ионов в нижних слоях атмосферы Elster и Geitel объяснили большею подвижностью отрицательных ионов, которые поэтому быстрее отдают свои заряды земному шару. Одно время казалось, что эта теория удовлетворяет всем условиям и вполне отвечает на указанные выше вопросы. Однако опыты Simpson'a (1903), показавшего, что изолированный металл вовсе не электризуется ионизированным воздухом, поколебали эту теорию. Тогда Ebert (1904) предложил новую теорию, основанную на том факте, что почти все составные части земной коры обладают некоторою, хотя и весьма слабою, радиоактивностью. Вследствие этого почвенный воздух сильно ионизирован и сам обладает радиоактивностью, что особенно должно обнаруживаться в пещерах, подземельях и т. д. Проводимость почвенного воздуха в 30 раз больше проводимости атмосферного воздуха. Почвенный воздух, выходя наружу через капиллярные трубки, отдает стенкам этих трубок преимущественно отрицательные заряды; на необходимость такой отдачи указывают результаты опытов Zeleny, Villari, Simpson'a и Townsend'a. Выйдя наружу, почвенный воздух должен обладать избытком положительных ионов. Таким образом объясняется ряд фактов: отрицательная электризация земного шара и положительная нижних слоев атмосферы; уменьшение ионизации зимою, когда выход почвенного воздуха затруднен; влияние барометрического давления, уменьшение которого должно способствовать выходу почвенного воздуха и т. д. Ebert показал, что величина радиоактивности земной коры вполне достаточна, чтобы и с количественной стороны объяснить электрические явления, наблюдаемые при нормальных условиях в атмосфере.

В атмосфере несомненно находятся твердые частицы радиоактивных веществ, главным образом продуктов распада радия, и между ними также, газообразная эманация радия; имеются также продукты распада тория, но их роль сравнительно ничтожно мала. До высоты 4000 м. радиоактивность воздуха хотя и падает, но весьма значительно, как показал Flemming (1908). Радиоактивность воздуха подвергается весьма сильным колебаниям в пределах, напр., 17:1. Во время падения барометра она вдвое больше, чем во время его поднятия. Дождь и снег также радиоактивны.

В воздухе несомненно существует какая-то „проникающая“ радиация, которая, проходя через стенки герметически закрытого сосуда,

поддерживает в нем проводимость воздуха. Эта радиация должна быть родственна лучам Рентгена и лучам γ радиоактивных веществ. С высотой эта радиация почти не уменьшается. Ее источником являются радиоактивные вещества земной коры и воздуха.

Schuster (1907) пытался найти зависимость между процессами на солнце и электрическими явлениями в атмосфере. Он полагает, что суточные вариации магнитного поля земли вызываются электрическими токами в атмосфере и связаны с суточными вариациями атмосферного давления. Проводимость воздуха зависит от угла падения солнечных лучей на горизонтальные слои воздуха. В верхних слоях атмосферы должна существовать сильная ионизация, а потому и проводимость воздуха, вызванная солнцем. Это влияние наибольшее в период максимума числа солнечных пятен.

Ограничиваемся этими немногими указаниями на современные теории земного электричества. В остальном отсылаем читателей к статьям, помещенным в обзоре литературы.

Теорий грозовых явлений, а также северных сияний, мы вовсе не касаемся. Большой интерес представляют новейшие теории северных сияний, в которых приписывается важная роль катодным лучам, испускаемым непосредственно солнцем (см. книгу Оболенского).

Относительно грозовых явлений ограничимся указанием на то, каким образом могут внезапно возникнуть те огромные потенциалы, которые приводят к гигантским разрядам — молниям. Положим, что n^3 весьма малых капель, потенциал которых v , сливаются в одну каплю, и пусть r — радиус, s — поверхность, e — заряд, k — плотность заряда одной капли, так что $k = e : s$, $v = e : r$. Пусть R — радиус, V — потенциал, E — заряд, K — электрическая плотность и S — поверхность образовавшейся большой капли; в таком случае $R = nr$, $S = n^2s$, $E = n^3e$ и следовательно

$$K = \frac{E}{S} = \frac{n^3e}{n^2s} = n \frac{e}{s} = nk,$$

$$V = \frac{E}{R} = \frac{n^3e}{nr} = n^2 \frac{e}{r} = n^2v.$$

Когда речь идет об образовании дождевой капли при сгущении тумана, n может быть очень большим числом. Слабая электризация тумана может давать огромные потенциалы на каплях, а следовательно, и разряды в виде молнии. Что внезапное, обильное образование дождевых капель может сопровождаться молнией, подтверждается общеизвестным фактом усиления дождя во время грозы через несколько секунд после появления молнии вблизи зенита. Удовлетворительного объяснения возникновения зарядов облаков не существует.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

Chauveau. Journ. de Phys. (3) 8 p. 599, 1889.

Suchsland. Gemeinschaftl. Ursachen der elektr. Meteore u. des Hagels, Halle, 1886.

Gockel. Die Luftelektrizität, Leipzig, 1908.

- Mache u. Schweidler.* Die atmosphärische Elektrizität, Sammlung „Die Wissenschaft“ № 30, Braunschweig, 1909.
Клоссовский. Основы метеорологии, Одесса, 1914 стр. 402—493.
Le Cadet. Etude du champ élect. de l'atmosph. Paris 1898.
Chauveau. Recherches sur l'électricité atmosphérique. Paris, 1902.
Kähler. Die Luftelektrizität, 1913; 2-ое изд. 1920.
Келер. Атмосферное электричество, перевод Бианки, Пгр. 1920.
Оболенский. Совр. состояние учения об атмосфер. электричестве. Пбг. 1913,
 Геофиз. Сборник 3, II р. I, 1917.
Wiechert. Arch. sc. phys. (4) 34 p. 385, 1912.
Шустер. Физ. Обзор. 1910 p. 329.
Geitel. Phys. Ztschr. 1916 p. 455.
Münch. Ber. 1907 p. 505; 1912 p. 391.

К § 2.

- W. Thomson (Lord Kelvin).* Reprint of papers, 2-ое изд. pp. 192, 218, 1884.
Bennet. Phil. Trans. 1787 p. 26.
Mascart. C. R. 95, 1882.
Д. А. Смирнов. Известия (Bull.) Имп. Ак. Наук 20 p. 107, 1904. Phys. Ztschr. 5 p. 579, 1904.
Conrad. Phys. Ztschr. 8 p. 672, 1907.
Henning. Annal. d. Phys. (4) 7 p. 893, 1902.
Linke. Phys. Ztschr. 4 p. 661, 1903; Gött. Abhandl. (5) 3 p. 672, 1904.
Lutze. Phys. Ztschr. 1913 p. 1148.
Exner (коллектор). Phys. Ztschr. p. 83 1911.
Wulf. Le Radium 5 p. 170, 1908; Phys. Ztschr. 1907 p. 246, 527, 750; 1909 p. 152, 251.
Lutz-Edelmann. Phys. Ztschr. 1908 p. 100, 642; 1912 p. 954.
Moulin. C. R. 143 p. 884, 1906; Ann. d. Chim. et Phys. (8) 12 p. 40, 1907.
Exner (прибор). Wien. Ber. 93 p. 222, 1886; 95 p. 1084, 1887.
Dellmann. Pogg. Ann. 112 p. 631, 1861.
Elster u. Geitel (прибор). Phys. Ztschr. 1 p. 11, 1899; Terrestr. Magn. and Atmosph. Elektr. 4 p. 213, 1899; Annal. d. Phys. (4) 2 p. 425, 1900.
Benndorf. Wien. Ber. 111 p. 1, 487, 1902; Phys. Ztschr. 7 p. 98, 1906.
Ebert. Ztschr. f. Instr. 29 p. 169, 1909.
Dieckmann. Verh. d. d. phys. Ges. 1909 p. 699; Phys. Ztschr. 11 p. 14, 1910.
Ebert u. Kurz. Phys. Ztschr. 11 p. 389, 1910.
Budig. Phys. Ztschr. 11 p. 596, 1910.
Kummel. Phys. Ztschr. 14 p. 906, 1913.
Simpson. Phys. Ztschr. 14 p. 41, 1913.
Patterson. Phil. Mag. (6) 26 p. 200, 1913.

К § 3.

- Chauveau.* Journ. de Phys. (3) 8 p. 599, 1899.
Erman. Gilb. Ann. 15 p. 385, 1803.
Exner. Repert. der Phys. 22 p. 463, 1886.
Tuma. Wien. Ber. 101 p. 1556, 1892.
Boernstein. W. A. 62 p. 680, 1897; Verh. d. Deutsch. phys. Ges. 13 p. 35, 1894.
Baschin. Ztschr. f. Luftschiffahrt, März-April 1894.
André. C. R. 117 p. 729, 1893.
Le Cadet. C. R. 125 p. 494, 1897; 136 p. 886, 1903; Etude du champ. élect. de l'atmosphère, Paris, 1898.
Less. Ztschr. f. Luftschiffahrt, Juli 1894.
Lenard. W. A. 46 p. 606, 1892.
Н. А. Гезекус. Ж. Р. Ф.-Х. О. 34 p. 557, 1902.
Simpson. Proc. R. Soc. 83 p. 394, 1910; Phys. Ztschr. 11 p. 408, 1910; 14 p. 1057, 1913.
Chauveau. Le Radium 8 p. 153, 1911.

Benndorf. Münch. Ber. 1912 p. 402.

Schindelbauer. Meteorol. Ztschr. 1913 p. 599; Phys. Ztschr. 14 p. 1292, 1913.

Elster u. Geitel. Phys. Ztschr. 14 p. 1287, 1914.

Jahr. Elektr. Ztschr. 23 p. 196, 1902.

Осадки:

Elster u. Geitel. Meteorolog. Ztschr. 1888 p. 95; Wien. Ber. 99 p. 421, 1890.

Gerdien. Phys. Ztschr. 1903 p. 837; Jahrb. d. Radioakt. I p. 24, 1904.

Weiss. Wien. Ber. 1906 p. 1299.

F. Kohlrausch. Wien. Ber. 1909 p. 25.

К § 4.

Planté. Recherches sur l'électricité, Paris, 1883 p. 141; C. R. 80 p. 1133, 1874; 85 p. 619, 1887; 87 p. 325, 1878; La lumière électr. 1884 p. 286.

Righi. Atti R. Acad. di Bologna, 26 Apr. 1891; Rendic. Acc. dei Lincei 6 p. 85, 1890.

H. A. Гезехус. Известия СПб. Технологич. Инст. 1898, 1899, 1900; Ж. Р. Ф.-Х. О. 32, p. 127, 1900.

Sauter. Progr. Realgymn. in Ulm 1890, 1892.

Walter. Meteorolog. Ztschr. 1909 p. 217.

Бохданов. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 43 p. 441, 1911.

Thornton. Phil. Mag. (6) 21 p. 630, 1911; Meteorolog. Ztschr. 1912 p. 39.

Jans. Ciel et Terre, Bull. de la Soc. Belge d'Astron. 1910 N° 12; 1911 N° 4, 5, 8, 9, 1912 N° 1, 4.

Dember u. Ulfilas Meyer. Meteorolog. Ztschr. 1912 p. 384.

Riecke. Gött. Nachr. 1895 p. 419.

Pockels. Phys. Ztschr. 2 p. 306, 1900/1; 3 p. 22, 1901/2.

Melsens. Des paratonnerres à pointes etc. Bruxelles, 1887; Paratonnerres, Bruxelles, 1882.

Смирнов. Громоотводы. СПб., 1878.

Lindner. Der Blitzschutz. Leipzig, 1901.

Benischke. Schutzvorrichtungen der Starkstromtechnik gegen atmosph. Entladungen, Braunschweig, 1902.

А. С. Попов. Ж. Р. Ф.-Х. О. 28 p. 1, 1896.

Голов. Теория и практика громоотводов. СПб., 1896.

Педаев. Атмосферное электричество. Харьков, 1895.

К § 5.

W. Thomson (Lord Kelvin). Reprint of Papers, 2-ое изд. pp. 192, 218, 1884.

Erman. Gilb. Ann. 15 p. 385, 1803.

Peltier. Ann. de Chim. et Phys. (2) 62, 1836; (3) 4 p. 385, 1842.

Pellat. Journ. de Phys. (3) 8 p. 253, 1899.

F. Exner. Rapports prés. au Congrès internat. de Physique, 3 p. 415, Paris 1900; Exner's Repert. 22 p. 420, 1886; 25 p. 743, 1889; Wien. Ber. 93 p. 222, 1886; 95 p. 1084, 1887; 96 p. 419, 1887; 97 p. 277, 1888; 98 p. 1004, 1889; 99 p. 601, 1890; 110 p. 371, 1901; Meteorolog. Ztschr. 35 p. 529, 1900.

Black. Journ. de Phys. (2) 2 p. 476, 1883.

Lecher. Wien. Ber. 97 p. 103, 1888.

Schwabe. Wied. Ann. 58 p. 500, 1896; Annal. d. Phys. (4) 1 p. 294, 1900.

Henderson. Phil. Mag. (5) 50 p. 489, 1900.

Arrhenius. Meteorolog. Ztschr. 5 p. 297, 1888.

Beggerow. Annal. d. Phys. (4) 7 p. 494, 1902.

Ekholm u. Arrhenius. Bihang till K. Svenska Vet. Handl. 19 N° 8, 1893.

Liebenow. Die Atmosphar. Elektrizität. Halle a. S. 1900.

Chree. Proc. R. Soc. 60 p. 96, 1897.

Brillouin. Journ. de Phys. (3) 9 p. 91, 1900.

Linss. Meteorolog. Ztschr. 4 p. 325, 1887; Elektrotechn. Ztschr. I, 11 p. 506, 1890.

- Wilson*. Nature 68 p. 104, 1903; Proc. Cambr. phil. Soc. 12 p. 171, 1903.
- Rudolph*. Meteorolog. Ztschr. 39 p. 213, 1904; Luftelektrizität und Sonnenstrahlung, Leipzig, 1903.
- Chauveau*. Recherches sur l'électricité atmosphérique, 2 mém. Paris, 1902.
- J. J. Thomson*. Phil. Mag. (6) 4 p. 352, 1902; Proc. Cambr. phil. Soc. 12 p. 172, 1903.
- Geitel*. Anwendung der Lehre von d. Gasionen auf die Ersch. d. atmosph. Electric. Braunschweig, 1901.
- Elster u. Geitel*. Phys. Ztschr. 1 p. 11, 245, 1900; 2 pp. 113, 560, 590, 1901; 3 pp. 76, 195, 305, 574, 1902; 4 pp. 96, 97, 137, 138, 522, 1903; 5 pp. 11, 321, 1904; Jahresber. Gymnas. zu Wolfenbüttel 1891, 1897; Wien. Ber. 98 p. 909, 1889; 99 p. 421, 1890; 101 p. 703, 1845, 1895; 102 p. 1295, 1903; 104 p. 37, 1895; 111 p. 946, 1902; Terr. Magn. and Electric. 4 pp. 15, 213, 1899; W. A. 25 p. 116, 1885; 38 pp. 40, 497, 1888; 41 p. 166, 1890; 47 p. 496, 1892.
- Czermak*. Phys. Ztschr. 3 p. 185, 1902; 4 p. 271, 1903.
- Ebert*. Phys. Ztschr. 3 p. 338, 1902; 4 pp. 93, 162, 1903; 5 pp. 135, 499, 1904; 6 pp. 825, 828, 1915; Münch. Ber. 30 p. 511, 1900; 31 p. 35, 1901; Wien. Ber. 30 p. 511, 1901; Gerlands Beitrage zur Geophysik 5 p. 361, 1902; 6 p. 66, 1903; Gött. Nachr. 1900 p. 219; Monthly Weather Rev. 31 p. 229, 1903; Naturw. Rundschau 18 p. 417, 1903; Meteorolog. Ztschr. 36 p. 289, 1901; 38 p. 107, 1903; 39 p. 201, 1904.
- Zeleny*. Phil. Mag. (5) 46 pp. 120, 213, 1898.
- Villari*. Rendic. Acc. dei Lincei (5) 10 p. 61, 1900; Phil. Mag. (6) 1 p. 535, 1901.
- Simpson*. Phil. Mag. (6) 6 p. 589, 1903; Phil. Trans. 205 p. 61, 1905; Phys. Ztschr. 5 pp. 325, 734, 1904.
- Townsend*. Proc. R. Soc. 45 p. 192, 1899; 47 p. 122, 1900; Phil. Trans. 193 p. 129, 1900; 195 p. 259, 1900.
- А. П. Соколов*. Ионизация и радиоактивность атмосферного воздуха. Пятигорск, 1904.
- Gerdien*. Phys. Ztschr. 4 pp. 632, 660, 1903; 6 p. 647, 1905.
- Langevin et Moulin*. Le Radium 4 p. 218, 1907.
- Swann*. Annal. der Phys. (4) 20 p. 174, 1906; Gött. Nachricht 1908 p. 201.
- Gockel*. Phys. Ztschr. 4 pp. 267, 604, 871, 1903; 5 pp. 257, 591, 1904.
- Riecke*. Gött. Nachr. 1903 pp. 1, 32, 39.
- Schmauss*. Annal. d. Phys. (4) 9 p. 224, 1902.
- Mache*. Wien. Ber. 114 p. 1377, 1905.
- Königsberger*. Phys. Ztschr. 8 p. 33, 1907.
- Kurz*. Annal. d. Phys. (4) 24 p. 890, 1907.
- Schuster*. Journ. de Phys. (4) 6 p. 937, 1907.
- Wilson*. Phil. Mag. (6) 17 p. 634, 1909.
- Gockel*. Phys. Ztschr. 10 p. 326, 1909; Meteorolog. Ztschr. 1908 p. 9.
- Alt*. Meteorolog. Ztschr. 1910 p. 274.
- Aganin*. Meteorolog. Ztschr. 1912 p. 171.
- Simpson*. Phil. Trans. 209 p. 379, 1909; Meteorolog. Ztschr. 1913 pp. 235, 238, 1057; Phil. Mag. (6) 17 p. 619, 1909; Phys. Ztschr. 14 p. 1065, 1913.
- Elster u. Geitel*. Phys. Ztschr. 14 p. 1287, 1913.
- Langevin*. C. R. 140 p. 232, 1905.
- Wilson*. Proc. Cambr. Phil. Soc. 13 p. 184, 363, 1906; Proc. R. Soc. 80 p. 537, 1908.
- Lutz*. Münch. Ber. 1911, p. 329.
- Simpson*. Phil. Mag. (6) 19 p. 715, 1910.
- Flemming*. Phys. Ztschr. 1908 p. 801.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

ПОСТОЯННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Свойства постоянного магнитного поля.

§ 1. Основные факты. В части первой мы познакомились с постоянным электрическим полем, с его свойствами и условиями его возникновения; наиболее характерным свойством такого поля является существование в каждой его точке особого рода силы, которую мы назвали электрической. Эта сила действует только на тела наэлектризованные, и притом безразлично, будет ли заряд истинный или фиктивный. Первый мы имеем на проводниках, а также на непроводниках наэлектризованных, напр., трением; фиктивный заряд мы представляем себе распространенным на поверхности диэлектриков, находящихся в электрическом поле и подвергшихся в нем „диэлектрической поляризации.“ С другой стороны само поле существует только там, где имеются заряды истинного электричества или, вернее говоря, мы других случаев появления поля еще не встречали.

Существует возможность вызвать в данной части пространства другого рода силы, называемые магнитными; такое пространство, мы назовем магнитным полем, и притом постоянным, если действующие в нем силы не меняются в зависимости от времени. Такое поле можно было бы назвать магнитостатическим; в этой, второй части настоящего тома мы его будем называть просто магнитным полем. Поле называется равномерным, если силы во всех его точках одинаковы по величине или по направлению; одно из этих двух условий есть необходимое следствие другого.

Для обнаружения магнитного поля может служить магнитная стрелка, устройство и основные свойства которой мы можем считать общеизвестными. Она обладает двумя полюсами, северным и южным. Если магнитную стрелку поместить в равномерное магнитное поле, то на два полюса действуют силы, одинаковые по величине, но противоположные по направлению; то же самое наблюдается, если в одну и ту же точку неравномерного поля поместить сперва один, а потом другой полюс одной и той же магнитной стрелки. Направление той силы, которая

действует на северный магнитный полюс, мы примем за направление силы, действующей в магнитном поле.

Подробному рассмотрению условий возникновения магнитного поля и его свойств мы предпосылаем краткое указание на некоторые основные факты, известные впрочем из элементарного курса физики.

Существует два главных источника магнитного поля: магниты и электрические токи. Магниты бывают двух родов: постоянные магниты, приготовляемые главным образом из стали, и временные магниты, каковыми являются, напр., куски мягкого железа, помещенные в магнитное поле. Так как временные магниты могут возникнуть только при наличности уже существующего поля, то ясно, что эти магниты, строго говоря, нельзя причислить к источникам или по крайней мере к первоисточникам магнитного поля. Временные магниты, образующиеся в магнитном поле электрического тока, называются электромагнитами.

I. Постоянные стальные магниты могут быть изготовляемы только в уже существующем магнитном поле. Но при исчезновении источника этого поля само поле не вполне исчезает. Часть его остается как бы связанною с готовым стальным магнитом, перемещается вместе с этим последним, так что такой магнит уже может быть рассматриваем, как самостоятельный источник магнитного поля. Магниты „притягивают“ железо, сталь, никкель, кобальт и некоторые другие вещества; эти вещества пристают к их поверхности. В каждом магните отличают части северную и южную, поверхности которых отделены друг от друга линией безразличия, вдоль и около которой притяжение — нуль или незаметно мало. В каждой из двух частей существует точка, называемая полюсом; полюсам дают соответствующие наименования северного и южного.

Для точек поля, далеких от магнита, можно допустить, что в них действуют только две силы, исходящие от двух полюсов. Наоборот, если магнит находится в равномерном магнитном поле, то, как мы увидим, на него действует пара сил, при чем полюсы служат ей точками приложения. В обыкновенных стержневидных магнитах, а также в магнитных стрелках, полюсы находятся недалеко от двух концов магнита. Прямая, соединяющая полюсы, называется осью магнита.

Одно из наиболее характерных свойств магнитов, как постоянных, так и временных, заключается в том, что если разломить или раздробить магнит, то каждая часть оказывается обладающею всеми свойствами магнита: на ней обнаруживаются части северная и южная, два полюса и т. д.

Приближая один магнит к другому, удобоподвижному, мы убеждаемся, что разноименные полюсы притягиваются, одноименные отталкиваются. Как следует понимать эти слова, было выяснено раньше.

Удобоподвижный магнит, помещенный в уже существующее магнитное поле других магнитов или электрических токов, стремится занять такое положение, при котором его ось имеет напра-

вление действующих магнитных сил. Это определение не вполне точное; но мы можем его пока принять, особенно для случая маленького магнита. Оно вполне точно для случая равномерного поля.

Пространство, окружающее земной шар, есть магнитное поле; совокупность обнаруживающихся в этом поле магнитных явлений представляет предмет учения о земном магнетизме. Направление магнитной силы в данной точке этого поля, или, как принято выражаться, направление силы земного магнетизма, составляет с горизонтальной плоскостью угол, называемый магнитным наклоением. Ось совершенно удобоподвижного магнита располагается по направлению этой силы. Почти во всех точках северного полушария земли наклонение „северное“; это значит, что северная половина вполне удобоподвижного магнита принимает направление вниз. Вертикальная плоскость, проходящая через это направление, называется магнитным меридианом. Угол, составленный магнитным меридианом с географическим, называется магнитным склонением; для С.-Петербурга в настоящее время этот угол около 1° на восток. Весьма важную роль будет у нас играть горизонтальная слагаемая силы земного магнетизма, очевидно равная действующей в данной точке магнитной силе, помноженной на косинус угла наклоения. Ось магнита, свободно вращающегося около вертикальной оси (магнитная стрелка), устанавливается в магнитном меридиане, т. е. по направлению горизонтальной слагаемой силы земного магнетизма. Ось такого магнита составляет с географическим меридианом угол, равный магнитному склонению. Там, где склонение не велико, можно говорить, что магнитная стрелка указывает одним концом, северным, на север, а другим, южным, на юг.

II. Электрический ток есть явление, основной характер которого в настоящее время можно считать общеизвестным. Он может быть получен многими различными способами, которые нами будут рассмотрены подробно. Он возникает в проводниках электричества. На практике он в большинстве случаев получается в металлических проводниках, имеющих форму проволоки. Пространство, окружающее электрический ток, т. е. те проводники, в которых он „течет“, есть магнитное поле. Если все свойства тока остаются неизменными в течение некоторого времени, то и свойства этого магнитного поля остаются неизменными: пространство, окружающее постоянный электрический ток, есть постоянное магнитное поле. Постоянный ток должен быть замкнут, т. е. совокупность проводников, по которым он проходит, должна представлять замкнутую цепь.

Электрический ток, точнее говоря, проводник, в котором течет электрический ток, помещенный в уже существующее магнитное поле каких либо магнитов или других электрических токов, подвергается действию определенных сил, которые можно себе представить приложенными к самому проводнику, ибо они стремятся двинуть этот проводник в ту или другую сторону; такие силы мы называли пондеромоторными. Если сюда прибавить, что в пространстве, окружающем токи, существуют

силы, действующие на магниты, то будет понятно, что мы должны встретиться с понятием о взаимодействиях, во-первых, тока и магнита, и, во-вторых, тока и тока. Термин „взаимодействие,“ как всегда указывает только на факт, что каждое из двух тел (проводник с током и магнит или два проводника с токами) подвергается в присутствии другого определенным пондеромоторным силам. Каковы направления этих сил в различных случаях, мы узнаем впоследствии.

Если мы имеем перед собою только часть магнитного поля, которую можем исследовать, и в этой части нет ни магнитов, ни электрических токов, то нет возможности решить вопрос о том, происходит ли поле вследствие присутствия магнитов или вследствие присутствия электрических токов в других, недоступных нашему исследованию, частях того же магнитного поля. Свойства магнитных полей магнита и тока совершенно тождественны. Но сказанное перестает быть верным, когда мы исследуем те части поля, которые находятся около самых источников, т. е. магнитов или проводников с токами. Здесь два источника существенно отличаются друг от друга, напр., по характеру распределения действующих сил; есть разница и в других отношениях, но об этом будет сказано впоследствии.

Если одно и то же магнитное поле может быть вызвано присутствием как магнитов, так и токов, то отсюда следует, что магниты и токи друг другу эквивалентны, т. е., что магниты могут быть заменены токами и наоборот без изменения магнитного поля во всех точках, данной части пространства, не содержащей, однако, ни магнитов, ни токов. Если существует эквивалентность, то таковая должна выражаться двумя определенными геометрическими и количественными правилами, определяющими положение и свойства магнитов, эквивалентных данным токам, или токов, эквивалентных данным магнитам. Такие два правила действительно существуют. Первое правило указывает, каким образом магнит в простейшем случае — может быть заменен соленоидом, а в общем случае — более сложную систему токов, соответственно теории, предложенной Ампером. Второе же правило определяет, каким образом ток может быть заменен двойным магнитным слоем. Было бы преждевременно уже здесь входить в дальнейшие подробности. С этими правилами мы подробно познакомимся впоследствии.

§ 2. Сравнение свойств постоянных полей магнитного и электрического. Обращаемся к весьма важному вопросу о том, существует ли аналогия между свойствами магнитного поля и подробно рассмотренными нами свойствами поля электрического, и в чем заключаются наиболее резкие отличительные признаки этих двух полей, помимо, конечно, основного признака, заключающегося в том, что в одном из них действуют электрические, а в другом — магнитные силы, т. е. в одном подвержены пондеромоторным силам тела наэлектризованные, а в другом магниты и проводники, через которые текут электрические токи. В практическом отношении этот вопрос для нас потому имеет значение, что если существуют в обоих полях аналогичные свойства, то это даст нам возможность вос-

пользоваться здесь некоторыми выводами, помещенными в учении об электрическом поле. Отвечая на этот вопрос, мы, однако, сейчас не можем его всесторонне исчерпать. Мы рассмотрим отдельно свойства магнитного поля, аналогичные свойствам электрического поля, и те свойства, которыми первое существенно отличается от второго.

А. Свойства магнитного поля, аналогичные свойствам электрического поля.

I. Действие магнитов, а следовательно, и токов в данной точке может быть заменено действием двух воображаемых веществ, аналогичных двум электричествам. Эти вещества мы будем называть северным и южным свободными магнетизмами или просто магнетизмами; будем также говорить о так или иначе распределенных „магнитных массах.“ Одноименные магнитные массы взаимно отталкиваются, разноименные притягиваются.

II. Сила f взаимодействия магнитных масс, расположенных в однородной среде, выражается формулой Coulomb'a

$$f = \frac{Cmm'}{\mu r^2} \dots \dots \dots (1)$$

где C — множитель пропорциональности, m и m' — количества взаимодействующих воображаемых магнитных масс, r — их расстояние. Далее, μ — величина, зависящая от той среды, в которой находятся m и m' ; она называется магнитною проницаемостью вещества, заполняющего эту среду, и вполне аналогична диэлектрической постоянной K , которую мы назвали (ч. 1, гл. I, § 5) также электрической проницаемостью. Для пустоты, т. е. для свободного эфира, $\mu = 1$. Тождественность формулы (1) с другою формулою Coulomb'a, относящеюся к электрическим массам (ч. 1, гл. I, § 4), показывает, что всему, что нами было выведено в части первой относительно геометрических и аналитических свойств электрического поля, напр. свойствам линий сил, разного рода формулам и т. д., должны соответствовать аналогичные выводы и для магнитного поля. Мы будем иметь возможность, не повторяя выводов, воспользоваться готовыми результатами и формулами, заменяя в последних электрические массы η магнитными m , величину K величиною μ и линии сил электрического поля магнитными линиями сил магнитного поля.

III. Тела магнитные, т. е. те тела, которые приобретают свойства магнитов, если их поместить в магнитное поле, во многом вполне аналогичны диэлектрикам, со свойствами которых мы познакомились в части первой. То, что было нами выведено относительно диэлектриков, можно будет приложить к телам магнитным.

Б. Свойства магнитного поля, отличные от свойств электрического поля.

I. Не существует проводников магнетизма, аналогичных проводникам электричества; вследствие этого отпадают в учении о магнетизме все те формулы и выводы, которые в учении об электричестве относились к проводникам (распределение заряда, потенциал проводника,

конденсаторы и т. д.). Повидимому все тела природы, обладают магнитными свойствами, т. е. по отношению к магнетизму все тела обладают такими свойствами, какими диэлектрики обладают относительно электричества. Но дело в том, что эти свойства резко выражены в весьма небольшом числе веществ, каковы железо, сталь, никель, кобальт, хром, марганец и некоторые руды. Магнитные же свойства остальных веществ выражены весьма слабо, т. е. их магнитная проницаемость μ весьма мало отличается от значения $\mu = 1$, относящегося к пустоте, т. е. к свободному эфиру.

Магнит аналогичен поляризованному диэлектрику; мы можем себе представить магнит состоящим из весьма малых поляризованных частиц, т. е. частиц, из которых каждая обладает двумя полюсами, где сосредоточены количественно одинаковые, но разноименные магнитные массы. Эти частицы мы будем называть молекулярными магнитами. Полагая, что молекулярные магниты обращены в магните северными полюсами преимущественно в одну, южными — в противоположную сторону, мы тем самым объясняем, почему при раздроблении магнита все его части оказываются как бы цельными магнитами, т. е. обладают всеми свойствами, которые обнаруживал взятый нами магнит до его раздробления. Действительно: если допустить, что все свойства магнита вытекают из того факта, что он представляет из себя конгломерат более или менее правильно ориентированных молекулярных магнитов, то ясно, что и каждая выделенная из него часть должна обладать всеми свойствами магнита, ибо она состоит из такого же конгломерата молекулярных магнитов, как и цельный магнит.

II. Существует два рода магнитных тел: парамагнитные, для которых $\mu > 1$, и диамагнитные, для которых $\mu < 1$; диамагниты обладают меньшею магнитною проницаемостью, чем свободный эфир. Для всех диэлектриков $K > 1$, так что все они аналогичны парамагнитам. У нас была формула (34) $K = 1 + 4\pi\gamma$ (ч. 1, гл. I, § 5), где γ — электрическая восприимчивость. Мы встретим аналогичную формулу $\mu = 1 + 4\pi\kappa$, где κ — магнитная восприимчивость. Из сказанного следует, что электрическая восприимчивость всегда (для всех диэлектриков) есть величина положительная, между тем как магнитная восприимчивость может быть положительною (для парамагнитов) и отрицательною (для диамагнитов).

Мы видели, что электрические линии индукции стремятся проходить через вещества, обладающие наибольшею диэлектрическою постоянною, т. е. электрическою проницаемостью K . Если в электрическое поле ввести диэлектрик, то направление линий индукции мевяется; они как бы сгущаются внутри диэлектрика. Если, напр., в равномерное магнитное поле, в котором линий индукции суть параллельные между собою прямые, поместить парамагнитный шар, то эти линии пойдут так, как показано на рис. 71. Для диамагнитного шара получится распределение линий, показанное на рис. 70. Для диэлектриков, помещенных в пустоте, невозможен случай, аналогичный изображенному на этом послед-

нем рисунке; но он, конечно, получится, если в диэлектрической среде поместить шаровидный диэлектрик, проницаемость K которого меньше проницаемости среды. Сказанное можно выразить еще иначе: пустота, т. е. свободный эфир, обладает наименьшею электрическою проницаемостью, но не наименьшею магнитною проницаемостью. Наименьшею магнитною проницаемостью μ обладает висмут; для него восприимчивость κ — наибольшая по абсолютному значению отрицательная величина.

III. Не существует истинного магнетизма, т. е. такого, который был бы аналогичен тем зарядам электричества, которые могут быть вызваны на проводниках и непроводниках одним из многочисленных способов, рассмотренных нами в первой части этого тома. Свободный магнетизм, о котором было сказано выше, аналогичен фиктивной электризации поляризованных диэлектриков, рассмотренной в ч. 1, гл. I, § 5. Истинное электричество служит началом или концом линий сил, которые направляются от него во все стороны. Магнитные линии сил не имеют ни начала, ни конца, это суть линии замкнутые. Там, где они, преломляясь, переходят из одной магнитной среды в другую, можно заменить разнородность средин слоем свободного магнетизма на поверхности раздела. Северная часть магнита — это та его часть, из поверхности которой выходят линии сил, между тем как они входят внутрь магнита через поверхность южной части магнита. При этом предполагается, что магнит окружен средою, магнитная проницаемость которой μ_1 меньше магнитной проницаемости μ_2 вещества магнита. Если же $\mu_2 < \mu_1$, то северный магнетизм будет находиться там, где линии сил входят, а южный там, где они выходят из поверхности рассматриваемого тела.

Если поместить в магнитное поле кусок железа, то линии сил станут проходить через него; в этом и заключается „намагничивание“ железа и появление в нем северной и южной частей. Нигде в железе не будут находиться концы линий сил, а потому нигде в нем и не будет находиться истинный магнетизм. Если вместо железа взять сталь, то после исчезновения источника магнитного поля часть магнитных линий сил, прошедших через сталь, остается как бы с нею связанною. Расположенные отчасти внутри, отчасти вне взятого куса стали, они составят замкнутые линии. Таким образом, постоянный магнетизм, остающийся в стали, по существу ничем не отличается от временного магнетизма, который появляется в мягком железе, помещенном в магнитное поле. Отсюда ясно, что и постоянные магниты не содержат истинного магнетизма.

IV. Линии сил магнитного поля по двум причинам обладают несколько иным характером, чем линии сил электрического поля. Эти причины суть: несуществование истинного магнетизма, и некоторые особые, чисто геометрические свойства магнитных линий сил поля электрических токов. Отсюда вытекают такие особые свойства магнитных линий сил.

1. Магнитные линии сил всегда замкнуты; они проходят через намагниченные тела.

2. Магнитные линии сил поля электрического тока, текущего через какие-либо проводники, не проходят через эти проводники, но окружают их. Таким образом получают замкнутые силовые линии, целиком расположенные во внешней среде. Длинная прямая проволока, через которую течет электрический ток, окружена магнитными линиями сил, имеющими форму окружностей, плоскости которых перпендикулярны к длине проволоки, и центры которых расположены вдоль оси этой проволоки. Такую же форму имеют линии сил вблизи поверхности проволоки и в том случае, когда эта проволока не прямая.

3. Совокупность таких линий сил, окружающих электрический ток, напоминает собою вихрь, ось которого имеет направление тока. Мы увидим, что во всяком магнитном поле существуют такие части пространства, которые наполнены вихрями магнитных линий сил; мы их назовем вихревыми пространствами (*Wirbelräume*). Теоретически приходится допустить, что при определенных условиях может быть получено и электростатическое поле, содержащее вихревые пространства. Но во всяком случае то поле, которое мы рассмотрели в предыдущей части этого тома, и которое связано с присутствием электрических зарядов и поляризованных диэлектриков, не содержит вихревых пространств.

§ 3. **Формулы, относящиеся ко всякому магнитному полю.** Указанная в предыдущем параграфе аналогия свойств магнитного и электрического полей дает нам возможность воспользоваться готовыми выводами первой части и написать большое число формул и теорем, относящихся к магнитному полю. Но, в виду указанной также разницы в свойствах двух полей оказывается, во-первых, что некоторые из ранее выведенных формул и теорем к магнитному полю не приложимы (проводники, конденсаторы) и, во-вторых, что для магнитного поля могут быть выведены некоторые специальные формулы, не имеющие значения для поля электрического. Кроме того существуют особые специальные формулы для поля магнита и для поля тока. В этом параграфе мы рассмотрим формулы и теоремы, приложимые ко всякому магнитному полю.

Внешнее действие магнитов может быть выражено, как действие фиктивных магнитных масс, расположенных отчасти на поверхности, отчасти внутри магнита или, согласно учению об эквивалентном перемещении масс (ч. 1, гл. I, § 10), только на поверхности магнита. Внешнее действие токов, как мы увидим ниже, также выражается действием определенным образом расположенных магнитных масс. Два количества магнетизма m и m' действуют друг на друга с силою f , которую мы будем считать положительною, когда m и m' отталкиваются. Мы уже привели формулу (1),

$$f = \frac{Cmm'}{\mu r^2},$$

где C — множитель пропорциональности, μ — магнитная проницаемость однородной среды, в которой находятся m и m' , наконец r — расстояние между m и m' . Северные магнитные массы мы будем считать, а также называть — положительными, южные же — отрицательными. Для

пустоты, а может быть и для некоторых веществ, $\mu = 1$. Имея дело с сильно магнитными телами, мы можем принять, что для воздуха $\mu = 1$. Полагая $C = 1$, получаем

$$f = \frac{mm'}{\mu r^2} \dots \dots \dots (2)$$

В пустоте

$$f = \frac{mm'}{r^2} \dots \dots \dots (3)$$

Положив в (1) $C = 1$ мы этим установили единицу количества магнетизма, которая называется электромагнитною (эл.-м.) единицею. При $m = m_1 = 1$ и $r = 1$ имеем $f = 1$. Эл.-магн. единица количества магнетизма действует в пустоте на количество магнетизма, равное ей и находящееся на расстоянии единицы длины от нее, с силою, равную единице. *C. G. S.* эл.-м. единица магнетизма действует в пустоте на такую же единицу на расстоянии одного сантиметра с силою, равную одному дину. Все единицы, с которыми мы далее будем встречаться в этой части, суть единицы электромагнитные, а потому мы в большинстве случаев, говоря о единицах, будем опускать обозначение „э.-м.“. Формула (2) дает, аналогично (13,а), ч. 1, гл. I, размер

$$[m] = [\mu]^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (4)$$

Полагая, что μ отвлеченное число, имеем

$$[m] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (4, a)$$

Когда магнитные массы расположены на поверхности s , мы будем говорить об их поверхностной плотности, которая при равномерном распределении масс равна $k = m : s$; при неравномерном распределении масс имеем в данной точке

$$dm = k ds \dots \dots \dots (5)$$

Положим, что в данной точке магнитного поля на массу m действует сила f ; тогда величина

$$H = \frac{f}{m} \dots \dots \dots (5, a)$$

называется напряжением магнитного поля в этой точке. Вместо напряжения принято иногда говорить о „силе“ магнитного поля, что не вполне точно. Говорят, напр., о силе земного магнетизма, при чем подразумевается напряжение поля. Слагаемые напряжения H по координатным осям принято обозначать через α , β и γ .

Пусть ds — элемент поверхности, H_n — нормальная слагаемая силы (напряжения) H . Силовой поток Φ и поток индукции Ψ через поверхность s выражаются формулами

$$\Phi = \iint H_n ds \dots \dots \dots (6)$$

$$\Psi = \iint \mu H_n ds \dots \dots \dots (6, a)$$

В однородной среде

$$\Psi = \mu \Phi \dots \dots \dots (6, b)$$

см. (16), (16, a) и (16, b) ч. 1, гл. I. Каждый из этих потоков равен алгебраической сумме потоков, получаемых от отдельных частиц „свободного“, но, как мы видели, всегда фиктивного магнетизма. Положим, что в некоторой точке A находится количество m магнетизма. Когда точка A находится внутри замкнутой поверхности s , мы имеем в однородной среде

$$\Phi = \frac{4\pi m}{\mu} \dots \dots \dots (7)$$

$$\Psi = 4\pi m \dots \dots \dots (7, a)$$

см. (18) и (18, a), ч. 1, гл. I. Когда точка A находится на самой поверхности s , то в однородной среде

$$\Phi = \frac{2\pi m}{\mu} \dots \dots \dots (7, b)$$

$$\Psi = 2\pi m \dots \dots \dots (7, c)$$

см. (18, b), ч. 1, гл. I. Когда точка A лежит вне поверхности s , то в однородной среде

$$\Phi = \Psi = 0 \dots \dots \dots (7, d)$$

см. (18, c), ч. 1, гл. I. Формулы (7), (7, a), (7, b), (7, c) и (7, d) остаются верными, когда m представляет какие угодно магнитные массы, расположенные только внутри или только на, или только вне поверхности s . В общем случае, когда внутри, на и вне замкнутой поверхности s соответственно расположены массы m_i , \bar{m} и m_e , мы имеем в однородной среде

$$\Phi = \iint H_n ds = \frac{4\pi m_i}{\mu} + \frac{2\pi \bar{m}}{\mu} \dots \dots \dots (8, a)$$

$$\Psi = \iint \mu H_n ds = 4\pi m_i + 2\pi \bar{m} \dots \dots \dots (8, b)$$

см. (19), ч. 1, гл. I. Поток индукции не зависит от рода окружающей однородной среды. Мы допускаем, что он вообще не зависит от свойств окружающей среды, т. е., что и для неоднородной среды поток индукции выражается формулой (8, b), см. (19, b), ч. 1, гл. I. Пусть ρ — объемная плотность магнетизма; тогда имеем в каждой точке поля, где α , β , γ — слагаемые напряжения H , см. (20), ч. 1, гл. I.

$$\frac{\partial(\mu\alpha)}{\partial x} + \frac{\partial(\mu\beta)}{\partial y} + \frac{\partial(\mu\gamma)}{\partial z} = 4\pi\rho \dots \dots \dots (9)$$

В однородной среде

$$\frac{\partial\alpha}{\partial x} + \frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\gamma}{\partial z} = \frac{4\pi\rho}{\mu} \dots \dots \dots (9, a)$$

В пустоте, а также, приблизительно, в воздухе

$$\frac{\partial\alpha}{\partial x} + \frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\gamma}{\partial z} = 4\pi\rho \dots \dots \dots (9, b)$$

Во всякой точке пространства, в которой $\rho = 0$, имеем:

$$\frac{\partial(\mu\alpha)}{\partial x} + \frac{\partial(\mu\beta)}{\partial y} + \frac{\partial(\mu\lambda)}{\partial z} = 0 \quad (9, c)$$

В однородной среде имеем при $\rho = 0$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial x} + \frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\gamma}{\partial z} = 0 \quad (9, d)$$

Допустим, что некоторая поверхность s покрыта магнетизмом, поверхностная плотность которого в данной точке равна k ; направление внешней нормали обозначим через n . Пусть далее $H_{1,n}$ и $H_{2,n}$ — нормальные слагаемые силы у самой поверхности с двух ее сторон, H_n — та же слагаемая для точки на самой поверхности. Полагая, что проницаемость μ одна и та же с обеих сторон от s , мы имеем

$$H_{1,n} - H_{2,n} = \frac{4\pi}{\mu} k \quad (10)$$

В пустоте

$$H_{1,n} - H_{2,n} = 4\pi k \quad (10, a)$$

Далее

$$H_{1,n} - H_n = H_n - H_{2,n} = \frac{2\pi}{\mu} k \quad (10, b)$$

В пустоте

$$H_{1,n} - H_n = H_n - H_{2,n} = 2\pi k \quad (10, c)$$

см. (22), (22, a), (23, c) и (23, d), ч. 1, гл. I.

Через контур малой части произвольной поверхности можно провести боковую поверхность трубки сил. Пусть σ — площадь нормального сечения трубки, μ — магнитная проницаемость среды в том месте, где находится элемент $d\sigma$ этого сечения. В таком случае величина

$$\psi = \iint \mu H d\sigma \quad (11)$$

называется потоком магнитной индукции в сечении σ трубки см. (26), ч. 1, гл. I. Легко доказать, что поток индукции остается неизменным вдоль всей трубки индукции, так что для двух произвольных сечений σ_1 и σ_2 трубки мы имеем

$$\iint \mu_1 H_1 d\sigma_1 = \iint \mu_2 H_2 d\sigma_2 \quad (11, a)$$

см. (26, c), ч. 1, гл. I. Если бы существовал истинный магнетизм, аналогичный тому, что мы называли свободным электричеством и если бы между сечениями σ_1 и σ_2 находилось количество m такого магнетизма, то разность $\psi_2 - \psi_1$ потоков индукции в этих сечениях равнялась бы, см. (26, e), ч. 1, гл. I,

$$\psi_2 - \psi_1 = \iint \mu_2 H_2 d\sigma_2 - \iint \mu_1 H_1 d\sigma_1 = 4\pi m \quad (11, b)$$

В действительности, истинного магнетизма не существует, а потому поток индукции один и тот же во всех сечениях замкнутой трубки.

Обращаемся к свойствам трубки магнитных сил в однородной среде. Мы имеем прежде всего формулу

$$H_1 : H_2 = \sigma_2 : \sigma_1 \dots \dots \dots (12)$$

см. (28), ч. 1, гл. I. Напряжение поля обратно пропорционально площади поперечного сечения трубки сил. Введем понятие о числе линий сил, аналогичное тому, которое было введено на стр. 44. Обозначим это число теперь через N' . Мы видели, что это число относится к единице поверхности, нормальной к линиям сил. Легко доказать, что в однородной среде для произвольных двух сечений трубки сил

$$N_1' : N_2' = H_1 : H_2 \dots \dots \dots (12, a)$$

см. (28, b), ч. 1, гл. I. Если в однородной среде через каждый элемент s произвольной поверхности S , везде нормальной к линиям сил, провести sH' линий сил, где H' — напряжение поля на элементе s , то мы во всех точках нашей среды будем иметь, равенство

$$N' = H \dots \dots \dots (12, b)$$

см. (28, d), ч. 1, гл. I. Вместо линий сил мы могли бы провести sH' силовых трубок, сумма поперечных сечений которых равнялась бы s . Число линий сил, или число силовых трубок, проведенных в однородной среде, как указано выше, от произвольной поверхности S , везде нормальной к этим линиям сил, или трубкам, во всех точках этой среды равно напряжению поля.

Весь поток сил Φ , проходящий через произвольную поверхность S , равен полному числу линий сил, пересекающих эту поверхность. Обозначив это число через N , имеем

$$\Phi = \int \int H_n ds = N \dots \dots \dots (12, c)$$

Величина

$$B = \mu H \dots \dots \dots (13)$$

называется магнитной индукцией или просто индукцией в данной точке магнитной среды; она равна потоку магнитной индукции, приведенному к единице поверхности, перпендикулярной к линиям сил. Для весьма тонкой трубки индукции мы можем (11, a) написать в виде $\mu_1 H_1 \sigma_1 = \mu_2 H_2 \sigma_2$ или $B_1 \sigma_1 = B_2 \sigma_2$, откуда

$$B_1 : B_2 = \sigma_2 : \sigma_1 \dots \dots \dots (13, a)$$

см. (29, a), ч. 1, гл. I. Эта формула остается верною, какие бы мы ни взяли два сечения трубки, расположенные в различных средах, между тем как (12) относится только к однородной среде. Проведем через каждый элемент s произвольной поверхности S , везде нормальной к трубкам индукции, sB' трубок индукции, где B' — значение индукции для элемента s . Тогда мы во всех частях магнитного поля будем иметь равенство

$$N' = B \dots \dots \dots (14)$$

где N' — число трубок индукции, приведенное к единице поверхности, нормальной к трубкам. Поток индукции ψ в каждой из

построенных таким образом трубок индукции равен единице, ибо $\psi = \mu H \sigma = B \sigma = N \sigma$, где σ — сечение одной трубки, а $N \sigma$ число трубок, проходящих через сечение σ , так что, очевидно, $N \sigma = 1$, откуда $\psi = 1$. Такие трубки мы назовем единичными трубками индукции. В каждой такой трубке имеем

$$H = \frac{1}{\mu \delta} \dots \dots \dots (15)$$

$$B = H \mu = \frac{1}{\sigma} \dots \dots \dots (15, a)$$

От количества m магнетизма (фиктивного) исходит v единичных трубок индукции, при чем

$$v = 4 \pi m \dots \dots \dots (16)$$

От единицы количества магнетизма исходит число таких трубок, равное

$$v_1 = 4 \pi \dots \dots \dots (16, a)$$

см. (29, e) и (29, f), ч. 1, гл. I. Мы допускаем, что вдоль единичной трубки индукции существует некоторое натяжение равное

$$P = \frac{H}{8 \pi} = \frac{1}{8 \pi \mu \sigma} \dots \dots \dots (17)$$

см. (32, f), ч. 1, гл. I. Натяжение P на единицу поверхности, нормальной к трубкам индукции, равно

$$P = \frac{p}{\sigma} = \frac{H}{8 \pi \sigma} = \frac{\mu H^2}{8 \pi} = \frac{BH}{8 \pi} = \frac{1}{8 \pi \mu \sigma^2} \dots \dots \dots (17, a)$$

ибо в единичной трубке поток $\mu H \sigma = B \sigma = 1$. Для равновесия трубок натяжения необходимо, чтобы их боковые поверхности подвергались давлению, которое, как показал Maxwell, также должно равняться P (на единицу поверхности).

Переходя из одной среды (μ_1) в другую (μ_2), трубки индукции претерпевают преломление. Если α_1 и α_2 — углы между осью трубки и нормалью к поверхности раздела двух средин, то

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \operatorname{Const.} \dots \dots \dots (18)$$

см. (31, b), ч. 1, гл. I. Нормальная слагаемая индукции при этом не меняется, см. (31), ч. 1, гл. I.

Если в среде, проницаемость которой μ_1 , находится тело проницаемости μ_2 , то для всякой трубки индукции имеем равенство $\psi = \mu_1 H_1 \sigma_1 = \mu_2 H_2 \sigma_2$, или $\psi = B_1 \sigma_1 = B_2 \sigma_2$. Присутствие тела (μ_2) можно заменить распределением слоя фиктивного магнетизма на поверхности этого тела, при чем во внешней среде не произойдет изменения магнитного поля. Плотность k этого слоя определяется формулами

$$k \sigma = - \frac{\mu_2 - \mu_1}{4 \pi \mu_2} \psi = - \frac{\mu_2 - \mu_1}{4 \pi \mu_2} \mu_1 H_1 \sigma_1 = - \frac{\mu_2 - \mu_1}{4 \pi} H_2 \sigma_2 \dots \dots (19)$$

Здесь σ — элемент поверхности тела. Когда тело находится в немагнитной среде ($\mu_1 = 1$), мы положим $\mu_2 = \mu$; тогда получается

$$k\sigma = -\frac{\mu - 1}{4\pi\mu} \psi = -\frac{\mu - 1}{4\pi\mu} H_1 \sigma_1 = -\frac{\mu - 1}{4\pi} H_2 \sigma_2 \dots (19, a)$$

Но $\sigma_2: \sigma = \cos \alpha$, где α — угол, составленный линиями сил внутри магнитного тела с нормалью к его поверхности. Таким образом мы получаем

$$k = -\frac{\mu - 1}{4\pi} H_2 \cos \alpha \dots (19, b)$$

Фактическое определение плотности k представляет большие трудности, так как она зависит от напряжения поля H_1 , которое само отчасти вызвано слоем фиктивного магнетизма, т. е. зависит от k . Примером решения относящихся сюда задач может служить рассмотренная нами задача об электрическом состоянии диэлектрического шара, помещенного в равномерное электрическое поле. Аналогичную задачу для магнитного поля мы рассмотрим впоследствии.

Итак, тело, для которого μ больше, чем для окружающей среды, вызывает в этой среде такие же силы, какие вызвал бы слой свободного магнетизма, покрывающий поверхность тела. Этот фиктивный слой кажется реально существующим и непосредственно действующим во всех точках внешней среды. Это действие особенно велико у самой поверхности тела; здесь притяжения или отталкивания чувствуются особенно резко. При выводе формулы (19) мы предполагали, что линии индукции направлены из первой среды (μ_1) во вторую (μ_2), т. е. в рассматриваемое тело; ясно, что та часть поверхности тела, через которую линии, или трубки индукции входят в тело, покрыта отрицательным ($k < 0$), т. е. южным магнетизмом, а та часть, через которую они выходят из тела — положительным, т. е. северным магнетизмом, если только $\mu_2 > \mu_1$. Но если $\mu_2 < \mu_1$, то в местах входа трубок индукции получается северный, а в местах выхода — южный магнетизм.

Предположим, что в окружающей среде $\mu_1 = 1$; для данного тела обозначим проницаемость через μ ; напряжение магнитного поля внутри тела обозначим через H . Выделим мысленно внутри тела весьма малый прямоугольный параллелепипед с основанием s , длиной l и объемом $v = sl$. Если фактически его выделить из тела, оставляя без изменения проходящие через него трубки индукции, составляющие угол α с нормалью к основаниям s , то фиктивные слои магнетизма на этих основаниях будут обладать плотностью, абсолютная величина которой

$$k_1' = \frac{\mu - 1}{4\pi} H \cos \alpha \dots (20)$$

см. (19, b). Если длина l взята по направлению линий сил ($\alpha = 0$), то плотность получается равною

$$k' = \frac{\mu - 1}{4\pi} H \dots (20, a)$$

откуда

$$k_1' = k' \cos \alpha \dots \dots \dots (20, b)$$

Количество магнетизма m на каждом из оснований равно (при $\alpha = 0$)

$$m = k's \dots \dots \dots (21)$$

Произведение

$$M = ml \dots \dots \dots (22)$$

называется магнитным моментом мысленно выделенной части нашего тела. Отношение

$$J = \frac{M}{V} \dots \dots \dots (23)$$

т. е. магнитный момент, отнесенный к единице объема, называется степенью или напряжением намагничения объема V . Вставляя сюда $M = ml = k'sl$ и $V = sl$, мы находим

$$J = k' \dots \dots \dots (23, a)$$

Степень намагничения измеряется плотностью фиктивного магнетизма на поверхности, перпендикулярной к трубкам индукции. При неравномерном намагничении мы берем бесконечно малый объем Δv и вместо M пишем ΔM ; в этом случае степень намагничения в данной точке равна

$$J = \lim \frac{\Delta M}{\Delta v} = \frac{dM}{dv} \dots \dots \dots (23, b)$$

Степень намагничения зависит от напряжения поля H ; полагая

$$J = \kappa H \dots \dots \dots (24)$$

мы назовем κ магнитную восприимчивостью вещества. Формулы (23, a) и (20, a) дают

$$\frac{\mu - 1}{4\pi} H = \kappa H,$$

откуда

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa \dots \dots \dots (25)$$

Эта важная формула связывает магнитную проницаемость μ с магнитной восприимчивостью κ . Для пустоты $\mu = 1$, $\kappa = 0$.

Представим себе внутри тела, помещенного в равномерное магнитное поле напряжения H , пустоту, ограниченную двумя параллельными, бесконечно близкими друг другу плоскостями, перпендикулярными к линиям сил поля, и пусть H' — напряжение поля внутри этой пустоты. Плоскости окажутся покрытыми слоями фиктивного магнетизма, плотность которого $k' = J = \kappa H$. В таком случае мы имеем

$$\mu = \frac{H'}{H} \dots \dots \dots (25, a)$$

и так как $\mu H = B$, см. (13), то отсюда имеем

$$B = H' \dots \dots \dots (25, b)$$

см. (34,a) и (34,b), стр. 61. Магнитная проницаемость вещества равна отношению напряжения поля внутри этого вещества (в воображаемой в нем бесконечно узкой щели) к напряжению внешнего поля, для которого $\mu = 1$.

Индукция B численно равна напряжению поля в упомянутой бесконечно узкой щели внутри магнитного вещества.

Покончив с основными положениями учения о линиях сил и линиях индукции в магнитном поле, мы напомним об известных из начального курса физики способах практического исследования вида магнитных линий сил.

Один из этих способов основан на том, что ось маленькой удобоподвижной магнитной стрелки, помещенной в магнитное поле, устанавливается по направлению линий сил. Отмечая положение оси такой стрелки в различных частях магнитного поля, можно вполне изучить распределение в этом поле магнитных линий сил.

Другой способ заключается в том, что сыплют железные опилки на горизонтальную поверхность гладкой бумаги или стекла, помещенных в магнитное поле. Опилки, намагничиваясь, пристают разноименными полюсами друг к другу и таким образом распределяются, как бы цепями, вдоль магнитных линий сил, образуя так называемые магнитные спектры. Различные способы для фиксирования таких спектров предложили Meunier, Gerland, Faraday, Ebert, Lindeck, Mach, Kowalski и др., но мы на них не останавливаемся.

§ 4. Магнитный потенциал. В § 6 главы I-ой части этого тома мы познакомились с электрическим потенциалом V в постоянном электрическом поле, вызванном зарядами истинного электричества на проводниках или диэлектриках. Одно из важнейших свойств электрического потенциала заключается в том, что он при указанных условиях представляет однозначную и непрерывную функцию точки, т. е. координат точек пространства. С понятием о разрыве (скачке) потенциала мы встретились только в одном месте, а именно, когда мы ввели понятие о двойном электрическом слое (ч. 1, гл. I, § 6).

В учении о магнитном поле играет важнейшую роль аналогичная величина — магнитный потенциал, который мы также обозначим через V . Однако здесь аналогия неполная: мы очень скоро встретимся с такими случаями, когда магнитный потенциал не представляется однозначной функцией точки, так что, исходя из данной точки и возвращаясь в нее, мы можем встретить в ней прежнее или новое значение магнитного потенциала, смотря по расположению пути, который нами был пройден.

Однако аналогия между потенциалами магнитным и электрическим окажется полной, если мы пока ограничимся частным случаем, а именно, если мы станем рассматривать магнитное поле магнитов, и притом в однородной среде ($\mu = \text{Const.}$). Итак предположим, что мы не имеем дела с электрическими токами, а только с произвольно распределенными в пространстве (μ) постоянными магнитами, а также парамагнитными п

диаманитными телами. Силы, действующие в магнитном поле вне этих магнитов и тел, не изменяются, если мы предположим, что эти силы исходят от магнитных масс, определенным образом расположенных на поверхностях магнитов или магнитных тел. Поверхностная плотность k этих масс определяется формулой (19), в которой следует положить $\mu_1 = \mu$. Ради общности мы предположим, однако, что кроме этих масс имеются еще магнитные массы, обладающие объемной плотностью ρ . Частицу (количество) действующего магнетизма обозначим через m или dm ; частицу, помещенную в какую-либо точку внешнего поля, — через m' .

Потенциальная энергия W двух магнитных масс m и m' , находящихся на расстоянии r друг от друга, равна

$$W = \frac{mm'}{\mu r} \dots \dots \dots (26)$$

см. (36,а), ч. 1, гл. I. Общая величина потенциала V в какой-либо точке A магнитного поля выражается формулой

$$V = \frac{1}{\mu} \int \frac{dm}{r} = \frac{1}{\mu} \iint \frac{k ds}{r} + \frac{1}{\mu} \iiint \frac{\rho dv}{r} \dots \dots \dots (27)$$

где ds и dv — элементы поверхности и объема, см. (37,б), ч. 1, гл. I.

Работа R магнитных сил при перенесении количества магнетизма m' из точки A (потенциал V_1) в точку B (потенциал V_2) или работа внешних сил при перенесении m' из B в A выражается формулой

$$R = m'(V_1 - V_2) \dots \dots \dots (28)$$

см. (38), ч. 1, гл. I. Принимая $m' = 1$, $V_1 = V$, и полагая, что B находится в бесконечности, мы получаем, что $R = V$. Магнитный потенциал точки равен работе магнитных сил при перенесении единицы количества магнетизма ($m = 1$) из этой точки по произвольному пути в бесконечность или работе внешних сил при перенесении $m = 1$ из бесконечности в эту точку. Потенциал V в рассматриваемом случае выражается однозначно, непрерывною функциею координат (напр. x, y, z) точки. Поверхности

$$V = \varphi(x, y, z) = \text{Const.} \dots \dots \dots (28, a)$$

называются поверхностями уровня магнитного потенциала. Напряжение поля H равно

$$H = -\frac{\partial V}{\partial n} \dots \dots \dots (29)$$

см. (39,б), ч. 1, гл. I, где n — направление нормали к поверхности уровня; это же направление имеет величина H . Мы имеем формулы

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial l} &= \frac{\partial V}{\partial n} \cos(n, l) \\ \frac{\partial V}{\partial n} &= \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2} \\ \frac{\partial V}{\partial l} &= \frac{\partial V}{\partial x} \cos(l, x) + \frac{\partial V}{\partial y} \cos(l, y) + \frac{\partial V}{\partial z} \cos(l, z) \end{aligned} \right\} \dots \dots (29, a)$$

см. (39,e), (39,f), (39,g), ч. 1, гл. I. Слагаемая напряжения по направлению l равна

$$H_l = -\frac{\partial V}{\partial l} \dots \dots \dots (29, b)$$

Обозначим слагаемые напряжения H по координатным осям через α , β , γ , так что $\alpha = H \cos (H, x)$ и т. д., и

$$H = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \dots \dots \dots (29, c)$$

Тогда

$$\alpha = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad \beta = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad \gamma = -\frac{\partial V}{\partial z} \dots \dots \dots (29, d)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial y} &= \frac{\partial \beta}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta}{\partial z} &= \frac{\partial \gamma}{\partial y} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial x} &= \frac{\partial \alpha}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30)$$

см. (40,d) и (40,e), ч. 1, гл. I. Для силы f , действующей в данной точке магнитного поля на количество магнетизма m' , имеем формулы

$$\left. \begin{aligned} f &= -m' \frac{\partial V}{\partial n} \\ f_l &= -m' \frac{\partial V}{\partial l} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30, a)$$

и в частном случае $f_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$, $f_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$, $f_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$.

Магнитные линии сил (в рассматриваемом нами частном случае) суть ортогональные траектории поверхностей уровня потенциала (см. ч. 1, гл. I, § 6). Формула (8,a) дает

$$\int \frac{\partial V}{\partial n} ds = -\frac{4\pi m_i}{\mu} - \frac{2\pi \bar{m}}{\mu} \dots \dots \dots (31)$$

где интегрирование распространено по произвольной замкнутой поверхности s , n — направление нормали к элементу ds этой поверхности, m_i — сумма масс, расположенных внутри поверхности s , \bar{m} — сумма масс на самой поверхности s , V — потенциал не только масс m_i и \bar{m} , но и произвольных масс m_e , лежащих вне поверхности s . Внутри объемных магнитных масс (если придется рассматривать таковые) мы имеем, см. (9) и (29,d),

$$\frac{\partial \left(\mu \frac{\partial V}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\mu \frac{\partial V}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\mu \frac{\partial V}{\partial z} \right)}{\partial z} = -4\pi \rho \dots \dots \dots (32)$$

где ρ — объемная плотность. Вне таких масс $\rho = 0$. В однородном поле ($\mu = \text{Const.}$) и вне объемных магнитных масс мы имеем

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \dots \dots \dots (33)$$

Если мы имеем поверхностные массы плотности k на поверхности s , с двух сторон от которой проницаемость равна μ_1 и μ_2 , а потенциал V_1 и V_2 , то

$$\mu_1 \frac{\partial V_1}{\partial n} - \mu_2 \frac{\partial V_2}{\partial n} = -4\pi k \quad \dots \dots \dots (34)$$

где n — направление нормали в сторону μ_1 , см. (42), гл. I. В однородной среде

$$\frac{\partial V_1}{\partial n} - \frac{\partial V_2}{\partial n} = -\frac{4\pi k}{\mu} \quad \dots \dots \dots (34, a)$$

Размер единицы магнитного потенциала, см. (4) (27), и равен

$$[V] = \frac{[m]}{[\mu]L} = \frac{[\mu]^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}}{[\mu]L} = [\mu]^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \quad \dots \dots \dots (35)$$

где $[\mu]$ — размер магнитной проницаемости. Если считать μ за отвлеченное число, то

$$[V] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \quad \dots \dots \dots (35, a)$$

Величину $1:\mu$ мы назовем магнитным сопротивлением среды; англичане называют ее „reluctance“. Мы видели, что поток магнитной индукции ψ есть величина постоянная во всех частях одной и той же трубки индукции, так что для весьма тонкой трубки

$$\varphi = \mu H \sigma = \text{Const.} \quad \dots \dots \dots (36)$$

где σ — площадь поперечного сечения трубки. Пусть dl — длина бесконечно малого отрезка трубки. Величину $\frac{dl}{\mu \sigma}$ мы назовем магнитным сопротивлением этого отрезка, а через

$$r = \int \frac{dl}{\mu \sigma} \quad \dots \dots \dots (37)$$

мы обозначим магнитное сопротивление произвольного конечного отрезка трубки. Формула (36) дает

$$\psi \frac{dl}{\mu \sigma} = H dl.$$

Интегрируя вдоль трубки между двумя произвольными ее сечениями и принимая во внимание, что ψ — величина постоянная, мы получаем

$$\psi \int \frac{dl}{\mu \sigma} = \int H dl$$

или, см. (37),

$$\psi = \frac{\int H dl}{\int \frac{dl}{\mu \sigma}} = \frac{\int H dl}{r} \quad \dots \dots \dots (38)$$

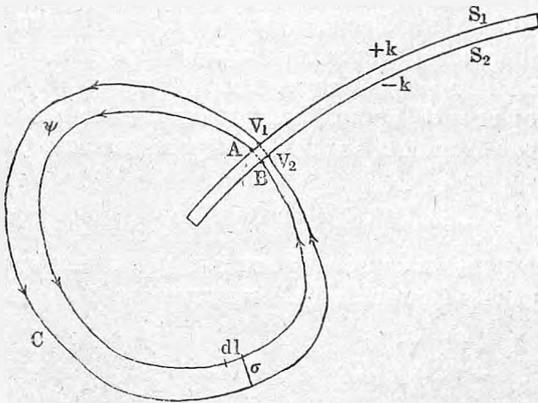
Величину $\int H dl$ мы назовем магнитодвижущей силой, действующей в рассматриваемом отрезке трубки. Формула (38) показывает, что поток магнитной индукции ψ в каждой трубке индукции

пропорционален действующей на произвольный отрезок этой трубки магнитодвижущей силе и обратно пропорционален сопротивлению этого отрезка. Эта формула аналогична формуле закона Ома; аналогия будет еще более полной, если мы величину ψ иначе назовем силой магнитного потока в рассматриваемой трубке. Если ограничиться такою частью трубки, в которой магнитный потенциал есть функция однозначная, то можно (38) написать в виде

$$\psi = \frac{\int H dl}{r} = - \frac{\int \frac{\partial V}{\partial l} dl}{r} = \frac{V_1 - V_2}{r} \dots \dots \dots (38, a)$$

Двойной магнитный слой вполне аналогичен двойному электрическому слою (стр. 79): две параллельные друг другу поверхности S_1 и S_2 (рис. 153), расстояние между которыми равно δ , покрыты северным и южным магнетизмами; поверхностные плотности мы обозначим через $+k$ и $-k$. Величину

Рис. 153.



покрыты северным и южным магнетизмами; поверхностные плотности мы обозначим через $+k$ и $-k$. Величину

$$\omega = k \delta \dots (39)$$

мы назовем силой двойного слоя; очевидно, что при постоянном k сила двойного слоя равна магнитному моменту такой части слоя, поверхность которой равна единице. Пусть V_1 и V_2 —

потенциалы в двух точках A и B , лежащих на одной нормали к поверхностям S_1 и S_2 . В таком случае мы имеем

$$V_1 - V_2 = \frac{4\pi\omega}{\mu_0} \dots \dots \dots (40)$$

где μ_0 — магнитная проницаемость среды, окружающей двойной слой, см. (47,с), ч. 1, гл. I. Эта формула показывает, что магнитный потенциал претерпевает разрыв (скачок) при прохождении через двойной магнитный слой, и что величина $V_1 - V_2$ скачка потенциала одна и та же во всех точках слоя.

Все линии сил, а следовательно, и все трубки индукции выходят из поверхности S_1 и входят в двойной слой через поверхность S_2 . Пусть ACB одна из трубок индукции. Формула (38,а) дает для силы ψ магнитного потока в этой трубке выражение

$$\psi = \frac{4\pi\omega}{\mu_0 r} = \frac{4\pi\omega}{\mu_0 \int \frac{dl}{\mu \sigma}} \dots \dots \dots (40, a)$$

Магнитодвижущая сила для всех трубок одна и та же; она равна $4\pi\omega$, где ω — сила двойного магнитного слоя. Далее

(40,а) показывает, что все трубки, обладающие одинаковым потоком магнитной индукции (или одинаковой силой магнитного потока) напр. все единичные трубки индукции, обладают одинаковым полным магнитным сопротивлением r . Пусть

$$r_0 = \int \frac{dl}{\sigma}$$

сопротивление трубки в немагнитной среде ($\mu = 1$), и предположим, что двойной слой находится в однородной среде ($\mu = \mu_0 = \text{const.}$), в которой расположены и все наши трубки. Для этого случая (40,а) дает

$$\psi = \frac{4\pi\omega}{r_0} \dots \dots \dots (41)$$

Эта формула показывает, что поток магнитной индукции данного двойного магнитного слоя не зависит от магнитных свойств окружающей однородной среды. Необходимо при этом иметь в виду, что здесь идет речь о данном слое, для которого k , а следовательно, и ω есть величина данная, независимая от окружающей среды.

Для потенциальной энергии W произвольных магнитных масс в однородной среде, проницаемость которой μ , мы имеем выражение, см. (26),

$$W = \frac{1}{2\mu} \sum \sum \frac{mm'}{r} \dots \dots \dots (42)$$

Здесь оба суммирования распространены на все частицы, так что каждая пара m и m' встречается два раза. Напишем (42) в виде

$$W = \frac{1}{2} \sum m \sum \frac{m'}{\mu r}.$$

Но сумма $\sum \frac{m'}{\mu r}$ равна значению потенциала V в той точке, где находится частица m ; поэтому можно написать

$$W = \frac{1}{2} \sum m V \dots \dots \dots (42, a)$$

где суммирование опять распространено на все частицы магнетизма.

В формуле (42,а) величина V есть потенциал самих магнитных масс m . Гораздо важнее случай, когда магнитные массы m расположены в уже существующем магнитном поле, потенциал которого мы обозначим через V' . Очевидно, что в этом случае потенциальная энергия W , соответствующая только действию внешнего поля (а не внутренних сил между частицами m), равна

$$W = \sum m V' \dots \dots \dots (42, b)$$

§ 5. Теорема Стокса (Stokes). При разборе различных теоретических вопросов нам принесет большую пользу так называемая формула Стокса, дающая связь между некоторым интегралом по данной поверхности и интегралом, взятым по контуру этой поверхности. Положим, что φ , ψ и θ

суть какие-либо три конечные, непрерывные и однозначные функции точки в пространстве. Пусть S (рис. 154) — какая-нибудь поверхность, ограниченная кривой s ; dS и ds — элементы поверхности и кривой; n — нормаль к элементу dS . Контур s можно обойти по двум направлениям. Условимся называть положительным направлением то, которое наблюдателю, стоящему на поверхности S с такой стороны, чтобы нормаль n шла от его ног к голове, представляется обратным направлению движения часовой стрелки, т. е. то направление, которое на рис. 154 обозначено стрелками. Понятно, что, если бы мы нормаль n направили в другую сторону от поверхности S , то положительное направление движения по контуру было бы противоположное. Введем координаты x, y, z , и пусть dx, dy, dz суть слагаемые элементы кривой ds .

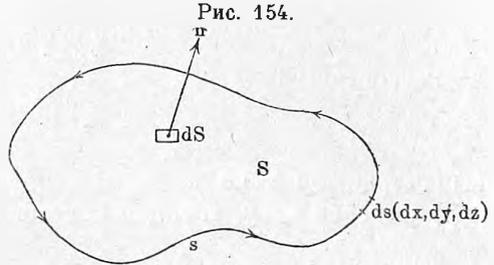


Рис. 154.

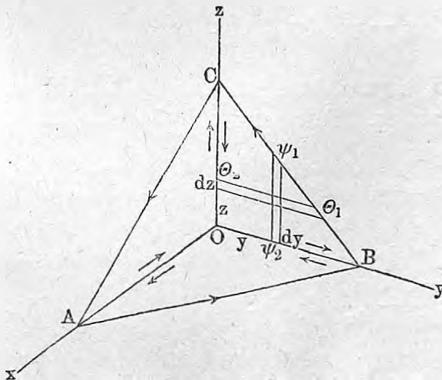
Координатные оси мы расположим не так, как их проводят обыкновенно, но так, чтобы положительная ось y перешла в положительную ось z при ее положительном вращении (обратно часовой стрелке) около положительной оси x ; такие же вращения около y и z переводят z в x и x в y . На рис. 155 выбрано именно такое расположение координатных осей. Формула Стокса имеет следующий вид

$$\int_{(s)} (\varphi dx + \psi dy + \theta dz) = \iint \left\{ \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right\} dS \dots \dots \dots (43)$$

Левый интеграл, взятый по контуру s , очевидно можно написать также в виде

$$\int \left\{ \varphi \frac{\partial x}{\partial s} + \psi \frac{\partial y}{\partial s} + \theta \frac{\partial z}{\partial s} \right\} ds \dots \dots \dots (43, a)$$

Рис. 155.



Существует несколько доказательств формулы Стокса. Мы приведем доказательство, данное Druide. Прежде всего рассмотрим вместо поверхности S бесконечно малый треугольник ABC (рис. 155). Так как φ, ψ и θ и их производные имеют определенные значения в каждой точке пространства, и так как величины x, y и z не входят явно в подинтегральные функции формулы (43), то ясно, что значения двух интегралов не

изменяются, если мы изменим положение координатных осей. Проведем

последние так, чтобы они проходили через вершины A , B и C нашего треугольника. Легко видеть, что интеграл по контуре $ABCA$ равен сумме трех интегралов, взятых по контурам $OBCO$, $OSAO$ и $OABO$, так как при этом, как показано стрелками, пути OA , OB и OC будут пройдены два раза в противоположных направлениях. На контуре $OBCO$ имеем $dx = 0$, на $OSAO$ имеем $dy = 0$, на $OABO$ имеем $dz = 0$. Поэтому

$$\int_{ABCA} (\varphi dx + \psi dy + \theta dz) = \int_{OBCO} (\psi dy + \theta dz) + \int_{OSAO} (\theta dz + \varphi dx) + \\ + \int_{OABO} (\varphi dx + \psi dy) \dots \dots \dots (43, b)$$

Рассмотрим интеграл

$$\omega_1 = \iint \frac{\partial \theta}{\partial y} dy dz,$$

распространенный по элементам площади треугольника $OBС$. Интегрируя сперва по y , т. е. для постоянного z , имеем

$$\omega_1 = \int dz \int \frac{\partial \theta}{\partial y} dy = \int (\theta_1 - \theta_2) dz,$$

где θ_1 и θ_2 относятся к сторонам BC и OC . Принимая во внимание, однако, что линейное интегрирование ведется по направлению BCO , мы должны считать dz отрицательным, когда мы идем от C к O . Так как на OB вообще $dz = 0$, то ясно, что

$$\omega_1 = \int \int \frac{\partial \theta}{\partial y} dy dz = \int \theta dz \dots \dots \dots (43, c)$$

Подобным же образом мы находим для интеграла

$$\omega_2 = \iint \frac{\partial \psi}{\partial z} dy dz,$$

распространенного по площади того же треугольника $OBС$, что

$$\omega_2 = \int dy \int \frac{\partial \psi}{\partial z} dz = \int (\psi_1 - \psi_2) dy,$$

где ψ_1 относится к BC , ψ_2 — к OB . Но, идя по направлению $OBСO$, мы должны на BC считать dy отрицательным. Так как на CO мы имеем $dy = 0$, то ясно, что

$$\omega_2 = \int \int \frac{\partial \psi}{\partial z} dy dz = - \int \psi dy \dots \dots \dots (43, d)$$

(43, c) и (43, d) дают

$$\int_{OBСO} (\psi dy + \theta dz) = \iint_{OBС} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) dy dz.$$

Подобные же две формулы мы найдем для треугольников $OSAO$ и $OABO$. Складывая три формулы, мы получаем, см. (43, b),

$$\int_{OBCA} \varphi dx + \psi dy + \theta dz = \iint_{OBC} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) dy dz + \iint_{OCA} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dz dx + \iint_{ABC} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dx dy \dots \dots \dots (43, e)$$

Предположим теперь, что тетраэдр $OABC$ бесконечно мал. В таком случае разности $\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z}$ и т. д. можно считать за величины постоянные, так что можно написать, напр.,

$$\iint_{OBC} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) dy dz = \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \iint_{OBC} dy dz = \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \cdot \text{пл. } OBC \dots (43, f)$$

Обозначим через n направление нормали к треугольнику ABC ; так как мы интегрирование вели по направлению $ABCA$, то ясно, что n должно иметь направление от O к наблюдателю. Пусть dS — площадь треугольника ABC ; в таком случае площадь OBC равна $dS \cos(n, x)$. Вводя эту величину в (43, f) и преобразуя подобным же образом остальные два интеграла в (43, e), мы получаем для интеграла по контуру бесконечно малого треугольника ABC :

$$\int_{ABCA} (\varphi dx + \psi dy + \theta dz) = \iint \left\{ \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right\} dS \dots \dots \dots (44)$$

Обращаемся к общему случаю произвольной поверхности S , ограниченной контуром s . Разделим всю поверхность на бесконечное число бесконечно малых треугольников; напишем для каждого из них равенство (44) и сложим все эти равенства. Легко сообразить, что при этом все стороны треугольников встретятся по два раза, так как каждая принадлежит двум смежным треугольникам. А так как при этом интегрирование будет происходить по противоположным направлениям, то ясно, что все линейные интегралы сократятся, кроме тех, которые относятся к элементам ds самого контура. Таким образом остается

$$\int_{(s)} (\varphi dx + \psi dy + \theta dz) = \iint \left\{ \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right\} dS.$$

Это и есть формула (43) Стокса.

§ 6. Работа магнитных сил. Когда в магнитном поле движется магнитный полюс, в котором мы представляем себе сосредоточенным количество магнетизма m' , то магнитные силы производят вообще некоторую работу, которую мы обозначим через R . Предположим, что $m' = 1$; в этом случае мы будем говорить, что движется единичный полюс.

Предположим сперва, что мы имеем дело с магнитным полем магнитов и рассматриваем только пространство, лежащее вне этих

магнитов. В этом случае потенциал V представляет однозначную, непрерывную функцию точки, выражающуюся общою формулою (27). Работа R при $m' = 1$ выражается формулою, см. (28),

$$R = V_1 - V_2 \dots \dots \dots (45)$$

и не зависит от кривой, по которой единичный полюс перешел из некоторой точки A (потенциал V_1) в другую точку B (потенциал V_2). Для всякой замкнутой кривой мы имеем

$$R = 0 \dots \dots \dots (46)$$

Весьма важно, что (45) и (46) относятся к случаю, когда движение происходит по кривым, целиком расположенным вне пространства, занимаемого магнитами. Выведем другое выражение для R . Положим, что магнитный полюс движется от A до B по какой-либо кривой s , элемент которой ds имеет слагаемые dx , dy , dz по направлениям координатных осей. Пусть H_s — слагаемая магнитной силы H по направлению касательной к кривой s . Очевидно, что

$$R = \int_A^B H_s ds \dots \dots \dots (47)$$

где пределы интегрирования (от точки A до точки B) показаны символически. Как и прежде, обозначим слагаемые силы H по координатным осям через α , β , γ . Тогда

$$H_s = \alpha \cos(s, x) + \beta \cos(s, y) + \gamma \cos(s, z).$$

Следовательно

$$R = \int_A^B \{ \alpha \cos(s, x) + \beta \cos(s, y) + \gamma \cos(s, z) \} ds.$$

Но $ds \cos(s, x) = dx$, $ds \cos(s, y) = dy$, $ds \cos(s, z) = dz$; следовательно

$$R = \int_A^B \{ \alpha dx + \beta dy + \gamma dz \} \dots \dots \dots (48)$$

Вставляя в (47)

$$H_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \dots \dots \dots (49)$$

см. (29, b), мы получаем (45).

Обратимся к случаю замкнутой кривой s . На основании формулы Стокса, мы можем (48) написать в виде

$$R = \int_s \{ \alpha dx + \beta dy + \gamma dz \} = \iint \left\{ \left(\frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right\} dS \dots \dots (50)$$

где двойной интеграл распространен по всем элементам произвольной поверхности S , проведенной через кривую s . Как бы ни была рас-

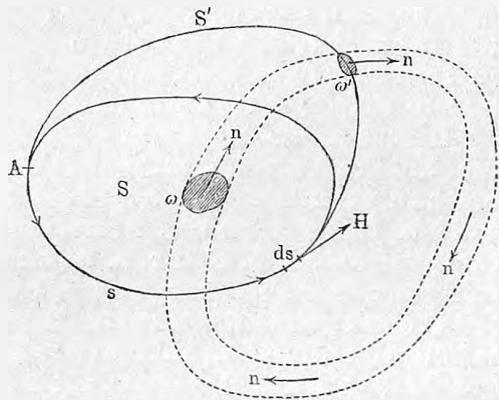
положена кривая s (вне магнитов), мы всегда можем провести поверхность S так, чтобы она вся также была расположена вне данных магнитов. Но в этом пространстве силы несомненно имеют потенциал, а потому слагаемые α , β , γ удовлетворяют условиям (30), которые превращают двойной интеграл последней формулы в нуль. Таким образом подтверждается, что $R = 0$, согласно (46).

Перейдем к случаю, когда у нас имеются замкнутые линии сил, проходящие целиком в однородной среде. Пусть s (рис. 156) есть одна из этих линий сил; направление ее показано стрелками. Так как сила H во всех точках этой линии имеет направление элемента ds , то ясно, что работа R при движении единичного полюса, напр., от A вдоль линии s опять до A , т. е. величина

$$R = \int H ds = \int (\alpha dx + \beta dy + \gamma dz)$$

есть величина не равная нулю, положительная или отрицательная, смотря по направлению движения полюса. Проведем через s , как контур, какую-нибудь поверхность S и приложим к ней формулу (50). Так как R не равно нулю, то ясно, что условие (30) не может быть удовлетворено на всех элементах dS поверхности S . Пусть ω есть та область на S , в которой не удовлетворены условия (30). Так как эти условия являются необходимым следствием существования потенциала V магнитных сил, то ясно, что в области ω магнитные силы не обладают потенциалом. Через линию сил s можно провести бесконечное множество различных поверхностей S , и на каждой из таких поверхностей должна находиться область, для которой условия (30) не удовлетворены, т. е. разности $\frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z}$, $\frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x}$, $\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y}$ не равны нулю. Так, например, на поверхности S' получается область ω' и т. д. Легко сообразить, что геометрическое место таких областей должно занимать кольцеобразное, замкнутое пространство. Во всех точках этого пространства магнитные силы не имеют потенциала. Это и есть то вихревое пространство, о котором уже было упомянуто выше. Итак, вихревые пространства и замкнутые линии сил должны обхватывать друг друга, как смежные кольца цепи. Так как условие (30) удовлетворено во всех точках поверхностей S , S' и т. д. кроме тех, которые лежат внутри вихревого пространства, то ясно, что двойной интеграл в (50) может быть заменен интегралом, распространенным только по элементам

Рис. 156.



dS , заключенным в области ω . Обозначим через σ величину, удовлетворяющую следующему равенству

$$\sigma = \iint_{(\omega)} \left\{ \left(\frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right\} dS \dots \dots \dots (51)$$

Мы видим, что работа R , произведенная магнитными силами, когда единичный магнитный полюс обходит замкнутую линию сил s , определяется формулою

$$R = \sigma \dots \dots \dots (52)$$

Из этого равенства вытекает ряд весьма важных следствий. Если бы мы вместо поверхности S взяли произвольную другую поверхность S' , имеющую контуром ту же линию сил s , то вместо (51) получился бы подобный же интеграл σ' по совершенно произвольному другому сечению ω' того же вихревого пространства. Но тогда получилось бы $R = \sigma'$, откуда $\sigma' = \sigma$.

Двойной интеграл σ , вида (51), имеет одно и то же значение для всех сечений данного вихревого пространства с какими бы то ни было поверхностями. Он может служить характеристикой данного вихревого пространства.

Положим, что мы имеем одно вихревое пространство. Ясно, что все линии сил должны обхватывать это пространство, и что для всех линий сил работа R одна и та же и равна величине σ . Легко также сообразить, что все вышеизложенное не меняется, если поверхности S , S' и т. д. несколько раз пересекают вихревое пространство; число таких пересечений очевидно нечетное.

Так как работа R всегда выражается формулою (48), то для всякой замкнутой кривой, обхватывающей вихревое пространство, а не только для линий сил мы имеем одно и то же значение работы $R = \pm \sigma$.

Мы видели, что вне вихревого пространства магнитные силы H (α , β , γ) несомненно имеют некоторый потенциал V . Работа R , производимая ими, равна, см. (47),

$$R = \int_A^B H_s ds = - \int_A^B \frac{dV}{ds} ds = - \int_A^B dV \dots \dots \dots (52, a)$$

Для замкнутой кривой, не обхватывающей вихревого пространства, мы всегда имеем $R = 0$. Но, если мы, выйдя из какой либо точки A магнитного поля, пройдем по кривой, обхватывающей вихревое пространство, и возвратимся в эту точку, то, как было сказано, работа

$$R = - \int dV = \pm \sigma \dots \dots \dots (53)$$

Последняя формула показывает, что, если в магнитном поле существует вихревое пространство, то магнитный потенциал V

есть функция многозначная. Если V_0 есть какое-нибудь одно значение потенциала, то остальные определяются формулою

$$V = V_0 - p\sigma \dots \dots \dots (54)$$

где p — произвольное целое, положительное или отрицательное число. Если мы примем определенное значение V_0 за потенциал точки A , и если, пройдя замкнутую кривую, возвратимся в A , то найдем в A прежнее значение V_0 , раз только кривая не обхватывала вихревого пространства. Мы найдем другое значение $V = V_0 - p\sigma$, если кривая p раз обхватывала вихревое пространство.

Рассмотрим, от чего зависит знак числа p . В выражение σ входит направление n нормали к поверхностям S, S' и т. д., и мы видели, что это направление вполне определяется направлением линий сил. Итак, во всяком вихревом пространстве существует определенное направление n (см. рис. 156), которое мы назовем положительным, и которое очень просто связано с положительным направлением линий сил. Условимся называть направление n направлением тока в вихревом пространстве. Направление линий сил и направление тока в вихревом пространстве получаются одно из другого по одному и тому же правилу: если, идя по линии сил s (рис. 156), пройти через вихревое пространство, то направление тока представится обратным направлению движения часовой стрелки; если, идя вдоль вихревого пространства по направлению тока, пройти через линию сил, то направление линии сил представится обратным направлению движения часовой стрелки. Иначе можно формулировать отношение положительного направления линии сил, а также всякой другой замкнутой линии, обхватывающей ток, к положительному направлению внутри кольцевого вихревого пространства, т. е. к направлению самого тока, пользуясь так называемым правилом винта или буравчика. Известно, что при ввинчивании буравчика или винта приходится вращать головку по направлению движения часовой стрелки, и что при этом буравчик или винт имеет поступательное движение вперед, т. е. от нас.

Если вращать головку винта по направлению тока, то винт движется по направлению линии сил, проходящей через контур тока; если вращать головку винта по направлению линии сил, то винт движется по направлению тока, проходящего через контур линии сил. Легко убедиться в справедливости этого правила, рассматривая рис. 156.

Теперь будет понятно, что в формуле (54) p — положительное, когда произвольный замкнутый путь обхватывает вихревое пространство p раз в положительном направлении (в направлении линий сил); p — отрицательное, когда обхватывание идет по противоположному направлению.

Мы отдельно рассмотрели два случая магнитного поля: внешнее поле магнитов с его незамкнутыми линиями сил и однородное пространство, в котором существуют замкнутые линии сил. В первом случае мы можем считать потенциал V однозначным; во втором случае должны

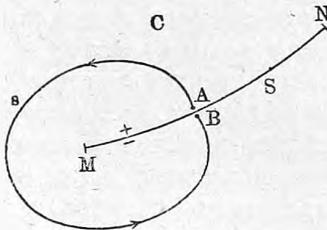
существовать вихревые пространства, и потенциал V является уже функцией многозначной. Однако, разница между этими двумя случаями исчезает, когда мы станем рассматривать не только внешнее, но и внутреннее пространство магнитов, т. е. обратимся к замкнутым линиям сил. Ясно, что и эти линии должны обхватывать вихревые пространства, и что потенциал V вообще уже не может быть рассматриваем, как функция однозначная.

Мы видели, что потенциал двойного, бесконечно тонкого магнитного слоя претерпевает разрыв (скачек), равный

$$V_1 - V_2 = \frac{4\pi\omega}{\mu_0} \dots \dots \dots (55)$$

см. (40). Рассматривая только значения потенциала V в пространстве и не обращая внимания на присутствие двойного слоя, как бы сливающегося с поверхностью S

Рис. 157.



(рис. 157), мы можем считать, что точки A и B , лежащие с двух сторон от слоя, совпадают. В этом случае потенциал двойного слоя представляется многозначною функцией точки, причем, аналогично формуле (54), мы теперь имеем

$$V = V_0 - p \frac{4\pi\omega}{\mu_0} \dots \dots \dots (56)$$

Когда замкнутая линия s , исходя от какой либо точки C , в которой одно из значений потенциала равно V_0 , не проходит через контур двойного слоя, то мы, возвратившись в C , вновь встретим значение V_0 . Но если линия s обхватывает p раз этот контур, то мы найдем в C значение V , определяемое формулою (56). При этом p — положительное, когда s проходит через воображаемый слой по направлению от южной (—) к северной (+) его поверхности.

Здесь замечается аналогия между потенциалом воображаемого двойного магнитного слоя и потенциалом в пространстве, в котором находится кольцеобразная вихревая область, расположенная вдоль контура двойного слоя. Величине $\frac{4\pi\omega}{\mu_0}$ в первом случае соответствует σ во втором. Здесь, см. (39), $\omega = k\delta$ — сила слоя; σ определяется формулою (51). Направление „тока“ в вихревом пространстве обратно направлению движению часовой стрелки, если смотреть на контур слоя с северной стороны этого слоя. Впоследствии мы покажем, что эта аналогия идет еще гораздо дальше.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 3.

- Meunier.* Cosmos 1857; La Nature 12 p. 350, 1884.
Mach. Zeitschr. f. phys. Unterricht 3 p. 160, 1890.
Gerland. Zeitschrift f. Elektrotechnik 3 p. 649.

- Ebert.* Magnetische Kraftfelder, 2-ое изд., p. 8. Leipzig, 1905.
Lindeck. Instr. 9 p. 352, 1889.
Булаков. Электромагнитное поле. Спб. 1914.
Gans. Theorie des Magnetismus, 1908.
F. Neumann. Vorles. über d. Theorie des Magnetismus, 1881.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Источники магнитного поля. Магниты.

§ 1. **Временные и постоянные магниты.** В предыдущей главе мы рассмотрели общие свойства магнитного поля, независимо от того, какими источниками, магнитами или токами, это поле вызывается. Мы переходим к более подробному изучению этих источников, прежде всего — магнитов. Мы уже видели, что магниты бывают временные и постоянные. Может быть, было бы точнее сказать, что магнетизм бывает временный и постоянный. Самостоятельными источниками магнитного поля, строго говоря, могут служить только постоянные магниты; но и временные магниты, магнетизм которых вызван уже существующим магнитным полем, в такой мере видоизменяют это поле, что без натяжки могут быть причислены к источникам магнитного поля. Кроме того остаточный магнетизм почти всегда является именно остатком магнетизма, вызванного магнитным полем, а потому нельзя вполне отделить друг от друга изучение постоянных и временных магнитов.

Для объяснения механизма намагничения, которому подвергаются магнитные тела, напр. железо, в магнитном поле, были предложены различные гипотезы. Сюда относится ныне оставленная гипотеза двух особых магнитных агентов или „жидкостей“. Предполагалось, что в частицах тела содержится нейтральная, т. е. не проявляющая никаких внешних действий, смесь обеих жидкостей. Под влиянием магнитного поля эта смесь в каждой частице разлагается, причем „северная“ жидкость собирается на одной стороне частицы, а „южная“ — на другой. Таким образом каждая частица делается молекулярным магнитом. Чем больше напряжение поля, тем сильнее намагничивается частица. Перехода жидкости от одной частицы к другой не происходит. Когда внешнее поле исчезает, жидкости вновь соединяются. Когда это соединение неполное, то мы имеем случай остаточного магнетизма.

Другая гипотеза, представляющая большой интерес, известна под названием гипотезы вращающихся молекулярных магнитов. Она предполагает, что, напр. в железе, частицы сами по себе уже обладают свойствами магнитов, т. е. представляют собою молекулярные магниты. В намагниченном железе оси этих магнитов равномерно-беспорядочно распределены. Малейшая крупинка железа содержит весьма большое число молекулярных магнитов, совокупное действие которых во внешнем пространстве равно нулю, так как северные и южные полюсы различных молекулярных магнитов в одинаковом числе расположены по всем направлениям. Но, когда железо находится в магнитном поле, молекуляр-

ные магниты начинают вращаться, так как на северные полюсы действует сила по одному направлению, а на южные по противоположному. Ось молекулярного магнита стремится стать по направлению магнитной силы, действующей в том месте, где этот магнит находится. Вращению молекулярных магнитов противодействуют некоторые силы, об источнике которых могут быть составлены разного рода гипотезы. Чем больше напряжение поля, тем на большие углы вращаются молекулярные магниты. Таким образом нарушается равномерный беспорядок распределения этих магнитов: по направлению действующей магнитной силы обращен избыток северных полюсов, по противоположному — избыток южных полюсов. Каждая мысленно выделенная часть железа должна вызывать во внешнем пространстве такие же действия, как магнит, ось которого имеет направление действующей магнитной силы. Предел намагничения будет достигнут, когда оси всех молекулярных магнитов примут направления действующих на них магнитных сил.

Когда внешнее поле исчезает, элементарные магниты возвращаются в первоначальные свои положения и располагаются, как прежде, равномерно беспорядочно. Временный магнетизм исчезает. Но, если молекулярные магниты не все или не вполне возвращаются в первоначальные свои положения, то и после исчезновения поля остается некоторый остаточный магнетизм. Теория вращающихся молекулярных магнитов рассматривает только механизм намагничивания, не пытаясь ответить на вопрос о сущности магнетизма; молекулярный магнит сам по себе представляет такую же загадку, как и всякий конечный магнит.

В гл. VII, § 5 мы рассмотрим теорию Ампера, допускающую, что элементарный магнит состоит из материальной частицы, вокруг которой течет непрерывный электрический ток. Ныне мы можем себе представить, что такой ток сводится к весьма быстрому движению одного или нескольких электронов вокруг частицы.

Вполне новое направление приняло учение о магнетизме, благодаря работам Langevin'a (1905) и Weiss'a (1905—1913) Эти работы мы подробно рассмотрим в гл. VIII, но считаем необходимым уже теперь указать на их основные положения. Langevin допускает, что молекулярные магниты соответствуют молекулам вещества и что они совершают такие же неупорядоченные тепловые движения, как и молекулы газа (т. I). Вследствие этого оси элементарных магнитов, которые, как мы увидим, перпендикулярны к плоскостям окружающих их токов, обладают всевозможными направлениями, когда нет внешнего магнитного поля. Под влиянием такого поля поворачиваются оси элементарных магнитов во время их движений. Теоретическое развитие этой мысли приводит к весьма важным выводам, которые мы и рассмотрим в гл. VIII.

Weiss развил теорию Langevin'a в длинном ряде статей. Он допускает, что каждый элементарный молекулярный магнит находится под магнитным воздействием внешнего поля и ближайших к нему других элементарных магнитов, и что, кроме этого, никакие другие молекулярные силы роли не играют. На необходимость принимать, при теоретическом

разборе магнитных явлений, во внимание взаимодействие соседних частиц, было, повидимому, впервые указано мною (1875). Weiss приходит к результату, что магнитные моменты (§ 1) элементарных магнитов представляют, для различных веществ, кратные одной и той же величины, которую он назвал магнетонем, и которая здесь играет такую же роль, как электрон в учении об электрических явлениях. И эту теорию мы подробно рассмотрим в гл. VIII.

На совершенно других основаниях построен взгляд, предполагающий, что сущность намагничивания вещества заключается в проникновении линий или трубок магнитной индукции в это вещество. Трубки индукции являются здесь данным, как бы первичным элементом. Нам неизвестно, в чем по существу заключается механизм того изменения в эфире, которое соответствует возникновению трубки индукции, и мы даже не знаем имеет ли это изменение чисто статический или динамический характер. Мы можем только сказать, что вдоль трубок индукции существуют натяжения, и что боковыми поверхностями они производят давления, причем натяжение и давление выражаются формулою (17,а), гл. I. Проходя через какое-либо тело, трубки индукции как бы отчасти скрепляются с веществом тела, так что существующее в них натяжение приводит это тело в движение, вызывает пондеромоторные силы. Вопрос о сущности магнетизма таким образом как бы отодвигается на задний план, а вопрос о внутреннем механизме намагничивания совершенно отпадает. Сущность дела заключается в наличии магнитного поля: намагничивание есть не что иное, как внешний признак изменения в распределении линий сил этого поля, вызываемого присутствием тела, магнитная проницаемость которого отлична от магнитной проницаемости окружающей среды. Плотность фиктивного (по сравнению напр. с электрическими зарядами на проводниках) свободного магнетизма на поверхности тела вполне определяется формулою (20), гл. I.

Обратимся вновь к остаточному магнетизму. Положим, что тело, помещенное в магнитное поле, напр. стальной стержень, приобрело степень намагничения I , которая, как мы видели, измеряется в каждой точке тела плотностью фиктивного магнитного слоя на поверхности мысленно выделенной части тела, причем эта поверхность должна быть нормальна к линиям сил; эта степень намагничения может измеряться также моментом такой выделенной части, деленным на ее объем, см. (23) и (23,а), гл. I. Когда внешнее поле исчезает, остается некоторое намагничение I_c . Отношение $I_c : I$, помноженное на 100, представляет выраженную в процентах величину относительного остаточного магнетизма; эту величину можно было бы назвать ретентивностью (retentivity, Retentionsfähigkeit). Она зависит от состава (примесей) и способа обработки стали. Поместим намагниченную сталь в поле противоположного знака, т. е. в такое, которое вызвало бы в свежем куске стали намагничивание, противоположное тому, которое в нем уже существует, и положим, что напряжение H этого поля, начиная от нуля, постепенно увеличивается. Тогда оста-

точный магнетизм I_c сперва начнет уменьшаться и при некотором определенном напряжении H_c поля дойдет до нуля. Только при $H > H_c$ начнет появляться остаточный магнетизм обратного знака. Напряжение поля H_c (точнее: $-H_c$), уничтожающего остаточный магнетизм, может быть названо размагничивающим полем. Но, чтобы эту величину не смешивать с размагничивающей силой, с которой мы познакомимся ниже, и которая действует внутри намагничиваемых тел, мы назовем H_c коэрцитивным напряжением (Koerцитивintensität); этот термин был предложен J. Hopkinson'ом (1885).

§ 2. Магнитный момент. Полюсы. Намереваясь выяснить самое общее понятие о магнитном моменте магнита, мы будем основываться на одном только свойстве магнита, а именно, что в нем содержится всегда одинаковое количество положительного (северного) и отрицательного (южного) магнетизма. Вопрос о том, как эти два магнетизма расположены внутри и на поверхности магнита, в дальнейшем никакой роли не играет. Приписывая различным количествам m свободного магнетизма соответствующие знаки, мы имеем основное равенство

$$\sum m_i = 0 \dots \dots \dots (1)$$

где m_i — количество магнетизма, сосредоточенного около одной из точек A магнита (рис. 158). Пусть P — какая-нибудь плоскость, p — длина

Рис. 158.

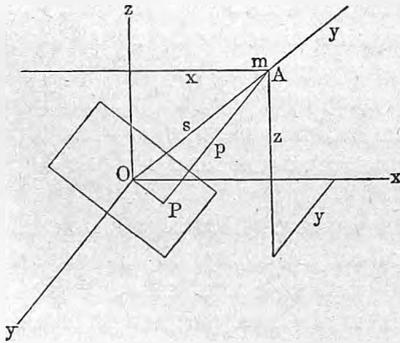
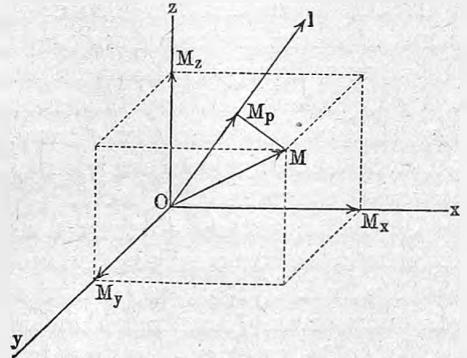


Рис. 159.



перпендикуляра, опущенного из точки A на P и считаемого положительным, когда точка A лежит с определенной стороны от P . Пусть

$$M_p = \sum m_i p \dots \dots \dots (2)$$

где сумма распространена на все частицы свободного магнетизма. Переместим плоскость P параллельно самой себе на расстояние q . Тогда вместо M_p получится величина

$$M_{p+q} = \sum m_i (p + q) = \sum m_i p + \sum m_i q.$$

Но в последней сумме q одинаково во всех членах, а потому

$$M_{p+q} = \sum m_i p + q \sum m_i = \sum m_i p$$

так как $\sum m_i = 0$. Сравнивая с (2), мы видим, что

$$M_{p+q} = M_p$$

т. е. что наша сумма не изменилась от перемещения плоскости P параллельно самой себе. Отсюда следует, что величина M_p зависит только от направления нормали p к плоскости P , а не от специального положения этой плоскости в пространстве. Величину M_p мы назовем пока магнитным моментом магнита по направлению p . Эта величина представляется вектором, который имеет направление p , и притом в ту сторону от произвольной плоскости P , перпендикулярной к p , в которой мы условились длины p считать положительными. Имея определенное направление, вектор M_p , очевидно, не имеет определенного начала, т. е. точки приложения, и потому может быть изображен в виде стрелки, проведенной от какой угодно точки пространства. Пусть x, y, z — координаты точки A . Если мы за плоскость P примем координатную плоскость zOy (рис. 158), то $p = x$. В этом случае момент по направлению x будет равен $M_x = \sum m_i x$. Подобным же образом находим моменты M_y и M_z . Мы имеем, таким образом, три магнитных момента

$$M_x = \sum m_i x, \quad M_y = \sum m_i y, \quad M_z = \sum m_i z \dots \dots \dots (3)$$

Найдем связь между этими тремя моментами и моментом p , взятым в произвольном направлении. Для этого проведем плоскость P через начало координат; пусть $OA = s$. Очевидно,

$$M_p = \sum m_i p = \sum m_i s \cos(s, p).$$

Но $s \cos(s, p) = x \cos(x, p) + y \cos(y, p) + z \cos(z, p)$, а потому

$$\begin{aligned} M_p &= \sum m_i x \cos(x, p) + \sum m_i y \cos(y, p) + \sum m_i z \cos(z, p) = \\ &= \cos(x, p) \sum m_i x + \cos(y, p) \sum m_i y + \cos(z, p) \sum m_i z, \end{aligned}$$

т. е.

$$M_p = M_x \cos(x, p) + M_y \cos(y, p) + M_z \cos(z, p) \dots \dots \dots (4)$$

Отложим на координатных осях (рис. 159) векторы M_x, M_y, M_z и построим величину вектора

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} \dots \dots \dots (5)$$

Так как, очевидно,

$$M = M_x \cos(M, x) + M_y \cos(M, y) + M_z \cos(M, z) \dots \dots \dots (5.a)$$

то ясно, что M есть магнитный момент по направлению OM . Далее имеем

$$M_x = M \cos(M, x), \quad M_y = M \cos(M, y), \quad M_z = M \cos(M, z) \dots \dots (5.b)$$

Пусть OM_p изображает магнитный момент M_p по некоторому направлению p . Вставляя (5.b) в (4) мы получаем

$$M_p = M \left\{ \cos(M, x) \cos(p, x) + \cos(M, y) \cos(p, y) + \cos(M, z) \cos(p, z) \right\}$$

т. е.

$$M_p = M \cos(M, p) \dots \dots \dots (6)$$

Назовем M главным магнитным моментом; (6) показывает, что магнитный момент по произвольному направлению равен проекции главного магнитного момента M на это направление.

Магнитный момент по направлению, перпендикулярному к M , равен нулю.

В частном случае, когда магнит содержит всего два количества магнетизма $+m$ и $-m$ в точках A и B (рис. 160), мы получаем магнитный момент по направлению BA

$$M = m(l + a) + (-m)a = ml, \dots \dots \dots (7)$$

где $l = BA$, a — расстояние от B до произвольной прямой P . По направлению, перпендикулярному к BA , мы имеем момент $mc + (-m)c = 0$. Ясно, что (7) и есть главный магнитный момент для рассматриваемого частного случая, и что эта величина тождественна с той, которая была дана формулою (22), гл. I. Когда говорят вообще о магнитном моменте

Рис. 160.

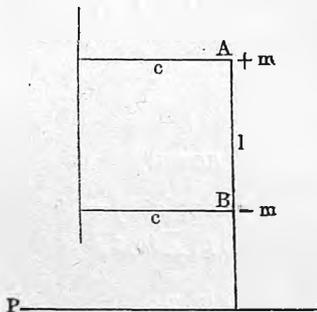
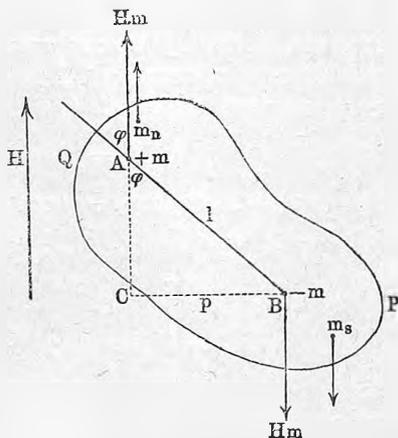


Рис. 161.



магнита, всегда подразумевается главный магнитный момент, величина которого, очевидно, наибольшая из всех величин M_p .

Поместим магнит произвольной формы PQ (рис. 161) в равномерное магнитное поле, напряжение которого H ; направление линий сил указано стрелкою H . Пусть m_n — частица северного, m_s — частица южного магнетизма, и пусть

$$m = \sum m_n = \sum m_s \dots \dots \dots (8)$$

полное количество того и другого магнетизма. На каждую частицу m_n действует сила Hm_n по направлению сил, а на каждую частицу m_s — сила Hm_s по направлению противоположному. Равнодействующая параллельных сил Hm_n равна $\sum Hm_n = H \sum m_n = mH$, и очевидно, этой же величине равна равнодействующая всех сил Hm_s . Две силы Hm парал-

лельны, но противоположно направлены. Точки приложения A и B этих двух равнодействующих Hm называются полюсами магнита; A — северный, B — южный полюс; BA есть ось магнита; расстояние полюсов обозначим через l , угол между осью BA и направлением линий сил обозначим через φ . На магнит действует в равномерном поле пара сил, вращающий момент которой \mathfrak{M} равен Hmr , где $r = BC \perp Hm$.

Но $r = l \sin \varphi$; следовательно,

$$\mathfrak{M} = Hml \sin \varphi \dots \dots \dots (9)$$

Обозначим координаты точки m_n через x_n, y_n, z_n , точки m_s — через x_s, y_s, z_s , точки A — через ξ_n, η_n, ζ_n , точки B — через ξ_s, η_s, ζ_s . По правилу сложения параллельных сил мы имеем:

$$\left. \begin{aligned} \xi_n &= \frac{\sum m_n H x_n}{\sum m_n H} = \frac{\sum m_n x_n}{m}; & \eta_n &= \frac{\sum m_n y_n}{m}; & \zeta_n &= \frac{\sum m_n z_n}{m} \\ \xi_s &= \frac{\sum m_s x_s}{m}; & \eta_s &= \frac{\sum m_s y_s}{m}; & \zeta_s &= \frac{\sum m_s z_s}{m} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

Ясно, что если бы магнетизмы представляли собою вещества весовые, то полюсами были бы центры тяжести северного и южного магнетизмов, взятых отдельно. Для магнитного момента M_x магнита мы имеем см. (3) и (10),

$$\begin{aligned} M_x &= \sum m_i x_i = \sum m_n x_n - \sum m_s x_s = m \xi_n - m \xi_s \\ M_y &= m \eta_n - m \eta_s; & M_z &= m \zeta_n - m \zeta_s. \end{aligned}$$

Но эти разности суть не что иное, как взятые по направлению координатных осей магнитные моменты такого магнита, который содержит только магнетизм $+m$ в полюсе A и магнетизм $-m$ в полюсе B .

Магнитный момент магнита не изменяется, если весь северный магнетизм сосредоточить в северном полюсе, весь южный магнетизм — в южном. Но магнитный момент такого магнита равен ml , см. (7), и имеет направление BA . Отсюда следует, что магнитный момент (главный) всякого магнита имеет направление оси магнита и по величине равен произведению количества m одноименного магнетизма на расстояние полюсов, т. е.

$$M = ml \dots \dots \dots (11)$$

Теперь формула (9) дает

$$\mathfrak{M} = MH \sin \varphi \dots \dots \dots (12)$$

Магнит, помещенный в однородное магнитное поле, подвергается действию пары сил, вращающий момент которой равен произведению магнитного момента магнита на напряжение поля и на синус угла между осью магнита и направлением линий сил. Наибольший вращающий момент

$$\mathfrak{M}_{\max} = MH \dots \dots \dots (12, a)$$

получается при $\varphi = 90^\circ$, т. е. когда линии сил перпендикулярны к оси магнита. При $\varphi = 0$ имеем $M = 0$. Если магнит удобоподвижен, то он стремится стать так, чтобы его ось была параллельна линиям сил.

§ 3. Потенциал и энергия магнита. В § 4 предыдущей главы мы познакомились с некоторыми свойствами магнитного потенциала, т. е. потенциала сил, действующих в магнитном поле. Обращаемся к рассмотрению того специального случая, когда магнитное поле вызвано магнитами. Обратимся прежде всего к рассмотрению потенциала малого магнита, или, что то же самое, магнита, размеры которого малы сравнительно с расстоянием от него точки A (рис. 162), для которой мы желаем определить потенциал V . Пусть P, P — полюсы магнита, $PP = l$; положение точки A определяется полярными координатами r и φ ; расстояния точки A от полюсов обозначим через r_1 и r_2 . Искомое V равно

$$V = \frac{m}{\mu} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{m}{\mu} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2},$$

где μ — магнитная проницаемость окружающей среды.

Полагая l весьма малым сравнительно с r , мы очевидно можем в

Рис. 162.

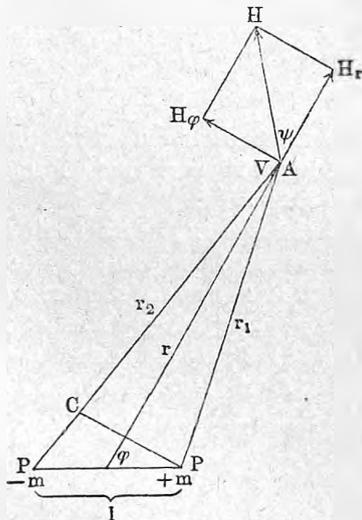
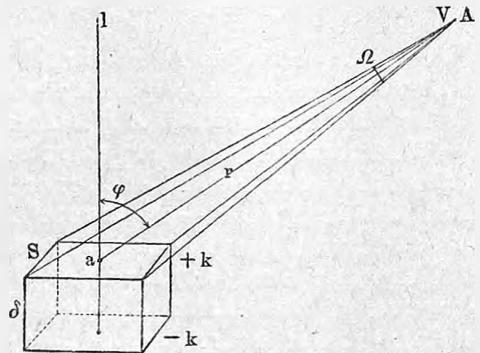


Рис. 163.



знаменателе положить $r_1 r_2 = r^2$, а в числителе $r_2 - r_1 = PC$, где $PC \perp r_2$; далее можем принять $PC = l \cos \varphi$. Таким образом получается $V = \frac{ml \cos \varphi}{\mu r^2}$; но ml равно магнитному моменту M магнита, а потому

$$V = \frac{M \cos \varphi}{\mu r^2} \dots \dots \dots (13)$$

Характеристикой магнита является здесь его магнитный момент.

Слагаемая H_r напряжения H по направлению r равна

$$H_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2M \cos \varphi}{\mu r^3} \dots \dots \dots (13, a)$$

Слагаемая H_φ по направлению, перпендикулярному к r , равна

$$H_\varphi = -\frac{\partial V}{r \partial \varphi} = \frac{M \sin \varphi}{\mu r^3} \dots \dots \dots (13, b)$$

Наконец, напряжение H поля в точке A равно

$$H = \sqrt{H_r^2 + H_\varphi^2} = \frac{M}{\mu r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi} \dots \dots \dots (13, c)$$

Угол ψ между H и r определяется формулою

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{H_\varphi}{H_r} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (13, d)$$

Преобразуем выражение (13) для случая, когда магнит имеет форму призмы (рис. 163), высота которой δ ; основания S покрыты магнетизмами, плотности которых $+k$ и $-k$; l — направление магнитной оси; полагаем, что на боковой поверхности нет свободного магнетизма, и что δ весьма мало сравнительно с расстоянием r , которое принимаем равным aA . Тогда в (13) $M = Sk\delta$, $\varphi = \angle laA$. Опишем около A , как центра, шаровую поверхность радиусом r , и пусть Ω — телесный угол, под которым из A видна площадь S . Этот угол вырежет из шаровой поверхности некоторую часть S' , которая при весьма малом Ω может быть принята равною $S' = S \cos \varphi$; кроме того $S' = r^2 \Omega$, так что $S \cos \varphi = r^2 \Omega$. Вставляя $M = Sk\delta$ и $\cos \varphi = r^2 \Omega : S$ в (13), мы получаем

$$V = \frac{Sk\delta r^2 \Omega}{\mu S r^2} = \frac{k\delta \Omega}{\mu} \dots \dots \dots (14)$$

Потенциал рассматриваемого весьма малого магнита в данной точке пропорционален телесному углу, под которым видно основание магнита из этой же точки.

Переходим к определению потенциала магнита, имеющего произвольную форму и конечные размеры сравнительно с расстоянием от него точки A , для которой мы ищем значение V потенциала. Для упрощения формул мы допустим, что $\mu = 1$. Вводим координатные оси; координаты точки A обозначим через ξ, η, ζ . Разделим объем v магнита на элементы $dv = dx dy dz$, координаты которых x, y, z . Часть магнита, заключающаяся в объеме dv , может быть рассматриваема, как малый магнит. Если I степень намагничения в точке x, y, z , то момент M этого магнита равен $I dv = I dx dy dz$. Потенциал dV этого магнита в точке A равен, см. (13),

$$dV = \frac{I \cos(l, r) dx dy dz}{r^2},$$

где $r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}$. Вставляем

$$\cos(l, r) = \cos(l, x) \cos(r, x) + \cos(l, y) \cos(r, y) + \cos(l, z) \cos(r, z).$$

Степень намагничения I можно рассматривать, как вектор, имеющий направление оси l . Обозначим через A, B, C слагаемые этого вектора по координатным осям, так что $A = I \cos(l, x)$ и т. д. Тогда, вставив еще $\cos(r, x) = \frac{\xi - x}{r}$ и т. д., получаем

$$dV = \left\{ A \frac{\xi - x}{r^3} + B \frac{\eta - y}{r^3} + C \frac{\zeta - z}{r^3} \right\} dx dy dz.$$

Но легко убедиться, что $\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} = \frac{\xi - x}{r^3}$ и т. д., так что окончательно

$$dV = \left\{ A \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} + B \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{r} + C \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} \right\} dx dy dz \dots \dots \dots (15)$$

Этот формулою выражается потенциал в точке ξ, η, ζ той части магнита, которая занимает объем $dx dy dz$, и степень намагничения которой I равна геометрической сумме векторов A, B, C . Эти последние суть функции от x, y, z . Потенциал всего магнита равен

$$V = \iiint \left\{ A \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} + B \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{r} + C \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} \right\} dx dy dz \dots \dots \dots (16)$$

Рассмотрим первое из трех слагаемых этого интеграла и обозначим его через V_x .

$$V_x = \iiint A \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} dx dy dz = \iint dy dz \int A \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} dx \dots \dots \dots (16, a)$$

Последний интеграл по x можно интегрировать по частям:

$$\int A \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} dx = \left| \frac{A}{r} \right|_1^2 - \int \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial x} dx.$$

При этом мы считаем y и z за величины постоянные, т. е. мы суммируем все члены интеграла V_x , которые соответствуют элементам $dx dy dz$ бесконечно тонкой трубки (рис. 164), сечение которой $dx dy$. Эта трубка вырезает из поверхности S магнита два элемента dS_1 и dS_2 . Пусть n_1 и n_2 — внешние нормали к этой поверхности; A_1, r_1 и A_2, r_2 — значения величин A и r в dS_1 и dS_2 . Тогда $dS_2 \cos(n_2, x) = dx dy = -dS_1 \cos(n_1, x)$, так как угол (n_1, x) тупой. Теперь мы имеем

$$V_x = \iint \frac{A_2}{r_2} \cos(n_2, x) dS_2 + \iint \frac{A_1}{r_1} \cos(n_1, x) dS_1 - \iint \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial x} dx dy dz.$$

Первый интеграл распространен на все элементы dS_2 выхода, а второй — на все элементы dS_1 входа трубок, сечения которых — всевозможные $dx dy$. Ясно, что элементами dS_1 и dS_2 исчерпывается вся поверхность магнита, и что можно проще написать

$$V_x = \iint \frac{\bar{A}}{r} \cos(n, x) dS - \iint \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial x} dx dy dz.$$

Здесь dS — элемент поверхности магнита, n — внешняя нормаль к нему, A — значение величины Ay поверхности магнита. Преобразовывая таким же образом остальные две слагаемые величины V в (16), мы получаем

$$V = \iint \frac{\bar{A} \cos(n, x) + \bar{B} \cos(n, y) + \bar{C} \cos(n, z)}{r} dS - \iiint \frac{1}{r} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} \right) dx dy dz \dots (16, b)$$

Это выражение показывает, что V может быть рассматриваемо, как потенциал фиктивных масс, расположенных, во-первых, по поверхности S магнита и обладающих поверхностною плотностью

$$k = \bar{A} \cos(n, x) + \bar{B} \cos(n, y) + \bar{C} \cos(n, z) \dots (17)$$

и, во-вторых — внутри магнита с объемною плотностьюю

$$e = - \left\{ \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} \right\} \dots (18)$$

Опуская, как это принято, знаки кратных интегралов, мы имеем окончательно

$$V = \int \frac{k dS}{r} + \int \frac{e dv}{r} \dots (19)$$

Пусть \bar{J} значение степени намагничения у поверхности; в таком случае $A = \bar{J} \cos(\bar{J}, x)$ и т. д., а потому мы вместо (17) можем написать

$$k = \bar{J} \cos(\bar{J}, n) \dots (20)$$

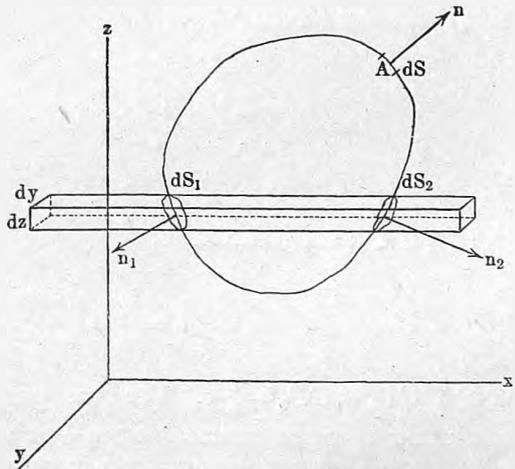
Поверхностная плотность равна проекции на внешнюю нормаль степени намагничения у поверхности. Фиктивные поверхностные и магнитные массы мы уже условились называть свободным магнетизмом. Формулы (17) или (20) и (18) показывают, что распределение свободного магнетизма зависит от того, как распределено намагничение J (A, B, C). С некоторыми частными случаями мы познакомимся ниже. Теперь рассмотрим случай равномерного намагничения, когда величина J , а следовательно, и величины A, B, C во всех точках магнита одинаковы по величине и по направлению. Полагая

$$J = \text{Const.} \dots (21)$$

имеем:

$$e = 0 \dots (21, a)$$

Рис. 164.



$$V = J \int \frac{\cos(I, n) dS}{r} \dots \dots \dots (21, b)$$

Так как J есть магнитный момент единицы объема, то ясно, что в случае равномерного намагничивания момент M магнита, объем которого v , равен

$$M = Jv \dots \dots \dots (21, c)$$

Для призматического магнита, геометрическая ось которого параллельна J , мы имеем на боковой поверхности $\cos(J, n) = 0$; следовательно, $k = 0$; на основаниях $\cos(J, n) = \pm 1$, и следовательно, $k = \pm J$. Свободный магнетизм находится только на основаниях; его плотность по абсолютной величине равна степени намагничивания призмы. Пусть s — площадь основания и L — длина магнита; тогда количество магнетизма $m = \pm Js$; полюсы находятся в центрах тяжести оснований; расстояние полюсов L . Магнитный момент $M = mL = JsL = Jv$, согласно с (21, c).

Для равномерно намагниченного шара радиуса r имеем $k = J \cos(J, n) = J \cos \varphi$ (рис. 165). Полушарие $NE N$ покрыто северным, полушарие $ND N$ южным магнетизмом; плотность пропорциональна $\cos \varphi$; на экваторе она равна нулю. Для полного количества m одноименного магнетизма мы имеем

$$m = \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\psi=0}^{2\pi} J \cos \varphi r^2 \sin \varphi d\varphi d\psi = \pi J r^2 \dots \dots \dots (22)$$

Момент $M = Jv = \frac{4}{3} \pi r^3 J$; но $M = ml$, где l — расстояние между полюсами P_1 и P_2 ; следовательно,

$$l = \frac{M}{m} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3 J}{\pi J r^2} = \frac{4}{3} r \dots \dots \dots (22, a)$$

Отсюда $CP_1 = CP_2 = \frac{2}{3} e$. Тот же результат мы получим, определив положения центров тяжести масс $+m$ и $-m$. В § 10 главы I первой части этого тома мы встретились с случаем, когда шар покрыт электричеством, плотность которого k пропорциональна косинусу широты. В этом случае получается внутри шара равномерное поле; напряжение ψ поля и плотность k определялись формулами (72, b) гл. I части первой: $\psi = -F$. Напряжение магнитного поля внутри шара обозначим теперь через H_i ; так как оно имеет направление, обратное J (см, рис.), то мы имеем

$$k = J \cos \varphi = -\frac{3}{4\pi} H_i \cos \varphi,$$

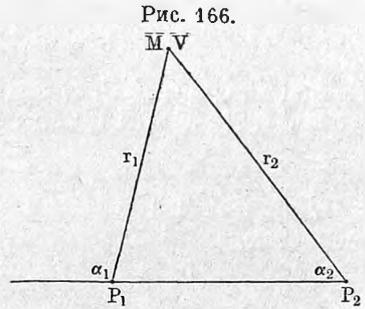
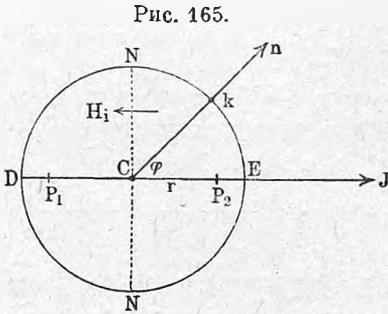
откуда

$$H_i = -\frac{4}{3} \pi J \dots \dots \dots (22, b)$$

Рассмотрим еще равномерно намагниченную весьма тонкую, бесконечно большую пластинку, полагая, что намагничение J перпендикулярно к сторонам пластинки. Ясно, что, как и в случае цилиндра, мы имеем на сторонах пластинки плотность свободного магнетизма $k = \pm J$. Каждая из двух сторон дает внутри пластинки силу $2\pi k = 2\pi J$, направленную от северной стороны к южной, т. е. обратно направлению J . Таким образом мы получаем внутри пластинки направление поля

$$H_i = -4\pi J \dots \dots \dots (22, c)$$

Мы вывели формулы для вычисления потенциала V данного магнита. Поверхности $V = \text{Const.}$ суть поверхности уровня потенциала; построив ортогональные траектории к этим поверхностям, мы будем иметь линии сил магнитного поля того же магнита. Для простейшего случая, когда мы имеем два полюса P_1 и P_2 (рис. 166), содержащие одинаковые коли-



чества разноименного магнетизма, потенциал V в точке M равен $\frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2}$; а потому уравнение поверхностей уровня потенциала будет

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \text{Const.} \dots \dots \dots (23)$$

Уравнение линий сил будет

$$\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 = \text{Const.} \dots \dots \dots (23, a)$$

где α_1 и α_2 — углы между радиусами-векторами r_1, r_2 и осью магнита. Для случая двух равных одноименных полюсов мы имеем поверхности уровня потенциала

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \text{Const.} \dots \dots \dots (23, b)$$

и уравнение линий сил

$$\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 = \text{Const.} \dots \dots \dots (23, c)$$

Для черчения этих линий в различных частных случаях существуют различные методы; такие методы указали Maxwell, Lindeck, Ebert, Mallik и др.

Обращаемся к вопросу об энергии магнита, помещенного в данное магнитное поле. Так как обозначения V и H (α, β, γ) до сих пор мы относили к потенциалу и напряжению поля самого магнита, то теперь обозначим потенциал и напряжение данного магнитного поля через V' и H' (α', β', γ').

Положим сперва, что мы имеем дело с бесконечно малым магнитом, содержащим количества $+m$ и $-m$ магнетизма; расстояние полюсов обозначим через dl , значение потенциала V' в полюсах через V_1' и V_2' . Формула (42, b) гл. I дает для потенциальной энергии dW магнита:

$$dW = m(V_1' - V_2') = m dl \frac{dV'}{dl} = -m H_l' dl \dots \dots \dots (23, d)$$

где H_l' — слагаемая поля по направлению l , считаемому от $-m$ к $+m$. Пусть J (A, B, C), как и прежде, намагничение рассматриваемого маленького магнита, dv — его объем. Тогда $m dl = J dv$, ибо оба выражения представляют магнитный момент магнита. Итак,

$$dW = -J H_l' dv = -J H' \cos(H', l) dv.$$

Но $\cos(H', l) = \cos(H', x) \cos(l, x) + \cos(H', y) \cos(l, y) + \cos(H', z) \cos(l, z)$; далее $J \cos(l, x) = A$ и т. д.; $H' \cos(H', x) = \alpha'$ и т. д.; следовательно,

$$dW = -(A\alpha' + B\beta' + C\gamma') dv \dots \dots \dots (24)$$

Для потенциальной энергии конечного магнита мы получаем отсюда

$$W = -\int (A\alpha' + B\beta' + C\gamma') dv \dots \dots \dots (25)$$

Эту формулу можно вывести иначе, рассматривая свободный магнетизм, две плотности которого k и q даны формулами (17) и (18). На основании формулы (42, b) гл. I, мы имеем

$$W = \int V' \frac{k dS}{r} + \int V' \frac{q dv}{r}.$$

Путем преобразования этого выражения можно получить формулу (25).

Для случая равномерного внешнего поля величины α', β', γ' постоянные; вставляя $\alpha' = H' \cos(H', x)$ и т. д., получаем

$$W = -H' \{ \cos(H', x) \int A dv + \cos(H', y) \int B dv + \cos(H', z) \int C dv \}.$$

Пусть M — магнитный момент магнита; слагаемая $M \cos(M, x)$ очевидно равна сумме слагаемых вдоль оси x моментов $J dv$ бесконечно малых магнитов, на которые мы делим данный магнит. Таким образом

$$M \cos(M, x) = \int J \cos(J, x) dv = \int A dv.$$

Вставляя вместо интегралов их значения, получаем

$$W = -H' M \{ \cos(H', x) \cos(M', x) + \cos(H', y) \cos(M, y) + \cos(H', z) \cos(M, z) \}$$

или

$$W = -H' M \cos(H', M) \dots \dots \dots (26)$$

Минимум потенциальной энергии, а следовательно, устойчивое равновесие магнита, имеем при $\cos(H', M) = 1$ т. е. когда ось магнита параллельна линиям сил, что согласно со сказанным в конце § 2.

Напомним, что все формулы этого параграфа были выведены в предположении, что магнитная проницаемость среды $\mu = 1$. Если μ не равно единице, то в выражениях для V должен быть прибавлен множитель μ в знаменателе.

§ 4. Потенциал и энергия магнитного двойного слоя (магнитного листка). В § 4 предыдущей главы, рассматривая свойства магнитного поля, аналогичные свойствам поля электрического, мы уже встретились с двойным магнитным слоем, который мы также будем называть магнитным листком. Произведение $\omega = k\delta$, где δ — толщина листка, $\pm k$ — поверхностная плотность, одинаковая на обеих сторонах листка, мы назвали силою магнитного листка. Листок называется простым, когда ω во всех его точках одинаковое; он называется сложным, когда ω в различных точках различное. Говоря далее о листках, мы будем всегда подразумевать листки простые.

Найдем величину потенциала V магнитного листка BC в некоторой точке A . Разделим листок на весьма малые части и пусть ab одна из этих частей, dV ее потенциал в точке A . Эта часть представляет собою как раз такой малый магнит, потенциал которого определяется формулою (14), где мы вместо телесного угла Ω теперь напишем $d\Omega$. Так как $k\delta$ равно силе ω магнитного листка, то получается

$$dV = \frac{\omega}{\mu} d\Omega.$$

Отсюда получается потенциал V магнитного (простого) листка в точке A :

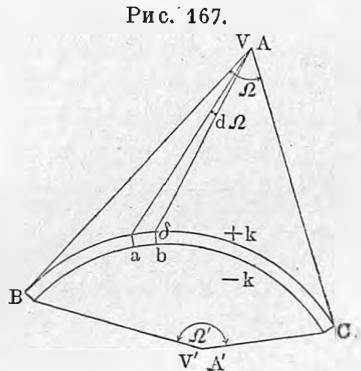
$$V = \frac{\omega}{\mu} \Omega \dots \dots \dots (27)$$

где $\omega = k\delta$ — сила листка, Ω — телесный угол, под которым виден контур листка из точки A . Если из другой точки A' видна отрицательная, т. е. южная сторона листка, и притом контур виден под телесным углом Ω' , то потенциал V' в точке A' равен

$$V' = -\frac{\omega}{\mu} \Omega' \dots \dots \dots (27, a)$$

Если из данной точки видны отчасти обе стороны листка, то $V = \frac{1}{\mu} \int \omega d\Omega$ содержит разноименные части, которые и складываются алгебраически.

Положим, что точки A и A' бесконечно приближаются к одной и той же точке P (рис. 168) листка, который мы считаем бесконечно тонким. Мы получаем у поверхности листка с положительной его стороны



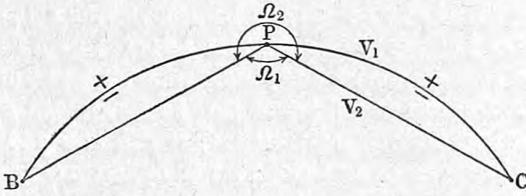
потенциал $V_1 = \frac{\omega}{\mu} \Omega_1$, а с отрицательной $V_2 = -\frac{\omega}{\mu} \Omega_2$. Но $\Omega_1 + \Omega_2 = 4\pi$, а потому $V_2 = -\frac{\omega}{\mu} (4\pi - \Omega_1) = \frac{\omega}{\mu} \Omega_1 - 4\pi \frac{\omega}{\mu} = V_1 - 4\pi \frac{\omega}{\mu}$; отсюда

$$V_1 - V_2 = 4\pi \frac{\omega}{\mu} \dots \dots \dots (27, b)$$

что совершенно согласно с (40) гл. I, так как мы при вычислении потенциала приняли, что магнитная проницаемость среды равна μ . Формула

(27) показывает, что потенциал V магнитного листка, а следовательно и силы, действующие в какой либо точке A , вовсе не зависят от вида поверхности этого листка, а только от его контура. Меняя поверхность, мы однако не должны переходить через точку A , так как при

Рис. 168.



таком переходе потенциал внезапно меняется на величину $4\pi\omega : \mu$, а величина H меняет направление.

Для магнитного листка, обладающего замкнутою поверхностью, мы имеем $\Omega = 0$, $\Omega' = 4\pi$, так что $V = 0$, $V' = -4\pi \frac{\omega}{\mu} = \text{Const.}$; напряжение поля, очевидно, равно нулю, как вне, так и внутри замкнутого листка.

Поверхности уровня потенциала суть поверхности

$$\Omega = \text{Const.} \dots \dots \dots (27, c)$$

Напряжение поля H , имеющее направление нормали n к поверхности (27, c), равно

$$H = -\frac{\partial V}{\partial n} = -\frac{\omega}{\mu} \frac{\partial \Omega}{\partial n} \dots \dots \dots (27, d)$$

Обращаемся к весьма важному вопросу о потенциальной энергии магнитного листка, помещенного в магнитное поле, напряжение которого, как и прежде, мы обозначим через H' . Пусть dW потенциальная энергия весьма малой части листка, и пусть dS поверхность этой части. Мы имели формулу (23, d)

$$dW = -mH'_l dl,$$

в которой m количество магнетизма на каждом из полюсов; в нашем случае $m = kdS$, где k поверхностная плотность магнетизма; далее теперь $dl = \delta$, т. е. толщине слоя; наконец H'_l есть слагаемая напряжений поля по направлению l , считаемому от $-m$ к $+m$, т. е. от отрицательной (южной) стороны листка к положительной (северной). Это направление мы теперь обозначим через n ; оно нормально к поверхности S . Мы имеем, так как $k\delta = \omega$,

$$dW = -k\delta H'_n dS = -\omega H'_n dS \dots \dots \dots (27, e)$$

Отсюда

$$W = -\omega \int H'_n dS.$$

Но направление n перпендикулярно к dS , а потому последний интеграл есть не что иное, как силовой поток Φ' , или полное число линий сил N , см. (12,с) гл. I, проходящих через контур листка, см. (12,б) гл. I. Итак,

$$W = -\omega\Phi' = -\omega N \dots \dots \dots (28)$$

Потенциальная энергия магнитного листка равна с обратным знаком взятому произведению силы листка на силовой поток Φ' , или на полное число линий сил, проходящих через контур листка по направлению от его отрицательной стороны к положительной. Знак минус показывает, что если Φ' положительное, т. е. линии сил действительно имеют указанное направление, то при перемещении листка из занимаемого им положения в бесконечность, магнитные силы произведут отрицательную, а внешние силы, перемещающие листок, положительную работу.

Обращаемся к весьма важному случаю, когда внешнее поле само вызвано присутствием другого магнитного листка. Обозначим теперь через ω_1 силу первого листка, через ω_2 силу второго листка, вызывающего магнитное поле. Далее пусть $\Phi_{1,2} = N_{1,2}$ поток или полное число линий сил, проходящих через контур первого листка и исходящих от второго листка. Искомую потенциальную энергию обозначим теперь через $W_{1,2}$. Формула (28) дает теперь

$$W_{1,2} = -\omega_1\Phi_{1,2} = -\omega_1N_{1,2} \dots \dots \dots (28, a)$$

Но весь поток линий сил, исходящих от второго листка, пропорционален силе ω_2 этого листка, как это видно из формулы (27, d); а потому и часть $\Phi_{1,2}$ потока, проходящая через контур первого листка, должна быть пропорциональна ω_2 . Обозначим множитель пропорциональности через $\frac{L_{1,2}}{\mu}$, т. е. положим

$$\Phi_{1,2} N_{1,2} = \frac{L_{1,2}}{\mu} \omega_2 \dots \dots \dots (29)$$

Множитель $L_{1,2}$ очевидно зависит только от величины и формы и от взаимного расположения контуров двух магнитных листков. Это величина чисто геометрического характера. Вводя (29) в (28, a), получаем

$$W_{1,2} = -\frac{\omega_1\omega_2}{\mu} L_{1,2} \dots \dots \dots (30)$$

Обозначим теперь через $W_{1,2}$ потенциальную энергию второго листка, находящегося в магнитном поле, вызванном первым листком. Через $\Phi_{2,1} = N_{2,1}$ обозначим поток, или полное число линий сил, исходящих от первого листка и проходящих через контур второго. Соответственно (28, a) мы имеем теперь

$$W_{2,1} = -\omega_2\Phi_{2,1} = -\omega_2N_{2,1} \dots \dots \dots (30, a)$$

Величина $\Phi_{2,1} = N_{2,1}$ пропорциональна ω_1 ; пусть

$$\Phi_{2,1} = N_{2,1} = \frac{L_{2,1}}{\mu} \omega_1 \dots \dots \dots (30, b)$$

где $L_{2,1}$ такая же чисто геометрическая величина, как и $L_{2,1}$. Формулы (30,a) и (30,b) дают

$$W_{2,1} = -\frac{\omega_1 \omega_2}{\mu} L_{2,1} \dots \dots \dots (30,c)$$

Из выведенных нами формул вытекает ряд весьма важных следствий. $W_{1,2}$ есть работа, которую нужно произвести, чтобы удалить первый листок от второго на бесконечно большое расстояние; $W_{2,1}$ работа такого же удаления второго листка от первого. Ясно, что эти величины равны между собою, представляя работу, которую нужно произвести, чтобы удалить оба листка друг от друга на бесконечно большое расстояние. Итак,

$$W_{1,2} = W_{2,1} \dots \dots \dots (30,d)$$

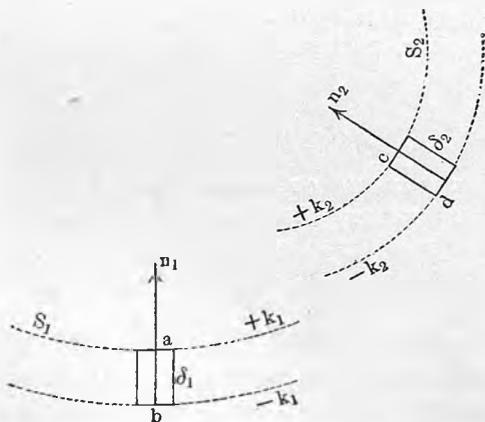
Обозначим эту величину через $W_{1,2}$ и назовем ее потенциальной энергией двух магнитных листков. Формулы (30) и (30,c) дают теперь

$$L_{1,2} = L_{2,1} \dots \dots \dots (31)$$

Геометрические величины $L_{1,2}$ и $L_{2,1}$, встречающиеся в формулах (30) и (30,c), равны между собою. Мы сохраним обозначение $L_{1,2}$ и назовем эту величину коэффициентом взаимной индукции контуров двух магнитных листков в пустоте ($\mu = 1$). Объяснение этого названия будет дано впоследствии.

Сохранив обозначения $W_{1,2}$ и $L_{1,2}$, мы сохраняем и формулу (30). Формулы (29), (30,b) и (31) дают теперь

Рис. 169.



$$\frac{\Phi_{1,2}}{\Phi_{2,1}} = \frac{N_{1,2}}{N_{2,1}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \dots (32)$$

В частном случае, когда $\omega_1 = \omega_2$, мы имеем:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{1,2} &= \Phi_{2,1} \\ N_{1,2} &= N_{2,1} \end{aligned} \right\} \dots (33)$$

Если мы имеем два магнитных листка произвольной формы, но одинаковой силы, то поток или полное число линий сил, исходящих от первого листка и проходящих через контур второго, равен потоку, или полному числу линий сил, исходящих от второго листка и проходящих через контур первого. Нетрудно формулировать и то, что выражено более общо формулою (32). Формула (30) дает теперь следующее:

Потенциальная энергия двух магнитных листков равна с обратным знаком взятому произведению сил ω_1 и ω_2 этих

листков, помноженному на коэффициент взаимной индукции $L_{1,2}$ их контуров.

Существуют различные формулы для вычисления величины $L_{1,2}$; выведем одну из них. На рис. 169 магнитные листки обозначены пунктиром. Возьмем две бесконечно малые части ab и cd этих листков; их основания dS_1 и dS_2 ; нормали к положительным сторонам обозначим через n_1 и n_2 ; расстояние ab и cd друг от друга обозначим через r , при чем полагаем $r = ac$. Наконец, обозначим потенциальную энергию этих частей через $w_{1,2}$. Пусть V_a и V_b потенциал магнита cd в точках a и b . Очевидно,

$$w_{1,2} = k_1 dS_1 (V_a - V_b) \dots \dots \dots (34)$$

Но

$$V_a = \frac{k_2 dS_2}{\mu} \left\{ \frac{1}{ac} - \frac{1}{ad} \right\} \dots \dots \dots (34, a)$$

Далее $\frac{1}{ac} = \frac{1}{r}$; $\frac{1}{ad}$ получается из $\frac{1}{ac}$, если переместиться по направлению n_2 на величину $dn_2 = -\delta_2$; поэтому

$$\frac{1}{ad} = \frac{1}{r} + \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial n_2} dn_2 = \frac{1}{r} - \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial n_2} \delta_2.$$

Следовательно,

$$V_a = \frac{1}{\mu} k_2 \delta_2 dS_2 \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial n_2} \dots \dots \dots (34, b)$$

V_b получается из V_a , если переместиться по направлению n_1 на величину $dn_1 = -\delta_1$; следовательно,

$$V_b = V_a + \frac{\partial V_a}{\partial n_1} dn_1 = V_a - \frac{\partial V_a}{\partial n_1} \delta_1.$$

Отсюда

$$V_a - V_b = \frac{\partial V_a}{\partial n_1} \delta_1 = \frac{1}{\mu} k_2 \delta_1 \delta_2 dS_2 \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial n_1 \partial n_2}.$$

Вставляя это в (34) и полагая $k_1 \delta_1 = \omega_1$, $k_2 \delta_2 = \omega_2$, получаем

$$w_{1,2} = \frac{\omega_1 \omega_2}{\mu} \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial n_1 \partial n_2} dS_1 dS_2 \dots \dots \dots (34, c)$$

Для всей потенциальной энергии двух листков мы получаем

$$W_{1,2} = \frac{\omega_1 \omega_2}{\mu} \iint \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial n_1 \partial n_2} dS_1 dS_2 \dots \dots \dots (35)$$

Сравнивая это с (30), получаем для коэффициента взаимной индукции контуров обоих листков в пустоте

$$L_{1,2} = - \iint \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial n_1 \partial n_2} dS_1 dS_2 \dots \dots \dots (36)$$

В (35) и (36) каждое из интегрирований распространено на все элементы поверхности соответствующего листка.

§ 5. Свободный магнетизм. В предыдущем мы познакомились с двумя величинами, характеризующими магнитное состояние тела: степень намагниченности, или просто намагничение J , и свободный магнетизм, поверхностный и об'емный. Первая из этих величин, J , слагаемая которой мы обозначили через A, B, C , определяет истинное магнитное состояние вещества в данной точке. Она равна „моменту единицы об'ема“ в этой точке (т. е. моменту dM бесконечно малой части магнита, мысленно выделенной из всей массы тела), деленному на об'ем dv этой части. Свободный же, фиктивный магнетизм представляет воображаемое вещество, действие которого, происходя по определенному закону, заменяет собою те действия, которые фактически обнаруживаются в пространстве, благодаря присутствию намагниченного тела. Для плотности k поверхностного свободного магнетизма мы имели формулы (17) и (20):

$$k = \bar{J} \cos(\bar{J}, n) = \bar{A} \cos(n, x) + \bar{B} \cos(n, y) + \bar{C} \cos(n, z) \dots (37)$$

где \bar{y} ($\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$) намагничение у поверхности, n внешняя нормаль к этой поверхности. Для об'емной плотности ρ внутреннего свободного магнетизма мы имели формулу (18)

$$\rho = - \left\{ \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} \right\} \dots \dots \dots (38)$$

Обращаемся прежде всего к рассмотрению внутреннего свободного магнетизма. Формула (38) показывает, что $\rho = 0$, когда $J = \text{Const.}$, что самое появление внутреннего свободного магнетизма есть следствие непостоянства J , т. е. неравномерности истинного намагничения. Эту связь между ρ и J можно элементарно выяснить следующим образом. Вообразим себе две рядом расположенные части a и b магнита SN (рис. 170). Пусть σ площадь основания, Δx длина части a ; ее намагничение J , при чем вектор J имеет направление x . На концах части a находятся магнетизмы $\pm m$, которые оказались бы свободными, если бы мы вынули эту часть из магнита. Намагничение части b равно $J + \Delta J$; на ее концах находятся магнетизмы $\pm m'$. Магнитный момент части a равен $m \Delta x$; в то же время он равен $J \sigma \Delta x$, так что $m = \sigma J$. Подобным же образом $m' = \sigma(J + \Delta J)$. Допуская, что $(+m)$ и $(-m')$ расположены в одной плоскости, мы имеем в этой плоскости свободный магнетизм

$$m - m' = -\sigma \Delta J = -\sigma \frac{\partial J}{\partial x} \Delta x.$$

В пределе мы можем допустить, что этот свободный магнетизм, составляя принадлежность части a , распределен по ее об'ему $\sigma \Delta x$. Об'емная плотность равна

$$\rho = \frac{m - m'}{\sigma \Delta x} = -\frac{\partial J}{\partial x} \dots \dots \dots (39)$$

Мы предположили, что J имеет направление x ; предоставляем читателю

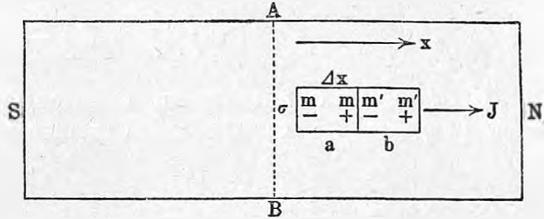
вывести более общую формулу (38), рассматривая бесконечно малый параллелепипед, ребра которого $\Delta x, \Delta y, \Delta z$.

При обычных способах намагничивания мы имеем северный (+) магнетизм на всей северной, южный (—) на всей южной половине. Формула (39) показывает, что для этого необходимо, чтобы наибольшее значение J_m соответствовало поясу безразличия, т. е. чтобы истинное намагничение убывало от середины AB к обоим концам магнита. Итак, магнит обыкновенно наиболее сильно намагничен как раз в том месте, где плотность свободного магнетизма равна нулю.

Необходимо заметить, что предыдущее рассуждение, основанное на рис. 170, не вполне строго.

Мы предполагали, что $+m$ одного элемента магнита и $-m'$ соседнего элемента как бы сливаются в одну массу $m - m'$. В действительности такого слияния, может быть, и не существует: мельчайшие намагниченные частицы, вероятно, отделены друг от друга промежутками.

Рис. 170.



Предоставляем читателю доказать, что полное количество однозначного свободного магнетизма (поверхностного и внутреннего), находящегося на одной половине магнита, численно равно наибольшему намагничиванию J_m , которое имеет место в поясе безразличия AB .

Переходим к рассмотрению некоторых частных случаев намагничивания. Вообразим тонкий магнит AB (рис. 171), везде одинакового сечения σ , равномерно намагниченный, и притом так, что вектор $J = \text{Const.}$ везде имеет направление геометрической оси магнита. Ясно, что на боковой поверхности $k = 0$, ибо в (37) для этой поверхности $\cos(J, n) = 0$; далее везде $\rho = 0$, так как A, B и C в (38) величины постоянные. Свободный магнетизм находится только на концах A и B , которые и суть полюсы магнита. Такой нитевидный, равномерно намагниченный магнит мы назовем магнитным соленоидом. Количество $\pm m$ свободного магнетизма на полюсах равно $\pm J\sigma$, так как (37) дает $k = \bar{J} = J$. Потенциал V в точке A , если в окружающей среде магнитная проницаемость $\mu = 1$, равен

$$V = J\sigma \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \dots \dots \dots (40)$$

Потенциал магнитного соленоида вовсе не зависит от формы соленоида, а только от положения его концов. Замкнутый магнитный соленоид дает во всех точках пространства $V = 0$, следовательно, и $H = 0$. В нем вовсе нет свободного магнетизма, и он не проявляет никаких внешних магнитных действий; тем не менее он может обладать весьма значительным намагничением. Такой кольцевидный соленоид представляет замкнутую магнитную цепь.

Между различными видами намагничения магнитов, имеющих произвольные форму и размеры, представляют особенный интерес намагничение соленоидальное и намагничение слоистое.

Намагничение называется соленоидальным, когда весь магнит может быть разделен на магнитные соленоиды. Для такого магнита мы везде имеем

$$e = 0 \dots \dots \dots (41)$$

или, см. (38),

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (41, a)$$

Последнее уравнение и выражает собою условие соленоидального намагничения. Потенциал V магнита в этом случае равен, см. (37),

$$V = \int \frac{k dS}{r} = J \int \frac{\cos(J, n)}{r} dS \dots \dots \dots (41, b)$$

Намагничение называется слоистым, когда весь магнит может быть разделен на бесконечно большое число простых магнитных

Рис. 171.

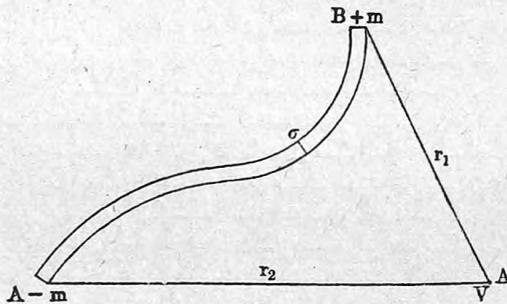
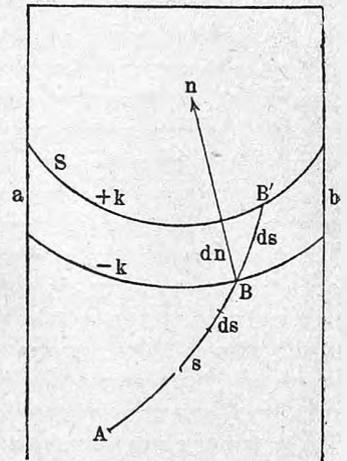


Рис. 172.



листочков. Каждый листок обладает определению силою и расположен вдоль некоторой поверхности S . Намагничение J имеет в каждой точке направление, нормальное к поверхности S , проходящей через эту точку. Пусть ab (рис. 172) один из бесконечно тонких магнитных листочков, n — нормаль к его поверхности, dn — его толщина. Сила этого листка есть величина бесконечно малая, равная kdn , где k — та конечная плотность свободного магнетизма, которая обнаружилась бы на поверхности S , если бы мы листок ab выделили из магнита. Выделим из листка часть, поверхность которой dS и объем $dv = dSdn$. Магнитный момент этой части равен $k dS dn = k dv$; с другой стороны момент равен $J dv$, следовательно, $J = k$, а потому сила листка равна $J dn$, где J имеет направление нор-

мали n . Пусть A произвольная начальная точка. Если мы из этой точки перейдем по произвольной кривой s до произвольной точки B на поверхности нашего листка, то сумма сил всех листков, пересеченных кривою s , очевидно не зависит ни от вида кривой s , ни от положения точки B на поверхности S . Эта сумма есть функция координат x, y, z точки B , и поверхности S суть ее поверхности уровня. Обозначим эту функцию чрез $\varphi(x, y, z)$. Символически ее можно представить в виде

$$\varphi = \int_A^B J dn = \int_A^B J \cos(dn, ds) ds = \int_A^B J \cos(J, ds) ds \dots (42)$$

Если мы пройдем через слой ab , т. е. от B до B' , то эта функция увеличится на $d\varphi = J dn$; отсюда

$$J = \frac{d\varphi}{dn} \dots (43)$$

Функцию φ мы по аналогии назовем потенциалом намагничения; она играет относительно J такую же роль, как потенциал V относительно H . Формула (43) дает

$$d\varphi = J dn = J \cos(J, ds) ds.$$

Но $J \cos(J, ds) ds = A dx + B dy + C dz$, где $A = J \cos(J, x)$ и т. д., $dx = ds \cos(ds, dx)$ и т. д. Таким образом мы получаем

$$A dx + B dy + C dz = d\varphi,$$

откуда

$$A = \frac{d\varphi}{dx}, \quad B = \frac{d\varphi}{dy}, \quad C = \frac{d\varphi}{dz} \dots (43, \alpha)$$

Отсюда получается

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\partial C}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (44)$$

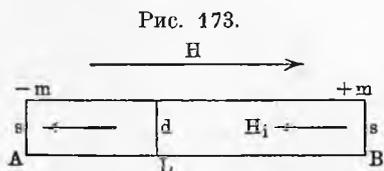
В случае слоистого намагничения существует потенциал φ намагничения; поверхность уровня этого потенциала суть поверхности магнитных листков. Намагничение J везде нормально к этим поверхностям уровня и по величине выражается формулою (43). Условие слоистого намагничения определяется формулами (44).

Само собою разумеется, что название „потенциал“ принято здесь только по аналогии, и что между величиной φ и работою не существует никакой связи.

Рассмотрев появление, некоторые случаи распределения и внешние действия свободного магнетизма, мы добавим несколько слов об его действиях на внутренние точки магнита. С более подробным разбором всего того, что происходит внутри магнитного вещества, помещенного

в магнитное поле, мы встретимся впоследствии. Здесь укажем лишь на одно весьма существенное обстоятельство, а именно, на так называемое размагничивающее действие свободного магнетизма. Ограничимся рассмотрением, главным образом, качественной стороны явления.

Поместим железный стержень AB (рис. 173) в магнитное поле, направление которого по величине и направлению обозначено стрелкою H ; пусть L — длина, d — толщина стержня.



Под непосредственным влиянием этого поля получилось бы некоторое намагничение J . Но из рисунка видно, что свободные магнитные массы $\pm m$, которые мы представляем себе сосредоточенными на основаниях s , вызывают внутри магнита

некоторое поле H_i , направление которого противоположно направлению внешнего поля H . Вследствие этого получается намагничение J' , которое меньше J . В появлении внутреннего поля H_i и заключается причина размагничивающего действия свободного магнетизма, или, как иногда говорят, концов магнита. Это действие наименьшее в середине стержня; оно растет к его концам. Для очень длинного стержня можно считать, что около его середины $H_i = 0$. Среднее для всего стержня значение H' , пропорционально m , т. е. пропорционально d^2 ; далее H' можно принять обратно пропорциональным L^2 . Пусть $L:d = q$; назовем эту величину растянутостью стержня: тогда мы видим, что среднее размагничивающее действие H' концов стержня обратно пропорционально квадрату его растянутости q .

Отношение

$$N' = \frac{H_i}{J} \dots \dots \dots (45)$$

называется средним коэффициентом размагничения. Это число отвлеченное, так как H_i и J одного размера (см. следующий § 6). Полагая, что H_i и J суть величины данные, мы получаем

$$N' q^2 = C \dots \dots \dots (45, a)$$

где C число постоянное, т. е. от L и d не зависящее. Опыты с цилиндрическими железными стержнями подтвердили формулу (45, a). Оказалось, что приблизительно $C = 45$, если $q > 100$, т. е. для весьма растянутых стержней.

Если железное круглое кольцо (тор) поместить в кольцеобразное поле, в котором H , а следовательно, и J везде параллельны осевому кругу кольца, то получается замкнутая магнитная цепь; свободного магнетизма нет, и величина J везде соответствует напряжению поля H . Но если из кольца вырезать узкую пластинку, так что образуется просвет, то на двух его сторонах появляются свободные магнетизмы, и вместо J получается меньшее среднее J' . Для равномерно намагниченного шара формула (22, b) дает везде одинаковое N'

$$N' = \frac{4}{3} \pi = 4,1888 \dots \dots \dots (45, b)$$

Для тонкой пластинки, стороны которой перпендикулярны к H , имеем, см. (22,с),

$$N' = 4\pi = 12,5664 \dots \dots \dots (45, c)$$

Для тонкой пластинки получается наибольший коэффициент размагничения $N' = 12,5664$. Приведем еще несколько формул без вывода их.

Эллипсоид вращения, ось которого параллельна H ; полуось вращения c , радиус экватора a ; пусть $c : a = q$; эксцентриситет e .

1. Овоид (растянутый эллипсоид), $c > a$, $q > 1$; $e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}} =$
 $= \sqrt{1 - \frac{1}{q^2}}$.

$$N' = 4\pi \left(\frac{1}{e^3} - 1 \right) \left(\frac{1}{2e} \lg \frac{1+e}{1-e} - 1 \right) =$$

$$= \frac{4\pi}{q^2 - 1} \left\{ \frac{q}{\sqrt{q^2 - 1}} \lg (q + \sqrt{q^2 - 1}) - 1 \right\} \dots \dots \dots (45, d)$$

Для весьма растянутого овоида ($q > 50$) можно положить

$$N' = \frac{4\pi}{q^2} (\lg 2q - 1) \dots \dots \dots (45, e)$$

где \lg знак натурального логарифма.

2. Сфероид (сплюснутый эллипсоид), $c < a$, $q < 1$; $e = \sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}} =$
 $= \sqrt{1 - q^2}$.

$$N' = \frac{4\pi}{e^3} \left\{ 1 - \frac{1}{e} \sqrt{1 - e^2} \arcsin e \right\} = \frac{4\pi}{1 - q^2} \left\{ 1 - \frac{q}{\sqrt{1 - q^2}} \arccos q \right\} \quad (45, f)$$

Для поперечно намагниченного цилиндра (H перпендикулярно к оси цилиндра)

$$N' = 2\pi \dots \dots \dots (45, g)$$

Заемствуем из книги Du Bois некоторые числа для N' .

Эллипсоид вращения (H параллельно оси вращения), $q = c : a$.

$q =$	0	0,5	1	5	10	20	50	100	200	500	1000
$N' =$	12,5664	6,5864	4,1888	0,7015	0,2549	0,0848	0,0181	0,0065	0,0016	0,0003	0,00008

Первое число относится к тонкой пластинке, второе к сфероиду, третье к шару, остальные к овоидам.

Продольно намагниченный цилиндр, $q = L : d$.

$q =$	0	10	15	25	50	100	200	500	1000
$N' =$	12,5664	0,2160	0,1206	0,0533	0,0162	0,0045	0,0011	0,00018	0,00005.

Начиная от $q = 100$, мы имеем $N'q^2 = 45$, см. (45,а).

Из многочисленных новых работ мы упомянем только об обширном исследовании Shuddemagen'a (1910) о цилиндрических железных стержнях. Он нашел, что, при заданном q , величина N' зависит от абсолютного значения диаметра стержня и, напр., меняется на 10—15%,

когда диаметр меняется от 3,175 до 19,05 мм. Практически величина N' постоянна для данного стержня только при условии, что индукция не превышает 10000 *C. G. S.* единиц. При дальнейшем возрастании индукции B , величина N' быстро уменьшается. Формула $N'q^2 = 45$ применима только, когда $q > 150$ и $B < 8000$.

§ 6. Единицы магнитных величин. Физические величины, с которыми мы встречаемся в учении о магнитном поле и его источниках, измеряются так называемыми электромагнитными единицами. В этом параграфе мы дадим обзор этих единиц и их измерений. Особое значение имеют ныне, почти во всех отделах физики, *C. G. S.* единицы. Для некоторых величин необходимо рассмотреть еще Гауссовы единицы, построенные на основных единицах миллиметр, миллиграмм, секунда, так как до сих пор пользуются этими единицами на некоторых магнитных обсерваториях при измерении напряжения земного магнетизма.

1) Количество магнетизма m . В § 3, гл. I уже было дано то определение единицы количества магнетизма, которое служит основой построения электромагнитных единиц. Для размеров мы нашли формулы (4) и (4,а), гл. I:

$$\left. \begin{aligned} [m] &= [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \\ [m] &= L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

Связь между единицами *C. G. S.* и Гауссовыми находим по правилу, данному в т. I:

$$\begin{aligned} 1 \text{ C.G.S. ед.} &= 1 \frac{(\text{см.})^{\frac{3}{2}} (\text{гр.})^{\frac{1}{2}}}{\text{сек.}} = 1 \frac{(10 \text{ мм.})^{\frac{3}{2}} (1000 \text{ мгр.})^{\frac{1}{2}}}{\text{сек.}} = 1000 \frac{(\text{мм.})^{\frac{3}{2}} (\text{мгр.})^{\frac{1}{2}}}{\text{сек.}} = \\ &= 1000 \text{ ед. Гаусса} \dots \dots \dots (46, a) \end{aligned}$$

Для численных значений данного количества магнетизма в двух системах находим:

$$m (\text{C.G.S.}) = 0,001 m (\text{Гаусс}) \dots \dots \dots (46, b)$$

2) Напряжение поля H (α, β, γ) = f ; m , где f сила. Поэтому

$$[H] = [f] : [m] = L M T^{-2} : [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} = [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} M^1 T^{-1} \dots (47)$$

Если считать μ за отвлеченное число, то

$$[H] = L^{-\frac{1}{2}} M^1 T^{-1} \dots \dots \dots (47, a)$$

C. G. S. единица напряжения есть напряжение в такой точке, в которой на *C. G. S.* единицу количества магнетизма действует сила, равная одному дину. Ныне принято *C. G. S.* единицу напряжения поля называть „гаусс“.

$$\begin{aligned} 1 \text{ гаусс} &= \\ &= 1 \text{ C.G.S. ед.} = 1 (\text{см.})^{-\frac{1}{2}} (\text{гр.})^{\frac{1}{2}} (\text{сек.})^{-1} = 1 (10 \text{ мм.})^{-\frac{1}{2}} (1000 \text{ мгр.})^{\frac{1}{2}} (\text{сек.})^{-1} = \\ &= 10 (\text{мм.})^{-\frac{1}{2}} (\text{мгр.})^{\frac{1}{2}} (\text{сек.})^{-1} = 10 \text{ ед. Гаусса} \dots \dots (47, b) \end{aligned}$$

$$H (\text{C.G.S.}) = 0,1 H (\text{Гаусс}) \dots \dots \dots (47, c)$$

Итак, если, например, горизонтальная слагаемая напряжения земного магнетизма, дается магнитною обсерваторией равною 1,4 (Гаусс), то она равна 0,14 *C. G. S.* единицам напряжения.

3) Поверхностная плотность свободного магнетизма $k = m : s$, где s поверхность.

$$[k] = \frac{[m]}{L^2} = [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (48)$$

4) Объемная плотность свободного магнетизма $\rho = m : v$, где v объем.

$$[\rho] = \frac{[m]}{L^3} = [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (48, a)$$

5) Магнитный момент $M' = ml$, где l длина.

$$[M'] = [m] L = [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (49)$$

или, если считать μ за отвлеченное число,

$$[M'] = L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (49, a)$$

$$1 \text{ C.G.S. ед.} = 1 (\text{см.})^{\frac{5}{2}} (\text{гр.})^{\frac{1}{2}} (\text{сек.})^{-1} = 1 (10 \text{ мм.})^{\frac{5}{2}} (1000 \text{ мгр.})^{\frac{1}{2}} (\text{сек.})^{-1} = \\ = 10000 (\text{мм.})^{\frac{5}{2}} (\text{мгр.})^{\frac{1}{2}} (\text{сек.})^{-1} = 10000 \text{ ед. Гаусса.}$$

$$M' (\text{C.G.S.}) = 0,0001 M' (\text{Гаусс}) \dots \dots \dots (49, b)$$

Когда m равно *C. G. S.* единице магнетизма и $l = 1$ см., то $M' = 1$ *C. G. S.* единице магнитного момента.

6) Намагничение $J (A, B, C) = M' : v$, где v объем.

$$[J] = [M'] : L^3 = [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{-1} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (50)$$

Величины k и J одного размера, что, очевидно, так и должно быть, см. напр. (20). Намагничение $J = 1$ *C. G. S.* единице, когда магнитный момент одного кубического сантиметра равен *C. G. S.* единице момента.

7) Силовой поток $\Phi = Hs$, где s поверхность.

$$[\Phi] = [H] L^2 = [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (51)$$

8) Поток индукции $\Psi = \mu\Phi$.

$$[\Psi] = [\mu][\Phi] = [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (51, a)$$

9) Магнитный потенциал и магнитодвижущая сила $V = m : l\mu$, где l длина.

$$[V] = [m] : L\mu = [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (52)$$

Произведение Vm размера

$$[\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} = L^2 M T^{-2}$$

т. е. размера работы, как и должно быть.

10) Магнитное сопротивление среды $1 : \mu$ (гл. I, § 4), очевидно, размера $[\mu]^{-1}$. Магнитное сопротивление отрезка трубки индукции $r = V : \mathcal{P}$, см. (38, a), гл. I,

$$[r] = [V] : [\mathcal{P}] = [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} : [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} = [\mu]^{-1} L^{-1} \dots (53)$$

и в частном случае

$$[r] = \frac{1}{L} \dots \dots \dots (53, a)$$

Формула (37), гл. I дает тот же результат, так как σ размера L^2 .

11) Сила двойного магнитного слоя или магнитного листка $\omega = k \delta$, где δ длина.

$$[\omega] = [k] L = [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \cdot L = [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots (53, b)$$

Формула (35), стр. 401 дает для размера величины $W_{1,2}$

$$[W_{1,2}] = [\omega]^2 [\mu]^{-1} L^{-1} \cdot L^{-2} \cdot L^4 = L^2 M T^{-2} \dots (53, c)$$

т. е. размер работы.

12) Коэффициент взаимной индукции контуров двух листов в пустоте $L_{1,2}$, см. (36), очевидно, размера

$$[L_{1,2}] = L \dots \dots \dots (54)$$

Коэффициент взаимной индукции в произвольной среде, с которым мы впоследствии познакомимся, размера $[\mu]L$.

§ 7. Естественные и искусственные стальные магниты. Мы познакомились с различными величинами, относящимися к магнитам и характеризующими их свойства; сюда относятся прежде всего намагничение J и свободный магнетизм. Мы видели, что магнетизм бывает временный и постоянный. Изучая в этой главе магниты, как источники магнитного поля, мы должны обратить особенное внимание на постоянные магниты, так как только такие магниты могут быть рассматриваемы, как первоначальные источники поля; об этом уже было сказано в § 1. Возникновение временного магнетизма в магнитном поле мы рассмотрим впоследствии, отнеся это явление к действиям магнитного поля.

Постоянные магниты бывают двух родов, естественные и искусственные. Естественный магнит — это железная руда, находящаяся в различных местах, например, на Урале. Более сильными магнитными свойствами обладает магнитный железняк $Fe_3O_4 = FeO + Fe_2O_3$; менее магнитен магнитный колчедан $6FeS + Fe_2S_3$. Куски руды, только-что извлеченные из земли, почти никогда не обнаруживают магнитных свойств, которые проявляются, и то далеко не во всех кусках, лишь через некоторое время. Если искусственно намагнитить такую руду, то в ней сохраняется почти такой же остаточный магнетизм, как в стали.

На рис. 174 и 175 изображен естественный магнит, к полюсам которого приложены железные пластинки l и l' , скрепленные медными кольцами

и снабженные более толстыми концами p и p' , к которым и переходят магнитные полюсы.

Искусственные магниты готовятся из стали. Им придают форму стержней или подков. Особенно сильными оказываются магниты, составленные из нескольких сложенных вместе полос, которые сперва отдельно намагничиваются, а затем только соединяются между собою; при этом средние полосы делают несколько длиннее крайних. На рис. 176 изображен прямой магнит (сверху и сбоку), состоящий из девяти полос, не соприкасающихся между собою. Они снабжены общими наконечниками ff , на которых и находятся магнитные полюсы. Подобным же образом устроят подковообразные магниты. К подковообразным магнитам прикладываются железные стерженьки или полоски. Такая полоска называется якорем. Подковообразный магнит с приложенным к нему якорем представляет замкнутую магнитную цепь. Оказывается, что постепенная потеря остаточного магнетизма уменьшается, когда якорь приложен. Поэтому и стержневидные магниты обыкновенно сохраняются по два в одном футляре; при этом их кладут параллельно друг другу, обращая одноименные полюсы в противоположные стороны, и соединяя концы стерженьками из мягкого железа. Jamín построил очень сильные подковообразные магниты из большого числа (до 50-ти) тонких стальных полос.

Большую роль играет при изготовлении стальных магнитов выбор сорта стали и способ ее обработки. Смотря по назначению магнита, при-

Рис. 174.

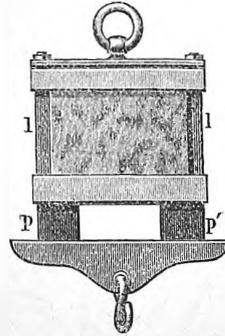


Рис. 175.

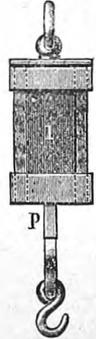
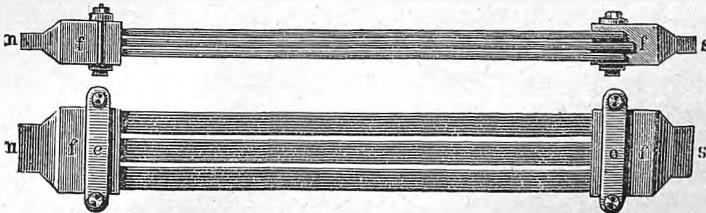


Рис. 176.

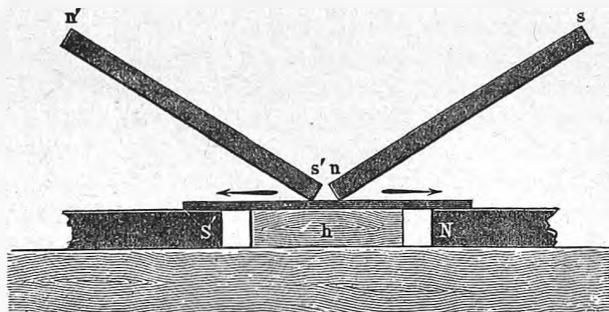


ходится в некоторых случаях стремиться к тому, чтобы достигнуть возможно большой силы, т. е. большого количества остаточного магнетизма; в других случаях оказывается наиболее важным не количество, а постоянство остаточного магнетизма. В первом случае сталь должна обладать возможно большею ретентивностью (гл. II, § 1), во втором — по возможности большим коэрцитивным напряжением (гл. II, § 1).

Сталь должна быть взята закаленная, т. е. нагретая до некоторой температуры t и затем внезапно охлажденная опусканием ее в воду. Отпущенная, т. е. нагретая и затем медленно охлажденная сталь обладает весьма малою ретентивностью.

Barus и Strouhal (1883), Holborn (1891), Guthe (1897) и г-жа Curie (1898) отыскивали наилучшие способы изготовления магнитов. Г-жа Curie находит, что для сортов стали, содержащих 0,8—1,4% углерода, наилучшая температура закалки 750—800°. После закалки следует продержать сталь при 60—70° в течение 48 часов, затем намагнитить ее до насыщения, и затем размагнитить до 0,9 достигнутого намагничения. Такие магниты обладают весьма большим постоянством, т. е. большим коэрцитивным напряжением. Barus и Strouhal предлагают держать сталь после закалки примерно сутки при 100°, а затем после намагничения еще в течение пяти часов при той же температуре. Далее они находят, что магнит делается нечувствительным к ударам, если его нарочно в течение

Рис. 177.



некоторого времени подвергать сотрясениям, ударам, нагреваниям и т. д.

Намагничивание стали производилось прежде по способу натирания, которым ныне приходится пользоваться разве только при магнитных наблюдениях во время путешествий. Для такого намагничивания кладут стальной стержень прямо на стол, или, как показано на рис. 177 и 178, на разноименные концы двух магнитов N и S' , подперев его посреди деревяшкой h . Натирание производится при помощи двух магнитов ns и $n's'$. При простом натирании (рис. 177) опускают концы n и s' на середину стержня и разводят их до концов стержня, как показано стрелками. Эту операцию повторяют несколько раз. При двойном натирании (рис. 178) помещают между концами n и s' деревяшку l и двигают оба магнита вместе многократно от одного конца стержня к другому; наконец приводят их опять к середине и снимают.

Ныне пользуются почти исключительно электромагнитным способом намагничивания, помещая стержень на короткое время внутри катушки, через которую пропускают электрический ток. Вполне достаточно, если напряжение поля H внутри катушки равно 700 *C. G. S.* единицам. Положим, что катушка содержит n_1 слоев проволоки, и что в каждом слое

n_2 оборотов проволоки на 1 см. длины катушки. Мы увидим, что сила тока i , выраженная в амперах, может быть вычислена по формуле

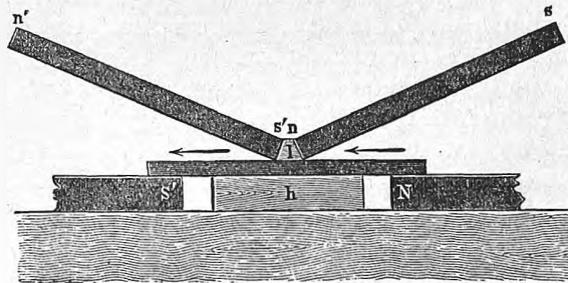
$$i = \frac{H}{0,4 \pi n_1 n_2} \dots \dots \dots (55)$$

откуда, при $H = 700$,

$$i = \frac{560}{n_1 n_2} \dots \dots \dots (55, a)$$

Свойства магнита в высокой степени зависят от сорта стали. В хороших сортах обыкновенной стали, т. е. не содержащей посторонних, кроме углерода, примесей, можно получить остаточное среднее намагничение, доходящее до $J = 400$ С. Г. С. единиц, а в исключительных случаях даже до 480. Стальные длинные проволоки, в которых можно пренебречь размагничивающим действием концов (§ 5), можно намагнитить до $J = 780$. Форма стержня вообще сильно влияет на достижимое намагничение, как показали в своих исследованиях *Barus* и *Strouhal*.

Рис. 178.



Примесь кремния к стали не придает ей каких-либо ценных качеств. Зато сталь, к которой примешаны *Cr* или *W*, весьма пригодна для приготовления магнитов. В особенности славится вольфрамовая сталь, обладающая значительною ретентивностью и в особенности громадным коэрцитивным напряжением; оно в три раза больше, чем для лучших сортов обыкновенной стали. Исследованием вольфрамовой стали занимались *Holborn*, *Negbauer*, *P. Meyer*, *Du Bois*; свойства стали, содержащей *Si* или *Mn*, исследовал *Hopkinson*.

Чрезвычайно странными свойствами обладает никелевая сталь, свойства которой всесторонне исследовали *Guillaume*, *Dumont*, *Dumas* и др. Остаточный магнетизм этого сплава невелик, его временный магнетизм мы рассмотрим впоследствии.

Обращаемся к вопросу о распределении свободного магнетизма на поверхности стального магнита. Существуют два главных способа исследования этого распределения: способ качания магнитной стрелки и способ отрывания.

Способ качания крайне неточен и применим только для очень длинных магнитов; им пользовался *Coulomb*. Он основан на том, что

если магнитная стрелка качается в магнитном поле, то число колебаний, совершаемых ею в единицу времени, пропорционально \sqrt{H} , где H слагаемая напряжения поля в той плоскости, в которой стрелка совершает свои колебания; для магнитной стрелки обыкновенного устройства эта плоскость горизонтальная. Пусть H_0 горизонтальная слагаемая напряжения земного магнетизма, и n_0 число колебаний стрелки под влиянием одного только земного магнетизма. Мы можем положить $H_0 = c_1 n_0^2$, где c_1 множитель пропорциональности. Установив наш магнит вертикально, поместим стрелку на небольшом расстоянии от какого-либо горизонтального сечения магнита, и притом в плоскости магнитного меридиана, проходящего через ось магнита, с северной стороны, когда сечение взято в северной, с южной — когда оно взято в южной половине магнита. Напряжение поля у стрелки равно теперь $H_0 + H$; здесь можно принять $H = c_2 k$, где k поверхностная плотность около рассматриваемого сечения, c_2 множитель пропорциональности, что, очевидно, далеко не точно. Если теперь число колебаний стрелки равно n , то $H + H_0 = c_1 n^2$; отсюда $H = c_1 (n^2 - n_0^2)$; но $H = c_2 k$, а потому $k = C(n^2 - n_0^2)$, где $C = c_1 : c_2$. Итак, величина $n^2 - n_0^2$ может служить мерою поверхностной плотности k . Определяя n на различных высотах, получаем понятие о распределении свободного магнетизма в магните.

Способ отрывания заключается в следующем: испытуемый магнит располагают горизонтально и измеряют ту силу f , которая необходима для того, чтобы оторвать маленький шарик из мягкого железа, опущенный на горизонтальную поверхность магнита. Вместо шарика можно взять и цилиндр с закругленным нижним основанием. Принимается, что $f = ck^2$, где k плотность свободного магнетизма в той точке, в которой мы производим отрывание. Строго говоря, f пропорционально kk_1 , где k_1 плотность магнетизма на шарике или цилиндре. Но для мягкого железа можно, в известных пределах, принять, что k_1 пропорционально k , и таким образом получается $f = ck^2$. Мерою исследуемой величины k служит таким образом величина \sqrt{f} . Для измерения силы f могут служить весы обыкновенного устройства, или, лучше, приспособленные для таких измерений пружинные весы.

Biot вывел из своих наблюдений следующую зависимость плотности k свободного магнетизма от расстояния x точки от середины магнита длина которого $2l$:

$$k = a(b^x - b^{-x}) \dots \dots \dots (56)$$

Здесь a и b некоторые постоянные величины. При $x = 0$, т. е. в середине магнита получается $k = 0$, на концах $k = \pm a(b^l - b^{-l})$. Строго говоря, величина k , полученная одним из двух описанных способов, не представляет плотность k одного поверхностного слоя свободного магнетизма, а должна быть рассматриваема, как мера всего количества свободного магнетизма, заключающаяся в поперечном слое магнита, имеющем небольшую, но везде одинаковую толщину. Допуская, что намагничение J имеет везде направление оси магнита, мы можем считать, что k по физи-

ческому своему значению тождественно с величиною ρ в формуле (39). Эта формула дает

$$J = J_0 - a_1 (b^x + b^{-x}) \dots \dots \dots (56, a)$$

где J_0 намагничение в середине магнита, $a_1 = a : \lg b$. Формула (56, a) известна под названием формулы van Rees'a. Этот ученый определял непосредственно величину J , пользуясь индукционным способом, которого мы здесь не рассматриваем.

Переходим к рассмотрению вопроса о полюсах магнитов. В § 1 мы определили полюсы, как „центры тяжести“ одноименных магнетизмов m и $-m$. Обозначая расстояние полюсов через l , мы видели, что магнитный момент M магнита выражается формулою (11):

$$M = ml \dots \dots \dots (57)$$

Мы видели далее, что полюсы суть точки приложения пары сил, действующих на магнит в равномерном магнитном поле. Легко понять, что действие самого магнита в точках, расстояние которых от магнита весьма велико сравнительно с его размерами, такое же, как и то, которое получилось бы, если бы полные количества одноименного магнетизма $+m$ и $-m$ были сосредоточены в полюсах. Оказывается, однако, что определение положения полюсов магнита представляет весьма малый теоретический интерес и почти не имеет никакого практического значения. Действительно, теоретическое положение полюсов, как центров тяжести одноименных свободных магнетизмов, тесно связано с законом распределения этих магнетизмов. Зная этот закон, можно вычислить положение полюсов. Практическое же значение полюсов могло бы относиться только к двум случаям: когда магнит находится в равномерном поле, и когда рассматривается его действие в весьма отдаленных от него точках. Но как раз в этих двух случаях все величины, имеющие практическое значение, оказываются пропорциональными магнитному моменту M , который представляется произведением двух множителей m и l . Это подтверждается для первого случая формулою (12), а для второго всеми формулами, выражающими действие магнита в весьма отдаленных от него точках; это действие оказывается всегда пропорциональным M . Одна из относящихся сюда формул будет выведена несколько ниже, а более общие формулы — в одной из следующих глав (пондеромоторные действия магнитов). Впрочем формула (13, c) также подтверждает сказанное. Но M не меняется, если m и l заменить другими величинами m_1 и l_1 при условии

$$m_1 l_1 = ml = M \dots \dots \dots (57, a)$$

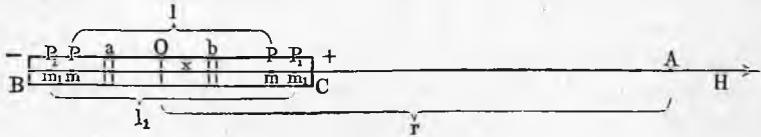
Итак, если вместо истинных полюсов взять другие, на другом расстоянии l_1 друг от друга, и мысленно сосредоточить в них другие количества m_1 , удовлетворяющие условию (57, a), то не изменятся ни действия равномерного поля на магнит, ни действие самого магнита в весьма от него удаленных точках. Проще говоря: в единственных двух случаях,

в которых положение полюсов, т. е. расстояние l , могло бы представлять интерес, практическое значение имеет только величина M .

Действие магнита в близкой к нему точке A вовсе не может быть выражено действием двух разноименных одинаковых магнитных масс, сосредоточенных в некоторых двух точках. Но положим, что точка A находится на таком расстоянии r от магнита, что нельзя пренебречь величиною $L_1^2 : r^2$, но можно пренебречь величиною $L_1^4 : r^4$, где L_1 длина, близкая к длине L магнита. В этом случае действие магнита в точке A может быть заменено действием двух масс $\pm m_1$, находящихся в двух точках P_1 и P_2 , на расстоянии l_1 друг от друга, при чем m_1 и l_1 удовлетворяют равенству (57,а). Rieseke назвал эти точки эквивалентными полюсами. Положение этих полюсов, т. е. величины l_1 и m_1 , зависят от положения точки A .

Поясним все вышеизложенное на простом примере. Пусть BC (рис. 179) магнит, в котором разноименные магнетизмы $+m$ и $-m$ симметрично

Рис. 179.



расположены с двух сторон от его середины O . Пусть далее M его магнитный момент; P, P' его обыкновенные полюсы; $PP' = l$, $M = ml$. На продолжении оси находится точка A , при чем $OA = r$, напряжение поля в точке A обозначим через H ; длину магнита обозначим через L . Вычислим величину H . Возьмем два симметрично расположенных отрезка a и b магнита, на расстоянии x от O ; толщину отрезков примем равною dx , полное количество свободного магнетизма в этих отрезках обозначим через λdx . Введем обозначение

$$\int_0^{1/2 L} \lambda x^n dx = M_n \dots \dots \dots (57, b)$$

Очевидно, что при $n = 0$ и $n = 1$ получаем:

$$\left. \begin{aligned} m &= M_0 \\ M &= 2 M_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (57, c)$$

Два отрезка a и b , вместе взятые, дают в A напряжение поля dH , равное

$$dH = \frac{\lambda dx}{(r-x)^2} - \frac{\lambda dx}{(r+x)^2} = \lambda dx \frac{4rx}{(r^2-x^2)^2} = \lambda dx \frac{4rx}{r^4 \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right)^2} = -\frac{4\lambda x dx}{r^3} \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right)^{-2} = \frac{4\lambda x dx}{r^3} \left\{ 1 + \frac{2x^2}{r^2} + \frac{3x^4}{r^4} + \frac{4x^6}{r^6} + \dots \right\}.$$

Отсюда

$$H = \frac{4}{r^3} \int \lambda x dx + \frac{8}{r^5} \int \lambda x^3 dx + \frac{12}{r^7} \int \lambda x^5 dx + \dots$$

где все интегралы взяты в пределах от $x = 0$ до $x = \frac{L}{2}$.

Вводя обозначение (57, b) и принимая во внимание (57, c), имеем

$$H = \frac{2M}{r^3} \left\{ 1 + \frac{4M_3}{r^2 M} + \frac{6M_5}{r^4 M} + \dots \right\} \dots \dots \dots (58)$$

Определим теперь, какое напряжение H' дадут в точке A две магнитные массы $= m_1$ в точках P_1, P_1 , полагая, что $P_1 P_1 = l_1$. Очевидно,

$$\begin{aligned} H' &= \frac{m_1}{\left(r - \frac{1}{2} l_1\right)^2} - \frac{m_1}{\left(r + \frac{1}{2} l_1\right)^2} = \frac{2r l_1 m_1}{\left(r^2 - \frac{1}{4} l_1^2\right)^2} = \frac{2r l_1 m_1}{r^4 \left(1 - \frac{l_1^2}{4r^2}\right)^2} = \\ &= \frac{2l_1 m_1}{r^3} \left(1 - \frac{l_1^2}{4r^2}\right)^{-2} = \frac{2l_1 m_1}{r^3} \left\{ 1 + \frac{l_1^2}{2r^2} + \frac{3l_1^4}{16r^4} + \dots \right\} \dots \dots (58, a) \end{aligned}$$

Чтобы иметь $H = H'$, необходимо прежде всего положить

$$l_1 m_1 = M \dots \dots \dots (58, b)$$

т. е. магнитный момент эквивалентного магнита должен равняться магнитному моменту данного магнита. Отсюда уже следует, что эквивалентные полюсы P_1, P_1 во всех тех случаях, где играет роль момент, могут заменить полюсы обыкновенные, т. е. как в случае помещения магнита в равномерное магнитное поле, так и при исследовании действия магнита на весьма отдаленные точки. Расстояние l определяется формулою

$$l = \frac{M}{m} = \frac{2 \int \lambda x dx}{\int \lambda dx} \dots \dots \dots (58, c)$$

Расстояние же l_1 должно быть выбрано так, чтобы H' как можно менее отличалось от H . Довольствуясь вторыми членами в рядах (58) и (58, a), получим:

$$l_1 = \sqrt{\frac{8M_3}{M}} = 2 \sqrt{\frac{\int \lambda x^3 dx}{\int \lambda x dx}} \dots \dots \dots (58, d)$$

Этот формулою определяется расстояние l_1 эквивалентных полюсов для рассматриваемого случая; соответствующее количество m_1 магнетизма в этих полюсах определяется затем по формуле (58, b). Длина l_1 заметно отличается от l . Так напр., для случая линейной зависимости λ от x получается $l = \frac{2}{3} L$, $l_1 = \sqrt{\frac{3}{5}} L$; $l_1 = 1,1619 l$. Разница составляет более 16% или почти $\frac{1}{6}$ долю. Если бы мы пожелали достигнуть еще большей точности, то пришлось бы приравнять суммы вторых и третьих членов в формулах (58) и (58, a); но от этого получилось бы уже незначительное изменение величины l_1 , если $L : r$ небольшая дробь.

Выведенные нами формулы относятся к тому частному положению точки A , которое показано на рис. 179.

Rieske подробно разобрал вопрос о зависимости величины l_1 от положения точки A . Он нашел, что l_1 имеет одно и то же значение для всех точек A , расположенных на одной прямой, проходящей через середину магнита, но меняется при переходе от одной прямой к другой.

Для опытного определения положения полюсов P, P или полюсов P_1, P_1 существует много различных способов. Если закон распределения свободного магнетизма известен, то расстояние l обыкновенных полюсов P, P легко вычисляется по формуле (58,с). Pouillet, Benoit, F. Kohlrausch, van Rees, Петрушевский, Mascart, Holborn, г-жа Curie, Benedicks (1902), Ruoss (1908), Salmon (1909) и др. дали разнообразные способы для определения расстояния l . В виду всего вышеизложенного мы вовсе не останавливаемся на рассмотрении этих способов. Числа, полученные различными учеными для отношения $l : L$, где L длина магнита, колеблются в весьма широких пределах, что и не удивительно, так как положение полюсов зависит от распределения свободного магнетизма, которое с своей стороны должно зависеть от формы магнита, от свойств стали, от способа намагничивания и от степени намагничивания. Приблизительно можно принять $l : L = 0,8$. Г-жа Curie нашла для стержней с квадратным сечением (длина 20 см., ширина 1 см.) числа колебавшиеся между 0,72 и 0,84. Benedicks находит, что величина $l : L$ растет с увеличением степени намагничивания.

Наибольший груз, который может удержать искусственный магнит, называется его под'емною силою. Полагая, что намагничение доведено до наибольшей возможной степени, мы можем сказать, что под'емная сила зависит от сорта стали и от формы магнита. Подковообразные магниты обладают, при одинаковом весе, более чем двойною под'емною силою сравнительно с магнитами прямыми, которые удерживают груз только одним концом. Наескег сравнивал под'емную силу Q магнитов из одного сорта стали и одинаковой формы, но различного веса P . Он вывел из своих наблюдений эмпирическую формулу

$$Q = aP^{\frac{2}{3}} \dots \dots \dots (59)$$

где a постоянное число. Величина $q = Q : P$ представляет относительную под'емную силу, которая приходится на единицу веса магнита. Формула (59) дает

$$q = \frac{a}{\sqrt[3]{P}} \dots \dots \dots (59, a)$$

Мы видим, что с увеличением веса магнита уменьшается его относительная под'емная сила. Если $P = a^3$, то магнит может как раз удержать свой собственный вес; при $P > a^3$ он удерживает меньше, при $P < a^3$ он удерживает больше. Наескег находит, что если P и Q выражать в килограммах, то для подковообразных магнитов $a = 10,33$. Однако, для лучших ныне изготовляемых магнитов величина a оказывается значительно больше этого числа и может доходить до $a = 20$.

Степень намагничения, а следовательно и под'емная сила искусственных магнитов, предоставленных самим себе, убывает с течением времени. Этот факт был уже известен арабскому ученому Geber'у (Abū Mūsa Gābir ben Hajjaw). Чем больше коэрцитивное напряжение, тем медленнее происходит эта потеря. Она чрезвычайно уменьшается, когда магниты составляют части замкнутой магнитной цепи.

§ 8. Влияние механических воздействий и изменения температуры на искусственные магниты. Сотрясения, а также многократно повторенные растяжения или скручивания (попеременно в разные стороны) стального стержня в то время, как он подвергается намагничиванию, увеличивают остаточный магнетизм.

Сотрясение готового стального магнита уменьшает его намагничение. Влияния ударов, падения с некоторой высоты и т. под. исследовали G. Wiedemann, Villari, Streintz, Brown, Berson, Kruese и др. Если подвергать магнит ряду ударов, то влияние этих ударов постепенно уменьшается, выражаясь для n -того удара показательной функцией вида a^{-n} , как находит Streintz, или опускающуюся ветвью равносторонней гиперболы, как выводит из своих опытов Berson. Kruese находит, что влияние сотрясения при многократном падении магнита не зависит от его размеров, но зависит от сорта стали. При падении с высоты 9,6 м. потеря остаточного магнетизма может доходить до 25%. Весьма любопытный результат открыл G. Wiedemann: если размагнитить стальной магнит, подвергая его действию отрицательного магнитного поля, напряжение которого равно коэрцитивному напряжению, то под влиянием сотрясений вновь обнаруживается часть первоначального намагничения. Растяжение вызывает потерю магнетизма, которая восстанавливается при прекращении натяжения.

Большой интерес представляет влияние кручения на готовые стальные магниты. Исследованием этого влияния особенно занимался G. Wiedemann, далее Wertheim, Matteucci, Knott и др. Приводим главные из результатов, найденных Wiedemann'ом.

Остаточный магнетизм стальной стержней уменьшается при их кручении, но медленнее, чем пропорционально углу кручения; уменьшение пропорционально первоначальному намагничению. Раскручивание вновь вызывает некоторое уменьшение магнетизма. Многократное закручивание в одну и ту же сторону имеет уже малое влияние; но первое после этого закручивание в другую сторону вновь вызывает значительное уменьшение магнетизма.

Весьма интересен следующий результат: если после многократного закручивания в обе стороны магнетизм при раскрученном состоянии стержня уже более не меняется, то закручивание в одну сторону уменьшает, в другую — увеличивает магнетизм. Не менее замечательно влияние закручивания на отчасти или вполне размагниченную сталь. Когда уменьшение магнетизма невелико, то магнит при малых кручениях теряет меньше магнетизма, чем просто намагниченный стержень. Если размагничивание было значительное, то при кручении сперва магнетизм

увеличивается, достигает максимума и затем уменьшается. Чем полнее произошло размагничивание, тем при большем кручении достигается максимум. Если размагничивание было полное, то кручение (как и сотрясение) вновь вызывает часть первоначального намагничивания.

G. Wiedemann дал всестороннее объяснение различных механических воздействий на магниты, исходя при этом из теории вращающихся молекулярных магнитов. Подробное изложение можно найти в книге G. Wiedemann, *Die Lehre von der Elektrizität*, III, Braunschweig, 1895.

Переходим к вопросу о влиянии изменения температуры на стальные магниты. Faraday показал, что при нагревании до температуры кипения миндального масла (ниже 400°) магниты вполне теряют свой остаточный магнетизм, хотя они при этой температуре еще способны воспринимать временный магнетизм.

Если свежее намагниченный стальной магнит впервые нагревать до некоторой температуры t , то его магнетизм уменьшается; это явление наблюдал уже Canton (1759). Если вновь охладить магнит до его прежней температуры t_0 , то часть потерянного магнетизма восстанавливается. Таким образом, потеря при нагревании состоит из двух частей, из потери временной и потери окончательной. При вторичном нагревании до температуры t происходит опять потеря, которая меньше временной потери при первом нагревании; при охлаждении получается опять некоторая окончательная потеря, которая, однако, значительно меньше, чем при первом нагревании и охлаждении. Третье нагревание и охлаждение между температурами t и t_0 дает еще меньшую постоянную потерю магнетизма. Если много раз повторять одни и те же нагревания и охлаждения, то получается уже только временная потеря при нагревании, т.е. полное восстановление магнитного состояния при охлаждении. В этом случае магнит приобрел как бы некоторое стационарное состояние между температурами t_0 и t . Если такой магнит нагреть до температуры $t_1 < t$, то его потеря магнетизма, понятно, будет только временная. Но, если его нагреть до температуры $t_1 > t$, то он при температуре t_0 вновь обнаруживает некоторую новую окончательную потерю магнетизма, и новое стационарное состояние достигается лишь после новых многократных нагреваний до температуры t_1 и охлаждений до t_0 .

Величина окончательной потери магнетизма при многократном нагревании и охлаждении зависит от формы и от материала магнита. Пусть m_0 — первоначальный магнетизм магнита, $m = m_0 (1 - \beta)$ остаточный магнетизм после многократного нагревания до t и охлаждений до t_0 . Оказывается, что β растет почти пропорционально толщине стержня; далее β тем меньше, чем длиннее магнит. Для твердой стали β гораздо больше, чем для мягкой. Так, при $t_0 = 10^{\circ}$ и $t = 100^{\circ}$ получилось для мягкой стали $\beta = 0,153$, для твердой $\beta = 0,515$.

Весьма большое значение во всех наблюдениях, производимых над магнитами или при их помощи, играет температурный коэффициент α магнитов, предварительно приведенных в упомянутое выше стационарное состояние. Временная потеря магнетизма при нагревании такого магнита

от t_0 до t выражается формулой $m = m_0 \{1 - \alpha(t - t_0)\}$. Для магнитов, которые были изготовляемы в прежние времена, получался температурный коэффициент между 0,0007 до 0,0010 и даже еще больше. Для ныне изготовляемых магнитов α колеблется между 0,0002 и 0,0009, в зависимости от рода стали, степени закалки и размеров магнита. Mougeaux находит для большинства магнитов, употребляемых ныне в магнитных обсерваториях, числа между $\alpha = 0,0004$ и $\alpha = 0,0005$. Ashworth (1898) нашел, что α весьма мало для наиболее твердых сортов стали. Для некоторых сортов никкелевой стали, а также для стальных струн получается α отрицательное; существует возможность получить такие сорта стали, для которых $\alpha = 0$. Dugward (1898) также определял α для различных сортов стали.

Весьма замечательно, что первое охлаждение свежее изготовленного магнита также уменьшает его магнетизм. Если при 100° намагнитить стальной стержень, то он при охлаждении теряет часть магнетизма. Если его вновь нагреть, то его магнетизм еще уменьшается; но при охлаждении магнита он теперь уже увеличивается. Trowbridge нашел в одном из своих опытов, что магнетизм стального магнита, изготовленного при 20° , уменьшился более, чем на 65%, когда он был охлажден до -140° . Dewar и Fleming нашли однако, что при внезапном охлаждении стального магнита до температуры жидкого воздуха (-185°) может получиться как уменьшение, так и увеличение намагничения, смотря по составу стали, например, по количеству содержащегося в ней никкеля.

Странными свойствами обладает в смысле влияния нагревания более или менее размагниченная сталь. В нижеследующей табличке приведены результаты пяти рядов наблюдений, произведенных G. Wiedemann'ом над стержнем из мягкой стали. В этой табличке M обозначает первоначальный остаточный магнетизм при 0° , m то, что осталось после размагничивания при 0° , m_{100} магнетизм при нагревании до 100° , m_0 — после охлаждения до 0° .

	M	m	m_{100}	m_0
1	70,5	70,5	42,2	54,5
2	72	40,1	27	40,5
3	70	25	18	39,5
4	72	2	2	9
5	75	0	0	9,5

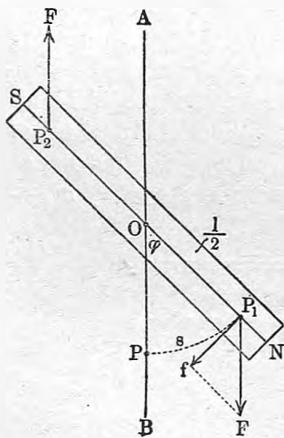
Первый ряд относится к случаю магнита вовсе не подвергнутого размагничиванию ($m = M$); последний ряд — к случаю полного размагничивания ($m = 0$). Эта табличка показывает, что при слабом размагничивании нагревание и охлаждение вызывают дальнейшее уменьшение магнетизма ($m_0 < m$). При значительном размагничении получается увеличение магнетизма после нагревания и охлаждения ($m_0 > m$). Особенно интересен последний ряд: стержень, не обнаруживающий никакого магнетизма ($m = 0$), делается магнитным вследствие нагревания до 100° и затем охлаждения до 0° ($m_0 = 9,5$). Далее G. Wiedemann нашел, что если,

наоборот, при 100° намагнитить (M) и размагнитить (m) стержень, затем охладить его до 0° (m_0) и опять нагреть до 100° (m_{100}), то, смотря по степени размагничивания, может получиться $m_{100} < m$ или $m_{100} > m$. Последнее относится к случаю $m = 0$ ($M = 56$, $m = 0$, $m_0 = 14,5$, $m_{100} = 5,5$).

G. Wiedemann теоретически разобрал влияние изменения температуры на остаточный магнетизм. Очевидно, что это влияние двойное: с одной стороны изменение температуры вызывает временное изменение магнетизма, исчезающее при возвращении к прежней температуре; во вторых, оно имеет следствием полное уничтожение некоторой части остаточного магнетизма. Основываясь на учении о вращающихся молекулярных магнитах, можно допустить, что магнетизм каждой молекулы есть функция температуры, чем и объясняется упомянутое временное изменение магнетизма. В то же время, например, нагревание меняет внутреннюю структуру вещества, делает частицы более удобоподвижными, может быть, в некоторых случаях ослабляет действие причин, мешающих им возвратиться в те положения, которые они занимали до намагничивания. Поэтому многие частицы при нагревании возвращаются в те положения, или по крайней мере, приближаются к тем положениям, которые они занимали до намагничивания, а это и соответствует уничтожению части остаточного магнетизма.

§ 9. Колебания магнита простые, затухающие и аперiodические.

Рис. 180.



Положим, что NS (рис. 180) магнит, свободно вращающийся около оси, проходящей через точку O и перпендикулярной к плоскости рисунка. Допустим далее, что магнит помещен в равномерное магнитное поле; обозначим слагаемую напряжения поля, действующую в плоскости рисунка, через H , магнитный момент магнита через M . Полюсы находятся в P_1 и P_2 ; расстояние $P_1P_2 = l$. Наконец, пусть AB направление слагаемой H ; это будет в то же время направление оси магнита, когда последний находится в положении покоя. Когда магнит отклонен от положения равновесия на угол $P_1OB = \varphi$, он находится под влиянием пары сил $F = Hm$, момент которой равен $MH \sin \varphi$, см. (12). Пусть P положение равновесия полюса P_1 ; дуга $PP_1 = s$, $f = -F \sin \varphi$ слагаемая силы f

по отрицательному направлению дуги s . Для весьма малых φ можно положить $f = -F\varphi = -\frac{2F}{l}s$. Это выражение показывает, что при весьма малых отклонениях магнит совершает гармонические колебательные движения около своего положения равновесия. Разберем подробнее эти колебания. Положим, что под влиянием пары сил FF магнит в течение времени dt повертывается на угол $-\delta\varphi$. Работа dr пары сил равна произведению момента пары сил на $-\delta\varphi$, т. е. $dr = -MH \sin \varphi \delta\varphi$ (ибо $dr = -2f ds = -2F \sin \varphi ds = -2F \frac{l}{2} \sin \varphi \delta\varphi = -Hml \sin \varphi \delta\varphi =$

$= -MH \sin \varphi d\varphi$. Эта работа равна приращению живой силы J вращающегося магнита. Но мы видели (т. I), что J равно полупроизведению момента инерции тела относительно оси вращения на квадрат угловой скорости $\frac{d\varphi}{dt}$. Обозначив момент инерции магнита относительно оси вращения через K , имеем $J = \frac{1}{2} K \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$. Отсюда

$$dJ = K \frac{d\varphi}{dt} \frac{d^2\varphi}{dt^2} dt = K \frac{d^2\varphi}{dt^2} d\varphi.$$

Равенство $dr = dJ$ даст

$$K \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -MH \sin \varphi$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{MH}{K} \sin \varphi \dots \dots \dots (60)$$

При весьма малых колебаниях мы получаем

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{MH}{K} \varphi \dots \dots \dots (60, a)$$

На практике приходится наблюдать не углы φ , но какие-нибудь им пропорциональные величины y , напр., числа делений шкалы при известном способе „трубы и шкалы“ (см. т. I). Вводя величину y , получаем уравнение малых качаний магнита:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{MH}{K} y = 0 \dots \dots \dots (61)$$

Полагая

$$\frac{MH}{K} = c^2 \dots \dots \dots (61, a)$$

получаем

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + c^2 y = 0 \dots \dots \dots (62)$$

Этому линейному дифференциальному уравнению удовлетворяет величина вида $y = Ce^{\alpha t}$. Подставляя ее в (62), имеем $\alpha^2 + c^2 = 0$, откуда $\alpha = \pm ci$, где $i = \sqrt{-1}$. Полный интеграл будет

$$y = C_1 e^{cit} + C_2 e^{-cit} = (C_1 + C_2) \cos ct + i(C_1 - C_2) \sin ct.$$

Положим, что при $t = 0$ мы имеем $y = 0$ и скорость $\frac{dy}{dt} = v_0$. Первое условие дает $C_1 + C_2 = 0$, так что

$$y = i(C_1 - C_2) \sin ct.$$

Второе условие дает, так как $\frac{dy}{dt} = ic(C_1 - C_2) \cos ct$,

$$ic(C_1 - C_2) = v_0.$$

Определяя отсюда $C_1 - C_2$ и подставляя в выражение для y , имеем:

$$y = \frac{v_0}{c} \sin ct \quad \dots \dots \dots (63)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = v_0 \cos ct \quad \dots \dots \dots (63, a)$$

Амплитуду a мы получим, полагая $v = 0$, что даст $ct = \frac{\pi}{2}$, и вставляя это значение в (63). Получается

$$a = \frac{v_0}{c} \quad \dots \dots \dots (63, b)$$

Время T_1 полного колебания получаем из равенства

$$c(t + T_1) = ct + 2\pi,$$

откуда

$$T_1 = \frac{2\pi}{c} \quad \dots \dots \dots (63, c)$$

(63, b) и (63, c) дают, вместо (63),

$$y = a \sin \frac{2\pi}{T_1} t \quad \dots \dots \dots (64)$$

т. е. обыкновенное уравнение гармонических колебательных движений. (61, a) и (63, c) дают время полного колебания магнита T_1 .

Для времени $T = \frac{1}{2} T_1$ полуколебания магнита получаем

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MH}} \quad \dots \dots \dots (65)$$

Время T колебания магнита обратно пропорционально корню квадратному из напряжения магнитного поля H , действующего в плоскости колебания. Отсюда следует, что число n колебаний (в данное время) пропорционально \sqrt{H} , или n^2 пропорционально H , чем мы уже пользовались в § 3. Формула (65) дает время колебания для весьма малых размахов a . Более точная формула имеет вид

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MH}} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \sin^6 \frac{\alpha}{2} + \dots \right\} \quad (65, a)$$

Во многих случаях достаточно точно оказывается формула

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MH}} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right\} \quad \dots \dots \dots (65, b)$$

или еще проще

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MH}} \left\{ 1 + \frac{\alpha^2}{16} \right\} \quad \dots \dots \dots (65, c)$$

Вставляя (61, a) в (63, b), получаем

$$v_0 = ac = a \sqrt{\frac{MH}{K}} \quad \dots \dots \dots (65, d)$$

При выводе формулы (60) мы предполагали, что на магнит не действуют никакие силы, кроме тех, которые определяются напряжением

магнитного поля. Предположим теперь, что на магнит действует, кроме магнитного поля, еще пара сил, по величине пропорциональная угловой скорости вращения магнита, препятствующая движению магнита, т. е. стремящаяся вращать магнит по направлению, противоположному направлению его движения, или угловой скорости $\frac{d\varphi}{dt}$. Ясно, что эта пара сил возникает только во время движения магнита. Источником такой пары может служить сопротивление окружающего воздуха. Но гораздо более важный пример движения магнита в магнитном поле при одновременном влиянии подобной пары сил, сопротивляющейся движению, мы встретим в теории гальванометров, снабженных так наз. успокоителями. Мы увидим, что если вблизи магнита находятся массы немагнитного металла, напр., меди, то при движении магнита в этом металле появляются электрические токи, которые обратно действуют на магнит, препятствуя его движению; сила токов, а потому и их действие в каждый данный момент пропорциональны скорости движения магнита.

Величина a момента пары сил, препятствующей движению магнита, равна $-n \frac{d\varphi}{dt}$, где n множитель пропорциональности. Когда угол φ уменьшается на $d\varphi$, работа этой пары сил равна $-n \frac{d(-\varphi)}{dt} (-d\varphi) = -n \frac{d\varphi}{dt} d\varphi$. Для приращения dJ живой силы имеем теперь

$$dJ = K \frac{d\varphi}{dt} d\varphi = -MH \sin \varphi d\varphi - n \frac{d\varphi}{dt} d\varphi.$$

Полагая φ весьма малым, вводя величину c^2 , см. (61, a), и обозначение

$$\frac{n}{K} = 2p$$

мы получаем уравнение движения магнита под влиянием успокоителя:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2p \frac{d\varphi}{dt} + c^2\varphi = 0 \quad \dots \dots \dots (66)$$

При $p = 0$ получаем рассмотренное движение магнита без успокоителя. Величина p является здесь как бы мерою успокоения, т. е. мерою той причины, которая препятствует движению магнита. Вводя опять непосредственно наблюдаемую величину y , пропорциональную углу φ , получаем уравнение

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2p \frac{dy}{dt} + c^2y = 0 \quad \dots \dots \dots (67)$$

Это уравнение также линейное, и ему удовлетворяет функция вида $y = C e^{\alpha t}$. Вставляя это в (67), получаем

$$\alpha^2 + 2p\alpha + c^2 = 0$$

$$\alpha_1 = -p + \sqrt{p^2 - c^2}; \quad \alpha_2 = -p - \sqrt{p^2 - c^2} \quad \dots \dots \dots (67, a)$$

Решение уравнения (67) имеет общий вид

$$y = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} \quad \dots \dots \dots (67, b)$$

где C_1 и C_2 произвольные постоянные коэффициенты.

Следует отличать два случая: когда „успокоение“ не очень велико, и когда оно очень велико.

I. Успокоение не очень велико; колебания затухающие. Это случай, когда

$$p < c \dots \dots \dots (68)$$

Введем обозначение

$$q = \sqrt{c^2 - p^2} \dots \dots \dots (68, a)$$

Тогда $\alpha_1 = -p + qi$; $\alpha_2 = -p - qi$, и (67, b) дает

$$y = C_1 e^{-pt} (\cos qt + i \sin qt) + C_2 e^{-pt} (\cos qt - i \sin qt) = \\ = (C_1 + C_2) e^{-pt} \cos qt + i(C_1 - C_2) e^{-pt} \sin qt.$$

Положим, что при $t = 0$ мы имеем $y = 0$ и $v = \frac{dy}{dt} = v_0$. Первое условие дает $C_1 + C_2 = 0$, так что остается

$$y = i(C_1 - C_2) e^{-pt} \sin qt \dots \dots \dots (68, b)$$

Так как $v = i(C_1 - C_2) e^{-pt} (q \cos qt - p \sin qt)$, то второе условие дает

$$qi(C_1 - C_2) = v_0 \dots \dots \dots (68, c)$$

Определяя отсюда $C_1 - C_2$ и подставляя в (68, b), имеем:

$$y = \frac{v_0}{q} e^{-pt} \sin qt \dots \dots \dots (68, d)$$

Вводим обозначение

$$\frac{v_0}{q} = \frac{v_0}{\sqrt{c^2 - p^2}} = a \dots \dots \dots (68, e)$$

тогда получается окончательно

$$y = a e^{-pt} \sin qt \dots \dots \dots (69)$$

При $p = 0$, т. е. при отсутствии успокоения, получается простое гармоническое колебательное движение. Уравнение (69) тождественно с уравнением затухающего колебательного движения, которое было рассмотрено в т. I, в отделе „механика.“ Мы имеем здесь колебательное движение с постепенно убывающими амплитудами. Первая амплитуда

$$a_1 = \frac{aq}{\sqrt{q^2 + p^2}} e^{-\frac{p}{q} \operatorname{arctg} \frac{q}{p}} \dots \dots \dots (69, a)$$

Натуральный логарифм λ отношения абсолютных величин двух последовательных амплитуд a_n и a_{n+1} называется логарифмическим декрементом. Он равен

$$\lambda = \lg \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{\pi p}{q} \dots \dots \dots (69, b)$$

Время ϵ от одного прохождения через положение равновесия до следующего или равное ему время от одной остановки до следующей определяется формулою

$$\tau = \frac{\pi}{q} = \frac{\pi}{\sqrt{c^2 - p^2}} \dots \dots \dots (69, c)$$

При $p = 0$ получаем время качания $T = \frac{\pi}{c}$, см. (63, c), где $T_1 = 2T$. Очевидно, $\tau > T$, ибо

$$\frac{\tau^2}{T^2} = \frac{c^2}{c^2 - p^2} = \frac{q^2 + p^2}{q^2} = \frac{\pi^2 + \frac{\pi^2 p^2}{q^2}}{\pi^2} = \frac{\pi^2 + \lambda^2}{\pi^2} \dots \dots \dots (69, d)$$

Формулы (68, e) и (69, a) дают

$$v_0 = aq = a_1 \sqrt{q^2 + p^2} e^{\frac{p}{q} \arctg \frac{q}{p}} \dots \dots \dots (69, e)$$

т. е. связь между начальной скоростью v_0 и первой амплитудой a_1 .

Из (69, b) и (69, c) следует, что

$$\lambda = p\tau \dots \dots \dots (69, f)$$

Если ввести λ и τ вместо p и q , то формулы (69, a) и (69, e) принимают вид

$$a_1 = a \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctg \frac{\pi}{\lambda}} \dots \dots \dots (69, g)$$

$$v_0 = a \frac{\pi}{\tau} = a_1 \frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{\tau} e^{\frac{\lambda}{\pi} \arctg \frac{\pi}{\lambda}} \dots \dots \dots (69, h)$$

II. Успокоение очень велико; колебания аperiодические. Положим, что в (67)

$$p > c \dots \dots \dots (70)$$

Введем обозначение

$$q = \sqrt{p^2 - c^2} \dots \dots \dots (71)$$

тогда (67, a) и (67, b) дают

$$y = e^{-pt} \{C_1 e^{qt} + C_2 e^{-qt}\} \dots \dots \dots (71, a)$$

Скорость движения равна

$$v = \frac{dy}{dt} = -e^{-pt} \{(p - q) C_1 e^{qt} + (p + q) C_2 e^{-qt}\} \dots \dots (71, b)$$

Рассмотрим три частных случая.

1. Магнит был отклонен на угол, которому соответствует некоторое значение $y = a$; в этом положении $v = 0$, $t = 0$. Затем магнит предоставлен самому себе. Требуется исследовать зависимость y и v от t . Условия, что при $t = 0$ имеем $y = a$ и $v = 0$, дают $C_1 + C_2 = a$ и $(p - q) C_1 + (p + q) C_2 = 0$. Определив отсюда C_1 и C_2 , и вставив в (71, a) и (71, b), получаем:

$$y = \frac{ae^{-pt}}{2q} \{(p + q) e^{qt} - (p - q) e^{-qt}\} \dots \dots \dots (72)$$

$$v = -\frac{(p^2 - q^2) ae^{-pt}}{2q} \{e^{qt} - e^{-qt}\} \dots \dots \dots (72, a)$$

Первая формула показывает, что ни при каком $t > 0$ отклонение y не делается отрицательным, и что только при $t = \infty$ получается $y = 0$. Магнит вовсе не качается, он асимптотически приближается к положению равновесия, достигая его, теоретически говоря, только через бесконечное время. Практически мы увидим, что магнит двинется к положению равновесия и, достигнув его, остановится. Такое движение называется аперiodическим. Скорость v достигает наибольшего значения

$$v_m = -a \sqrt{p^2 - q^2} \left(\frac{p-q}{p+q} \right)^{\frac{p}{2q}} \dots \dots \dots (72, b)$$

во время

$$t_m = \frac{1}{2q} \lg \frac{p+q}{p-q} \dots \dots \dots (72, c)$$

не зависящее от первоначального отклонения a , а затем опять уменьшается.

2. Магнит был отклонен до $y = a$ и затем получил толчек, вследствие чего он при $t = 0$ приобрел скорость $-v_0$, направленную к положению равновесия. Условия для C_1 и C_2 теперь следующие: $C_1 + C_2 = a$, $(p - q) C_1 + (p + q) C_2 = v_0$. Это дает:

$$y = \frac{e^{-pt}}{2q} \{ [v_0 - a(p - q)] e^{-qt} - [v_0 - a(p + q)] e^{qt} \} \dots \dots (73)$$

Эта величина дает $y = 0$ при

$$t_1 = \frac{1}{2q} \lg \frac{v_0 - a(p - q)}{v_0 - a(p + q)} \dots \dots \dots (73, a)$$

Чтобы t_1 было положительною величиною, должно быть удовлетворено условие

$$v_0 > a(p + q) \dots \dots \dots (73, b)$$

Тогда магнит достигает положения равновесия со скоростью

$$v_0' = -\sqrt{(v_0 - ap)^2 - a^2 q^2} \left[\frac{v_0 - a(p + q)}{v_0 - a(p - q)} \right]^{\frac{p}{2q}} \dots \dots \dots (73, c)$$

переходит в другую сторону, останавливается (см. задача 3) и асимптотически возвращается к положению равновесия. Если v_0 меньше или равно $a(p + q)$, то магнит, несмотря на толчек, не переходит через положение равновесия.

3. Магнит, находясь в положении равновесия ($y = 0$), получает при $t = 0$ толчок, придающий ему скорость v_0 . При $t = 0$ имеем $y = 0$, $v = v_0$; это дает $C_1 + C_2 = 0$, $(p - q) C_1 + (p + q) C_2 = -v_0$. Вместо (71, a) получаем:

$$y = \frac{v_0 e^{-pt}}{2q} \{ e^{qt} - e^{-qt} \} \dots \dots \dots (74)$$

$$v = \frac{v_0 e^{-pt}}{2q} \{ (p + q) e^{-qt} - (p - q) e^{qt} \} \dots \dots \dots (74, a)$$

Мы получаем $v = 0$ во время

$$t_m = \frac{1}{2q} \lg \frac{p+q}{p-q} \dots \dots \dots (74, b)$$

не зависящее от первоначальной скорости v_0 ; величина наибольшего отклонения равна

$$y_m = \frac{v_0}{\sqrt{p^2 - q^2}} \left(\frac{p-q}{p+q} \right)^{\frac{p}{2q}} \dots \dots \dots (74, c)$$

Весьма любопытно, что (72, c) одинаково с (74, b), а (72, b) чрезвычайно похоже на (74, c).

III. Переходный случай. Положим, что в уравнении (66)

$$p = c \dots \dots \dots (75)$$

Тогда корни α_1 и α_2 , см. (67, a), делаются равными. В этом случае обыкновенно поступают по способу, известному из учения об интегрировании линейных уравнений. Мы поступим иначе, положив $q = 0$ в формулах случая II, и определяя по известному способу выражение вида $\frac{0}{0}$.

1. При $t = 0$ имеем $y = a, v = 0$. Формула (72) дает при $q = 0$

$$y = ae^{-pt}(1 + pt) \dots \dots \dots (76)$$

$$v = -ap^2te^{-pt} \dots \dots \dots (76, a)$$

Движение аперидическое. При

$$t_m = \frac{1}{p} \dots \dots \dots (76, b)$$

получаем наибольшую скорость

$$v_m = -\frac{ap}{e} \dots \dots \dots (76, c)$$

2. При $t = 0$ имеем $y = a, v = -v_0$. Формула (73) дает при $q = 0$

$$y = \{a - (v_0 - ap)t\} e^{-pt} \dots \dots \dots (77)$$

При

$$t_1 = \frac{a}{v_0 - ap} \dots \dots \dots (77, a)$$

магнит проходит через положение равновесия со скоростью

$$v_0' = -(v_0 - ap)e^{-\frac{ap}{v_0 - ap}} \dots \dots \dots (77, b)$$

Для того, чтобы магнит перешел через положение равновесия, должно быть

$$v_0 > ap \dots \dots \dots (77, c)$$

3. При $t = 0$ имеем $y = 0, v = v_0$. Формула (74) дает при $q = 0$

$$y = v_0te^{-pt} \dots \dots \dots (78)$$

$$v = v_0e^{-pt}(1 - pt) \dots \dots \dots (78, a)$$

Наибольшее отклонение y_m получается при

$$t_m = \frac{1}{p} \dots \dots \dots (78, b)$$

когда

$$y_m = \frac{v_0}{pe} \dots \dots \dots (78, c)$$

Изложенная здесь теория затухающего движения магнита была дана Gauss'ом. Более сложные случаи разобраны Schering'ом и мною. Теорию аperiодических движений дал E. du Bois Reymond.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

- Langevin.* Ann. Chim. et Phys. (8) 5 pp. 70, 245, 1905.
Shuddemagen. Proc. Amer. Acad. of Arts a. Sc. 43 p. 185, 1907.
Hopkinson. Phil. Trans. 176 p. 465, 1885.

К § 3.

- Lindeck.* Instr. 9 p. 352, 1889.
Ebert. Magnetische Kraftfelder. 2-ое изд. München, p. 8 1905.

К § 7.

- Jamin.* C. R. 76 p. 1153, 1873; 77 p. 305, 1873; Carl's Repert. d. Phys. 9 p. 253, 1873.
Barus a. Strouhal. Bull. Unit. States Geol. Surv. N° 14, 1885; W. A. 11 p. 930, 1880; 20 pp. 525, 621, 662, 1883.
Holborn. Instr. 11 p. 113, 1891; Berl. Ber. p. 159 1898.
Guthe. Transact. Am. Electr. Eng. 14 p. 59, 1897; Proc. Phys. Soc. 15 p. 268, 1897.
M-me Curie. Bull. de la Soc. d'Encouragement de l'Industrie 3 p. 36, 1898; The Metallographist 1 p. 117, 1898.
Negbauer. Elektrotechn. Ztschr. p. 348 1889.
P. Meyer. Elektrotechn. Ztschr. p. 582 1889.
Du Bois. Phil. Mag. (5) 29 p. 293, 1890.
Coulomb. Mém. de l'Acad. p. 468 1789.
Biot. Traité de phys. 3 p. 76, 1816.
Riecke. Pogg. Ann. 149 p. 62, 1873; W. A. 8 p. 299, 1879.
F. Kohlrausch. W. A. 22 p. 411, 1884; 27 p. 45, 1886; 31 p. 609, 1887.
 Петрушевский. Pogg. Ann. 150 pp. 388, 537, 1873; 152 p. 42, 1874; Курс физики, изд. 2-ое Спб., p. 313 1874.
Pouillet. C. R. 67 p. 853, 1868.
Benoit. C. R. 84 p. 76, 1877.
Van Rees. Pogg. Ann. 70 p. 15, 1847.
Mascart. C. R. 104 p. 635, 1887; Ann. de Chim. et de Phys. (6) 18 p. 1, 1884; Traité de magnétisme terrestre, p. 82 1900.
Benedicks. Journ. de Phys. (4) 1 p. 302, 1902; Bihang t. k. Svenska Vet. Ak. Handl. 27, I, 1902.
Ruoss. Ann. d. Phys. (4) 27 p. 113, 1908.
Salmon. Journ. de Phys. (4) 8 p. 579, 1909.
Haecker. Pogg. Ann. 57 p. 321, 1842; 62 p. 366, 1844; 72 p. 63, 1847; 74 p. 394, 1848.
Geber (Abû Mûsa Gâbir ben Hajjan), см. E. Wiedemann, W. A. 4 p. 320, 1878.

К § 8.

- G. Wiedemann.* Pogg. Ann. 100 p. 241, 1857.
Villari. N. Cim. 27, 1868; Pogg. Ann. 137 p. 568, 1869.

- Streintz*. Wien. Ber. 76 p. 946, 1877.
Brown. Phil. Mag. (5) 23 p. 420, 1887.
Berson. C. R. 106 p. 592, 1888; 108 p. 94, 1899.
Kruese. Wien. Ber. 109 p. 195, 1900.
Wertheim. C. R. 35 p. 702, 1852; Ann. d. Chim. et Phys. (3) 50 p. 385, 1857.
Matteucci. C. R. 24 p. 301, 1847; Ann. d. Chim. et Phys. (3) 53 p. 385, 1858.
Knott. Phil. Trans. R. Soc. Edinb. 36 p. 485, 1891.
G. Wiedemann (кручение). Pogg. Ann. 103 p. 563, 1858; 106 p. 161, 1859; Verh. Baseler Naturf. Ges. 2 p. 169, 1860; W. A. 27 p. 376, 1886.
Canton. Phil. Trans. p. 398, 1759.
Ashworth. Proc. R. Soc. 62 p. 210, 1898.
Durward. Sill. Journ. 5 p. 245, 1898.
Trowbridge. Sill. Journ. (3) 21 p. 316, 1881.
G. Wiedemann (изменение температуры). Pogg. Ann. 100 p. 235, 1852; 103 p. 563, 1858; 122 p. 355, 1864.

К § 9.

- Gauss*. Resultate des magnet. Vereins p. 58, 1837.
E. du Bois Reymond. Berl. Ber. p. 807, 1869; p. 537, 1870; Abhandl. 1 p. 284.
Schering. W. A. 9 pp. 287, 452, 1880.
Хвольсон. Магнитные успокоители, Спб., 1880; Мém. de l'Acad. des Sc. de S.-Petersb. (7) 26 N° 14, 1879; 28 N° 3, 1880.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ.

Источники магнитного поля. Электрический ток.

§ 1. Введение. Изучив в предыдущей главе первый из двух источников магнитного поля — магниты, и притом главным образом постоянные, мы обращаемся к рассмотрению второго источника магнитного поля — электрических токов. В этой главе мы изучим один из способов возникновения электрического тока, рассмотрим некоторые относящиеся к этому току вопросы, а также свойства того магнитного поля, которое наблюдается в пространстве, окружающем тела, в которых происходит явление электрического тока. Более глубокие, теоретические вопросы в этой главе нами затронуты не будут.

Во второй главе первой части мы познакомились с целым рядом явлений, которые послужат основой наших дальнейших рассуждений. Мы считаем необходимым, для удобства читателей, вкратце напомнить эти явления.

Если два разнородные тела A и B , состоящие из материала, проводящего электричество, привести во взаимное соприкосновение, то они оба оказываются неэлектризованными, одно положительно, другое отрицательно. Их потенциалы V_1 и V_2 оказываются неодинаковыми, между ними обнаруживается разность потенциалов, или при переходе от одного тела к другому появляется скачек потенциала $V_1 - V_2$. Причину этого явления мы назвали электродвижущей силой (E); мы приняли, что она имеет направление скачка вверх, т. е. от тела с меньшим потенциалом V_2 к телу с большим потенциалом V_1 . За ее меру мы

приняли величину этого скачка, т. е. положили, см. часть первая, гл. II, § 3

$$E = V_1 - V_2 \dots \dots \dots (1)$$

Символически мы пишем $E = A | B = -B | A$. В цепи последовательно соприкасающихся разнородных тел $A, B, C, \dots M, N$ действует ряд электродвижущих сил e_k , сумма которых составляет электродвижущую силу цепи

$$E = A | B + B | C + \dots + M | N = \sum e_k = V_1 - V_n \dots \dots (1, a)$$

равную разности потенциалов V_1 и V_n концов цепи, см. (10) часть 1, гл. II, § 3. Таким образом E равно сумме скачков потенциалов в цепи. Цепь, в которой крайние тела одинаковы, мы назвали правильно разомкнутой.

Электродвижущая сила правильно разомкнутой цепи, состоящей из проводников первого класса (металлы, уголь, минералы, окислы), равна нулю. Одинаковые между собою крайние тела, т. е. концы такой цепи, находятся при одинаковых потенциалах. Для такой цепи из трех разнородных тел мы получаем закон Вольты, выражающийся формулою, см. (12) часть 1, гл. II, § 3,

$$A | B + B | C = A | C \dots \dots \dots (2)$$

Проводники первого класса могут быть расположены в ряд Вольты.

Проводники второго класса, или электролиты (растворенные или расплавленные кислоты и соли) не следуют закону Вольты. Электродвижущая сила E , действующая в правильно разомкнутой цепи, в состав которой входят электролиты S , или разность потенциалов V_1 и V_2 на концах такой цепи, не равна нулю. Для нее имеем напр.

$$E = V_1 - V_2 = A | S + S | B + B | A \geq 0 \dots \dots \dots (2, a)$$

или в другом случае

$$E = V_1 - V_2 = A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | B + B | A \geq 0 \dots \dots (2 b)$$

Вместо (2) имеем теперь

$$A | S + S | B \geq A | B \dots \dots \dots (2, c)$$

Направление электродвижущей силы E совпадает с тем направлением, в котором преобладают положительные скачки, т. е. скачки вверх; иначе говоря, E направлено от V_2 к V_1 , если $V_2 < V_1$. Комбинация тел, представляющих подобную цепь, называется гальваническим элементом. Разные схемы таких элементов были приведены в (14, a) — (14, d) (часть 1, гл. II, § 3). Вводя обозначение

$$(A, B) = A | S + S | B + B | A,$$

мы доказали, что

$$(A, B) + (B, C) = (A, C) \dots \dots \dots (2, d)$$

и это равенство остается верным, если

$$(A, B) = A | S_1 + S_1 | S_2 + S_2 | B + B | A \dots \dots \dots (2, e)$$

Меняя тела A , B , C , мы должны оставлять без изменения электролиты S или S_1 и S_2 . Типичным элементом, электродвижущая сила которого составлена по схеме (2, e), представляется элемент Даниэля, изображенный на рис. 77. Для него мы имеем

$$E = V_1 - V_2 = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 = \text{Cu} | \text{CuSO}_4 + \text{CuSO}_4 | \text{ZnSO}_4 + \\ + \text{ZnSO}_4 | \text{Zn} + \text{Zn} | \text{Cu} \dots \dots \dots (2, f)$$

Величина E вполне определенная, и ее можно весьма точно измерить. Но вопрос о величине четырех отдельных составных частей остается до сих пор совершенно открытым. Этот вопрос был нами весьма подробно рассмотрен в § 9—13 главы второй, части первой. Наилучшей иллюстрацией положения этого вопроса может служить табличка, приведенная в § 9. К счастью мы в дальнейшем будем иметь дело только с величиною E , составные же ее части никакой роли играть не будут.

Концы правильно разомкнутого элемента мы назвали электродами, отличая положительный и отрицательный.

Электродвижущая сила (скачок потенциала) соприкосновения двух тел не зависит ни от величины, ни от формы этих тел, ни от величины их поверхности соприкосновения, а только от химического состава и от физического состояния самих тел. Отсюда мы и получили, что электродвижущая сила элемента не зависит ни от формы и размеров элемента, ни от его внутреннего устройства, но только от рода и физического состояния веществ, из которых он составлен.

Наконец напомним, что в §§ 14 и 15 главы II части первой отчасти довольно подробно рассмотрены, отчасти вкратце упомянуты различные другие источники электрического состояния.

§ 2. Возникновение гидроэлектрического (гальванического) тока. На рис. 181 схематически изображена уже знакомая нам правильно разомкнутая цепь, при чем в виде примера принято, что она содержит два металла (точнее — проводника первого класса A и B) и два электролита S_1 и S_2 . Концы A , A находятся при потенциалах V_1 и V_2 ; электродвижущая сила E равна $V_1 - V_2$ и имеет направление, показанное стрелкою. Каждая из составных частей A , S_1 , S_2 , B , A цепи находится при своем потенциале, причем разности потенциалов этих частей суть вполне определенные величины. Самые же потенциалы суть величины вполне случайные, так как любая из составных частей цепи может быть приведена к какому угодно положительному или отрицательному потенциалу.

Теперь посмотрим, что должно произойти, если замкнуть правильно разомкнутую цепь, т. е. если привести концы ее в соприкосновение, или если соединить эти концы телом из того же материала A , как это изображено на рисунке пунктиром. Прежде всего ясно, что мы при этом не вводим в цепь новой электродвижущей силы, так как новые соприкосновения происходят между однородными веществами. Допускаем далее, хотя это не имеет значения для дальнейшего, что величины e_i , а следовательно и их сумма E , не меняются при замыкании цепи.

Возможно ли статическое электрическое состояние в цепи, содержащей электролиты? Допустим, что оно возможно, и что вся часть CHF (рис. 182) находится при одном каком-нибудь потенциале V . Тогда часть B должна находиться при потенциале $V + e_4$, S_2 при $V + e_4 + e_3$, S_1 при $V + e_4 + e_3 + e_2$, и наконец часть A , смежная с S_1 , при потенциале $V + e_4 + e_3 + e_2 + e_1 = V + E$, что противоречит допущению статического состояния, при котором вся часть CAF находится при одном потенциале V .

В замкнутой цепи, содержащей электролиты, не может установиться статическое электрическое состояние. Понятно, что мы имели бы такое состояние, если бы цепь состояла из одних проводников первого класса ($V_1 = V_2$, $E = 0$).

Так как в цепи, содержащей электролиты, статическое состояние невозможно, то должно установиться состояние динамическое, т. е.

Рис. 181.

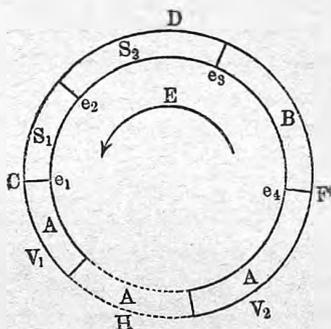
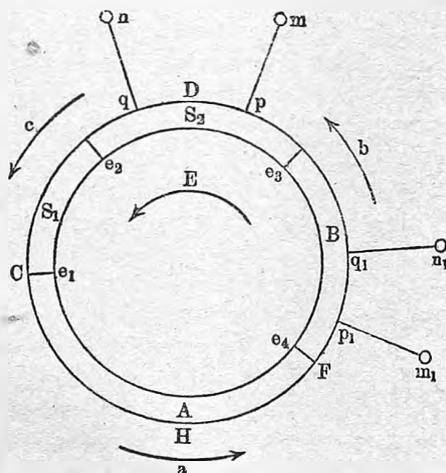


Рис. 182.



течение электричества. В части CHF течение положительного электричества должно иметь направление от C к F , см. стрелку a , так как часть смежная с S_1 находится, как мы только что видели, при более высоком потенциале, чем часть смежная с B . Но течение положительного электричества возможно только „сверху вниз“, т. е. от большего потенциала к меньшему. Отсюда следует, что потенциал должен непрерывно уменьшаться вдоль всей части CHF , т. е. вдоль CHF должно установиться падение потенциала.

Рассуждая иначе, мы можем сказать, что течение электричества возможно только там, где существует электрическая сила, а эта последняя существует лишь там, где потенциал непостоянен.

Условимся падение потенциала считать положительным по направлению вниз; вспомним, что скачки потенциала (электродвижущие силы) мы условились считать положительным по направлению вверх.

Мы убедились, что положительное электричество должно непрерывно течь по направлению $САВ$. Так как в F не происходит накопления электричества, да и самая часть A была выбрана нами совершенно произвольно, ибо правильно разомкнутая цепь может на обоих концах иметь вещество B , или S_1 , или S_2 , то ясно, что во всех частях цепи должно происходить течение положительного электричества по направлению стрелок b и c . Отсюда следует, что во всех частях цепи должны установиться падения потенциала по направлению течения положительного электричества. Это направление мы примем за направление электрического тока в цепи. На рис. 182 видно, что направление электрического тока и падения потенциала — одинаково с направлением электродвижущей силы E , действующей в цепи, т. е. тем направлением, в котором мы, обходя цепь, встречаем положительную сумму скачков потенциала.

Допускаем, что одновременно с течением положительного электричества по направлению падения потенциала и величины E происходит одинаковое течение отрицательного электричества по направлению противоположному. Оба течения, вместе взятые и составляют явление электрического тока в цепи, содержащей электролиты. Такой ток можно назвать гидроэлектрическим.

Не следует придавать большого значения той картине внутренней сущности тока, которая была сейчас развита. Два течения двух электричеств в двух противоположных направлениях представляют нечто мало вразумительное. Но для нас важно только то, что мы, исходя из факта электризации тел при их соприкосновении или из факта существования разности потенциалов на концах правильно разомкнутой цепи, содержащей электролиты, пришли к выяснению необходимости существования динамического состояния в замкнутой цепи и падения потенциала во всех ее частях. Это падение также несомненный факт. Действительно, соединяя какие-либо две точки p и q , или p_1 и q_1 , принадлежащие одной из составных частей цепи, с двумя шариками m и n , или m_1 и n_1 , мы убеждаемся в том, что все шарики наэлектризованы, и что потенциалы шариков m и m_1 соответственно выше потенциалов шариков n и n_1 .

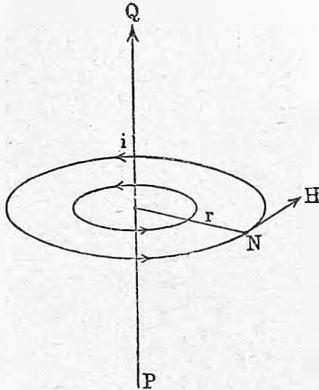
Цепь обыкновенно состоит из элемента, в состав которого входят электролиты, и из проволок, служащих для замыкания цепи. Вводя проволоки в цепь, мы заставляем проходить по ним ток. Когда эти проволоки входят в состав какого либо прибора, мы будем говорить о введении этого прибора в цепь.

Пространство, окружающее проводники, по которым течет электрический ток, есть магнитное поле. Свойства этого поля мы подробно рассмотрим в § 6, а пока ограничиваемся немногими указаниями.

Линии сил магнитного поля электрического тока суть замкнутые кривые, окружающие те проводники, по которым течет ток. Исследование этого поля показывает, что для случая длинного прямолинейного тока PQ (рис. 183) линии сил суть окружности,

плоскости которых перпендикулярны к линии тока PQ , и центры которых лежат на этой прямой линии. Направление линий сил показано на рис. 183 стрелками для случая, когда ток имеет направление от P к Q . Это направление определяется правилом Ампера, или правилом винта (или буравчика). Правило Ампера гласит: наблюдатель, поместившийся вдоль линии тока так, чтобы ток имел направление от ног наблюдателя к его голове, увидит линии сил идущими справа налево; обратившись лицом к удобоподвижному северному полюсу N , он увидит его перемещающимися налево, т. е. по направлению напряжения поля H .

Рис. 183.



Правило винта говорит: если поместить ось винта вдоль линии тока, то при вращении головки по направлению линий сил магнитного поля, ось винта получает поступательное движение по направлению PQ тока.

Опытное исследование показывает далее, что в рассматриваемом простом случае напряжение поля H в данной точке N обратно пропорционально расстоянию r точки от линии тока, так что можно положить

$$H = \frac{C}{r} \dots \dots \dots (3)$$

где C множитель пропорциональности. Наблюдение показывает, что напряжение поля H на данном расстоянии r от прямого проводника может быть весьма различное, т. е. что токи обладают индивидуальным свойством, от которого зависит напряжение окружающего их магнитного поля. Физическая величина, определяющая это свойство тока, называется силой тока; мы принимаем ее пропорционально напряжению H поля на каком-либо заданном расстоянии r от линии тока. Таким образом мы можем вместо (3) написать

$$H = \frac{cJ}{r} \dots \dots \dots (3, a)$$

где J сила тока, c другой множитель пропорциональности, зависящий от выбора единиц. По причинам, которые выяснятся впоследствии, мы принимаем $c = 2$, т. е. берем формулу

$$H = \frac{2J}{r} \dots \dots \dots (4)$$

Этим самым мы за электромагнитную единицу силы тока принимаем силу такого тока, который при $r = 1$ дает $H = 2$. В частном случае $C. G. S.$ эл.-магн. единица силы тока есть сила такого тока, который, протекая по длинному прямому проводнику, дает на рас-

стоянии одного сантиметра от проводника напряжение поля, равное 2 *C. G. S.* единицам напряжения.

0,1 *C. G. S.* эл.-магн. единицы силы тока получила название ампер. Это та практическая единица силы тока, которая ныне находится во всеобщем употреблении. Чтобы дать представление об ее величине, заметим, что для получения вольтовой дуги требуется ток примерно в 10 амперов.

Размер эл.-магн. единицы сил тока получается на основании формулы (4) и формулы (47), гл. II:

$$[J] = [H] L = [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} L = [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots (4, a)$$

Или, если считать μ за величину нулевого размера,

$$[J] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots \dots (4, b)$$

Для измерения силы тока служат разные приборы, как напр. гальванометры, амперметры и т. д. Мы их подробно рассмотрим в т. V; теперь же мы будем предполагать, что их общее устройство известно читателям.

Рассмотрим ближе самое течение электричества внутри проводника и выведем некоторые следствия, вытекающие из тех основных представлений, к которым нас привело изучение возникновения тока. Электрический ток, раз установившийся и текущий, не подвергаясь никаким изменениям, представляет во всяком случае пример того динамического равновесия, с которым мы уже встречались неоднократно: несмотря на течение, электрическое состояние каждой точки цепи остается неизменным. Вообразим внутри проводника, входящего в состав цепи, произвольную замкнутую поверхность *s*. Мы допускаем, что количество электричества $d\eta$, вступающее за время τ через элемент ds во внутрь поверхности, равно

$$d\eta = c \frac{\partial V}{\partial n} \tau ds \dots \dots \dots (5)$$

где n направление внешней нормали к элементу ds . Сущность допущения, скрытого в формуле (5), заключается в том, что электричество считается нами лишенным инерции. Мы полагаем, что количество электричества, приведенного в движение, пропорционально действующей электрической силе, что с исчезновением силы прекращается и самое движение электричества. Так как установившееся электрическое состояние внутри поверхности *s* не меняется, то полное количество электричества, вступающее через эту поверхность, должно равняться нулю. Это дает формулу

$$\int \frac{\partial V}{\partial n} ds = 0 \dots \dots \dots (5, a)$$

Но мы знаем, что этот интеграл равен $-4\pi\eta_i$, см. (41) часть I, гл. I, где η_i количество электричества, находящегося внутри поверхности *s*. Формула (5, a) дает $\eta_i = 0$. Можно иначе рассуждать: прилагая формулу

(5,а) к бесконечно малому параллелепипеду, ребра которого dx, dy, dz , мы получаем формулу, см. (20,д), часть 1, гл. I,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

во всех точках проводника, через который течет установившийся электрический ток. Но левая часть в (6) равна $-4\pi\rho$, где ρ объемная плотность электричества. Таким образом, мы получаем $\rho = 0$. Все это приводит нас к такой картине: внутри проводника, через который течет электрический ток, нет свободного электричества. Свободное электричество находится только на поверхности проводников. Его потенциал и есть та величина V , которая входит в формулы (5) и (6).

Полагая далее, что через боковую поверхность проводника не происходит потери электричества, мы имеем для всех точек этой поверхности уравнение

$$\frac{\partial V}{\partial n_1} = 0 \dots \dots \dots (6, a)$$

где n_1 направление нормали к боковой поверхности проводника.

§ 3. Основные величины в учении о токе и их единицы. Исследуя при помощи магнитной стрелки напряжение поля вблизи различных частей цепи, мы убеждаемся, что сила тока во всех частях цепи одна и та же. Итак,

$$J = \text{Const.} \dots \dots \dots (7)$$

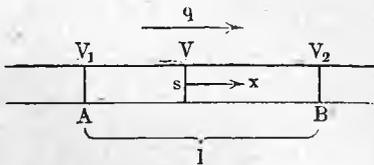
К тому же результату мы ниже придем и теоретически. Обращаемся к рассмотрению количества электричества η_1 , протекающего в единицу времени через поперечное сечение цепи. Так как электрическое состояние в цепи представляет пример динамического равновесия, то, как уже было указано, нигде не происходит накопления электричества. Полагая, что нет потери электричества через боковую поверхность проводников, мы, очевидно, должны иметь

$$\eta_1 = \text{Const.} \dots \dots \dots (7, a)$$

т. е. величина η_1 одинаковая во всех сечениях цепи. Полагая, что рассматриваемая часть цепи имеет вид проволоки, мы можем допустить, что поверхности уровня потенциала, перпендикулярно к которым происходит течение электричества, совпадают с поперечными сечениями проволоки. Пусть AB (рис. 184) отрезок проволоки, V_1 и V_2 — потенциалы в поперечных сечениях A и B , причем $V_1 > V_2$; s — площадь сечения, длина $AB = l$. Ток течет от A к B . В произвольном среднем сечении потенциал равен V ; нормаль по направлению тока обозначим через x .

В формуле (5) имеем теперь $\tau = 1$, η_1 и s вместо $d\eta$ и ds ; кроме того, x имеет обратное направление, чем n в (5). Поэтому получается

Рис. 184.



$$\eta_1 = -c \frac{dV}{dx} s \quad \dots \dots \dots (7, b)$$

Величина c зависит от вещества проводника. Чем больше c , тем меньшая требуется сила $-\frac{dV}{dx}$, чтобы привести в движение количество электричества η_1 . Мы назовем величину c удельною проводимостью вещества; величину обратную $1:c$ обозначим через ρ и назовем удельным сопротивлением. Формула (7, b) дает

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{\rho}{s} \eta_1 \quad \dots \dots \dots (7, c)$$

Полагая, что рассматриваемая часть цепи геометрически и физически однородна, т. е. что s и ρ величины постоянные, мы получаем, в виду (7, a),

$$\frac{dV}{dx} = -C \quad \dots \dots \dots (7, d)$$

где $C = \frac{\rho}{s} \eta_1$ от l не зависит. Когда V непрерывная функция от x , т. е. не имеет скачков, мы получаем

$$V = V_0 - Cx \quad \dots \dots \dots (8)$$

В геометрически и физически однородной части цепи потенциал есть линейная функция длины x , считаемой вдоль проводника. Иначе говоря, в такой части цепи падение потенциала на единицу длины есть величина постоянная. Прилагая (8) к отрезку $AB = l$, и вставляя $C = \frac{\rho \eta_1}{s}$, получаем

$$V_2 = V_1 - \frac{\rho l}{s} \eta_1 \quad \dots \dots \dots (8, a)$$

Введем обозначение

$$\frac{\rho l}{s} = R \quad \dots \dots \dots (9)$$

и назовем R сопротивлением отрезка AB цепи. Тогда (8, a) дает

$$\eta_1 = \frac{V_2 - V_1}{\frac{\rho l}{s}} = \frac{V_2 - V_1}{R} \quad \dots \dots \dots (10)$$

Формулы (9) и (10) дают:

Сопротивление проволоки (s и ρ постоянны) прямо пропорционально удельному сопротивлению материала, прямо пропорционально ее длине и обратно пропорционально ее площади поперечного сечения. Оно не зависит от формы поперечного сечения. Так как η_1 одинаково во всех частях цепи, то (10) дает:

$$\frac{V_1 - V_2}{R} = \text{Const.} \quad \dots \dots \dots (11)$$

Эта важная формула решает вопрос о распределении падения потенциала в различных частях цепи. R есть сопротивление части цепи, в

которой полное падение потенциала равно $V_1 - V_2$, а потому отношение $(V_1 - V_2) : R$ представляет падение потенциала на единицу сопротивления.

Падение потенциала на единицу сопротивления есть величина одинаковая во всех частях цепи, выбранных так, чтобы в них не встречались скачки потенциала, т. е. не действовали электродвижущие силы. Это падение численно равно количеству электричества, протекающего в единицу времени через произвольное сечение цепи.

Формула (10) соединяет три величины: потенциал, сопротивление и количество электричества. Из них единицы потенциала и количества электричества связаны между собою тем, что $(V_1 - V_2)\eta_1$ должно численно равняться работе, совершаемой электрическими силами при переходе η_1 от V_1 к V_2 . Таким образом, нам остается выбрать единицы еще двух величин: R и η или V .

В единицу времени протекает в цепи количество электричества η_1 между сечениями A и B . Во время t протекает количество $\eta = \eta_1 t$. Работа r , совершаемая электрическими силами в отрезке AB цепи в течение времени t , равна

$$r = (V_1 - V_2)\eta = (V_1 - V_2)\eta_1 t = \eta_1^2 R t = \frac{(V_1 - V_2)^2}{R} t \quad \dots (12)$$

Эквивалентное этой работе количество теплоты Q выделяется в цепи. В единицу времени производится работа

$$r_1 = (V_1 - V_2)\eta_1 = \eta_1^2 R = \frac{(V_1 - V_2)^2}{R} \quad \dots (12, a)$$

и выделяется соответствующее количество теплоты Q_1 , равное

$$Q_1 = A (V_1 - V_2)\eta_1 = A \eta_1^2 R = \frac{A (V_1 - V_2)^2}{R} \quad \dots (12, b)$$

где A термический эквивалент работы.

В § 2 мы ввели понятие о силе тока J , как о величине, характеризующей то свойство тока, от которого зависит напряжение поля H , причем H и J связаны уравнением (3, a). Непосредственные опыты убеждают нас, что сила тока J пропорциональна количеству электричества η_1 , протекающее в единицу времени через произвольное сечение цепи, т. е. что можно положить

$$J = C \eta_1 \quad \dots (13)$$

Чтобы понять возможность опытной проверки этой формулы, необходимо ясно представить себе, какие из величин, встречавшихся в последних формулах, доступны непосредственному наблюдению и измерению. Выписываем рядом формулы (3, a), (10) и (12, b):

$$H = \frac{cJ}{r} \quad \dots (13, a)$$

$$\eta_1 = \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{V_1 - V_2}{\frac{\rho l}{s}} \dots \dots \dots (13, b)$$

$$Q_1 = A (V_1 - V_2) \eta_1 = A \eta_1^2 R = \frac{A (V_1 - V_2)^2}{R} \dots \dots \dots (13, c)$$

В этих формулах s и A суть множители пропорциональности; далее кроме величин r , l и s , могут быть наблюдаемы и измерены:

1. Напряжение поля H по величине силы, действующей на полюс магнитной стрелки.

2. Разность потенциалов $V_1 - V_2$ при помощи электрометра.

3. Количество теплоты Q_1 каким-нибудь калориметрическим способом.

Остаются три величины J , η_1 и ρ , которые определяются тремя уравнениями (13,а), (13,б) и (13,с). При этом мы проверяем,

а) что для данного материала $\rho = \text{Const.}$; для различных материалов мы находим относительные значения удельных сопротивлений ρ ;

б) что величины J и η_1 друг другу пропорциональны.

Уравнения (13,с) дают величину R , если измерять Q_1 и $V_1 - V_2$. Меняя l и s , мы находим для ρ постоянную величину, если не меняем материала; меняя же материал, мы получаем относительные значения величин ρ .

Те же уравнения (13,с) дают η_1 , когда измерены Q_1 и $V_1 - V_2$. Наконец (13,а) дает относительные значения силы тока J , когда измерено H . Измерив таким образом величины J и η_1 , мы путем опыта убеждаемся в справедливости равенства (13). Можно идти еще дальше. Предположим, что величины r , H и $V_1 - V_2$ измерены нами в *C. G. S.* единицах, что для A взято отношение единицы тепла к одному эргу, и что вместо формулы (13,а), т. е. (3,а) взята формула (4), т. е. мы приняли $c = 2$. В этом случае опыт дает, что в (13) коэффициент $C = 1$. Принимая формулу (4), мы получаем

$$J = \eta_1 \dots \dots \dots (14)$$

Сила тока измеряется количеством электричества, протекающего в единицу времени через произвольное сечение цепи.

Таким образом, мы показали, что сила тока, действительно, должна быть одинаковою во всех частях цепи, ибо (14) и (7,а) дают формулу (7).

Отношение

$$i = \frac{J}{s} \dots \dots \dots (14, a)$$

где s площадь поперечного сечения цепи, называется плотностью тока. Вставляя $\eta_1 = J$ в (13,б) и (13,с), получаем:

$$J = \frac{V_1 - V_2}{R} \dots \dots \dots (15)$$

$$Q_1 = A (V_1 - V_2) J = A J^2 R = \frac{A (V_1 - V_2)^2}{R} \dots \dots \dots (16)$$

Для количества теплоты Q , выделяющейся в отрезке цепи во время t , получаем

$$Q = A (V_1 - V_2) J t = A J^2 R t = \frac{A (V_1 - V_2)^2 t}{R} \dots \dots (17)$$

Соответствующая ей работа r электрических сил равна

$$r = (V_1 - V_2) J t = J^2 R t = \frac{(V_1 - V_2)^2 t}{R} \dots \dots (18)$$

Количество электричества η , протекающего во время t , через произвольное сечение цепи равно

$$\eta = \eta_1 t = J t \dots \dots (19)$$

Полученные нами соотношения дают возможность определить электромагнитные единицы величин η , $V_1 - V_2$ (или V) и R (или φ). Формула (19) дает:

Эл.-магн. единица количества электричества протекает в единицу времени через сечение проводника при эл.-магн. единице силы тока. Последняя была определена в § 2. Вспомним, что в первой части, гл. I, § 4, мы определили электростатическую единицу количества электричества, исходя из закона Кулона для взаимодействия наэлектризованных тел. Теперь же мы нашли другую, электромагнитную единицу количества электричества, исходящую точно для определения которой служит закон Кулона для взаимодействия намагниченных тел. Обозначим эти единицы через η_e и η_m . Мы увидим, что

$$\eta_m = v \eta_e \dots \dots (20)$$

где v численное значение скорости света, выраженное в единицах скорости, построенных на тех же основных единицах длины и времени, которые вместе с единицею массы лежат в основе систем электростатических и электромагнитных единиц.

В частном случае имеем: *C. G. S.* эл.-магн. единица количества электричества протекает в одну секунду через произвольное сечение цепи при *C. G. S.* эл.-магн. единице силы тока. Вместо общей формулы (20) имеем теперь

$$\eta_m = 3 \cdot 10^{10} \eta_e \dots \dots (20, a)$$

Эта формула показывает, что *C. G. S.* эл.-магн. единица количества электричества есть количество весьма большое в обыденном смысле слова. Две такие единицы, находящиеся на расстоянии километра друг от друга, взаимодействуют с силою равною

$$\frac{3 \cdot 10^{10} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{(10^5)^2} \text{ дин} = 91744 \text{ килогр.}$$

Формулы (19) и (4, a) дают размер эл.-магн. единицы количества электричества

$$[\eta] = [J] T = [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} T = [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} \dots \dots (20, b)$$

Если считать μ за величину нулевого размера, то

$$[\eta] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (20, c)$$

Количество электричества, протекающего в одну секунду через произвольное сечение цепи при силе тока в один ампер, называется кулоном. Это практическая электромагнитная единица количества электричества. Из определения ампера (§ 2) следует, что кулон равен 0,1 *C. G. S.* эл.-магн. единицы количества электричества. Кулон равен $3 \cdot 10^9$ *C. G. S.* эл.-стат. ед. количества электричества. Два кулона электричества на расстоянии километра друг от друга взаимодействуют с силою равною 917,44 килогр. Микрокулон (10^{-6} кулона) равен 3000 *C. G. S.* эл.-стат. ед. кол. электричества.

Первая из формул (12), а именно

$$r = (V_1 - V_2) \eta \dots \dots \dots (21)$$

дает единицу потенциала:

Эл.-магн. единица потенциала равна разности потенциалов двух точек, когда при переходе эл.-магн. единицы количества электричества от одной точки к другой совершается единица работы. Ясно, что она в ν раз меньше эл.-стат. единицы потенциала. *C. G. S.* эл.-магн. ед. потенциала равна разности потенциалов двух точек, когда при переходе *C. G. S.* эл.-магн. единицы количества электричества от одной точки к другой, совершается один эрг работы. Она в $3 \cdot 10^{10}$ раз меньше *C. G. S.* эл.-стат. единицы потенциала. Так как эта последняя (потенциал шарика, радиус которого 1 см., и на поверхности которого находится одна *C. G. S.* эл.-стат. единица количества электричества) величина малая в обыденном смысле слова, то ясно, что *C. G. S.* эл.-магн. единица потенциала величина ничтожно малая.

Формула (21), в которой r есть работа, и формула (20, b) дают размер эл.-магн. единицы потенциала V , или разности потенциалов, или, что то же самое, электродвижущей силы E :

$$[V] = [E] = [r] : [\eta] = L^2 M T^{-2} : [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} = [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} \dots (21, a)$$

или в частном допущении, что μ — нулевого измерения,

$$[V] = [E] = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} \dots \dots \dots (21, b)$$

За практическую эл.-магн. единицу потенциала или разности потенциалов принят вольт, равный 10^8 *C. G. S.* эл.-магн. единицам потенциала. Очевидно, что одна *C. G. S.* эл.-стат. единица потенциала равна 300 вольт.

Электродвижущая сила элемента Даниэля, т. е. разность потенциалов на концах правильно разомкнутой цепи, в которую включен элемент Даниэля, немного больше одного вольта. Если соединить последовательно 300 элементов, обладающих каждый электродвижущей силой в один вольт, один полюс такой батареи соединить с землею, а другой с

шариком, радиус которого 1 см., то на этом шарике будет находиться приблизительно одна *C. G. S.* эл.-стат. единица количества электричества.

Формула (15) дает нам эл.-магн. единицу сопротивления: Эл.-магн. единица сопротивления есть сопротивление такого проводника, в котором возникает эл.-магн. единица силы тока, когда разность потенциалов его концов равна эл.-магн. единице потенциала. В частном случае мы имеем: *C. G. S.* эл.-магн. единица сопротивления есть сопротивление проводника, в котором возникает *C. G. S.* эл.-магн. единица силы тока (10 амперов), когда разность потенциалов его концов равна *C. G. S.* эл.-магн. единице потенциала. Так как 10 амперов — сила тока, способного образовать вольтову дугу, а *C. G. S.* эл.-магн. единица потенциала — очень малая величина, то ясно, что *C. G. S.* эл.-магн. единица сопротивления есть величина чрезвычайно малая. Формула (15) дает размер эл.-магн. единицы сопротивления:

$$[R] = [V] : [J] = [\mu]^{1/2} L^{3/2} M^{1/2} T^{-3} : [\mu]^{-1/2} L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} = [\mu] L T^{-1} \quad (21, c)$$

или в частном случае, считая, что μ — нулевого измерения, —

$$[R] = \frac{L}{T} \quad \dots \quad (21, d)$$

Это размер одинаковый с размером скорости. Практическая единица сопротивления, соответствующая практическим единицам силы тока — амперу и электродвижущей силы — вольту, называется ом. Символически можно написать, что (15) дает

$$\begin{aligned} 1 \text{ ом} &= \frac{1 \text{ вольт}}{1 \text{ ампер}} = \frac{10^8 \text{ C. G. S. ед. потенциала}}{0,1 \text{ C. G. S. ед. силы тока}} = \\ &= 10^9 \text{ C. G. S. эл.-магн. ед. сопротивл.} \quad \dots \quad (21, e) \end{aligned}$$

Итак, ом равен 10^9 *C. G. S.* эл.-магн. единицам сопротивления. Исследования, с которыми мы познакомимся впоследствии, показали, что ом равен сопротивлению ртутного столба в 1 кв. мм. площади поперечного сечения, длиною, в 106,3 см., находящегося при 0°.

Практическим единицам, с которыми мы познакомились, должна соответствовать определенная единица работы, в которой и выразится работа r в формуле (18), если J , R и $V_1 - V_2$ измерять в амперах, омах и вольтах, время в секундах. Равенство $r = (V_1 - V_2) J t$ дает:

$$\begin{aligned} \text{Практ. ед. работы} &= (1 \text{ вольт})(1 \text{ ампер})(1 \text{ сек.}) = \\ &= (10^8 \text{ C. G. S. ед. потенц.})(0,1 \text{ C. G. S. ед. силы тока})(1 \text{ C. G. S. ед. вр.}) = \\ &= 10^8 \cdot 0,1 \text{ C. G. S. ед. раб.} = 10^7 \text{ эргам} = 10 \text{ мегаэргам} = \\ &= 1 \text{ джоулю} = 0,24 \text{ мал. калорий.} \end{aligned}$$

Единица работы в системе практических единиц равна одному джоулю, который эквивалентен 0,24 мал. калорий. Фор-

мулы (17) и (18) можно теперь написать так:

$$Q = 0,24 (V_1 - V_2) Jt = 0,24 J^2 R t = \frac{0,24 (V_1 - V_2)^2 t}{R} \text{ мал. калор. . . (22)}$$

$$r = (V_1 - V_2) Jt = J^2 R t = \frac{(V_1 - V_2)^2 t}{R} \text{ джоулей (22, а)}$$

Джоуль можно назвать электротехнической единицей работы. Соответствующая ей электротехническая единица мощности будет джоуль в секунду, т.е. ватт, равный $\frac{1}{736}$ лошадиной силы. С величинами джоуль и ватт мы познакомились уже в первом томе, но только теперь выяснено, на чем был основан выбор этих единиц.

Ради полноты рассмотрим еще эл.-магн. единицу емкости q . Формула $\eta = qV$, где η заряд, V потенциал, q емкость проводника, напр. конденсатора, показывает, что эл.-магн. единица емкости есть емкость тела, которое при заряде, равном эл.магн. единице количества электричества, обладает эл.-магн. единицею потенциала. Так как из последних двух единиц первая в v раз больше, см. (20), а вторая в v раз меньше соответствующих эл.-стат. единиц, то ясно, что эл.-магн. единица емкости в v^2 раз больше эл.-стат. единицы емкости, или что она равна емкости шара, радиус которого равен v^2 единиц длины.

C. G. S. эл.-магн. единица емкости есть емкость тела, которое при заряде, равном *C. G. S.* эл.-магн. единице количества электричества (10 кулонов), обладает *C. G. S.* эл.-магн. единицей потенциала. Она равна $v^2 = 9 \cdot 10^{20}$ *C. G. S.* эл.-стат. единиц емкости, следовательно, это емкость шара, радиус которого равен $9 \cdot 10^{20}$ см. = $9 \cdot 10^{15}$ килом. = = 64 миллиона расстояний земли от солнца.

Размер эл.-магн. единицы емкости равен

$$[q] = [\eta] : [V] = [\mu]^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} : [\mu]^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} = [\mu]^{-1} L^{-1} T^2 \dots (23)$$

или, как выше,

$$[q] = L^{-1} T^2 \dots \dots \dots (23, а)$$

Практическая единица емкости называется фарадой. Она при заряде в один кулон обладает потенциалом в один вольт. Символически пишем

$$\begin{aligned} 1 \text{ фарада} &= \frac{1 \text{ (кулон)}}{1 \text{ (вольт)}} = \frac{(0,1 \text{ C. G. S. эл.-магн. ед. кол. эл.})}{(10^9 \text{ C. G. S. эл.-магн. ед. потенц.})} = \\ &= 10^{-9} \text{ C. G. S. эл.-магн. ед. емкости.} \end{aligned}$$

Фарада равна 10^{-9} *C. G. S.* эл.-магн. единицы емкости, или $9 \cdot 10^{11}$ *C. G. S.* эл.-стат. единиц емкости. Это емкость шара, радиус которого равен 9 миллионам километров. В действительной практике пользуются микрофарадой = 10^{-6} фарады. Очевидно микрофарада = 10^{-6} фарады = 10^{-15} *C. G. S.* эл.-магн. ед. = 900000 *C. G. S.* эл.-стат. ед. емкости.

Микрофарада есть емкость шара, радиус которого 9 килом. Емкость земного шара равна 708 микрофарадам. Емкость плоского круглого воздушного конденсатора, расстояние между пластинками которого 1 мм., равна микрофараде, когда радиус пластинок 6 м., см. часть 1, гл. I, § 1.

Докажем, что практическая система единиц есть система абсолютная, т. е. что она правильно построена на определенных основных единицах длины L , массы M и времени T . Строя эту систему, мы произвольно приняли ампер = 0,1 *C. G. S.* единицы и вольт = 10^8 *C. G. S.* единиц. Кроме того, мы при определении кулона и джуля уже приняли единицу времени $T = 1$ сек.; ом и фарада были затем правильно построены на единицах ампер, вольт и кулон. Остается определить L и M . Пусть $L = x$ см., $M = y$ гр. Тогда (4,b) и (24,b) дают:

$$1 \text{ ампер} = 1 \cdot (x \text{ см.})^{\frac{1}{2}} (y \text{ гр.})^{\frac{1}{2}} (\text{сек.})^{-\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} \text{ C. G. S. ед. силы тока};$$

$$1 \text{ вольт} = 1 \cdot (x \text{ см.})^{\frac{3}{2}} (y \text{ гр.})^{\frac{1}{2}} (\text{сек.})^{-2} = x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{1}{2}} \text{ C. G. S. ед. потенциала}.$$

Определения ампера и вольта дают

$$x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} = 0,1; \quad x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{1}{2}} = 10^8.$$

Отсюда $x = 10^9$, $y = 10^{-11}$. Итак, практическая система единиц построена на основных единицах $L = 10^9$ см. (приблизительно земной квадрант), $M = 10^{-11}$ гр., $T = 1$ сек.

В первой части уже встречались у нас практические единицы и были указаны различные между ними соотношения. В т. V, гл. X, § 2 мы подробно рассмотрим практические единицы.

§ 4. Закон Ома. Соединение элементов. В основу наших дальнейших рассуждений мы кладем две формулы: (1,a) и (15), в которых мы однако несколько изменим обозначения. Первую мы теперь напишем в виде:

$$E = \sum e_k = V' - V'' \dots \dots \dots (24)$$

Она говорит, что электродвижущая сила E элемента равна сумме электродвижущих сил или скачков потенциала e_k , встречающихся в цепи, а также разности $V' - V''$ потенциалов на концах правильно разомкнутой цепи. Вторая формула

$$J = \frac{V_1 - V_2}{R_{1,2}} \dots \dots \dots (25)$$

дает нам силу тока в геометрически и физически однородном отрезке цепи, если сопротивление этого отрезка $R_{1,2}$, а разность потенциалов на его концах равна $V_1 - V_2$. Формула (25) говорит, что во всех таких отрезках цепи падение потенциала имеет одно и то же значение, равное силе тока. Чем больше сопротивление единицы длины проводника, входящего в состав цепи, тем быстрее падает потенциал. Обратимся к случаю, когда рассматриваемая часть цепи физически однородна, но геометрически неоднородна. Пусть отрезки AB и BC (рис. 185) — из одного материала, но различной толщины; V_1 и V_2 —

потенциалы в A и C ; R_1 и R_2 сопротивления отрезков AB и BC . Откладываем величины потенциалов, как ординаты к абсциссам, взятым вдоль цепи. Тогда распределение потенциалов графически изобразится в виде ломаной линии $A_1B_1C_1$; падение вдоль BC больше, чем вдоль AB . Пусть V потенциал в B , и пусть $R_1 + R_2 = R_{1,2}$. Имеем

$$J = \frac{V_1 - V}{R_1} = \frac{V - V_2}{R_2} = \frac{(V_1 - V) + (V - V_2)}{R_1 + R_2} = \frac{V_1 - V_2}{R_{1,2}} \dots (25, a)$$

$$V = \frac{V_1 R_2 + V_2 R_1}{R_1 + R_2} \dots (25, b)$$

Первая формула показывает, что формула (25) приложима ко всякой физически однородной, хотя бы и геометрически неоднородной части. Обращаемся к случаю физически неоднородной части цепи. Пусть AC (рис. 186) часть цепи, состоящая из двух разнородных частей AB и BC , причем в B действует электродвижущая сила e , равная скачку

Рис. 185.

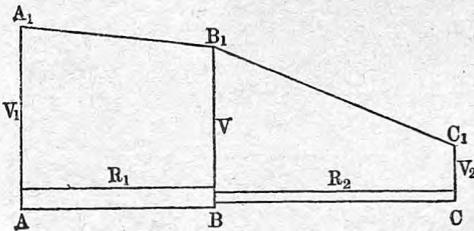
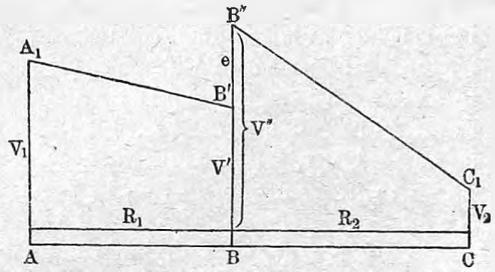


Рис. 186.



потенциала $V'' - V'$. Распределение потенциала изобразится ломаной линией $A_1B'B''C_1$, причем $B''B' = V'' = e$. Имеем:

$$J = \frac{V_1 - V'}{R_1} = \frac{V'' - V_2}{R_2} = \frac{(V_1 - V') + (V'' - V_2)}{R_1 + R_2} = \frac{V_1 - V_2 + e}{R_{1,2}} \dots (25, c)$$

Отсюда

$$V' = \frac{V_1 R_2 + V_2 R_1 - e R_1}{R_1 + R_2}; \quad V'' = \frac{V_1 R_2 + V_2 R_1 + e R_2}{R_1 + R_2} \dots (25, d)$$

Обратимся к рассмотрению всей замкнутой цепи. В ней встречаются скачки потенциала, которые мы считаем положительными вверх, и падения, которые мы считаем положительными вниз. Если мы, начиная от какой-либо точки M цепи, мысленно обойдем всю цепь и возвратимся в M , то мы возвратимся и к прежнему значению потенциала. Отсюда следует, что сумма изменений потенциала вдоль всей цепи равна нулю. Но так как эти изменения только и могут быть скачки и падения, то ясно, что в замкнутой цепи сумма скачков потенциала равна сумме падений потенциала. Но сумма скачков есть

не что иное, как электродвижущая сила E , действующая в цепи; следовательно, в замкнутой цепи сумма всех падений потенциала равна электродвижущей силе E . Разделим всю цепь на физически однородные части; пусть потенциалы на концах первой части V_1 и V_2 , на концах второй V_3 и V_4 и т. д. Понятно, что V_2 не равно V_3 , V_4 не равно V_5 , так как на границах этих частей существуют скачки потенциала. Пусть $R_{1,2}$, $R_{3,4}$ и т. д. сопротивления частей, и $R = R_{1,2} + R_{3,4} + \dots$ сопротивление всей цепи. Для каждой части мы можем написать равенство (25,а). Получаем:

$$J = \frac{V_1 - V_2}{R_{1,2}} = \frac{V_3 - V_4}{R_{3,4}} = \dots = \frac{(V_1 - V_2) + (V_3 - V_4) + (V_5 - V_6) + \dots}{R_{1,2} + R_{3,4} + R_{5,6} + \dots}.$$

В числителе мы имеем сумму всех падений потенциала в цепи, которая, как только что было доказано, равна E ; вводя еще сумму сопротивлений R , получаем

$$J = \frac{E}{R} \dots \dots \dots (26)$$

Этой формулой выражается знаменитый закон Ома: сила тока прямо пропорциональна электродвижущей силе, действующей в цепи, и обратно пропорциональна полному сопротивлению всей цепи. Формулы (25,а) и (25,с) можно также принять за выражения закона Ома, приложенного к отрезку цепи, если в первом случае $V_1 - V_2$, а во втором $V_1 - V_2 + e$ рассматривать, как электродвижущую силу, действующую на данный отрезок цепи.

Зная E и R , мы получаем силу тока J , которая в то же время равна падению потенциала в каждой части цепи. Когда в цепи находится элемент, то, вообще говоря, нельзя пренебречь падением потенциала внутри элемента, так как в состав последнего входят жидкости, удельное сопротивление которых очень велико сравнительно с металлами. Легко определить, какая часть всего падения приходится на элемент. Положим, что „внутреннее“ сопротивление, т. е. сопротивление элемента равно R_i , внешнее сопротивление, т. е. сопротивление остальной части цепи, в которой уже не действуют электродвижущие силы, равно R_e , так что $R_i + R_e = R$. Ясно, что падение потенциала внутри элемента равно $\frac{R_i E}{R}$, а падение во внешней цепи равно $\frac{R_e E}{R}$. Положим, что при разомкнутой цепи разность потенциалов у зажимов элемента, где начинается внешняя цепь, равна $V_1 - V_2$; тогда $V_1 - V_2 = E$. Мы имеем формулу (26)

$$J = \frac{E}{R} = \frac{V_1 - V_2}{R_i + R_e} \dots \dots \dots (26, a)$$

Обозначим разность потенциалов у тех же зажимов при замкнутой цепи через $V' - V''$. Тогда (25,а) дает для внешней части цепи

$$J = \frac{V' - V''}{R} \dots \dots \dots (26, b)$$

Отсюда

$$\frac{V' - V''}{V_1 - V_2} = \frac{V' - V''}{E} = \frac{R_e}{R_e + R_i} \dots \dots \dots (26, c)$$

Когда внешнее сопротивление R_e очень велико сравнительно с R_i , то $V' - V''$ почти равно $V_1 - V_2$ или E ; когда R_e весьма мало сравнительно с R_i , то $V' - V''$ весьма малая величина.

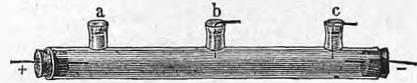
Различными учеными были произведены многочисленные опытные исследования для проверки закона Ома. Все эти исследования имеют ныне уже только исторический интерес, и потому мы почти ограничиваемся одним перечнем наиболее важных работ. Из старинных работ следует упомянуть об исследованиях Fechner'a (1831), Pouillet, Gaugain'a, Beetz'a (1862) и Kohlrausch'a (1869), которые подтвердили законы, выражающие зависимость сопротивления от размеров проводника, а также самый закон Ома.

Далее комиссия, в состав которой вошли Maxwell, Evert и Schuster, произвела, по поручению Британской Ассоциации, проверку закона Ома; почти одновременно Christal произвел еще более точное исследование по методу, предложенному Maxwell'ем. Специально для жидких проводников проверяли закон Ома Cohn, Fitzgerald Trouton и, наконец, для весьма слабых растворов — Schulzberger. Все эти работы подтвердили в пределах точности наблюдений справедливость закона Ома.

Весьма удобный прибор и изящный метод проверки всех частей закона Ома, как практического упражнения для учащихся, описан в книге E. Wiedemann und H. Ebert „Physikalisches Praktikum“, изд. 5-ое, Braunschweig, 1904, стр. 410.

Закон равномерного во всех частях цепи падения потенциала на единицу сопротивления теоретически тождествен с законом, который говорит, что сила тока одинакова во всех частях цепи. Тем не менее до сих пор представляют интерес работы Erman'a и R. Kohlrausch'a, исследовавших распределение электризации (потенциала) вдоль цепи. Erman (1801) задолго до Ома исследовал электризацию различных точек жидкого столба (рис. 187), введенного в цепь. Жидкость находилась в длинной трубке, снабженной боковыми трубками a, b, c , чрез которые вводились проволоки, соединенные с чувствительным электроскопом. При этом обнаруживались на одном конце трубки положительная, на другом отрицательная электризация, а посреди нейтральная точка. Весьма тщательные исследования произвел R. Kohlrausch (1848). Пользуясь плоским конденсатором (стр. 93 и след.), он доказал, что электродвижущая сила элементов, измеряемая в замкнутой цепи по одному из способов, с которыми мы познакомились ниже, пропорциональна разности потенциалов концов правильно разомкнутой цепи. Далее он исследовал падение потенциала вдоль замкнутой цепи, пользуясь прибором, изображенным на рисунке 188. Элемент состоял из длинного ящика A , содержавшего

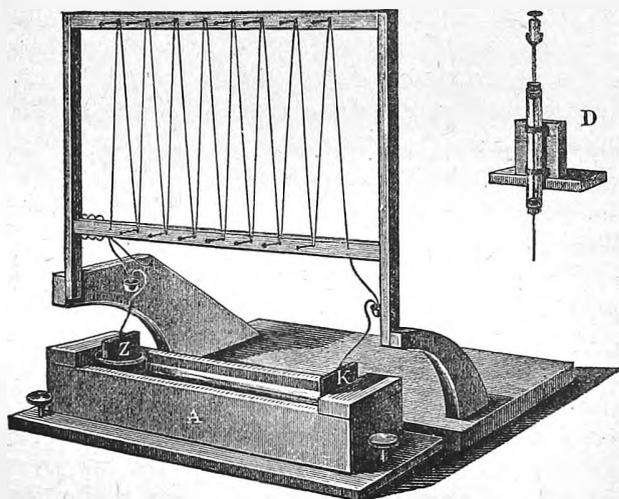
Рис. 187.



раствор медного купороса, медную пластинку *K* и пористый стакан с раствором цинкового купороса и цинком *Z*. Внешняя цепь состояла из длинной проволоки, расположенной зигзагом на деревянной рамке. Одна из точек цепи (*a*) соединялась с одной из пластинок конденсатора и с землей; другая точка (*b*) соединялась с другою пластинкою конденсатора, заряд которого измерял разность потенциалов точек *a* и *b*. Для жидкой части цепи служили проволоки-зонды *D*. Легко понять, каким образом Kohlrausch мог проверить зависимость падения потенциала от сопротивления, меняя точки *a* и *b*, изменяя проводники и т. д.

Справедливость закона Ома для случая, когда в цепь введены весьма дурные проводники, доказали Gauguin (1860 — бумажные нити) и J. J. Thomson и Newall (1887 — оливковое масло, сероуглерод, бензол). Справедливость закона Ома для электролитов доказали для хороших

Рис. 188.



проводников и медленных падений потенциала (10^{-6} вольта на 1 см.) Kohlrausch и Nippoldt (1869); для дурных проводников (очищенная вода) и быстрых падений (100 вольт на 1 см.) Kohlrausch и Heydweiller (1894). Для случая переменных токов справедливость закона Ома в его применении к электролитам доказали Kohlrausch и Grotrian (1874); они доходили до 100 перемен в сек.; E. Cohn (1884) дошел до 25000 колебаний (перемен) в сек.; наконец, Nernst (1897) и Erskine (1897) — до многих миллионов колебаний (лучи Герца). E. Cohn показал теоретически, что если справедлив закон электролиза, данный Faraday'ем (см. ниже), то отступления от закона Ома для электролитов не могут быть обнаружены даже при 10^9 колебаниях в сек., и только для колебаний порядка 10^{15} в сек. (колебания световые) закон Ома перестает быть приложимым. Bellati и Lussanna, Herwig, Siemens и, в особенности, Braun указали ряд веществ, для которых, если их ввести в цепь, закон

Ома не вполне оправдывается. Однако во всех этих случаях мы имеем дело с какими-либо вторичными явлениями, влияющими на результаты наблюдений.

Закон Ома дает возможность вычислить силу тока в цепи, в которой действует n элементов, составляющих так назыв. батарею. Пусть e электродвижущая сила, r сопротивление одного элемента, R_0 сопротивление внешней цепи, E электродвижущая сила, R_i сопротивление батареи. Соединять можно элементы последовательно, параллельно и группами. Рассмотрим сперва первые два способа. В части 1, гл. II, § 4 было уже доказано, что при последовательном соединении $E = ne$, при параллельном $E = e$. При последовательном соединении, очевидно, $R_i = nr$; при параллельном $R_i = r : n$, так как n параллельно соединенных элементов составляют один элемент, площадь поперечного сечения которого увеличена в n раз. Нижеследующая табличка понятна без особых разъяснений:

	Общая формула.	R_0 очень велико.	R_0 очень мало.
один элемент	$J = \frac{e}{r + R_0}$	$J = \frac{e}{R_0}$	$J = \frac{e}{r}$
n элементов последовательно	$J = \frac{ne}{nr + R_0}$	$J = \frac{ne}{R_0}$	$J = \frac{e}{r}$
n элементов параллельно	$J = \frac{e}{\frac{r}{n} + R_0}$	$J = \frac{e}{R_0}$	$J = \frac{ne}{r}$

Последние два столбца показывают, что, когда внешнее сопротивление R_0 очень велико сравнительно с внутренним R_i , то следует элементы соединять последовательно, а если R_0 мало сравнительно с R_i , то их следует соединять параллельно.

Положим, что $n = pq$, где p и q два целых числа. Данные n элементов можно соединить по группам, а именно по p элементов последовательно, а полученные q групп параллельно, или, что в сущности то же самое, по q элементов параллельно, а полученные p групп последовательно. В этом случае $E = pe$, $R_i = \frac{pr}{q}$, так что сила тока

$$J = \frac{pe}{\frac{pr}{q} + R_0} \dots \dots \dots (27)$$

Вставляя $q = n : p$, получаем

$$J = \frac{pe}{\frac{p^2 r}{n} + R_0} \dots \dots \dots (27, a)$$

Спрашивается, как следует выбрать множители p и q , чтобы получить наибольшую силу тока; другими словами, какая в этом отношении группировка n элементов наиболее выгодна. Чтобы решить эту задачу, мы временно рассматриваем J , как функцию непрерывно меняющегося числа p . Тогда мы найдем максимум J из условия $\frac{dJ}{dp} = 0$, т. е.

$$\frac{dJ}{dp} = \frac{\left(\frac{p^2 r}{n} + R_0\right) e - p e \frac{2pr}{n}}{\left(\frac{p^2 r}{n} + R_0\right)^2} = \frac{R_0 - \frac{p^2 r}{n}}{\left(\frac{p^2 r}{n} + R_0\right)} e = 0.$$

Это дает

$$\frac{p^2 r}{n} = R_0 \dots \dots \dots (27, b)$$

или

$$R_i = R_0 \dots \dots \dots (27, c)$$

Наибольшая сила тока получается при такой группировке данных n элементов, при которой сопротивление батареи равно внешнему сопротивлению цепи. Формула (27, b) и равенство $q = n : p$ дают:

$$p = \sqrt{\frac{R_0}{r}} n; \quad q = \sqrt{\frac{r}{R_0}} n \dots \dots \dots (27, d)$$

На практике следует брать для p и q целые числа, ближайšie к вычисленным по этим формулам и удовлетворяющим равенству $pq = n$.

Кроме рассмотренных, могут быть и другие способы соединения элементов между собою, напр., в неодинаковые группы. Wassmuth, Auerbach, Grawinkel и Цетлин решали разного рода относящиеся сюда задачи. Далее, бывают случаи, когда следует стремиться не к достижению наибольшей силы тока, но к удовлетворению каких-либо других заданных условий. Сюда относится, напр., условие, чтобы действие батареи было наиболее выгодным в экономическом отношении, т. е. чтобы трата материала (напр. цинка) на единицу полученной силы тока была наименьшая. Этим вопросом занимались, в особенности, Weinhold и Handl.

В заключение скажем несколько слов о замыкании цепи через землю. Пусть PQ (рис. 189) поверхность земли, A и B две зарытые в

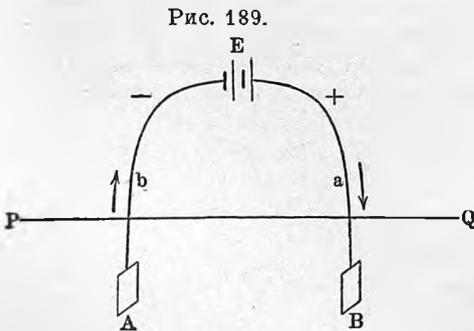


Рис. 189.

землю металлические пластинки; если их соединить с батареей E , то цепь оказывается замкнутой, т. е. в bEa течет непрерывный ток, хотя бы пластинки A и B находились на огромном друг от друга расстоянии. Было бы ошибочно предполагать, что в этом случае происходит в земле течение положительного электричества от A к B . Мы должны рассматривать земной шар, как весьма большой резервуар электричества, находя-

щийся при потенциале нуль. Батарея E поддерживает в a положительный, в b отрицательный потенциал, вследствие чего устанавливается непрерывное течение положительного электричества от a через B в землю, и из земли через A к b .

Важно заметить, что, замыкая цепь землю, мы почти всегда вводим в эту цепь новые электродвижущие силы, действующие у поверхности

соприкосновения пластинок *A* и *B* с более или менее сырою почвою. Когда в цепи вообще действуют небольшие электродвижущие силы, и когда мы имеем дело с точными измерениями, то указанное обстоятельство может играть немаловажную роль (см. часть 1, гл. V).

§ 5. Разветвление тока. До сих пор мы предполагали, что цепь состоит из элемента или батареи и из непрерывного ряда линейных проводников, т. е. проволоки. Во внешней части такой цепи направление тока везде одинаковое, и падение потенциала по этому направлению везде положительное, т. е. вниз. Переходим к рассмотрению случая, когда линейные проводники составляют сеть, в различных местах которой проводники разветвляются, между тем как в других местах действуют электродвижущие силы. Задача заключается в следующем:

Дана определенная сеть, т. е. дано геометрическое распределение проводников, даны сопротивления всех этих проводников, а также все электродвижущие силы, по величине, направлению и месту их действия

Рис. 190.

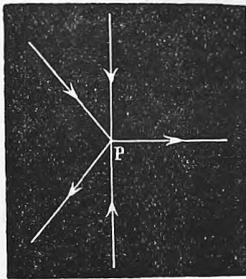
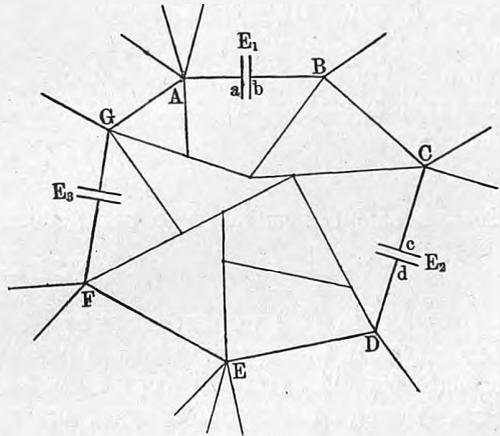


Рис. 191.



в сети. Требуется определить силы токов, по величине и направлению, во всех проводниках, из которых состоит сеть. Задача эта вполне решается, при помощи двух законов Кирхгофа, которые мы теперь и рассмотрим.

Предположим, что в некоторой точке *P* сети (рис. 190) сходится ряд проводников; такую точку можно назвать узлом. Так как в узле не происходит ни накопления, ни убыли электричества, то ясно, что сколько электричества в единицу времени притекает к узлу, столько же должно и утекать от него. Иначе говоря, сумма сил токов *J*, притекающих к узлу, должна равняться сумме сил токов, утекающих от узла. Если же мы условимся токи, притекающие к узлу, считать за положительные, а токи, утекающие от узла — за отрицательные, то мы можем этот результат проще выразить формулою

$$\sum J = 0 \dots \dots \dots (28)$$

В этом и заключается первый закон Кирхгофа: сумма сил токов в проводниках, сходящихся в одном узле, равна нулю; при этом токи, направленные к узлу, и токи, идущие от узла, должны приниматься с противоположными знаками.

Переходим ко второму закону, относящемуся к произвольной совокупности проводников, составляющих в данной сети замкнутую фигуру, или, как мы будем говорить, замкнутый контур. Пусть $ABCDEFGA$ (рис. 191) представляет такой контур; в нем действуют данные электродвижущие силы E_1, E_2, E_3 и т. д. Каждый отрезок AB, BC и т. д. обладает определенным сопротивлением, которое дано; в каждом отрезке течет ток, силу J и направление которого требуется найти. Разделим весь контур на части, не содержащие электродвижущих сил и узловых точек, т. е. на части $Aa, bB, BC, Cc, dD, DE, EF$ и т. д. Формула (25, a) показывает, что в каждой такой части падение потенциала по величине равно произведению силы тока J на сопротивление и имеет направление тока J . Если мы мысленно обойдем весь контур по какому-нибудь определенному направлению, то сумма падений потенциала будет равна сумме величин JR . Но сумма падений, считаемых положительными вниз, должна равняться сумме скачков, считаемых положительными вверх, так как сумма всех изменений потенциала, встречаемых при обходе всего контура, очевидно, должна равняться нулю. Таким образом мы получаем уравнение

$$\sum JR = \sum E \dots \dots \dots (29)$$

Если в выбранном контуре нет действующих электродвижущих сил, то

$$\sum JR = 0 \dots \dots \dots (29, a)$$

Формула (29) выражает второй закон Кирхгофа: во всяком замкнутом контуре сумма произведений сил токов на сопротивления частей контура равна сумме электродвижущих сил. Обходя мысленно контур, мы должны считать J положительным, если ток идет по направлению обхода контура, E положительным, если мы встречаем скачек потенциала вверх.

Написав уравнения (28) и (29) или (29, a) для различных узлов и контуров, мы всегда найдем необходимое и достаточное число уравнений для определения всех искомых J .

Так как сила тока J , напр., в Aa и bB , или в cC и dD одна и та же, то ясно, что части AB, CD, FG дадут один член вида JR , при чем R полное сопротивление такой части.

Относительно составления уравнений вида (28) и (29) необходимо сделать одно весьма важное замечание. Задача, как мы видели, заключается в определении сил токов J по величине и по направлению. Между тем должно казаться, что для составления уравнений (28) и (29) направления токов уже должны быть известны, так как величины J должны быть введены в эти уравнения с надлежащими знаками, как это было указано выше. В действительности такого затруднения не существует. Дело

в том, что в некоторых случаях по самому распределению частей сети видно, какое направление должен иметь ток в каждой из ее частей. Если же этого не видно, то следует приписать токам J в этих частях какое-нибудь произвольное направление. Если при решении уравнений (28) и (29) получится $J > 0$, то это значит, что мы направление тока угадали верно; в противном случае получится $J < 0$.

Различными учеными были выведены еще другие общие законы или правила, относящиеся к разветвлению тока в системе проводников. Таковые указывали, напр., Bosscha, Helmholtz, Боргман, Слугинов и др.; общие указания на способы составления и решения системы уравнений (28) и (29) дали Maxwell, Fleming, Ulbricht, Guillaume и др. Мы не останавливаемся на этих работах, так как мы встретимся лишь с весьма простыми случаями разветвления, разбор которых не представляет особых затруднений. В главе, посвященной электрическим измерениям, мы встретимся с немногими более сложными случаями разветвления токов, а теперь рассмотрим некоторые простейшие случаи.

I. Простое разветвление и шунт. Схема простого разветвления показана на рис. 192. В цепи действует электродвижущая сила E ; точки A и B соединены двумя проволоками, сопротивления которых R_1 и R_2 ; часть AEB имеет сопротивление R . Требуется найти силы токов J , J_1 и J_2 в главной цепи и в двух ветвях AB . Направления этих токов очевидны; они указаны стрелками. Формула (28) дает для точки A

$$J = J_1 + J_2 \dots \dots \dots (30)$$

Второй закон Кирхгофа, приложенный к контуру, образуемому разветвлением, дает $J_1 r_1 - J_2 r_2 = 0$, или

$$J_1 r_1 = J_2 r_2 \dots \dots \dots (30, a)$$

Для контура AJ_1BEA он дает

$$JR + J_1 R_1 = E \dots \dots \dots (30, b)$$

Таким образом мы имеем три уравнения с тремя неизвестными J , J_1 и J_2 . Равенство (30, a) дает

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{R_2}{R_1} \dots \dots \dots (30, c)$$

Силы токов в двух параллельных ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям этих ветвей. (30) и (30, c) дают

$$J_1 = \frac{JR_2}{R_1 + R_2}; \quad J_2 = \frac{JR_1}{R_1 + R_2} \dots \dots \dots (30, d)$$

Наконец, (30, b) дает

$$J = \frac{E(R_1 + R_2)}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} = \frac{E}{R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \dots \dots \dots (30, e)$$

$$J_1 = \frac{ER_2}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}; \quad J_2 = \frac{ER_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \dots \dots (30, f)$$

Последние две формулы содержат окончательное решение задачи. Если J дано, то (30,d) определяет величины J_1 и J_2 , на которые разделяется J .

Спротивлением разветвления называется сопротивление R_0 такого проводника, введение которого между точками A и B , вместо двух проволок AJ_1B и AJ_2B (см. рис. 192, пунктир), не меняет силы тока J в главной цепи. Но после такой замены мы получаем $J = \frac{E}{R + R_0}$. Сравнивая это с (30,e), мы получаем важную формулу

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \dots \dots \dots (30,g)$$

Сопротивление совокупности двух проволок, введенных в цепь параллельно друг другу, равно произведению сопротивлений этих проволок, деленному на их сумму. (30,g) можно написать в виде

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \dots \dots \dots (30,h)$$

Проводимость совокупности двух проволок, введенных в цепь параллельно, равна сумме проводимостей этих проволок. Формулу (30,h) можно вывести, не прибегая к уравнению (30,b). Пусть V_1 и V_2 потенциалы точек A и B . Тогда

$$J_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_1}, \quad J_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_2}, \quad J = \frac{V_1 - V_2}{R_0}.$$

Из первых двух формул получается (30,c), а если все три вставить в (30) и сократить на $V_1 - V_2$, то получается (30,h).

Простым разветвлением пользуются при т. наз. шунтировании приборов, вводимых в цепь, напр., гальванометров. Положим, что в цепи

Рис. 192.

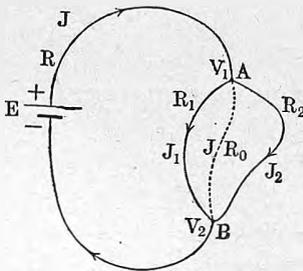
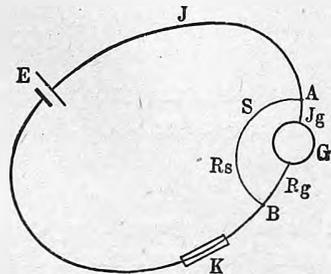


Рис. 193.



течет ток J , который слишком силен, чтобы его можно было пропустить через данный прибор G (рис. 193). Вводя этот прибор в цепь между точками A и B , мы желаем, чтобы через него проходил ток J_g , составляющий определенную, заданную часть тока J , напр., $0,1 J$ или $0,01 J$ и т. д. Положим, что мы желаем, чтобы было

$$J_g = \frac{1}{n} J \dots \dots \dots (30,i)$$

где n данное число. Для этого соединяют точки A и B проволокою, которая называется шунтом (shunt). Пусть R_g сопротивление шунтируемого прибора; требуется определить сопротивление R_s шунта по данным двум величинам R_g и n . Формулы (30,d) дают

$$J_g = \frac{R_s}{R_s + R_g} J.$$

Условие (30,i) приводит к равенству

$$\frac{R_s}{R_s + R_g} = \frac{1}{n},$$

откуда

$$R_s = \frac{1}{n-1} R_g \dots \dots \dots (30,k)$$

Если через прибор должна пройти $\frac{1}{n}$ -тая доля тока, то сопротивление шунта должно составлять $\frac{1}{n-1}$ -ую долю сопротивления прибора. Вводя шунт S , мы уменьшаем общее сопротивление цепи, вследствие чего сила тока J увеличивается. Чтобы J не менялось, мы должны в цепь ввести добавочное сопротивление K , которое называется компенсацией. До введения шунта мы имели между A и B сопротивление R_g , а после введения сопротивление $\frac{R_g R_s}{R_g + R_s}$, см. (30,g). Очевидно,

$$K = R_g - \frac{R_g R_s}{R_g + R_s} = \frac{R_g^2}{R_g + R_s} = \frac{R_g^2}{R_g + \frac{R_g}{n-1}} = \frac{n-1}{n} R_g \dots \dots (30,l)$$

II. Сложное разветвление. Между точками A и B (рис. 194) введено произвольное число проволок, сопротивления которых $R_1, R_2, R_3, \dots R_k, \dots$; E и R имеют прежнее значение. Требуется найти J и все J_k , по данным E, R и R_k . В точке A мы имеем

$$J = \sum J_k \dots \dots \dots (31)$$

Пусть V_1 и V_2 потенциалы точек A и B ; R_0 сопротивление разветвления, т. е. всего пучка параллельно введенных проволок. Тогда

$$J_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_1}, \quad J_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_2}, \quad J_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_3}, \dots J_k = \frac{V_1 - V_2}{R_k}, \text{ и т. д. } (31,a)$$

Отсюда $J_1 R_1 = J_2 R_2 = J_3 R_3 = \dots = J_k R_k$ и т. д. или

$$J_1 : J_2 : J_3 \dots : J_k : \text{ и т. д. } = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} \dots : \frac{1}{R_k} : \text{ и т. д. } \dots \dots (31,b)$$

Силы токов в параллельных проволоках обратно пропорциональны сопротивлениям, или прямо пропорциональны проводимостям проволок. Вводя, вместо пучка проволок, одну с искомым сопротивлением R_0 , мы получим

$$J = \frac{V_1 - V_2}{R_0} \dots \dots \dots (31,c)$$

Вставив (31,с) и (31,а) в (31), получаем

$$\frac{1}{R_0} = \sum \frac{1}{R_k} \dots \dots \dots (31,d)$$

Проводимость пучка равна сумме проводимостей его частей. Далее мы имеем

$$J = \frac{E}{R + R_0} = \frac{E}{R + \frac{1}{\sum \frac{1}{R_k}}} = \frac{E \sum \frac{1}{R_k}}{R \sum \frac{1}{R_k} + 1} \dots \dots \dots (31,e)$$

Наконец, (31,б) и (31) дают для p -того тока J_p

$$J_p = \frac{\frac{1}{R_p}}{\sum \frac{1}{R_k}} J = \frac{E}{R_p R} \frac{1}{\sum \frac{1}{R_k} + 1} \dots \dots \dots (31,f)$$

Так, напр., для четырех проводников имеем

$$J = \frac{R_2 R_3 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_2 R_3}{R (R_2 R_3 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_2 R_3) + R_1 R_2 R_3 R_4} E \dots (31,g)$$

Четыре слагаемых числителя суть числители в выражениях для J_1, J_2, J_3 и J_4 , а знаменатель у последних тот же, как в (31,г). К тем же формулам

Рис. 194.

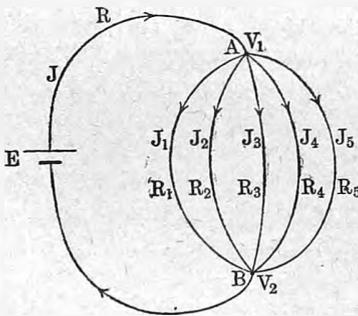
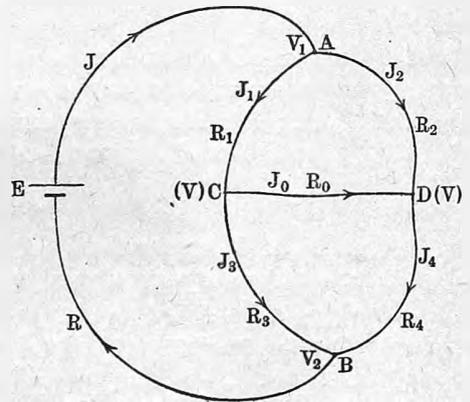


Рис. 195.



привело бы нас применение формулы (29) к контурам $AEBJ_1A, AJ_1BJ_2A, AJ_2BJ_3A$ и т. д.

III. Мост Витстона. Схема моста Витстона, с одною из форм которого мы уже встретились на стр. 294, изображена для простейшего случая на рис. 195; она отличается от простого разветвления только добавочным проводником CD , который и представляет собственно мост. AC, AD, BC и BD суть четыре ветви или стороны моста. Сопротивления и силы токов обозначим буквами, указанными на рисунке. Величины $E,$

R, R_1, R_2, R_3, R_4 и R_0 даны; искомым величин шесть: J, J_1, J_2, J_3, J_4 и J_0 . Первый закон Кирхгофа, приложенный к точкам A, C и B , дает

$$\left. \begin{aligned} J &= J_1 + J_2 \\ J_1 &= J_0 + J_3 \\ J &= J_3 + J_4 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (32)$$

При этом мы придали току J_0 произвольное направление от C к D . Вторым закон Кирхгофа, приложенный к контурам $AEBCA, ACDA$ и $CDBC$, дает

$$\left. \begin{aligned} JR + J_1R_1 + J_3R_3 &= E \\ J_1R_1 + J_0R_0 - J_2R_2 &= 0 \\ J_0R_0 + J_4R_4 - J_3R_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (32, a)$$

Из шести уравнений (32) и (32, a) можно найти шесть искомым сил тока. Решая эти уравнения, находим силу тока в мосте:

$$J_0 = \frac{E(R_2R_3 - R_1R_4)}{K}, \text{ где}$$

$$K = R_0 \{ (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)R + (R_1 + R_3)(R_2 + R_4) \} + R(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + R_1R_3(R_2 + R_4) + R_2R_4(R_1 + R_3) \quad (32, b)$$

Сила тока в мосте равна нулю, когда $R_2R_3 - R_1R_4 = 0$, или

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (32, c)$$

т. е. когда сопротивления четырех ветвей составляют геометрическую прогрессию. В виду чрезвычайной важности последней формулы, покажем, как ее вывести непосредственно. Когда $J_0 = 0$, мы, очевидно, имеем $J_1 = J_3$ и $J_2 = J_4$, ибо в точках C и D никакого разветвления не происходит. Вторая формула Кирхгофа, приложенная к контурам $ACDA$ и $CDBC$, дает теперь

$$J_1R_1 - J_2R_2 = 0; \quad J_3R_3 - J_4R_4 = 0.$$

Отсюда $\frac{R_1}{R_2} = \frac{J_2}{J_1}; \frac{R_3}{R_4} = \frac{J_4}{J_3}$. Но правые части равны, так как $J_2 = J_4$ и $J_1 = J_3$, следовательно, и левые равны, что и дает нам (32, c). Весьма поучительно и следующее рассуждение. Пусть V_1 и V_2 потенциалы точек A и B . Вдоль ACB и вдоль ADB потенциал падает от V_1 до V_2 . Направление тока J_0 в мосте зависит от того, которая из двух точек C и D обладает более высоким потенциалом; $J_0 = 0$, когда C и D обладают одинаковым потенциалом V . Отсюда ясно, что ко всякой точке C (или D) на одном из проводов можно найти на другом такую точку D (или C), что в мосте, соединяющем эти две точки, сила тока будет равна нулю. В этом случае, так как $J_1 = J_3$ и $J_2 = J_4$,

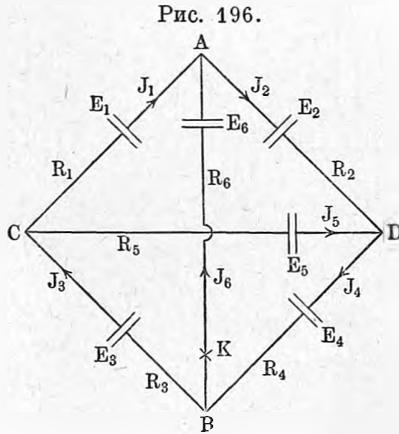
$$J_1 = \frac{V_1 - V}{R_1} = J_3 = \frac{V - V_2}{R_3}$$

$$J_2 = \frac{V_1 - V}{R_2} = J_4 = \frac{V - V_2}{R_4}$$

Разделив нижнее уравнение на верхнее, находим (32, c).

Схема моста Витстона может быть начерчена в различных видах. Если, напр., начертить ветвь AEV внутри контура $ACBDA$, то получается нечто, напоминающее четырехугольник с двумя диагоналями; в одной из них действует батарея E , в другой измеряется сила тока J_0 . Когда удовлетворено условие (32,с), то замыкание и размыкание одной из диагоналей не влияет на силу тока в другой: J_0 остается равным нулю; J , очевидно, не меняется, если разомкнуть диагональ CD , когда в ней нет тока.

Froehlich показал, что при таком соотношении диагоналей имеет место условие (32,с) и в гораздо более общем случае, когда во всех шести проводах, составляющих сеть, действуют электродвижущие силы. Такой случай изображен на рис. 196, в котором R_1, R_2, \dots, R_6 и E_1, E_2, \dots, E_6 обозначают сопротивления и электродвижущие силы; J_1, J_2, \dots, J_6 силы токов, когда обе диагонали замкнуты. Стрелки обозначают направления электродвижущих сил; так как направления токов сперва могут быть выбраны произвольно, то мы примем, что те же стрелки обозначают и направления токов. В K находится замыкатель. Предположим, что размыкание и замыкание диагонали AB



не влияет на силу тока J_6 в диагонали CD . Первая теорема Кирхгофа дает для точек A, D и C :

$$J_2 = J_1 + J_6; \quad J_4 = J_5 + J_2 = J_5 + J_1 + J_6; \quad J_3 = J_1 + J_5 \quad (32, d)$$

Вторая теорема Кирхгофа дает для контуров $ACDA$ и $BCDB$

$$E_1 + E_2 - E_5 = J_1 R_1 + J_2 R_2 - J_5 R_5; \quad E_3 + E_4 - E_5 = J_3 R_3 + J_4 R_4 + J_6 R_5$$

или, на основании (32, d):

$$\begin{aligned} E_1 + E_2 - E_5 &= J_1 R_1 + (J_1 + J_6) R_2 - J_5 R_5 = J_1 (R_1 + R_2) - J_5 R_5 + J_6 R_2; \\ E_3 + E_4 - E_5 &= (J_1 + J_5) R_3 + (J_5 + J_1 + J_6) R_4 + J_5 R_5 = \\ &= J_1 (R_3 + R_4) + J_5 (R_3 + R_4 + R_5) + J_6 R_4. \end{aligned}$$

Разомкнем ветвь AB ; тогда левые части последних двух равенств не изменятся; в правых частях будем иметь: $J_6 = 0$, J_5 по условию не меняется, J_1 перейдет в другую величину J_1' . Так как левые стороны не меняются, мы должны иметь:

$$\begin{aligned} J_1 (R_1 + R_2) - J_5 R_5 + J_6 R_2 &= J_1' (R_1 + R_2) - J_5 R_5; \\ J_1 (R_3 + R_4) + J_5 (R_3 + R_4 + R_5) + J_6 R_4 &= J_1' (R_3 + R_4) + J_5 (R_3 + R_4 + R_5), \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} (J_1' - J_1) (R_1 + R_2) &= J_6 R_2; \\ (J_1' - J_1) (R_3 + R_4) &= J_6 R_4. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} = \frac{R_2}{R_4} \text{ или } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Какие бы электродвижущие силы ни действовали в шести проводниках, т. е. в четырех сторонах и в диагоналях, входящих в общую схему моста Витстона, мы всегда имеем теорему: если замыкание и размыкание одной диагонали не влияет на силу тока в другой диагонали, то сопротивления четырех сторон составляют геометрическую пропорцию (32,с). Само собою разумеется, что теорема остается верна, если некоторые из величин $E_1, E_2, \dots E_6$, напр., все, кроме одной, равны нулю. Для случая простого моста (рис. 195) все E , кроме E_6 , равны нулю.

IV. Двойной мост Витстона или мост Томсона (Lord Kelvin).

Схема этого разветвления изображена на рис. 197; она отличается от схемы простого моста тем, что один конец H моста CH присоединен к добавочной проволоке DHF . Сопротивления проводников обозначены через $R_1, \dots R_7$, при чем R_1 и R_2, R_3 и R_4, R_5 и R_6 расположены симметрично. Ограничиваемся рассмотрением случая, когда в мосте CH сила тока $J = 0$. В таком случае сила тока одна и та же в AC и CB (J_1), в AD и FB (J_2), наконец, в DH и HF (J_3), как это и обозначено на рисунке. Сила тока в DF обозначена через J_4 . Прилагая вторую формулу Кирхгофа к контурам $ADHCA$ и $FBCHF$, мы получаем:

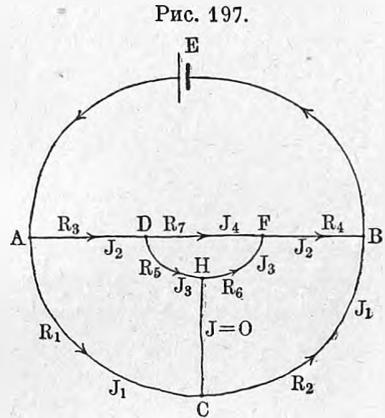


Рис. 197.

$$\left. \begin{aligned} R_1 J_1 &= R_3 J_2 + R_5 J_3 \\ R_2 J_1 &= R_4 J_2 + R_6 J_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (33)$$

Эти формулы дают нам важную теорему:

Если в мосте $J = 0$, и если из трех отношений $\frac{R_1}{R_2}, \frac{R_3}{R_4}, \frac{R_5}{R_6}$ какие-нибудь два равны между собою, то все три отношения равны между собою. Чтобы найти общее условие, при котором $J = 0$, мы приложим первую формулу Кирхгофа к точке D и вторую к контуру $DHFD$:

$$J_2 = J_3 + J_4 \dots \dots \dots (33, a)$$

$$(R_5 + R_6) J_3 = R_7 J_4 \dots \dots \dots (33, b)$$

Эти уравнения дают

$$J_2 = J_3 \left(1 + \frac{R_5 + R_6}{R_7} \right).$$

Вставив эту величину в (33) и разделив первое уравнение на второе, при чем J_2 и J_3 сократятся, мы получаем

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3 \left(1 + \frac{R_5 + R_6}{R_7}\right) + R_5}{R_4 \left(1 + \frac{R_5 + R_6}{R_7}\right) + R_6} \dots \dots \dots (33, c)$$

При $R_7 = 0$ мы получаем условие для простого моста $R_1 : R_2 = R_3 : R_4$.

V. Два элемента последовательно. Элементы E_1 и E_2 (рис. 198) соединены последовательно; две точки A и B соединены проволокою. Части $A E_1 B$ и $A E_2 B$ имеют сопротивления R_1 и R_2 , в которые, конечно, входят и сопротивления самих элементов; сопротивление AB равно R . Силы токов обозначены через J_1 , J_2 и J , при чем направления токов J_1

Рис. 198.

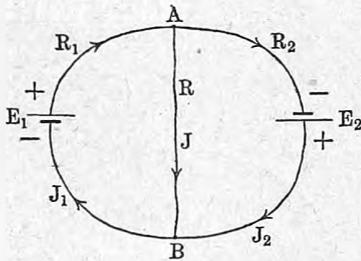
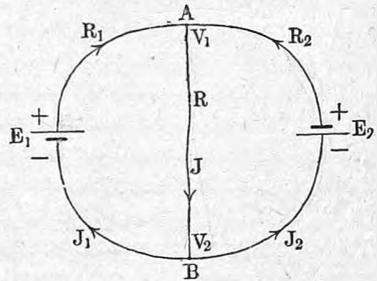


Рис. 199.



и J_2 несомненны; направление же тока J произвольно принято по направлению от A к B . Теоремы Кирхгофа, примененные к точке A и к контурам $A E_1 B A$ и $A E_2 B A$, дают:

$$J_1 = J_2 + J \dots \dots \dots (34)$$

$$J_1 R_1 + R J = E_1 \dots \dots \dots (34, a)$$

$$J_2 R_2 - R J = E_2 \dots \dots \dots (34, b)$$

Если $J = 0$, мы имеем $J_1 = J_2$, $J_1 R_1 = E_1$, $J_2 R_2 = E_2$, откуда

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{E_1}{E_2} \dots \dots \dots (34, c)$$

Чтобы сила тока в соединительной ветви AB равнялась нулю, должно быть удовлетворено условие (34, c). Решая три уравнения, находим:

$$J_1 = \frac{E_1 (R + R_2) + E_2 R}{R R_1 + R R_2 + R_1 R_2} \dots \dots \dots (34, d)$$

$$J_2 = \frac{E_2 (R + R_1) + E_1 R}{R R_1 + R R_2 + R_1 R_2} \dots \dots \dots (34, e)$$

$$J = \frac{E_1 R_2 - E_2 R_1}{R R_1 + R R_2 + R_1 R_2} \dots \dots \dots (34, f)$$

Последняя формула дает при $J = 0$ условие (34, c).

VI. Два элемента параллельно. Эта схема отличается от предыдущей только тем, что элементы E_1 и E_2 (рис. 199) соединены парал-

тельно. Здесь направление тока J несомненно; направления же токов J_1 и J_2 приняты произвольно.

Формулы Кирхгофа дают:

$$J = J_1 + J_2 \quad \dots \quad (35)$$

$$J_1 R_1 + RJ = E_1 \quad \dots \quad (35, a)$$

$$J_2 R_2 + RJ = E_2 \quad \dots \quad (35, b)$$

Если $J_1 = 0$, получается $J = J_2$; далее

$$E_1 = RJ \quad \dots \quad (35, c)$$

$$E_2 = (R + R_2)J \quad \dots \quad (35, d)$$

Отсюда

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R}{R + R_2} < 1 \quad \dots \quad (35, e)$$

Сила тока ветви, содержащей элемент E_1 , тогда только может равняться нулю, когда $E_1 < E_2$, и когда удовлетворено условие (35, e); при этом $E_1 = RJ$, где R — сопротивление соединительной проволоки AB , J — сила тока, одинаковая во всех частях контура ABE_2A . В виду важности этого результата, разъясним его еще следующим образом.

Пусть $J_1 = 0$, V_1 и V_2 потенциалы точек A и B . Так как в BE_1A нет тока, то нет и падения потенциала; ветвь BE_1A представляет как бы правильно разомкнутую цепь, а потому $V_1 - V_2 = E_1$. Но в AB мы имеем

$$J = \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{E_1}{R}, \quad \text{т. е. } E_1 = RJ.$$

Далее, ток J один и тот же во всей цепи ABE_2A , а потому

$$J = \frac{E_2}{R + R_2}.$$

Сравнивая два значения для J , получаем (35, e). Решая три уравнения (35), (35, a) и (35, b), получаем:

$$J_1 = \frac{E_1(R + R_2) - E_2 R}{RR_1 + RR_2 + R_1 R_2} \quad \dots \quad (35, f)$$

$$J_2 = \frac{E_2(R + R_1) - E_1 R}{RR_1 + RR_2 + R_1 R_2} \quad \dots \quad (35, g)$$

$$J = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{RR_1 + RR_2 + R_1 R_2} \quad \dots \quad (35, h)$$

Если $E_1 = E_2 = E$, то последняя формула дает

$$J = \frac{E}{R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \quad \dots \quad (35, i)$$

Если еще $R_2 = R_1$, то получится

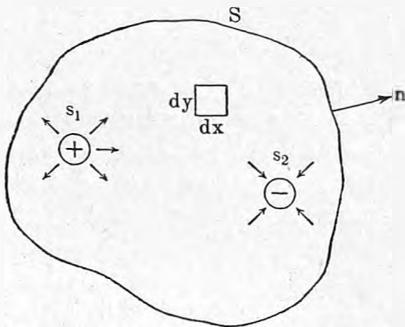
$$J = \frac{E}{R + \frac{R_1}{2}} \quad \dots \quad (35, k)$$

Последние две формулы подтверждают, что электродвижущая сила двух параллельно соединенных элементов такая же, как и у одного элемента; (35,к) подтверждает, что их сопротивление равно половине сопротивления одного элемента. Нетрудно обобщить этот вывод и для произвольного числа параллельно соединенных элементов.

VII. Токи в тонких пластинках и в телах. Мы рассматривали до сих пор распространение тока в проволоках. Ограничиваемся немногими словами по вопросу о распространении тока в тонких пластинках и в телах.

Пусть S (рис. 200) тонкая плоская пластинка, проводящая электричество; c — ее удельная электропроводность, h — ее толщина. Две проволоки припаяны к одной из сторон пластинки, и пусть s_1 и s_2 места, через которые ток J вступает в пластинку и выходит из нее. Требуется определить линии тока, т. е. те кривые линии, по которым электричество перетекает от s_1 к s_2 . Считая h весьма малою величиною, мы можем предположить, что течение происходит только параллельно сторонам пластинки, т. е. только в двух измерениях. Линии тока суть

Рис. 200.



ортогональные траектории линий уровня потенциала V ; зная V , мы определим и линии тока. Рассмотрим элемент $dy dx$ пластинки и определим, какое количество $d\eta$ электричества втекает в него в течение времени τ . Через сторону dy втекает $-chdy \frac{dV}{dx} \tau$; через противоположную такое количество, которое получится из первого, если вместо x вставить $x + dx$ и переменить знак. Получается $chdy \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx \right) \tau$; всего втекает через обе стороны $ch\tau \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx dy$. Через сторону dx и ей противолежащую втекает $ch\tau \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx dy$, так что всего втекает

$$d\eta = ch\tau \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) dx dy.$$

При установившемся течении мы должны иметь во всех точках пластинки, кроме точек внутри s_1 и s_2 , $d\eta = 0$, т. е.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \dots \dots \dots (36)$$

Если $dx dy$ взято внутри s_1 , то $d\eta = \frac{J\tau}{s_1} dx dy$, так как во время τ через всю площадь s_1 втекает в пластинку количество электричества $J\tau$; для точек внутри s_2 получаем $d\eta = -\frac{J\tau}{s_2} dx dy$.

Следовательно, мы получаем внутри s_1 :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{J}{c h s_1} \quad (36, a)$$

внутри s_2 :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{J}{c h s_2} \quad (36, b)$$

Так как через наружный край пластинки электричество не протекает, то вдоль всего края пластинки мы должны иметь

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 0 \quad (36, c)$$

где n направление нормали к краю пластинки. Можно доказать, что четыре последних уравнения вполне определяют функцию V , если даны форма пластинки, положение мест s_1 и s_2 втекания и вытекания электричества, и величины c , h и J . Мы не можем останавливаться на способах определения функции V , так как они большею частью основаны на применении логарифмического потенциала, ознакомление с которым вышло бы из пределов нашего курса. Ограничиваемся немногими указаниями.

Для бесконечно большой пластинки условие (36, c) отпадает. Условиям (36), (36, a) и (36, b) удовлетворяет функция

$$V = A - \frac{J}{2 \pi c h} \lg \frac{r_1}{r_2} \quad (36, d)$$

Здесь A произвольное постоянное число, r_1 и r_2 расстояния точки, в которой потенциал равен V , от s_1 и s_2 . Уравнение линий уровня потенциала $V = \text{Const.}$, или

$$\frac{r_1}{r_2} = \text{Const.} \quad (36, e)$$

Это суть круги, эксцентрично обхватывающие места s_1 и s_2 . Их ортогональные траектории, т. е. линии тока, суть дуги окружностей, соединяющих s_1 и s_2 .

Для круглой пластинки, на краю которой расположены s_1 и s_2 , линии тока также оказываются дугами окружностей.

Если пластинка состоит из разнородных частей, то линии тока претерпевают перелом при переходе из одной части в другую. Обозначим через s кривую, разграничивающую две такие части пластинки, и пусть V_1 и c_1 относятся к одной, V_2 и c_2 — к другой части пластинки; пусть ds — элемент кривой s , и n — направление нормали к ней. В таком случае мы имеем во всех точках кривой s

$$c_1 \frac{\partial V_1}{\partial n} = c_2 \frac{\partial V_2}{\partial n} \quad (36, f)$$

как условие, что в этих точках не происходит ни накопления, ни убыли электричества. Вдоль кривой мы имеем $V_1 - V_2 = \text{Const.}$, а потому

$$\frac{\partial V_1}{\partial s} = \frac{\partial V_2}{\partial s} \quad (36, g)$$

Линия тока совпадает с диагональю прямоугольника, построенного в

первой среде на $\frac{\partial V_1}{\partial n}$ и $\frac{\partial V_1}{\partial s}$, а во второй на $\frac{\partial V_2}{\partial n}$ и $\frac{\partial V_2}{\partial s}$. Пусть φ_1 и φ_2 углы, составляемые в двух средах линией тока с нормалью; тогда, очевидно,

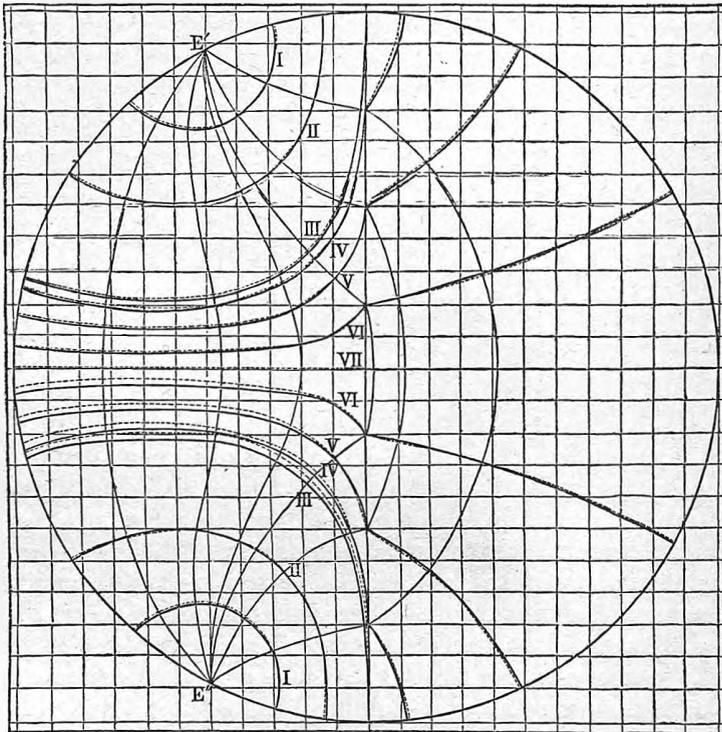
$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\partial V_1}{\partial s} : \frac{\partial V_1}{\partial n}; \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\partial V_2}{\partial s} : \frac{\partial V_2}{\partial n}.$$

Равенства (36,g) и (36,l) дают

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2} = \frac{c_1}{c_2} \dots \dots \dots (36,h)$$

Этот формулой определяется закон преломления линий тока. Quincke теоретически и экспериментально исследовал распространение токов в круглой пластинке, состоящей наполовину из *Pb* и наполовину

Рис. 201.



из *Si* (рис. 201); электроды находятся в E' и E'' . На рисунке видны ломаные линии токов, соединяющие E' и E'' .

Кроме линий токов, вдоль которых распространяется электричество, представляют большой интерес линии одинаковой силы тока, которая отнюдь не постоянна вдоль линий тока, так как эти последние, выйдя из одного электрода, сперва расходятся, а потом опять сходятся. Одинаковая сила тока имеется в точках, в которых $\frac{\partial V}{\partial N} = \text{Const.}$, где N направление нормали к линии уровня потенциала. Это условие можно

написать в виде

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \text{Const.} \dots \dots \dots (36, \text{в})$$

Для случая бесконечной пластинки, когда линии токов суть дуги окружностей, а линии уровня потенциала имеют уравнения $r_1 : r_2 = \text{Const.}$, см. (36,е), линии равной силы тока имеют уравнения $r_1 r_2 = \text{Const.}$ Это лемнискаты, обхватывающие точки s_1 и s_2 . Распространение токов в неплоских пластинках изучали Kirchhoff, С. Neumann, Умов, Lipschitz и W. Wolf.

Задача о распространении токов в телах, т. е. в пространстве трех измерений, также сводится к определению потенциала V , ортогональные траектории к поверхностям уровня которого и суть искомые линии токов. Легко убедиться, что V удовлетворяет во всех точках тела, за исключением электродов, уравнению

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \dots \dots \dots (37)$$

аналогичному (36). На поверхности тела

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 0 \dots \dots \dots (37, \text{а})$$

На границе двух средин имеем уравнение (36,ф) и преломление линий тока по закону, выраженному формулой (36,г). На поверхности электродов, которые могут находиться на поверхности или внутри тела, мы имеем условие, которое в каждом частном случае легко написать, и которое выражает, что полное количество электричества, вступающее в единицу времени через поверхности электродов в рассматриваемое тело, равно $\pm J$, где J данная сила тока вне этого тела. Плотность тока i равна

$$i = -c \frac{\partial V}{\partial N} \dots \dots \dots (37, \text{б})$$

где N нормаль к поверхности $V = \text{Const.}$ Обозначим через u, v, w слагаемые плотности тока i по направлениям координатных осей. Тогда в изотропном теле

$$u = -c \frac{\partial V}{\partial x}, \quad v = -c \frac{\partial V}{\partial y}, \quad w = -c \frac{\partial V}{\partial z} \dots \dots \dots (37, \text{в})$$

В анизотропном теле c зависит от направления, вследствие чего формулы чрезвычайно усложняются; мы их не рассматриваем.

Величина V вообще может быть рассматриваема, как потенциал двух равных по величине, но противоположных по знаку электрических масс, покрывающих поверхности электродов, и некоторых фиктивных масс, покрывающих всю поверхность тела; последние должны быть подобраны так, чтобы было удовлетворено условие (37,а). Рассмотрим простейший случай безграничного тела, внутри которого находятся два шаровидных электрода S_1 и S_2 , радиусы ρ которых весьма малы сравнительно с расстоянием d электродов друг от друга. Потенциал в какой-либо

точке M равен в этом случае

$$V = C \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \dots \dots \dots (38)$$

где C постоянное, r_1 и r_2 расстояния точки M от центров S_1 и S_2 . Очевидно,

$$J = -4\pi \varrho^2 c \left(\frac{\partial V}{\partial r_1} \right)_{r_1 = \varrho}$$

Но так как ϱ мало сравнительно с d , то можно принять V около поверхности электрода S_1 равным $C : r_1$. Тогда получаем:

$$J = -4\pi \varrho^2 c C \left(-\frac{1}{r_1^2} \right)_{r_1 = \varrho} = 4\pi c C.$$

Взяв отсюда C и подставив в (38), находим

$$V = \frac{J}{4\pi c} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \dots \dots \dots (38, a)$$

Ясно, что линии токов тождественны с магнитными линиями сил в случае двух разноименных магнитных полюсов; их уравнение $\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 = \text{Const.}$, см. (23, c), гл. II, где α_1 и α_2 углы, составляемые радиусами-векторами r_1 и r_2 с прямою $S_1 S_2$. Потенциалы V_1 и V_2 шариков S_1 и S_2 можно принять равными

$$V_1 = \frac{J}{4\pi c} \frac{1}{\varrho}; \quad V_2 = -\frac{J}{4\pi c} \frac{1}{\varrho} \dots \dots \dots (38, b)$$

если пренебречь членом $1 : (d - \varrho)$ сравнительно с $1 : \varrho$. Величину R , определяемую формулою $J = (V_1 - V_2) : R$, можно назвать сопротивлением бесконечно большого тела; (38, b) дает

$$R = \frac{1}{2\pi c \varrho} \dots \dots \dots (38, c)$$

Сопротивление обратно пропорционально радиусам электродов и не зависит от их расстояния.

Если в раствор медного купороса опустить горизонтальную пластинку из Ag , Pt или латуни, соединенную с отрицательным полюсом батареи, и вертикальную проволоку, соединенную с положительным полюсом, то на первой получаются, как результат электролиза (см. ниже), налеты меди в виде светлокрасных колец, отделенных друг от друга более темными кольцами. Растворы солей марганца или окиси свинца в едком кали дают кольца, по расположению цветов вполне аналогичные кольцам Ньютона (т. II). Эти кольца открыл и впервые исследовал No bili (1827), почему их и называют кольцами No bili. Более сложные фигуры получал Guébhargd (1880). Происхождение как колец, так и других фигур вполне объясняется теорией распространения токов между проволокою и пластинкою. Толщина выделившегося при электролизе слоя в различных точках пропорциональна плотности тока в этих точках, а цвет зависит от толщины слоя. Таким образом эти фигуры соответствуют кривым пересечения поверхности пластинки с поверхностями одинаковой плот-

ности тока. Уравнение последних, очевидно, $\frac{\partial V}{\partial N} = \text{Const.}$ Voigt, H. Weber, Heine, Ditscheiner, Riemann и др. дали полную теорию возникновения колец Nobili и фигур Guébard'a. В последнее время их исследовал Delvalez (1909).

§ 6. Магнитное поле электрического тока. В первой главе этой части мы познакомились со свойствами магнитного поля вообще, независимо от его источников; затем мы во второй главе специально рассмотрели магнитное поле, окружающее магниты, и, между прочим, двойные магнитные слои, или магнитные листки. Теперь мы обращаемся к изучению свойств магнитного поля, окружающего проводники, в которых течет электрический ток. Выпишем прежде всего некоторые из формул, которые были выведены в предыдущих главах. Слагаемые α, β, γ напряжения магнитного поля удовлетворяют вне магнитов, или вне вихревых пространств, условиям (30), гл. I:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{\partial \beta}{\partial x}, \quad \frac{\partial \beta}{\partial z} = \frac{\partial \gamma}{\partial y}, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial x} = \frac{\partial \alpha}{\partial z} \dots \dots \dots (39)$$

Работа магнитных сил равна нулю при движении магнитного полюса по произвольной замкнутой кривой, не обхватывающей вихревого пространства.

Если в магнитном поле существуют замкнутые линии сил, целиком расположенные в однородной среде, то такие линии сил непременно обхватывают, по крайней мере, одно вихревое пространство (гл. I, § 6), внутри которого магнитные силы не имеют потенциала, и величины α, β, γ не удовлетворяют условиям (39). Вихревое пространство должно быть замкнутым, т. е. иметь вид кольца. Рассмотрим величину, см. (51), гл. I,

$$\sigma = \iint \left\{ \left(\frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right\} ds \quad (39, a)$$

Здесь интеграл распространен по всем элементам ds произвольного сечения вихревого пространства; это сечение мы можем себе представить, как часть поверхности, имеющей своим контуром произвольную линию сил или вообще произвольную замкнутую линию, обхватывающую вихревое пространство. Величина σ одна и та же для всех сечений данного вихревого пространства; она равна работе R , производимой магнитными силами, когда единица количества магнетизма перемещается по произвольному замкнутому пути, обхватывающему один раз вихревое пространство. Точнее говоря,

$$R = \pm \sigma \dots \dots \dots (39, b)$$

где знак зависит от направления движения. Потенциал V есть функция многозначная; она меняется на величину σ , если, обойдя замкнутую кривую, обхватывающую вихревое пространство, мы возвратимся к прежней точке. Таким образом

$$V = V_0 - p\sigma \dots \dots \dots (39, c)$$

см. (54), гл. I. В кольцевидном вихревом пространстве существует направление, которое мы назвали положительным. Это направление и положительное направление линий сил, для которого $R > 0$ и $p > 0$, имеют друг относительно друга расположение, определяемое правилом винта или буравчика.

Двойной магнитный слой или магнитный листок обладает в каждой точке силой $\omega = k\delta$, где $\pm k$ плотность магнетизма, δ толщина слоя. Потенциал V слоя в произвольной точке M равен

$$V = \omega \Omega \dots (39, d)$$

см. (27), гл. II, где Ω телесный угол, под которым из M виден контур слоя. При прохождении через слой потенциал делает скачек, равный

$$V_1 - V_2 = 4\pi\omega \dots (39, e)$$

см. (27, b), гл. II. Потенциальная энергия магнитного листка, помещенного в магнитном поле, определяется формулой (28), гл. II; потенциальная энергия двух листков формулой (30), гл. II.

Обращаемся к рассмотрению свойств магнитного поля электрического тока. Само собою разумеется, что об основных

свойствах этого поля мы можем узнать не иначе, как путем опытного исследования. Чтобы ввести понятие о силе тока J , как величине, характерной для данного тока и а priori измеряемой при равных условиях напряжением поля H , мы уже указали в § 2 на характер и напряжение поля для частного случая весьма длинного прямолинейного проводника. Мы видели, что линии сил суть окружности, обхватывающие проводник, и что напряжение поля на расстоянии r от проводника выражается формулой (3, a)

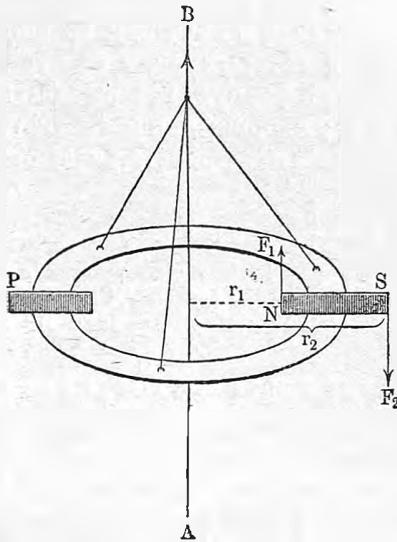
$$H = \frac{cJ}{r} \dots (40)$$

где c множитель пропорциональности. Приняв $c = 2$, т. е.

$$H = \frac{2J}{r} \dots (41)$$

мы ввели электромагнитную единицу силы тока. Следующий опыт подтверждает справедливость формулы (40). К вертикальной проволоке AB (рис. 202) прикрепляется на трех нитях кольцо, на которое кладется магнит NS и противовес P ; если через AB пропустить ток, то кольцо остается неподвижным, хотя на полюсы N и S действуют силы $F_1 = H_1 m$ и $F_2 = H_2 m$, где m количество магнетизма. Отсюда следует, что вращающий момент сил F_1 и F_2 относительно оси AB равен нулю,

Рис. 202.



т. е. что $F_1 r_1 - F_2 r_2 = 0$, где r_1 и r_2 расстояния полюсов магнита от AB . Мы имеем $H_1 m r_1 - H_2 m r_2 = 0$, откуда $H_1 : H_2 = r_2 : r_1$; напряжение поля обратно пропорционально расстоянию r .

Принимая формулу (41), мы получаем для работы R , совершаемой магнитными силами, когда единица количества магнетизма обходит вокруг тока по одной из линий сил, равенство

$$R = 2\pi r H = 2\pi r \frac{2J}{r} = 4\pi J \quad \dots \dots \dots (42)$$

Силы, действующие в магнитном поле тока, не отличающемся от поля магнитов, несомненно имеют потенциал V и во всем пространстве вне тока удовлетворяют уравнениям (39). Найдем величину этого потенциала. Обозначим через P какую-нибудь плоскость, проходящую через наш прямолинейный ток и составляющую угол θ с начальной плоскостью P_0 . Все плоскости P суть эквипотенциальные поверхности, так как при движении магнитного полюса в такой плоскости, везде перпендикулярной к линиям сил, работа магнитных сил равна нулю. Пусть V_1 и V значения потенциала в плоскостях P_0 и P . Работа, при переходе $m = 1$ от P_0 до P по одной из линий сил равна, $r\theta H = r\theta \frac{2J}{r} = 2J\theta$; следовательно,

$$V = V_1 - 2J\theta \quad \dots \dots \dots (42, a)$$

Если провести плоскость xy перпендикулярно к току и при том ось x -ов в плоскости P_0 , и если координаты точки в плоскости P обозначить через x, y , то $\text{tg } \theta = y : x$, так что

$$V = V_1 - 2J \arctg \frac{y}{x} \quad \dots \dots \dots (42, b)$$

Мнозначность потенциала особенно ясно выражена этой формулой. Если обойти вокруг тока, то V меняется на величину $4\pi J$, так что общее выражение потенциала V данной точки M имеет вид

$$V = V_0 - 4\pi p J \quad \dots \dots \dots (42, c)$$

где p целое положительное или отрицательное число, показывающее, сколько раз мы обошли вокруг тока в положительном направлении линий сил, которое связано с направлением тока правилом винта. Так как (42, c) не может зависеть от того, по каким кривым мы двигались, то ясно, что работа

$$R = 4\pi p J \quad \dots \dots \dots (42, d)$$

по какой бы кривой мы ни двигались, исходя из некоторой точки M и возвратившись в нее, если эта кривая p раз идет вокруг тока. Если мы возвратимся в M , не обойдя вовсе вокруг тока или обойдя его столько же раз в положительном, сколько и в отрицательном направлении, то $R = 0$, и в M мы встретим первоначальное значение потенциала.

Пространство, занятое током, т. е. проводником, есть вихревое пространство; в нем магнитные силы не имеют потенциала, и не

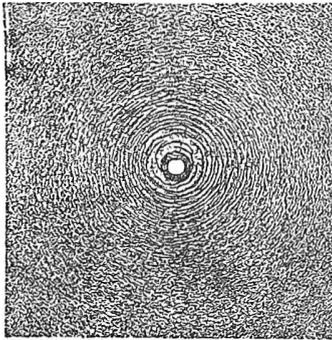
удовлетворены условия (39). Положительное направление вихревого пространства, очевидно, совпадает с направлением тока J , так как оба эти направления связаны с направлением линий сил правым винтом. Сравнивая (42,с) с (39,с), или, что то же самое, (42) с (39,б), мы получаем весьма важную формулу

$$4\pi J = \sigma \dots \dots \dots (43)$$

где σ определяется формулой (39,а), в которой мы теперь должны распространить интеграл на какое угодно сечение проводника, пронизываемое током J .

Чтобы при помощи железных опилок получить линии сил в рассмотренном случае, продевают вертикальную проволоку через маленькое круглое отверстие в горизонтальной пластинке из картона и пропускают через проволоку возможно сильный ток. Если затем сыпать на картон железные опилки, то последние располагаются, как показано на рис. 203.

Рис. 203.



Мы рассмотрели магнитное поле длинного прямолинейного тока, чтобы познакомиться с основными свойствами такого поля. Обращаемся к общему случаю, когда линейный проводник (т. е. проволока), по которому течет ток, имеет какую угодно форму, и посмотрим, что нам дает непосредственное наблюдение.

Наблюдение показывает прежде всего, что линии сил магнитного поля тока представляются всегда замкнутыми линиями, целиком расположенными в пространстве, окружающем проводник, в котором течет ток. Это остается верным, как бы мы близко ни подошли к поверхности проводника. Отсюда следует:

1. Пространство, занимаемое проводником, через который течет ток, есть вихревое пространство; в нем магнитные силы не имеют потенциала, и не удовлетворены условия (39).

2. Электрические токи (J не зависит от времени) могут быть только замкнутые.

3. Работа R , отнесенная к произвольной замкнутой кривой, которая p раз обхватывает проводник, не зависит ни от вида этой кривой, ни от ее расположения, и равняется

$$R = p\sigma \dots \dots \dots (44)$$

где σ определяется формулой (39,а).

4. Величина σ одинакова для всех сечений проводника какими угодно поверхностями; нормаль n должна быть взята в ту сторону, в которую течет электрический ток.

Работа R не зависит от контура тока, но только от величины σ , которая определяется тем, что происходит внутри проводника, т. е. специальными свойствами тока; с другой стороны ясно, что при данном контуре тока, т. е. расположении проводников, работа R пропорциональна напряжению поля H в точках окружающего поля. Величину, характеризующую то свойство тока, от которого зависит наблюдаемое напряжение поля, мы назвали силой тока и обозначили через J . Ясно, что R пропорционально J ; отсюда следует, что σ пропорционально J , так что можно написать

$$R = \sigma = CJ \dots \dots \dots (45)$$

где R теперь относится к кривой, обхватывающей проводник один раз ($p = 1$). Полагая $C = 4\pi$, т. е.

$$R = \sigma = 4\pi J \dots \dots \dots (46)$$

мы тем самым вводим определенную единицу силы тока. Формула (4), которая дала нам эл.-магн. единицу силы тока, и вытекающая из нее формула (42) убеждают нас в том, что, полагая в (45) $C = 4\pi$, мы лишь иным способом вводим ту же электромагнитную единицу силы тока. Когда по замкнутой кривой движется количество магнетизма m , то работа R_m , выраженная в абсолютных единицах, равна

$$R_m = \sigma m = 4\pi m J \dots \dots \dots (46, a)$$

Для размера единицы силы тока мы получаем

$$[J] = [R_m] : [m].$$

Но R_m есть работа, следовательно, $[R_m] = ML^2 : T^2$; формула (4) первой главы этой части дает

$$[J] = ML^2 T^{-2} : [\mu]^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} = [\mu]^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \dots \dots (46, b)$$

что согласно с (4, a).

Подставляя в (46) величину σ , получаем из (39, a)

$$4\pi J = \iint \left\{ \left(\frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right\} ds \dots \dots \dots (46, c)$$

Здесь ds элемент сечения проводника произвольною поверхностью. Мы назвали плотностью тока i отношение силы тока к площади поперечного сечения проводника, через который ток течет. Проекции плотности тока по координатным осям обозначаем через u, v, w . Мы имеем, очевидно,

$$J = \iint i \cos(n, \bar{z}) ds;$$

но $\cos(n, \bar{z}) = \cos(n, x) \cos(i, x) + \cos(n, y) \cos(i, y) + \cos(n, z) \cos(i, z)$; далее $u = i \cos(i, x)$ и т. д. Таким образом

$$4\pi J = 4\pi \iint \{ u \cos(n, x) + v \cos(n, y) + w \cos(n, z) \} ds \dots \dots (46, d)$$

Сравнивая (46,c) и (46,d) и принимая во внимание, что равенство двух интегралов должно иметь место для всякой поверхности, пересекающей наш проводник, мы получаем знаменитые уравнения Максвелла, связывающие проекции плотности тока i (u , v , w) в какой-либо точке проводника с проекциями магнитной силы H (α , β , γ), действующей в той же точке:

$$\left. \begin{aligned} 4\pi u &= \frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \\ 4\pi v &= \frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \\ 4\pi w &= \frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (47)$$

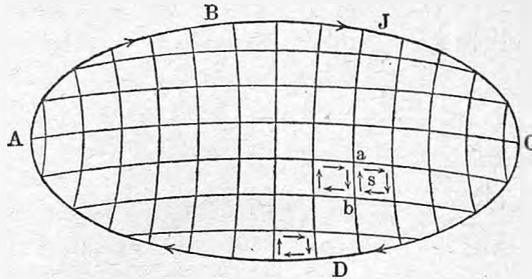
Важно сравнить эти формулы с формулами (39), относящимися ко всем точкам вне проводника, в котором течет электрический ток, т. е. к точкам, в которых магнитные силы имеют потенциал. Формулы (47) особенно наглядно выясняют, что магнитные силы не могут иметь потенциала внутри проводника, в котором течет электрический ток.

Обращаемся к весьма важному свойству магнитного поля электрического тока. Оно заключается в том, что напряжение поля данного тока не зависит от вещества, наполняющего пространство, которое окружает ток, если только это вещество однородно, изотропно и безгранично. Действительно, положим сперва, что в окружающей среде $\mu = 1$. Если мы в эту среду поместим тело, для которого μ не равно единице, то, как это будет строго доказано в статье о магнитной индукции, в этом теле возникает соленоидальное распределение магнетизма, при котором объемная плотность магнетизма внутри тела равна нулю; свободный магнетизм появляется только на поверхности тела, и вот этот-то магнетизм и вызывает изменение магнитного поля. Если мы станем увеличивать размеры этого тела настолько, что оно заполнит все пространство, окружающее ток, до самой поверхности проводника, то свободного магнетизма вовсе не окажется, так как наружная поверхность бесконечно удалена, а на поверхности соприкосновения с проводником свободного магнетизма быть не может, так как из этой поверхности линии, окружающие проводник, не выступают. Ясно, что присутствие такого тела не меняет напряжения поля H в данной точке M ; величина силы, действующей на данное количество свободного магнетизма, не зависит от μ , если только это μ во всем пространстве одинаково.

В заключение укажем на возможность замены данного замкнутого тока системой токов, определенным образом расположенных. Пусть $ABCD A$ замкнутый ток, сила которого J . Проведем через линию $ABCD A$ поверхность, которую разделим на произвольное число каких угодно частей s . В виде примера на рис. 204 деление произведено при помощи двух пересекающихся систем кривых. Окружим каждую часть s током силы J , направление которого совпадало бы с направлением данного

тока $ABCD$. Легко видеть, что все эти токи как бы взаимно уничтожаются вдоль всех контуров частей s , не прилегающих к данному току $ABCD$. Так, напр., вдоль отрезка ab текут два тока J по двум противоположным направлениям; их совокупное внешнее действие равно нулю. Остаются токи, направленные вдоль контура $ABCD$. Итак: всякий замкнутый ток может быть заменен произвольным, а также бесконечно большим числом замкнутых токов такой же силы и такого же направления, как и данный ток; эти токи могут

Рис. 204.



быть расположены на произвольной поверхности S , имеющей своим контуром данный ток; огибаемые ими части поверхности S должны исчерпать всю эту поверхность, как показано на рис. 204.

§ 7. Закон Био и Савара. Замена тока магнитным листком. Соленоид. Изучая магнитное поле тока, Biot и Savart пришли к заключению, что сила, с которою действует замкнутый ток на магнитный полюс, может быть рассматриваема, как равнодействующая бесконечно большого числа сил, как бы исходящих от бесконечно малых отрезков, на которые мы мысленно можем разделить ток, и которые мы назовем элементами тока. Пусть AB (рис. 205) часть тока, ds — длина одного из элементов тока, l расстояние этого элемента от магнитного полюса m , φ угол между ds и r . Закон Био и Савара говорит, что элемент тока ds действует на m с силою f , которая по величине определяется формулою

$$f = C \frac{J ds m}{l^2} \sin \varphi \dots \dots \dots (48)$$

где C множитель пропорциональности. Эта сила перпендикулярна к плоскости, проходящей через ds и l , и направлена в сторону, определяемую правилом винта. Если ток J идет от A к B , то f направлена от читателя, перпендикулярно к плоскости рисунка. Когда дан замкнутый ток произвольной формы, то определение напряжения поля в произвольной точке, на основании формулы (48), представляет задачу механики, решаемую методами интегрального исчисления. Теоретическое исследование по вопросу о законе Био и Савара можно найти в работе Gans'a (1914).

Приложим формулу (48) к вычислению напряжения магнитного поля прямого, бесконечно длинного тока AB (рис. 206) в точке M , находящейся на расстоянии r от AB . В этом случае равнодействующая F всех сил f равна их сумме, так как все силы f имеют одинаковое направление, перпендикулярное к плоскости рисунка. Будем s считать от точки O положительным по направлению OB . Тогда

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{CJm}{l^2} \sin \varphi ds = CJm \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \varphi ds}{l^2}.$$

Введем независимую переменную φ . Имеем $l = r : \sin \varphi$; $s = -r \cotg \varphi$, $ds = \frac{r}{\sin^2 \varphi} d\varphi$; пределы угла φ , очевидно, 0 и π . Таким образом имеем

$$F = CJm \int_0^\pi \frac{\sin \varphi \cdot \sin^2 \varphi}{r^2} \cdot \frac{r d\varphi}{\sin^2 \varphi} = \frac{CJm}{r} \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi = \frac{2CJm}{r}.$$

Полагая $m = 1$, получаем напряжение поля в M

$$H = \frac{2CJ}{r} \dots \dots \dots (48, a)$$

Сравнивая это выражение с (41), мы, во-первых, видим, что формула Био

Рис. 205.

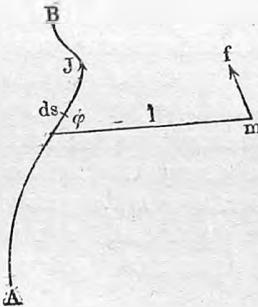
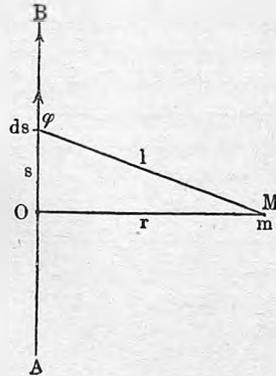


Рис. 206.



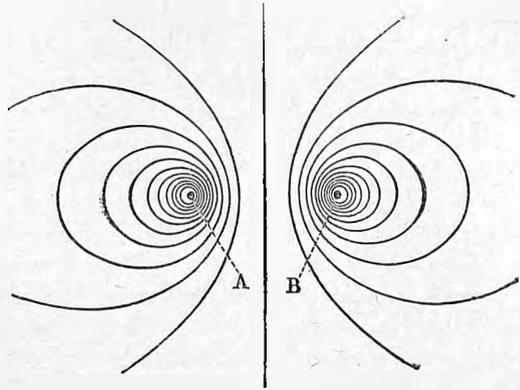
и Савара привела нас к действительной зависимости H от r , и во-вторых, что если мы в формуле Био и Савара примем $C = 1$, то этим самым мы введем электромагнитную единицу силы тока. Легко убедиться, что (48, a) дает для размера единицы силы тока то самое выражение, которое мы вывели уже два раза, основываясь сперва на формуле (4), а затем на формуле (46, a), см. (4, a) и (46, b).

Обращаемся к важному случаю кругового тока, т. е. тока, текущего по окружности, радиус которой мы обозначим через R . В этом случае одна из линий сил есть ось, т. е. прямая, проходящая через центр окружности перпендикулярно к ее плоскости. На рис. 207 изображено

сечение, проходящее через эту ось; оно пересекается током, плоскость которого перпендикулярна к плоскости рисунка в точках *A* и *B*.

Найдем напряжение поля *H* в точке *P* (рис. 208), лежащей на оси кругового тока, на расстоянии *l* от самого тока (а не от центра его *C*). Элемент *ds* тока дает силу *f*, перпендикулярную к плоскости (*l, ds*); ее величина, выраженная в электромагнитных единицах, получается из (48), если положить *C* = 1 и $\sin \varphi = \sin(l, ds) = 1$; это дает $f = \frac{J ds m}{l^2}$. Все силы *f* составляют образующия кругового конуса, ось которого совпадает с осью данного тока. Ясно, что равнодействующая *F* равна сумме проекций *f'* сил *f* на направление этой оси. Из рисунка видно, что $f' = f \sin \alpha$ и $\sin \alpha = R : l$. Следовательно, $f' = \frac{J ds m R}{l^3}$ и

Рис. 207.



$$F = \int \frac{J m R}{l^3} ds = \frac{J m R}{l^3} \int ds = \frac{J m R}{l^3} 2 \pi R = \frac{2 \pi R^3 J m}{l^3}.$$

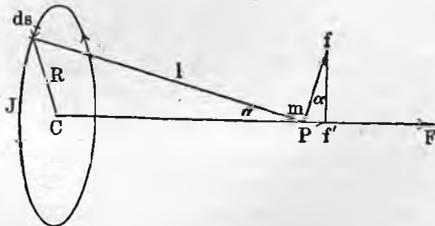
Полагая *m* = 1, находим напряжение поля *H* в точке *P*:

$$H = \frac{2 \pi R^3 J}{l^3} \dots \dots \dots (49)$$

Для центра *C* круга мы имеем *l* = *R*, и, следовательно,

Рис. 208.

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \frac{2 \pi J m}{R} \\ H_0 &= \frac{2 \pi J}{R} \end{aligned} \right\} \dots \dots (49, a)$$



Обозначим через *F_s* и *H_s* силу и напряжение поля, вызванные в центре *C* круга током *J*, огибающим дугу *s* окружности. Очевидно, $F_s F_0 = s : 2 \pi R$; отсюда

$$F_s = \frac{J s m}{R^2} \dots \dots \dots (49, b)$$

$$H_s = \frac{J s}{R^2} \dots \dots \dots (49, c)$$

Последние формулы дают нам новое определение электромагнитной единицы силы тока: это сила тока, который, огибая дугу в единицу длины (*s* = 1) окружности, радиус которой единица (*R* = 1), вызывает в

центре этой окружности эл.-магн. единицу напряжения поля ($H_s = 1$), т. е. действует на эл.-магн. единицу количества магнетизма ($m = 1$), сосредоточенную в этом центре, с силою, равную единице ($F_s = 1$).

C. G. S. эл.-магн. единица силы тока (10 амперов) есть сила тока, который, огибая дугу, в 1 см. длины, окружности, радиус которой 1 см., вызывает в центре окружности *C. G. S.* эл.-магн. единицу напряжения поля, т. е. действует на *C. G. S.* единицу количества магнетизма, сосредоточенную в центре окружности, с силою, равную одному дину.

Обращаемся к одному из важнейших вопросов в учении об электрическом токе, к вопросу о тождественности, в известных пределах, внешних действий тока и магнитного листка, иначе говоря — о замене токов магнитными листками, расположенными на произвольной поверхности S , имеющей своим контуром линию тока. Мы видели, что линии сил в обоих случаях расположены аналогично: они обхватывают проводник тока или контур листка. Работа R при движении единицы количества магнетизма по произвольной замкнутой линии сил, обхватывающей ток J , или период потенциала $V_1 - V_2$ равны, см. (46),

$$R = V_1 - V_2 = 4\pi J \dots \dots \dots (50)$$

Для магнитного листка мы имели, если идти от одной стороны поверхности S , вокруг контура, до другой ее стороны, см. (40), гл. I или (27, b), гл. II,

$$R = V_1 - V_2 = 4\pi \frac{\omega}{\mu} \dots \dots \dots (50, a)$$

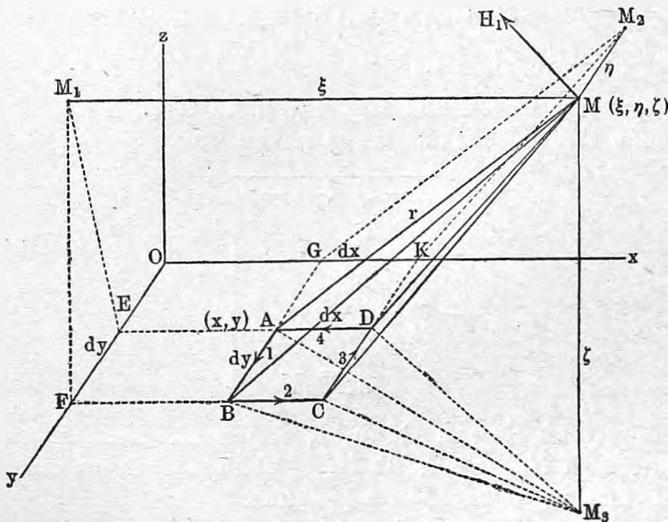
где $\omega = k\delta$ сила листка, μ магнитная проницаемость окружающей среды. Аналогия формул (50) и (50, a) очевидна. В виду чрезвычайной важности вопроса мы приведем сперва рассуждения, которыми пользуется Drude в его „Physik des Äthers“; они отчасти основаны на теореме, строгое доказательство которой мы здесь привести не можем. Затем мы дадим строгий вывод, исходя из формулы Био и Савара.

Пусть s замкнутый весьма тонкий проводник, в котором течет ток J , и пусть S' какая-нибудь поверхность, вполне обхватывающая линию s . Она не должна быть поверхностью кольца, окружающего проводник; весь проводник s должен лежать внутри S' . Вне поверхности S' мы имеем магнитное поле, абсолютно ничем не отличающееся от магнитного поля магнитов: магнитные силы везде имеют потенциал, и при том однозначный, ибо $R = 0$ для всех замкнутых кривых, не пересекающих поверхность S' . Можно строго доказать такую теорему. Если вне какой-либо замкнутой поверхности S' существует магнитное поле, во всех точках которого магнитные силы имеют потенциал, то всегда можно найти такое распределение магнитных масс на поверхности S' , что магнитное поле их вне поверхности S' и есть данное магнитное поле. Мы не можем дать строгого доказательства этой теореме, но ограничиваемся следующим указанием. Если данное магнитное поле может быть вызвано магнитными массами, то эти массы, очевидно, должны лежать внутри пространства,

ограниченного поверхностью S' . Но, как известно из теории потенциала, такие массы могут быть „эквивалентно перемещены“ на поверхности S' .

Итак, поле тока вне S' можно рассматривать, как поле магнитных масс, расположенных на S' . Вообразим произвольную поверхность S , лежащую внутри S' и имеющую своим контуром линию тока. Поверхность S' вполне произвольна; от нее требуется только, чтобы она обхватывала линию тока. Станем поэтому как бы стягивать эту поверхность, так чтобы она плотно снаружи прилегала к проводнику тока, и чтобы две ее части с двух сторон бесконечно приблизились друг к другу и к поверхности S . Пренебрегая поперечными размерами проводника, мы получаем два распределения магнитных масс с двух сторон от S , на одинаковом повсюду расстоянии δ друг от друга. Число линий сил,

Рис. 209.



вступающих с одной стороны и выходящих с другой, одинаковое; отсюда следует, что плотности k в этих двух распределениях магнитных масс должны быть одинаковы, отличаясь только знаком; два распределения составляют магнитный листок, и при том простой, так как скачек потенциала $4\pi \frac{\omega}{\mu}$, где $\omega = k\delta$, имеет везде одинаковое значение $4\pi J$. Ток J может быть заменен магнитным листком, контуром которого служит линия тока, и сила ω которого определяется из равенства

$$\frac{\omega}{\mu} = J \dots \dots \dots (51)$$

Докажем эту теорему иным способом, исходя из формулы Био и Савара. Рассмотрим действие бесконечно малого прямоугольного тока в произвольной внешней точке. Пусть ток J течет по направлению $ABCD$ (рис. 209) вдоль контура прямоугольника, расположенного в плоскости

xOy . Координаты точки A обозначим через x, y ; $AD = dx, AB = dy$; значки 1, 2, 3, 4 отнесем к сторонам AB, BC, CD и DA . Требуется определить напряжение поля H в точке M , координаты которой $\xi = MM_1, \eta = MM_2$ и $\zeta = MM_3$. Продолжив стороны, находим отрезки осей $GK = dx$ и $EF = dy$. Точки M и M_3 соединим с точками A, B, G и D ; точку M_1 с F и E , наконец точку M_2 с G и K . Напряжение H есть равнодействующая четырех напряжений H_1, H_2, H_3 и H_4 , вызванных четырьмя частями тока J ; слагаемые вдоль координатных осей обозначим через $H_x, H_y, H_z, H_{1,x}, H_{1,y}, H_{1,z}, H_{2,x}, H_{2,y}$, и т. д. до $H_{4,x}$. Очевидно,

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2} \dots \dots \dots (52)$$

$$\left. \begin{aligned} H_x &= H_{1,x} + H_{2,x} + H_{3,x} + H_{4,x} \\ H_y &= H_{1,y} + H_{2,y} + H_{3,y} + H_{4,y} \\ H_z &= H_{1,z} + H_{2,z} + H_{3,z} + H_{4,z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (52, a)$$

$$H_{1,x} = H_1 \cos(H_1, x); \quad H_{1,y} = H_1 \cos(H_1, y); \quad H_{1,z} = H_1 \cos(H_1, z) \quad (52, b)$$

Такие же равенства имеем для $H_{2,x}$ и т. д. до $H_{4,x}$.

Расстояние AM обозначим через r , так что

$$r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + \zeta^2} \dots \dots \dots (52, c)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dr}{dx} &= \frac{dr}{d\xi} = \frac{\xi - x}{r} \\ -\frac{dr}{dy} &= \frac{dr}{d\eta} = \frac{\eta - y}{r} \\ \frac{dr}{d\zeta} &= \frac{\zeta}{r} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (52, d)$$

Пользуясь формулой Био и Савара, определим величины H_1, H_2, H_3, H_4 и их слагаемые $H_{1,x}$ и т. д. до $H_{4,x}$. Только одно из четырех напряжений, а именно H_2 , показано на рисунке.

Ток AB дает в M напряжение H_1 , равное

$$H_1 = \frac{Jdy}{r^2} \sin MAB = \left| \frac{J}{r^3} r dy \sin MAB = \frac{2J}{r^2} \cdot \text{пл. } MAB \dots \dots (53)$$

H_1 перпендикулярно к плоскости MAB и, согласно правилу Ампера, обращено налево вверх, как показано на рисунке. Для трех слагаемых величины H_1 имеем:

$$H_{1,x} = H_1 \cos(H_1, x) = \frac{2J}{r^3} \text{пл. } MAB \cos(H_1, x).$$

Но $\angle (H_1, x) = 180^\circ - \angle (MAB, zOy)$; поэтому

$$H_{1,x} = -\frac{2J}{r^3} \text{пл. } MAB \cos(MAB, zOy) = -\frac{2J}{r^3} \text{пл. } M_1EF = -\frac{Jdy}{r^3} \zeta \dots (53, a)$$

$$H_{1,y} = H_1 \cos(H_1, y) = 0 \dots \dots \dots (53, b)$$

так как $H_1 \perp MAB$, и следовательно $H_1 \perp y$.

$$H_{1,z} = H_1 \cos(H_1, z) = \frac{2J}{r^3} \text{пл. } MAB \cos(H_1, z) = \frac{2J}{r^3} \text{пл. } MAB \cos(MAB, xOy) = \\ = \frac{2J}{r^3} \text{пл. } M_3AB = \frac{Jdy}{r^3} (\xi - x) \dots \dots \dots (53, c)$$

Подобным же образом мы находим

$$H_4 = \frac{Jdx}{r^2} \sin MAD = \frac{J}{r^2} r dx \sin MAD = \frac{2J}{r^2} \text{пл. } MAD.$$

Напряжение H_4 перпендикулярно к MAD и направлено от читателя, т. е. в сторону отрицательных y .

$$H_{4,x} = H_4 \cos(H_4, x) = 0 \dots \dots \dots (53, d)$$

$$H_{4,y} = H_4 \cos(H_4, y) = -\frac{2J}{r^2} \text{пл. } MAD \cos(MAD, xOz) = -\frac{2J}{r^2} \text{пл. } M_2GK = \\ = -\frac{Jdx}{r^2} \zeta \dots \dots \dots (53, e)$$

$$H_{4,z} = H_4 \cos(H_4, z) = \frac{2J}{r^2} \text{пл. } MAD \cos(MAD, xOy) = \frac{2J}{r^2} \text{пл. } M_3AD = \\ = \frac{Jdx}{r^2} (\eta - y) \dots \dots \dots (53, f)$$

Ток CD отличается от тока AB тем, что его направление обратное, и что координата x заменена координатой $x + dx$. Отсюда, см. (52, d),

$$H_{3,x} = -\left(H_{1,x} + \frac{\partial H_{1,z}}{\partial x} dx\right) = \frac{Jdy}{r^3} \zeta - \frac{3Jdy}{r^4} \frac{\partial r}{\partial x} \zeta dx = \frac{Jdy}{r^3} \zeta + \\ + \frac{3Jdy dx}{r^5} (\xi - x) \zeta \dots \dots \dots (53, g)$$

$$H_{3,y} = 0 \dots \dots \dots (53, h)$$

$$H_{3,z} = -\left(H_{1,z} + \frac{\partial H_{1,z}}{\partial x} dx\right) = -\frac{Jdy}{r^3} (\xi - x) + \frac{Jdy}{r^3} dx - \frac{3Jdy dx}{r^5} (\xi - x)^2 \dots (53, \delta)$$

Подобным же образом находим:

$$H_{2,x} = 0 \dots \dots \dots (53, k)$$

$$H_{2,y} = -\left[H_{4,y} + \frac{\partial H_{4,y}}{\partial y} dy\right] = \frac{Jdx}{r^2} \zeta + \frac{3Jdx dy}{r^5} (\eta - y) \zeta \dots (53, l)$$

$$H_{2,z} = -\left[H_{4,z} + \frac{\partial H_{4,z}}{\partial y} dy\right] = -\frac{Jdx}{r^3} (\eta - y) + \frac{Jdx}{r^3} dy - \frac{3Jdx dy}{r^5} (\eta - y)^2 \dots (53, m)$$

Формулы (52, a) дают теперь:

$$H_x = \frac{3Jdx dy}{r^5} (\xi - x) \zeta \dots \dots \dots (54)$$

$$H_y = \frac{3Jdx dy}{r^5} (\eta - y) \zeta \dots \dots \dots (54, a)$$

$$H_z = \frac{2Jdx dy}{r^3} - \frac{3Jdx dy}{r^5} [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2] = \frac{2Jdx dy}{r^3} - \frac{3Jdx dy}{r^5} (r^2 - \zeta^2),$$

т. е.

$$H_z = -\frac{Jdx dy}{r^3} + \frac{3Jdx dy}{r^5} \zeta^2 \dots \dots \dots (54, b)$$

Последние три формулы дают нам слагаемые напряжения H в точке M .

Обозначим через Ω' бесконечно малый телесный угол, под которым из точки M виден прямоугольник $ABCD$. Пусть σ площадь сечения этого телесного угла с поверхностью сферы, описанной радиусом r из точки M , как из центра. Тогда $\sigma = r^2 \Omega'$; с другой стороны, $\sigma = \text{пл. } ABCD \cos(\sigma, ABCD) = dx dy \cos(r, \zeta) = dx dy \frac{\zeta}{r}$. Отсюда

$$\Omega' = \frac{dx dy}{r^3} \zeta \dots \dots \dots (55)$$

Это дает, см. (52,d),

$$\frac{\partial \Omega'}{\partial \xi} = -\frac{3 dx dy}{r^4} \frac{\partial r}{\partial \xi} \zeta = -\frac{3 dx dy}{r^5} (\xi - x) \zeta \dots \dots \dots (55, a)$$

$$\frac{\partial \Omega'}{\partial \eta} = -\frac{3 dx dy}{r^5} (\eta - y) \zeta \dots \dots \dots (55, b)$$

$$\frac{\partial \Omega'}{\partial \zeta} = \frac{dx dy}{r^3} - \frac{3 dx dy}{r^5} \zeta^2 \dots \dots \dots (55, c)$$

Сравнивая эти три выражения с (54), (54,a) и (54,b), мы находим:

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -\frac{\partial(J \Omega')}{\partial \xi} \\ H_y &= -\frac{\partial(J \Omega')}{\partial \eta} \\ H_z &= -\frac{\partial(J \Omega')}{\partial \zeta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (56)$$

Здесь H_x, H_y, H_z относятся к точке M , координаты которой ξ, η, ζ . Эти формулы показывают, что потенциал V' тока J , огибающего прямоугольник $ABCD$, равен в точке M

$$V' = J \Omega' + \text{Const.} \dots \dots \dots (57)$$

т. е. произведению силы тока на телесный угол, под которым виден контур тока из точки M . На основании рассмотренного раньше, мы можем написать

$$V' = J \Omega' - 4 \pi p J \dots \dots \dots (58)$$

где p показывает, сколько раз мы прошли через контур тока, выйдя из M и возвратившись в эту точку.

Заменим ток $ABCD$ магнитным листком таких же размеров и силы $\omega = k \delta$, где $\pm k$ поверхностная плотность, при чем $+k$ (северный магнетизм) находится со стороны положительных z , δ — расстояние двух поверхностей. Такой листок можно рассматривать также, как короткий магнит, ось которого параллельна оси z и момент M которого равен $k \delta dx dy$, так что

$$M = k \delta dx dy = \omega dx dy \dots \dots \dots (59)$$

Для такого магнита мы нашли в главе второй выражение потенциала, см. (14) гл. II,

$$V = \frac{k\delta}{\mu} \Omega' = \frac{\omega}{\mu} \Omega' \dots \dots \dots (59, a)$$

где Ω' имеет то самое значение, как и в (57). Далее мы имели там же формулу (13,с) гл. II

$$H = \frac{M}{\mu r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi},$$

где φ угол между r и осью магнита. Вставляя сюда магнитный момент M из (59), получаем

$$H = \frac{\omega dx dy}{\mu r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi} \dots \dots \dots (59, b)$$

Сравнивая (57) и (59,а), мы видим, что рассматриваемый бесконечно малый ток может быть заменен магнитным листком, при условии $J = \omega : \mu$; а это и есть формула (51), которую мы намереваемся доказать для произвольного тока. Но сперва найдем величину напряжения H для нашего тока. Мы имеем, см. (52),

$$H^2 = H_x^2 + H_y^2 + H_z^2.$$

(54) и (54,а) дают, так как $(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 = r^2 - \zeta^2$,

$$H_x^2 + H_y^2 = \frac{9 J^2 dx^2 dy^2}{r^{10}} \zeta^2 (r^2 - \zeta^2).$$

Прибавив еще H_z^2 , см. (54,б), получаем

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{9 J^2 dx^2 dy^2}{r^8} \zeta^2 - \frac{9 J^2 dx^2 dy^2}{r^{10}} \zeta^4 + \frac{J^2 dx^2 dy^2}{r^6} - \frac{6 J^2 dx^2 dy^2}{r^8} \zeta^2 + \frac{9 J^2 dx^2 dy^2}{r^{10}} \zeta^4 = \\ &= \frac{J^2 dx^2 dy^2}{r^6} + \frac{3 J^2 dx^2 dy^2 \zeta^2}{r^8} = \frac{J^2 dx^2 dy^2}{r^6} \left(1 + 3 \frac{\zeta^2}{r^2} \right). \end{aligned}$$

Если обозначить через φ угол между r и осью z , то $\cos \varphi = \zeta : r$, и потому окончательно

$$H = \frac{J dx dy}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi} \dots \dots \dots (59, c)$$

Угол φ в (59,б) и (59,с) один и тот же, так как магнитная ось листка, заменяющего ток $ABCD A$, имеет направление оси z . Сравнивая (59,б) и (59,с), мы вновь убеждаемся в справедливости нашего положения при условии $J = \omega : \mu$.

Перейдем к общему случаю тока J , проходящего по произвольному замкнутому тонкому проводнику. Пользуясь теоремой, которая была доказана в конце § 6, мы заменим данный ток бесконечным множеством токов J , расположенных на произвольной поверхности S , имеющей своим контуром линию тока. Проводя на S две системы взаимно перпендикулярных кривых (см. рис. 204), мы можем принять, что каждый из токов J , заменяющих данный ток, течет по контуру бесконечно малого прямоугольника. Заменяя каждый из этих токов магнитным листком, мы получаем окончательно один магнитный листок, покрывающий всю поверхность S ; его сила ω , везде одинаковая, определяется из равенства $J = \omega : \mu$.

Таким образом мы, исходя из закона Био и Савара, доказали, что всякий замкнутый ток J может быть заменен магнитным листком, покрывающим произвольную поверхность S , имеющую своим контуром линию тока. Сила ω этого листка определяется из равенства

$$\frac{\omega}{\mu} = J \dots \dots \dots (59, d)$$

Северная сторона листка должна быть обращена в ту сторону, с которой направление тока представляется обратным направлению движения часовой стрелки.

Потенциал V замкнутого тока равен сумме потенциалов тех замкнутых токов, которые его заменяют. Формула (58) дает

$$= \sum V' = \sum J \Omega' - 4\pi p J = J \sum \Omega' - 4\pi p J.$$

Знак суммы не распространяется на второй член выражения (58), так как линия, пересекающая поверхность S , проходит внутри контура только одного из тех токов, которыми мы заменили данный ток. Пусть Ω телесный угол, под которым виден данный ток, т. е. контур поверхности S ; очевидно, $\sum \Omega' = \Omega$, и, следовательно,

$$V = J \Omega - 4\pi p J \dots \dots \dots (60)$$

Потенциал замкнутого тока в данной точке есть многозначная функция, одно из значений которой равно произведению силы тока J на телесный угол, под которым видна линия тока из этой точки; период функции равен $4\pi J$.

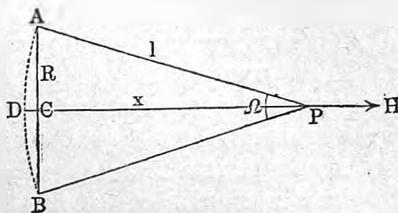
Для напряжения поля H мы имеем

$$H = -J \frac{\partial \Omega}{\partial n} \dots \dots \dots (60, a)$$

где n направление нормали к поверхности $\Omega = \text{Const}$. Проверим формулу (60, a) для случая, к которому относится формула (49) и рис. 208, т. е. для случая действия кругового тока на точку, лежащую на его оси.

Пусть AB (рис. 210) диаметр тока, плоскость которого перпендикулярна к плоскости рисунка; R , l и x имеют те же значения, как и на рис. 208. Телесный угол Ω у точки P относится к 4π , как поверхность шарового сегмента ADB , т. е. $2\pi l CD = 2\pi l(l - x)$ к поверхности шара $4\pi l^2$. Отсюда

Рис. 210.



$$\Omega = 2\pi \frac{l-x}{l} = 2\pi - \frac{2\pi x}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

Формула (60, a) в виду того, что в точке P нормаль n , очевидно, совпадает с направлением x , дает

$$H = -J \frac{\partial \Omega}{\partial x} = -\frac{2\pi R^2 J}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2\pi R^2 J}{l^3},$$

согласно с (49).

Положим, что ток J идет по контуру плоской фигуры, площадь которой мы обозначим через σ . Действие этого тока одинаково с действием магнитного листка, который мы можем принять плоским. Магнитная ось листка перпендикулярна к плоскости σ ; магнитный момент M листка определяется формулой $M = k\sigma\delta = \omega\sigma$. Но мы имеем равенство $J = \omega : \mu$; следовательно,

$$M = J\sigma \dots \dots \dots (60, b)$$

Для точек, достаточно удаленных, можно заменить листок коротким магнитом, не меняя при этом направления оси и величины магнитного момента. Отсюда следует, что действие замкнутого плоского тока J в отдаленных точках может быть заменено действием короткого магнита, ось которого перпендикулярна к плоскости тока, и магнитный момент которого равен произведению силы тока на площадь, огибаемую током, и на магнитную проницаемость окружающей среды. Северный полюс этого магнита должен находиться с той стороны, с которой направление тока представляется обратным направлению движения часовой стрелки. При $\mu = 1$ имеем

$$M = J\sigma \dots \dots \dots (60, c)$$

В тесной связи с только-что рассмотренным находится вопрос о соленоидах. Представим себе большое число одинаковых замкнутых токов J , огибающих одинаковые площади σ и расположенных параллельно друг другу. Они представляются как бы нанизанными на некоторую прямую линию, перпендикулярно к которой расположены плоскости токов. Совокупность таких токов называется электродинамическим соленоидом, в отличие от магнитного соленоида, с которым мы познакомились в гл. II, § 5. Упомянутая прямая называется осью соленоида. Для простоты можно себе представить, что все σ суть одинаковые круги, центры которых расположены на оси соленоида. Строго говоря, следовало бы принять, что сила токов J бесконечно мала, а число токов, бесконечно близких друг другу, бесконечно велико. Мы примем однако, что J величина конечная, и что токи находятся на конечном, хотя и весьма малом расстоянии β друг от друга. Число токов на единице длины соленоида обозначим через n ; очевидно,

$$n\beta = 1 \dots \dots \dots (61)$$

Величину

$$J_s = nJ \dots \dots \dots (61, a)$$

можно назвать силою соленоида; на нее можно смотреть, как на величину данную, не меняющуюся при бесконечном возрастании числа n и убывании силы тока J .

Пусть AB (рис. 211) ось соленоида; перпендикулярные к ней сплошные прямые суть пересечения плоскости рисунка с плоскостями токов, расстояния которых друг от друга β . Каждый ток aa мы заменяем магнитным листком. Полагая $\mu = 1$, мы имеем, см. (59, d)

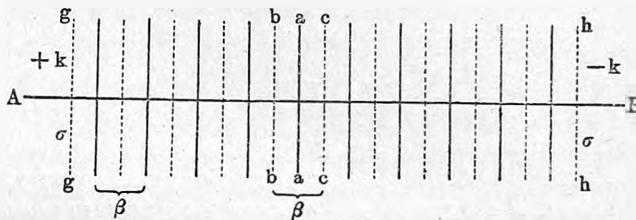
$$\omega = J \dots \dots \dots (61, b)$$

здесь $\omega = k\delta$, при чем $\pm k$ плотность магнетизма на двух плоскостях, параллельных aa и находящихся на малом расстоянии δ друг от друга. Примем $\delta = \beta$, т. е. заменим ток aa магнитным листком $bbcc$, плоскости которого расположены на расстояниях $\beta: 2$ от aa . В этом случае мы имеем $\omega = k\beta = J$, откуда, см. (61) и (61, a),

$$k = \frac{J}{\beta} = nJ = J_s \dots \dots \dots (61, c)$$

Произведем такую замену со всеми токами; в таком случае в каждой из плоскостей, отмеченных пунктиром, совпадут два поверхностных разнозначных слоя магнетизма, совокупное действие которых равно

Рис. 211.



нулю. Остается действие двух крайних плоскостей gg и hh , на которых находятся количества $\pm m$ магнетизма, где

$$m = k\sigma = nJ\sigma = J_s\sigma \dots \dots \dots (61, d)$$

Внешнее действие соленоида равно действию двух магнитных масс $\pm m$, равномерно распределенных на его двух основаниях, при чем $m = J_s\sigma$, где $J_s = nJ$ сила соленоида, σ — его площадь поперечного сечения.

Все сказанное, очевидно, остается верным и для непрямого соленоида, если n так велико, что плоскости соседних токов можно считать параллельными.

Внешнее действие соленоида не зависит от его формы, т. е. от формы его оси, а только от положения его концов. Можно сказать, что внешнее действие соленоида как бы сосредоточено на его концах. Мы назовем эти концы северным и южным, при чем северный конец тот, на котором направление тока представляется обратным направлению движения часовой стрелки. Замкнутый соленоид никакого внешнего действия не производит.

Потенциал V соленоида в какой-либо внешней точке равен

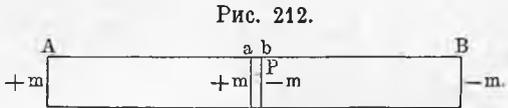
$$V = nJ\sigma \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\} = J_s\sigma \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\} \dots \dots \dots (61, e)$$

где r_1 и r_2 расстояния точки P от концов соленоида. Для потенциала V магнитного соленоида мы имели формулу (40), гл. II, в которой J обозначает степень намагничения:

$$V = J\sigma \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\} \dots \dots \dots (61, f)$$

Действие электродинамического соленоида тождественно с действием магнитного соленоида, если одноименные концы обоих соленоидов находятся на одинаковых местах, и если сила $J_s = nJ$ первого соленоида численно равна степени намагничения J второго.

Легко определить силовой поток Φ внутри соленоида. Пусть AB (рис. 212) соленоид, P точка внутри его. Проведем два сечения a и b , бесконечно близкие к P . Точка P оказывается внешнею для двух соленоидов Aa и bB ; действие их равно действию магнитных масс $\pm m = \pm k\sigma$, равномерно распределенных на сечениях a и b .



Действие бесконечно короткого соленоида ab , очевидно, равно нулю. Отсюда ясно, что силовой поток Φ внутри соленоида равен, см. (61, d),

$$\Phi = 4\pi m = 4\pi nJ\sigma = 4\pi J_s\sigma \dots \dots \dots (62)$$

Для соленоида, длина которого велика сравнительно с линейными размерами его поперечного сечения, можно допустить, что поток сил равномерно распределен в плоскости σ поперечного сечения. В таком случае напряжение поля H внутри соленоида равно $\Phi : \sigma$, т. е.

$$H = 4\pi nJ = 4\pi J_s \dots \dots \dots (63)$$

Эта весьма важная формула остается справедливою и для непрямого, и также для замкнутого соленоида. Еще раз напомним, что все наши выводы абсолютно строги лишь для идеального соленоида, для которого J бесконечно мало, а n бесконечно велико. Легко убедиться, что в равенстве $m = nJ\sigma$, см. (61, d), обе стороны одинакового размера; при этом необходимо иметь в виду, что n не есть отвлеченное число, но численное значение некоторой физической величины (густоты распределения токов), размер которой L^{-1} , как это видно из (61). Практически мы получим нечто близкое к соленоиду, если пропустим ток через тонкую изолированную проволоку, намотанную плотно прилегающими друг к другу витками на поверхность цилиндра.

Формула (63) показывает, что напряжение поля H внутри соленоида не зависит от его площади поперечного сечения. Отсюда следует, что если мы устроим электродинамическую катушку,

т. е. намотаем проволоку в несколько слоев и пропустим через нее ток, то мы получим ряд соленоидов, имеющих общую ось, при чем H во внутреннем пространстве выразится тою же формулою (63), где n уже будет полное число оборотов проволоки на единице длины катушки. Если все слои содержат одинаковое число n_1 оборотов на единицу длины, и число слоев n_2 , то $n = n_1 n_2$, и мы получаем для напряжения поля H внутри электродинамической катушки выражение

$$H = 4\pi n_1 n_2 J (63, a)$$

Fabry (1910) исследовал условия, при которых в катушке получается, без применения железа, весьма сильное магнитное поле.

§ 8. Энергия тока, помещенного в магнитное поле. Электрические токи, подобно магнитам, не только окружены магнитным полем, но и сами подвержены воздействию магнитного поля, в котором они находятся, и которое, вообще говоря, вызывается какими-либо магнитами или другими токами. Это воздействие поля на ток выражается пондеромоторными силами, вызывающими те или другие движения проводников, по которым течет ток. Необходимость существования такого воздействия есть прямое следствие закона равенства действия и противодействия. Действительно, если мы говорим, что ток окружен магнитным полем, то это значит, что в присутствии тока обнаруживаются пондеромоторные силы, действующие на находящиеся вблизи магниты. По закону равенства действия и противодействия, должны обнаружиться одинаковые, но противоположно направленные пондеромоторные силы, действующие на токи, если вблизи них находятся магниты. Но такие силы и суть силы магнитного поля, а потому ясно, что токи, находящиеся в магнитном поле магнитов, должны подвергаться пондеромоторным силам. Так как, далее, магнитное поле тока существенно ничем не отличается от поля магнита, то отсюда следует, что ток, находящийся в магнитном поле другого тока, также должен подвергаться пондеромоторным силам. Отсюда вытекает необходимость существования взаимодействий токов.

Можно идти еще дальше. Мы до сих пор ничего не говорили о пондеромоторных действиях магнита самого на себя, так как мы представляли себе магниты, как твердые тела. Само собою разумеется, что магнитное поле данного магнита не может вызвать поступательных или вращательных движений этого же магнита, как целого, так как силы взаимодействия каждой двух частиц магнита равны по величине и противоположны по направлению. Но если устроить магнит так, чтобы некоторые его части обладали подвижностью, то действие магнита самого на себя могло бы быть обнаружено. Если, напр., согнуть подковообразно тонкую стальную пружину, закрепить ее сперва неподвижно, затем намагнитить так, чтобы полюсы находились на двух ее концах, и наконец удалить закрепы, то концы пружины установятся на таком расстоянии, при котором взаимодействие полюсов уравнивается упругими силами, вызванными гнущем пружины. Таким образом действие магнита самого на себя вызывает деформацию магнита. В весьма

малой степени такая деформация должна существовать во всяком магните; мы возвратимся ниже к этому вопросу.

Гораздо более заметную роль должно играть пондеромоторное „действие тока самого на себя.“ Каждая часть замкнутой цепи находится в магнитном поле всех остальных частей той же цепи, а поэтому на нее действуют силы, стремящиеся переместить ее в ту или другую сторону. Итак, все части замкнутой цепи находятся под влиянием пондеромоторных сил, как бы исходящих от этой цепи; иначе говоря: замкнутая цепь стремится деформироваться. Это явление легко обнаружить, так как нетрудно устроить цепь так, чтобы некоторые ее части были удобоподвижны; их можно, напр., сделать плавающими, или снабдить шарнирами, или, наконец, сделать из тонкой и гибкой проволоки.

Когда мы ток, находящийся в данном магнитном поле, станем удалять из этого поля, то силы, действующие на этот ток, произведут некоторую работу, которая измеряет собою потенциальную энергию W тока, находящегося в магнитном поле, напряжение которого обозначим через H' . Мы двумя способами определим величину W . Внешнее действие тока J на неизвестные нам источники (магниты или токи) поля H' равно действию на те же источники магнитного листка, который расположен на произвольной поверхности S , ограниченной линией тока, и сила ω которого равна $J\mu$, где μ магнитная проницаемость окружающей среды. Отсюда следует, что и действие упомянутых источников, т. е. действие поля H' на ток J должно равняться действию поля на тот же магнитный листок, а отсюда следует, что и потенциальная энергия W тока должна равняться потенциальной энергии листка. Для этой последней величины была найдена формула (28) стр. 399

$$W = -\omega \Phi' = -\omega N' \dots \dots \dots (64)$$

где Φ' силовой поток, а через N' обозначено полное число линий сил, пронизывающих поверхность S листка. Для тока J , находящегося в однородной среде μ , мы получаем отсюда

$$W = -J\mu \Phi' = -J\mu N' \dots \dots \dots (64, a)$$

Если среда неоднородна, то напряжение поля H' около элемента dS поверхности S зависит как от первоначально заданных источников поля, так и от тех фиктивных магнитных масс, которые мы должны представить себе на границе разнородных тел, наполняющих среду. Заменим данный ток, по известному уже нам способу, бесконечным множеством токов, расположенных на поверхности S . Каждый ток заменим магнитным листком, энергия dW которого равна $-\omega H'_n dS$, см. (27, e) гл. II; здесь H'_n слагаемая напряжения поля по направлению нормали n к dS . Подставив $\omega = J\mu$, получаем $dW = -J\mu H'_n dS$, откуда

$$W = -J \int \mu H'_n dS.$$

Но $\mu H'_n = B_n$, т. е. равно слагаемой магнитной индукции по напра-

влению n . Поэтому

$$W = -J \int B_n' dS = -JN \dots \dots \dots (64, b)$$

где для отличия от N' в (64, a) мы через N обозначаем полное число линий индукции, пересекающих поверхность S . Итак потенциальная энергия тока, находящегося в магнитном поле, равна с обратным знаком взятому произведению силы тока на поток индукции, или на полное число линий индукции, проходящих сквозь контур тока, и при том по направлению от той стороны, с которой направление тока представляется одинаковым с направлением движения часовой стрелки. Эту сторону мы назовем южною стороною. Для однородной среды (64, b) переходит в (64, a).

Решим иным путем вопрос об определении величины W . Для этого определим те пондеромоторные силы, которые действуют на проводник тока J , находящегося в магнитном поле H' . Пусть AB (рис. 213) проводник тока J , текущего от A и B ; $ab = ds$ элемент тока; $ac = H'$ напряжение внешнего поля, измеряемое силою, которая действовала бы в точке a , если бы в ней находилась единица количества магнетизма, а не элемент тока. Действие поля на элемент тока ds , очевидно, не может зависеть от того, каким источником это поле вызвано. Поэтому предположим, что напряжение H' вызвано каким-либо количеством магнетизма m , расположенным на некотором расстоянии r от a , при чем, очевидно, r должно иметь направление H' и должно быть удовлетворено равенство

$$H' = \frac{m}{\mu r^2} \dots \dots \dots (65)$$

Действие элемента ds на m выражается, см. (48), силою

$$f = \frac{mJds}{r^2} \sin \varphi \dots \dots \dots (65, a)$$

где можно принять $\varphi = \sphericalangle cab$, и сила тока выражена в электромагнитных единицах ($C = 1$). Эта сила перпендикулярна к плоскости (r, ds), т. е. $tabn$, и, согласно правилу Ампера, имеет направление, показанное на рисунке. По закону равенства действия и противодействия, мы должны заключить, что полюс m действует на элемент тока ds с силою, равною и параллельною f , но направленною в противоположную сторону, как показано на рисунке. Вставляя (65) в (65, a), мы получим

$$f = J \mu H' ds \sin \varphi \dots \dots \dots (66)$$

Вспомогательная величина m , которую мы ввели, уже не содержится в этом выражении. Произведение $H' ds \sin \varphi$ равно площади параллелограмма $abdc$. Таким образом

$$f = \mu J \times \text{плоч.}(H', ds) \dots \dots \dots (66, a)$$

где площ. (H', ds) символически обозначает площадь $abdc$. Направление силы f , действующей на элемент тока Jds , помещенного в магнитном поле

H' , определяется правилом, аналогичным правилу Ампера: если плыть по направлению тока и смотреть по направлению линий сил, то сила, действующая на ток, окажется направленною влево.

Другое правило известно под названием правила левой руки: если большой, указательный и средний палец левой руки расположить под прямыми углами друг к другу, и если средний палец имеет направление тока, а указательный — направление магнитных линий сил поля, то большой палец укажет направление силы, действующей на ток. Zwick (1907) дал несколько измененное правило, обхватывающее и случай индукции токов (т. V). Мы можем написать

$$f \perp \text{плоск.}(H', ds) \dots \dots \dots (66, b)$$

Определим работу dR , совершаемую силами f при бесконечно малом изменении положения тока. Для этого мы вычислим сперва ту работу d^2R ,

Рис. 213.

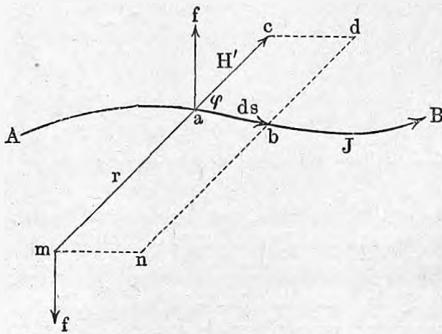
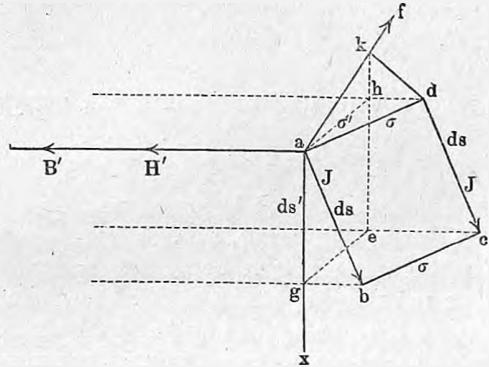


Рис. 214.



которая совершается при бесконечно малом перемещении одного из элементов тока Jds . Переход ds из одного положения в другое может быть совершен перемещением параллельно самому себе и затем некоторым вращением элемента ds около одной из его точек. Работа силы f , приложенной к ds , при этом вращении, очевидно, равна нулю, а поэтому достаточно вычислить работу силы f при произвольном перемещении элемента ds параллельно самому себе. Пусть $ab = ds$ элемент тока, aH' напряжение поля. Сила $f \perp \text{пл. } baH'$; она выражается формулой (66), в которой $\varphi = \angle baH'$. Мы предположим, что ток J имеет направление ab ; тогда f направлено от наблюдателя за плоскость рисунка. Положим, что ds переместилось из ab в dc ; обозначим $ad = bc$ через σ . Искомая работа d^2R равна

$$d^2R = f\sigma \cos(f, \sigma) = J\mu H' ds \sin(H', ds)\sigma \cos(f, \sigma) \dots \dots (67)$$

Проведем прямую ax перпендикулярно к пл. faH' ; тогда плоскость fax будет \perp к H' . Так как $f \perp$ к пл. baH' , и в то же время $f \perp$ к ax , то ясно,

что прямые aH' , ax и ab лежат в одной плоскости, перпендикулярной к пл. fax . Проектируем параллелограмм $abcd$ на плоскость fax ; для этого мы должны из точек b , c и d опустить перпендикуляры на пл. fax . Перпендикуляр, опущенный из b на пл. fax , встретит ее в точке g , лежащей на прямой ax , так как пл. bag , совпадающая с пл. baH' , перпендикулярна к пл. fax . Пусть $ageh$ есть проекция $abcd$ на пл. fax . Проведем еще $dk \perp af$; если продолжить eh до пересечения с af , то точкою пересечения окажется именно точка k . Действительно, $dh \perp$ пл. fax и $df \perp af$, след., $hk \perp af$; но $eh \parallel xa$ и, след., $eh \perp af$; отсюда ясно, что hk есть продолжение прямой eh . Итак, угол ake прямой, так что ak есть высота параллелограмма $ageh$. Отсюда следует, что

$$\text{пл. } ageh = ag \times ak \quad \dots \dots \dots (67, a)$$

Обращаемся к формуле (67). Из рисунка видно, что

$$ds \sin(H', ds) = ab \sin(baH') = ab \cos(bag) = ag;$$

$$\sigma \cos(f, \sigma) = ad \cos(daf) = ak.$$

Вставляя это в (67) и принимая во внимание (67, a), мы получаем

$$d^2 R = J \mu H' \times \text{пл. } ageh.$$

Вводя вместо $\mu H'$ индукцию B' , получаем

$$d^2 R = JB' \times \text{пл. } ageh \quad \dots \dots \dots (67, b)$$

Но плоскость $ageh$ перпендикулярна к B' , а потому $B' \times$ пл. $ageh$ есть поток индукции, проходящей через параллелограмм $ageh$. Наконец, $ageh$ есть проекция параллелограмма $abcd$ на плоскость fax , которая сама перпендикулярна к B' ; отсюда следует, что поток индукции, проходящий через $ageh$, как раз равен потоку индукции, проходящему через площадь $abcd$, которую можно назвать площадью, описанной элементом тока ds при его перемещении. Вместо потока индукции мы можем взять число линий индукции, проходящих через площадь $abcd$. Все эти линии индукции пересекаются элементом ds при его перемещении из положения ab в положении dc .

Прежде чем формулировать окончательный результат, мы рассмотрим вопрос о знаке величины $d^2 R$. Мы получили $d^2 R$ положительным, потому что угол daf был взят острым. Если $\angle daf$ тупой, т. е. параллелограмм $abcd$ расположен не за плоскостью (ds, H') , но перед нею, то работа $d^2 R$ окажется отрицательной. В первом случае ($d^2 R > 0$) наблюдатель, плывущий по направлению тока J (от a к b) и смотрящий по направлению линий сил, движется налево; во втором случае ($d^2 R < 0$) он движется направо.

Наконец следует указать, что полученный нами результат остается верным и для конечного перемещения элемента тока, так как конечное перемещение может быть разбито на бесконечное множество бесконечно малых перемещений. Окончательно мы имеем такой результат:

Работа, совершаемая внешним магнитным полем при произвольном конечном перемещении элемента тока ds , равна произведению силы тока J на поток индукции, проходящий через поверхность, описанную элементом ds при его движении, или эта работа равна произведению силы тока J на число линий индукции, пересекаемых элементом ds при его движении. Эта работа положительна, если движение происходит в левую сторону от наблюдателя, плывущего по направлению тока и смотрящего по направлению линий индукции.

Из предыдущего рисунка 214 ясно, что при вычислении работы d^2R мы можем заменить элемент тока ds его проекцией на плоскость, перпендикулярную к линиям сил, и рассматривать перемещение этой проекции вместо перемещения самого элемента. Действительно, если бы мы имели элемент $ds' = ag$, который переместился в he , то работа d^2R равнялась бы $f\sigma' \cos(f, \sigma')$, где $\sigma' = ah$. Но по общей формуле (66), в которой теперь $\sin \varphi = \sin(H', ds') = 1$, сила $f = J\mu H' ds'$, так что $d^2R = J\mu H' ds' \sigma' \cos(f, \sigma')$. Но $\sigma' \cos(f, \sigma) = ak$, $ds' = ag$, так что $d^2R = J\mu H' \times ak \times ag$, или, см. (67, a), $d^2R = JB' \times$ площ. $ageh$, что вполне одинаково с (67, b).

Обращаемся к рассмотрению работы dR , совершаемой магнитным полем при бесконечно малом перемещении целого замкнутого тока. Очевидно, что dR равно сумме работ d^2R , совершаемых при соответственных перемещениях всех элементов ds тока. Какова бы ни была форма контура тока, этот контур всегда обладает двумя такими сторонами, что если смотреть с одной стороны, то преобладает направление тока, одинаковое с направлением движения часовой стрелки, а если смотреть с другой — направление противоположное. Первую сторону мы уже условились называть южной, вторую мы назовем северной.

Когда перемещается элемент ds , то работа d^2R может быть положительной или отрицательной; с другой стороны, число N линий индукции, пересекающих контур тока, может увеличиться или уменьшиться при перемещении элемента тока ds . Посмотрим, не существует ли связи между знаком работы d^2R и изменением числа N линий индукции, пересекающих контур тока. Но тут сперва является вопрос о направлении линий индукции относительно направления тока: эти линии могут пересекать контур тока, переходя с южной стороны к северной или с северной к южной. Условимся считать N положительным, когда линии индукции проходят через контур тока по направлению от его южной стороны к северной. При обратном направлении этих линий мы будем считать N отрицательным; мы в этом случае будем, напр., говорить, что N увеличивается, когда абсолютное число линий индукции, пересекающих контур тока, уменьшается.

Обратимся к рис. 215; предположим, что линии индукции пересекают плоскость рисунка по направлению от читателя, который таким образом смотрит по направлению линий сил. Пусть ds — элемент тока, кон-

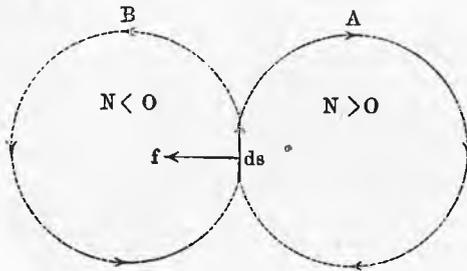
тур которого может быть расположен двояко; пунктиром обозначены проекции этих двух возможных расположений на плоскость рисунка. При положении тока A , очевидно, $N > 0$; при положении B имеем $N < 0$. Сила f , действующая на ds , очевидно, направлена влево.

Возможны два случая движения элемента ds .

1. Работа $d^2R > 0$; элемент ds движется по направлению, составляющему острый угол с f , т. е. в левую сторону. Ясно, что N увеличивается при обоих положениях A и B тока.

2. Работа $d^2R < 0$; элемент ds перемещается в правую сторону; число линий индукции N уменьшается при обоих положениях тока. Работа d^2R и изменение числа линий индукции, проходящих через контур тока, оба положительны или оба отрицательны. Мы видели, что d^2R равно произведению силы тока J на число

Рис. 215.



линий индукции, пересеченных элементом ds при его движении, а это, очевидно, и есть число линий, вновь вступающих в контур тока или выступающих из него. Прилагая сказанное ко всем элементам ds тока и обозначая чрез dN увеличение числа линий индукции, проходящих через контур тока, мы получаем для работы dR магнитного поля при бесконечно малом перемещении тока выражение

$$dR = J dN \dots \dots \dots (68)$$

Работа dR равна уменьшению $-dW$ потенциальной энергии тока и поля, так что

$$dW = -J dN \dots \dots \dots (68, a)$$

Отсюда $W = -JN + \text{Const.}$ Но когда мы удалим ток из магнитного поля, то $N = 0$, и $W = 0$, след., $\text{Const.} = 0$, так что окончательно

$$W = -JN \dots \dots \dots (69)$$

согласно с формулою (64, b), которую мы получили, заменяя ток магнитным листком. Там же была дана и формулировка полученного результата.

Для работы R магнитного поля при конечном перемещении тока мы получаем из (68) выражение

$$R = J(N_2 - N_1) \dots \dots \dots (69, a)$$

где N_1 число линий индукции, проходящих через контур тока по направлению от южной его стороны к северной при начальном, а N_2 — при новом положении тока.

Из формулы (69, a) вытекает ряд следствий.

Положим, что поле равномерное, и, след., линии индукции суть параллельные друг к другу прямые, и что ток движется, как целое, т. е. с неизменяющимся контуром.

При поступательном движении тока, т. е. при перемещении его параллельно самому себе, работа поля $R = 0$.

При вращении такого тока около оси, параллельной линиям индукции, работа поля $R = 0$.

Работа равномерного поля только тогда не равна нулю, когда происходит вращение тока около оси, не параллельной линиям индукции.

При поступательном движении тока в неравномерном поле, работа R положительная, когда южная сторона тока движется от мест меньшего к местам большего напряжения поля.

Все эти выводы относятся к току с неизменным контуром; если может отдельно двигаться часть контура, т. е. часть проводников, через которые проходит ток, то работа определяется общею формулою (69, *a*).

Обращаемся к весьма важному случаю, когда внешнее магнитное поле вызвано другим током, т. е. найдем потенциальную энергию $W_{1,2}$ двух токов, силы которых мы обозначим через J_1 и J_2 . Предположим, что среда однородна, так что ее магнитная проницаемость μ везде одинакова. Из предыдущего ясно, что энергия $W_{1,2}$ должна равняться энергии двух магнитных листков, сила которых $\omega_1 = \mu J_1$ и $\omega_2 = \mu J_2$. Но эта последняя величина определяется формулою (30) стр. 399. Подставив в нее ω_1 и ω_2 , мы получаем

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu L_{1,2} \dots \dots \dots (70)$$

где $L_{1,2}$ чисто геометрическая величина, зависящая только от расположения в пространстве контуров двух токов. Величина $\mu L_{1,2}$ называется коэффициентом взаимной индукции двух токов; ее размер $[\mu]L$, как уже было сказано в гл. II, § 6. Мы видели, что $L_{1,2}$ можно вычислить по формуле

$$L_{1,2} = - \iint \frac{\partial^2}{\partial n_1 \partial n_2} \left(\frac{1}{r} \right) dS_1 dS_2 \dots \dots \dots (71)$$

см. (36) гл. II. Обозначим через $\Psi_{1,2} = N_{1,2}$ поток индукции или число линий индукции, выходящих из контура первого тока и проходящих через контур второго, когда $J_1 = 1$, а через $\Psi_{2,1} = N_{2,1}$ поток индукции или число линий индукции, выходящих из контура второго тока и проходящих через контур первого, когда $J_2 = 1$. Тогда мы в (69) имеем в первом случае $J = J_2$, $N = J_1 N_{1,2}$, а во втором случае $J = J_1$, $N = J_2 N_{2,1}$; это дает

$$W = -J_1 J_2 N_{1,2} = -J_1 J_2 N_{2,1} \dots \dots \dots (71, a)$$

Отсюда

$$\left. \begin{aligned} N_{1,2} &= N_{2,1} \\ \Psi_{1,2} &= \Psi_{2,1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (71, b)$$

Из этих формул, аналогичных (33) гл. II, вытекает такая теорема: если мы имеем два тока одинаковой силы J , то поток индукции

$J\Psi_{1,2}$, или число линий индукции $JN_{1,2}$, исходящих из контура первого тока и проходящих через контур второго, равны потоку индукции $J\Psi_{2,1}$, или числу линий индукции $JN_{2,1}$, исходящих из контура второго тока и проходящих через контур первого. Сравнивая (70) и (71,а), мы находим:

$$\mu L_{1,2} = \Psi_{1,2} = N_{1,2} \dots \dots \dots (71,с)$$

Коэффициент взаимной индукции двух токов равен потоку индукции, или числу линий индукции, исходящих из контура одного тока и проходящих через контур другого, когда силы токов равны единице. Формула (70) говорит:

Потенциальная энергия двух токов равна с обратным знаком взятому произведению $J_1 J_2$ сил токов, помноженному на их коэффициент взаимной индукции $\mu L_{1,2}$, равный только что указанному потоку индукции. Величина $L_{1,2}$ выражена в (71) в виде интеграла, распространенного по двум поверхностям S_1 и S_2 , имеющим своими контурами два данных тока. Такое выражение, вполне естественное, когда речь идет о двух магнитных листках, поверхности которых S_1 и S_2 , представляется несколько искусственным, когда мы имеем два тока, т. е., геометрически говоря, две замкнутые линии в пространстве. Можно преобразовать формулу (71) так, что в нее войдут только элементы ds_1 и ds_2 контуров двух токов. Обозначим через x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 координаты элементов ds_1 и ds_2 . Применяя два раза формулу Стокса, см. (43) стр. 375, можно доказать следующее тождество:

$$\iint \frac{1}{r} \left(\frac{\partial x_1}{\partial s_1} \frac{\partial x_2}{\partial s_2} + \frac{\partial y_1}{\partial s_1} \frac{\partial y_2}{\partial s_2} + \frac{\partial z_1}{\partial s_1} \frac{\partial z_2}{\partial s_2} \right) ds_1 ds_2 = - \iint \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial n_1 \partial n_2} dS_1 dS_2 \dots (72)$$

Левая часть представляет двойной интеграл, распространенный по двум контурам s_1 и s_2 токов, при чем r есть расстояние элементов ds_1 и ds_2 двух контуров. Правая часть выражается двойным интегралом, взятым по двум поверхностям S_1 и S_2 , при чем r есть расстояние элементов dS_1 и dS_2 , нормали к которым n_1 и n_2 . Обозначим через ε угол между элементами ds_1 и ds_2 ; в таком случае

$$\cos \varepsilon = \frac{\partial x_1}{\partial s_1} \frac{\partial x_2}{\partial s_2} + \frac{\partial y_1}{\partial s_1} \frac{\partial y_2}{\partial s_2} + \frac{\partial z_1}{\partial s_1} \frac{\partial z_2}{\partial s_2}.$$

Вставляя это в (72) и принимая во внимание (71), получаем для коэффициента взаимной индукции двух токов выражение

$$\mu L_{1,2} = \mu \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (73)$$

Для потенциальной энергии двух токов имеем, см. (70),

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (74)$$

Здесь r расстояние элементов ds_1 и ds_2 , а ε угол между ними.

Мы указывали, что отдельные части тока, т. е. замкнутой цепи, производят пондеромоторные действия друг на друга, и что, следовательно, подвижные части цепи могут быть приведены в движение под влиянием магнитного поля той же цепи. Отсюда следует, что всякий ток обладает известным запасом потенциальной энергии, которую мы обозначим через $W_{1,1}$. Легко сообразить, что силы j , действующие в этом случае на элементы ds тока, имеют направления, не зависящие от направления тока в цепи, так как с изменением направления тока меняется и направление линий индукции. Мы всегда имеем случай A , изображенный на рис. 215 с правой стороны и показывающий, что ток стремится увеличить ту поверхность, контуром которой он служит. Легко написать выражение для энергии $W_{1,1}$, которая должна быть равна энергии магнитного листка, т. е. потенциалу листка самого на себя. Сочетая известным образом каждый элемент листка с каждым другим, мы должны взять половину полученной суммы, так как при таком способе сочетания каждая пара элементов встретится два раза. Вместо (70) мы имеем теперь

$$W_{1,1} = -\frac{1}{2} J_1^2 \mu L_{1,1} \dots \dots \dots (75)$$

Величина $\mu L_{1,1}$ называется коэффициентом самоиндукции данного тока. Формулы (71) и (73) дают

$$L_{1,1} = -\iint \frac{\partial^2}{\partial n_1 \partial n_1'} \left(\frac{1}{r} \right) dS_1 dS_1' = \iint \frac{\cos s'}{r} ds_1 ds_1' \dots \dots \dots (76)$$

Здесь dS_1 и dS_1' суть элементы одной и той же поверхности, ds_1 и ds_1' элементы одного и того же контура. Вместо (75) мы можем написать:

$$W_{1,1} = -\frac{1}{2} J_1^2 \mu \iint \frac{\cos s}{r} ds_1 ds_1' \dots \dots \dots (77)$$

Весь запас W потенциальной энергии двух токов J_1 и J_2 состоит из трех частей $W_{1,2}$, $W_{1,1}$ и $W_{2,2}$. Формулы (69) и (75) дают

$$W = -\mu \left\{ J_1 J_2 L_{1,2} + \frac{1}{2} J_1^2 L_{1,1} + \frac{1}{2} J_2^2 L_{2,2} \right\} \dots \dots \dots (78)$$

Здесь $L_{1,2}$ коэффициент взаимной индукции двух токов, $L_{1,1}$ и $L_{2,2}$ коэффициенты их самоиндукции в среде, для которой $\mu = 1$.

§ 9. Заметка о характере законов, определяющих магнитные и электрические силы. В учении о магнитных и электрических явлениях мы встречаемся с тремя родами законов; это суть законы точечные, законы дифференциальные и законы интегральные. Об этом уже было упомянуто в части 1, гл. I, § 4.

Законы точечные определяют взаимодействие элементарных количеств веществ, существование которых по каким-либо причинам допускается наукою. Вопрос о реальности этих веществ не играет при этом большой роли. Даже если существует убеждение в их нереальности, наука не перестает ими пользоваться в виду тех удобств, которые связаны

с таким пользованием. Весьма малые количества этих веществ мы часто представляем себе как бы сосредоточенными около некоторых точек, от которых как будто и исходят наблюдаемые силы. К таким точечным законам относятся два: закон Кулона и закон Weber'a, о котором было сказано в части 1, гл. I, § 4. Значение и характер подобных законов достаточно выяснены в предыдущем.

Законы дифференциальные мы встречаем в учении об электрическом токе; ими выражается роль, которую играет отдельный элемент тока в явлении, нами наблюдаемом при тех или иных условиях в присутствии замкнутой цепи. Примером может служить закон Био и Савара

$$f = \frac{mids}{l^2} \sin \varphi \quad \dots \dots \dots (79)$$

см. (48), где берем $C = 1$. Другой пример дает нам формула (74). Если допустить, что потенциальная энергия двух токов равна сумме потенциальных энергий всех попарно взятых элементов тока, то можно допустить, что потенциальная энергия $w_{1,2}$ таких элементов равна

$$w_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (80)$$

Интегральные законы определяют количественную сторону явлений, непосредственно нами наблюдаемых в присутствии замкнутых токов. Интегральный закон, если он оправдывается в огромном числе всевозможных частных случаев, является выражением несомненной истины и может служить для предсказания, с абсолютною достоверностью, количественной характеристики явления, если, конечно, это явление вполне остается в пределах, к которым относится данный интегральный закон. Примерами интегральных законов может служить закон, выраженный формулою (74), которая определяет потенциальную энергию двух токов

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (80, a)$$

Другим примером может служить всякая формула, выражающая действие замкнутого тока на магнитный полюс и выведенная путем интегрирования из формулы (79) Био и Савара, напр., общие формулы (58), стр. 482, или частные формулы (48, a) и (49). Основы, первоначально послужившие для вывода интегрального закона, могут впоследствии оказаться совершенно неверными; но это не повлияет на интегральный закон. Как бы ни изменились наши представления о сущности явлений, мы никогда не потеряем права вычислять потенциальную энергию двух токов по формуле (80, a) или по какой-либо другой, получаемой из (80, a) путем ее преобразования. Итак, интегральные законы выражают факт, а потому можно сказать, что пользование ими относится не к теоретической, но к той математической физике, общая характеристика которой была дана в томе I.

Законы дифференциальные не могут подлежать непосредственной опытной проверке; мы не можем наблюдать явлений, вызванных элементами замкнутого тока, ибо наблюдению может быть подвергнуто только „интегральное явление“. Однако, интегральные законы фактически всегда выводятся из законов дифференциальных; так, напр., безусловно верная формула (50) была нами выведена из формулы (48). Поэтому могло бы казаться, что удостоверенная опытом справедливость интегрального закона может служить доказательством верности и того дифференциального закона, из которого он был получен путем интегрирования. Но это совершенно неверно по той простой причине, что, выражаясь коротко, одно и то же значение определенного интеграла может быть получено при весьма различных значениях подинтегральной функции. Ясно, что к этой функции может быть прибавлена произвольная другая функция, интеграл которой, взятый в пределах, соответствующих данному случаю, равен нулю.

Обратимся, напр., к формуле (79) Био и Савара; обозначим символически через $F(ds, m)$ какую-либо функцию координат полюса m и элемента тока Jds , которая обладает тем свойством, что выраженные ею силы дают при суммировании по всем ds , т. е. по всему замкнутому контуру, равнодействующую, равную нулю. В таком случае мы могли бы заменить дифференциальный закон (79) законом

$$f = \frac{mids}{r^2} \sin \varphi + F(ds, m) \dots \dots \dots (81)$$

Легко понять, что $F(ds, m)$ должно быть полным дифференциалом некоторой функции координат элемента ds . Итак, закон Био и Савара мог бы быть заменен законами вида (81), и мы не могли бы решить, который из них соответствует действительности. Нечто подобное относится к формуле (74) или (80, a), из которой отнюдь не вытекает формула (80). Последнюю можно заменить произвольным выражением вида

$$w_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 + F(ds_1, ds_2) \dots \dots \dots (81, a)$$

где $F(ds_1, ds_2)$ обозначает всякую функцию координат и направлений элементов ds_1 и ds_2 , которая при двукратном суммировании по контурам s_1 и s_2 дает в результате нуль.

Можно идти еще дальше. То, что выражено интегральным законом, несомненно существует, ибо силы H_x, H_y, H_z в (56) или энергия $W_{1,2}$, см. (74), фактически наблюдаются. Что же касается дифференциальных законов, то весьма возможно, что те величины, которые ими определяются, вовсе не существуют. Действие магнитного поля тока на магнитный полюс несомненно существует. Но можно ли вообще говорить о действии элемента тока на полюс — это еще вопрос. Понятие о таком действии возникло на почве представления об *actio in distans*. Мы можем только сказать, что замкнутый ток действует на магнитный полюс так, как если бы каждый элемент тока действовал на этот

полюс с силою, выражающеюся одним из бесконечного множества выражений вида (81). Нечто подобное относится и к формулам (80, *a*) и (81, *a*). Мы увидим впоследствии, что (80) можно заменить, например, выражением

$$w_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (81, b)$$

где $\varphi_1 = \angle(r, ds_1)$, $\varphi_2 = \angle(r, ds_2)$. Из сказанного ясно видны характер дифференциальных законов, высокая степень их непосредственности, невозможность их проверки и даже недостаточная научная обоснованность допущения тех величин, которые этими законами определяются.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 4.

- Ohm*. Die galvanische Kette, 1827; переиздано Leipzig, 1887; Pogg. Ann. 4 p. 79, 1825; 7 p. 117, 1826; 55 p. 178, 1842; Schweiggers Journ. 44, 1825; 46 p. 137, 1826; 49 p. 1, 1827.
Fechner. Massbestimmungen, 1831.
Pouillet. C. R. 4 p. 267, 1837; Pogg. Ann. 42 p. 281, 1837.
Beetz. Pogg. Ann. 117 p. 15, 1862; 125 p. 126, 1865.
F. Kohlrausch. Pogg. Ann. 138 pp. 280, 370, 1869.
Schuster. Phil. Mag. 48 pp. 251, 350, 1875.
Chrystall. Rep. Brit. Assoc. p. 36, 1876.
Cohn. Wied. Ann. 21 p. 646, 1884.
Fitzgerald and Trouton. Rep. Brit. Assoc. 1886, 1887, 1888.
Erman. Gilb. Ann. 8 p. 205, 1881; 10 p. 1, 1802.
R. Kohlrausch. Pogg. Ann. 75 p. 88, 250, 1848; 78 p. 1, 1849.
Gaugain. Ann. d. Chim. et Phys. (3) 59 p. 5, 1860; 60 p. 326, 1860; 63 p. 261, 1861.
Sulzberger. Diss. Zürich, 1889; Beibl. 14 p. 998, 1890.
J. J. Thomson and Newall. Proc. R. Soc. 42 p. 410, 1887.
Kohlrausch u. Nippold. Pogg. Ann. 138 pp. 280, 370, 1869.
Kohlrausch u. Heydweiller. W. A. 53 p. 209, 1894.
Kohlrausch u. Grotrian. Pogg. Ann. 154 pp. 1, 215, 1875.
E. Cohn. Wied. Ann. 21 p. 146, 1884; 38 p. 217, 1889.
Nernst. Wied. Ann. 60 p. 600, 1897.
Erskine. Wied. Ann. 62 p. 454, 1897; 66 p. 269, 1898.
Bellati e Lussanna. Atti R. Ist. Venet. (6) 6, 1888.
Herwig. Pogg. Ann. 153 p. 115, 1874.
Siemens. Berl. Ber. p. 108, 1876.
Braun. Pogg. Ann. 153 p. 556, 1874; W. A. 1 p. 95, 1877; 4 p. 476, 1878.
Wassmuth. Repert. d. Physik. p. 536 1879.
Auerbach. Elektrotechn. Ztschr. 8 p. 66, 1887.
Grawinkel. Lum. élect. 33 p. 136, 1889.
Цетланн. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 20 p. 29, 1888.
Weinhold. Elektrotechn. Ztschr. 8 p. 124, 1887.
Handl. Zeitschr. f. Elektrotechn. 5 p. 346, 1887.

К § 5.

- Kirchhoff*. Pogg. Ann. 64 p. 512, 1845; 67 p. 344, 1846; 72 p. 497, 1847; 75 p. 189, 1848; 78 p. 506, 1849; 102 p. 529, 1857; Berl. Ber. 1875 p. 487; p. 519 1883.
Boscha. Pogg. Ann. 104 p. 460, 1858.
Helmholtz. Pogg. Ann. 89 pp. 211, 353, 1853; Crelle's Journ. 72.
Maxwell. Treatise 1 p. 367, 1881; Cambr. Phil. Trans. 10 p. 27, 1856.

- Fleming.* Phil. Mag. (5) 20 p. 221, 1885.
Ulbricht. Elektrotechn. Zeitschr. 11 p. 270, 1888.
Guillaume. C. R. 112 p. 223, 1891.
Боргман. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 18 p. 8, 1886.
Слугинов. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 18 p. 177, 1886.
Froehlich. Elektrotechn. Zeitschr. 9 p. 140, 1888; W. A. 30 p. 156, 1887.
Quincke. Pogg. Ann. 97 p. 382, 1866.
C. Neumann. Mathem.-Ann. 10 p. 569, 1876.
Умог. Матем. сборн. 9 p. 121, 1878; Monatsber. d. K. Akad. d. Wiss. Berlin 1875.
Lipschitz. Crelle's Journ. 58 p. 152, 1861; 61 p. 1, 1863.
W. Wolf. Diss. Leipzig, 1876.
Nobili. Pogg. Ann. 9 p. 183, 1827; 10 p. 392, 1827; Bibl. univers. 33 p. 302, 1826;
 34 p. 194; 35 p. 40; 36 p. 4; 37 p. 177.
Guëbhard. Journ. de Phys. (2) 1 p. 205, 1882; 2 p. 87, 1883; C. R. 90 pp. 984, 1124,
 1880; 93 pp. 403, 792, 1881; 94 pp. 437, 851, 1882; 96 p. 1424, 1883; W. A. 20 p. 684, 1883.
Voigt. Wied. Ann. 17 p. 257, 1882; 19 p. 103, 1883; 21 p. 710, 1884.
H. Weber. Crelle's Journ. 75 p. 75, 1873.
Heine. Berl. Ber. p. 186 1874.
Ditscheiner. Wien. Ber. 68 p. 1, 93, 1878; W. A. 5 p. 282, 1878.
Riemann. Pogg. Ann. 95 p. 130, 1855.
Delvalez. Journ. de Phys. (4) 8 p. 174, 1909.

К § 7.

- Biot.* Précis élément. de physique 2 p. 704, 1823; Ann. de Chim. et de Phys. (2) 15
 p. 222, 1820.
Biot et Savart. Collect. de Mém. 2 p. 113.
Fabry. Journ. de Phys. (4) 9 p. 129, 1910.
Gans. Phys. Ztschr. p. 806 1911,

К § 8.

- Zwicky.* Ztschr. f. phys. u. chem. Unt. 20 p. 175, 1907.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

Явления, происходящие внутри цепи: тепловые и механические явления.

§ 1. Введение. Тепловые явления в цепи. В предыдущей главе мы познакомились с одним из случаев возникновения и со свойствами магнитного поля электрического тока. Естественнее всего было бы перейти теперь к рассмотрению других случаев образования электрического тока; однако, мы предпочитаем рассмотреть прежде всего некоторые явления, происходящие внутри замкнутой цепи и вовсе не зависящие от „источника“ тока, т. е. от способа его возникновения. Это даст нам возможность разобратся в теории возникновения тока, как для случая гидро-электрического тока, условия возникновения которого мы рассмотрели, так и для остальных случаев возникновения токов, разбор которых мы для этой цели откладываем до главы шестой.

Внутри цепи с установившимся постоянным током наблюдается ряд весьма важных явлений, к рассмотрению которых мы теперь и приступаем. Иногда характеризуют эти явления термином „действия“ тока; однако, употребление этого термина нельзя считать правильным, так как в нем выражается слишком определенный взгляд на ток, как на нечто уже данное, вызывающее в цепи те или другие явления. Между тем мы, наблюдая одновременно существование тока в цепи и возникновение определенного явления в той же цепи, не имеем права à priori считать наблюдаемое явление непременно результатом действия тока. Возможно, что это явление возникает параллельно с током, как результат действия некоторой первоначальной причины, другим действием которой является возникновение тока. Возможно далее, что явление, которое нам представляется действием тока, в действительности есть причина, вызывающая появление тока. В некоторых случаях нельзя сомневаться в том, что данное явление действительно представляет результат прохождения электрического тока через тела, входящие в состав цепи. Не желая, однако, предрешать вопроса о взаимных отношениях электрического тока и наблюдаемых в цепи явлений, мы не будем называть последние действиями тока.

Наиболее важными из явлений, наблюдаемых в цепи, представляются явления тепловые, механические и химические. В этой главе мы рассмотрим все эти явления, кроме химических, изучению которых мы посвятим следующую главу.

Обращаемся прежде всего к тепловым явлениям, происходящим в замкнутой цепи. В гл. III, § 3 мы уже определили ту работу, которая совершается электрическими силами в отрезке цепи, когда в ней электричество перетекает от мест более высокого к местам более низкого потенциала, см. (12), гл. III. Затем мы определили количество теплоты Q , эквивалентное этой работе, см. (17), гл. III,

$$Q = A (V_1 - V_2) Jt = AJ^2 Rt = \frac{A(V_1 - V_2)^2 t}{R},$$

где J сила тока, R сопротивление отрезка цепи, $V_1 - V_2$ разность потенциалов концов отрезка, t время, A термический эквивалент работы. Когда J выражено в амперах, R в омах, $V_1 - V_2$ в вольтах, t в секундах, Q в джоулях, эквивалентных 10 мегаэргам работы, или равных 0,24 мал. калории, то $A = 1$. Итак, мы имеем для количества теплоты Q , выделяющейся в отрезке цепи, выражения, см. (22), гл. III,

$$Q = (V_1 - V_2) Jt = J^2 Rt = \frac{(V_1 - V_2)^2 t}{R} \text{ джоулей} \quad \dots \quad (1)$$

$$Q = 0,24 (V_1 - V_2) Jt = 0,24 J^2 Rt = 0,24 \frac{(V_1 - V_2)^2 t}{R} \text{ мал. калор.} \quad (1, a)$$

Приведем еще одну практически полезную формулу. Пусть l длина проволоки в сантиметрах, s ее площадь поперечного разреза в кв. миллиметрах, ρ удельное сопротивление (при чем за единицу принято удельное

сопротивление ртути); тогда в одну минуту выделяется количество теплоты

$$Q' = 0,13703 J^2 \frac{t_0}{s} \text{ мал. калор. (1, b)}$$

где J выражено в амперах.

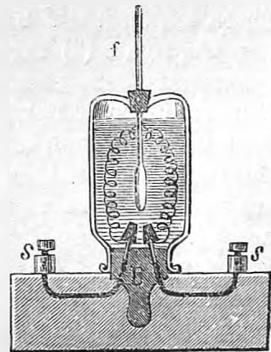
Необходимо добавить, что рассматриваемый отрезок цепи должен быть однороден, так как в местах соприкосновения разнородных веществ происходят особые явления, о которых будет сказано ниже. Второе из выражений (1) дает нам следующий закон: Количество теплоты, выделяющейся в однородном отрезке замкнутой цепи, пропорционально квадрату силы проходящего через нее тока, пропорционально сопротивлению рассматриваемого отрезка и пропорционально времени.

Этот закон был теоретически обоснован Clausius'ом (1852), но значительно раньше его вывел чисто эмпирически Joule (1841); E. Becquerel (1843) проверял его несколько более точным способом, но наиболее тщательное и всестороннее исследование, твердо установившее справедливость закона, принадлежит Э. Ленцу (1844). По справедливости этот закон и называют, по крайней мере у нас в России, законом Джуля и Ленца. Теплоту, которая выделяется в замкнутой цепи по приведенному выше закону, называют Джулевой теплотой.

Прибор, которым пользовался Ленц, изображен на рис. 216. Стекланный стакан, дно которого просверлено, прикреплен дном вверх к деревянной дощечке; через стеклянную пробку B проходят две толстые проволоки, соединенные с зажимными винтами s , s , служащими для введения прибора в цепь; к внутренним концам этих двух проволок прикреплялись различные более тонкие проволоки из Pt или другого металла. В стакан наливался спирт, температура которого измерялась термометром f . Изменяя силу тока, а также сопротивление проволоки, помещенной внутри стакана, и измеряя время, в течение которого температура спирта поднималась на 1° , Ленц мог доказать справедливость вышеприведенного закона. Дальнейшие исследования для твердых проводников производили Votto, Romney Robinson, Jahn, Dieterici, H. Weber и др. Из них Jahn и Dieterici измеряли Q при помощи ледяного калориметра Bunsen'a (т. III). Dieterici пользовался нагреванием проволок для определения механического эквивалента тепла, а H. Weber для измерения их сопротивления. Считая закон верным, Dieterici и H. Weber все же получили в результате своих исследований, между прочим, и косвенное подтверждение справедливости самого закона.

Исследования тех же ученых (Joule, Becquerel, Jahn) показали, что и в жидкостях, введенных в цепь, происходит выделение тепла

Рис. 216.



согласно закону Джоуля и Ленца. Чтобы удостовериться в этом, необходимы особые предосторожности, так как химические явления, происходящие в жидкостях, введенных в цепь, могут сопровождаться тепловыми эффектами. Тщательно произведенные исследования не оставляют сомнения в приложимости закона Джоуля и Ленца и к жидким проводникам, а следовательно, вообще ко всем частям замкнутой цепи. Это дает возможность распространить наши формулы на теплоту, выделяющуюся во всей цепи. Разделив цепь мысленно на однородные части, и оставя на стороне особые тепловые явления, происходящие в местах соприкосновения разнородных частей цепи, мы для каждой части имеем формулу вида

$$Q_i = J^2 R_i t \text{ джоулей,}$$

где R_i сопротивление этой части, Q_i выделяющаяся в ней теплота. Обозначая теперь через R сопротивление всей цепи и через Q полное количество выделяющейся в ней Джоулевой теплоты, мы получаем

$$Q = \sum Q_i = J^2 t \sum R_i = J^2 R t.$$

Вводя на основании закона Ома ($J = E : R$) электродвижущую силу E , получаем:

$$\left. \begin{aligned} Q &= J^2 R t = J E t = \frac{E^2 t}{R} \text{ джоулей} \\ Q &= 0,24 J^2 R t = 0,24 J E t = 0,24 \frac{E^2 t}{R} \text{ мал. калор.} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

Здесь выражены J в амперах, R в омах, E в вольтах, t в секундах.

Формулы (2) перестают быть верными, когда не вся работа электрических сил имеет результатом теплоту, выделяющуюся в цепи. Бывают случаи, когда часть этой работы тратится на получение других форм энергии, как, напр., энергии химической, энергии движения и т. д. Впрочем, мы увидим, что во всех подобных случаях можно допустить, что уменьшилась та электродвижущая сила E , действующая в цепи, от которой, согласно формулам (2), зависит количество теплоты Q , выделяющееся в цепи.

Мы упомянули, что Dieterici пользовался нагреванием проводников током для определения механического эквивалента теплоты. Напомним, что другие сюда относящиеся работы (Quintus Icilius, Joule, F. Weber, Griffiths) были рассмотрены в т. III.

Чтобы поддержать во всей цепи силу тока в один ампер, когда электродвижущая сила равна одному вольту, или такой же ток в отрезке цепи, когда разность потенциалов на концах этого отрезка равна одному вольту, необходима затрата работы в 1 джоуль = 10 мегаэргам = 0,102 килограмметра в каждую секунду; это значит, что первоначальный источник совершаемой работы должен обладать мощностью в 1 ватт или $\frac{1}{736}$ лошадиной силы. Ватт иначе называется вольт-ампером. Для мощности Z имеем формулы

$$\left. \begin{aligned} Z &= JE = J(V_1 - V_2) = J^2 R = \frac{E^2}{R} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{R} \text{ ватт} \\ Z &= \frac{1}{736} JE = \frac{1}{736} J(V_1 - V_2) = \frac{1}{736} J^2 R = \frac{1}{736} \frac{E^2}{R} = \frac{1}{736} \frac{(V_1 - V_2)^2}{R} \text{ лош. с.} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь $V_1 - V_2$ относится к случаю, когда рассматривается часть цепи, E — когда рассматривается вся цепь.

Закон Джюля и Ленца дает возможность решать разного рода задачи, относящиеся к выделению тепла в цепи.

Положим, напр., что батарею элементов с электродвижущей силой E и сопротивлением R требуется замкнуть проволокою такого сопротивления x , чтобы Q для нее было максимальное. Мы имеем

$$Q = \frac{(V_1 - V_2)^2}{x} = \left(\frac{Ex}{R+x} \right)^2 \cdot \frac{1}{x} = \frac{E^2 x}{(R+x)^2}.$$

Наибольшее Q получается при $x = R$; оно равно $\frac{1}{4} \frac{E^2}{R}$.

Весьма интересен вопрос о нагревании двух параллельно соединенных проволок сопротивления R_1 и R_2 , между которыми разделяется ток $J = J_1 + J_2$. Очевидно,

$$Q = E_1 J_1^2 + R_2 J_2^2 = R_1 J_1^2 + R_2 (J - J_1)^2.$$

Приравняв первую производную (по J_1) нулю, получаем $R_1 J_1 = R_2 J_2$; вторая производная равна $2(R_1 + R_2)$; следовательно, Q минимально при том условии $R_1 J_1 = R_2 J_2$, согласно которому в действительности происходит разветвление, см. (30, a), стр. 455. Минимальное $Q = R_0 J^2$, где R_0 определяется формулою (30, g), 456. Полученный результат легко обобщить и для случая кратного разветвления.

Звучание натянутых проволок, через которые пропускается прерывчатый ток, объясняется, между прочим, переменным нагреванием и охлаждением.

Теплота Q , выделяющаяся в проводниках, введенных в замкнутую цепь, нагревает проводники. Степень нагревания зависит не только от Q , но и от свойств самого проводника и от окружающей среды. Величина же Q зависит, как мы видели, между прочим, от сопротивления проводника. Если, поэтому, пропустить ток последовательно через ряд проволок одинаковой толщины, то вообще сильнее нагреется та проволока, удельное сопротивление которой больше. Так, напр., платиновая проволока нагреется сильнее железной, а эта сильнее медной.

Температура, до которой нагревается проводник, зависит от теплопроводности окружающего газа. В т. III, в главе о теплопроводности газов, был описан опыт Grove, который показал, что проволока, окруженная водородом, менее нагревается, чем проволока, окруженная азотом, кислородом или углекислым газом.

Вопрос о зависимости повышения температуры проволоки от силы тока и от размеров самой проволоки весьма сложный и не может быть с точностью решен теоретически, так как законы охлаждения не в

достаточной мере нам известны. Вопрос еще усложняется тем, что с повышением температуры увеличивается сопротивление R проволоки, а это может влиять на силу тока J в цепи; кроме того, изменение R влияет на Q , и при том особенно сильно, если поддерживать J неизменным.

Существует большое число способов измерения температуры проволоки, через которую проходит ток. Критический обзор этих способов дал Л. Станевич (1909, 1914). Упомянем о некоторых из них. Cardani (1890) определял изменение числа колебаний натянутой проволоки, а Barbieri (1891) ее удлинение. Наиболее распространен способ, основанный на определении изменения электрического сопротивления проволоки. Другие способы основаны на непосредственном измерении температуры термометром или термоэлектрической иглой; такой иглой (Cu и константан) пользовался Станевич (1907), который в обширной работе „О нагревании электрических проводов“ (Петрогр. 1915) подробно изложил всю литературу вопроса о нагревании кабелей электрическим током, рассмотрел экспериментальные работы, в том числе и свои собственные, а также все теоретические попытки решения этого вопроса. Здесь речь идет, как о теориях, находящихся в воздухе, так и о тех, которые зарыты в землю.

Предполагая, что J дано и не меняется, мы можем теоретически вывести следующее. Пусть l длина, d толщина, h внешняя теплопроводность, ρ удельное сопротивление проволоки; T_0 температура окружающей среды, T та искомая температура, до которой нагреется проволока. Эта температура будет достигнута, когда количество $Q = J^2 R$ теплоты, выделяющейся в единицу времени в проволоке, станет равно количеству теплоты Q' , теряемой поверхностью πdl ; очевидно,

$$Q' = C \pi d l h f(T, T_0),$$

где C множитель пропорциональности. Но мы имеем далее $R = \frac{4 \rho l}{\pi d^2}$; наконец, можно положить $\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$, где ρ_0 удельное сопротивление при температуре T_0 . Вставив ρ в R и приравняв величины Q и Q' , получаем

$$\frac{4 l \rho_0 J^2}{\pi d^2} [1 + \alpha(T - T_0)] = C \pi d l h f(T, T_0).$$

Отсюда, обозначив новый коэффициент пропорциональности через k ,

$$\frac{f(T, T_0)}{1 + \alpha(T - T_0)} = \frac{k \rho_0 J^2}{h d^3} \dots \dots \dots (4)$$

При очень малых нагреваниях можно левую часть принять равной повышению температуры $T - T_0$. Но каков бы ни был вид функции $f(T, T_0)$, вся левая часть равенства (3) остается неизменною, если мы, меняя проволоку (ρ_0 , h или d) и силу тока J , будем постоянно получать одно и то же повышение температуры от T_0 до T . Итак, получается одинаковое нагревание проволок, если соблюдено условие

$$\frac{\rho_0 J^2}{h d^3} = \text{Const.} \dots \dots \dots (4, a)$$

Например, проволоки одинакового материала, но различной толщины d нагреваются одинаково, если квадрат силы тока J будет расти пропорционально кубу диаметра d проволоки, или когда

$$J = Cd^{\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (4, b)$$

При достаточно сильных токах проволоки из тугоплавких металлов начинают светиться. Зависимость яркости свечения от J и d исследовали J. Mueller, Zoellner и Waltenhofen; но они пришли к несогласным между собою результатам. J. Mueller нашел, что одинаковая яркость свечения, т. е. одинаковое количество света, испускаемого единицею поверхности проволоки из данного материала, получается, когда сила тока J пропорциональна диаметру d проволоки. Zoellner также брал проволоки различной толщины d , освещал ими пластинку матового стекла и определял те силы токов J , при которых получались одинаковые освещения матового стекла, т. е. при которых вся поверхность проволоки испускала одинаковое количество света. Zoellner нашел, что при этих условиях J должно расти пропорционально d , что, очевидно, вполне противоречит результату, найденному Mueller'ом.

Чтобы расплавить проволоку, надо нагреть ее до определенной температуры; зависимость необходимой для этого силы тока J от диаметра d выражается формулою (4, b). Ргеее определил численное значение коэффициента C для различных металлов. Оказывается, что когда $d = 1$ мм., то для J получаются для различных металлов следующие величины в амперах:

<i>Cu</i>	<i>Al</i>	<i>Pt</i>	Нейзильбер	<i>Fe</i>	<i>Sn</i>	<i>Pb</i>
$J = 80,0$	59,2	40,8	40,4	24,1	12,8	10,8 ампер.

Накаливанием проволок током пользуются, между прочим, при взрыве мин, а также в хирургии (гальванокаустика).

Наиболее важное приложение накаливания током мы находим в электрическом освещении, рассмотрение которого, как относящегося к области электротехники, не может войти в этот курс. Как всем известно, ныне существуют два главных способа электрического освещения: дуговыми лампами, в которых источником света является вольтова дуга, и лампочками накаливания. С вольтовой дугой мы познакомимся в главе об электрических разрядах. Лампочка накаливания (рис. 217) состоит из стеклянного, обыкновенно грушевидного тела, из которого выкачан воздух. В нем прежде помещалась угольная нить, длина, толщина и форма которой делались весьма различными, смотря по назначению. Основная идея накаливания угольной палочки в пустоте принадлежит русскому ученому Ладыгину. Изготовление тонких и в то же время твердых угольных нитей впервые удалось Эдисону. Они изготовлялись из обугленных органических веществ, напр., из бумаги, растительных волокон и т. п. Лампочки характеризуются силою

Рис. 217.



света, т. е. числом свечей, которые они дают при нормальном накаливании, и тою разностью потенциалов, выраженной в вольтах, которая должна существовать на концах угольной нити, чтобы вызвать это нормальное накаливание. Так, говорят о стовольтовых шестнадцатисвечных лампочках. Сопротивление угольной нити, вообще, весьма велико и может измеряться сотнями омов; сопротивление накаленной нити приблизительно равно половине сопротивления холодной. Мощность Z , поглощенная лампочкой, определяется одною из формул (3). Исследования Voit'a, Н. F. Weber'a и др. показали, что сила света, испускаемого лампочкой, растет приблизительно пропорционально кубу поглощенной ею мощности. В настоящее время угольная нить заменяется тугоплавкою металлическою (вольфрам, тантал, осмий). Далее, получила известность лампа Nernst'a, где угольная нить заменена весьма тонким стерженьком, главная масса которого состоит из окиси магния, в холодном состоянии не проводящей тока. Предварительное нагревание стерженька током, проходящим по платиновой проволоке, которая обвивает стерженек, делает его проводником, после чего его накаливание уже поддерживается самим током. К тепловым явлениям, наблюдаемым внутри замкнутой цепи, относятся еще явление Пельтье и явление Томсона; мы их рассмотрим вместе с явлениями термоэлектрическими.

§ 2. Электрический эндосмос. Движение взвешенных частиц. В замкнутой цепи наблюдается интересное, чисто механическое явление передвижения жидкостей через пористые перегородки, а также через тонкие трубки, и при том почти всегда по тому направлению, которое мы приняли за направление самого электрического тока. Это явление было открыто Рейсом (1807) в Москве; Poggret, Vesquelet и др. подтвердили и воспроизводили его различными способами. Впервые подробно исследовал это явление и выяснил его законы G. Wiedemann (1852), работы которого мы и рассмотрим.

G. Wiedemann пользовался двумя приборами, из которых первый изображен на рис. 218. Пористый сосуд a из необожженной глины плотно закрыт сверху стеклянным колпаком c , в дно которого вставлена трубка d , снабженная боковою трубкою e . Внутри пористого сосуда a помещен цилиндр из меди или платины, от которого идет проволока f через стенку стеклянного колпака c . Сосуд a вставлен в широкий цилиндр h , содержащий второй металлический цилиндр i , к которому припаяна проволока k . Стакан h и пористый цилиндр a содержат воду или другую испытуемую жидкость. Когда прибор вводился в цепь так, чтобы ток шел от i через пористый сосуд к c , то жидкость поднималась по трубке d и через трубку e , выливаясь в стакан l . Чтобы менять поверхность s пористой стенки, через которую как бы продавливалась жидкость, Wiedemann покрывал часть стенки пористого сосуда слоем смолы; чтобы менять толщину d этой стенки, он постепенно утончал ее, соскабливая внешние слои.

Прежде всего определялась зависимость весового количества m воды, проходящей через пористую стенку в течение определенного времени, от силы тока J , от поверхности s и от толщины d стенки. Опыты показали,

что количество q жидкости пропорционально силе тока J ; при данном J оно не зависит ни от поверхности s , ни от толщины пористого сосуда d . Если заменить воду раствором медного купороса, то количество q перенесенной жидкости приблизительно обратно пропорционально крепости раствора.

Первый прибор Wiedemann'a познакомил нас с характером явления, которое не особенно удачно называется электрическим эндосмосом. Пористая стенка из необожженной глины может быть заменена животным пузырем, мелким песком и т. д. Чем лучше жидкость проводит ток, тем слабее выражено это явление.

Чтобы измерить те давления p , под влиянием которых происходит движение жидкости, G. Wiedemann построил второй прибор,

Рис. 218.

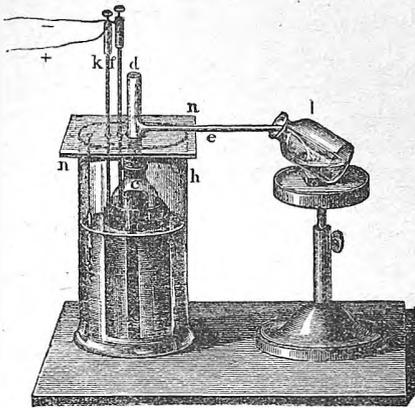
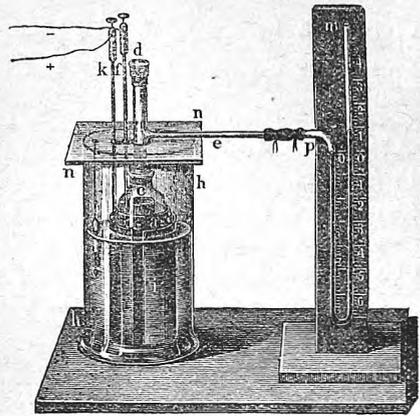


Рис. 219.



который отличается от первого только тем, что боковая трубка e соединена с ртутным манометром (рис. 219), и что трубка d была сверху закрыта. Сосуд содержал раствор медного купороса. Оказалось, что гидростатическое давление p пропорционально силе тока J , обратно пропорционально поверхности s и прямо пропорционально толщине d стенки пористого сосуда; для различных растворов медного купороса давление p в некоторых границах приблизительно пропорционально удельному сопротивлению e раствора.

Два результата, найденные G. Wiedemann'ом, выражаются формулами

$$q = aJ (5)$$

$$p = b \frac{Jd}{s} (5, a)$$

Здесь a и b множители пропорциональности; q от s и d не зависит. Эти две формулы хорошо согласуются между собою, если представить себе, что причину, вызывающую давление p , надо искать внутри тех капиллярных трубок, через которые течет жидкость, и что ее действие пропорционально

длине трубок, т. е. толщине d стенки, и пропорционально плотности тока, проходящего через эти трубки, т. е. величине $J:s$. Далее ясно, что q должно быть пропорционально p и s ; по закону Poiseuille'я (т. I), количество жидкости q при данном давлении обратно пропорционально длине капиллярной трубки, т. е. толщине d стенки. Итак, для q мы должны иметь формулу вида

$$q = b_1 \frac{p s}{d}.$$

Вставляя сюда (5,а), получаем (5). Допустим, что p действительно пропорционально удельному сопротивлению ρ , т. е., что можно написать

$$p = c J \frac{\rho d}{s} \dots \dots \dots (5, b)$$

Величина $\frac{\rho d}{s}$ есть сопротивление жидкости, находящейся внутри пористой стенки, а величина $J \frac{\rho d}{s}$ равна разности потенциалов $V_1 - V_2$ с двух сторон от стенки; поэтому мы получаем формулу

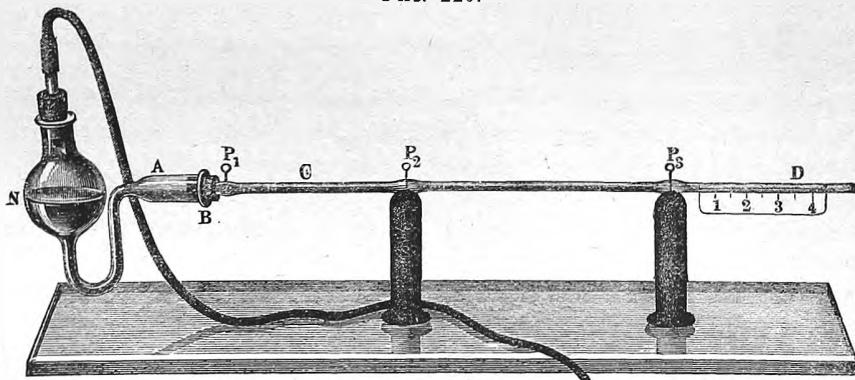
$$p = c(V_1 - V_2) \dots \dots \dots (5, c)$$

Гидростатическое давление пропорционально разности потенциалов с двух сторон от стенки.

Зависимость величины q от концентрации различных растворов исследовал Freund.

Quincke (1861) первый показал, что движение жидкостей, введен-

Рис. 220.



ных в цепь, происходит также и в отдельных капиллярных трубках. Прибор Quincke состоит из тонкой стеклянной трубки CD (рис. 220), соединенной с резервуаром N , содержащим испытуемую жидкость. Трубка установлена несколько наклонно к горизонту, концом D выше конца C . Вдувая воздух в сосуд N , можно было наполнить трубку жидкостью до некоторой черты шкалы D . Если через две из трех платиновых проволок p_1, p_2, p_3 , впаянных в трубку, пропустить разряд Лейденской банки или ток батареи, и

при том по направлению от C к D , то жидкость перемещается по этому же направлению. Опыты с электрическими токами показали, что поднятие жидкости, измеряемое смещением конца жидкого столбика D , пропорционально силе тока, пропорционально длине жидкого столба, включенного в цепь, т. е. действующей на него электродвижущей силе, и обратно пропорционально квадрату радиуса трубки. Стенка трубки также имеет влияние; в высеребренной трубке поднятие меньше, чем в трубке обыкновенной.

Поднятие замечается только в дурных проводниках; вода, содержащая 0,1% $NaCl$ или 0,04% H_2SO_4 , уже вовсе не обнаруживает движения.

Весьма замечательно, что Quinke нашел некоторые жидкости, которые движутся по направлению, обратному направлению тока. Сюда относится один из алкоголей, далее терпентинное масло в трубке, внутри покрытой шеллаком и др.

Van der Ven (1901) указал на одно обстоятельство, которое могло иметь влияние на результаты рассмотренных нами работ: пропускание тока через раствор вызывает такое изменение концентрации, которое должно способствовать как раз наблюдаемому движению жидкости. В двух дальнейших работах (1906, 1907) он нашел, что, из 14 исследованных им солей, только сульфаты перемещаются по направлению тока, между тем как нитраты, хлориды, а также уксусно-свинцовая соль движутся в обратном направлении.

Cruse (1905) исследовал прохождение дистиллированной воды через пористую глиняную перегородку (Pukalmasse) в зависимости от температуры (между 10° и 70°) и силы тока. Он нашел, что скорость течения воды при неизменной силе тока растет, когда температура повышается от 10° . При 35° — 40° скорость наибольшая; затем она падает, и при том сперва весьма быстро (до 50°), а затем более медленно. При 50° скорость такая же, как при 10° . Далее, Cruse нашел, что формула (5) не подтверждается при больших значениях силы тока J . Оказалось, что величина a с увеличением J сперва растет, достигает максимума, а затем опять уменьшается.

Весьма обширное исследование произвел Елисафов (1912), который пользовался стеклянными и кварцевыми капиллярными трубками; он определял влияние растворенных в воде солей, кислот и оснований на электрический эндосмос. Чистая вода переносится в стекле и в кварце к отрицательному полюсу. Количество перенесенной жидкости уменьшается растворенными солями и кислотами; для слабых растворов щелочей оно остается неизменным в стекле и увеличивается в кварце. Уменьшение Δv количества перенесенной жидкости выражается формулою

$$\Delta v = a \lg c + b,$$

где c концентрация слабого раствора, a и b постоянные. Иногда весьма малое количество растворенного вещества имеет большое влияние; так,

напр., раствор $Th(NO_3)_4$, содержащий $0,4 \cdot 10^{-8}$ гр.-молекулы на литр, уменьшает количество перенесенной жидкости, примерно, на 50%.

Если включить в цепь жидкость, содержащую взвешенные частицы, то эти частицы начинают двигаться. Это явление наблюдал впервые Рейсс, а затем Faraday, Armstrong и др. Quincke исследовал его ближе. Оказалось, что частицы, взвешенные в воде, движутся по направлению, противоположному току, и притом — как твердые, так и жидкие и газообразные (пузырьки). Соеhn считает термин „электрический эндосмос“ вообще неудачным и заменяет его общим, как для движения жидкости, так и для движения взвешенных частиц, названием электрофореза, отличая катафорез и анафорез, смотря по направлению движения к катоду или к аноду. Ныне, повидимому, более принято только движение взвешенных частиц называть катафорезом. Эти явления вызвали огромное число исследований. Подробности можно найти в книгах Л. Кассута „Общая коллоидная физика“, Петрогр. 1915 стр. 38, А. Янек „Кратк. учебник дисперсоидологии“, Петрогр. 1915 стр. 44, А. А. Добиаш „Теория электролитического клапана“, 1918 стр. 190, „Handbuch der Elektr. u. des Magnetismus“, издание Graetz'a, т. 2, стр. 368, 1914 и Freundlich, „Kapillarchemie“, 1909.

Явления электрического эндосмоса находятся в тесной связи с тем явлением возникновения разности потенциалов при продавливании жидкостей через пористые перегородки или капиллярные трубки, которое было рассмотрено в части 1, гл. II, § 15. Теперь мы можем добавить, что направление тока, получаемого при соединении двух электродов, погруженных в движущуюся жидкость (см. рис. 101 и 102), всегда противоположно направлению того тока, который вызвал бы существующее движение жидкости. Иначе говоря: при движении жидкости через узкие каналы появляется ток, сопротивляющийся этому движению. Работа, которую приходится затратить на преодоление этого сопротивления, и является источником электрической энергии тока. Этот ток иногда называется капиллярным.

Теоретическое объяснение электрического эндосмоса, движения взвешенных частиц, а также явления капиллярных токов было впервые дано Quincke. Оно основано на допущении, что между жидкостью и стенкою капиллярной трубки существует разность потенциалов, при чем стенка электризуется почти всегда отрицательно, жидкость положительно. Вдоль внутренней поверхности капиллярной трубки образуется двойной электрический слой, при чем положительное электричество находится на частичках жидкости. Когда цепь замыкается, то это последнее электричество перемещается под влиянием тех же электрических сил, которые образуют электрический ток. Жидкость должна быть дурным проводником, ибо только в этом случае ее частицы перемещаются вместе с находящимися на них зарядами свободного электричества. Взвешенные частицы электризуются отрицательно вследствие соприкосновения с жидкостью; поэтому они движутся по направлению, обратному току. Helmholtz (1879) дал полную математическую теорию этих явлений,

а Dorn опытным путем подтвердил некоторые выводы этой теории. О ней уже было дано понятие в части 1, гл. II, § 15. Видоизменение ее дали Lamb (1888), M. Smoluchowski (1903) и Perrin (1904).

В последнее время стали в технике пользоваться способностью электрического тока увлекать жидкости через пористые тела для высушивания торфа и подобных ему пористых тел. Граф v. Schwerin (1903) и Nernst (1909) исследовали этот метод теоретически и практически.

§ 3. Влияние тока на свойства твердых проводников. Следует отличать временные изменения свойств вещества, замечаемые во время прохождения через него тока, и те постоянные изменения, которые являются результатом продолжительного действия тока.

Вопрос о влиянии электрического тока на размеры, т. е. на объем или длину проводников долгое время оставался спорным. Опыты Edlund'a, Streintz'a, Doppler'a и отчасти F. Exner'a давали противоречивые результаты, и только исследования Blondlot (1878), а затем и Righi доказали, что ток не вызывает изменения размеров проводника, помимо, конечно, тех, которые являются следствием нагревания.

Wertheim исследовал упругие свойства проволок во время прохождения через них тока. Он нашел, что сопротивление разрыву уменьшается при прохождении тока, и что модуль Юнга также уменьшается. Однако, Streintz и Mebius не подтвердили этого результата. Dufour нашел, что после продолжительного пропуска тока через проволоки сопротивление разрыву медных проволок уменьшается, а железных увеличивается.

Электрическое сопротивление проволок постепенно увеличивается, если они служат проводниками тока, как показал Quintus Icilius. Трудно решить, в какой мере наблюдаемые изменения свойств проводников непосредственно вызываются током, и в какой являются следствием продолжительного, хотя бы и слабого нагревания.

К явлениям, происходящим внутри замкнутой цепи, относятся и действия физиологические. Их разбор не входит в рамки этой книги. Этими действиями пользуются в электротерапии.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

Clausius. Pogg. Ann. 87 p. 415, 1852.

Joule. Phil. Mag. 19 p. 260, 1841; Rep. Brit. Assoc. 1887 p. 512.

E. Becquerel. Arch. sc. phys. 3 p. 181, 1843, Ann. d. Chim. et Phys. (3) 9 p. 21, 1843.

E. Ленц. Pogg. Ann. 61 p. 18, 1844.

Botto. Arch. de l'Electr. 5, 1845.

Romney Robinson. Trans. Irish. Acad. (1) 22 p. 3, 1849.

Jahn. Wied. Ann. 25 p. 49, 1885; 31 p. 925, 1887; 37 p. 414, 1889.

Dieterici. Wied. Ann. 33 p. 417, 1888.

H. Weber. Diss. Leipzig, 1863.

Станевич. Изв. Электротехн. Инст. 1907 p. 274; Пятый Всеросс. Электротехнич. съезд в Москве, 1909. Доклад; о нагревании электрических проводов, Петерб. 1914, 139 страниц.

Cardani. La Lumière électr. 38 p. 627, 1890.

Barbieri. Elektrotechn. Ztschr. 1891 p. 30.

J. Mueller. Fortschr. d. Physik. 1849 p. 384.

Zoellner. Baseler Verhandl. (3) 2 p. 311, 1859.

Wallenhofen. Sitzungsber. d. böhm. Ges. d. Wiss. 1874 p. 79.

Preece. Proc. R. Soc. 36 p. 464, 1884; 43 p. 280, 1888.

К § 2.

Рейсс (Reuss). Mém. de la soc. imp. des natural. à Moscou 2 p. 327, 1809.

Porret. Thomson's Journal 1816, July; Gilb. Ann. 66 p. 272, 1820.

E. Becquerel. Traité d'Electr. 3 p. 102, 1835.

G. Wiedemann. Pogg. Ann. 87 p. 321, 1852.

Freund. Wied. Ann. 7 p. 44, 1879.

Quincke. Pogg. Ann. 113 p. 513, 1861.

Van der Ven. Arch. Néerl. (2) 6 p. 127, 1901; Arch. Mus. Teyl. 8 pp. 93, 199, 363, 390, 489, 1902; 9 pp. 97, 217, 573, 1904/05; 10 p. 85, 433, 1906/07.

Cruse. Phys. Ztschr. 6 p. 201, 1905.

Elissaffoff. Ztschr. f. phys. Chem. 79 p. 385, 1912; Diss. Leipzig, 1912.

Faraday. Exper. Res. Ser. 13.

Armstrong. Pogg. Ann. 60 p. 354, 1843; Phil. Mag. (3) 23 p. 199, 1843.

Helmholtz. Wied. Ann. 7 p. 351, 1879; Ges. Abh. 1 p. 855.

Dorn. Wied. Ann. 9 p. 513, 1880; 10 p. 70, 1880.

Lamb. Phil. Mag. (5) 25 p. 52, 1888.

Smoluchowski. Bull. Cracovie 3 p. 182, 1903.

Perrin. Journ. Chim. Phys. 2 p. 601, 1904; 3, 1905.

Graf v. Schwerin. Ztschr. f. Elektrochemie 9 p. 739, 1903.

Nernst. Verh. d. d. phys. Ges. 11 p. 112, 1909.

К § 3.

Edlund. Pogg. Ann. 129 p. 15, 1866; 131 p. 337, 1887; Arch. d. sc. phys. 27 p. 269, 1866.

Streintz. Wien. Ber. 67 p. 323, 1873; Pogg. Ann. 150 p. 368, 1873.

Doppler. Pogg. Ann. 46 p. 128, 1839.

F. Exner. Pogg. Ann. Ergbd. 7 p. 431, 1876; Wien. Ber. 71 p. 761, 1875; 75 p. 373, 1877; W. A. 2 p. 100, 1877.

Blondlot. C. R. 87 p. 206, 1878.

Righi. N. Cim. 7 p. 117, 1880.

Wertheim. Ann. d. Chim. et Phys. (3) 12 p. 610, 1844.

Mebius. Oefvers. k Vet. Akad. Torhandl. 1887 p. 681.

Dufour. Pogg. Ann. 99 p. 611, 1856.

Quintus Icilius. Pogg. Ann. 101 p. 86, 1857.

Dorn. Wied. Ann. 10 p. 8, 70, 1880.

Billitzer. Annal. der Phys. (4) 11 p. 922, 1903.

Makelt. Diss. Leipzig, 1909.

Stock. Bull. Acad. Cracov. 1913 p. 131.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

Явления, происходящие внутри цепи: химические явления.

Электролиз. Теория гидроэлектрического тока.

§ 1. Введение. Законы электролиза. Вторую группу явлений, наблюдаемых в самой замкнутой цепи, представляют явления химические. Мы уже познакомились с относящеюся сюда терминологией. Повторим прежде всего вкратце то, что нам уже известно.

Вещества, в которых наблюдаются химические явления, если их ввести в цепь, называются электролитами. Введение в цепь производится обыкновенно таким образом: в электролит, почти всегда жидкий, помещаются два электрода: анод (положительный) и катод (отрицательный) на некотором друг от друга расстоянии. В большинстве случаев электродами служат металлические пластинки. Явление, которое происходит в электролите, введенном в замкнутую цепь, называется электролизом. С чисто внешней стороны явление электролиза заключается в том, что на поверхностях электродов появляются, или, как говорят, выделяются определенные вещества, которые во многих случаях суть не что иное, как химически разнородные части, из которых состоит электролит. Эти выделяющиеся при электролизе вещества называются ионами; на аноде выделяется анион, на катоде — катион. Так, например, при электролизе водного раствора $ZnCl_2$ между платиновыми электродами выделяется на аноде анион Cl , а на катоде — катион Zn . С внешней стороны анион и катион представляются продуктами разложения электролита, и притом разложения, произведенного током, проходящим через электролит.

В томе I мы познакомились с понятием об эквивалентности атомов и групп атомов, и мы видели, что следует отличать друг от друга, с одной стороны, атомный и молекулярный вес, с другой стороны — вес эквивалентный. Одноэквивалентный $H, K, Na, Cl, Br, NH_3, OH, CN, BrO_3$ и т. д.; это те атомы или группы, которые „эквивалентны“ одному атому водорода, т. е. могут соединиться с ним или его заменить. Двухэквивалентны $Ba, Sr, Zn, Cu, O, S, SO_4, CO_2$ и т. д. Молекулярный вес всякой группы или всякого соединения равен сумме атомных весов атомов, входящих в его состав.

Эквивалентный вес равен k -той части атомного или молекулярного веса, если атом или группа k -эквивалентны, или если соединение распадается на k -эквивалентные ионы. Так для групп NH_3, OH, NO_3 и т. д., или для соединений $NaCl, NH_4Cl, AgNO_3, NaHO, KMnO_4$ и т. д. эквивалентный вес равен молекулярному весу ($k = 1$). Но в других случаях мы имели, напр., эквивалентные веса $\frac{1}{2}O = 8, \frac{1}{2}SO_4 = 48,03, \frac{1}{2}H_2SO_4 = 49,04, \frac{1}{2}CuSO_4 = 79,82$; далее $\frac{1}{3}H_3PO_4, \frac{1}{4}Na_4P_2O_7, \frac{1}{4}C = 2,99, \frac{1}{5}Na_5JO_6, \frac{1}{6}Al_2Cl_6$ и т. д.

Грамм-эквивалент весит столько граммов, сколько единиц в эквивалентном весе.

Следует твердо помнить, что об эквивалентах говорят только по отношению к ионам и к соединениям, которые могут распадаться на разноименные ионы (анион и катион).

Один и тот же элемент, а также определенная группа атомов могут обладать различною эквивалентностью в различных соединениях. Так, медь в соединении $CuCl$ — одноэквивалентна, так что ее эквивалентный вес равен атомному весу Cu — 63,57; в $CuCl_2$ медь двухэквивалентна, и ее эквивалентный вес $\frac{1}{2} Cu = 31,78$. Ион Fe может быть дву- и трехэквивалентным; Sn дву- и четырехэквивалентным и т. д.

По определению Hittorf'a, электролитами могут быть только те вещества, которые способны вступать между собою в реакции двойного обмена, при чем именно те составные части, которыми они обмениваются, играют роль ионов: такие тела современная химия называет вообще солями, причисляя к ним и те вещества, в которых один из ионов водород. Вероятно, определение электролитов, как солей, не вполне исчерпывает вопроса; это явствует уже из того, что между солями и не-солями не существует вполне резкой границы.

Роль катиона при электролизе играют H , металлы, NH_4 и вообще все то, что с Cl , с NO_3 или другим кислотным остатком образует электролит. Роль аниона играют галоиды, OH , кислотные остатки вроде NO_3 , SO_4 , PO_4 , ClO_3 и т. д., вообще все то, что с H , Na или иным металлом может образовать электролит. Некоторые более сложные примеры будут приведены ниже.

Мы увидим, что ионы, из которых состоит электролит, в сравнительно редких случаях действительно выделяются на электродах. Появляясь на электродах, ионы весьма часто вступают в разного рода чисто химические реакции, напр., с растворителем, с веществом электрода, с самим электролитом и т. д. В результате этих реакций, называемых вторичными явлениями при электролизе, фактически появляются на электродах не ионы, из которых состоит электролит, но совершенно другие вещества. Положим, напр., что мы ввели в цепь водный раствор Na_2SO_4 : ионы суть $2Na$ и SO_4 . Но Na немедленно вступает в реакцию с растворителем, т. е. с водою; по формуле $2Na + 2H_2O = NaHO + H_2$ образуется на катоде щелочь и водород. На аноде происходит реакция $SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O$, если анод из платины, угля и т. д.; если же анод, напр., медный, то мы получаем реакцию $SO_4 = Cu = CuSO_4$, происходит растворение анода с образованием медного купороса. Итак, вместо ионов Na_2 и SO_4 , появляются $H_2 + NaHO$ и $H_2SO_4 + O$ или $CuSO_4$. Ниже мы более подробно рассмотрим различные случаи вторичных действий при электролизе.

Количественные законы электролиза открыл Faraday (1833, 1834). Таких законов два.

Закон I. Весовое количество ионов, появляющихся на электродах при введении электролита в цепь, пропорциональ-

но количеству электричества, протекающего в цепи. Это количество η равно произведению Jt силы тока на время. Количество электричества η мы будем измерять в кулонах, и мы можем сказать, что каждому протекшему кулону соответствует вполне определенное весовое количество данного выделяющегося иона.

Закон II. Весовые количества различных ионов, выделяющихся на электродах при протекании в цепи одного и того же количества электричества, пропорциональны эквивалентным весам этих ионов.

Из этих законов вытекает ряд весьма важных следствий.

1. Весовое количество иона, выделяющегося при электролизе, не зависит от электролита, в состав которого входит этот ион, если только его эквивалентность во всех случаях одна и та же. При протекании через цепь определенного количества электричества выделяется всегда одно и то же весовое количество $H, Ag, K, Na, Cl, SO_4, OH$ и т. д. Но, напр., количество выделяющейся Cu при электролизе $CuCl$ вдвое больше, чем при электролизе $CuCl_2$, так как эквивалентный вес в первом случае равен Cu (т. е. атомному весу), а во втором он равен $\frac{1}{2} Cu$; количество же выделяющегося хлора в обоих случаях одинаковое.

2. Один грамм-эквивалент какого бы то ни было иона выделяется на электроде, когда через цепь протекает некоторое вполне определенное количество электричества, которое обозначается, в честь Faraday'я, буквою F . Мы примем

$$F = 96490 \text{ кулонам} \dots \dots \dots (1)$$

каковое число нашел Steinwehr (1913). Новое определение, которое произвели Vinal и Bates (1914), дало $F = 96500$ кулонов. Несколько раньше (1912) Wachburn и Bates нашли $F = 96538$ кулонов, а Richards — $F = 96535$ кулонов.

3. Количество выделенных ионов не зависит от рода растворителя и не зависит от вещества электродов; оно не зависит от тех вторичных явлений, которые могут сопровождать электролиз.

4. Количество выделенных ионов не зависит от того, находится ли электролит в расплавленном состоянии, или в растворенном.

5. Количество выделенных ионов не зависит от силы тока J в цепи, если только произведение силы тока на время, в течение которого происходит электролиз, не меняется.

Существует большое число работ, произведенных с целью проверки двух законов электролиза, но все эти работы имеют ныне уже только исторический интерес, и мы лишь вкратце упомянем о некоторых из них.

Особенно важным представляется вопрос о том, существует ли в электролитах хотя бы слабая „металлическая“ проводимость, кроме электролитической, т. е. может ли хоть малая часть тока проходить через электролит без соответствующего выделения ионов. Тщательные исследования Buff'a показали, что сила тока действительно в широких пределах (от 1 до 200) пропорциональна количеству выделяющихся ионов,

но эти исследования все-таки не могли решить упомянутого вопроса. Сам Faraday допускал возможность металлической проводимости электролитов, полагая, что электролиз начинается только при силе тока, превышающей некоторое минимальное значение. Однако, последующие работы доказали совершенную точность первого закона и, следовательно, полное отсутствие металлической проводимости в электролитах. В цепи, в которую включен электролит, не может быть тока без электролиза, т. е. без появления ионов на электродах, находящиеся в соприкосновении с электролитом. Так, напр., Ostwald и Nernst (1889) показали, что при прохождении разряда лейденской банки, содержавшей всего около $5 \cdot 10^{-6}$ кулонов, через слабый раствор серной кислоты, получился на катоде пузырек водорода, размеры которого оказались вполне согласными с первым законом электролиза.

Но еще более убедительное доказательство дают нам явления поляризации, о которых нам уже приходилось говорить в части 1, гл. II, § 7, и которые ниже будут рассмотрены подробно. Решающее значение имели здесь опыты А. П. Соколова, которому удалось доказать существование поляризации при электродвижущих силах, равных 0,001 вольта. Нет причины предполагать, что этим достигнут предел, ниже которого поляризация прекращается. О связи, которая, по исследованиям Е. Сohn'a, существует между законом электролиза и приложимостью закона Ома к электролитам, было сказано в гл. III, § 4.

Cohen (1913) показал, что при увеличении давления от одной до 1500 атм. не меняется количество серебра выделяемого током, а след., не меняется и число F .

Само собою разумеется, что явления электролиза вовсе не зависят от источника электрического тока. Поэтому весьма слабый ток, который получается, если соединить проводниками кондукторы электрической машины (с трением или электрофорной), или если оба кондуктора соединить с землею, также дает явления электролиза.

Тщательные исследования многих ученых доказали, что и второй закон электролиза совершенно точен. Мы видели, что по этому закону одному и тому же количеству электричества F , протекающему в цепи, соответствует выделение грамм-эквивалента какого бы то ни было иона. Весовое количество иона, выделяющееся на электродах, когда через цепь протекает один кулон, называется электрохимическим эквивалентом этого иона; его принято выражать в миллиграммах. Если мы атомный или молекулярный вес иона обозначим через m , его эквивалентность через k , то F кулонам соответствует $m : k$ граммов; это дает для электрохимического эквивалента p

$$p = \frac{1000 m}{k F} \text{ миллигр.} \dots \dots \dots (2)$$

отсюда

$$F = \frac{1000 m}{k p} \dots \dots \dots (2, a)$$

Для весовых количеств P_1 и P_2 двух каких-либо ионов, выделяемых при

прохождении через цепь одного и того же числа кулонов, мы имеем

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{k_2}{k_1} \dots \dots \dots (2, b)$$

Последняя формула может служить для проверки второго закона электролиза, который ею выражается в простейшем виде. Формула (2, a) дает возможность определить величину F , когда непосредственные измерения дали электрохимический эквивалент. Весовое количество p' иона, соответствующее одному ампер-часу (3600 кулонов), равно 3600 p , т. е. в граммах

$$p' = \frac{3600 m}{k F} \text{ грамм} \dots \dots \dots (2, c)$$

Проверку второго закона электролиза на основании формулы (2, b) производили сперва Rayleigh (1884), Gray (1886) и Shaw (1887), сравнивая весовые количества P_1 и P_2 серебра и меди, соответствующие одному и тому же числу кулонов. Принимая $H = 1,008$, для серебра $m_1 = 107,93$, для меди $m_2 = 63,604$ (по Richards'у), мы получаем (так как $k_1 = 1$, $k_2 = 2$) отношение $P_1 : P_2 = 3,3942$. Названные исследователи нашли: Rayleigh 3,406, Gray 3,4013, Shaw 3,3998. Новое исследование Th. W. Richards'a и Heimrod'a (1902) дало отношение, настолько близкое к теоретическому, т. е. определенному чисто химическим способом, что если из него обратно определить атомный вес меди, то получается $Cu = 63,601$. Эту важную работу окончательно доказана точность второго закона электролиза, т. е. пропорциональности электрохимических эквивалентов эквивалентным весам.

Из второго закона явствует, что достаточно знать электрохимический эквивалент p одного какого-либо иона, чтобы знать эту величину для всех ионов. Важнейшие определения величины p относились к серебру: кроме того, она определялась для меди и для водорода.

Электрохимический эквивалент серебра определялся (электролизом раствора $AgNO_3$) многократно и с величайшею тщательностью. Мы не станем приводить многочисленных результатов этих измерений, которые производили в последнее время Richards и Heimrod (1902), Pellat и Leduc (1903), Dijk и Kunst (1904), Dijk (1906), F. Kohlrausch (1908), Smith Mather и Lowry (1908), Janet, Laporte и de la Gorce (1908), Laporte и de la Gorce (1910), Rosa, Dorsey и Miller (1912). Наилучшие из этих измерений давали для электрохимического эквивалента серебра числа, близкие к 1,118 mgr.

Международный конгресс электриков 1908 года в Лондоне постановил раз навсегда остановиться на числе для серебра

$$p = 1,11800 \text{ mgr.} \dots \dots \dots (3)$$

и этим числом определить величину международных ампера и кулона. Два нуля в конце этого числа должны указывать, что это число уже никогда не должно подвергаться изменениям. Обширные и весьма тщательные исследования Rosa, Dorsey и Miller'a (1912) показали,

что для „абсолютного“, т. е. теоретического ампера

$$p = 1,11804 \text{ мгр.} \dots \dots \dots (3, a)$$

Отсюда следует, что раз навсегда установленные международные ампер и кулон меньше теоретических всего только на 0,004%.

Для электрохимического эквивалента водорода $p(H)$ имеем, на основании формулы (2), в которой следует положить $m = 1$ и $k = 1$,

$$p(H) = \frac{1000}{F} \text{ мгр.} = \frac{1}{F} \text{ гр.} = 0,00001036 \text{ гр.} \dots \dots \dots (3, c)$$

Электронная теория допускает возможность зависимости электрохимического эквивалента от температуры. Однако, опыты F. Kohlrausch'a и H. Weber'a (1908) показали, что при электролизе $NaNO_3$, $NaClO_3$ и KBr температурный коэффициент (между 10^0 и 70^0) несомненно меньше, чем 10^{-6} , а для KJ меньше, чем 10^{-7} .

§ 2. Некоторые частные случаи электролиза. Рассмотрим прежде всего некоторые приборы, которыми часто пользуются при электролизе.

Для электролиза азотносеребряной соли употребляется прибор, называемый серебряным вольтметром; мы увидим впоследствии, почему ему дано это название. Он состоит из платиновой чашечки *A* (рис. 221), содержащей раствор $AgNO_3$ и служащей катодом. В раствор погружен нижний конец серебряной палочки, вставленной в пружинный зажим, находящийся на нижнем конце стержня, который можно опускать и поднимать. Зажимные винты *b* и *c* служат для введения прибора в цепь. Серебряная палочка окружается мешечком из кисеи, в которой остаются кусочки серебра, отваливающиеся от раз'едаемой палочки, и другие побочные продукты, образующиеся на аноде. Серебряный вольтметр имеет большое практическое значение, как измеритель силы тока и как прибор, служивший для определения электрохимического эквивалента серебра. Ему посвящен большой ряд весьма тщательных и разносторонних исследований, о которых будет сказано в гл. XI, § 1.

При электролизе некоторых растворов (H_2SO_4 , Na_2SO_4 , KHO и др.) выделяются на электродах кислород и водород. Если желают отдельно собрать оба газа, то можно пользоваться прибором A. W. Hofmann'a, изображенным на рис. 222. Некоторые, более сложные приборы, служащие для исследования различных слоев электролита, подвергнутого электролизу, будут описаны ниже.

Обращаясь к рассмотрению немногих частных случаев электролиза, предположим ему несколько общих указаний. Если на одном из электродов должен выделиться ион в виде твердого тела, то на состояние этого тела влияет плотность тока, зависящая как от силы тока в цепи, так и от величины электродов. Ограничиваемся одним примером. При электролизе раствора $CuSO_4$ появляется на катоде медь. При небольшой плотности тока (слабый ток, большая поверхность катода) медь осаждается в виде плотного слоя; при большой же плотности тока (силь-

ный ток, малая поверхность катода) получается зернистый, рыхлый, легко распадающийся слой меди.

Большое влияние на физические свойства осаждающегося твердого иона имеют, далее, крепость раствора, температура и, в особенности, разного рода примеси других веществ. В последнее время произведен ряд опытов, показавших, что при перемешивании электролита плотность тока может быть значительно увеличена без вреда для осаждаемого слоя.

Прежде полагали, что электролиз возможен только для жидкостей.

Рис. 221.

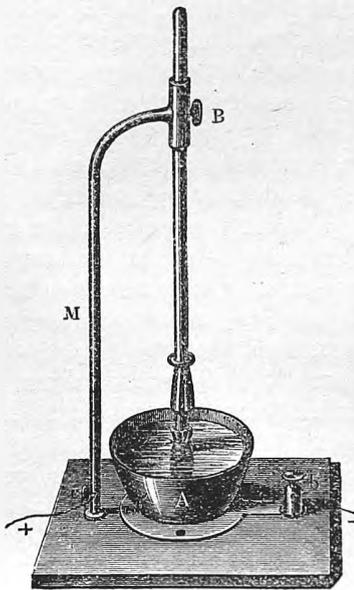
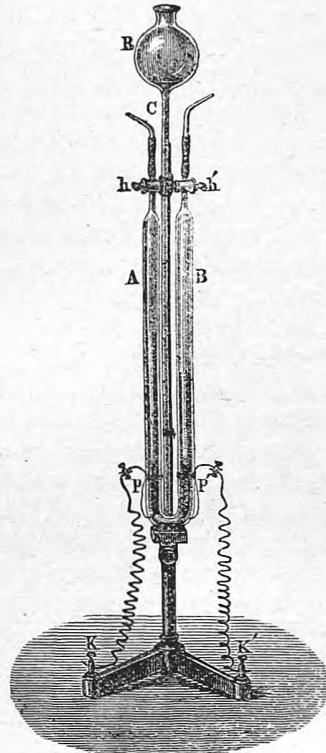


Рис. 222.



Однако, целый ряд явлений доказывает, что электролиз может происходить и в твердых телах при температурах, еще весьма далеких от температур плавления этих тел. Так, напр., сернистая медь (CuS), сернистый таллий, хлористый, бромистый и иодистый свинец (E. Wiedemann), иодистое серебро несомненно могут быть подвергнуты электролизу в твердом или лишь немного размягченном состоянии.

Особый интерес представляет электролиз стекла, исследованный Warburg'ом (1894). Пробирный стаканчик, наполненный ртутью, находился в широком стакане, содержащем Hg с примесью натрия; катод находился во внутреннем, анод во внешнем сосуде. При 300° (стекло плавится не ниже 700°) происходил электролиз стекла, при чем Na из спли-

ката натрия выделяется, как катион, во внутреннем сосуде и притом в количестве, строго соответствующем числу прошедших через цепь кулонов. Такое же количество *Na* переходило из наружного сосуда в стекло. Если с обеих сторон от стекла находится чистая ртуть, то сила тока в цепи в течение часа уменьшается до 0,001 первоначального своего значения, вследствие того, что на стороне анода выделяется, как результат электролиза, плохо проводящий слой кремнезема. Дальнейшие исследования производили Tegetmeyer (1890), Roberts-Austen (1891, 1895), Heydweiller и Kopfermann (1910), Leblanc и Kerschbaum (1910), G. Schulze (1912) и Сперанский (1915). Из них G. Schulze исследовал тот плохо проводящий слой кремнезема, который образуется при электролизе. Кроме *Hg*, он вводил в стекло также и *Cd*, *Bi*, *Pb*, *Sn*, *Fe* и *Cu*. Он мог определить толщину плохо проводящего слоя в зависимости от количества протекшего электричества, а также значение диэлектрической постоянной вещества этого слоя. Ртуть переходит в стекло в виде двухвалентного иона, при чем образуется плохо проводящий слой из кремнекислой ртути. Сперанский заменил ртуть крепкой серной кислотой; оказалось, что сопротивление натронного стекла, при пропускании тока, сперва возрастало, а затем сильно убывало; последнего для других сортов стекла не замечалось.

Warburg и Tegetmeyer показали, что и кварц может подвергаться электролизу при 225°, но исключительно только по направлению оптической оси; кварц же плавится при температуре не ниже 1500°. F. M. Exner (1901) показал, что полученный при плавлении аморфный кварц уже при 100° — 150° заметно проводит ток; весьма вероятно, что и в этом случае происходит электролиз. Весьма тщательное исследование произвел Шапошников (1910—11); он нашел, что кристаллический кварц по направлению оси лишь при слабых и непродолжительных токах следует закону Ома. Когда напряжение поля более 4000 вольт на сантиметр, то получаются отклонения, которые тем больше, чем больше напряжение поля и продолжительность его действия. Наконец, получается „ток насыщения,“ аналогичный тому, с которым мы познакомимся в учении о прохождении электричества через газы. Лучи фиолетовые, лучи Рентгена и лучи радия вызывают ионизацию (см. ниже) кварца. Эти явления подобны тем, которые Jaffé (1909—1911) нашел для некоторых жидкостей, а именно для гексана и для растворов некоторых солей в гексане и петролейном эфире. Haber (1908) и его ученики исследовали большое число твердых электролитов, напр., *BaCl₂*, *AgCl*, *Cu₂*, *Cl₂*, соли *K* и *Na*, фарфор и т. д. Замечательный случай электролиза в твердом веществе, а именно в накаливаемых окислах, из которых составлена нить калильной лампы Nernst'a, открыл Bose (1902). Оказывается, что при „горении,“ т. е. накаливании током такой лампы в пустоте, происходит выделение металла у катода; при этом сопротивление нити уменьшается почти в десять раз; вместо белого получается лишь красное каление нити, и сосуд наполняется голубоватым сиянием, которое, вероятно, происходит вследствие рассеяния света в мутной середине, образуемой

частицами распыленного металла (см. т. II). При горении на воздухе это явление не происходит. Металл вновь окисляется, так что внутри накаленной нити образуется поток кислорода, поглощаемого на стороне катода и выделяемого на аноде. Если пользоваться переменным током, то и в пустоте лампа горит ровно, и описанные явления не наблюдаются.

В § 1 уже было упомянуто, что первичное появление ионов на электродах весьма часто сопровождается вторичными явлениями, имеющими чисто химический характер. Ostwald (Lehrb. d. Allgem. Chemie II, 1, p. 968, 1893) отличает пять случаев таких вторичных при электролизе явлений.

1. Ионы полимеризуются. Примеры: $2H = H_2$; $2Cl = Cl_2$ и т. под.

2. Ионы разлагаются. Примеры: при электролизе аммиачных солей появляется на катоде аммоний NH_4 , который распадается на NH_3 , остающийся в растворе, и на водород, который выделяется. Но если катодом служит Hg , то разложения не происходит, и образуется аммониевая амальгама. При электролизе уксуснокислых солей появляется анион $C_2H_3O_2$, который, по формуле $2C_2H_3O_2 = C_2H_6 + 2CO_2$, распадается на этан и углекислый газ. Подобного рода вторичные действия вообще весьма часто сопровождают электролиз органических кислот и их солей.

3. Ионы действуют на растворитель. Мы уже рассмотрели электролиз N_2SO_4 , для которого мы имеем вторичные действия: на катоде $Na_2 + 2H_2O = 2NaHO + H_2$, на аноде $2SO_4 + 2H_2O = 2H_2SO_4 + O_2$. При электролизе Na_2SO_3 на аноде не выделяется кислород, SO_3 соединяется с H_2O и дает серную кислоту.

4. Ионы действуют на электролит. Тут возможны различные случаи, а) Анион присоединяется к электролиту: $SnCl_2$, дает на аноде реакцию $SnCl_2 + Cl_2 = SnCl_4$. б) Катион соединяется с электролитом: $CuCl_2$ дает на катоде реакцию $Cu + CuCl_2 = CuCl_2$. в) Ионы вступают в более сложную реакцию с электролитом: при электролизе HNO_3 имеем на катоде реакцию $4H_2 + HNO_3 = NH_3 + 3H_2O$; азотносвинцовая соль дает на аноде кислород, который разлагает соль, при чем образуется перекись свинца и с водою азотная кислота.

5. Ионы действуют на электроды. Простейший случай — соединение аниона с анодом, при чем образуется соль того металла, из которого состоит анод. Даже аноды из Pt или Au иногда подвергаются этому действию. $SO_4 + Cu = CuSO_4$; $2Cl + Zn = ZnCl_2$ могут служить примерами действия ионов на электроды. При электролизе нашатыря (NH_4Cl), когда анодом служит MnO_2 (элемент Leclanché), происходит реакция $2NH_4 + 2MnO_2 = 2NH_3 + Mn_2O_3 + H_2O$. Интересный пример представляет электролиз $ZnCl_2$, когда катод Zn , анод $AgCl$ (элемент Warren de la Rue); на аноде имеем реакцию $Cl_2 + Zn = ZnCl_2$, на катоде реакцию $2AgCl + Zn = 2Ag + ZnCl_2$.

Большой интерес представляют те явления, которые обнаруживаются при так. наз. „электролизе воды“, точнее говоря, как мы увидим ниже, при электролизе таких водных растворов, которые в результате

вторичных действий должны дать на катоде водород, на аноде кислород (растворы H_2SO_4 , Na_2SO_4 , KHO и т. под.), и при том на один объем кислорода два объема водорода. На деле наблюдаются иногда весьма значительные отступления от этого отношения (до 1 : 3,5 вместо 1 : 2); кроме того, и количества обоих газов оказываются меньше теоретического, т. е. того, которое соответствует протекающему в цепи количеству электричества. Предположим, что вода содержит H_2SO_4 , и что электроды не окисляются. В этом случае следующие обстоятельства могут влиять на количества выделяющихся газов.

1. Если раствор свежий, т. е. еще не подвергался электролизу, то газы растворяются, и при том кислород в 2 раза сильнее, чем водород (при 0°).

2. Некоторые металлы поглощают водород. Не говоря уже о палладии, поглощающем до 900 объемов H_2 (т. I, окклюзия), следует заметить, что в обыкновенно употребляемых электродах из *Pt* также растворяется некоторое количество этого газа; то же самое относится к *Ni* особенно к пористому.

3. Часть анионов *O* сгущается в озон (O_3), вследствие чего объем газа на аноде уменьшается; Soret показал, что могут образоваться до 2% озона.

4. На аноде может образоваться надсерная кислота, ангидрид которой S_2O_7 .

5. На аноде образуется перекись водорода H_2O_2 ; Richarz показал, что перекись водорода получается путем разложения первоначально образующейся надсерной кислоты.

6. Когда в воде находится растворенный воздух, то часть выделяющегося кислорода соединяется с растворенным азотом, образуя азотную кислоту.

Как видно из этого обзора, почти все указанные явления вызывают уменьшение видимого объема газообразного кислорода. Engelhardt (1902) в весьма обстоятельной монографии изложил все, что касается электролиза воды и его применения для различных практических целей.

Мы уже упомянули, что электролиз расплавленных электролитов следует тем же законам, как электролиз растворов. Однако, при электролизе расплавленных солей, например, галоидных соединений тяжелых металлов, чрезвычайно трудно получать ионы в количествах, соответствующих законам электролиза. Происходит это оттого, что ионы растворяются в расплавленной массе; это, в особенности, относится к металлам, которые диффундируют до анода, где отчасти вновь соединяются с галоидом. Кроме того, металлы отчасти испаряются. Достоинством поэтому удивления, что Faraday впервые открыл закономерности в явлениях электролиза именно на расплавленных солях, и это ему удалось, только благодаря тому, что он брал анод из того металла, который выделялся на катоде ($PbCl_2$). Только в 1900 г. удалось Helfenstein'у показать, что электролиз расплавленных $PbCl_2$, $PbBr_2$, PbJ_2 , $ZnCl_2$, $SnCl_2$, $CdCl_2$, $BiCl_3$ и $AgCl$ строго следует законам Faraday'я. Для этого ему пришлось

предварительно насытить расплавленную соль соответствующим металлом и совершенно отделить друг от друга катод и анод, поместив между ними пористые диафрагмы.

Bunsen показал, как можно получить некоторые металлы, напр., *Mg* и *Li*, путем электролиза расплавленных солей. На рис. 223 показан прибор для получения магния. Он состоит из фарфорового тигля, разделенного почти до дна перегородкой. В него вставляются угольные электроды, проходящие через фарфоровую крышку. В тигле плавят $MgCl_2$ и затем вводят его в цепь. Угольному катоду придается показанная на рисунке зубчатая форма; вследствие этого осаждающийся на нем магний не всплывает и может быть получен после охлаждения всей массы. Далее, многие ученые добывали различные металлы (*Rb*, *Cs*, *Be*, *Ca*, *Sr*, *Ba*, *Al*, *Ce*, *La*), а также металлоиды (*Bo*, *Si*, *Fl*) путем электролиза расплавленных солей. Подробное изложение сюда относящихся работ можно найти в главе I книги Богородского (часть 1, Казань 1905 г.), указанной в обозрении литературы.

Рассмотрим некоторые частные случаи электролиза, представляющие особый интерес.

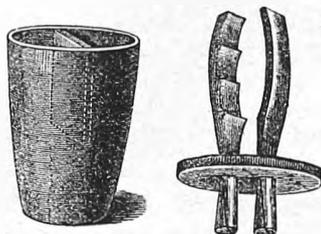
Исторически имеет весьма большое значение работа Davy (1807), который путем электролиза расплавленных едкого кали и едкого натра доказал, что это химически сложные тела, и впервые получил новые металлы *K* и *Na*. Seebeck дал такой способ получения этих металлов: влажный кусок щелочи кладется на платиновую пластинку, служащую анодом; в нем делается углубление, в которое наливают ртуть; и в нее опускают платиновую проволоку, служащую катодом. Получается амальгама соответствующего металла. Еще проще налить *Hg* в сосуд и над нею крепкий раствор щелочи; анод опускают в раствор, изолированный катод в ртуть. Davy получил также металлический *Ba* из теста, составленного из углекислой соли, барита и воды, пользуясь способом Seebeck'a.

Весьма полный обзор работ по электролизу расплавленных неорганических веществ можно найти в вышеупомянутой книге Богородского (глава II, стр. 40—163), который сам исследовал электролиз расплавленных KNO_3 , $NaNO_3$, $LiNO_3$. Тому же вопросу посвящено обширное сочинение R. Lorenz'a „Die Elektrolyse geschmolzener Salze,“ Halle a. S., 1905. Любопытный вопрос об электролизе металлических сплавов и амальгам пока только затронут немногими работами Obach'a (1876), Elsaesser'a (1879) и Jenkins'a; последний пытался доказать невозможность электролиза сплавов.

Moissan (1886) получил фтор путем электролиза раствора KF в чистой фторной кислоте.

Металлы, выделяясь при электролизе солей на катоде, образуют иногда весьма красивые, ветвистые фигуры. Сюда относится, напр., так

Рис. 223.



наз. сатурново дерево, которое образуется при электролизе уксусно-кислой или азотнокислой солей свинца.

Электролиз медного купороса был предметом многих исследований, так как он играет важную роль в технике (гальванопластика). Foerster и Seidel (1897) показали, что при электролизе может образоваться около катода сернокислая соль закиси меди, в которой медь одноэквивалентна (Cu_2SO_4); из этого соединения выделяется в водном не кислом растворе закись меди, которая и осаждается на катоде.

При электролизе раствора железного купороса получается на аноде рыхлое железо и закись железа. Твердые массы железа получаются, напр., из раствора двух частей железного купороса и одной части нашатыря. Электролитическое железо почти всегда содержит водород, окись углерода и другие газы. Свойства этого железа изучал, между прочим, Houllevigue (1897).

При электролизе кислоты H_2SO_4 и т. под. появляется на катоде, вообще, только водород, на аноде $SO_3 + O$, при чем вновь образуется кислота, и выделяется кислород. Впрочем, еще Geuther (1859) и Warburg (1868) заметили, что при некоторых условиях, напр., при сильной концентрации или высокой температуре, выделяются при электролизе серной кислоты на катоде сера и сероводород. Gehrcke (1903) показал, что если один из электродов имеет весьма малую поверхность, то S и SH_2 появляются при электролизе слабого раствора и при обыкновенной температуре. При низкой температуре и большой плотности тока на аноде образуется надсерная кислота $H_2S_2O_8$.

Странную особенность представляет электролиз некоторых соединений урана. При электролизе уранокси хлорида UO_2Cl_2 получается на аноде Cl_2 , на катоде группа UO_2 (уранил), играющая здесь роль металла (катиона).

Весьма любопытное практическое применение получил, благодаря работам Graetz'a, электролиз подкисленной воды, дающий на электродах кислород и водород, когда анодом служит пластинка или проволока из алюминия. Первый Beetz исследовал этот случай и нашел, что на алюминиевом аноде часть кислорода тратится на окисление металла, при чем образуется окись алюминия, и кроме того еще другой, низший окисел, образующий на поверхности металла серый слой, чрезвычайно плохо проводящий электричество. Сопротивление этого слоя измерял Lescher, вводя в цепь раствор квасцов, при чем один электрод состоял из Pt , другой из Al . В одном опыте сила тока равнялась 2 амперам, когда Al служил катодом, и только 0,01 ампера при обратном направлении тока. Сопротивление слоя равнялось при этом 880 омам. Cook (1904) нашел, что при увеличении разности потенциалов V , приложенной к алюминиевому вольтметру, получается внезапное увеличение силы проходящего тока; при 1° это происходит, когда $V = 47$ вольт, при 48° , когда $V = 22$ вольт. Выше 55° это явление вовсе не обнаруживается; оно сопровождается изменением вида анодного слоя, который превращается в микроскопические, окрашенные кристаллы, при чем часть металли-

ческой поверхности обнажается. Corbino и Maresca (1906) нашли, что „формирование“ алюминиевых электродов зависит от аниона, если пользоваться растворами. Анионы NO_3, CO_3, CN_3, COO вовсе не дают формовки; наиболее сильно действуют растворы виннокислых солей, при которых напряжение может доходить до 150 вольт. Толщина изолирующего слоя при этом 0,05 м.; напряжение поля внутри равно 3 миллионам вольт на 1 мм., электростатическое давление доходит до 2000 атм. Дальнейшие исследования производили Zimmerman (1905), Jacobs (1906) и, в особенности, G. Schulze (1906—1914). G. Schulze полагает, что действующим является не твердый слой, но весьма тонкий (5 μ) слой кислорода; он находит давление равным 5500 атм., а падение потенциала равным 8200 вольт на 1 μ .

Подобные же явления обнаруживают, кроме *Al*, еще многие металлы. Их исследовали Campetti (1901, *Mg*), Maresca (1906, *Mg*), G. Schulze

Рис. 224.

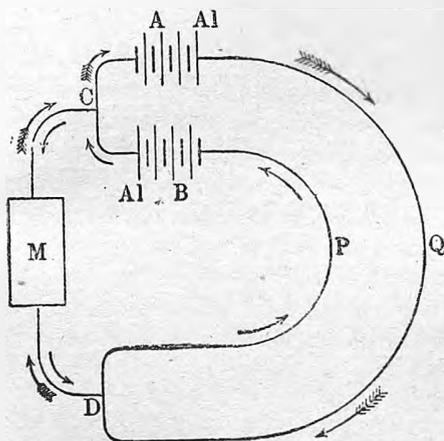
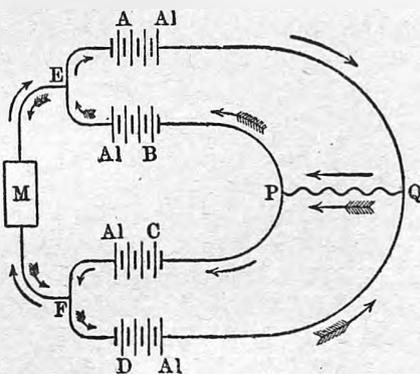


Рис. 225.



(*Ta, Mg, Bi, Sb, Nb, Zn, Ag, Cd*), Borton (1907, *Nb*), Walter (1909, *Wo*), Peirce, Athanasiadis (1908), Flowers (1908), Carman и Dales (1910) и др. Во всех случаях образуются, повидимому, слои окислов; большее влияние имеет состав раствора, в особенности, на величину максимального напряжения. G. Schulze нашел, что в 47 исследованных растворах тантал быстрее формируется, чем *Al*, и что напряжение может доходить до 1000 вольт.

В 1897 г. Graetz показал, что этим явлением можно воспользоваться для преобразования переменного тока в ток постоянного направления. Для этого он соединял последовательно сосуды с раствором квасцов, в которых пластинки из угля и алюминия играли роль электродов. Такой сосуд обладает униполярной проводимостью, если электродвижущая сила не превышает 22-х вольт, т. е. ток свободно „проходит“ через сосуд в одном направлении и не проходит в другом, когда *Al* служит анодом. Оказывается при этом, что непроходимость такого

сосуда устанавливается мгновенно, как только в цепи появляется электродвижущая сила надлежащего направления. На рис. 224 и 225 показаны две схемы Graetz'a для „выпрямления“ переменного тока. При схеме рисунка 224 получаются токи постоянного направления, хотя и прерывчатые, в двух проводах *P* и *Q*. Здесь *M* машина, дающая токи переменного направления, *A* и *B* две батареи из описанных сосудов, при чем длинная черта изображает *Al*. Токи направления *MC* могут пройти только через *A* и потому текут по направлению *MCAQDM*; токи обратного направления не могут пройти через *A* и идут по цепи *MDPBCM*. В схеме рис. 225 получается ток постоянного направления в проводнике *QP*; здесь имеются четыре группы *A*, *B*, *C* и *D* сосудов. Как показано стрелками, один из токов идет по направлению *MEAQPCFM*, другой по направлению *MFDQPBEM*. Оба тока проходят через *QP* в одном и том же направлении. Исследованием метода Graetz'a занимались Campetti, Norden, Mayrhofer, Lecher, Bartorelli, Cook (1905), Charters (1905) и др. Norden находит, что на алюминиевом электроде образуется $Al_2(OH)_6$, которое в присутствии H_2SO_4 переходит в $Al_2O_3(SO_3)_3$. В. Ф. Миткевич (1901) усовершенствовал „выпрямитель“ Graetz'a с алюминиевым анодом. Он воспользовался, вместо квасцов, раствором двууглекислой соды, имеющим то преимущество, что один элемент, построенный по схеме свинец — сода — алюминий, в состоянии выпрямить ток в 150 вольт. В. Ф. Миткевич дал теорию алюминиевого выпрямителя, в которой он отождествляет процессы, совершающиеся на алюминиевом аноде, с процессами, протекающими на аноде вольтовой дуги. Из своих наблюдений он заключает, что ток из жидкости на обнаженные места алюминия переходит в виде малых вольтовых дуг, а потому и самое явление имеет много сходного с вольтовой дугой. Им были предложены схемы, дающие возможность вполне выпрямить переменный электрический ток, на описании которых не останавливаемся.

Кроме *Al*, могут служить для построения выпрямителей *Ta* и *Nb*, а также некоторые кристаллические тела. Так Peirce нашел, что проводимость кристаллов карборунда увеличивается при возрастающей силе тока, и в одном направлении может быть в 4000 раза больше, чем в противоположном. Подобные же явления он нашел в молибдените, анатазе, бруките и железном колчедане, а Flowers в свинцовом блеске.

В последнее время исследовали выпрямители Рубан (1907), Goddard (1902), G. Schulze (1914), Zenneck (1913), Winter (1913) и др. Оказалось, что многие металлы, хотя и в меньшей степени, могут служить для устройства выпрямителей. Winter нашел 16 таких металлов. Дальнейшие работы указаны в обзоре литературы.

На западе, повидимому, пользуется наибольшим вниманием вышеупомянутая теория Schulze. Fitch (1917) несколько видоизменил ее; он полагает, что твердый диэлектрик (окись) утолщается со временем при замкнутой цепи, а газообразный (кислород) утончается при разомкнутой цепи. В 1918 г. вышла замечательная работа А. А. Добиаша, „Теория электролитического клапана“. В ней приведена вся огромная

литература о выпрямителях и подробно изложены и критически разобраны все теории. Далее автор развивает свою электроосмотическую теорию и подтверждает ее положения и выводы целым рядом остроумных опытов. Эта теория предполагает, что в образовавшейся твердой пленке, покрывающей алюминий, находятся тончайшие каналы, в которых и происходят электроосмотические явления, т. е. движение жидкости в переменных направлениях. Пузырьки водорода, образующиеся при контакте жидкости с электродом, выбрасываются катафорезом. К сожалению, мы не можем входить в дальнейшие подробности. Миткевич считает эту теорию более правдоподобной, чем ту которую он сам предложил.

Bergholm (1917) построил выпрямитель из кристалла MoS_2 , к одному концу которого припаяна тонкая платиновая проволока, между тем как другой его конец, при помощи сплава Липовица (т. III), впаян в медный проводник. Необходимо отыскать ту точку кристалла, которая обладает униполярною проводимостью, и к ней припаять платиновую проволоку.

Электролиз двойных солей представляет огромный теоретический интерес, как мы увидим ниже, так как вопрос о том, на какие ионы распадается двойные соли, может иметь решающее значение при выборе различных теорий электролиза. Этот вопрос был впервые выяснен Нитторф'ом, который показал, что следует отличать три случая электролиза двойных солей.

1. Существуют двойные соли, которые представляют смеси двух солей. Они дают при электролизе на катоде оба металла. Сюда относятся $KAl(SO_4)_2$, $K_2Mg(SO_4)_2$, $K_2Zn(SO_4)_2$ и др. С этим вполне согласуется факт, что при диффузии этих солей через пористые перегородки каждая из составных частей диффундирует отдельно со своим коэффициентом диффузии.

2. Типические двойные соли разлагаются так, что катионом является один из двух металлов, щелочной или щелочно-земельный, между тем как все остальное, т. е. другой металл и кислотный остаток, играет роль аниона. Оказывается, что двойные соли распадается как раз на эти же части при реакциях двойного обмена с другими солями, см. § 1. Так, напр., соль $KAg(CN)_2$ дает первично на катоде K , на аноде $Ag(CN)_2 = AgCN + CN$, и лишь вторичными реакциями на катоде выделяется серебро; соль Na_2PtCl_6 распадается на катион Na_2 и анион $PtCl_6 = PtCl_4 + Cl_2$; соль $NaAuCl_4$ дает катион Na , анион, $AuCl_4$ и т. д. Интересно, что соли $K_4Fe(CN)_6$ дают на катоде K_4 и K_3 , а на аноде одну и ту же группу $Fe(CN)_4$, которая в первом случае четырехэквивалентна, а во втором — трехэквивалентна. Такое разложение двойных солей заставило Ostwald'a допустить существование кислот $HAg(CN)_2$, H_2PtCl_6 , $H_4Fe(CN)_6$ и т. д.

3. Третий тип представляют соли, как бы промежуточные между солями первых двух типов. Сюда относятся соли $KAuCl_4$, $KHgCl_3$, K_2CdJ . В крепких растворах имеем катион K , который однако вытесняет тяжелый металл из соли, так что на катоде появляется Au , Hg или Cd . В слабых

растворах двойная соль распадается, и электролизу подвергается только соль калия; на аноде вовсе не появляется группа, содержащая тяжелый металл.

Весьма замечательное явление представляет электролиз иодистого кадмия CdJ_2 . Оказывается, что на катоде выделяется кадмий, на аноде же появляется не только избыток иода, но также еще кадмий. Приходится допустить, что в растворе образуется нечто вроде двойной соли — полимер Cd_2J_4 , ионы которого Cd и CdJ_4 . В растворах иодистого кадмия в этиловом и амиловом спиртах образуется даже Cd_3J_6 , ионы которого Cd и Cd_2J_6 . После Hittorf'a электролиз солей кадмия изучал Ленц. Объяснение электролиза двойных солей, данное Hittorf'ом, нашло блестящее подтверждение в исследованиях Кистяковского над понижением точки замерзания и повышением точки кипения растворов этих солей.

Существуют электролиты, которые могут двумя способами разлагаться на ионы; Bredig назвал их амфотерными (amphoter). Сюда относится, напр., $Pb(OH)_2$, который может дать катион Pb и анион $2OH$, или катион $2H$ и анион PbO_2 . Теорию амфотерных электролитов развил Walker (1905); их исследовали Lundén (1906) и др.

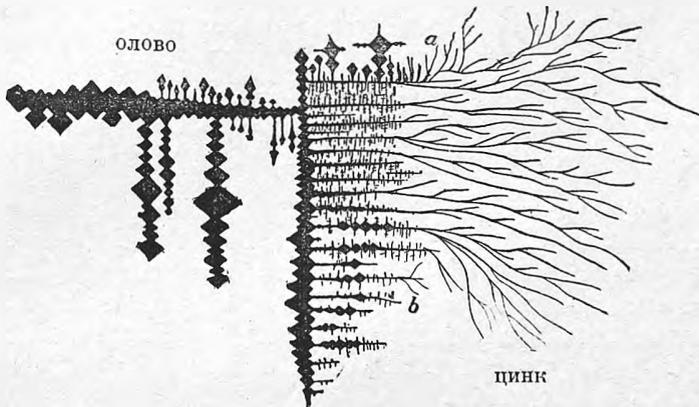
В последнее время много работ посвящено электролизу органических соединений, но в эту область мы не можем вдаваться в рамках этой книги.

Электролиз растворов нескольких электролитов, т. е. смесей, исследовали многие ученые. Если мы имеем в растворе две соли одной и той же кислоты, то при слабых токах выделяется только один из металлов; второй появляется только при большей плотности тока. В ряду металлов Au , Ag , Bi , Cu , Sn , Pb , Cd , Zn каждый предыдущий выделяется раньше последующего. Подобным же образом из двух анионов выделяется при слабых токах только один, напр., из смеси KCl и KJ выделяется только иод. Hittorf показал, что мы имеем дело со вторичным действием: на электроде появляются ионы обеих солей, но один из них вытесняет другой из его соли. Большую роль играют здесь, кроме плотности тока, также и примеси. Так, например, из раствора солей меди и цинка выделяется только медь. Но если к смеси прибавить KCN , то на катоде осаждаются оба металла, т. е. латунь. Любопытные явления наблюдал Lehmann под микроскопом. Из раствора смеси хлористого олова и хлористого цинка выделяются на катоде цепи тетрагональных кристаллов олова, продолжением которых являются неправильные нити (дендриты) из цинка, как это изображено на рис. 226. Вопросом об электролизе смесей занимались Buff, Paalzow, Arrhenius, и в новейшее время Chassy, Schrader, Hopfgarten и Wolf.

Мы вовсе не останавливаемся на явлениях, наблюдаемых в тех случаях, когда несколько электролитов, касаясь друг друга, последовательно вводятся в цепь, так как эти явления большею частью легко объясняются и особенного интереса не представляют. Они подробно изложены в книге G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität, Т. II, стр. 593—608, 1894, Новое исследование некоторых сюда относящихся явлений произвели Nernst и Riesenfeld.

Укажем еще на одно странное явление, иногда наблюдаемое при электролизе: твердые ионы, осаждаясь на электроде, производят на него давление, которое иногда достигает весьма значительной величины, но иногда оказывается и отрицательным. Mills (1877) поместил высеребрянный шарик термометра в раствор медного купороса, сделал этот шарик катодом. Когда *Cu* осела на шарик, то термометр стал показывать больше истинной температуры, и эта неправильность исчезла, когда медь была удалена растворением. Давление, произведенное медью, превосходило при этом 100 атмосфер. При слабых токах наблюдается отрицательное давление, плотно осевший металл как бы растягивает

Рис. 226.



резервуар термометра. Bouty подробно исследовал и объяснил это явление следующим образом. Температура осаждающегося металла может не равняться средней температуре жидкости около поверхности термометра. Если первая выше второй, то осадок, охлаждаясь, сжимает резервуар; если она ниже, то происходит растягивание резервуара со стороны плотно к нему приставшего слоя металла.

Интересное явление стенолиза открыл Braun (1891) и исследовал Соehn (1898). Оно заключается в том, что при пропускании тока через весьма тонкие трещины, напр., в стекле, на краю трещины, обращенной к аноду, выделяется катион из раствора, находящегося с двух сторон от стекла, напр., серебро из раствора $AgNO_3$. Соehn объясняет это явление тем, что отрицательно наэлектризованные стенки капилляра притягивают катионы.

Thieme (1912—1916) производил любопытные опыты электролиза внутри пламени, в которые вводились катодная и анодная пластинка. Пламена были светильного газа и ацетилена. На аноде выделяется уголь в древовидных формах с тонкими разветвлениями; явление обнаруживается, начиная от разности потенциалов в 18 вольт. Закон Фарадея подтверждается, если допустить, что углерод в пламени одновалентен. Если в

пламя ввести $CuSO_4$, то на аноде выделяется Cu , на катоде окись меди и также Cu .

Электролиз имеет многочисленные практические применения, рассмотрение которых не может входить в рамки этой книги. Сюда относятся гальванопластика, т. е. искусство получать от рельефных предметов (монет, медалей, типографских клише и наборов и т. д.) точные металлические копии. Гальванопластика была изобретена академиком Якоби в Петербурге и почти одновременно Sprengel'ом в Англии. Особый отдел гальванопластики составляет гальваностегия, т. е. искусство покрывать тела тонким слоем какого-либо металла; сюда относится гальваническое золочение, серебрение, никелирование и т. д. Во всех этих случаях помещают тело, на котором желают получить осадок металла, в растворе определенного состава, из которого при электролизе выделяется этот металл, при чем это тело играет роль катода. Сюда же относится очистка металлов, напр., меди; куски меди (напр. лом) помещают в растворе медного купороса и делают их анодом. Медь растворяется и в чистом виде осаждается на катоде. Далее сюда относится электрическая обработка руд, составляющая предмет электрометаллургии, и многое другое.

§ 3. Проводимость электролитов. Современное развитие учения об электролизе привело к выяснению той глубокой связи, которая существует между проводимостью электролитов и некоторыми величинами, играющими особенно важную роль в самом явлении электролиза. Поэтому мы считаем удобным вставить здесь статью о результатах измерения проводимости электролитов, хотя способы измерения будут нами рассмотрены лишь впоследствии.

Проводимость электролита, представляющего раствор, зависит от растворенного вещества, от концентрации раствора, от температуры и, наконец, от растворителя, считая в составе последнего и посторонние, растворенные в нем примеси.

Обратимся к группе работ, произведенных с целью отыскать связь между проводимостью растворов и другими их физическими свойствами, а именно, прежде всего с внутренним трением растворов. На возможность существования такой связи указал впервые Hankel (1846), а затем G. Wiedemann (1856) высказался уже весьма определенно, основываясь на своих собственных тщательных исследованиях.

Рассуждения, которые приводят к допущению связи между проводимостью и внутренним трением или вязкостью (т. I) раствора, основаны на следующем. Какого бы мы ни держались взгляда на внутренний механизм электролиза, во всяком случае мы имеем дело с движением вещества (ионов) внутри раствора по направлению к электродам. Этому движению препятствует трение движущихся частиц о частицы раствора; чем больше это трение, тем большая требуется электрическая сила, чтобы перемещать ионы к электродам, т. е. тем больше должна быть разность потенциалов электродов, или проще, — падение потенциала внутри электролита при данной силе тока в цепи. Но это и значит, что вместе

с величиною этого трения должно возрастать и сопротивление раствора. Однако, трение, встречаемое ионами при их движении внутри раствора, и само внутреннее трение этого раствора, измеряемое одним из способов, рассмотренных в т. I, не одно и то же, хотя можно допустить, что между ними должна существовать связь, а иногда, может быть, и прямая пропорциональность. Чем больше вязкость жидкости, тем больше и то сопротивление, которое встречает движущееся в ней тело, а след., и ионы.

Итак, мы действительно имеем право ожидать некоторой связи между проводимостью и вязкостью раствора, но отнюдь нельзя ожидать, чтобы эти две величины были строго пропорциональны друг другу.

Исследования С. Wiedemann'a, Grotrian'a, Р. Э. Ленца, Stephan'a, Е. Wiedemann'a, Arrhenius'a, Bouty, Walden'a и др. подтвердили существование во многих случаях такой связи, или, по крайней мере, аналогии между зависимостями проводимости и вязкости от различных факторов. Обзор всех относящихся сюда работ составил Gouré de Villemontée (1901). Главнейшие результаты этих работ следующие.

С. Wiedemann (1856) исследовал растворы $CuSO_4$, $Cu(NO_3)_2$, $AgNO_3$ и KNO и нашел, что для каждого из них отдельно проводимость k пропорциональна концентрации p и обратно пропорциональна вязкости η раствора. Grotrian (1876) изучал растворы KCl , $NaCl$, $CaCl_2$, $MgCl_2$, $BaCl_2$, $MgSO_4$ и $ZnSO_4$; он нашел, что проводимость k обратно пропорциональна некоторой степени n вязкости η , где n для различных растворов колеблется между 0,7543 и 0,4554. Р. Э. Ленц вывел из своих наблюдений, что сопротивления r и η аналогично изменяются в зависимости от концентрации p ; можно положить $r = a(1 - bp^m)$, $\eta = a_1(1 - b_1p^m)$, при чем, однако, b не равно b_1 .

Опыты FousserEAU (1885) и L. Poincaré (1890) показали, что для расплавленных солей $NaNO_3$, KNO_3 , NH_4NO_3 , отношение величин r и η мало меняется в зависимости от температуры в пределах между 162° и 360° . Grotrian и Kohlrausch исследовали зависимость величин r и η от температуры для растворов и нашли для кислот соляной, азотной и серной и для соды довольно полную аналогию в зависимости двух температурных коэффициентов (при 18°) от концентрации. Так, напр., оба коэффициента имеют для растворов H_2SO_4 максимумы при одной и той же концентрации. Bouty находит даже, что для весьма слабых растворов некоторых солей температурные коэффициенты величин r и η равны между собою. Е. Wiedemann, Arrhenius, С. Stephan, Massoulier, Holland и др. нашли связь между влиянием примесей (глицерин, спирт, желатин) на r и на η . Дальнейшие исследования производили Arndt (1907), Duloit, и Duperthuis (1908), Chanoz (1909), Walden (1911) и, в особенности, Jones, который, вместе с своими учениками, опубликовал большой ряд статей по вопросу о связи между величинами r и η . Не вдаваясь в дальнейшие подробности, ограничиваемся указанием, что опыты, как на основании вышеизложенного и следовало ожидать, подтверждают суще-

ствование связи между изменениями величин γ и η , но что нельзя говорить ни о равенстве, ни о пропорциональности характерных в каждом частном случае величин. Работы Walden'a мы рассмотрим ниже.

Есть основания ожидать связи между электропроводностью растворов и коэффициентом диффузии растворенного вещества, так как самое явление диффузии имеет много общего с движением ионов внутри растворов. На возможность такой связи указал впервые G. Wiedemann (1858). Опыты Long'a (1880) показали, что те соли, которые быстрее всего диффундируют в воде, дают водные растворы, обладающие небольшою проводимостью. Р. Э. Ленц исследовал растворы KJ , NaJ и CdJ_2 в спирту. Оказалось, что для растворов KJ и NaJ электропроводность и скорость диффузии меняются совершенно одинаково при изменении процентного содержания алкоголя и концентрации раствора; для CdJ_2 такого равенства не оказалось. Прибавка некоторого количества керосина к раствору KJ в спирте (73% алкоголя) одинаково уменьшает электропроводность и скорость диффузии.

Обращаясь теперь к вопросу об электропроводности растворов и ее зависимости от концентрации, температуры и растворителя, мы прежде всего познакомимся с теми единицами, которыми, благодаря работам F. Kohlrausch'a, ныне почти всегда и пользуются при рассмотрении результатов измерения проводимости жидкостей. Кроме них, следует указать еще на одну группу единиц, которыми прежде часто пользовались многие ученые, например, Ostwald. Мы имеем здесь дело с двумя главными величинами и третьей, которая есть отношение первых двух. Две главные величины суть проводимость и концентрация.

Проводимость измеряется или измерялась раньше следующими единицами:

1. За единицу принимается проводимость ртути при 0° . Численное значение измеренной проводимости обозначим через k . Для многих металлов $k > 1$; для растворов k всегда малая дробь.

2. За единицу проводимости принимается проводимость такого вещества, один куб. см. которого имеет сопротивление, равное одному ому (Kohlrausch). Численные значения принято обозначать через κ . Растворы некоторых кислот обладают, примерно, такую проводимостью. Из определения ома (106,3 см. ртутного столба, 1 кв. мм поперечного сечения, 0°) следует, что один куб. сантим. ртути обладает сопротивлением в $\frac{1}{106.3 \times 100} = \frac{1}{10630}$ ома. Отсюда ясно, что для ртути $\kappa = 10630$, т. е., что единица Kohlrausch'a в 10630 раз меньше старой ртутной единицы, при которой для ртути мы имели $k = 1$. Очевидно, мы имеем вообще

$$\kappa = 10630 k (4)$$

3. Ostwald принимал за единицу проводимости проводимость вещества, сопротивление одного куб. сантиметра которого равняется единице Сименса (100 см. ртутного столба, 1 кв. мм. поперечного сечения, 0°). Численные значения проводимостей обозначим через κ' . Очевидно, единица

Ostwald'a в 1,063 раза больше единицы Kohlrausch'a, а потому

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= 1,063 \kappa' \\ \kappa' &= 10000 k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4, a)$$

Переходим к концентрации растворов.

Прежде концентрация измерялась процентным весовым содержанием вещества в растворе.

Kohlrausch пользуется двумя способами численно выражать концентрацию раствора, а именно:

1. (Kohlrausch). Концентрация определяется числом η грамм-эквивалентов вещества, растворенных в одном куб. сантиметре раствора. Kohlrausch называет η эквивалентную концентрацией. Обратная величина

$$\varphi = \frac{1}{\eta} \dots \dots \dots (5)$$

есть мера разбавленности раствора; она численно равна об'ему (в куб. см.) раствора, содержащего грамм-эквивалент растворенного вещества. Очевидно, η может быть только малою дробью.

2. (Kohlrausch). Концентрация определяется числом m грамм-эквивалентов вещества, растворенных в одном литре раствора; это число также называется эквивалентною концентрациею. Обратная величина

$$v = \frac{1}{m} \dots \dots \dots (5, a)$$

есть об'ем (в литрах) раствора, содержащего грамм-эквивалент растворенного вещества. Если раствор содержит η гр.-эквивалентов в 1 куб. см., то в литре находятся, очевидно, 1000 η грамм-эквивалентов; отсюда следует, что

$$\left. \begin{aligned} m &= 1000 \eta \\ v &= 0,001 \varphi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5, b)$$

3. За единицу концентрации принимается концентрация нормального раствора (см. т. I), содержащего грамм-молекулу вещества в одном литре раствора. Численное значение концентрации обозначим через m' . Пусть s эквивалентность растворенного вещества (напр., для $NaCl$, имеем $s = 1$, для H_2SO_4 , $CuSO_4$ имеем $s = 2$). Грамм-молекула содержит s грамм-эквивалентов, а потому наша третья единица концентрации в s раз больше второй. Отсюда

$$m' = \frac{m}{s} \dots \dots \dots (5, c)$$

4. Если вместо литра взять куб. сантиметр, то получается величина

$$\eta' = \frac{\eta}{s} \dots \dots \dots (5, d)$$

Положим, что мы имеем раствор H_2SO_4 ; ее молекулярный вес 98,08, эквивалентность $s = 2$, эквивалентный вес 49,04; грамм-молекула содержит 98,08 гр., гр.-эквивалент равен 49,04 гр. Положим, что в одном куб. сантиметре раствора содержится 0,4904 гр. H_2SO_4 . В таком случае $\eta = 0,01$, $m = 10$, $m' = 5$, $\eta' = 0,005$.

Отношение проводимости к концентрации дает нам следующие величины.

1. Величину

$$\Lambda = \frac{\kappa}{\eta} = \kappa \varphi \dots \dots \dots (6)$$

Kohlrausch называет Λ эквивалентною проводимостью.

2. В прежних работах Kohlrausch называл эквивалентною проводимостью величину

$$\lambda = \frac{k}{m} = kv \dots \dots \dots (6, a)$$

Так как, по формулам (4) и (5, b), мы имеем $\kappa = 10630 k$ и $\eta = 0,001 m$, то (6) и (6, a) дают

$$\Lambda = 1,063 \cdot 10^7 \lambda \dots \dots \dots (6, b)$$

3. Если ввести концентрацию η' и проводимость выражать по Ostwald'у числом κ' , то отношение

$$\mu = \frac{\kappa'}{\eta'} \dots \dots \dots (6, c)$$

называется молекулярною проводимостью.

Вставляя $\kappa' = 10000 k$ и $\eta' = \frac{\eta}{s} = \frac{0,001 m}{s}$, мы получаем

$$\mu = 10^7 \frac{ks}{m} = 10^7 \lambda s \dots \dots \dots (6, d)$$

$$\Lambda = 1,063 \frac{\mu}{s} \dots \dots \dots (6, e)$$

В дальнейшем мы будем встречаться главным образом с величинами k , κ , η , μ , Λ и λ .

Существует обширная литература по вопросу о сопротивлении электролитов, и в ней накоплен огромный числовой материал. Полный обзор литературы до 1898 г. можно найти в книге: *Das Leitvermögen der Elektrolyte* von F. Kohlrausch und L. Holborn, Leipzig 1898 г., стр. 137—143. Таблицы результатов помещены в той же книге стр. 145—201; далее, в книгах: W. Ostwald, *Lehrbuch der allgemeinen Chemie*, т. II, 1 (Chemische Energie), изд. 2-ое, стр. 721—772, Leipzig, 1893; Whetham, *Solution and Electrolysis*, 1895; Landoldt, Voernstein u. Roth, *Physikalisch-chemische Tabellen*; подробный обзор литературы и результатов измерений находятся в книге G. Wiedemann, *Die Lehre von der Elektrizität*, т. II, стр. 567—665, Braunschweig 1894. Мы ограничиваемся указанием немногих, наиболее интересных результатов.

Следует отличать результаты, полученные для растворов средней или большой концентрации, от результатов измерения электропровод-

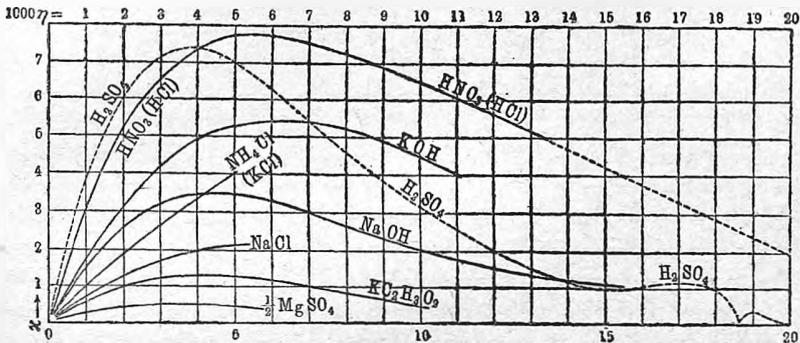
ности весьма слабых растворов. Мы увидим, что именно работы второй категории представляют наибольший теоретический интерес.

Для неслабых растворов не найдено столь простых законов или соотношений, как для растворов слабых.

С увеличением концентрации электропроводность k водных растворов вообще сначала растет, достигает некоторого максимума, а затем опять уменьшается. Выражая концентрацию процентным весовым содержанием p растворенного вещества, исследователи выражали зависимость k от p эмпирическими формулами вида $k = \alpha p - \beta p^2$, считая k для самого растворителя ($p = 0$) равным нулю. Beetz (1862) пользовался более сложной формулой $k = a + bp - cp^2 + dp^3$ и определял численные значения коэффициентов для растворов $ZnSO_4$.

Наиболее наглядное представление о зависимости электропроводности растворов от их концентрации получается при графическом

Рис. 227.



изображении этой зависимости. На рис. 227, который мы с любезного разрешения Ф. Kohlrausch'a и издателя Teubner'a заимствуем из упомянутой выше книги Ф. Kohlrausch'a и Л. Holborn'a, представлены кривые, данные Ф. Kohlrausch'ем. Здесь за абсциссы приняты величины $1000\eta = m$, см. (5,6), т. е. грамм-эквиваленты на литр раствора, а за ординаты — электропроводности κ . Приводим числа, которые были даны Kohlrausch'ем (1876) для того процентного весового содержания p некоторых кислот, при которых электропроводность $10^4\kappa$ наибольшая; здесь же даны эти наибольшие значения, а также плотности δ растворов.

	$p\%$	$10^4\kappa$	δ
Азотная кислота	29,7	7793	1,184
Соляная „	18,3	7626	1,092
Серная „	30,4	7350	1,224
Фосфорная „	46,8	2086	1,307
Щавелевая „	9,4	835	1,045
Винная „	22,4	100	1,107
Уксусная „	16,6	16,1	1,022

Особенный интерес представляют растворы серной кислоты. Их электропроводность имеет три максимума и два минимума, как это видно на рис. 227. Первый максимум соответствует $m = 1000\eta = 3,9$ (30,4% H_2SO_4); далее следует первый минимум при $m = 15,25$ ($H_2SO_4 + H_2O$), потом второй максимум при $m = 17,2$, второй минимум для чистой H_2SO_4 . Далее, мы имеем уже раствор ангидрида SO_3 в H_2SO_4 ; проводимость сперва резко поднимается и, наконец, доходит почти до нуля для чистого ангидрида SO_3 .

Некоторые группы электролитов обладают в широких пределах концентрации почти одинаковою эквивалентною электропроводностью. Сюда относятся одноэквивалентные кислоты HCl , HBr , HJ , HNO_3 ; далее: галоидные соли K и NH_4 , сернокислые соли K и NH_4 , хлористые Ba , Sr и Ca , сернокислые соли Mg , Zn и Cu .

При одинаковом анионе электропроводность уменьшается в ряду солей K , NH_4 , Na , Li . При одинаковом катионе имеем ряд J , Br , Cl , F , NO_3 , $C_2H_3O_2$ анионов солей с убывающей электропроводностью.

Ungerer (1913) сравнивал проводимость весьма тонких слоев водных растворов $NaCl$ и $AgNO_3$ с обыкновенной проводимостью. Оказалось, что при толщине слоя в 0,0001 мм. проводимость та же, как и в толстом слое.

С повышением температуры величина k быстро увеличивается. Температурные коэффициенты (около 20°) колеблются между 0,0087 и 0,072. Последнее число (7% на 1°) относится к 43% раствору $NaHO$. Для нейтральных солей крайние значения этих коэффициентов суть 0,0141 и 0,0412.

Температурные коэффициенты электропроводности k растворов солей одноосновных кислот сначала уменьшаются с увеличением концентрации; для самих же кислот коэффициенты почти не зависят от концентрации. С изменением температуры меняется та концентрация p , для которой k наибольшее. Так, для серной кислоты при 0° имеем $p = 30,2$, при 70° уже $p = 35,4$. Вообще оказывается, что температурные коэффициенты тем больше, чем меньше сама электропроводность растворов, так что в этом отношении разница в свойствах различных веществ с повышением температуры уменьшается. Но это правило не относится ни к дурно проводящим, ни к весьма концентрированным растворам.

Arrhenius (1889) предвидел, основываясь на теоретических соображениях, к которым мы еще возвратимся, что могут быть растворы, для которых температурный коэффициент отрицательный, т. е. электропроводность k которых с повышением температуры уменьшается. Такими оказались нормальные растворы фосфорной (H_3PO_4) и фосфорноватистой (H_3PO_2) кислот. Для первой k имеет максимум при 72° , для второй при 54° ; последняя обладает при 25° и 90° одинаковою электропроводностью. Noyes и Coolidge (1903) исследовали электропроводность водных растворов $NaCl$ и KCl до температуры 306° .

Обращаемся к электропроводности слабых растворов. Этим вопросом весьма много занимался F. Kohlrausch, который дошел до растворов, содержавших не более 10^{-5} гр.-молекулы вещества на литр

раствора, так что η доходило до 10^{-8} и меньших значений. Ф. Kohlrausch дает таблицы эквивалентной электропроводности, т. е. величины $A = \frac{\kappa}{\eta} = \frac{\kappa}{0,001 m}$, см. (6) и (6,b) для различных η или m . Графически он также изображает величину A , как функцию от $1000\eta = m$. Оказывается, что эквивалентная электропроводность увеличивается с разбавлением раствора и стремится для бесконечно разбавленных растворов к некоторому пределу, который мы обозначим через A_0 . Зависимость эквивалентной электропроводности от концентрации η выражается для наиболее слабых растворов эмпирической формулою вида

$$A = A_0 - \alpha \eta^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (7)$$

A является линейной функцией величины $\eta^{\frac{1}{2}}$, которую можно рассматривать, как линейную концентрацию. Определяя A для самых малых η , можно вычислить и величину A_0 . Так например, Kohlrausch находит для растворов KCl и $NaCl$ следующие величины A :

1000 $\eta = m$:	0,0001	0,0002	0,0005	0,001	0,002	0,005	0,01	0,05	0,1
KCl :	129,5	129,1	128,3	127,6	126,6	124,6	122,5	115,9	111,9
$NaCl$:	109,7	109,2	108,5	107,8	106,7	104,8	102,8	95,9	92,5

Для обеих солей получается для a , примерно, 400, и затем для KCl величина $A_0 = 131$, для $NaCl$ $A_0 = 111$. Приводим числа A , найденные для $1000\eta = m = 0,0001$, т. е. для самых слабых растворов:

$A = \frac{\kappa}{\eta}$, при $1000\eta = m = 0,0001$ (гр. экв. на литр).

KCl	$NaCl$	$LiCl$	NH_4Cl	KJ	KNO_3	$NaNO_3$	$AgNO_3$
129,5	109,7	100,7	129,2	130,3	124,7	103,7	115,5
$KClO_3$	$K_2C_2O_4$	$NaC_2H_3O_2$	$\frac{1}{2} K_2SO_4$	$\frac{1}{2} Na_2SO_4$	$\frac{1}{2} LiSO_4$	$\frac{1}{2} BaCl_2$	$\frac{1}{2} ZnCl_2$
120,2	100,0	76,8	133,5	110,5	100,9	120,5	110
		$\frac{1}{2} BaN_2O_8$	$\frac{1}{2} ZnSO_4$	$\frac{1}{2} CuSO_4$			
		117,2	109,3	113,3.			

$A = \frac{\kappa}{\eta}$ при $1000\eta = m = 0,001$.

KOH	$NaOH$	HCl	HNO_3	$\frac{1}{2} H_2SO_4$	$\frac{1}{2} H_3PO_4$
234	208	377	375	361	106.

Рассматривая эти числа, мы убеждаемся, что в них кроются замечательные по своей простоте правила.

1) Для каждой пары катионов разность чисел A приблизительно одна и та же, каковы бы ни были анионы.

2) Для каждой пары анионов разность чисел A приблизительно одна и та же, каковы бы ни были катионы.

Покажем это на примерах.

1) Разность для катионов.

	$K-Na$	$Na-Li$
Cl	19,8	9,0
NO_3	21,0	—
$C_2H_3O_2$	23,2	—
SO_4	23,0	9,6

2) Разность для анионов.

	$Cl-NO_3$	$Cl-C_2H_3O_2$	$\frac{1}{2}SO_4-Cl$
K	4,8	29,5	4,0
Na	6,0	32,9	0,8
Li	—	—	0,2
Zn	—	—	—0,7

Следует иметь в виду, что числа Λ определяются с большим трудом и могут быть и не вполне точны; далее, мы взяли числа Λ вместо предельных чисел Λ_0 , для которых скорее всего можно было ожидать простых законов и соотношений. Допуская справедливость двух правил для чисел Λ_0 , мы, очевидно, можем их заменить следующим одним законом.

Предельная эквивалентная электропроводность Λ_0 раствора есть сумма двух величин, характерных для двух составных частей электролита (катиона и аниона), т. е. для каждой из двух частей эта величина не зависит от другой части. Эти величины представляются таким образом как бы предельными эквивалентными электропроводностями самих составных частей электролита, т. е. катиона и аниона. Если символически обозначить через KA электролит, через K катион, через A анион, то этот закон выражается легко понятою формулою

$$\Lambda_0 = \Lambda_0(K) + \Lambda_0(A) \dots \dots \dots (8)$$

Предельная эквивалентная электропроводность раствора оказывается аддитивным (т. I) свойством. Мы ниже познакомимся с истинным физическим значением величин $\Lambda_0(K)$ и $\Lambda_0(A)$, а пока выпишем некоторые числа, данные Kohlrausch'ем в 1902 г.

H	K	Na	HN_4	Ag	$\frac{1}{2}Ba$	$\frac{1}{2}Mg$	$\frac{1}{2}Zn$
$\Lambda_0(K) = 318$	64,7	43,5	64,4	54,0	56,3	46,0	43,6
	HO	Cl	J	NO_3	$\frac{1}{2}SO_4$	$\frac{1}{2}CO_3$	
$\Lambda_0(A) = 174$	65,4	66,4	61,8	68,7	70.		

Из этих чисел получаются простым сложением электропроводности Λ_0 растворов соответствующих соединений.

Влияние температуры на электропроводность слабых растворов также проще, чем в случае растворов неслабых. Температурный коэффициент для всех слабых растворов солей почти один и тот же. Он в среднем равен 0,025 и колеблется между 0,0216 и 0,0265. Для растворов сильных кислот (HNO_3 , H_2SO_4 , HCl) коэффициенты также почти равны между собою, но достигают лишь величины 0,016; для щелочей он имеет средние значения, напр., 0,0194 для KHO и 0,0174 для $NaHO$. С возрастанием концентрации до некоторого предела, см. (7), температурные

коэффициенты уменьшаются. Для слабых растворов еще лучше, чем для неслабых, подтверждается правило, что температурный коэффициент тем больше, чем меньше сама электропроводность раствора. Déguisne (1895) нашел, что для $m = 0,0001$ до $0,05$ (гр.-экв. на литр) можно положить

$$\kappa_t = \kappa_{18} [1 + \alpha(t-18) + \beta(t-18)^2] \dots \dots \dots (9)$$

Kohlrausch (1901) нашел, что эта формула весьма хорошо выражает зависимость электропроводности от температуры: далее он находит удивительное соотношение $\beta = 0,0163$ ($\alpha = 0,0174$). От -35° до -41° получается $\kappa = 0$. Позже (1903) он указал, что и внутреннее трение η воды выражается аналогичною формулою, которая также дает $\eta = 0$ при -34° . Электропроводность расплавленных солей определяли Braun, Fousereau, W. Kohlrausch (1882), Bouty и Poincaré, Graetz, Coldridge, Brown, Богородский и др. Подробный обзор можно найти в книге Богородского (см. § 2). Все эти работы не привели к каким-либо общим результатам.

Электропроводность k смесей двух электролитов измеряли Paalzw, Bouchotte, Bender, Bouty, Хрущов и Пашков, Klein, Arrhenius и др. Здесь главный интерес заключается в отыскании таких растворов, для смесей которых k может быть вычислено по формуле $(V_1 + V_2)k = V_1k_1 + V_2k_2$, где V_1 и V_2 объемы, k_1 и k_2 проводимости составных частей смеси. Хрущов и Пашков нашли, что смеси $\frac{1}{2} KCl + ZnCl_2$, $K_2SO_4 + MgSO_4$ и др. принадлежат к таким растворам. Arrhenius, исследовавший растворы кислот, назвал такие растворы изогидрическими. Он нашел, что если два раствора изогидричны при равных объемах, то они изогидричны при всяких объемах, и далее, что если два раствора отдельно изогидричны с третьим, то они изогидричны между собою. Для каждой пары кислот можно найти изогидричные растворы; оказывается, что эти растворы обладают приблизительно одинаковыми k_1 и k_2 .

Теорию данного вопроса развивали Mc.Gregor (1896) и Barmwater (1899). Обширные опытные исследования производили Дорошевский и Дворжанчик (1913); они нашли, что растворы щелочно-земельных металлов изогидричны при равно-эквивалентных концентрациях; этот интересный закон оправдался для растворов $KCl + NaCl$, $KNO_3 + NaNO_3$, $K_2CO_3 + Na_2CO_3$ и $K_2SO_4 + Na_2SO_4$. Затем Дорошевский и Фридман (1915) нашли тот же закон и для смесей растворов кислот, напр., $HNO_3 + HCl$, уксусной и пропионовой кислот и др.

Химически чистые жидкости, вообще, обладают огромным сопротивлением. Это обстоятельство представляется весьма важным в теоретическом отношении.

Обратимся прежде всего к вопросу об электропроводности чистой воды. Решение этого вопроса представляет огромные затруднения, так как весьма трудно получить действительно чистую воду. До Kohlrausch'a

были найдены, между прочим, следующие числа для $10^{10}k$, где для Hg , как прежде, $k = 1$:

Pouillet80	Oberbeck15	Quincke2,16
Becquerel70	Rossetti4,5	Magnus1,33

В первых своих работах по этому предмету Kohlrausch (1878) показал, что перегонкой на открытом воздухе невозможно получить воду, электропроводность которой была бы меньше, чем $\kappa = 0,7 \cdot 10^{-6}$ или $k = 0,7 \cdot 10^{-10}$; это число вдвое меньше числа Magnus'a. В следующей работе (1885) оно перегонял воду в пустоте, принимая целый ряд предосторожностей. Таким образом ему удалось дойти до $\kappa = 0,26 \cdot 10^{-6}$ при 18° . Наконец, в последней работе, произведенной совместно с Heydweiler'ом (1894), ему удалось добыть самую чистую воду, которая когда-либо была получена. Для такой воды при 18°

$$\kappa = 0,043 \cdot 10^{-6}; \quad k = 0,040 \cdot 10^{-10}.$$

Путем вычисления Kohlrausch находит отсюда электропроводность абсолютно чистой воды (при 18°) $\kappa = 0,040 \cdot 10^{-6}$, $k = 0,037 \cdot 10^{-10}$. Температурный коэффициент электропроводности чистой воды огромный, так что получается при

$$0^\circ \dots \kappa = 0,01 \cdot 10^{-6}, \quad 18^\circ \dots \kappa = 0,04 \cdot 10^{-6}, \quad 50^\circ \dots \kappa = 0,17 \cdot 10^{-6}.$$

Bourdillon (1919) также достиг значения $0,086 \cdot 10^{-6}$. Изучая κ для слабых водных растворов, следует принимать во внимание проводимость воды, если концентрация m очень мала, а именно: если для кислот и оснований $m < 0,001$, а для нейтральных солей $m < 0,0001$. Whetham и Paine (1908), а также Paine и Evans (1914) изучали весьма слабые растворы кислот и оснований.

Кроме воды, еще и многие другие электролиты, взятые в химически чистом виде, весьма слабо или вовсе не проводят тока. На это впервые указал F. Kohlrausch (1876). Еще раньше Goge заметил, что жидкие безводные кислоты HCl и HF не проводят тока. Затем Bleekrode (1878), Hittorf (1878) и др. подтвердили это для следующих жидкостей: безводные кислоты HCl , HBr , HJ , HF , H_2S и H_3As ; ангидриды SO_2 , CO_2 , B_2O_3 , CrO_3 , As_2O_3 , SO_3 ; органические безводные кислоты, напр., уксусная, бензойная, яблочная, масляная и т. д.; далее жидкие CN , CS_2 , C_2Cl_4 , C_2Cl_6 , CCl_4 . К весьма дурным проводникам относятся далее многие металлоорганические соединения, углеводороды, жирные и эфирные масла, алкоголи, эфиры и т. д.

Говоря о растворах, мы до сих пор рассматривали только водные растворы. Немалый теоретический интерес представляет, однако, вопрос об электропроводности растворов электролитов в других растворителях. В этом отношении были исследованы весьма многие жидкости; наиболее важные работы были произведены в России: Каблуков, Р. Э. Ленц, Вальден, Центнершвер, Зелинский и Крапивин,

Плотников и др. занимались у нас этим вопросом; а из иностранных ученых: Franklin и Kraus, Carrara, Hartwig, di Ciommo, Vicentini, Fitzpatrick, Stephan и др. Приведем сперва несколько общих замечаний. Растворы электролитов в воде, вообще, обладают большею электропроводностью, чем растворы в других жидкостях. Однако, существуют и исключения. Так, Franklin и Kraus нашли, что некоторые растворы солей в ацетоне, ацетонитриле и в жидком NH_3 обладают большею электропроводностью, чем растворы тех же солей в воде. Приводим табличку предельных эквивалентных электропроводностей:

	Ацетон.	Ацетонитрил.	$NH_3(-34^\circ)$	вода.
NaJ	140	160	—	121
KJ	154	—	340	143
KBr	—	—	340	144
NH_4Cl	—	—	304	144
$AgNO_3$	—	160	280	121

Вальден и Центнершвер (1901) нашли, что электропроводность растворов солей $N(CH_3)_4J$ и $N(C_2H_5)_4J$ в жидком SO_2 до 3-х раз больше, чем в воде. То же самое нашел Центнершвер (1902) для растворов многих солей в жидкой HGN .

Далее оказалось, что простые законы, найденные Kohlrausch'ем для водных растворов, не оправдываются на растворах в других жидкостях. Так, Каблуков, нашел, что эквивалентная электропроводность растворов HCl в эфире убывает с уменьшением концентрации, а в изоамиловом спирте сперва возрастает, а затем убывает. Далее эквивалентная электропроводность NaJ и $NaBr$ в бензонитриле, $AgNO_3$ в пиридине и $FeCl_3$ в пиридине и бензалдегиде также уменьшается вместе с уменьшением концентрации. Для многих растворов в ацетоне и в жидком SO_2 она хотя и возрастает с уменьшением концентрации, но не видно, чтобы она стремилась к определенному предельному значению.

Мы видели, что температурный коэффициент электропроводности для водных растворов почти всегда положительный. Для неводных растворов отрицательный коэффициент наблюдается гораздо чаще, а для растворов в жидком SO_2 он становится нормальным, начиная с некоторой температуры, как показали Вальден и Центнершвер. Так, напр., электропроводность раствора KJ в SO_2 растет от -78° (точка затвердевания SO_2) до -20° , а затем постоянно убывает до критической температуры SO_2 ($+157^\circ$), при которой она практически равна нулю. Далее, электропроводность раствора NH_4CNS в SO_2 имеет наибольшее значение при -48° , раствора $S(CH_3)_3J$ при $+5^\circ$ и т. д. Нечто подобное наблюдается и для раствора в жидком NH_3 .

Cattaneo показал, что можно приготовить такие смеси алкоголя и эфира, что электропроводность растворов некоторых солей ($FeCl_3$, $AuCl_3$ и др.) в них не зависит от температуры. Таков, напр., раствор 1,019% $FeCl_3$ в смеси 100 частей эфира 66,5 частей алкоголя.

Растворы солей в алкоголях (Р. Э Ленц, Каблуков, Саггага и др.) обладают меньшею электропроводностью, чем растворы в воде, и порядок (по величине) их другой. Эквивалентная проводимость во многих случаях уменьшается с уменьшением концентрации. Вальден нашел, что растворы в BCl_3 , PCl_3 , PBr_3 , $SbCl_5$, $SiCl_4$, $SnCl_4$, SO_3 и Br_2 не обладают заметною электропроводностью. Следующие растворители дают растворы, электропроводность которых возрастает в указанном порядке: S_2Cl_2 , SO_2 , Cl_2 , $SOCl_2$, $POCl_3$, $AsCl_3$, $SbCl_3$. Циоммо (1901) исследовал электропроводность растворов KOH и $NaOH$ в 96% глицерине. Для них наблюдаются максимумы (5% KOH , 7,03% $NaOH$), подобно тому, как и в водных растворах. Температурный коэффициент оказался громадным: 0,21 для $NaOH$ и 0,17 для KOH .

Переходим к вопросу о проводимости раствора электролита в смеси двух жидкостей, из которых одна вода. Исследовался особенно часто случай смеси воды с этиловым спиртом, процентное содержание которого по объему в смеси обозначим через p . Ленц нашел, что сопротивление $R = R_0(1 + bp)$, где b постоянная; напр., $b = 0,03663$ для раствора. К. J. Arrhenius находит для проводимости формулу вида $l = l_0 \left(1 - \frac{ap}{2}\right)^2$, где a постоянная.

Wakemann (1893) дает формулу

$$\frac{\Delta}{p(100-p)} = \text{Const.},$$

где Δ разность скоростей ионов (см. § 6) в смеси и в чистой воде. Дорошевский и Дворжанчик (1914) находят, что формула Arrhenius'а неверна, ибо, напр., для раствора $NaCl$ оказалось $a = 0,345$ для $p = 5$ и $a = 0,327$ для $p = 15$. Формулу Wakemann'а они нашли вполне точной для одно-эквивалентных солей. Для дву-эквивалентных

$$\frac{\Delta^x}{p(100-p)} = \text{Const.},$$

где x зависит от природы соли. Они исследовали, напр., растворы $BaCl_2$, $Ba(NO_3)_2$; для первой из них $x = 0,76$. Schmidt и Jones (1909) исследовали смеси глицерина с водой и с этиловым и метиловым спиртами. Оказалось, что эти растворы обладают огромным температурным коэффициентом проводимости (см. ниже). Позже Davis и Jones нашли, что проводимость смесей воды и глицерина не выражается формулой смешения. Соли, вызывающие уменьшение вязкости смеси, дают также и уменьшение сопротивления.

С. В. Серков (1909) подробно исследовал растворы $LiCl$, $LiBr$, LiI , $LiNO_3$, NH_4CNS , NaI и $NaC_2H_3O_2$ различной концентрации в воде, метиловом и этиловом алкоголях, в ацетоне и в бинарных смесях, составленных из этих растворителей. Из большого числа интересных результатов приводим лишь некоторые. Оказалось, что электропроводности R всех перечисленных электролитов в смесях воды и метилового алкоголя обнаруживают минимум, который явно связан с максимумом вязкости. В смесях воды и этиловым эфиром R меньше, чем получается по правилу

смешения, что тоже находится в связи с увеличением вязкости. В смесях двух алкоголей R получается по правилу смешения. В смесях примерно 75% ацетона с остальными жидкостями имеет максимум.

Наиболее обширные исследования проводимости неводных растворов произвел Вальден в 1900—1905 годах. Он сперва (1903) изучал неорганические растворители, а затем перешел к исследованию большого ряда органических растворителей. Эти замечательные работы заходят за пределы того, что укладывается в рамки учебника физики, и мы ограничиваемся немногими словами. В жидком SO_2 (при -10°) оказываются электролитами многие вещества, которые никоим образом не могут быть рассматриваемы, как соли или кислоты. Сюда относятся некоторые элементы, напр., галоиды, соединения галоидов между собою и с P , Sb и Sn ; далее, $NOCl$, $POCl_3$, $SOCl_2$, SO_2Cl_2 и т. д. В целом ряде обширных работ Вальден исследовал (1903) растворы в 50 органических жидкостях, при чем для сравнения растворителей между собою служило, как растворимое, вещество $N(C_2H_5)_4J$. Вальден определял электропроводность этой соли в различных растворителях и отсюда степень ее диссоциации (см. ниже). Далее Вальден (1906) определил коэффициенты вязкости чистых растворителей. Он находит, что для одного и того же электролита, $N(C_2H_5)_4J$, произведение вязкости растворителя на предельную величину Λ_0 есть величина, которая для всех исследованных растворителей одинакова и от температуры не зависит. В 1913 г. он подтвердил этот закон для других солей в различных растворителях. Вальден (1910) измерял проводимость неводных растворов при низких температурах. Для 12-ти органических растворителей оказалось, что с понижением температуры проводимость уменьшается, вязкость увеличивается. При затвердевании скачка не происходит; проводимость асимптотически приближается к оси температур.

Плотников изучал также электропроводность при различных растворителях (бром, эфир и др.). Особый интерес представляют растворы в броне. Существует целый ряд веществ, растворы которых в броне проводят ток; особенно хорошо проводит раствор PBr_5 ; его проводимость имеет максимум при концентрации $PBr_5 + 20 Br$. Удельная проводимость крепких растворов вообще аномально велика: она до 1000 раз превышает удельную проводимость слабых растворов. Плотников и Rokotjan (1913) нашли, что раствор иода в Br проводит ток; они объясняют это распадом бромидов иода на ионы.

Steele, McIntosh и Archibald (1905) исследовали электролиз в жидких HCl , HBr , HJ , SH_2 и PH_3 , как растворителях; из них PH_3 не обладает ионизирующей способностью.

О связи, существующей между диэлектрической постоянной растворителя и электропроводностью раствора, будет сказано ниже.

Nichols и Merritt (1904) нашли, что проводимость растворов некоторых флюоресцирующих веществ (эозин и др.) в алкоголе уменьшается при освещении этих растворов, вызывающем флюоресценцию.

В заключение статьи об электропроводности растворов электролитов укажем на некоторые применения того, что нами было изложено.

1. Кистяковский (1890) показал, что измеряя проводимость раствора двойной соли, можно определить, принадлежит ли эта соль к смесям (квасцы), или к типичным двойным солям, вроде $K_3Fe(CN)_6$, см. § 2. Для этого определяется предельная эквивалентная электропроводность Λ_0 раствора, которая, для различных солей вообще колеблется между числами 100 и 135 при 18°. Если Λ_0 находится в этих пределах, то есть основание считать соль за типичную; если же Λ_0 приблизительно равно сумме величин Λ_0' и Λ_0'' , относящихся к составным частям соли, то эта соль представляет смесь.

2. Kohlrausch и Rose (1893), а также Hollemann (1893) показали, как из наблюдений над проводимостью можно определить растворимость трудно растворимых веществ, в роде $AgCl$, $AgBr$, AgJ , $BaSO_4$, BaC_2O_4 , разных силикатов и т. п. Мы имеем формулу, см (6), $\Lambda = \kappa : \eta$, откуда

$$\eta = \frac{\kappa}{\Lambda}.$$

Величина Λ может быть вычислена на основании формулы (8), приложимой и к весьма слабым растворам; κ определяется из опыта, если из наблюдаемой проводимости раствора вычесть проводимость воды. Оказывается, например, что для $AgCl$ $1000\eta = 0,00001$ гр.-эквив. на литр = 0,01 миллигр. эквив. на литр = 1,46 миллигр. на литр.

Растворимость плохо растворяющихся веществ определяли этим способом F. Kohlrausch и Dolezalek (1901) для $AgBr$ и AgJ . Далее, в 1903 появились два обширных исследования; первое F. Kohlrausch'a (участвовали F. Rose и Dolezalek), который работал над 41 раствором, и второе Boettger'a, исследовавшего свыше 31 раствора. Наконец, Гарднер и Герасимов (1904) этим же способом определяли растворимость некоторых солей слабых кислот.

3. Имея таблички или кривые для электропроводности κ раствора определенного вещества при различных концентрациях, путем измерения величины κ , очевидно, можно узнать концентрацию, если она неизвестна. Если дан раствор, содержащий два электролита, то, как показал Erdmann (1897), также можно во многих случаях определить концентрацию составных частей растворенной смеси.

4. Приблизительное понятие о количестве растворенных в воде неизвестных солей можно получить по следующему правилу: электропроводность κ при комнатной температуре, помноженная на 10000, приблизительно равна числу миллиграмм-эквивалентов в литре раствора. Легко убедиться в верности этого правила, если допустить, что $\Lambda = 100$. Если в растворе находятся только соли кислот HCl , H_2SO_4 и H_2CO_3 и притом неблагородных металлов, то эквивалентный вес колеблется между 60 и 90. Принимая его равным 75, получаем правило: число $0,75 \kappa \cdot 10^6$ приблизительно равно числу миллиграммов солей, растворенных в одном литре воды.

§ 4. Теория электролиза. Исследования, произведенные до F. Kohlrausch'a.

Теория электролиза должна дать ответ на два вопроса:

1) В чем заключается механизм электролиза? т. е. каким образом происходит появление ионов на электродах, могущих находиться на весьма большом друг от друга расстоянии? В растворе, ведь, находится электролит, представляющий химическое соединение ионов. Спрашивается, где происходит распадение электролита, и почему ионы делаются заметными только на электродах?

2) В чем заключается роль электрического тока, в цепь которого должен быть введен электролит? При чем тут вообще электричество? Заметим, что примерно до 1888 г., т. е. до работ Arrhenius'a, клалось в основу всяких теоретических соображений об электролизе представление, выражающееся словами: „ток разлагает электролит“. „Разложение током“ представлялось фактом очевидным и не могущим подлежать сомнению; ученые старались только объяснить, почему и каким образом ток разлагает электролит.

Мы рассмотрим в историческом порядке постепенное развитие теоретических представлений об электролизе.

Химическое действие электричества, а именно разложение воды, наблюдали впервые Paetz von Troostwyk и Deimann (1789) при пропускании разряда лейденской банки через воду. Ritter (1799) впервые разложил воду при помощи гальванического тока; независимо от него, но несомненно позже, Nicholson и Carlisle (1800) открыли то же явление. Затем работами многих ученых, в особенности Davy, были найдены основные явления электролиза.

Grothius (1805) дал первое объяснение механизма электролиза, в то же время и роли действующих электрических сил. Его теория заключается в следующем. Составные части молекулы всякого электролита связаны с одинаковыми разноименными зарядами электричества; так, например, в молекуле $NaCl$ атом Na связан с зарядом $+e$, атом Cl с зарядом $-e$. При введении раствора в цепь все молекулы ориентируются, располагаясь так, что все Na обращены к катоду, все Cl к аноду. Затем все молекулы распадаются, при чем атом Na первой молекулы с его зарядом выделяется на катоде, Cl первой молекулы соединяется с Na второй, Cl второй с Na третьей и т. д., наконец, атом Cl последней частицы с его зарядом выделяется на аноде. Вновь образовавшиеся молекулы $NaCl$ тотчас же поворачиваются на 180° , так что все Na опять оказываются обращенными к катоду, все Cl к аноду. Затем все эти молекулы распадаются: крайние атомы Na и Cl с их зарядами выделяются на электродах, остальные попарно соединяются в новые молекулы $NaCl$, которые с своей стороны перевертываются, распадаются и т. д. Таким образом вполне объяснено, почему ионы обнаруживаются только на электродах и остаются незаметными внутри электролита. Весьма интересно, что уже эта старейшая теория электролиза приводит к представлению о потоке ионов, движущихся по двум противоположным направлениям к элект-

тродам. Наиболее характерною чертою является здесь допущение непрерывного распада и нового образования молекул из этих движущихся ионов.

Теория Grothus'a была общепринятою в течение всей первой половины истекшего столетия. В течение этого времени был предложен еще целый ряд других теорий, которые так или иначе могли дополнять теорию Grothus'a. Ограничиваемся весьма кратким обзором этих теорий.

Сюда относится прежде всего знаменитая электро-химическая теория Berzelius'a (1812), несколько видоизмененная впоследствии Feschner'ом (1838). Ограничиваемся наиболее существенным: каждый атом связан с двумя зарядами разноименных электричеств; когда два атома соединяются между собою, то от каждого атома вполне или частью отделяется один из зарядов, вследствие чего в образовавшемся соединении каждый атом содержит один из двух зарядов в избытке. Отделившиеся два заряда, по Berzelius'у, остаются свободными, а по Feschner'у — соединяются между собою.

De la Rive (1856) предполагает, что и в молекуле, например KCl , каждый из двух атомов соединен с двумя разноименными зарядами, при чем (+) хлора и (—) калия находятся на тех сторонах атомов, которыми они обращены друг к другу, а (—) хлора и (+) калия как бы на наружных сторонах молекулы.

Amprère (1821) допускает, что каждый атом содержит один присущий ему заряд, вследствие чего он окружен одинаковым по величине, но разноименным зарядом из окружающего пространства. Когда два атома соединяются, то эти индуктированные заряды делаются „свободными“, т. е. уходят в пространство.

Не останавливаемся на довольно сложных теориях Schoenbein'a (1857) и Magnus'a (1857), относящихся к деталям механизма электролиза. Замечательно, что Faraday, открывший законы электролиза, ничего нового не высказал по вопросу о механизме этого явления. В пятой серии (§§ 158, 524, 826—832) своих Experimental Researches он говорит, что химические силы под влиянием тока подвергаются такому изменению, что они интенсивнее действуют в одном направлении, чем в противоположном, вследствие чего ионы как бы толкаются в определенном направлении, в котором они и движутся, непрерывно соединяясь и разлагаясь.

Новая эра в истории теоретических воззрений на явления электролиза началась в пятидесятых годах истекшего столетия. Она характеризуется двумя рядами классических работ; из них один экспериментальный, другой — теоретический.

С первым рядом работ, имевших экспериментальный характер, связаны имена: Daniell и Miller (1839, 1844), G. Wiedemann (1856), Hittorf (1853—1859), F. Kohlrausch (1876) и Ostwald (1888).

Во втором ряду мы имеем теоретические работы и встречаем имена: Clausius (1857), Helmholtz (1880), Arrhenius (1888) и Ostwald (1888).

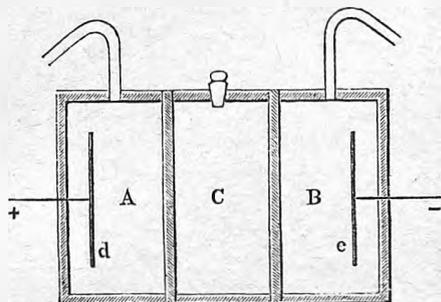
Опыт и теория шли, таким образом, параллельно, дополняя друг друга и создавая современную теорию электролиза.

Мы будем держаться исторического порядка, рассматривая работы в той последовательности, в которой они появились.

Экспериментальные работы, к рассмотрению которых мы прежде всего обращаемся, имели целью выяснить, какие изменения происходят в распределении электролита внутри раствора во время электролиза. Gmelin (1838) и Pouillet (1845) заметили, что обесцвечивание растворов происходит при электролизе, главным образом, около катода. Но первые более точные исследования производили Daniell и Miller. Они пользовались прибором, в котором можно было отдельно исследовать различные слои раствора электролита после того, как он в течение некоторого времени был подвергнут электролизу. На рис. 228 изображен один из этих приборов; он состоит из

трех смежных сосудов, отделенных друг от друга пористыми перегородками; в двух крайних сосудах помещены электроды. Недостаток прибора заключается в том, что перегородки не препятствуют диффузии вещества; вследствие этого результаты, полученные Daniell'ем и Miller'ом, оказались неточными. Исследуя содержимое трех сосудов после того, как в них происходил

Рис. 228.



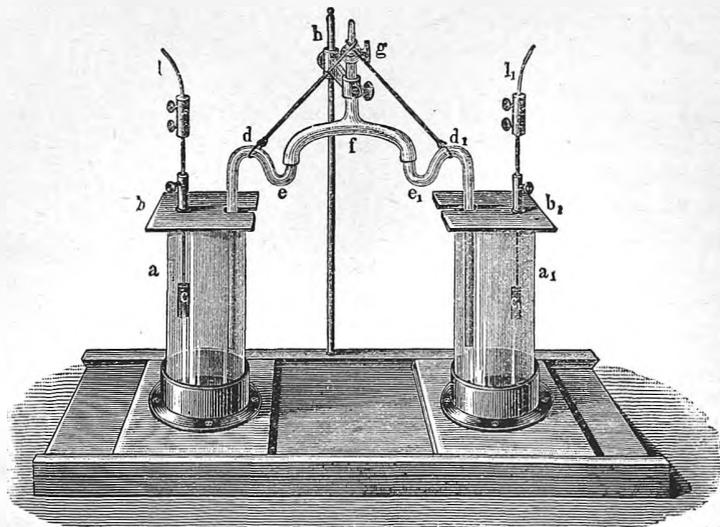
электролиз, они нашли, напр., что при электролизе $CuSO_4$, $ZnSO_4$ и NH_4Cl полные количества Cu и Zn в сосуде, содержащем катод, и полное количество Cl в сосуде, содержащем анод, остались без изменения. Отсюда они заключали, что при электролизе, напр., ионы Cu и Zn остаются неподвижными, между тем как ионы SO_4 движутся мимо их.

Более правильно построенным прибором пользовался G. Wiedemann (1856) и его ученик Kirmis (1878). Два сосуда a и a_1 (рис. 229), содержащие электроды, соединены трубкой dfd_1 , снабженной краном g . Оба сосуда и трубка наполнены электролитом. Результаты, найденные G. Wiedemann'ом, хорошо согласуются с результатами работ Hittorf'a (1853—1859), к рассмотрению которых мы теперь и переходим. Этими замечательными работами был вполне выяснен вопрос о так наз. переносе ионов (Wanderung der Ionen) при электролизе. Чтобы получить возможно ясную картину того, как изменяется распределение электролита, Hittorf разделил весь жидкий столб на слои, между которыми почти не могла происходить диффузия, и которые легко можно было отделить друг от друга. На рис. 230 показан один из его приборов, состоящий из ряда вставленных друг в друга сосудов; дно каждого сосуда состоит из перепонки (пергаментная бумага, пузырь) или из тонкой и пористой глиняной пластинки. По окончании электролиза можно было разобрать сосуд и определить состав каждого из слоев

электролита; *A* и *E* электроды. На рис. 231 показана нижняя часть одного из приборов, который служил в том случае, когда на нижнем электроде выделялся газ.

Чтобы понять значение величин, которые Hittorf называет числами переноса ионов (*Überführungszahlen der Ionen*) и обозначает через n и $1 - n$, обратимся к рис. 232, изображающему сосуд с раствором электролита; *k* катод, *a* анод. Разделим мысленно весь столб жидкости на три части *A*, *B* и *C*, из которых крайние, *A* и *C*, прилегают к электродам. Положим, что через сосуд прошли F , т. е. 96490 кулонов электричества, см. (1). Тогда на *k* и на *a* выделилось по одному грамм-эквиваленту катиона

Рис. 229.



и аниона. Они двигались внутри раствора по двум противоположным направлениям к электродам. Теперь является вопрос: откуда были взяты выделившиеся гр.-эквиваленты ионов, т. е. в каких местах раствора находились они до электролиза, образуя составные части молекул электролита, или, по крайней мере, представляясь нам таковыми? Предположим, что во время электролиза не изменилась концентрация раствора в отделении *B*, ширина которого в дальнейших рассуждениях наших роли играть не будет, так что она может быть принята даже равною нулю.

Скорости, с которыми движутся ионы, зависят, во-первых, от тех электрических сил, которые на них действуют. Полагая, что движение ионов имеет характер движения весьма малых тел в сопротивляющейся среде, мы должны допустить, что скорости, а не ускорения, пропорциональны действующим силам. Во-вторых, скорости ионов должны зависеть от самих ионов, т. е. от их способности перемещаться внутри раствора, обладающего данными свойствами. Это свойство мы будем характеризовать особенною величиною, которую мы назовем подвижностью

ионов; обозначим подвижность катиона через u , подвижность аниона через v . Эти величины пропорциональны истинным скоростям движения ионов при произвольной данной, но для всех ионов, конечно, одинаковой действующей электрической силе (падении потенциала).

Обозначим через p_a и p_k число грамм-эквивалентов электролита, а следовательно, и каждого из ионов, исчезнувших из отделений a и k . Очевидно, мы всегда должны иметь

$$p_a + p_k = 1 \dots \dots \dots (10)$$

так как во всем растворе исчез один гр.-экв. электролита и каждого из ионов, когда через раствор прошли F кулонов электричества.

Рис. 230.

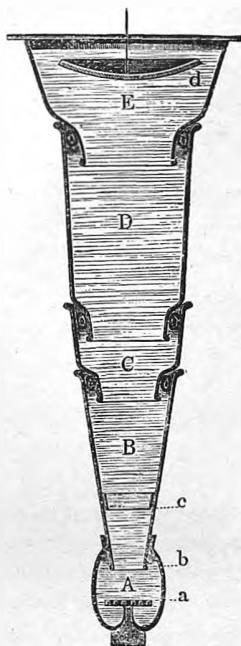


Рис. 231.

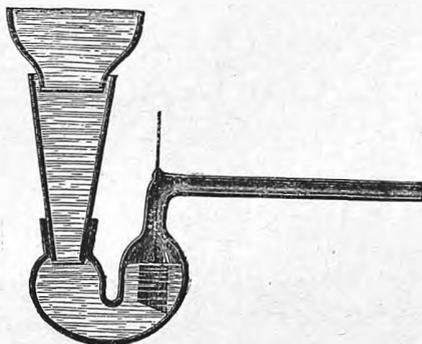
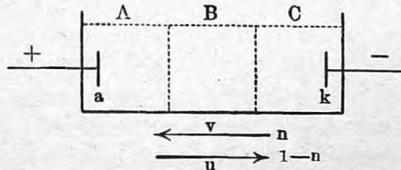


Рис. 232.



Предположим сперва, что $u = v$, т. е., что оба иона обладают одинаковою подвижностью, а следовательно, и одинаковыми скоростями. В этом случае такое же число n гр.-экв. аниона перешло из C в A к аноду a , какое число гр.-эквивалентов катиона перешло из A в C к катоду k . Легко видеть, что в этом случае $n = \frac{1}{2}$. Действительно, из A ушли n гр.-экв. катиона, а следовательно, освободились n гр.-экв. аниона на аноде; кроме того, еще n гр.-экв. аниона пришли из C к аноду, на котором появились $2n$ гр.-экв. аниона. Но мы знаем, что на аноде появился один гр.-экв. аниона; следовательно, $2n = 1$, $n = \frac{1}{2}$. Ясно, что в этом случае

через любое сечение в B прошли по $\frac{1}{2}$ гр.-экв. каждого из ионов. В то же время в A и C исчезли по $\frac{1}{2}$ гр.-экв. электролита, так что $p_a = p_k = \frac{1}{2}$. Уменьшение концентрации раствора в A и C , т. е. около обоих электродов, — одинаковое, если подвижности u и v ионов одинаковы.

Предположим, что подвижности u и v неодинаковы; тогда и число n_k гр.-экв. катиона, перешедших из A в C , не равно числу n_a гр.-экв. аниона, перешедших из C в A . Прежде всего ясно, что числа n_k и n_a должны быть пропорциональны скоростям, а следовательно, и подвижностям u и v ионов, так что мы имеем

$$\frac{n_a}{n_k} = \frac{v}{u} \dots \dots \dots (11)$$

Далее легко сообразить, что $n_k + n_a = 1$. Действительно, из A ушли n_k гр.-экв. катиона, и следовательно, освободились n_k гр.-экв. аниона, которые и выделились на аноде; кроме того, n_a гр.-экв. аниона перешли из C к аноду, так что всего выделились на аноде $(n_k + n_a)$ гр.-экв. аниона, что, как мы знаем, должно составлять один гр.-эквивалент. Введем поэтому новое обозначение n , вместо n_a , и $1 - n$, вместо n_k . Тогда через B проходят в противоположных направлениях n гр.-экв. аниона и $(1 - n)$ гр.-экв. катиона. Эти числа n и $(1 - n)$ Hittorf и называет числами переноса (*Überführungszahlen*) аниона и катиона. Вместо (11) мы имеем теперь

$$\frac{n_a}{n_k} = \frac{n}{1 - n} = \frac{v}{u} \dots \dots \dots (12)$$

откуда

$$n_a = n = \frac{v}{u + v} \dots \dots \dots (12, a)$$

$$n_k = 1 - n = \frac{u}{u + v} \dots \dots \dots (12, b)$$

Наконец, легко также убедиться, что $n (= n_a) = p_k$ и $1 - n (= n_k) = p_a$. Действительно, если из C ушли $n (= n_a)$ гр.-экв. аниона, то столько же гр.-экв. (p_k) электролита исчезло из C , т. е. около катода, ибо соответствующие n гр.-экв. катиона выделились на катоде, а те $(1 - n)$ гр.-экв. катиона, которые пришли из A и также осаждаются на катоде, не имеют никакого влияния на концентрацию раствора около катода. Итак, ясно, что $n = p_k$ и легко таким же путем доказать, что $1 - n$ или n_k равно p_a .

Если бы мы пропустили через наш раствор не F , а произвольное другое количество кулонов, то уменьшения концентраций P_a и P_k около анода и катода были бы иные; но, очевидно, мы имели бы

$$P_k : P_a = p_k : p_a = n_a : n_k = n : 1 - n.$$

Поэтому (12) дает теперь:

$$\frac{n}{1 - n} = \frac{v}{u} = \frac{P_k}{P_a} \dots \dots \dots (13)$$

$$\left. \begin{aligned} n_a = n &= \frac{P_k}{P_a + P_k} \\ n_k = 1 - n &= \frac{P_a}{P_a + P_k} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

Последняя формула указывает на способ практического определения чисел переноса ионов: число n переноса аниона равно отношению изменения P_k концентрации у катода к полному изменению концентрации $P_a + P_k$ раствора; число $1 - n$ переноса катиона равно отношению изменения P_a концентрации у анода к $P_a + P_k$.

Весьма важно, что достаточно исследовать изменение концентрации у одного из электродов, чтобы получить числа переноса ионов, так как полное изменение концентрации $P_a + P_k$ непосредственно определяется эквивалентным ему количеством иона, выделившимся на этом же электроде, или вычислением, если известны сила тока и продолжительность его действия, т. е. число протекших кулонов или, наконец, каким-либо иным способом, определяющим количество выделившихся ионов или исчезнувшего электролита. Практически определяется химическим анализом количество одного из ионов у одного из электродов, так что имеются четыре способа определения числа n . Великая заслуга Hittorf'a и заключается в том, что он ввел понятие о числах переноса n и $1 - n$ аниона и катиона и указал путь для их определения.

Приведем несколько примеров определения чисел n и $1 - n$, взятых из различных работ. Hittorf определил числа переноса ионов медного купороса; он ввел в ту же цепь серебряный вольтметр, в котором выделилось 1,008 гр. серебра; им эквивалентны 0,2955 гр. Cu , которые, несомненно, и выделились на катоде, находившемся в растворе $CuSO_4$. Это число 0,2955 соответствует полному уменьшению концентрации $P_a + P_k$ в формуле (14). Раствор, окружающий катод, потерял во время электролиза 0,2112 гр. Cu ; последнее число является мерою уменьшения P_k концентрации около катода. Отношение

$$n = \frac{0,2112}{0,2955} = 0,715$$

дает нам число переноса n аниона SO_4 . Отсюда число переноса Cu в данном растворе равно $1 - 0,715 = 0,285$. Итак, в данном случае на 0,715 гр.-эquiv. аниона SO_4 , прошедших через среднее сечение сосуда по направлению к аноду, приходилось 0,285 гр.-эquiv. Cu , прошедших по направлению противоположному. Формула (12) дает:

$$\frac{v}{u} = \frac{\text{скорость } SO_4}{\text{скорость } Cu} = \frac{0,715}{0,285} = 2,5.$$

Итак, анион SO_4 движется в исследованном растворе в 2,5 раз быстрее катиона Cu .

Другой пример, также из работ Hittorf'a. Электролизу подвергался 4% раствор $AgNO_3$ при $18,4^\circ$. На катоде выделилось 0,3208 гр. Ag . Электролит около катода потерял во время электролиза 0,1691 гр. Ag . Отсюда следует, что $0,1691 : 0,3208 = 0,527$ есть число переноса аниона NO_3 , а $1 - 0,527 = 0,473$ число переноса Ag . Можно и так рассуждать: у катода выделились 0,3208 гр. Ag , а исчезло около катода только 0,1691 гр. Следовательно, $0,3208 - 0,1691 = 0,1517$ гр. Ag перешло от раствора, окружающего анод, к катоду. Ясно, что $0,1517 : 0,3208 = 0,473$ есть число переноса серебра, а $1 - 0,473 = 0,527$ число переноса NO_3 . В этом случае разность скоростей u и v невелика: их отношение равно 1,11.

Vogdan дает пример определения числа n для слабого раствора KCl ; анодом служила пластинка из Zn , так что в растворе образовалось сколо анода $ZnCl_2$. Анализу подвергалась анодная жидкость, которая до электролиза содержала 0,084011 гр. KCl на 100 гр. раствора. В серебряном вольтметре выделилось 0,2887 гр. Ag , что составляет 0,2887 : 107,93 гр.-эквивалента. Ясно, что такое же число 0,2887 : 107,93 гр.-экв. K появилось на катоде. Следует определить, сколько гр.-экв. K перешли от анодной жидкости к катоду. Так как в вольтметре выделились 0,2887 гр. Ag , то, следовательно, на аноде появились 0,094831 гр. хлора, которые дали 0,182300 гр. $ZnCl_2$. Анализу подверглись 660,42 гр. анодной жидкости; в 100 гр. этой жидкости найдены 0,047106 гр. Cl , а следовательно, во всей анодной жидкости 0,3111 гр. хлора; из них, как мы видели, 0,09483 гр. связаны с Zn , так что $0,31110 - 0,09483 = 0,21627$ гр. Cl связаны с K , что соответствует 0,45511 гр. KCl . Прибавив сюда 0,18230 гр. $ZnCl_2$, мы видим, что 660,42 гр. анодной жидкости содержат 0,64 гр. солей и 659,78 гр. H_2O . В таком весовом количестве воды содержались до электролиза $659,78 \frac{0,084011}{100 - 0,084011} = 0,55475$ гр. KCl . Вычитая отсюда 0,45511 гр., мы получаем, что 0,09964 гр. KCl исчезли из анодной жидкости, что составляет 0,09964 : 74,6 гр.-экв. KCl . Такое же число гр.-экв. K перешло от анодной жидкости к катоду. Отсюда получается число $1 - n$ переноса катиона K :

$$1 - n = \frac{0,09964}{74,6} : \frac{0,2887}{107,93} = 0,499.$$

Для числа переноса n аниона Cl получаем 0,501. Оба иона движутся с почти одинаковыми скоростями.

Примером весьма различных скоростей ионов может служить раствор H_2SO_4 (1 гр. H_2SO_4 на 5,415 гр. H_2O), для которого $n = 0,174$, $1 - n = 0,826$; катион H движется в 5,4 раза быстрее аниона $SO_4 = SO_3 + O$. Для HBr получается $n = 0,178$, $1 - n = 0,822$. Для $(UO_2)Cl_2$ оказывается $n = 0,132$, $1 - n = 0,868$; катион Cl движется почти в 6,6 раза быстрее уранила UO_2 ; наконец, для HJO_3 катион H движется почти в 9 раз быстрее аниона JO_3 ($n = 0,102$).

Из более новых определений упомянем, напр., что Riesenfeld и Reinhold (1909) исследовали растворы KCl ; для числа n аниона (Cl) они нашли 0,155 при концентрации 0,977 норм. и 0,452 норм., и 0,161 при

концентрации 0,104 норм. Это дает в пределе для бесконечно слабого раствора n между 0,168 и 0,172. Krumgeich определил n для Ag в 0,01 норм. растворах $AgNO_3$ в смесях воды и этилового алкоголя при 40° . Он получает эмпирическую формулу вида $n = 0,4780 + ax - bx^2 + cx^3 - dx^4$, где x процентное содержание алкоголя, a, b, c, d постоянныя. Около $x = 23$ находится слабо выраженный максимум. Получается $n = 0,4100$ при $x = 100$ и 0,4881 при $x = 30$. Удельная проводимость 0,0333 норм. раствора при 40° меняется от 5,113 до 0,6173, а для 0,00300 норм. раствора от 0,5162 до 0,1091, когда x растет от 0 до 100 (числа помножены на 1000).

Исследуя двойные соли, Hittorf открыл то деление их на ионы, о котором уже было сказано в § 2.

При исследовании крепких растворов CdJ_2 Hittorf нашел для Cd отрицательные числа, напр., для раствора 1 гр. CdJ_2 в 1,8313 гр. H_2O оказалось $n = 1,258, 1 - n = -0,258$; а для раствора 1 гр. CdJ_2 в 3,179 гр. амилового алкоголя даже $n = 2,3, 1 - n = -1,3$. Отрицательное число обозначает, что из катодной жидкости исчезло больше кадмия, чем выделилось на катоде. Hittorf вполне объяснил это тем, что в данном случае ионы вовсе не суть J и $\frac{1}{2} Cd$; в растворе образуется $2CdJ_2$; ионами являются $\frac{1}{2} Cd$ и в качестве аниона $\frac{1}{2} (CdJ_2 + J_2)$. Об этом уже было сказано в § 2.

Следует помнить, что определение чисел n путем изучения концентрации раствора около анода или катода тогда только возможно, если существует нейтральный слой, концентрация которого во время электролиза не изменилась.

Hittorf исследовал зависимость чисел переноса от силы тока в цепи, от температуры и от концентрации раствора. Он нашел, что n не зависит от силы тока, т. е. от величины падения потенциала в электролите. Это показывает, что отношение скоростей ионов не зависит от величины силы, действующей на эти ионы. Такого результата и следует ожидать: он согласуется с нашим допущением, что абсолютные скорости ионов пропорциональны действующим на них силам.

Влияния температуры на числа переноса Hittorf не нашел (между 4° и 21°). Впоследствии Loeb и Nernst (1888) и, в особенности, Wein (1892) нашли, что с повышением температуры числа n меняются, приближаясь к числу 0,5. Но это изменение весьма медленное; напр., для $KCl, AgNO_3, CuSO_4$ и CdJ_2 оно незаметно и не превышает 10% при изменении температуры на 70° (для $NaCl$ и $CaCl_2$).

Влияние концентрации раствора на числа переноса весьма велико, как уже заметил Hittorf. И это неудивительно; концентрация раствора должна влиять на подвижность в нем ионов, и так как это влияние может быть неодинаковым для обоих ионов, то отношение подвижностей, а, след., и числа переноса должны меняться вместе с концентрацией. Приведем несколько примеров. $CuSO_4$ дает при слабых растворах для числа переноса $n_+ = 1 - n_-$ меди 0,356, для крепких растворов 0,276; подвижность меди сравнительно с подвижностью аниона SO_4 уменьшается,

когда крепость раствора увеличивается. Обратный результат имеем для катиона Ag в $AgNO_3$; здесь для слабых растворов $n_+ = 0,474$, для крепких 0,532. Особенно велика зависимость чисел переноса от концентрации для H_2SO_4 . Для крепких растворов имеем для числа переноса аниона (SO_4) $n_- = 0,400$; по мере разбавления раствора n сперва уменьшается до 0,174, а затем опять растет до 0,212. Наоборот, напр., для $NaCl$ имеем малую зависимость числа n от концентрации: для слабых растворов $n = 0,622$, для крепких 0,648. Еще менее выражена эта зависимость для KCl ; концентрация почти одинаково действует на подвижности обоих ионов. Для крепких растворов CdJ_2 имеем $n = 1,258$ (см. выше); для слабых $n = 0,613$. Но в этом случае состав электролита и самые ионы меняются с концентрацией. По мере разбавления раствора двойные частицы $2CdJ_2$ распадаются, и ионы $\frac{1}{2}Cd$ и $\frac{1}{2}(CdJ_2 + J_2)$ заменяются ионами $\frac{1}{2}Cd$ и J .

§ 5. Теория электролиза. Работы Ф. Kohlrausch'a. Наиболее важный, после работ Hittorf'a, шаг вперед был сделан Ф. Kohlrausch'em, который (1876) открыл закон независимого перемещения ионов и указал на связь между подвижностью ионов электролита и электропроводностью раствора, подвергаемого электролизу.

Упомянутый закон гласит: подвижность определенного иона в весьма разбавленном растворе не зависит от рода другого иона, или, что то же самое, не зависит от того, электролита, в состав которого этот ион входил. Всякий анион обладает определенной подвижностью v , всякий катион определенной, как бы присущей ему подвижностью u . Во всяком случае понятно, что это может относиться только к весьма разбавленному раствору, когда движению иона сопротивляется только растворитель, который можно считать чистым. Из закона Kohlrausch'a, очевидно, не следует, чтобы и числа переноса $n_a = n$ и $n_k = 1 - n$ были постоянные для данных ионов, так как эти числа, как видно из формул (12,a) и (12,b), зависят от u и v , так что, напр., число n для одного и того же аниона зависит от того катиона, с которым он был связан в электролите.

Ф. Kohlrausch связал этот закон с другим законом, по которому предельная эквивалентная электропроводность Λ_0 раствора электролита есть величина аддитивная, равная сумме предельных эквивалентных электропроводностей аниона и катиона (§ 3). Эти последние две величины зависят, каждая отдельно, только от рода аниона или катиона. Мы выразили этот закон символическою формулою (8), в которой мы опускаем значки:

$$\Lambda = \Lambda(K) + \Lambda(A) \dots \dots \dots (15)$$

Величина Λ определяется формулою (6), в которой κ проводимость раствора в единицах Kohlrausch'a (§ 3), и η концентрация, а именно число гр.-эквивалентов в 1 куб. см. раствора, см. § 3. Вместо Λ мы могли бы взять и величины $\lambda = k : t$, см. (6,a), где k электропроводность сравнительно с

ртутью и m концентрация, а именно число гр.-эквивалентов в 1 литре раствора. Тогда мы, вместо (15), имели бы символическую формулу

$$\lambda = \lambda(K) + \lambda(A) \dots \dots \dots (16)$$

Формула (6, b) дает

$$\left. \begin{aligned} \lambda(K) &= 1.063 \cdot 10^7 \lambda(K) \\ \lambda(A) &= 1.063 \cdot 10^7 \lambda(A) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

Связь между величинами Λ или λ , с одной стороны, и подвижностями ионов, с другой, устанавливается Kohlrausch'ем на основании следующих соображений. Представим себе мысленно вырезанную из раствора часть, имеющую форму куба, ребра которого равны единице длины. Если проводимость раствора равна k (сравнительно с Hg при 0°), то сопротивление такого куба равно $1:k$. Предположим, что концентрация раствора равна m , и что к двум противоположным сторонам куба приложены электроды, разность потенциалов которых равна единице. По закону Ома, мы получаем в этом случае для силы тока J выражение $J = k$. Но сила тока равна сумме количеств электричества, переносимых в единицу времени катионами и анионами в противоположных направлениях через поперечное сечение раствора. Количество электричества, переносимое катионами, должно быть пропорционально концентрации m и подвижности u катионов, так что его можно принять равным Cmu , где C множитель пропорциональности, зависящий от выбора единицы подвижности; анионы переносят количество электричества Cmv , так что сила тока $J = Cm(u + v)$; но $J = k$, следовательно, $k = Cm(u + v)$. Разделяя обе стороны на m и принимая во внимание, что $\lambda = k : m$, мы находим

$$\lambda = C(u + v) \dots \dots \dots (18)$$

Эквивалентная проводимость λ состоит из двух частей, пропорциональных подвижностям ионов. Сравнивая (18) и (16), мы очевидно, имеем право положить

$$\left. \begin{aligned} \lambda(K) &= Cu \\ \lambda(A) &= Cv \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

Предельная эквивалентная проводимость иона измеряется его подвижностью. Приняв $C = 1$, мы получаем

$$\lambda = u + v \dots \dots \dots (20)$$

$$\lambda(K) = u; \quad \lambda(A) = v \dots \dots \dots (21)$$

Приняв за единицу подвижности подвижность иона, предельная эквивалентная проводимость которого единица, мы получаем такой результат: предельная эквивалентная проводимость иона численно равна его подвижности; предельная эквивалентная проводимость раствора электролита равна сумме подвижностей ионов этого электролита.

Формулы (20) и (21) на практике неудобны, так как k (проводимость раствора сравнительно с Hg) весьма малая величина; то же самое относится к λ , u и v . Следуя F. Kohlrausch'у, мы будем пользоваться величинами $\Lambda = \kappa : \eta$, $\Lambda(A)$ и $\Lambda(K)$, которые в $1,063 \cdot 10^7$ раз больше величин $\lambda = k : m$, $\lambda(A)$ и $\lambda(K)$. Соответственно мы введем новую единицу подвижности, которая в $1,063 \cdot 10^7$ раз меньше единицы, давшей числовые значения u и v подвижностей. Численные значения подвижностей, выраженных в этой новой единице, мы обозначим через l_a и l_k , так что

$$\left. \begin{aligned} l_a &= 1,063 \cdot 10^7 v \\ l_k &= 1,063 \cdot 10^7 u \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

Вместо (20) и (21), мы имеем теперь :

$$\Lambda = l_a + l_k \dots \dots \dots (23)$$

$$\Lambda(K) = l_k; \quad \Lambda(A) = l_a \dots \dots \dots (24)$$

Вместо (12), (12,a) и (12,b), мы имеем:

$$\frac{n_a}{n_k} = \frac{n}{n-1} = \frac{l_a}{l_k} \dots \dots \dots (25)$$

$$\left. \begin{aligned} n_a &= n = \frac{l_a}{l_a + l_k} \\ n_k &= 1 - n = \frac{l_k}{l_a + l_k} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (25, a)$$

Пользуясь формулами (23) и (24), мы получаем теперь :

$$n_a = n = \frac{\Lambda(A)}{\Lambda} = \frac{\Lambda(A)}{\Lambda(A) + \Lambda(K)} \dots \dots \dots (27)$$

$$n_k = 1 - n = \frac{\Lambda(K)}{\Lambda} = \frac{\Lambda(K)}{\Lambda(A) + \Lambda(K)} \dots \dots \dots (26)$$

$$\frac{n_a}{n_k} = \frac{n}{1-n} = \frac{\Lambda(A)}{\Lambda(K)} \dots \dots \dots (28)$$

Этими замечательными формулами выражается связь между двумя с первого взгляда совершенно различными величинами, а именно: между числами переноса, определяемыми по изменению концентрации у электродов, и теми предельными эквивалентными проводимостями ионов, которые находятся путем измерения проводимости растворов. С особенною резкостью эта связь выражается формулою (28). Опыты дают непосредственно числа переноса n_a и n_k и проводимость κ раствора. По этим трем величинам можно вычислить подвижности l_a и l_k ионов, или их предельные эквивалентные электропроводности $\Lambda(A)$ и $\Lambda(K)$; (25,a) и (23) дают:

$$\left. \begin{aligned} l_a &= \Lambda(A) = n_a \frac{\kappa}{\eta} \\ l_k &= \Lambda(K) = n_k \frac{\kappa}{\eta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

Здесь η концентрация раствора. В § 3 мы уже привели некоторые числовые значения предельных эквивалентных электропроводностей ионов. Теперь ясно, что эти же числа дают нам и подвижности тех же ионов. В ниже-следующей табличке приведены подвижности l различных ионов при 18° ; числовые величины даны Kohlrausch'ем. Так как этот ученый неоднократно исправлял свои числа, мы приписываем год публикации.

	l	Год		l	Год		l	Год
<i>Li</i>	33,44	1902	<i>SCN</i>	56,63	1902	$C_5H_9O_2$	25,7	1902
<i>Na</i>	43,55	"	NO_3	61,78	"	$C_6H_{11}O_2$	24,3	"
<i>K</i>	64,67	"	ClO_3	55,03	"	$\frac{1}{2}Zn$	45,6	"
<i>Rb</i>	67,6	"	JO_3	33,87	"	$\frac{1}{2}Mg$	46,0	"
<i>Cs</i>	68,2	"	BrO_3	56,2	"	$\frac{1}{2}Ba$	56,3	"
NH_4	64,4	"	ClO_4	64,7	"	$\frac{1}{2}Pb$	61,5	"
<i>Tl</i>	66,00	"	JO_4	47,7	"	$\frac{1}{2}SO_4$	68,7	"
<i>Ag</i>	54,02	"	MnO_4	53,4	"	<i>H</i>	318	1901
<i>F</i>	46,64	"	CHO_2	46,7	"	<i>OH</i>	174	"
<i>Cl</i>	65,44	"	$C_2H_3O_3$	35,0	"	$\frac{1}{2}Sr$	53,0	"
<i>Br</i>	67,63	"	$C_3H_5O_2$	31,0	"	$\frac{1}{2}Cu$	49,0	"
<i>J</i>	66,40	"	$C_4H_7O_2$	27,6	"	$\frac{1}{2}Ca$	53,0	1898

Kohlrausch и Henning (1904) определили l для радия в растворе $RaBr_2$; они нашли $l = 57,4$ для $\frac{1}{2}Ra$. Nevesy (1913) в своих определениях валентности радиоактивных элементов получает почти то же самое число для *Ra*, а затем и числа для других элементов; эти числа доходят до $l = 68,8$ для *RaF*. Скорость движения (при диффузии) *ThB* в два раза больше скорости других радиоактивных элементов.

Bredig (1894) определил подвижности для различных органических ионов. Из приведенной таблицы видно, что наибольшую подвижностью обладает катион *H*, затем следует анион *HO*, подвижность которого почти в 2 раза меньше; все же остальные ионы движутся гораздо медленнее. Числа нашей таблицы определяют предельные подвижности для бесконечно разбавленных растворов. Взяв сумму двух чисел, находим предельную эквивалентную электропроводность электролита; напр. для *NaCl* получаем $\Lambda = 43,55 + 65,44 = 108,99$. Для не бесконечно разбавленных растворов получаются меньшие значения подвижностей l . Приведем несколько примеров из таблиц F. Kohlrausch'а (1898). В первом ряду даны концентрации; температура 18° .

$m = 1000 \eta$:	0	0,00001	0,001	0,01	0,05	0,1
<i>H</i> :	318	316	314	310	302	296
<i>HO</i> :	173	172	171	167	161	157
$\frac{1}{2}Zn$:	47,5	45,1	42,3	35,9	27,9	24,0
$\frac{1}{2}Ca$:	53,0	50,6	47,8	41,4	33,4	29,4
$\frac{1}{2}Sr$:	54,0	51,7	48,9	42,4	34,4	30,5
$\frac{1}{2}SO_4$:	69,7	67,2	64,0	56,1	46,1	41,9

Noyes и Sammet (1902) нашли для *H* при 18° предельное число 329,8.

Зная величины l_a и l_k , можно определить и абсолютные скорости ионов при данном падении потенциала. Обозначим через U и V абсолютные скорости катиона и аниона, выраженные в см. в секунду, для случая, когда падение потенциала составляет 1 вольт на 1 см. Представим себе куб. см. раствора, к двум противоположным сторонам которого приложена разность потенциалов, равная 1 вольту; тогда падение и составит как раз 1 вольт на 1 см. Положим, что в куб. см. раствора содержатся η гр.-эквивалентов электролита. Если электропроводность раствора в единицах Kohlrausch'a равна κ , то сопротивление одного куб. сантиметра равно $\frac{1}{\kappa}$ омам. На основании закона Ома сила тока J будет равна $1 : \frac{1}{\kappa} = \kappa$ амперам, а следовательно, в одну секунду пройдут через поперечное сечение все катионы, находящиеся в слое, толщина которого U . Объем этого слоя равен U куб. см.; в нем содержится $U\eta$ гр.-экв. катиона, связанных с $U\eta F$ кулонами, где $F = 96490$. Подобным образом находим, что анионы переносят в одну секунду $V\eta F$ кулонов. Мы, следовательно, должны иметь

$$\kappa = (U + V) \eta F,$$

откуда

$$U + V = \frac{\kappa}{\eta} \cdot \frac{1}{F} = \frac{\Lambda}{F} \dots \dots \dots (30)$$

Но скорости ионов пропорциональны их подвижностям l_k и l_a , так что мы имеем, см. (24) и (25)

$$\frac{V}{U} = \frac{l_a}{l_k} = \frac{\Lambda(A)}{\Lambda(K)} = \frac{n_a}{n_k} \dots \dots \dots (30, a)$$

Так как $\Lambda = \Lambda(A) + \Lambda(K) = l_a + l_k$, то, очевидно,

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{l_a}{F} = \frac{l_a}{96490} = 0,00001036 l_a \\ U &= \frac{l_k}{F} = \frac{l_k}{96490} = 0,00001036 l_k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30, b)$$

Абсолютные скорости ионов в $\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$, при падении потенциала в $\frac{1 \text{ вольт}}{\text{см.}}$, получаются, если подвижности или предельные эквивалентные проводимости l_a и l_k разделить на $F = 96490$, или помножить на электрохимический эквивалент водорода, выраженный в граммах, см. (3, c). Опыт дает проводимость Λ раствора и числа переноса $n_a = n$ и $n_k = 1 - n$. Выражая V и U в этих величинах, находим

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{n_a \Lambda}{96490} = 0,00001036 n \Lambda \\ U &= \frac{n_k \Lambda}{96490} = 0,00001036 (1 - n) \Lambda \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30, c)$$

Формулы (30, b) и числа l_a и l_k , приведенные выше, дают для абсолютных скоростей ионов при 18° и при падении потенциала в $\frac{1 \text{ вольт}}{\text{см.}}$, такие числа:

U		V	
K	0,000676 $\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$	Cl	0,000683 $\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$
Na	0,000460	NO_3	0,000630
Li	0,000368	ClO_3	0,000582
NH_4	0,000665	OH	0,001802
Ag	0,000577		
H	0,003294		

Наибольшую скоростью $U = 0,033 \frac{\text{мм.}}{\text{сек.}}$ обладает катион H . С повышением температуры скорости ионов увеличиваются.

Kohlrausch (1879) показал, что, зная абсолютные скорости U и V , можно вычислить величину той силы f , которая должна действовать на определенное количество ионов, напр., на один грамм-эквивалент, чтобы двигать их внутри жидкости с заданною скоростью, напр., со скоростью 1 см. в секунду. Нам известно, что вольт-кулон равен одному джоулю, или 0,102 килогр.-метра = 10,2 килогр.-см. Это значит, что при падении потенциала в 1 вольт на см. должна быть затрачена работа в 10,2 килогр.-см., чтобы переместить 1 кулон на 1 см. расстояния. Отсюда следует, что как раз при тех условиях, при которых мы получили скорости U и V , действует на каждый кулон электричества сила в 10,2 килогр. Но грамм.-экв. иона содержит $F = 96490$ кулонов, а поэтому на гр.-экв. иона действует сила в $96490 \times 10,2 = 980498$ килогр. Под влиянием этой силы гр.-экв. иона движется со скоростью U или V см. в сек. Сила f_k или f_a , которая должна действовать на гр.-экв. катиона или аниона, чтобы двигать его внутри раствора со скоростью одного сантиметра в сек., очевидно, равна

$$\left. \begin{aligned} f_k &= \frac{980498}{U} \text{ килогр.} \\ f_a &= \frac{980498}{V} \text{ килогр.} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

где U и V должны быть выражены в $\frac{\text{см.}}{\text{сек.}}$. Для весьма разбавленных растворов получаем при 18° следующие силы f ,двигающие гр.-экв. иона со скоростью 1 см. в сек. (в круглых числах):

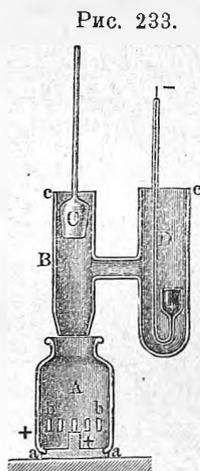
f	f
K $1470 \cdot 10^6$ килогр.	Ag $1720 \cdot 10^6$ килогр.
Na 2180 " "	Cl 1450 " "
Li 2830 " "	J 1430 " "
NH_4 1490 " "	NO_3 1540 " "
H 300 " "	OH 552 " "

Итак, искомая сила выражается, вообще, в миллиардах килограммов. Она тратится на преодоление внутреннего трения в жидкости, противодействующего движению ионов. Громадность этой силы не должна нас удивлять. В т. III (гл. 14, § 6) мы вывели формулу Nernst'a, определяющую ту силу K , которая должна действовать на гр.-молекулу вещества,

чтобы она двигалась в растворе со скоростью одного сантиметра в сек. Для гр.-молекулы мочевины мы получили $K = 2500 \cdot 10^6$ килогр., т. е. величину такого же порядка, как и только что найденные силы f . С повышением температуры силы f уменьшаются, что легко объясняется уменьшением внутреннего трения при движении ионов в растворе.

Мы довольно подробно рассмотрели работы Hittorf'a, введшего понятие о числах переноса, и Kohlrausch'a, который нашел связь между подвижностью ионов и электропроводностью раствора и открыл закон независимости перемещения ионов. После этих основных работ появилось весьма большое число исследований различных ученых по вопросу о числах переноса и скоростях ионов. Рассмотрим вкратце некоторые из этих работ. Исследование G. Wiedemann'a уже было упомянуто в § 4. Заметим, что обзор всех опытных определений чисел переноса, произведенных до 1894 г., был составлен Fitzpatrick'ом и перепечатан в книге Wheatham, *Solution and Electrolysis*, 1895.

Не останавливаясь на работах Weiske, Bourgoin'a, Kuschel'я, Lussana и др. Р. Ленц определил (1882) числа переноса для различных растворов в спирту. Прибор, которым он пользовался, изображен на рис. 233. Анод bb (решетка) находится в сосуде A , катод (ртуть) в сосуде D ; C — стеклянная пробка, при помощи которой после электролиза закрывался сосуд A ; этим отделялись друг от друга изменившиеся во время электролиза жидкости около электродов. Для раствора CdJ_2 Р. Ленц нашел, что с возрастанием содержания алкоголя число переноса иода сперва уменьшается, а затем опять возрастает.



Ostwald (1888) определил скорости переноса большого числа органических анионов и нашел ряд закономерностей. Прежде всего он показал, что изомерные анионы обладают одинаковою подвижностью. Далее оказалось, что подвижность аниона тем меньше, чем он сложнее, т. е. чем больше число атомов, входящих в его состав. Когда число атомов невелико, то подвижность аниона зависит от рода этих атомов, но когда число атомов более 12-ти, то подвижность вполне определяется числом атомов. Bredig (1892) продолжил работу Ostwald'a, изучив подвижности органических катионов. Он нашел, что изомерные катионы также обладают одинаковою подвижностью, и что подвижность вообще уменьшается с увеличением числа атомов; кроме того, он открыл целый ряд правил, относящихся к случаям прибавления CH_2 , H , CN_2 , замены водорода хлором, бромом или амидогруппой и т. д. Walden нашел, что и для анионов кислот жирного ряда подвижность уменьшается с увеличением числа атомов.

Loeb и Nernst (1888) пользовались прибором, изображенным на рис. 234. В боковом шарике находился катод (из серебра), в нижней части длинной трубки — анод. Вдувая после электролиза воздух в B , можно

было выдавить через трубку *C* произвольные слои жидкого столба, начиная с самого нижнего, и подвергать их анализу. Верхние слои, понятно, должны были оставаться неизменными. Названные авторы убедились, что ни путем диффузии, ни путем конвекции не происходит смешения раствора. Они измерили числа переноса для 8 солей серебра и таким образом с большою точностью определили подвижность катиона *Ag*.

Кистяковский (1890) и Wein (1892) пользовались приборами, по принципу сходными с только что описанным. Кистяковский первый построил прибор, в котором выпускание слоев жидкого столба производилось непосредственно при помощи крана на нижнем его конце. Он исследовал, главным образом, комплексные соли (стр. 546) и показал, что и к ним приложим закон Kohlrausch'a, если брать весьма разбавленные растворы. В прибор Wein'a (рис. 235) испытуемый раствор наполняет изогнутую трубку *ADEF*, катод находится в *A*, анод в *B*; через кран *F* выпускается жидкость отдельными порциями, которые затем и анализируются. Вся трубка находится в сосуде с водою, температура которой поддерживается постоянным потоком холодной воды или водяных паров, проходящих по трубке *BB*.

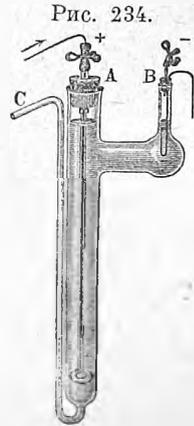
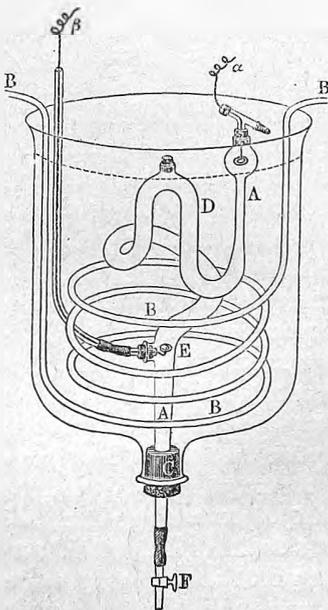


Рис. 234.

Рис. 235.



Дальнейшие определения чисел переноса и подвижностей ионов производили Kuemmel и, в особенности, Jahn и его ученики Hopfgartner, Motelka, Bogdan и др. О работах Abegg'a и Steele будет сказано ниже. Hittorf (1902) сравнил результаты новейших работ с теми, которые он сам нашел сорока годами раньше, и объяснил, почему найденные им числа не могли быть вполне точны. F. Kohlrausch продолжал свои исследования в целом ряде работ до последнего времени.

§ 6. Теория электролиза. Clausius, Helmholtz и Arrhenius. На стр. 548 было сказано, что параллельно с исследованиями экспериментальными шел ряд работ теоретических по вопросу о механизме электролиза. К обзору этих работ мы и приступим; они привели к той теории электролитической диссоциации, с которою нам уже много раз приходилось считаться.

Все старые теории исходили из того представления, что электрические силы „разлагают“ электролит, т. е. отделяют ионы друг от друга преодолевая силу химического сродства. Clausius (1857) первый указал

что если бы это представление было верно, то для каждого химического соединения потребовалась бы некоторая определенная электрическая сила, чтобы преодолеть сродство. Чем больше сродство, тем больше должна быть эта сила. На деле же даже самая слабая электродвижущая сила вызывает электролиз во всяком электролите. Clausius предположил поэтому, что во всяком растворе электролита часть частиц диссоциирована на ионы. Распадение частиц происходит непрерывно, но зато ионы при случайных встречах также непрерывно вновь соединяются между собою. Таким образом, устанавливается в растворе состояние подвижного равновесия. Ток действует только на уже существующие ионы, направляя их в противоположные стороны. Впрочем, еще до Clausius'a Williamson (1851) высказал мысль о самопроизвольной диссоциации вещества в растворах. Он предположил, что в соляной кислоте молекулы HCl все непрерывно распадаются и вновь образуются. К идеям Clausius'a немедленно присоединился Hittorf (1858), который еще указал, на то, что наилучшими электролитами являются как раз соединения таких веществ, между которыми химическое сродство особенно велико.

Clausius'у принадлежит, таким образом, мысль о существовании диссоциации электролитов в растворах. Но, по теории Clausius'a, эта диссоциация весьма кратковременная; ионы существуют отдельно весьма недолго. Важно заметить, что эта диссоциация имеет совершенно иной характер, чем та диссоциация, с которою мы познакомились в т. III, и которая происходит, когда вещество находится в парообразном состоянии. Так, например, пары нашатыря при слабом давлении распадаются по формуле $NH_4Cl = NH_3 + HCl$; в растворе же нашатыря диссоциация на ионы соответствует формуле $NH_4Cl = NH_4 + Cl$.

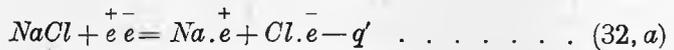
Дальнейшее развитие идей Clausius'a принадлежит Helmholtz'у (1880). Его главная заслуга заключается в том, что он точнее указал на роль электрического тока, выяснил, на что собственно тратится та энергия тока, которая, очевидно, расходуется при электролизе и которая численно равна энергии, выделяющейся при химическом соединении ионов, т. е. при образовании электролита из этих ионов. Именно это то равенство и должно было привести к мысли, что ток „разлагает“ электролит. Helmholtz допускает, что электролит находится в растворе в состоянии полной диссоциации на ионы, при чем каждый ион связан с определенным количеством положительного или отрицательного электричества. Во всяком малом объеме раствора находится одинаковое число анионов и катионов, так что их внешнее электрическое действие ничем не обнаруживается. Ионы совершенно свободны, и между ними, кроме электрических, никакие иные силы, напр., химические, не действуют. Под влиянием малейшей электрической силы, появляющейся, как следствие существования разности потенциалов между электродами, начинается перемещение разноименных ионов в противоположные стороны. Электричество, связанное с ионами, придает последним свойства, отличные от свойств простого вещества. Простой Na не может находиться в воде, не разлагая ее, но катион, т. е. Na^+ представляет нечто суще-

ственно отличное от атома Na и может свободно двигаться в воде. Дойдя до катода и отдав ему свой заряд, катион как бы превращается в обыкновенное вещество со всеми его свойствами. Лишенный заряда, Na разлагает воду.

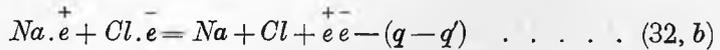
Энергия тока расходуется не на разложение электролита, но, если можно так выразиться, на разложение ионов, т. е. на отделение от них электрических зарядов. Сама же диссоциация, т. е. распадение электролита на ионы происходит под влиянием растворителя и сопровождается некоторою затратою работы. Такая теория не приводит ни к каким противоречиям и вполне согласна с принципом сохранения энергии. Возьмем, напр., электролит $NaCl$. Мы имеем, во-первых, термохимическое равенство (см. т. III, гл. V)



где q энергия, выделяющаяся при образовании $NaCl$ из натрия и хлора. Далее, распадение электролита на ионы, совершающееся с затратой энергии q' , может быть выражено формулою



Здесь q' мало в сравнении с q . Работа тока, разлагающего ионы, требует затраты энергии $q - q'$ и выражается формулою



Это три уравнения не только не противоречат друг другу, но каждое из них есть необходимое следствие остальных двух.

Теория Helmholtz'a, допускавшего, что во всяком растворе электролита все молекулы диссоциированы, не получила дальнейшего развития.

Последний шаг был сделан Arrhenius'ом, которого можно назвать творцом той современной теории электролитической диссоциации, о которой нам уже неоднократно приходилось говорить в т. I и III, а также и в этом томе. Основные положения своей теории Arrhenius изложил в 1887 и 1888 годах; они, как мы уже видели, заключаются в следующем. Во всяком растворе электролита часть частиц последнего диссоциирована. Степень диссоциации, т. е. отношение числа диссоциированных частиц ко всему числу, частиц в растворе, зависит от концентрации раствора и возрастает с уменьшением концентрации. Степень диссоциации мы обозначим через α . При некоторой, достаточно малой концентрации, неодинаковой для различных электролитов, мы имеем $\alpha = 1$, т. е. диссоциация полная, все молекулы электролита разложены на ионы.

Каждый гр.-эквивалент ионов связан с $F(96490)$ кулонами электричества. Мы знаем, что гр.-молекула всякого вещества содержит одно и то же число N частиц или атомов. Отсюда следует, что каждый одноэквивалентный ион (H , K , Na , Cl , Br , OH , NO_3 и т. д.) связан с количеством электричества $F:N$, которое и представляет электрон; двуэк-

вивалентный ион (Ba, SO_4 и т. д.) связан с двумя, трехэквивалентный с тремя и т. д. электронами. Ионы свободно движутся в растворе и под влиянием электрических сил направляются к электродам. Дальнейшие подробности уже были изложены в § 2 главы второй первой части; там мы рассматривали теорию электролитической диссоциации, как нечто данное, независимо от истории ее возникновения на почве явлений электролиза. Мы видели, что электрон приблизительно равен $4,7 \cdot 10^{-10}$ эл.-стат. *C. G. S.* единицам количества электричества. Зная приблизительные размеры атомов и допуская, что они шаровидны, можно вычислить хотя бы порядок величины потенциала атома. Lodge (1885) впервые сделал такое вычисление; оказалось, что этот потенциал невелик и выражается небольшим числом вольт.

Теория электролитической диссоциации совершенно отказывается от представления о токе, проходящем через электролит и при этом разлагающем вещество. Мы имеем в электролите исключительно только движение уже свободных ионов; электрический ток внутри раствора электролита только и заключается в движении электричеств, переносимых ионами.

Arrhenius далеко не ограничился развитием взглядов Clausius'a. Его великая заслуга заключается в том, что он путем опыта сумел подтвердить ряд следствий, вытекающих из основного положения, его теорий, гласящего, что степень диссоциации α зависит от концентрации раствора; вместе с тем он указал на связь, существующую между такими разнородными явлениями, как проводимость раствора, с одной стороны, и, с другой, температура замерзания, температура кипения, упругость пара раствора и его осмотическое давление.

В т. I и, более подробно, в т. III мы видели, что к растворам не-электролитов (напр., сахара) приложима формула $p v = RT$, где p — осмотическое давление, R — постоянная формулы Клапейрона. Для электролитов же эта формула должна быть заменена другою, а именно $p v = i RT$, где i число, показывающее, во сколько раз увеличилось число частиц растворенного вещества, вследствие диссоциации. Тот же множитель i входит затем в формулы, определяющие понижение точки замерзания, повышение точки кипения и уменьшение упругости пара. Таким образом, существует целый ряд способов опытного определения множителя i . Связь между величиною i и степенью диссоциации α определить легко. Пусть N число молекул электролита в каком-либо объеме раствора; из них часть α диссоциирована, при чем каждая распалась на p ионов. Напр., $p = 2$ для KCl , $p = 3$ для H_2SO_4 , $Ba(NO_3)_2$, $CuCl_2$, $p = 5$ для $FeCN_6K_4$. Диссоциированные молекулы дали $pN\alpha$ частиц, которые вместе с $N(1 - \alpha)$ недиссоциированными дают всего $N(1 - \alpha) + pN\alpha = N\{1 + (p - 1)\alpha\}$ частиц. Отсюда

$$i = 1 + (p - 1)\alpha \quad \dots \dots \dots (33)$$

Но если теория Arrhenius'a верна, если действительно перенос электричества в растворах производится свободными ионами, то эквивалентная проводимость λ или A , по крайней мере для слабых растворов, должна,

очевидно, возрастать вместе с числом активных частиц, т. е. ионов, $pN\alpha$. Таким образом, теория Arrhenius'а вполне объясняет возрастание эквивалентной проводимости при дальнейшем разбавлении слабых растворов. Для слабых растворов можно принять, что λ пропорционально числу $pN\alpha$ ионов, т. е. что эквивалентная электропроводность пропорциональна степени диссоциации α . Обозначая предельную (при $\alpha = 1$) эквивалентную электропроводность через λ_0 , мы имеем

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \alpha \dots \dots \dots (33, a)$$

Вставляя α в (33), получаем формулу

$$i = 1 + (p - 1) \frac{\lambda}{\lambda_0} \dots \dots \dots (34)$$

Этот замечательную формулою устанавливается упомянутая выше связь между проводимостью раствора и связанными между собою четырьмя величинами: осмотическое давление, понижение упругости пара и точки замерзания и повышение точки кипения. Arrhenius проверил формулу (34) и в двух замечательных работах (1887, 1888) доказал ее справедливость для весьма большого числа растворов. Он определял величину i , во-первых, по формуле (34) из наблюдений над электропроводностью растворов и, во-вторых, из криоскопических наблюдений, т. е. путем определения точки замерзания раствора. Соответствующие этому случаю формулы были выведены нами в т. III, глава XIV, § 10. Дальнейшее подтверждение формулы (34) дали исследования van't Hoff'a, Reicher'a (1889). Оказалось, однако, что для некоторых растворов i , вычисленное по формуле (34), значительно уклоняется от i , определенного криоскопически; это особенно относится к растворам $CaCl_2$, $MgCl_2$, $CuCl_2$, $SrCl_2$. Причина значительных отступлений, наблюдаемых для этих растворов, пока не выяснена. Возможно, напр., что часть молекул $CaCl_2$ распадается не на $Ca + Cl + Cl$, но дает ионы $CaCl + Cl$. Впрочем, есть причина, по которой величина i , вычисленная по формуле (34), должна быть меньше действительной. Дело в том, что закон Kohlrausch'a о независимом перемещении ионов привел нас к формуле (18), выражающей, что λ пропорционально сумме подвижностей $u + v$ ионов. Теория Arrhenius'а заставляет нас принять, что λ еще пропорционально степени диссоциации α . Поэтому мы при соответствующем выборе единицы подвижностей получаем, вместо (20), формулу

$$\lambda = \alpha(u + v) \dots \dots \dots (35)$$

В пределе $\alpha = 1$ и $\lambda = \lambda_0$; но здесь мы имеем и другие подвижности u_0 и v_0 , так что

$$\lambda_0 = u_0 + v_0 \dots \dots \dots (35, a)$$

Несомненно, что $u_0 + v_0 > u + v$, ибо подвижность увеличивается с разбавлением раствора; отсюда следует, что $\alpha > \frac{\lambda}{\lambda_0}$, а потому истинное i , данное формулою (33), больше вычисленного на основании формулы (34).

Abegg (1892) принял во внимание это обстоятельство и старался ввести соответствующую поправку; он, действительно, достиг еще лучшего согласия теории с результатами опытов. Здесь не место распространяться о результатах определения зависимости диссоциации α от концентрации m для различных растворов. Ограничиваемся указанием, что для весьма слабых концентраций, напр., $m = 0,0001$, величина α близка к 1 для растворов солей, сильных кислот и сильных оснований; наоборот, α малая величина для слабых кислот и оснований. Понятно, что $\alpha = 0$ для всех растворов, не-электролитов.

С повышением температуры увеличивается подвижность ионов; но степень диссоциации для многих кислот и солей уменьшается с повышением температуры, как показал Arrhenius (1892, см. ниже). Отсюда ясно, что электропроводность, которая пропорциональна подвижности ионов и степени диссоциации, может иногда и уменьшаться с повышением температуры, как это впервые предвидел Arrhenius (см. § 4).

Вопросом о влиянии давления на проводимость растворов электролитов занимались впервые Roentgen (1893) и Arrhenius (1894). Затем Tammann (1895—1899) развил полную, довольно, сложную теорию зависимости сопротивления растворов от температуры, давления, концентрации, степени диссоциации и от природы растворителя и электролита. Давление влияет отдельно на объем жидкости, на ее вязкость и на степень диссоциации. Для очень слабых, вполне диссоциированных растворов, последнее влияние отпадает. E. W. Schmidt (1910) исследовал влияние давления на растворы KJ , NaJ , $N(C_2H_5)_4J$ и малоновой кислоты в 11-ти органических жидкостях, в том числе этиловый и метиловый спирты, глицерин, нитробензол, ацетон и др. Давление он доводил до 3000 килогр. на кв. см. Оказалось, что при слабой диссоциации сопротивление R убывает, а при сильной диссоциации быстро растет, когда давление p увеличивается. Для примера приведем несколько чисел для R , полагая $R = 1$ при давлении $p = 1$, а именно для 0,002 норм. раствора KJ в этиловом спирте:

$p \frac{\text{кгр.}}{\text{кв. см.}}$	0°	20°	40°	60°
3500	1,148	1,119	1,109	1,091
2000	1,683	1,494	1,429	1,383
3000	2,109	1,754	1,654	1,594

Для 0,1 норм. раствора малоновой кислоты в этиловом спирте R убывает с увеличением давления, напр., от 0,900 до 0,656 при 60°; при 0° R растет от 1,028 до 1,159. Для растворов $N(C_2H_5)_4J$ оказалось, что во многих случаях $\lg R$ растет пропорционально p . Дальнейшие сюда относящиеся исследования производили Lussana (1895, 1909) и Körber (1909).

Важный дальнейший шаг в теории электролитической диссоциации был сделан Ostwald'ом (1888) и одновременно Planck'ом. Названные ученые вывели формулу, выражающую закон разбавления растворов, т. е. закон, определяющий, какова — при данной температуре

t и данном давлении p — зависимость эквивалентной электропроводности λ раствора от концентрации m (число гр.-молекул в литре раствора). В т. III, гл. XIV, была выведена формула, относящаяся к диссоциации вещества (AB), находящегося в растворе, на два вещества A и B . Мы обозначили через n_1 число грамм-молекул вещества (AB), т. е. вещества не диссоциированного, через n_2 число гр.-молекул вещества A и B , образовавшихся вследствие диссоциации, и, наконец, через n_0 число гр.-молекул растворителя. Вводя величину $n = n_0 + n_1 + n_2 + n_2$, мы получаем „концентрации“ $h = n_1 : n$ и $h_2 = n_2 : n$. Основываясь на общих формулах Planck'a, мы вывели формулу

$$\frac{h_2^2}{h_1} = K(p, t) \dots \dots \dots (36)$$

где правая сторона есть функция от p, t ; при данных p и t это есть величина постоянная. „Концентрации“ h_1 и h_2 определяют относительное содержание веществ (AB), A и B в совокупности этих трех веществ и самого растворителя. Нетрудно выразить α и m через величины n_0, n_1 и n_2 . Диссоциация α для бинарного электролита, очевидно, равна

$$\alpha = \frac{n_2}{n_1 + n_2} \dots \dots \dots (36, a)$$

ибо число молекул электролита равнялось бы $n_1 + n_2$, если бы не было никакой диссоциации. Далее, мы имеем n_0 гр.-молекул растворителя; пусть одна гр.-молекула имеет объем ω литров (для воды $\omega = 0,018$). Тогда $(n_1 + n_2)$ гр.-молекул электролита были растворены в ωn_0 литрах растворителя; отсюда число m гр.-молекул, растворенных в одном литре раствора, для достаточно слабых растворов можно принять равным

$$m = \frac{n_1 + n_2}{\omega n_0} \dots \dots \dots (36, b)$$

Вставляя в (36) значения h_1 и h_2 , имеем

$$\frac{h_2^2}{h_1} = \frac{n_2^2}{n_1(n_0 + n_1 + 2n_2)} = \frac{n_2^2}{n_1 n_0} = K(p, t) \dots \dots \dots (36, c)$$

ибо величиною $n_1 + 2n_2$ можно пренебречь. Далее (36, a) и (36, b) дают $n_2 = (n_1 + n_2)\alpha$, $n_1 = (n_1 + n_2)(1 - \alpha)$, $n_0 = (n_1 + n_2) : \omega m$. Вставляя эти три величины в (36, c) и вводя множитель ω , как составную часть, в обозначение $K(p, t)$, мы получаем

$$\frac{\alpha^2 m}{1 - \alpha} = K(p, t) \dots \dots \dots (36, d)$$

Это уравнение показывает, как при неизменных p и t меняется диссоциация α в зависимости от концентрации m . Оно, очевидно, не дает ничего нового, представляя лишь преобразование уравнения (36). Вводя, однако, вместо α его величину $\lambda : \lambda_0$, см. (33, a), мы получаем уравнение Ostwald'a

$$\frac{\lambda^2 m}{\lambda_0(\lambda_0 - \lambda)} = K(p, t) \dots \dots \dots (37)$$

определяющее зависимость эквивалентной электропроводности λ раствора бинарного электролита от его концентрации, при неизменных p и t . Первые наблюдения самого Ostwald'a, а также van't Hoff'a и Reicher'a (1888) дали превосходное подтверждение этой формулы для растворов девяти органических кислот. Дальнейшие исследования показали, однако, что только слабые кислоты и основания удовлетворяют закону Ostwald'a. Для растворов солей, а также сильных кислот и оснований формула (37) оказывается неприложимой. В 1889 г. Ostwald определил величину K для более чем 200 органических кислот. Важные следствия, вытекающие из этого материала, представляют, главным образом, химический интерес, и мы не можем здесь входить в дальнейшие подробности.

Для растворов, к которым формула (37) неприложима, были предложены различные эмпирические формулы; сюда относится формула Rudolphi

$$\frac{\lambda^2 \sqrt{m}}{\lambda_0 (\lambda_0 - \lambda)} = \text{Const.} \dots \dots \dots (37, a)$$

и формула van't Hoff'a

$$\frac{\lambda^3 m}{\lambda_0 (\lambda_0 - \lambda)^2} = \text{Const.} \dots \dots \dots (37, b)$$

Другие формулы предлагали Storch, Bancroft, Barmwater, Kraus и Brau (1913) и, в особенности, Jahn и Kohlrausch. Последний дал целый ряд образцовых исследований зависимости проводимости от концентрации для слабых растворов.

Интересный дальнейший шаг в теории электролитических явлений был сделан Arrhenius'ом (1889). В т. III, гл. XIV была выведена формула

$$\frac{d \lg K}{dt} = \frac{q}{HT^2} \dots \dots \dots (37, c)$$

в которой q есть скрытая теплота диссоциации одной гр.-молекулы электролита, T — абсолютная температура, H — постоянная формулы $pv = HT$, отнесенной к гр.-молекуле вещества. Зная K для двух температур, Arrhenius мог определить скрытую теплоту электролитической диссоциации q для восьми кислот, в том числе фосфорной, фосфорноватистой, уксусной, пропионовой, фтористоводородной и янтарной. Для семи из исследованных кислот оказалось $q < 0$, и только для янтарной $q > 0$. Если $q < 0$, то это означает, что электролитическая диссоциация во многих случаях есть процесс экзотермический, т. е. происходящий с выделением тепла. Формула (36, d), которую при малой диссоциации можно представить в виде $\alpha^2 m = K$, и формула (37, c) показывают, что если $q < 0$, то и $\frac{d\alpha}{dt} < 0$, т. е. для указанных весьма слабых электролитов диссоциация с повышением температуры уменьшается. Этим объясняется, как уже было упомянуто выше, что электропроводность растворов H_3PO_4 и H_3PO_2 , начиная от некоторых температур, убывает с повышением температуры.

Все, что до сих пор было изложено по вопросу об электролитической диссоциации, относилось нами к водным растворам. Для неводных растворов многие из полученных нами выводов весьма мало, или вовсе не оправдываются. Происходит это, во-первых, оттого, что другие растворители вызывают гораздо меньшую, а в большинстве случаев лишь ничтожную диссоциацию растворенного электролита; во-вторых, и подвижность ионов в различных растворителях может быть неодинаковою. Жидкий CNH обладает еще большею диссоциирующей способностью, чем вода, как показал Центнершвер. Вальден (1911) открыл, что формамид, $HCONH_2$, обладает относительно некоторых электролитов большею диссоциирующею способностью, чем вода; то же относится к H_2SO_4 . Нитрозодиметиламин ($(CH_3)_2N-NO$, муравьиная кислота, метиловый и этиловый спирты) обладают также большею диссоциирующей способностью. J. J. Thomson и Nernst указали, что диссоциирующая способность растворителя тем больше, чем больше его диэлектрическая постоянная. Анилин, хлороформ, бензол, эфир обладают малою индуктивною способностью; и, действительно, оказывается, что растворенные в них электролиты весьма мало диссоциированы, и самые растворы обладают малою электропроводностью. Замечательно, что некоторые электролиты, напр., HCl , растворенные в муравьиной кислоте, все-таки имеют малую проводимость. Наоборот, некоторые растворы солей в жидких NH_3 , SO_2 , ацетоне, ацетонитриле обладают большею проводимостью, чем растворы в воде. Здесь, очевидно, выступает влияние подвижности ионов, которая в названных растворителях больше, чем в воде.

В § 3 мы упомянули о работах Вальдена (1903—1906), исследовавшего электропроводность 50-ти органических жидкостей и их диссоциирующее действие. Мы видели, что он определил и диэлектрические постоянные этих жидкостей, при чем оказалось, что большей диэлектрической постоянной соответствует и большая диссоциирующая способность. В весьма интересной речи, произнесенной перед Фарадеевским Обществом, Вальден (1910) рассмотрел вопрос, можно ли воду причислить к электролитам; он приходит к выводу, что только в сильных кислотах и основаниях (как растворителях) вода подвергается диссоциации и играет роль электролита. В других растворителях вода не подвергается заметной диссоциации, даже если они обладают весьма большою диэлектрической постоянной.

Мы не можем останавливаться на разборе огромного числа работ, появившихся за последние годы и посвященных вопросам о взаимной связи между такими величинами, как проводимость, диссоциация, плотность и концентрация растворов, в особенности, неводных, а также химическими и физическими (напр., вязкость и диэлектрические постоянные) свойствами электролита и растворителя. Все эти работы относятся к области физической химии, и мы должны здесь ограничиться немногими указаниями.

Многие ученые, напр., Терешин (1909), Heydweiller (1909), Gruner (1911), P. Hertz (1912), Sutherland (1911), Kjellin (1911) и др., стара-

лись найти те или другие из упомянутых связей путем чисто теоретическим, рассматривая те силы, с которыми действуют ионы друг на друга и на недиссоциированные молекулы электрита. Р. Hertz вывел весьма общую формулу для зависимости молекулярной проводимости раствора от концентрации. Терешин и Heidweiller указывали на связь между плотностью и проводимостью растворов и проверяли ее на опытном материале; оказалось, что увеличение плотности раствора есть величина, аддитивно зависящая от рода двух ионов. Kjellin придает наибольшее значение электрическим силам, действующим внутри раствора. Как условие равновесия раствора, он находит следующую связь между концентрациями C_1 ионов и C_2 недиссоциированных молекул:

$$A \lg C_1 - B \sqrt[3]{C_1} - \lg C_2 = \lg k,$$

где A и B постоянные, которые могут быть вычислены для каждого электролита, K постоянное. Так, для KCl получается $A = 1,5026$, $B = 0,2973$ и $K = 1,325$; для $ZnSO_4$ $A = 1,7212$, $B = 1,1894$, $K = 0,01827$.

Огромный опытный материал собрал Jones (1905—1913) со своими учениками по вопросу о проводимости и диссоциации растворов электролитов, в особенности органических кислот, а также температурных коэффициентов (от 0° до 65°) проводимости и степени диссоциации. Jones опубликовал всего 14 статей, из которых последняя (1913) содержит краткую сводку результатов всех предыдущих работ. Укажем некоторые из этих результатов. Для растворов слабых органических кислот температурный коэффициент проводимости быстро растет с уменьшением концентрации и быстро уменьшается с повышением концентрации. Если кислота соединена с водой, то этот коэффициент больше, а указанные его изменения меньше. Проводимость μ всегда выражается формулой вида

$$\mu = \mu_0 + at - bt^2,$$

где a и b постоянные. Для некоторых органических кислот наблюдается максимум диссоциации между 25° и 35° ; для других, повидимому, максимум находится несколько выше температуры, до которой доходили наблюдения.

Вальден нашел (1910), что в неводных растворах, как и в водных, кривая проводимости, с понижением температуры, асимптотически приближается к оси температур. Еще в 1906 г. он открыл, что соль $N(C_2H_5)_4J$ обладает в 14-ти различных растворителях при насыщении (25°) почти одинаковой степенью диссоциации. В 1913 г. Вальден нашел, что соль $N(CH_3)_4J$ в пяти растворителях — $\alpha = 0,26$. Также KJ в трех растворителях дает α около 0,423. Van Laar (1907) и Krüger (1911) дали теоретические объяснения этой важной закономерности.

Большое число сюда относящихся работ произвел Саханов, изложивший полученные результаты в двух книгах (1913, 1916). Между прочим, он исследовал те минимума проводимости (в зависимости от концентрации), для которых Вальден нашел закон $K\sqrt[3]{v} = \text{Const.}$, где K диэлек-

трическая постоянная растворителя и v (объем раствора) мера разведения. Саханов и Гринбаум (1915) определяли числа переноса ионов электролитов, растворенных в анилине и в смесях анилина и пиридина.

Теория электролитической диссоциации дает нам объяснение того факта, что растворение весьма часто сопровождается сжатием; в т. I мы познакомились с этим явлением. Drude и Nernst (1894) указали, что это сжатие заметно как раз в растворах электролитов, и объяснили его особого рода электрострикцией, т. е. как результат механического действия зарядов ионов на растворитель. Если это верно, то для весьма разбавленных водных растворов сжатие должно быть аддитивною величиною, т. е. складываться из двух величин, зависящих от рода ионов. С этим вполне согласно то, что в т. I было сказано о правиле Valsol'n'a и о его так наз. модулях. Carraга и Levi (1900) исследовали сжатие при растворении в различных органических растворителях и нашли, что и для них, согласно теории Drude и Nernst'a существует связь между сжатием (электрострикцией) и электролитической диссоциацией в растворе.

Существует целый ряд способов для непосредственного измерения скоростей ионов. Впервые Lodge предложил несколько таких способов. Два отдельных сосуда A и B содержат растворы одного и того же или двух различных электролитов; в них погружены по одному из двух электродов. Сосуды соединены трубкой C , содержащей другой раствор, с прибавкою в некоторых случаях желатини или агар-агара. При пропускании тока через ACB можно было заметить, как один из ионов (или оба) проникает из сосудов в трубку C . Lodge наполнял, напр., A и B слабым раствором H_2SO_4 , а трубку C желатиной, содержащей $NaCl$ и фенолфталеин, чуть-чуть окрашенный раствором натра. При пропускании тока, ион H_2 , проникая в трубку, образует HCl , вследствие чего желатина обесцвечивается. Скорость, с которою распространяется обесцвечивание, и есть искомая скорость иона. В другом опыте A и B содержали раствор $BaCl_2$, а трубка C желатину с уксусной кислотой и серно-серебряной солью. Образующиеся осадки $BaSO_4$ и $AgCl$ указывали на скорость ионов Ba и Cl . В других случаях сосуды содержали $CuSO_4$ и $NaHO$, а трубка C желатину с $NaCl$ и неокрашенным фенолфталеином. Ион HO , разлагая $NaCl$, окрашивал фенолфталеин. Когда сосуды содержали $NaSO_4$ и $BaCl_2$, то в определенном месте трубки C , где ионы SO_4 и Ba встречались, образовывалась поперечная пленка из $BaSO_4$. По ее местоположению можно было определить относительные скорости ионов.

Wetham (1892) видоизменил способ Lodge'a. Он помещал в одном сосуде, один над другим, растворы двух электролитов (AC) и (BC), имеющих общий ион C и различно окрашенных. Если пропускать ток, то C движется в одном направлении, A и B в противоположном, вследствие чего граница двух жидкостей перемещается. Скорость этого перемещения определяется скоростью того иона, от которого зависит окраска. Nernst (1897) поместил в нижней части U -образной трубки густой красный раствор $KMnO_4$ и H_3BO_3 , а над ним в обеих ветвях растворы KNO_3 , содержащие электроды. Если пропустить ток, то ион MnO_4 движется к аноду,

вследствие чего окраска в обеих ветвях перемещается со скоростью движения этого иона.

Другие способы предложили Masson (1899), Noyes и Blanchard и др. Наиболее точный и удобный способ выработали Abegg и Steele (1901); он представляется усовершенствованным способом Wetham'a. Вообразим три соприкасающихся раствора электролитов (AC), (BC) и (BD), из которых первые два имеют общий анион C , последние два — общий катион B . Положим, что анионы C и D движутся по направлению от первого раствора (AC) к третьему (BD), который содержит анод, а катионы A и B в обратном направлении к катоду, находящемуся в растворе (AC). Можно теоретически показать, что если из двух ионов передний обладает большею подвижностью, то граница двух растворов остается вполне резкою и легко наблюдаемою, хотя бы оба раствора были бесцветны; диффузия растворов делается невозможною. Скорости перемещения двух границ растворов относятся, как подвижности ионов B и C среднего электролита. Этот замечательный способ дает, таким образом, возможность непосредственно определить отношение $u : v$ подвижностей двух ионов. Им воспользовались Denison и Steele (1905).

Jaffé определил в жидком гексане скорость ионов, вызванных лучами радия; он пользовался методом Langevin'a измерения скоростей ионов в газах (т. V). Скорость положительных ионов, при напряжении поля 1 вольт на 1 см., оказалась равной $6,03 \cdot 10^{-4}$ см. в сек., а скорость отрицательных $4,17 \cdot 10^{-4}$ см. в сек.

Заключение. В предыдущих параграфах мы довольно подробно рассмотрели теорию электролитической диссоциации. Мы видели, что она дает возможность разобраться в целом ряде явлений, наблюдаемых в водных растворах. Представленная нами картина страдала бы, однако, большою односторонностью, если бы мы умолчали о том, что есть целая группа ученых, не примкнувших к учению о диссоциации в растворах и о недостатках этого учения. В России Менделеев, Д. Коновалов, Флавицкий, Хрущов, Богородский, из иностранных ученых — Armstrong, Crompton, Reichler, Helfenstein, Kahlenberg, Traube и др. не принимают учения об электролитической диссоциации растворов. Мы видели, что во многих деталях результаты теории не сходятся с наблюдениями, и что для неводных растворов она оказывается более или менее неприменимою. Она, несомненно, принесла огромную научную пользу, как рабочая теория, но надо думать, что она со временем подвергнется весьма значительному, а, может быть, и коренному изменению. На это указал Bancroft в своей речи, произнесенной при оставлении им должности вице-президента Отделения Химии в Филадельфии в 1904 г., а также Богородский (1905) в предисловии к неоднократно нами упомянутой книге об электролизе расплавленных неорганических веществ.

Из попыток усовершенствовать теорию электролитической диссоциации укажем на работу Malmstroem'a (1905), который в основу своих выводов положил формулу Van der Waals'a для смесей (т. III) и принял

во внимание электрическую энергию свободных ионов. Однако, выведенные им формулы также не оправдываются сильно диссоциированными электролитами. Brillouin (1906) дал теорию зависимости величины диссоциации от диэлектрической постоянной растворителя. Steele, Mc. Intosh и Archibald (см. § 3) старались опровергнуть возражения Kahlenberg'a, вводя предположение, что во многих случаях растворенное вещество получает способность распадаться на ионы, лишь присоединив к себе одну или несколько частиц растворителя, как мы это видим ясно на веществе NH_3 , которое, соединившись с одной частицей H_2O , дает ионы NH_4 и HO .

М. Planck (1902) показал в весьма интересной работе, какие свойства растворов (в том числе и такие, которые относятся к электролизу) могут быть строго выведены, независимо от теории диссоциации, на основании начал термодинамики, а потому не могут представлять ни малейшего сомнения.

§ 7. Электролитическая поляризация. В § 7 главы второй, первой части этого тома были уже некоторые предварительные понятия об электролитической поляризации. Явление это с внешней стороны заключается в следующем. Назовем, вообще, вольтметром сосуд, содержащий два электрода, погруженных в одну жидкость или в две различные жидкости, расположенные одна над другою или отделенные друг от друга пористою перегородкою. Если к электродам вольтметра приложить некоторую разность потенциалов, вводя его в цепь электрического тока, то в первый момент возникает в цепи ток, сила J которого вполне определяется законом Ома, т. е. действующей вне вольтметра электродвижущей силой E , действующей в самом вольтметре электродвижущей силой E' и сопротивлением r вольтметра и R остальных частей цепи вне вольтметра (величина E' была обозначена в части 1, гл. II, § 7 через E). Таким образом, имеем

$$J = \frac{E + E'}{R + r} \dots \dots \dots (38)$$

В частном случае, когда $E' = 0$ (одинаковые электроды в одной жидкости), имеем

$$J = \frac{E}{R + r} \dots \dots \dots (38, a)$$

Если для этого случая обозначим через $V_1 - V_2$ разность потенциалов, приложенную к электродам, то

$$J = \frac{V_1 - V_2}{r} \dots \dots \dots (38, b)$$

Оказывается, что во многих случаях такая сила тока получается только в первый момент, а затем она весьма быстро уменьшается, иногда почти до нуля. В немногих исключительных случаях J медленно увеличивается.

Не может подлежать сомнению, что основная причина изменения силы тока заключается в тех электролитических процессах, которые возникают в вольтметре при его введении в цепь. Однако, влияние этих

процессов может быть двоякое: изменение сопротивления r вольтметра или возникновение в нем новой электродвижущей силы.

Изменение сопротивления вольтметра происходит в следующих случаях:

1. Когда ионы, выделяющиеся на электроде, весьма плохо проводят электричество; сюда относится, напр., случай выделения серы.

2. Когда ионы, при их действии на электрод, образуют плохо проводящий слой, напр., слой окиси. Сюда относится случай окисления алюминиевого электрода, рассмотренный в § 2.

3. Когда вследствие электролиза в самом растворе образуются новые вещества, проводимость (т. е. подвижность ионов) которых отличается от проводимости первоначально данного электролита. Сюда относятся, между прочим, и те редкие случаи, когда сила тока с течением времени возрастает. Так, напр., в растворе $CuSO_4$ между электродами из Pt образуется H_2SO_4 ; так как подвижность H_2 больше подвижности Cu , то внутреннее сопротивление r вольтметра с течением времени уменьшается. Изменение концентрации раствора, как результат электролиза, также может иметь последствием изменение сопротивления r .

Однако, помимо того изменения силы тока J , которое объясняется только что указанными изменениями сопротивления r вольтметра, наблюдается во многих случаях еще другое изменение силы тока, а именно, как упомянуто выше, быстрое его уменьшение. Причина этого явления может заключаться в возникновении внутри вольтметра особого сопротивления, не принадлежащего к указанным выше, или — в возникновении внутри вольтметра особой электродвижущей силы e по направлению, противоположному силе E или разности потенциалов $V_1 - V_2$. Долгое время полагали, что между электродами и жидкостью действительно возникает при электролизе особого рода „сопротивление перехода“ (Uebergangswiderstand). Однако, ныне можно считать установленным, что никакого „сопротивления перехода,“ как его прежде понимали, не существует, но что в вольтметре возникает при электролизе новая электродвижущая сила e , которая называется электродвижущей силой поляризации или просто поляризацией.

Мы предположим сперва, что до введения вольтметра в цепь в нем не существовало вовсе электродвижущей силы. К этому случаю относятся формулы (38,а) и (38,б). Когда возникла поляризация e , то сила тока J выразится одною из формул:

$$\left. \begin{aligned} J &= \frac{E - e}{R + r} \\ J &= \frac{V_1 - V_2 - e}{r} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (39)$$

Если вольтметр после того, как в нем возникла поляризация e , выключить из цепи и непосредственно соединить его затем с гальванометром, то последний покажет, что в образованной таким путем новой цепи существует ток, который в вольтметре имеет направление, обрат-

ное току J . Сила J_p этого тока, называемого поляризационным, выражается в первый момент формулою

$$J_p = -\frac{e}{r + R_1} \dots \dots \dots (39, a)$$

где R_1 сопротивление всех внешних частей цепи. Сила J_p быстро убывает до нуля.

Причина возникновения поляризации e может быть двоякая. Во-первых, одинаковые первоначально электроды могут сделаться неодинаковыми, вследствие действия на них ионов; в этом случае вольтметр делается как бы гальваническим элементом с двумя различными электродами в одной жидкости. Сюда относится, напр., случай, когда электроды покрыты одинаковыми слоями окисла металла, напр., глета, и погружены в слабый раствор серной кислоты. При электролизе один слой (анодный) окисляется, при чем образуется перекись; другой слой (катодный) раскисляется до низших окислов или даже до восстановления металла. Поляризационный ток идет внутри образовавшегося

Рис. 236.

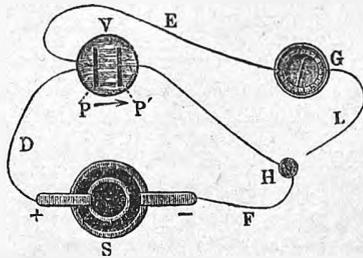
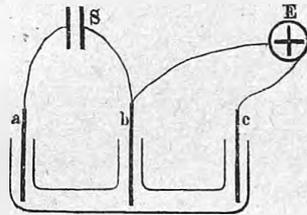


Рис. 237.



таким путем поляризационного элемента (аккумулятора) по направлению от раскисленной поверхности к окисленной; электрод, покрытый перекисью, оказывается положительным.

Во-вторых, ионы, не действуя химически на электроды, самым появлением своим у поверхности последних вызывают возникновение поляризации. Этот случай наиболее важный, и мы прежде всего обратимся к его изучению.

Мы предположим теперь, что ионы газообразны. Типичным представляется следующий пример: вольтметр содержит две платиновые пластинки, погруженные в раствор серной кислоты или иного электролита, при электролизе которого выделяется водород и кислород.

Этою-то поляризацией водородом и кислородом мы прежде всего и займемся.

Явление поляризации, повидимому, впервые заметил Gautherot (1802), а затем ее исследованием занимались — Ritter (1803), Marianini, de la Rive, Matteucci и др.

Для обнаружения явления поляризации может служить прибор, схематически изображенный на рис. 236. Здесь S — элемент, V — вольт-

метр с электродами P и P' , G — гальваноскоп, H — чашечка со ртутью. Ток проходит через вольтметр по направлению от P к P' ; если вынуть конец проволоки F из чашечки H и погрузить в H конец проволоки L , то присутствие поляризационного тока, проходящего через V по направлению от P' к P , обнаруживается гальваноскопом G .

Первые более тщательные исследования поляризации произвели Feschner (1831) и Poggendorf (1841); но мы не останавливаемся на этих работах, целью которых было, между прочим, определение того особого сопротивления перехода, которое, как показали позднейшие исследования, вообще не существует. Классическое исследование поляризации было произведено Э. Ленцем (1843), который вполне выяснил характер этого явления и открыл важнейшие его законы. Он нашел, прежде всего, что поляризация, т. е. величина электродвижущей силы e , возрастает с возрастанием силы поляризующего тока, или, выражаясь точнее, с возрастанием электродвижущей силы E , приложенной к вольтметру. Но это возрастание доходит только до некоторого предела e_m ; далее этого предела поляризация уже не возрастает, как бы ни возрастали E и сила тока J , проходящего через вольтметр. Максимальная величина e_m зависит от вещества электрода и от рода газа, выделяющегося на его поверхности. Далее, Э. Ленц нашел, что поляризация e состоит из двух частей, отдельно возникающих у двух электродов. Если один из поляризованных электродов заменить электродом свежим, неполяризованным, то поляризация e_1 оказывается меньше e ; то же самое относится к поляризации e_2 , которая обнаруживается, когда другой электрод заменить неполяризованным. Оказывается, что $e = e_1 + e_2$. Положим, напр., что электроды из Pt , а поляризующие газы O и H ; поляризованные электроды обозначим через Pt_0 и Pt_H . Тогда $Pt_0 | Pt_H = Pt_0 | Pt + Pt | Pt_H = Pt_0 | Pt - Pt_H | Pt$. Наконец, Э. Ленц первый показал, что нет надобности принимать особое „сопротивление перехода“ для объяснения явлений поляризации.

В части I, гл. II, § 7 уже было упомянуто о неполяризующихся электродах; таковыми представляются металлы в растворах их же солей, напр., Cu в растворе $CuSO_4$, Zn в растворе $ZnCl_2$ и т. под.

Методы измерения поляризации e мы здесь подробно рассматривать не будем. Эти методы вообще совпадают с теми общими методами измерения электродвижущих сил, которые будут рассмотрены ниже. Сюда относятся, главным образом, методы компенсационные. Здесь упомянем только о методе Fuchs'a, специально назначенном для измерения поляризации e . Не вдаваясь в подробности, ограничиваемся схематическим рисунком 237. Горизонтальная трубка снабжена тремя вертикальными боковыми трубками, содержащими электроды a и b , поляризацию которых желают измерить; c — добавочный электрод, соединенный с электрометром E ; другой зажим электрометра соединяется с одним из электродов a , либо b так, чтобы его показания измеряли разность потенциалов между c и соответственным электродом. Предположим, что измеряется разность потенциалов между b и c . Если теперь соединить a и b

с батареей S , то показание электрометра изменяется на величину, равную поляризации электрода b . Можно поместить a , b и c в различные сосуды, соединенные сифонами, и в качестве электрода c взять амальгамированный цинк, погруженный в раствор цинкового купороса; в этом случае c — электрод неполяризующийся. Ф. Е. Neumann, Foerpl и др. предлагали различные специальные методы измерения e ; критический разбор различных методов дал Pirani.

Величина поляризации e находится в довольно сложной зависимости от приложенной к электродам электродвижущей силы E , или от силы тока J , проходящего через вольтметр. Исследования Grova (1863) и F. Exner'a (1878) показали, что при постепенном возрастании величины E , начиная от нуля, сначала e по величине равно E , но, понятно, имеет противоположное направление. При этом $J = 0$, тока нет, и нет заметного выделения газов в виде пузырьков. Начиная от некоторого значения $E = e'$, получается $e < E$; в то же время появляется ток J , и начинается заметный электролиз. С этого момента начинается как бы второй период; Grova определил для него зависимость поляризации e от силы тока J . Оказалось, что e может быть выражено формулой вида

$$e = A - B e^{-\alpha J} \dots \dots \dots (40)$$

где A , B и α постоянны. При $J = 0$ имеем $e = A - B$, при $J = \infty$ получилось бы $e = A$. Для платиновых электродов Grova находит A около 2,7 вольт, B около 0,3 вольт. Таким образом до $E = E' = 2,4$ вольта имеем $e = E$ и $J = 0$. Когда $E > 2,4$ вольта, получается $J > 0$, и e растет еще дальше до предельного значения 2,7 вольта. F. Exner находит несколько иной результат, а именно, что $e = E$ приблизительно $E = 2$ вольтам; далее, e растет и при $E = 2,5$ достигает максимального значения $e = 2,23$ вольта, которое уже не увеличивается, как бы ни возрастало E .

Максимальное значение поляризации для различных электродов и электролитов определили Buff, Raoult, Roggendorf, Fromme и, в особенности, Савинов (1891), который измерял поляризацию анода и катода для случая, когда оба электрода состоят из платины; электролиты брались различные, но во всех случаях поляризация вызывалась водородом и кислородом, которые при электролизе выделялись на электродах. Савинов нашел следующие величины поляризации, выраженные в даниэлях:

	H_2SO_4	$NaHO$	KHO	Na_2SO_4	K_2SO_4	$MgSO_4$
Максим. поляр. на аноде .	1,20	1,25	1,23	1,42	1,47	1,10
„ „ „ катоде .	1,11	1,46	1,42	1,47	1,46	1,44

Зависимость максимальной поляризации от вещества электродов исследовали Pirani, Streintz, Tafel (1915) и др. Оказалось, что вещество играет весьма важную роль. Так, напр., поляризация медных электродов в растворе серной кислоты не превышает 0,5 вольта, между тем как при других электродах она может доходить до 2,5 и даже до 3 вольт. Koch и Wuellner находили при платиновых электродах даже 3,5 вольта.

Поляризация платинированной платины, примерно, на 0,5 вольта меньше, чем поляризация гладкой платины; это явление интересно в теоретическом отношении.

Исследование поляризации отдельных электродов произвел особенно тщательно Beetz (1880). Он подтвердил результаты, отчасти уже найденные Э. Ленцом. Так, он нашел, по методу Fuchs'a, что поляризация платинового электрода водородом или кислородом в растворе H_2SO_4 не зависит от того, из чего состоит и какую жидкостью окружен другой электрод; вся поляризация вольтметра равна сумме поляризаций двух электродов. Величина поляризации зависит от размеров двух электродов; когда электроды весьма различных размеров, то поляризация меньшего электрода может достигнуть значительной величины, между тем как поляризация большего электрода остается ничтожно малой, или даже совершенно незаметной. Когда оба электрода весьма малы, то поляризация также может достигнуть значительно больших величин, чем когда электроды имеют большие размеры.

Когда замыкается цепь, содержащая вольтметр, то поляризация последнего не мгновенно достигает того значения e , которое соответствует приложенной к электродам вольтметра разности потенциалов. F. Kohlrausch (1873) нашел, что если цепь замыкается на весьма короткое время, то поляризация e пропорциональна количеству q электричества, прошедшего через вольтметр. Но это относится только к слабым поляризующим токам. Bartoli (1880) нашел, что e выражается формулою

$$e = \frac{B}{2} \left(1 - 10^{-\alpha \frac{q}{s}} \right) + \frac{B_1}{2} \left(1 - 10^{-\alpha_1 \frac{q}{s_1}} \right) \dots \dots \dots (40, a)$$

в которой s и s_1 поверхности двух электродов, B , B_1 , α и α_1 постоянные. Во многих случаях можно положить $B = B_1$ и $\alpha = \alpha_1$. Когда поверхности электродов одинаковые, то получается формула

$$e = B \left(1 - 10^{-\alpha \frac{q}{s}} \right) \dots \dots \dots (40, b)$$

Kohlrausch определил примерное количество газов, которое должно появиться у электродов, чтобы была достигнута некоторая определенная поляризация e . Он нашел, что для случая поляризации платины водородом и кислородом получается $e = 1$ дан., когда на 1 кв. см. поверхности одного электрода появится $15 \cdot 10^{-8}$ мгр. водорода, и соответственно на 1 кв. см. поверхности другого электрода $12 \cdot 10^{-7}$ мгр. кислорода.

Постепенное возрастание поляризации e после замыкания и постепенное убывание после размыкания цепи исследовали многие ученые. Edlund (1852) показал, что через 0,02 сек. после замыкания цепи поляризация Pt в слабой H_2SO_4 достигает одной четверти окончательного своего значения. Вообще же, можно сказать, что поляризация возникает весьма быстро. Но, в большинстве случаев она, падает чрезвычайно медленно, если после размыкания цепи оставить вольтметр разомкнутым. Даже через месяц вольтметр обнаруживает

следы вызванной в нем электродвижущей силы. Если же вольтметр замкнуть, так что получается поляризационный ток, то поляризация, а следовательно, и сила этого тока падают быстро, хотя и медленнее, чем происходит возникновение поляризации после замыкания цепи поляризующей. Ближе исследовали эти явления Fromme, Bernstein, Macaluso, Streintz, Helmholtz, Bouty, Salomon (1897) и др. Bouty находит, что быстрота возрастания поляризации на двух электродах не одинакова: на аноде возрастание происходит медленнее, чем на катоде. Сумма e поляризаций обоих электродов несколько меньше E , т. е. поляризующей силы. Поэтому через вольтметр, даже при самых малых E , всегда проходит некоторый, хотя и весьма слабый ток. Этот ток, существование которого было замечено и раньше, можно назвать остаточным током (Reststrom).

Сотрясение электродов вызывает уменьшение поляризации. С повышением температуры уменьшается поляризация, как показали исследования Crova, Roggendorff'a, Beetz'a и др. При слабых токах влияние температуры более заметно на электроде, покрытом водородом, чем на электроде, покрытом кислородом. Мы обратимся ниже к теории этого вопроса.

Давление не влияет заметно на поляризацию, но теоретически можно доказать, что поляризация должна увеличиваться с увеличением давления.

Большинство исследований поляризации, вызванной газообразными ионами, относится к поляризации кислородом и водородом. Существует, однако, и ряд работ по вопросу о поляризации другими веществами. Первые сюда относящиеся исследования производили Э. Ленц и Савельев (1846), а затем, в особенности Beetz, Raoult и др. Beetz исследовал поляризацию платины хлором, бромом и иодом и нашел для хлора $0,505 D$, для брома $0,33 D$, для иода $0,17 D$, между тем как поляризация водородом, по его измерениям, равна $0,9 D$.

Познакомившись с общим характером явления поляризации, обращаемся к рассмотрению того, что собственно происходит у поверхности электрода при его поляризации. Когда вольтметр вводится в цепь, и между его электродами устанавливается определенная разность потенциалов E , то тотчас же начинается движение ионов к электродам; вместе с ионами движутся и их заряды. Достигнув поверхности электрода, ионы прежде всего образуют слой вдоль этой поверхности, но не отдают тотчас же своего заряда; чтобы отнять от иона его заряд, требуется некоторая, определенная по величине, электрическая сила. Заряд ионов и заряд на поверхности электрода образуют двойной электрический слой, (часть 1, гл. I, § 6), т. е. нечто, вполне напоминающее заряженный конденсатор. Поляризованный вольтметр может быть уподоблен совокупности двух конденсаторов; расстояние поверхностей в каждом из них весьма мало, а потому емкость двух конденсаторов, т. е. емкость поляризованного вольтметра весьма велика.

Каждому двойному слою, или конденсатору, соответствует определенная разность потенциалов (скачек потенциала), зависящая от рода ионов и от их количества. Две возникающие таким образом разности потенциалов e_1 и e_2 у двух электродов и составляют то, что мы выше назвали поляризацией электродов. Когда величина $e = e_1 + e_2$ по величине делается равной разности потенциалов E электродов, то во всей цепи, очевидно, должно установиться статическое распределение зарядов, сумма электродвижущих сил (скачков потенциала), действующих во всей замкнутой цепи, делается равной нулю, а вместе с нею и сила тока в цепи падает до нуля.

Если увеличить E , а вместе с тем и заряды электродов, то новые количества ионов будут притянуты к поверхностям электродов, и заряды двух упомянутых конденсаторов будут увеличиваться до тех пор, пока сумма скачков потенциала, т. е. поляризация вольтметра не достигнет вновь величины E .

Вместе с увеличением зарядов, а следовательно, и разности потенциалов с двух сторон от каждого двойного слоя, увеличивается и та практическая сила F , которая действует между зарядом ионов и зарядом электрода, и которая стремится отнять от ионов их заряд, а следовательно, и назвать видимое выделение ионов, т. е. явление фактически происходящего электролиза. Мы должны себе представить, что ионы удерживают заряды с определенной силою, которую можно назвать их цепкостью (Haftintensität). Как только электрическая сила F делается равной этой цепкости, начинается заметный электролиз. Le Blanc, работы которого особенно способствовали раз'яснению явлений поляризации, отрицает существование максимума поляризации в том смысле, как это было изложено выше. Зато он вводит понятие о разлагающей силе (Zersetzungswert), понимая под этим термином то значение действующей электродвижущей силы, при котором начинается видимое выделение ионов, как следствие того, что на обоих электродах электрическая сила начинает преодолевать цепкость ионов. Le Blanc определил разлагающие силы, а также цепкости для многих электролитов. При этом он, между прочим, нашел, что цепкость металлических ионов, выделяющихся из раствора соли данного металла, т. е. тот скачек потенциала у катода, при котором начинается непрерывное и правильное выделение металла, как раз равен электродвижущей силе, т. е. скачку потенциала между этим металлом и раствором его соли. Так, напр., Cd в растворе (нормальном) $CdSO_4$ дает электродвижущую силу + 0,16 вольта, а при электролизе этого раствора начинается выделение Cd как раз тогда, когда поляризация отрицательного электрода делается равной 0,16 вольта. Le Blanc'у удалось, таким образом, связать теорию электродвижущих сил, данную Nernst'ом (часть 1, гл. I, § 6), с обратным явлением электролиза.

Заметим, что Le Blanc, исходя из представления о цепкости ионов, дал новое об'яснение того факта, что, при электролизе раствора смеси различных солей, металлы выделяются в определенном порядке, а не

все сразу. По его мнению, ионы выделяются в порядке величины их цепкости: сперва отнимаются заряды у ионов, обладающих наименьшею цепкостью, при чем соответственный металл осаждается на электроде; затем настает очередь за ионами с наименьшею цепкостью из оставшихся в растворе и т. д. Le Blanc нашел для растворов многих кислот и оснований величину разлагающей силы приблизительно равную 1,67 вольт. Позднейшие исследования Nernst'a (1897), Glaser'a и Bose (1898) дали возможность точнее определить каждую из двух составных частей этой величины. Названные ученые брали один электрод с весьма большою, другой с весьма малою поверхностью; поляризацию первого можно было принять равною нулю. Они нашли, что кривая, выражающая силу тока, проходящего через вольтметр (упомянутый выше остаточный ток), как функция от E , имеет несколько переломов, при которых скорость возрастания силы тока внезапно увеличивается. Это может быть объяснено распадением электролита на разного рода ионы, напр., H_2O на H_2 и O , или на HO и H , H_2SO_4 может дать ионы H_2 и SO_4 или H и HSO_4 .

Мы упомянули, что поляризованный вольтметр может быть уподоблен совокупности двух конденсаторов; электролит и обе внутренние поверхности находятся при одном потенциале, при чем, однако, электролит никоим образом не может считаться аналогичным проводнику, соединяющему поверхности двух конденсаторов. Это явствует уже из того, что разряд поляризованного вольтметра происходит не мгновенно, но сравнительно весьма медленно. Исследованием емкости вольтметра занимались, главным образом, Колли (Colley, 1879), Blondlot, Oberbeck, Collin, Bouty, Lietzau, F. Kohlgausch, M. Wien, Gordon (1897), Соколов (1896) и Krüger (1903). Заслуга Колли заключается в том, что он строго доказал, что вольтметр ни в каком случае не может быть рассматриваем, как один конденсатор, но что он, как сказано выше, аналогичен совокупности двух конденсаторов.

Пусть q — емкость конденсатора, η — его заряд, V — разность потенциалов двух поверхностей конденсатора; в рассматриваемом случае V не что иное, как электродвижущая сила e поляризации вольтметра. Емкость обыкновенного конденсатора есть величина постоянная, зависящая, как мы видели, только от формы и размеров конденсатора; она определяется формулою $q = \eta : V$. Для вольтметра мы должны были бы иметь $q = \eta : e$. Однако, если для различных значений поляризации e измерять то количество электричества η , которое втекает в вольтметр при его заряде, или которое протекает через цепь поляризованного тока при разряде вольтметра, то оказывается, что емкость q вольтметра не есть величина постоянная, но зависит от поляризации e . В том случае приходится говорить о емкости q вольтметра при поляризации e и принимать ее равною

$$q = \frac{d\eta}{de} = f(e) \dots \dots \dots (41)$$

Blondlot (1881) первый подробно исследовал зависимость емкости q от поляризации e . Он нашел, что емкость растет вместе с поляризацией e , и ввел понятие о емкости q_0 при бесконечно малом e , назвав ее начальной емкостью вольтметра. Blondlot вывел из своих наблюдений, что начальная емкость q_0 при платиновых электродах не зависит ни от направления (знака) поляризации, ни от природы электролита, а только от величины e . По абсолютной величине наименьшая измеренная емкость вольтметра оказалась равной емкости плоского конденсатора, поверхности которого находятся на расстоянии одной миллионной миллиметра друг от друга. Oberbeck (1883) находит противоположный результат, а именно, что емкость вольтметра зависит, как от электролита, так и от вещества электрода.

Изменение емкости при возрастании поляризации, т. е. того времени, в течение которого приложенная электродвижущая сила E действует на вольтметр, объясняется теми вторичными явлениями, которые сопровождают поляризацию. Сюда относятся: поглощение газов веществом электрода (окклюзия), растворение и диффузия газов, а в некоторых случаях также влияние газов, растворенных в электролите (кислород воздуха или газы, растворившиеся при прежних опытах), и, наконец, вторичные химические явления, происходящие у поверхности электрода. В результате всех перечисленных явлений получается более или менее непрерывная деполяризация электродов, а это и влечет за собою увеличение той емкости, которая измеряется током, заряжающим или разряжающим вольтметр.

Wiedeburg (1894) теоретически рассмотрел влияние вторичных действий на поляризацию. Он принимает для емкости вольтметра выражение

$$q = \frac{c}{1 - \frac{e}{e_m}},$$

где c постоянная, e_m — максимальное значение поляризации, при котором емкость, теоретически говоря, делается бесконечно большою. M. Wien (1896), Соколов (1897) и Gordon (1897) исследовали путем опыта емкость вольтметра. Соколов полагает, что истинная емкость поляризации, зависящая только от образующихся у поверхности электродов двойных электрических слоев, значительно меньше тех емкостей, которые определяются измерением заряжающего или разряжающего тока. Gordon измерял емкости при помощи моста Витстона по способу Nernst'a, пользуясь переменными токами. Он, между прочим, находит, что платинированная платина дает гораздо большую емкость, чем платина чистая, что вполне согласно с только-что изложенным.

Упомянутый выше остаточный ток (Reststrom), который непрерывно проходит через вольтметр даже при самых слабых приложенных к нему электродвижущих силах, также объясняется указанными выше вторичными действиями. Так, напр., растворенный кислород (не ион) может от катода получать отрицательное электричество, т. е. превращаться

в ион и соединяться с водородными ионами, образуя воду. И другие упомянутые выше явления могут вызывать непрерывную деполаризацию, т. е. уменьшение поляризации, которая столь же непрерывно восстанавливается новыми потоками ионов, направляющихся к электродам. Движение этих ионов и представляет остаточный ток.

Выяснение той роли, которую играют в явлениях электролиза газы, растворенные в электролите или поглощенные электродами, а также диффундирующие от одного электрода к другому, принадлежит Helmholtz'у, который назвал токи, проходящие через вольтметр при очень слабой приложенной к нему электродвижущей силе, конвекционными. Специально влияние поглощения водорода платиновым электродом исследовал теоретически и экспериментально Witkowski. Он находит, что сила тока J , проходящего через вольтметр, спустя время t после замыкания цепи, выражается формулой вида

$$J = \frac{\alpha}{\sqrt{t}} + \beta,$$

где α , между прочим, зависит от быстроты проникновения водорода в платину. Если цепь была замкнута в течение времени ϑ , и затем вольтметр замкнут своею цепью, то сила J' поляризационного тока, спустя время t после его возникновения, выражается формулой вида

$$J' = \frac{\alpha}{\sqrt{t}} - \frac{\alpha}{\sqrt{t + \vartheta}} - \delta.$$

Опыты подтвердили правильность этих формул, в которых β соответствует остаточному постоянному току, а δ зависит от предыдущих заряджений вольтметра.

Если вольтметр герметически закрыт, из жидкости и из электродов совершенно удалить кислород и водород, и ввести его в цепь, в котором действует слабая электродвижущая сила, то сила тока быстро доходит до нуля; непрерывно продолжающийся остаточный ток при таких условиях, как показал Helmholtz, существовать уже не может. В следующем параграфе мы увидим, к каким результатам пришел Helmholtz, прилагая термодинамические рассуждения к теоретическому разбору явлений, происходящих в вольтметре. Дальнейшие, наиболее глубокие исследования в этой области принадлежат Соколову (1896).

Ostwald развил более подробное представление о механизме возникновения поляризации, исходя из теории электролитической диссоциации. Он отличает несколько частных случаев. Простейший случай мы имеем, когда металл находится в растворе одной из его солей. В этом случае существует двойной слой, уравнивающий разность между упругостью растворения (часть 1, гл. II, § 6) и осмотическим давлением. Если увеличить потенциал электрода, то положительные катионы выходят из этого электрода; а если его потенциал уменьшить, то катионы из жидкости переходят на электрод. Оба действия продолжаются, пока не восстанавливается прежняя равность потенциалов. Поляризации, остаю-

щейся после прохождения тока, вовсе не образуется. Если же в электролите вовсе нет катионов, из вещества электрода (уголь, платина), и мы дадим этому электроду какой-либо положительный потенциал, то образуется двойной электрический слой, одна сторона которого состоит из анионов. Если же электроду придать отрицательный потенциал или уменьшить его положительный потенциал, то произойдет удаление части анионов от поверхности электродов. Таким образом, возникает новая разность потенциалов электрода и электролита, в чем и заключается явление поляризации.

Nernst (1900, 1908) рассматривает поляризованный вольтметр, как концентрационный элемент, о чем уже было упомянуто в части I, гл. II, § 6. Электродвижущая сила поляризации выражается формулой (42), части I, гл. II.

Salomon (1897) развил теорию Nernst'a, обратив внимание на диффузию, происходящую внутри электролита. Он вывел формулу для силы остаточного тока; неполное согласие этой формулы с результатами наблюдений он полагает возможным объяснить допущением, что электролиты обладают некоторою, хотя и весьма слабою, металлическою проводимостью, не превышающею $2,4 \cdot 10^{-5}$ их электрической проводимости. Опытно и теоретически изучал явления поляризации также Rothe (1904), Eucken (1908), Le Blanc (1910) и др.

Считаем уместным сказать здесь несколько слов об удивительном явлении пассивности некоторых металлов, которое до сравнительно недавнего времени казалось совершенно ясным и простым и в некоторых частных формах представлялось как бы в ближайшем родстве с явлениями поляризации. Дело в том, что некоторые металлы, главным образом, железо, никкель, кобальт и хром, могут находиться в двух различных состояниях, которые были названы активным и пассивным. Пассивность была прежде всего открыта и исследована на железе. Укажем сперва свойства пассивного железа, а затем условия, при которых железо делается пассивным, а также при которых оно теряет эти свойства. Пассивное железо обладает двумя главными свойствами: во-первых, помещенное в растворе серной или иной кислоты рядом с простым (активным) железом, оно оказывается электроположительным, так что может быть получен ток, идущий вне жидкости от пассивного железа к активному. Во-вторых, пассивное железо не растворяется в разбавленной HNO_3 , плотность которой около 1,3, и которая весьма сильно действует на железо активное.

Переход активного железа в пассивное происходит, если погрузить первое на короткое время в крепкую HNO_3 ; далее, если активное железо играет роль анода, на котором выделяется кислород, наконец, если железо накаливается на свободном воздухе. Все эти случаи, казалось, вполне выяснили, что пассивность вызывается тонким слоем окисла, образующегося на поверхности металла. Этот слой защищает железо от действия кислоты и приближает железо к таким электроположительным веществам, как платина, перекиси и т. д. Вполне согласным с таким объяснением представлялся факт исчезновения пассивности, когда пассивное железо,

хотя бы в течение короткого времени, служило катодом в вольтметре, так что могло происходить раскисление поверхностного слоя выделяющимся водородом. Еще более удивительным казалось исчезновение пассивности при соскабливании поверхностного слоя хотя бы наждаковой бумагой, или при нагревании пассивного железа в струе водорода.

Однако, столь простое объяснение пассивности железа и других металлов не могло быть удержано после целого ряда работ Hittorf'a, Finkelstein'a, Micheli, W. Müller'a, Ostwald'a и др. В своей первой работе над инактивным (пассивным) хромом Hittorf (1899) целым рядом опытов показал, что активность и пассивность, превращающая хром как бы в благородный металл, не могут быть объяснены наличием поверхностного слоя окисленного металла. Оказалось, что как раз хром, покрытый слоем окиси, является активным. Во второй работе (1900) Hittorf исследовал железо, сравнил его свойства со свойствами хрома и показал, что и пассивность железа не может обуславливаться окисленным поверхностным слоем. Приходится допустить, что в пассивном металле частицы находятся в каком-то особом, неестественном состоянии (Zwangszustand), сущность которого совершенно не разгадана. Опыты Finkelstein'a (1901) вполне подтвердили результаты, полученные Hittorf'ом. Micheli показал путем оптического исследования отраженного света, что как раз активное железо покрыто слоем окисла. Fredenhagen (1903) высказал мысль, что пассивность происходит вследствие поглощения (окклюзии) кислорода поверхностным слоем железа. К тому же результату пришли Muthmann и Fraunberger (1904), которые нашли, что, кроме *Fe*, *Ni*, *Cr* и *Co*, еще *Nb*, *V*, *Mo*, *W* и *Ru* обнаруживают явления пассивности. Hollis (1904) показал, что для каждого металла существует температура, выше которой пассивное состояние не вызывается кислотой (для *Fe* 100°, *Ni* 80° и т. д.). Haber и Goldschmidt, а также Gordon и Clark вновь высказались в пользу теории поверхностного слоя окисла. В последние годы появилось огромное число исследований по вопросу о пассивности. Подробные обзоры всех исследований и теорий дали Fredenhagen (1908), Byers (1908), Senter (1913), Нижибицкий (1914) и Grave (1911). Несмотря на большое число работ, вопрос нельзя считать окончательно выясненным. Ruehr приписывает пассивность слою перекиси; Fredenhagen и Sackur защищают теорию Le Blanc'a (1904), полагающего, что вследствие весьма медленной реакции образуется слой газа на аноде. Manchot и Flade, а также Dunstan и Hill высказываются за слой окиси, Grave полагает, что чистые *Fe* и *Ni* пассивны и что активное состояние вызывается водородом, который действует, как катализатор.

Нижибицкий разделяет все теории пассивности на следующие группы: 1. Теории пленки окислов, 2. Теории физические, 3. Теории, допускающие изменение скорости реакции вследствие медленности выделения ионов из металла. Кроме того, он указывает еще ряд других, отдельно стоящих теорий. В обзоре литературы указан ряд новейших работ. Отметим только один факт: Yong и Hogg (1915) нашли, что

Fe приобретает сильнейшую пассивность, если его поместить в сухом NO_2 , который им поглощается.

Кистяковский (1909, 1912) опустил две железные пластинки в кислый раствор двуххромовокалиевой соли и замкнул его через вольтметр, который в течение многих часов давал периодически, через 20 сек., отклонения в + 0,4 вольта и — 0,4 вольта, при чем сила тока достигала 0,15 ампера. Таким образом этот элемент давал переменный ток. Не останавливаясь на замечательных исследованиях Ostwald'ом периодических явлений, сопровождающих растворение хрома в кислотах и имеющих отношение к только-что рассмотренным, так как от предположения о тесной связи этих явлений с явлениями электролитическими приходится отказаться.

В заключение напомним, что вопрос о поляризации ртути и об электрокапиллярных явлениях подробно рассмотрен на стр. 169—177.

§ 8. Гидроэлектрические (гальванические) элементы. Нормальные элементы. Рассматривая соприкосновение тел, как источник возникновения электрического поля, мы познакомились (часть 1, гл. II, § 3) с понятием о гальваническом, или, как его также называют, гидроэлектрическом элементе. Мы там же дали схемы различных возможных комбинаций проводников первого и второго класса, могущих входить в состав гальванического элемента, и мы видели, в какой видоизмененной форме прилагается к нескольким различным элементам нечто, аналогичное закону Вольта. Заметим, что проводники второго класса, входящие в состав элементов, для краткости обыкновенно просто называются „жидкостями“, так что, напр., отличают элементы с одною и с двумя жидкостями. В виде примера, мы описали элемент Даниэля. Далее мы видели, что электродвижущая сила E элемента численно равна разности потенциалов на концах правильно разомкнутой цепи, т. е. такой, на концах которой находятся одинаковые вещества (на практике обыкновенно — медь). Величина E равна сумме электродвижущих сил, действующих на поверхностях соприкосновения разнородных тел, из которых составлен элемент; мы видели, что вопрос об относительной величине этих частей величины E до сих пор не может считаться окончательно решенным. Способы измерения величины E будут нами рассмотрены ниже. Далее, мы рассмотрели те свойства величины E , которые вытекают из ее определения (часть 1, гл. II, § 3), а также те, которые могут быть выведены термодинамически, если предположить, что протекание электричества через элемент сопровождается только обратимыми в нем изменениями (часть 1, гл. II, § 4). При замыкании элемента возникает в цепи явление электрического тока, а в окружающем пространстве — магнитное поле.

В предыдущих параграфах этой главы мы познакомились с явлениями электролиза, которые наблюдаются, когда электролит, т. е. проводник второго рода, вводится в цепь. Так как при замкнутой цепи, когда элемент является источником тока, этот ток, понятно, должен протекать и через самый элемент, то внутри элемента должны обнаружиться все

те явления, которые сопровождали бы включение элемента, как комбинации разнородных веществ, в цепь какого-либо другого тока. Иначе говоря, при действии элемента должны в нем происходить те явления электролиза, которые мы рассмотрели в предыдущем. Как все тела, введенные в цепь, и элемент обладает определенным сопротивлением, иногда довольно значительным. Внутри элемента могут происходить и явления поляризации, рассмотренные в предыдущем параграфе. В элементах с одним электролитом поляризации, а следовательно, и уменьшение электродвижущей силы почти неизбежны.

В настоящее время, когда почти повсюду можно пользоваться токами от машин или аккумуляторов (см. ниже), элементы уже не играют прежней роли. Поэтому мы можем ограничиться кратким обзором наиболее интересных элементов; несколько подробнее мы остановимся на так наз. нормальных и на фотоэлектрических элементах, и, наконец, еще вкратце

Рис. 238.

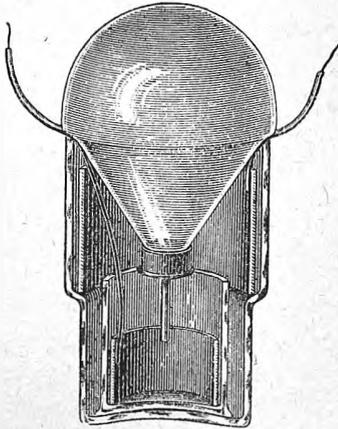
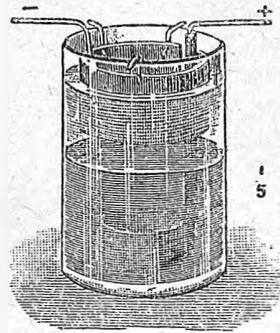


Рис. 239.



скажем об аккумуляторах. Деления элементов на элементы с одною и с двумя жидкостями мы придерживаться не будем.

Элемент Даниэля. В части 1, гл. II, § 3 мы уже указали на составные части ($Cu - CuSO_4 - ZnSO_4 - Zn - Cu$) этого элемента. Цинк, как в этом, так и в других элементах, полезно амальгамировать. Там же мы описали и изобразили (рис. 77) одну из обыкновенных форм этого элемента, при действии которого разлагается $CuSO_4$ с выделением Cu на медном цилиндре; SO_4 переходит к цинку, который растворяется, при чем образуется $ZnSO_4$. Электродвижущая сила элемента Даниэля несколько больше одного вольта.

Существует весьма большое число видоизменений в устройстве элемента Даниэля, которым до сих пор в некоторых государствах широко пользуются в телеграфной практике. В большинстве случаев элемент устраивается без пористого сосуда: более тяжелый раствор медного купороса помещается в нижней части сосуда, и непосредственно над

ним слабый раствор серной кислоты или цинкового купороса. Сюда относится элемент Meidinger'a, особенно распространенный в России и изображенный на рис. 238 в разрезе. Он состоит из стакана, верхняя часть которого шире нижней; в нижней вставлен маленький стаканчик, содержащий раствор $CuSO_4$, и медный цилиндр, от которого идет наружу изолированная медная проволока. На верхний край большого стакана опирается баллон, содержащий воду и большое количество кристаллов $CuSO_4$, насыщенный раствор которого через трубку опускается в нижний стакан, по мере того, как раствор в этом стакане разлагается. Большой стакан наполняется раствором горькой соли; цинковый цилиндр опирается на внутренний выступ большого стакана. Другие видоизменения представляют элементы Buff'a, Kramer'a, Carré, W. Thomson'a,

Рис. 240.

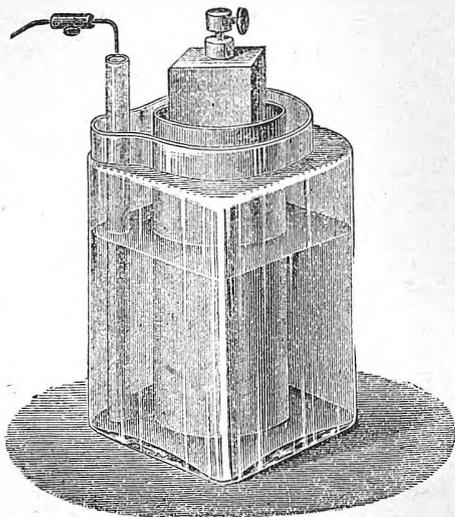
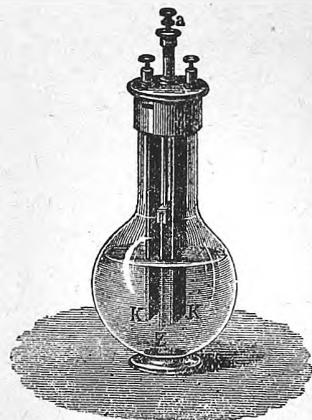


Рис. 241.



Siemens'a и Halske, Varley, Minotto, Trouvé, Callaud'a, Kruger'a и др. Весьма простой элемент Callaud, распространенный во Франции, изображен на рис. 239; в стакане находятся внизу раствор, $CuSO_4$ и медная пластинка, от которой идет проволока, изолированная гуттаперчей; наверху висит цинковое кольцо в слабом растворе $ZnSO_4$.

Элемент Лекланшэ (Leclanché), сильно распространенный во Франции, изготовляется в двух типах. Его составные части суть: цинк, окруженный раствором нашатыря, и уголь, соприкасающийся с перекисью марганца. На рис. 240 изображен элемент Лекланшэ первого типа — с пористым сосудом, внутри которого находятся угольный стержень, смесь угля и перекиси марганца; снаружи налит раствор нашатыря, и расположена цинковая палочка. В элементах второго типа, с „агломератом“, без пористого сосуда, угольный стержень, как и цинковая палочка, находится в растворе нашатыря; он окружен массой из перекиси марганца, угля (или графита) и шеллака, пресованной при 250° . Иногда пластинки

из такой массы придавливаются к угольному стержню при помощи резиновых колец.

При действии элемента Лекланшэ разлагается $2NH_4Cl$, при чем Cl_2 выделяется на цинке, образуя $ZnCl_2$; $2NH_4$ распадается на $2NH_3$ остающиеся в растворе, и H_2 , раскисляющие MnO_2 , при чем образуется вода и MnO . Деполяризатором служит, таким образом, MnO_2 . Электродвижущая сила элемента Лекланшэ около 1,6 вольта.

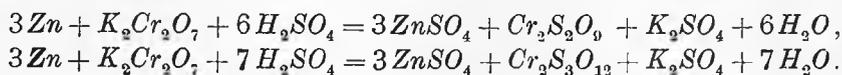
Элемент Lalande'a и Charignon'a состоит из большого, но низкого сосуда из листового железа, служащего положительным полюсом. На дне сосуда помещен слой черной окиси меди (CuO), играющей роль деполяризатора. Сосуд наполнен раствором KHO , в верхней части которого находится горизонтальная цинковая пластинка, опирающаяся на фаянсовые изоляторы, расположенные в углах сосуда. Существуют различные видоизменения этого элемента. Когда он действует, в нем происходит реакция: $Zn + 2KHO + CuO = K_2O_2Zn + H_2O + Cu$, т. е. окиси меди раскисляется, а цинк переходит в весьма растворимую цинкокись калия. Электродвижущая сила около 1 вольта.

Warren de la Rue и Müller устроили элемент, в котором деполяризатором служит $AgCl$. Он состоит из стаканчика с раствором $NaCl$, в который погружены цинковая палочка и серебряная проволока, нижний конец которой окружен палочкою (длина 54 мм., толщина 7,6 мм) из припаянного к ней хлористого серебра. Warren de la Rue и Müller построили батарею из 11000 таких элементов. При действии этого элемента разлагается $2NaCl$, при чем $2Cl$ направляются к цинку, образуя $ZnCl_2$, а $2Na$ дают с водою $2NaHO$; остающиеся $2H$ дают с $2AgCl$ соляную кислоту, а серебро восстанавливается. HCl и $NaHO$ образуют вновь воду и $NaCl$. Может быть, выделяющийся Na и непосредственно действует на $AgCl$, образуя $NaCl$ и Ag . Электродвижущая сила этого элемента около одного вольта.

Элемент Грове (Grove) содержит цинк в растворе H_2SO_4 и Pt в азотной кислоте, которая служит деполяризатором. Выделяющийся на Pt водород раскисляет азотную кислоту, при чем образуется N_2O_4 , растворяющееся в остальной кислоте, и другие окислы азота. Poggendorff несколько видоизменил форму этого элемента; электродвижущая сила его равна 1,6 вольта. В элементе Бунзена (Bunsen) дорогая платина заменена цилиндром из пресованного угля.

В элементах „с хромовой кислотой“ деполяризатором служит хромовая кислота, которая, однако, не употребляется в чистом виде, а заменяется различными растворами двуххромовокалиевой соли и серной кислоты, при чем отношение весовых количеств этих двух веществ может быть взято различное. Так Bunsen рекомендует брать 3 части $K_2Cr_2O_7$ и 4 части $H_2SO_4 + H_2O$ на 18 частей воды; иные советуют брать 12 частей соли и 25 частей кислоты на 100 частей воды. Bunsen устроил элементы с двумя жидкостями: Zn в растворе H_2SO_4 и уголь в хромовом растворе. При действии этого элемента могут происходить весьма различные реакции, смотря по составу хромовой жидкости, а может быть, и в зависимости

от силы тока. Деполяризатором является здесь хромовая кислота, выделяющаяся из $K_2Cr_2O_7$, при чем образуются соли хрома, а иногда и хромовые квасцы. Между различными реакциями, которые более или менее гадательно предполагались, отметим две:



Весьма распространен элемент Гренэ (Grenet) с одною жидкостью, состоящий из стакана (рис. 241), в который наливается хромовый раствор. К крышке прикреплены две угольные пластинки KK ; цинковая пластинка Z прикреплена к стержню a , который может быть приподнят, так чтобы цинк находился выше жидкости, когда элемент не действует. Если опустить цинк, то элемент обнаруживает большую (до 2 вольт) электродвижущую силу, которая, однако, весьма быстро падает; этот элемент удобен, когда требуется получить сильный ток на короткое время.

Warren построил элемент, обладающий электродвижущею силою в три вольта (цинк, уголь, содержащий бор, и раствор марганцевой соли).

Яблочков построил целый ряд элементов, хотя практически невыгодных, но интересных теоретически. Так он составил элемент из сложенных пластинок угля и Na , действовавший под влиянием влажности воздуха и дававший 4 вольта. Далее он расплавил в чугунном горшке $NaNO_3$ и опустил в нее угольную палочку. При этом уголь окисляется насчет кислорода селитры и при действии этого элемента играл роль отрицательного полюса, между тем как чугун оказывался положительным. Подобный же элемент (Pt , KNO_3 , C) построил еще раньше Весквел (1855). Другие элементы, в которых при высокой температуре происходит окисление угля, построили Korda (1895) и Jacques (1896). Бехтерев (1911) произвел обширное исследование элемента Jacques'a до 1400° . Он нашел наибольшую электродвижущую силу равную 0,9 вольта несколько ниже температуры кипения $NaHO$.

Другие изобретатели стремились воспользоваться непосредственным окислением угля при обыкновенной температуре. Так Tommasi (1904) построил элемент, в котором положительный полюс состоит из угля, окруженного перекисью свинца, а отрицательный также из угля, окруженного крепким раствором $NaCl$. При замкнутой цепи уголь разлагает воду ($C + 2H_2O = CO_2 + 4H$), а водород раскисляет перекись ($PbO_2 + 4H = 2H_2O + Pb$). Этот элемент дает около 0,7 вольта. Элемент с углем, действующий при высокой температуре, построил Jone (1905).

На газовых элементах мы не останавливаемся, так как об них было уже достаточно сказано в части 1, гл. II, § 13.

В широком употреблении, главным образом, в домашнем обиходе, находятся так называемые сухие элементы, которые правильнее было бы назвать влажными; в них электролит является в виде порошкообразной, иногда индифферентной массы, пропитанной требуемой жидкостью.

Hurtmuzescu (1903) открыл, что механическая деформация одного из двух одинаковых электродов вызывает электровозбудительную

силу, а Proscopiu (1912, 1915) нашел то же самое в случае движения электрода.

Обращаемся к весьма важному вопросу о нормальных элементах, подробное описание которых можно найти в книге Jaeger'a „Die Normalelemente“, Halle 1902; здесь, а также в статье Gouy (см. в обзоре литературы) можно найти подробный обзор работ, посвященных этим элементам.

Нормальными называются такие элементы, которые могут служить эталонами электродвижущей силы. Легко сообразить, каким условиям они должны удовлетворять. Прежде всего они должны состояться по определенной, точно установленной схеме, в которую должны входить также и точные указания относительно способа приготовления веществ, входящих в их состав. Составленный по этой схеме элемент должен обладать вполне определенной и весьма точно установленной (в вольтах) электродвижущей силой, зависимость которой от температуры должна быть установлена с возможной точностью, и которая не должна меняться, когда через элемент, в том или другом направлении, проходит ток, сила которого не превосходит некоторого установленного максимального значения.

Последнее условие может быть удовлетворено только при условии, чтобы состав элемента, при прохождении через него тока, не подвергался никаким изменениям, ни химическим, ни физическим, каковым является, напр., изменение концентрации. Элемент должен быть вполне обратимым; он, следовательно, должен представлять систему, находящуюся в устойчивом равновесии (т. III), фазы которой меняются только количественно, когда через него проходит ток. Условия, которым должен удовлетворять нормальный элемент, подробно разобрали van Ginneken и Kruyt (1911).

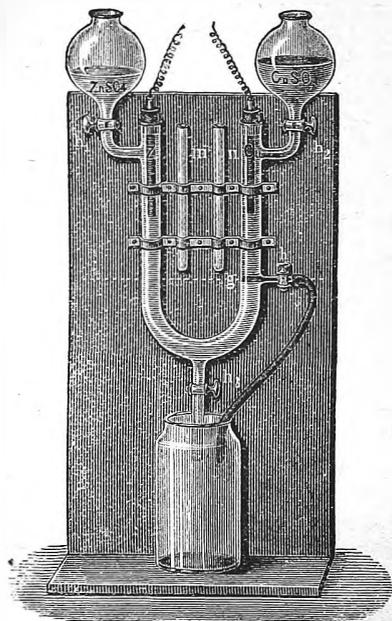
Указанным условиям приблизительно удовлетворяет элемент Даниэля, если цинк окружить насыщенным раствором $ZnSO_4$ и в избытке прибавить кристаллы $CuSO_4$ и $ZnSO_4$ (на случай прохождения тока через элемент от Cu к Zn). Видоизмененным элементом Даниэля и представляется элемент Fleming'a (см. ниже). Однако, здесь является недостатком легкая растворимость деполяризатора ($CuSO_4$), вследствие чего приходится иметь дело с двумя соприкасающимися жидкостями, между которыми неизбежна взаимная диффузия, очевидно, связанная с изменением состава элемента. Отсюда следует, что деполяризатором должно служить твердое, слабо растворимое тело, проводящее электрический ток. $AgCl$ (Warren de la Rue), Hg_2Cl_2 (Helmholtz) мало пригодны, так как эти вещества весьма плохо проводят ток, вследствие чего лишь небольшое растворенное количество играет роль деполяризатора. Великая заслуга Latimer Clark'a заключается в том, что он указал на Hg_2SO_4 , как на деполяризатор, действительно удовлетворяющий всем условиям. Обозначая через M какой-либо металл, мы получаем такую схему нормального элемента, содержащего Hg_2SO_4 :



В элементе Latimer Clark'a *M* есть цинк, а в элементе Weston'a — кадмий; мы увидим, что эти два элемента единственные, которые ныне заслуживают названия нормальных элементов, при чем элемент Weston'a обладает особыми преимуществами. Рассмотрим, однако, вкратце и некоторые другие элементы, которыми прежде пользовались, как нормальными.

Элемент Даниэля, как мы видели, мог бы служить нормальным элементом, если бы удалось вполне устранить взаимную диффузию жидкостей. Стремясь по возможности уменьшить ее, построили нормальные элементы Raoult, Kittler, Lodge, Crova и Garbe, Fleming и др.

Рис. 242.



Особенно распространен был одно время элемент Fleming'a, состоящий (рис. 242) из U-образной трубки, левое колено которой и нижняя часть правого до *g* наполнены раствором $ZnSO_4$ (плотность 1,3), а верхняя часть правого колена раствором $CuSO_4$ (плотность 1,1). Выпуская жидкость через кран *h*, можно удержать границу двух жидкостей вполне резкою. Когда элемент не действует, вынимают цинковую и медную палочки *Z* и *Cu* и вставляют их в трубочки *m* и *n*.

Элемент Helmholtz'a „Calomelement“, состоит из ртути, на которой помещен слой порошкообразного Hg_2Cl_2 и раствор (5—10%) $ZnCl_2$, в который погружен цинковый стержень. Электродвижущая сила $E = 1,041$ вольта. Negbauer придал этому элементу особенно целесообразную формулу; Richards (1897) определил температурный коэффициент величины E ; Ostwald и Schoor старались определить такую концентрацию раствора

$ZnCl_2$, при которой $E = 1$ вольту при 15° .

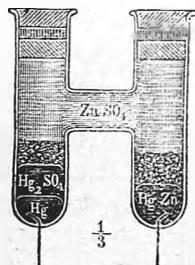
Элемент Goou содержит Hg , HgO , служащий деполяризатором, $ZnSO_4$ и Zn ; $E = 1,4$ вольт. Этот элемент необратим, так как при его действии образуется новое вещество Hg_2SO_4 .

Mauri (1898) построил элемент, состоящий из большого стакана, на дне которого налита ртуть, от которой идет изолированная платиновая проволока; внутри стакана помещен на некоторой высоте маленький сосуд, содержащий цинковую пластинку, от которой идет изолированная цинковая проволока. Над ртутью находится смесь солей Hg и Zn , а в малом стакане та же соль цинка, насыщенным раствором которой заполняется элемент. Если брать соли уксусной кислоты, то $E = 1,327$ вольта; температурный коэффициент величины E чрезвычайно мал.

Обращаемся к рассмотрению двух важнейших нормальных элементов: Latimer Clark'a и Weston'a.

Составные части элемента Clark'a уже были нами указаны: Hg , Hg_2SO_4 , $ZnSO_4$ и Zn . Существует несколько различных типов этого элемента. Первоначальная форма, предложенная Clark'ом, которую в Англии принял Board of Trade, представляла цилиндрический стакан, на дне которого находится ртуть, и над нею паста (густая масса), полученная растиранием смеси Hg_2SO_4 , $ZnSO_4$ и ртути. Над нею расположен насыщенный раствор $ZnSO_4$. От ртути идет вверх изолированная платиновая проволока. Другой, весьма удобный тип был предложен Rayleigh'ем. Элемент (рис. 243) имеет форму буквы H . В одном колене помещается чистая ртуть, и над нею паста; в другом — амальгама цинка (по Kahle 10% Zn). Сосуд наполнен насыщенным раствором $ZnSO_4$, кристаллы которого, кроме того, находятся в обоих коленях, образуя два слоя над пастой и над амальгамой. Дальнейшие видоизменения предлагали Kahle, Feussner, Negbauer, Carhard, Callendar и Barnes, Perot и Fabry и др.

Рис. 243.



Тщательным исследованием свойств элемента Clark'a занимались в особенности М. Иванов, Kahle, Lindeck, Jaeger, Callendar и Barnes, Alder, Wright, Glazebrook и Skinner, Marek и др. Эти исследования относились к степени постоянства элемента, к величине E и ее зависимости от температуры и т. д. Не останавливаясь на прежних работах, ограничиваемся сообщением новейших результатов. Kahle нашел, что элемент Clark'a легко воспроизводим и E постоянно с точностью до 0,01%. Jaeger и Kahle (Reichsanstalt) дают для E формулу (в вольтах)

$$E_t = 1,4328 - 0,00119(t - 15) - 0,000007(t - 15)^2,$$

при чем в основу положено предположение, что 1 ампер выделяет в 1 сек. 1,118 мгр. серебра. Callendar и Barnes нашли, что

$$E_t - E_{15} = -0,001200(t - 15) - 0,0000062(t - 15)^2.$$

М. Иванов дает формулу

$$E_t = 1,43289 - 0,0011975(t - 15) - 0,00000585(t - 15)^2.$$

При 0° имеем $E_0 = 1,4493$ вольт.

При 39° происходит превращение $ZnSO_4 + 7H_2O$ в другой гидрат $ZnSO_4 + 6H_2O$, более растворимый. При продолжительном нагревании до 40° , элемент остается в аномальном состоянии и после охлаждения; разница в величине E составляет 0,7% при 20° и 1% при 0° . Если ввести кристалл нормального гидрата, можно восстановить элемент.

Wulf находит, что внутреннее сопротивление элемента Clark'a чрезвычайно сильно зависит от температуры.

Обращаемся к так наз. кадмиевому элементу Weston'a, который по составу отличается от элемента Clark'a заменю цинковой амальгамы и $ZnSO_4$ кадмиевой амальгамой и $CdSO_4$. Следует отличать элементы

Weston-C⁰ и обыкновенные элементы. И те, и другие имеют форму элементов Clark'a, показанную на рис. 243. Элемент Weston-C⁰ содержит насыщенный при 4⁰ раствор $CdSO_4$, так что при обыкновенной температуре раствор не вполне насыщен; кроме того внутри элемента находятся перегородки из азбеста и фарфора, снабженного каналами, дающие возможность перевозить элемент. В обыкновенных элементах, как в элементах Clark'a, раствор насыщен, и имеется избыток кристаллов $CdSO_4$. Амальгама кадмия должна содержать от 10 до 13% кадмия, но не более. Само собою разумеется, что и паста должна содержать $CdSO_4$ вместо $ZnSO_4$. Элемент Weston'a исследовали многие ученые, между которыми мы назовем Dearlove, Kohnstamm и Cohen, Taylor, Blondin, Henderson, Marek, Cohen, Barnes, Jaeger, Wind; особенно тщательное исследование произвели Jaeger и Lindeck в Reichsanstalt. Заметим, что элемент с кадмием построил еще Czapski в 1884 г., но Weston (1892) дал ему устройство, удобное для нормального элемента.

Cohen указал на некоторые неправильности, обнаруживаемые кадмиевым элементом; однако, исследования Jaeger'a и Lindeck'a привели к тому выводу, что в настоящее время следует считать этот элемент наиболее удовлетворяющим условиям, требуемым от нормального элемента, и что от 0⁰ до 40⁰ он действует вполне правильно. E близко к вольту, что также представляет некоторые удобства. Температурный коэффициент при 20⁰ примерно в 20 раз меньше, чем в элементе Clark'a. Для элемента Weston-C⁰ можно считать E независимой от температуры в пределах, встречающихся на практике, и равную $E = 1,0190$ вольта. Клеменчищ показал, что и внутреннее сопротивление элемента Weston'a отличается замечательным постоянством во времени. Международная (к сожалению, не от всех государств были приглашены представители) конференция, заседавшая в октябре 1905 г. в Берлине, высказалась в пользу кадмиевого элемента с избытком $CdSO_4$, как наилучшего ныне нормального элемента. В Англии также особая комиссия выработала (1904) подробные правила для приготовления составных частей кадмиевого элемента и его наилучшего устройства.

Неоднократно определялось отношение электродвижущих сил элементов Clark'a и Weston'a. Наиболее вероятные числа суть:

$$\frac{\text{Clark } 0^0}{\text{Weston } 20^0} = 1,4228; \quad \frac{\text{Clark } 15^0}{\text{Weston } 20^0} = 1,4067.$$

Последнее число нашли независимо друг от друга, с одной стороны, Jaeger и Lindeck, с другой — Barnes и Lukas.

Начиная с 1908 г., когда конгресс электриков в Лондоне постановил, что международный вольт должен быть выражен через электродвижущую силу элемента Weston'a, появилось огромное число исследований этого элемента. Приводим некоторые из полученных чисел:

Bureau of Standart (1906)	1,01869	вольт
Nation. Phys. Labor., Teddington (1907)	1,01830	„

Labor. Centrale de l'Electric. Paris (1908)	1,01869 вольт
Haga и Boerema, 17°, междунар. ем. и C. G. S.-амп.(1910)	1,0183(5) „
Janet, Laporte и Jonaust, 20° (1911).	1,01836 „

Baillheache (1911, 1912) подробно реферировал работу Haga и Boerema. Интересные общие указания по вопросу об устройстве элемента Weston'a дал Cohen (1910), описавший также форму элемента, построенную им и Kruyt'ом. Международная Коммиссия, работавшая в Вашингтоне, предложила (1911) для элемента Weston'a при 20° принять число

$$E = 1,0183 \text{ вольта.}$$

§ 9. Фотоэлектрические элементы. Аккумуляторы. Два одинаковых тела (электрода), помещенных в одном электролите и находящихся при одинаковых условиях, не могут обнаруживать разности потенциалов; для составленного ими элемента электродвижущая сила E равна нулю, и при его замыкании не получается никакого тока J . Но если электроды подвергнуть различным физическим условиям, то E и J могут перестать быть равными нулю. Сюда может относиться, напр., сдавливание одного из электродов, а также падение на него потока лучистой энергии, под влиянием которого поверхность электрода претерпевает изменение, вследствие чего на электродах обнаруживается разность потенциалов, а при замыкании элемента электрический ток. Такой элемент называется фотоэлектрическим. После прекращения освещения электрода действующая в нем электродвижущая сила E быстро падает, особенно, когда элемент замкнут.

Первые обширные исследования в этой области произвел E. Becquerel, который покрывал серебряные пластинки тонким слоем $AgCl$ и помещал их в слабый раствор H_2SO_4 ; при освещении одной из них получался ток, при чем наиболее действительными оказались лучи спектра между линиями D и E . Егоров построил из подобных двух элементов дифференциальный фотометр, который был нами описан и изображен в гл. 9 тома 2-го. Боргман построил весьма удобный лекционный прибор, состоящий из семи U -образных трубок, установленных параллельно друг другу в деревянном, внутри вычерченном ящике. Между коленами трубок помещен лист картона. Трубки наполняются раствором H_2SO_4 (2%); электродами служат иодированные серебряные пластинки. Если приподнять боковую дверцу шкафика, то можно осветить электроды, обращенные к этим дверцам, при чем получается отклонение в гальванометре.

Совершенно чистые металлы, повидимому, вовсе не светочувствительны, как показали Minchin, G. C. Schmidt, Pellat и др. Так G. C. Schmidt нашел, что вполне чистые Zn , Cu и Pb не светочувствительны. Но если поверхности металлов были предварительно химически изменены, то они вообще делаются светочувствительными. Это относится не только к металлам, подвергшимся действиям галоидов, но и к металлам окисленным, соединившимся с серою и т. д. В этом случае пластинки могут быть и неодинаковыми; под влиянием освещения одной из них

меняется электродвижущая сила, а с нею и сила тока. При прерывчатом освещении получается в телефоне, введенном в цепь, звук, соответствующий частоте прерываний. На этом основан радиотелефон Шарегон'а и Mercadier, которые помещали в подкисленной воде две пластинки серебра, одну чистую, другую покрытую слоем сернистого серебра. Gouy и Rigolot употребляли медь чистую и медь окисленную в растворе $NaCl$.

G. C. Schmidt весьма тщательно исследовал влияние освещения на электроды из окиси меди в растворе $NaHO$ или KHO . Оказалось, что влияние и по величине, и по знаку зависит от потенциала пластинки (относительно жидкости) и от длины волны падающих лучей. Подобные же исследования производили Hankel, Rigolot, Allegretti и др. Любопытно, что и золотая пластинка, служившая анодом при электролизе воды и покрывшаяся бурным налетом, вероятно, окиси, делается светочувствительной; это явление исследовали Bose и Kochan; наибольшее действие оказывают лучи, длина волны которых между 410 и 478 μ .

Sabine нашел, что кристаллический селен в воде также светочувствителен; разность потенциалов между неосвещенной и освещенной пластинками доходит до 0,1 вольта. Pelabon (1910) построил весьма светочувствительный элемент из Se и сплава Sn с Sb в растворе $SbCl_3$ в соляной кислоте. Электродвижущая сила E растет при освещении до некоторого максимума и затем падает до прежнего значения; если затем прекратить освещение, то E начинает настолько же падать, доходит до максимума и вновь достигает первоначального значения.

Зависимость фотохимического действия длины волны весьма различна для различных веществ. Так, например, Rigolot находит наибольшее действие для сернистого серебра в инфракрасных, а для иодистой меди в ультрафиолетовых лучах.

Теорию фотоэлектрических элементов развивал еще E. Becquerel, затем Griveaux, Luggin, G. C. Schmidt и др. Более глубокую теорию, основанную на современном учении об элементах, разработал Wildermann (1905). Он находит, что и между фотоэлектрическими элементами существуют элементы постоянные и непостоянные, обратимые и необратимые. Для различных возможных случаев он дал формулы электродвижущих сил E . Далее он теоретически и экспериментально исследовал те периоды переменного E , которые имеют место в начале освещения (индукционный) и после прекращения освещения (дедукционный период). Ряд новых работ Гольдмана, Stumpf'а и др. указан в конце обзора литературы. Stumpf нашел, что Pd , поглотивший водород, в 10 раз светочувствительнее чистого Pd .

Фотоэлектрические элементы и аккумуляторы, или поляризованные элементы, к которым мы теперь переходим, обладают некоторыми свойствами, устанавливающими между ними как бы некоторое родство. И в тех, и других мы имеем недействительное состояние, когда две пластинки по возможности одинаковы или дают небольшую электродвижущую силу E . Внешняя энергия делает пластинки настолько различными, что они дают значительное E . Запас этой энергии как бы собран

(аккумуляирован) в виде химической энергии, которая и расходуется при действии элемента. В фотоэлектрических элементах эта внешняя энергия — лучистая; в аккумуляторах — энергия электрическая.

В § 7 мы видели, что поляризованный вольтметр обладает электродвижущей силой E и может дать ток (поляризационный); такой вольтметр и представляет собою, в простейшем виде, аккумулятор. Но его величина E весьма непостоянная, и для получения продолжительных токов он непригоден. Название аккумуляторов ныне дают только таким элементам, которые, будучи заряжены, т. е. поляризованы пропусканьем через них тока, могут затем сами давать ток в течение значительного промежутка времени, при чем величина E должна по возможности долгое время оставаться постоянною.

В настоящее время аккумуляторы играют весьма важную роль, как в электротехнике, так и в практике физических лабораторий, служа наиболее удобным и надежным источником постоянных и притом, если нужно, весьма сильных токов. Заметим, что для современных аккумуляторов E близко к 2 вольтам; внутреннее же сопротивление измеряется вообще тысячными долями ома, редко превышая 0,01 ома. Таким образом внутреннее сопротивление батареи аккумуляторов, соединенных последовательно, вообще весьма мало сравнительно с такою же батареей обыкновенных элементов.

Существует большое число заводов, изготовляющих аккумуляторы, которые отличаются друг от друга внутренним устройством, веществами, служащими для их построения, и способом технической обработки этих веществ. Во многих случаях подробности составляют тайну завода. Учение об аккумуляторах и о способах их применения для различных целей составляют важную главу электротехники; в курсе физики мы должны ограничиться весьма краткими указаниями. Подробности можно найти в общих курсах электротехники, а также в сочинениях, специально посвященных аккумуляторам; некоторые из последних указаны в обзоре литературы.

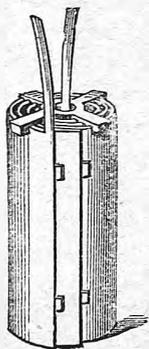
За немногими исключениями, техническое значение которых еще нельзя считать выясненным, все употребляемые на практике аккумуляторы суть аккумуляторы свинцовые. Они состоят из двух пластинок, иногда весьма сложного устройства, в состав которых входит свинец. После заряжения, т. е. достаточного пропускания тока в надлежащем направлении, поверхность одной пластинки, отрицательной, состоит из рыхлой или губчатой массы свинца, а поверхность другой, положительной, из продукта сильного окисления свинца, главным образом, из перекиси свинца (PbO_2). Жидкостью служит водный раствор серной кислоты.

История аккумуляторов, в нескольких словах, следующая. Первые аккумуляторы построил Gaston Planté в 1860 г.; он взял исходным материалом только свинец, т. е. две свинцовые, гладкие пластинки, которые он, путем сложного и весьма продолжительного „формирования“ (о нем будет сказано ниже), привел в такое состояние, при котором они

после заряжения приобретали указанные выше поверхностные слои из губчатого свинца и из перекиси свинца. К 1881 г. Faure первый предложил покрывать свинцовые пластинки массой (паста), составленную из окислов свинца, которая при заряжении превращалась бы на одной пластинке в губчатый свинец, на другой — в PbO_2 . Изобретение Faure'a подверглось бесчисленным усовершенствованиям и изменениям. Весьма любопытно, что впоследствии многие заводы отказались от применения пасты и вновь возвратились к методу Planté, существенно изменив устройство и, в особенности, способ „формирования“ свинцовых пластинок. Первые работы в этом направлении начались с 1891 г. (Erstein), но успешные результаты были достигнуты примерно с 1897 года.

Первоначальный элемент Planté состоит из двух листов свинца (длина 0,6 м., ширина 0,2 м., толщина 1 мм.), отделенных друг от друга каучуковыми полосками и затем свернутых спирально (рис. 244); к каж-

Рис. 244.



дому из листов припаяна свинцовая полоска. Полученный цилиндр помещается в стакан, содержащий раствор серной кислоты. Так наз. формирование производится следующим образом. Через элемент пропускается ток, образующий на одной пластинке PbO_2 и очищающий другую от следов окислов. Затем элемент разряжается, при чем PbO_2 переходит в PbO , которая образуется и на другой пластинке. Вторично пропускается ток, при чем на отрицательной пластинке от раскисления PbO образуется тонкий слой рыхлого свинца. При разряжении получается более глубокое окисление пластинки, а потому новое заряжение дает более толстый слой рыхлого свинца. В то же время и на другой пластинке каждое новое заряжение вызывает утолщение слоя перекиси свинца. По-

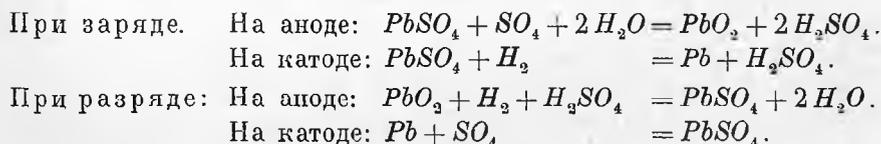
второя заряжение и разряжение много раз, можно получить, в конце концов, на пластинках после заряжения довольно толстые слои рыхлого свинца. Такое „формирование“ должно продолжаться несколько месяцев, прежде чем аккумулятор готов, т. е. способен дать постоянный ток в течение достаточно продолжительного времени. В этом заключается, очевидно, существенное неудобство.

В 1881 г. Faure в Париже первый стал покрывать свинцовые пластинки суриком, который сравнительно кратковременным формированием (около 100 часов) мог быть превращен в PbO_2 и рыхлый свинец. Весьма любопытно, впрочем, что еще в 1861 г. Charles Kirchhoff в Нью-Йорке взял привилегию на вторичный элемент, в принципе сходный с современными аккумуляторами. Первые элементы Faure'a оказались весьма несовершенными, так как действующие слои легко отпадали. Первые улучшения ввели Хотинский, а затем Sellon и Volkmar; работы двух последних привели к построению аккумуляторов общества Electrical Power Storage Company. Затем, как уже было сказано выше, было построено большое число аккумуляторов, между которыми упомянем системы Tudor, Pollack, Oerlikon и т. д. Свинцовый остов

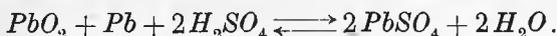
бывает центральный, так что масса в нем держится с двух сторон, или двойной, так что он с двух сторон, напр., в виде сетки, поддерживает действующую массу. Устройство (форма) остова бывает весьма разнообразная, иногда довольно сложная. Остов положительной пластинки делается из чистого свинца, а к остову отрицательной прибавляется 2% сурьмы. Масса также готовится различно; главная ее составная часть сурик, а иногда и глет с различными примесями.

Многие недостатки, присущие аккумуляторам типа Faure'a, заставили конструкторов вновь возвратиться к элементам типа Planté, при чем, они однако, изменили форму свинцовых пластинок и в особенности упростили и сократили процесс формирования. Сюда относятся аккумуляторы системы Hagen, Battery Company (Лондон), Franke, Blot (Париж), Monobloc (Брюссель), Vary и т. д. Существенным является здесь сложное, напр., пластинчатое устройство свинцовых масс, придающее им возможно большую поверхность, и далее формирование при помощи электролита, к которому прибавлены едкие вещества, способствующие разрыхлению свинца.

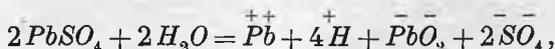
Химические реакции, происходящие в аккумуляторах, можно считать вполне выясненными. В заряженном элементе мы имеем на одной пластинке PbO_2 , на другой Pb . При разряде PbO_2 раскисляется, Pb окисляется, при чем H_2SO_4 вступает в реакцию, так что на обеих пластинках образуется соль $PbSO_4$. Таким образом, мы имеем реакции:



Весь процесс можно символически, сокращенно представить в таком виде:



Стрелки должны характеризовать полную обратимость процесса. Приведенные уравнения лишь в общем виде указывают на реагирующие вещества и на окончательные продукты реакций, но они ничего не говорят о деталях, т. е. о тех ионах, которые, по теории электролитической диссоциации, должны играть роль при заряде аккумулятора, когда электролитом является вещество $PbSO_4$. Liebenow, Le Blanc, Elbs, Streintz, Dolezalek и др. занимались этим вопросом. Liebenow полагает, что ионы образуются по формуле



т. е., что анионом является между прочим PbO_2 , которая и выделяется на аноде. К этому взгляду вполне присоединяется и Dolezalek.

Электродвижущая сила E заряженного аккумулятора около 2,3—2,4 вольта; при разряде E довольно быстро падает до 2 вольт и затем в течение известного времени остается постоянною. Наконец E вновь начинает

медленно падать; следует прекратить действие элемента, когда E падает ниже 1,9—1,8 вольта.

Характеристикою аккумулятора является прежде всего коэффициент полезного действия, т. е. отношение электрической энергии, полученной при разряде, к той, которая была затрачена при заряде аккумулятора; отношение этих энергий, измеряемых произведением вольт на полное число ампер-часов, — вообще колеблется между 0,70 и 0,80. Иное значение имеет отношение количества электричества (числа ампер-часов), даваемое аккумулятором, к тому, которое протекло через него при зарядке. Это отношение около 0,9. Наконец, играет важную роль еще и емкость аккумулятора, определяемая количеством электричества, которое может быть им запасено, или же числом ампер-часов, отнесенных к 1 кг. его веса. Эта величина колеблется в широких пределах для различных аккумуляторов.

Мы рассмотрели исключительно только свинцовые аккумуляторы, большой вес которых составляет одно из их неудобств. Неоднократно пытались строить аккумуляторы из других веществ. Из таких попыток следует указать на аккумулятор Edison'a, идея которого еще до Edison'a была предложена Jungner'ом. В аккумуляторе Edison'a отрицательная пластинка содержит смесь закиси железа с графитом, положительная содержит $Ni(OH)_2$. При зарядке железо восстанавливается, и образуется высший окисел никкеля. Жидкостью служит раствор KNO_3 или $NaNO_3$. Бутарин (1913) подробно описал аккумулятор Эдисона.

§ 10. Теория гидроэлектрических элементов. По принятому нами распределению материала, мы в предыдущем уже познакомились с основами теории гидроэлектрических элементов. Нам остается произвести систематическую сводку, расширить разбор некоторых вопросов и рассмотреть ряд опытных исследований, которых мы выше вовсе не касались. Прежде всего мы должны, однако, выяснить, чего следует ожидать от такой теории, на какие вопросы она должна ответить. Оказывается, что можно с трех различных сторон подойти к вопросу о теории элемента, или, иначе говоря, что, смотря по постановке вопроса, могут быть три различного рода теории, на которые мы теперь и укажем.

Во-первых, можно смотреть на замкнутый элемент, как на систему, в которой происходит превращение энергии, и требовать от теории выяснения количественных законов, которыми управляется это превращение, при чем вопрос о механизме явлений, происходящих внутри элемента, остается в стороне. Такая теория, основываясь на началах термодинамики, должна привести к результатам, не зависящим от каких-либо гипотетических представлений, касающихся строения вещества, сущности электролиза и т. д.

Во-вторых, можно под „теорией элемента“ подразумевать такую теорию, которая должна выяснить механизм явлений, происходящих внутри элемента, и указать на источник электрических зарядов.

В третьих, можно считать задачей теории решение еще более глубоких вопросов о самой сущности электрического тока в проводниках.

Такого рода теорий, одинаково относящихся ко всякого рода электрическим токам в проводниках, каков бы ни был источник этих токов, мы здесь касаться не будем. Это относится вообще к теории электричества, и последняя из относящихся сюда попыток — это электронная теория, на которую мы уже неоднократно указывали.

Таким образом, нам остается рассмотреть теории первых двух родов, и мы обращаемся прежде всего к теории, выясняющей те превращения энергии, которые происходят в элементе.

При действии элемента в нем исчезает некоторое количество потенциальной химической энергии; взамен ее, между прочим, очевидно, является кинетическая энергия электрического тока, переходящая в тепловую энергию, поскольку она не расходуется на производство такой работы, которая имеет своим результатом другие формы энергии. Мы в части 1, гл. II, § 4 обозначили через q выраженное в джоулях (0,24 мал. калории) количество теплоты, соответствующее химическим реакциям, которые происходят в элементе, когда через него протекает один кулон. Если по замкнутой цепи, в которой действует электродвижущая сила в E вольт, протекают Q кулонов, то работа электрических сил равна QE джоулям, ибо сумма падений потенциала в замкнутой цепи равна E . При $Q = 1$ кулону получаем электрическую энергию E . Полагая, что вся химическая энергия превращается в электрическую, мы получаем равенство

$$E = q \dots \dots \dots (42)$$

см. (25a), части 1, гл. II, § 4, выражающее так наз. правило Томсона (1851), которое первоначально и Helmholtz (1847) считал верным. Впрочем, еще раньше E. Becquerel (1843) ясно сформулировал равенство (42). Там же мы привели пример вычисления E для элемента Даниэля, давшее вполне удовлетворительный результат. Оказывается, что и для некоторых других элементов формула (42) дает результаты, согласные с действительностью.

Опытные исследования связи между теплотой, выделяющейся в замкнутой цепи, и теплотой, соответствующей химическим реакциям в элементе, производил впервые Favre. Помещая элемент вместе с замыкающими проводниками внутрь своего ртутного калориметра (т. III), он прежде всего убедился, что полное количество тепла Q , выделяющегося во всей цепи, вполне равняется теплоте химических реакций в элементе; иначе говоря, Q не зависит от того, происходят ли эти реакции при разомкнутой или при замкнутой цепи, полное сопротивление которой также никакой роли не играет. Но когда он отдельно измерил джоулеву теплоту нагревания цепи током, то оказалось, что она меньше Q , что в элементе выделяется больше теплоты, чем соответствует его относительному сопротивлению. Отсюда следует, что не вся химическая энергия превращается в энергию электрическую. Опыты Raoult'a, Moser'a и Edlund'a в общем привели к таким же результатам.

Далее весьма многочисленные исследования Braun'a показали, что E может быть не только меньше, но и больше q ; т. е., что появляю-

щаяся в цепи электрическая энергия может быть больше затраченной химической энергии, что очевидно возможно только в том случае, когда в самом элементе происходит, рядом с джоулевым нагреванием, еще охлаждение, т. е. поглощение тепловой энергии и превращение ее в энергию электрическую. Braun дал и термодинамическое объяснение такого явления. Приведем один из случаев, которые он исследовал, это элемент $Cd-CdSO_4-FeSO_4-Fe$. Если принять для элемента Даниэля $E = 100$, то формула (42) дает $E = 7,2$, при чем Fe должно быть отрицательным полюсом, т. е. ток должен внутри элемента идти от Fe к Cd ; оказывается $E = -9,3$, т. е. ток имеет даже обратное направление. Alder Wright и С. Thomson, Herroun, Pagliani и др. также указали на случаи, когда формула (42) дает результаты, совершенно несогласные с действительностью. Теоретически старался объяснить это разногласие Шарегон и др.

Полное решение вопроса дали Gibbs и Helmholtz. Формулы, к которым приводит термодинамическая теория, уже были выведены нами в части 1, гл. II, § 4. Они исключительно относятся к обратимому элементу. Мы вывели две формулы, рассматривая разомкнутую цепь (рис. 81); но так как E при замыкании цепи не меняется, то ясно, что эти формулы относятся и к величине E , действующей в замкнутой цепи. Первая из этих формул, см. там же (25), определяет истинную связь между E и q , заменяя собою неточную формулу (42). Она имеет вид:

$$E = q + T \frac{\partial E}{\partial T} \dots \dots \dots (43)$$

вместо t мы и в производной пишем T . В зависимости от знака величины $\partial E : \partial T$, мы можем иметь E больше или меньше q . Некоторые дальнейшие следствия, а также вывод формулы (43) на основании учения о свободной энергии были указаны в части 1, гл. II, § 4.

Обратимся к работам, которые были произведены для проверки формулы (43). Первые исследования производили Czapski (1884) и Goskel (1885); они нашли качественное подтверждение этой формулы, т. е. одинаковость знаков величин $E - q$ и $\partial E : \partial T$; количественное согласие не могло быть удовлетворительным, так как для вычисления величин q не имелось точных данных. Первые более подробные исследования производил Jahn, измеривший полное количество теплоты Q , выделяющееся во всей замкнутой цепи, при силе тока J , в течение времени t ; по принципу сохранения энергии Q должно равняться теплоте, соответствующей химическим реакциям в элементе, как это и подтвердилось в опытах Favre'a. Если Q выражено в джоулях, J в амперах и t в секундах, то $Q = qJt$. Далее Jahn определял величину E и вычислял электрическую энергию Q' , появившуюся за время t и превратившуюся в джоулеву теплоту; очевидно $Q' = EJt$. Разность $Q' - Q = (E - q)Jt$ должна, по формуле (43), равняться величине $T \frac{\partial E}{\partial T} Jt$, для определения которой должен быть известен термический коэффициент α

величины E . На рис. 245 схематически показано распределение приборов Jahn'a. Испытуемый элемент помещался в резервуаре ледяного калориметра Bunsen'a (т. III); от него идут соединительные проволоки (сопротивление ρ) до точек A и B , к которым присоединены гальванометр T с малым сопротивлением и вольтметр G (сопротивление 200 000 омов), дававший возможность измерить разность потенциалов e точек A и B (см. о вольтметрах в т. V). Пусть W теплота, выделившаяся в течение времени t в калориметре. Легко видеть, что вся теплота Q выражается формулою

$$Q = W + J^2 \rho t + J e t.$$

Теплотой, которая выделяется в цепи AGB , можно было пренебречь. Для Q' мы имели выражение $Q' = J E t$. Сила тока J измерялась в T , величина e в G , величина E также в G при разомкнутой цепи ATB . Термический коэффициент α определялся сравнением величины E для двух элементов, находящихся при различных температурах. Таким образом были известны все величины, входящие в формулу Helmholtz'a, которая здесь дает

$$J E t = W + J^2 \rho t + J e t + T \frac{\partial E}{\partial T} J t.$$

Положив

$$T \frac{\partial E}{\partial T} J t = Q_0 \dots \dots \dots (44)$$

мы имеем

$$Q' - Q = Q_0 \dots \dots \dots (45)$$

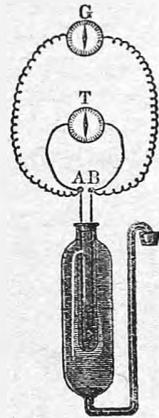
Jahn определял из опыта величины J , E , e , t (3600 сек.), W , ρ (0,1 ома) и α ; затем он вычислял Q_0 по двум формулам (44) и (45). Для шести исследованных элементов получилось вполне удовлетворительное количественное согласие. В четырех случаях Q_0 оказалось отрицательным ($E < \rho$), в двух — положительным ($E > \rho$). К последним относится элемент Даниэля, в котором, следовательно, электрическая энергия превышает химическую, а потому в элементе должно выделяться меньше тепла, чем следует по закону Джоуля. Дальнейшие измерения для проверки формулы (43) производили Bugarszki, Хрущев и Ситников, Lovén, Klein, Zuppinger и др.; Czepinsky и V. H. Weber изучали элементы с расплавленными электролитами.

Gans (1901) несколько обобщил теорию Helmholtz'a и показал, что формула (43) должна быть заменена следующей

$$E = q + T \frac{\partial E}{\partial T} - E T \frac{\partial \log k}{\partial T} \dots \dots \dots (46)$$

где k величина, зависящая от чисел переноса (§ 4); так, для концентрационного элемента (часть 1, гл. II, § 6) $k = 1 : n$, где n число переноса аниона; для всех других, выше рассмотренных нами элементов $k = 1$, и следовательно, добавочный член пропадает.

Рис. 245.



Denizot (1904) вывел ряд интересных следствий из формулы (43); между прочим он показал, что наблюдения над обратимым элементом могут служить для построения шкалы абсолютных температур.

Прилагая учение о свободной энергии к обратимому элементу, мы получили еще формулу (31), части 1, гл. II, § 4

$$\frac{\partial E}{\partial p} = A (v_1 - v_2) \dots \dots \dots (47)$$

относящуюся к изотермическому сжатию элемента. Здесь p внешнее давление, $v_1 - v_2$ изменение объема, которое происходит в элементе, когда через него протекает один кулон. Если, напр., объем увеличивается ($v_2 > v_1$), то E с увеличением внешнего давления уменьшается. Формулу (47) вывел впервые Duhem. Gans обобщил и эту формулу. Gilbert (1891) измерял для различных элементов изменение ΔE при повышении p до 100 атмосфер. Для элемента Даниэля оказалось $\Delta E = 5 \cdot 10^{-5}$ вольта, для аккумулятора $\Delta E = 12 \cdot 10^{-5}$ вольта, для элемента Bunsen'a $\Delta E = -405 \cdot 10^{-5}$ вольта, для газового элемента $\Delta E = +845 \cdot 10^{-5}$ вольта. Далее, измерения производил R. Ramsey (1901), подвергавший давлению до 310 атм. элементы Weston'a, Clark'a, Helmholtz'a, Даниэля и Warren de la Rue. Для первых двух получилось правильное возрастание величины E , для третьего возрастание замедляется при больших давлениях; элемент Даниэля имеет весьма малый отрицательный коэффициент давления; для пятого получаются различные результаты, смотря по состоянию $AgCl$. Наконец, Тимофеев (1911) доходил до давления в 1500 атм.; его результаты хорошо согласуются с формулой (47).

Формулы (43) и (47) можно назвать чисто термодинамическими; при их выводе мы исходили только из факта, что в элементе происходят химические реакции, и что в цепи появляется электрическая энергия. Мы переходим к таким теориям элементов, в которых, кроме начал термодинамики, играет важную роль представление о переносе ионов в двух противоположных направлениях, т. е. некоторая гипотеза о механизме электролиза. Сюда относится теория гравитационного элемента, о котором уже было сказано в ч. 1, гл. III, § 15, IX. Представим себе вертикальный столб электролита с одинаковыми электродами наверху и внизу, напр., раствор $AgNO_3$ между серебряными электродами. Если через такой столб пропустить ток от какого-либо элемента, то катион Ag направляется вверх, если наверху находится катод, а анион NO_3 вниз. Здесь катион $Ag = 108$ тяжелее аниона $NO_3 = 62$, и потому часть энергии тока должна тратиться на работу поднятия разности весов. Это должно уменьшить силу тока J , т. е. J должно быть меньше, чем при горизонтальном положении столба. Явление аналогично поляризации и может быть истолковано, как следствие возникновения особой гравитационной электродвижущей силы e . Если перевернуть столб или пропустить ток в обратном направлении, то сила тяжести произведет работу, результатом которой должно быть увеличение силы тока, или появление

электродвижущей силы e , направленной одинаково с той, которая уже действует в цепи. Вот почему такой столб получил название гравитационного элемента. Махвелл указал в 1873 г. (Treatise I, стр. 317) в немногих строках на необходимость описанного явления. Колли (Colley) в Москве самостоятельно и подробно развил теорию гравитационного элемента и уже в 1872 г. начал опытную ее проверку. Но в печати его первая работа появилась только в 1875 году. Он показал, как вычислить величину e , принимая во внимание не только разность весов аниона и катиона, но и числа переноса (§ 4), от которых зависят пути, пройденные тем и другим ионом. Если J увеличивается, то будем считать e положительным. Ясно, что для случая $AgNO_3$ величина e положительная, когда ток идет сверху вниз. Опыты Колли подтвердили этот результат в качественном, но не в количественном отношении. Для растворов ZnJ_2 и CdJ_2 направление e должно быть обратное (см. § 4, об электролизе CdJ_2), что также подтвердилось на опыте, при чем получилось и количественное согласие с теорией. Дальнейшие исследования производили Pirani, Des Coudres (CdJ_2), R. Ramsay ($ZnSO_4$ и $CdSO_4$), Bary (1910), Michaud (1911) и др.

Другой пример теории, основанной не только на термодинамических соображениях, но принимающей во внимание факт перемещения ионов в электролите, представляет теория концентрационного элемента, данная Helmholtz'ем и упомянутая нами в части 1, гл. II, § 6. Мы там видели, что концентрационный элемент состоит из двух одинаковых металлов, погруженных в два различно концентрированных раствора одного и того же электролита. Требуется определить электродвижущую силу E такого элемента. Мы не приводим всего вывода Helmholtz'a, но ограничиваемся указанием на общий ход этого вывода. Положим, что в первом растворе приходится m_1 , во втором m_2 эквивалентов воды на один эквивалент растворенного электролита; эти величины характеризуют концентрацию растворов. Если замкнуть элемент, то через него начнет проходить ток. Положим, что протекает один кулон электричества; при этом произойдет перемещение аниона в одном, катиона в обратном направлении. Если допустить, что сила тока весьма слаба, то можно пренебречь джоулевой теплотой, выделяющейся в цепи, и считать, что единственная работа, совершенная в цепи при переходе одного кулона от одного электрода к другому, равна E джоулям. Перемещение ионов будет иметь результатом изменение концентраций двух растворов, которое ничем не отличается от того изменения, которое произошло бы при переносе некоторого количества чистой воды от одного раствора к другому, так как полное количество растворенной соли не изменилось. Мы можем обратным путем перенести это количество воды из раствора, концентрация которого уменьшилась, в раствор, концентрация которого увеличилась. Пусть первый из них обладал концентрацией m_1 ; обозначим через m переменную величину, заключающуюся между m_1 и m_2 , и пусть p_1 , p_2 и p упружности насыщенных паров над растворами m_1 , m_2 и m (т. III). Заставим из раствора m_1 изотермически испариться необходимое количество воды, пре-

вращая его в насыщенный пар упругости p_1 . Отделим его от раствора, вследствие чего он, очевидно, перестанет быть насыщенным. Затем сожмем или расширим (пока это неизвестно) пар до упругости p_2 , приведем в соприкосновение с раствором m_2 , вследствие чего пар вновь окажется насыщенным, и сжатием переведем его в жидкое состояние. Легко видеть, что работа, которую надо затратить при этом переносе, равна работе, произведенной при изменении упругости пара от p_1 до p_2 . Так как вся система пришла к первоначальному состоянию, то ясно, что вся работа системы должна равняться нулю. Это приводит Helmholtz'a к формуле:

$$V_1 - V_2 = E = p_0 v_0 \int_{p_1}^{p_2} m (1 - n) \frac{dp}{p} \dots \dots \dots (48)$$

Здесь V_1 и V_2 потенциалы электродов, соответственно находящихся в растворах m_1 и m_2 ; p_0 упругость пара над чистой водою, v_0 объем весовой единицы этого пара, и n число переноса катиона, которое зависит от концентрации m или от упругости пара p . Для вычисления величины E Helmholtz допускает, что разница концентраций невелика, и что можно принять $1 - n = \text{Const}$. Далее он принимает формулу Wuellner'a

$$p_0 - p = \frac{b}{m},$$

где b постоянное число. Полагая $b : p_0 = m_0$, получаем

$$V_1 - V_2 = E = b v_0 (1 - n) \lg \frac{m_2 - m_0}{m_1 - m_0} \dots \dots \dots (48, a)$$

Когда p_1 и p_2 вообще мало отличаются от p , можно пренебречь величиною m_0 и написать

$$V_1 - V_2 = E = b v_0 (1 - n) \lg \frac{m_2}{m_1} \dots \dots \dots (49)$$

Мы видим, что если $m_2 > m_1$, то $V_1 > V_2$; это показывает, что положительным является электрод, находящийся в более концентрированном растворе m_1 ; ток идет в элементе от более слабого к более крепкому раствору. Опыты Moser'a вполне подтвердили этот результат. Теорию концентрационных элементов развивали Millencamp (1909), Carhart (1911) и Кистяковский (1912). Ноггоскс исследовал случай крепких водных и неводных растворов. Оказалось, что теория Nernst'a к ним не приложима.

Дальнейшие примеры теоретических работ основанных главным образом на термодинамических рассуждениях, мы находим в замечательных исследованиях Helmholtz'a по вопросу об электродвижущей силе для случая поляризации в обыкновенном вольтметре (разложение воды) и для случая двух обратимых элементов, соединенных последовательно, но действующих друг против друга и отличающихся только концентрацией раствора электролита. Ограничиваемся указанием одной формулы для зависимости электродвижущей силы поляризации E от

давления p (в атмосфер.) гремучего газа, собирающегося над поверхностью жидкости:

$$E = E_a + \frac{10^{-7} c T R}{6} \lg p \dots \dots \dots (50)$$

Здесь c электрохимический эквивалент, R газовая постоянная для водорода, E_a значение E при $p = 1$ атм. Helmholtz полагает, что $E_a = 1,6447$ вольта. Соколов вывел из своих обширных опытов, что E_a в формуле (50) не есть величина постоянная, но зависит от давления. Для случая весьма малого давления Соколов получил $E_a = 0,745$ вольта; он полагает, однако, что возможны еще меньшие величины.

В тесной связи с теоретическими работами Helmholtz'a находятся исследования Streintz'a, Dolezalek'a, Foerster'a и др., относящиеся к теории обыкновенного (свинцового) аккумулятора.

Streintz исследовал аккумуляторы системы Tudor и показал, что E растет с концентрацией раствора серной кислоты. При концентрации $c = 86,3$ гр. на литр, $E = 1,900$ вольт; при $c = 684,2$ гр. величина E доходит до 2,235 вольт. Далее он измерял зависимость E от температуры t . Оказалось, что $dE : dt$ зависит от концентрации раствора, а следовательно, и от E . При $E = 1,9223$ вольта оказалось $dE : dt = 140 \cdot 10^{-6}$; когда E растет до 2,0031 вольта; величина $dE : dt$ растет до $335 \cdot 10^{-5}$; затем $dE : dt$ убывает до $73 \cdot 10^{-6}$ при $E = 2,2070$ вольт. Наконец Streintz проверял для аккумулятора формулу (43) Helmholtz'a, пользуясь, подобно Jahn'у, ледяным калориметром, но располагая совершенно иначе части своего прибора. Оказалось, что формула Helmholtz'a вполне выражает результаты наблюдений, давшие $E > q$.

Dolezalek двумя способами теоретически определил зависимость E от концентрации. Положим, что мы имеем два аккумулятора; в одном приходится на 1 гр.-молекулу кислоты n_1 гр. воды, в другом n_2 гр. воды. Если их соединить одноименными полюсами, то получается ток, результатом которого окажется увеличение концентрации в одном, и уменьшение ее в другом аккумуляторе. Путем изотермической дистилляции можно восстановить первоначальное состояние. Вычисление производимой при этом работы дает возможность определить разность ΔE электродвижущих сил двух аккумуляторов. Пусть p_1 , p_2 и p упругости водяного пара над растворами n_1 , n_2 и n . Тогда

$$\Delta E = 0,110 \cdot 10^{-4} T \left\{ n_2 \lg p_2 - n_1 \lg p_1 + 18 \lg \frac{p_2}{p_1} - \int_{n_1}^{n_2} \lg p \, dn \right\} \dots (51)$$

где \lg есть знак Бриггова логарифма.

Второй способ вычисления основан на формуле (43), дающей

$$\Delta E = q + T \frac{d\Delta E}{dt} \dots \dots \dots (52)$$

где q вычисляется из теплового эффекта изменений концентрации, а последний член из определенной Streintz'ом зависимости температурного коэффициента величины E от концентрации. Формулы (51) и (52) дали результаты, вполне согласные между собою и с наблюдениями.

Совершенно другой характер, чем все рассмотренные до сих пор, имеет теория элемента, данная Nernst'ом. Основания этой теории, а также формулы, к которым она приводит в различных случаях, уже были нами рассмотрены с достаточной подробностью в части 1, гл. II, § 6; ограничиваемся указанием на формулы (40), (43), (44), (45) и (46). Planck дал обобщение теории Nernst'a; еще более расширил эту теорию Johnson (1904).

Для концентрационного элемента мы получили там же формулу (44). Однако, теперь мы указали на другую формулу (49), данную Helmholtz'ем для того же элемента. Оказывается, что для слабых растворов обе формулы становятся тождественными. Против теории Nernst'a был сделан ряд возражений, приведших в последнее время (после 1900 г.) к продолжительному спору, в котором участвовали Arrhenius, Jahn, Nernst, Sand, Kahlenberg и др. Спор этот находится в связи с теми сомнениями, которые в последнее время вообще высказывались относительно теории электролитической диссоциации и о которых было сказано в § 6. На дальнейших применениях теории Nernst'a, напр., к поляризованному элементу, к газовому элементу и т. д., мы не останавливаемся.

Nernst (1910) дал интересный обзор по вопросу о теории элементов.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 1.

- Lüpke.* Grundzüge der wiss. Elektrochemie, Berlin, 1895. Перевод С. И. Сафонова. Спб., 1897.
- Le Blanc.* Lehrbuch der Elektrochemie. Leipzig, 1900.
- Roloff.* Die Theorie der elektrolyt. Dissoziation. Berlin, 1902.
- Arrhenius.* Lehrbuch der Elektrochemie. Leipzig, 1901.
- Van Laar.* Lehrbuch der theoret. Elektrochemie, 1907.
- Мюллер.* Основные законы электрохимии, перевод Н. Сенигова под ред. Н. Пушкина, Спб., 1912.
- В. Оствальд.* История электрохимии, перев. Г. Котляра, Спб., 1911.
- В. Кустяковский.* Электрохимия, ч. I, Спб., 1912.
- Центнершвер.* Практич. введение в физ. химию и электрохимию. Рига, 1913.
- Джонс.* Основы физич. химии, р. 351, П. 1911.
- Weinstein.* Thermodynamik, т. III, 2, 1908.
- Faraday.* (Законы электролиза). Exper. Res. Ser. 3, § 377; 7, § 732, 783, 821 и др., 1833 г.; Немецкое издание *Kalischer*'а 1 р. 177 и след.
- Steinwehr.* Instr. 33 p. 353 (см. p. 364), 1913.
- Washburn u. Bates.* J. Amer. chem. Soc. 34 p. 1341, 1912.
- Vinal u. Bates.* Bull. Bur. of Stand. 10 p. 425, 1914.
- А. П. Соколов.* Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 28 p. 129, 1896.
- Rayleigh.* Phil. Trans. 2 p. 458, 1884.
- Gray.* Phil. Mag. (5) 22 p. 389, 1886; 25 p. 179, 1888.
- Shaw.* Phil. Mag. (6) 23 p. 138, 1887.
- Richards u. Heimrod.* Ztschr. f. phys. Chem. 41 p. 302, 1902.
- Pellat et Leduc.* C. R. 136 p. 1649, 1903.
- Dijk u. Kunst.* Annal. d. Phys. (4) 14 p. 569, 1904.
- Dijk.* Arch. Néerland. (2) 9 p. 442; 10 p. 277, 1905; Annal. d. Phys. (4) 19 p. 249, 1906.
- F. Kohlrausch.* Annal. d. Phys. (4) 26 p. 50, 1908.

- Smyth, Mather a. Lowry.* Phil. Trans. R. Soc. 207 p. 545, 1908; Proc. R. Soc. 80 p. 77, 1908; Electrician 60 p. 403, 1908.
- Janet, Laporte et de la Gorce.* Trav. du Labor. Central d'Electricité, Paris 1908 p. 119; 1910; Bull. de la Soc. internat. des Electriciens 8 p. 523, 1908; 10 p. 157, 1910 C. R. 150 p. 278, 1910; Electrician 65 p. 21, 1910.
- Eisenreich.* Ztschr. f. phys. Chem. 76 p. 643, 1911.
- Cohen.* Ztschr. f. phys. Chem. 84 p. 83, 1913; Ztschr. f. Elektrochem. 19 p. 132, 1913.
- Rosa, Dorsey a. Miller.* Bull. Bur. of Stand. 8 N° 2; Reprint N° 117, Washington, 1912.
- F. Kohlrausch u. F. H. Weber.* Verh. d. D. phys. Ges. 1907 p. 681; Annal. d. Phys. (4) 26 p. 409, 1908.

К § 2.

- E. Wiedemann.* Pogg. Ann. 154 p. 318, 1874.
- Warburg.* Wied. Ann. 21 p. 622, 1894.
- Warburg u. Tegetmeyer.* Wied. Ann. 32 p. 442, 1887; 35 p. 455, 1888.
- F. M. Exner.* Verh. d. D. phys. Ges. 3 p. 26, 1901.
- Bose.* Annal. d. Phys. (4) 9 p. 164, 1902; Götting. Nachr. 1902 p. 1.
- Heydweiller u. Kopfermann.* Annal. d. Phys. (4) 32 p. 732, 1910.
- Leblanc u. Kerschbaum.* Ztschr. f. phys. Chem. 72 p. 468, 1910.
- G. Schulze.* Annal. der Phys. (4) 37 p. 435, 1912; 40 p. 335, 1913.
- Сперанский.* Ж. Р. Ф. Общ. Отд. Хим. 1915 p. 52.
- Сапожников.* Ж. Р. Ф.-Х. Общ., Отд. хим. 42 p. 376, 1910; 43 p. 423, 1911.
- Jaffé.* Annal. d. Phys. (4) 32 p. 739, 1910.
- Haber.* Annal. der Phys. (4) 26 p. 927, 1908.
- Богородский.* Материалы по электрохимии неорганических соединений в так называемом огненножидком состоянии. Часть первая. Казань, 1905.
- R. Lorenz.* Die Elektrolyse geschmolzener Salze, 2 тома, Halle a. S. 1905.
- Moissan.* C. R. 102 p. 1543, 1886; 103 pp. 202, 256, 1886.
- Gehrcke.* Verh. d. D. phys. Ges. 5 p. 263, 1903.
- Lecher.* Wien. Ber. 107 p. 740, 1898.
- Graetz.* Wied. Ann. 62 p. 323, 1897.
- Cook.* Phys. Rev. 18 p. 23, 1904; 20 p. 312, 1905.
- G. Schulze.* Annal. d. Phys. (4) 21 p. 929, 1906; 22 p. 543, 1907; 23 p. 236, 1907; 24 p. 43, 1907; 25 p. 775, 1908; 26 p. 372, 1908; 28 p. 786, 1909; 31 p. 1053, 1910; 34 p. 657, 1911; 41 p. 593, 1913; 44 p. 1106, 1914; Phys. Ztschr. 15 p. 254, 1914; Ztschr. f. Elektrochem. 14 p. 333, 1908; 18 p. 22, 1912.
- Рубан.* Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 35 p. 116, 1907.
- Zenneck.* Phys. Ztschr. 14 p. 535, 1913.
- Winter.* Phys. Ztschr. 14 p. 823, 1913.
- Fitch.* Phys. Rev. (2) 9 p. 15, 1917.
- Добуаш.* Теория электрического клапана. Изв. Сельскохозяйств. Инст., Воронеж, 1918 p. 144.
- Greene.* Phys. Rev. (2) 9 p. 264, 1914.
- Bergholm.* Annal. der Phys. 52 p. 101, 1917.
- Carman u. Bales.* Phys. Rev. 30 p. 776, 1910.
- Flowers.* Phys. Rev. 29 p. 445, 1909.
- Goddard.* Phys. Rev. 34 p. 149, 1912.
- Charters.* J. Phys. Chem. 9 p. 110, 1905.
- Hittorf* (двойные соли). Pogg. Ann. 89 p. 1, 1853; 103 p. 1, 1858; 106 p. 337, 513, 1859.
- P. Ленц.* Bull. de l'Acad. de St-Petersb. 30 N° 9 p. 34, 1882.
- Кистяковский.* Ztschr. f. phys. Chem. 6 p. 97, 1890.
- Bredig.* Ztschr. f. Elektrochemie 6 p. 33, 1899.
- Walker.* Ztschr. f. phys. Chem. 49 p. 82, 1904; 51 p. 706, 1905.
- Lundén.* Ztschr. f. phys. Chem. 54 p. 532, 1906.
- Nernst u. Riesenfeld.* Gött. Nachr. 1901 p. 54.

- Riesensfeld*. Ztschr. f. Elektrochem. 7 p. 645, 1901.
Mills. Proc. R. Soc. 26 p. 504, 1877.
Braun. Annal. der Phys. (4) 42 p. 450, 1891; 44 p. 470, 1891.
Cohn. Ztschr. f. Phys. Chem. 25 p. 651, 1898.
Thieme. Ztschr. f. Phys. Chem. 78 p. 490, 1912; Ztschr. f. Elektrochem. 18 p. 131, 1912; Verh. d. D. phys. Ges. 1916 p. 187, 221.

К § 3.

- Kohlrausch und Holborn*. Leitvermögen der Elektrolyte. Leipzig, 1898.
Р. Ленц. Мém. de l'Acad. de St.-Pétersb. (7) 26 N° 3 p. 51, 1878.
Arndt. Ztschr. f. Elektrochemie 13 p. 510, 809, 1907.
Dutoit et Duperthuis. Journ. chim. phys. 6 p. 726, 1908.
Chanoz. C. R. 148 p. 618, 986, 1909; 149 p. 598, 1909.
Вальден. Ztschr. f. phys. Chem. 55 p. 246, 1905; 73 p. 257, 1910; 78 p. 257, 1911.
Н. С. Jones и его ученики. Множество статей в Amer. Chem. J., начиная от 1902 г. и в Ztschr. f. phys. Chem., начиная от 1906 г.
Grottrian (трение). Pogg. Ann. 157, p. 130, 1876; 160 p. 238, 1877; W. A. 8 p. 529, 1879.
Р. Ленц (диффузия). Мém. de l'Acad. de St.-Pétersb. (7) 30, 1882.
F. Kohlrausch. Pogg. Ann. 159 p. 260, 1876.
Ungerer. Phys. Ztschr. p. 685 1913.
Arrhenius. Ztschr. f. phys. Chem. 1 p. 96, 1889.
Noyes a. Coolidge. Ztschr. f. phys. Chem. 46 p. 323, 1903; Amer. Chem. Soc. 26 p. 134, 1904.
F. Kohlrausch. Berl. Ber. 1900 p. 1002; 1901 p. 1026; 1902 p. 574; Proc. R. Soc. 71 p. 338, 1903.
Kohlrausch u. Grueneisen. Berl. Ber. 1904 p. 1215.
Déguisnes. Diss. Strassburg, 1895.
W. Kohlrausch. Wied. Ann. 17 p. 642, 1882.
Хрущев и Пашков. C. R. 108 p. 1162, 1889.
Mc. Gregor. Phil. Mag. 41 p. 276, 1896.
Bartwater. Ztschr. f. phys. Chem. 28 p. 130, 1899.
Дорошевский и Дворжанчик. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. Отд. Хим. 1913 p. 1174; 1914 p. 1676.
Дорошевский и Фридман. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. Отд. Хим. 1915 p. 1615.
Wakemann. Ztschr. f. phys. Chem. 11 p. 49, 1893.
Davis Jones. Amer. chem. J.
Schmidt и Jones. Ztschr. f. phys. Chem. 81 p. 68, 1912.
Bourdillon. J. Chem. Soc. 1913 p. 791.
Whetam и Paine. Proc. R. Soc. 81 p. 58, 1908.
Paine и Evans. Proc. Cambr. philos. Soc. 18 p. 1, 1914.
Серков. Ж. Р. Ф.-Х. О. 40 p. 399, 1908; 41 p. 1, 1909; 42 p. 1, 1910. Ztschr. f. phys. Chem. 73 p. 557, 1910.
F. Kohlrausch (вода). P. A. Ergbd. 8 p. 1, 1878; W. A. 24 p. 48, 1885; 44 p. 577, 1891.
F. Kohlrausch и Heydweiler (вода). W. A. 53 p. 209, 1894.
Каблуков. Современная теория растворов, Москва, 1891; Ztschr. f. phys. Chem. 4 p. 429, 1889; Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 23 p. 391, 1891.
Р. Ленц. Мém. de l'Ac. de St.-Pétersb. (7) 30, N° 9, 1882.
Вальден и Центнершвер. Bull. de l'Acad. de St.-Pétersb. 1901, июнь; Ztschr. f. anorg. Chem. 30 p. 145; 1902; Ztschr. f. phys. Chem. 39 p. 813, 1902.
Центнершвер. Ztschr. f. phys. Chem. 39 p. 217, 1902.
Walden. Ver. d. D. chem. Ges. 32 p. 2862, 1899; Ztschr. f. anorg. Chem. 25 p. 209, 1900; 29 p. 371, 1901; Ztschr. f. phys. Chem. 43 p. 385, 1903; 46 p. 103, 1903; 54 p. 129, 1906; 55 pp. 207, 281, 1906; 58 p. 497, 1907; 59 pp. 192, 385, 1907; 60 p. 87, 1907; 73 p. 257, 1910; 78 p. 257, 1911; Изв. Акад. Наук 1913 pp. 558, 907, 987, 1075.
Плотников. Ж. Р. Ф.-Х. Общ., Отд. Химич. 34 p. 466, 1902; 35 p. 794, 1903; 36 p. 1282, 1904; 37 p. 318, 1905; Ztschr. f. phys. Chem. 48 p. 220, 1904.
Plotnikow и Rokotjan. Ztschr. f. phys. Chem. 84 p. 365, 1913.

- Steele, Mc. Intoch a. Archibald.* Phil. Trans. 205 pp. 98, 120, 138, 148, 1905; Phys. Chem. 55 p. 129, 1906.
Землинский и Крапишин. Ztschr. f. phys. Chem. 21 p. 35, 1896.
Franklin u. Kraus. Amer. Chem. Journ. 23 p. 277, 1900.
Nichols a. Merritt. Phys. Rev. 19 p. 415, 1904.
Кистляковский. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 20 p. 411, 1890.
F. Kohlrausch u. Dolezalek. Berl. Ber. 1901 p. 1018.
F. Kohlrausch. Ztschr. f. phys. Chem. 44 p. 197, 1903.
Böttger. Ztschr. f. phys. Chem. 46 p. 521, 1903.
Гарднер и Герасимов. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. Отд. Хим. 36 p. 761, 1904.

К § 4.

- Nicholson and Carlisle.* Nicholson's Journ. 4 p. 179, 1800; Gilb. Ann. 6 p. 340, 1800.
Davy. Phil. Trans. 1806; Gilb. Ann. 28 p. 158, 1808.
Grotthuis. Phys.-chem. Forschungen 1820 p. 115; Gehler's Journ. 5 p. 816, 1808.
 Ann. de Chim. et Phys. 58 p. 64, 1806; 63 p. 20, 1808.
Berzelius. Gilb. Ann. 27 p. 270, 1807; 42 p. 45, 1812.
Fechner. P. A. 44 p. 39, 1838.
De la Rive. Ann. de Chim. 28 p. 190, 1825; Traité d'Electric. 2 p. 814, 1856.
Ampere. Journ. de Phys. 93 p. 450, 1821.
Daniell a. Miller. Phil. Trans. 1 p. 4, 1844; P. A. 64 p. 18, 1845.
Daniell. Phil. Trans. 1 p. 103, 1839; P. A. Ergbd. 1 p. 565, 1842.
G. Wiedemann. P. A. 99 p. 177, 1856.
Kirmis. Wied. Ann. 4 p. 503, 1878.
Riesenfeld и Reinhlod. Ztschr. f. phys. Chem. 68 p. 440, 1909.
Krumreich. Ztschr. f. Elektrochem. 22 p. 445, 1916.
Hittorf. Pogg. Ann. 89 p. 177, 1853; 98 p. 1, 1856; 103 pp. 1, 466, 1858; 106 pp. 337, 513, 1859.
Loeb и Nernst. Ztschr. f. phys. Chem. 2 p. 962, 1888.
Bein. Wied. Ann. 46 p. 29, 1892; Diss. Berlin, 1892.

К § 5.

- F. Kohlrausch.* Götting. Nachr. 1876 p. 213.
F. Kohlrausch (подвижности l). Berl. Ber. 1901 p. 1026; 1902 p. 572.
Noyes a. Sammet. Amer. Chem. Soc. 24 p. 944, 1902; Ztschr. f. phys. Chem. 43 p. 49, 1903.
Bredig. Ztschr. f. phys. Chem. 13 p. 191, 1894.
Kohlrausch u. Steinwehr. Berl. Ber. 1902 p. 581.
Kohlrausch u. Henning. Verh. d. d. phys. Ges. 1904 p. 144.
Hevesy. Phil. Mag. (6) 25 p. 390, 1913.
G. Wiedemann. P. A. 99 p. 177, 1856; 104 p., 162, 1858.
P. Ленц. Mém. de l'Acad. de St.-Pétersb. (7) 30 p. 64, 1882.
Ostwald. Ztschr. f. phys. Chem. 1 p. 75, 1887; 2 p. 840, 1888.
Bredig. Ztschr. f. phys. Chem. 13 p. 191, 289, 1894; Diss. Leipzig 1893.
Loeb u. Nernst. Ztschr. f. phys. Chem. 2 p. 962, 1888.
Кистляковский. Ztschr. f. phys. Chem. 6 p. 104, 1890.

К § 6.

- Clausius.* Pogg. Ann. 101 p. 338, 1858.
Williamson. Lieb. Ann. 77 p. 37, 1851.
Hittorf. Pogg. Ann. 103 p. 1, 1858; 106 p. 513, 1859.
Helmholtz. Wied. Ann. 11 p. 737, 1880; Abhandl. 1 p. 898.
Arrhenius. Ztschr. f. phys. Chem. 1 p. 631, 1887; 2 p. 491, 1888; 4 p. 96, 1889; 9 p. 339, 1892; Lum. électr. 35 p. 401; 36 p. 458; 37 p. 513; 38 p. 563; Bihang till Svenska Vetensk. Handl. 8 N^o 13, 14, 1884.
Arrhenius (давление). Ztschr. f. phys. Chem. 14 p. 673, 1894.

- Röntgen.* Gött. Nachr. 1893 p. 509.
- Tammann.* Ztschr. f. phys. Chem. 17 p. 725, 1895; 27 p. 257, 1898; W. A. 69 p. 767, 1899: „Ueber die Beziehungen zwischen den inneren Kräften u. Eigenschaften der Lösungen. Leipzig, 1907.
- E. W. Schmidt.* Дюсс. Göttingen, 1910.
- Koerber.* Ztsch. f. phys. Chem. 67 p. 212, 1909; 77 p. 420, 1911.
- Lussana.* N. Cim. (4) 2 p. 263, 1895; 5 p. 354, 441, 1897; (5) 18 p. 170, 1909.
- Lodge.* Rep. Brit. Assoc. 1885.
- Van't Hoff u. Reicher.* Ztschr. f. phys. Chem. 2 p. 777, 1888; 3 p. 198, 1889.
- Abegg.* Ofvers. Kgl. Sv. Ak. Förhandl. 1892 N^o 10 p. 517.
- Ostwald.* Ztschr. f. phys. Chem. 2 p. 270, 1888; 3 pp. 170, 241, 369, 1889.
- Planck.* Wied. Ann. 34 p. 147, 1888.
- Rudolphi.* Ztschr. f. phys. Chem. 17 p. 385, 1895.
- Barmwater.* Ztschr. f. phys. Chem. 28 pp. 134, 428, 1899.
- Storch.* Ztschr. f. phys. Chem. 19 p. 13, 1896.
- Bancroft.* Ztschr. f. phys. Chem. 31 p. 188, 1899.
- Jahn.* Ztschr. f. phys. Chem. 37 p. 490, 1901; 41 p. 265, 288, 1902.
- Centnerszwer.* Ztschr. f. phys. Chem. 39 p. 217, 1902.
- J. J. Thomson.* Phil. Mag. (5) 36 p. 320, 1893.
- Nernst* (дизл. пост.). Ztschr. f. phys. Chem. 13 p. 531, 1894.
- Drude u. Nernst.* Ztschr. f. phys. Chem. 15 p. 79, 1894.
- Carrara e Levi.* N. Cim. (4) 12 p. 284, 1900; Gazz. chim. 30, II p. 197, 1900.
- Lodge.* Rep. Brit. Assoc. Birmingham 1886 Beibl. 11 p. 466, 1887.
- Walden.* Ztschr. f. phys. Chem. 46 p. 175, 1903; 54 p. 179, 207, 1905; 55 p. 230, 683, 1906; 73 p. 257, 1910; 75 p. 574, 1910; 78 p. 257, 1911; Bull. de l'Acad. de St.-Petersb., (6) 1911 p. 1055; 1913 p. 427, 558, 907, 987, 1075; 1915 p. 789, 1021, 1485; Is water an electrolyte? Trans. Faraday-Soc. 6, 1910.
- Wetham.* Proc. R. Soc. 52 p. 284, 1892; 58 p. 182, 1895; Ztschr. f. phys. Chem. 11 p. 220, 1893; Phil. Mag. (5) 44 p. 1, 1898.
- Nernst.* Ztschr. f. Elektrochemie 3 p. 308, 1897.
- Masson.* Phil. Trans. 1899.
- Noyes u. Blanchard.* Ztschr. f. phys. Chem. 36 p. 1, 1901.
- Abegg.* Ztschr. f. Elektrochemie 7 pp. 618, 1011, 1901; Phys. Ztschr. 3 pp. 110, 124, 1901.
- Abegg u. Gauss.* Ztschr. f. phys. Chem. 40 p. 737, 1902.
- Steele.* Proc. R. Soc. 68 p. 358, 1901; Ztschr. f. Elektrochemie 7 p. 729, 1901; Ztschr. f. phys. Chem. 40 p. 689, 1902; Trans. Chem. Soc. 79 p. 414, 1901.
- Denison a. Steele.* Proc. R. Soc. 76 p. 556, 1905.
- Kahlenberg.* Phil. Mag. (6) 9 p. 349, 1905.
- Brillouin.* Ann. d. Chem. et Phys. (8) 7 p. 289, 1906.
- Malmström.* Annal. d. Phys. (4) 18 p. 413, 1905.
- Planck.* Ztschr. f. phys. Chem. 41 p. 212, 1902.
- Walden.* Ztschr. f. phys. Chem. 78 p. 257, 1911; Изв. Акад. Наук (6) 1913 p. 427, 558, 907, 987, 1075; 1915 p. 789, 1021, 1485.
- Jones и его сотрудники.* Amer. chem. Journ. 34 p. 357, 1905; 40 p. 355, 1908; 42 p. 520, 1909; 43 p. 187, 1910; 44 p. 159 (содержит обзор), 508, 1910; 46 p. 56 (содержит обзор), 240, 368, 1911; 48 p. 320, 411, 501, 1912; 49 p. 207, 1913; 50 N^o 6, июль 1913 (содержит обзор).
- Саханов.* Ж. Р. Ф.-Х. О. 1910 p. 683, 1363; 1911 p. 534; 1912 p. 324; 1913 p. 102; Ztschr. f. phys. Chem. 83 p. 129, 1914; Исследования по электропроводности неводных растворов, Москва, 1913; Исследования в области электрохимии, Одесса, 1916.
- Саханов и Пржеборовский.* Ж. Р. Ф.-Х. О. 1915 p. 849, 859.
- Саханов и Гринбаум.* Ж. Р. Ф.-Х. О. 1915 p. 1769.
- Kjellin.* Ztschr. f. phys. Chem. 77, p. 192, 1911.
- Suitherland.* Phil. Mag. (6) 22 p. 17, 1911.
- Sneathlage.* Ztschr. f. phys. Chem. 90^o p. I, 1915.

- Gruner.* Annal. der Phys. (4) 35 p. 381, 1911.
P. Hertz. Annal. der Phys. (4) 37 p. 1, 1912.
Heydweiller. Annal. der Phys. (4) 30 p. 873, 1909; 31 p. 1063, 1910.
Терешин. Verh. d. d. phys. Ges. 1909 p. 211; 1910 p. 50.
Krauss u Bray. J. Amer. chem. Soc. 35 p. 1313, 1913.
Van-Laar. Ztschr. f. phys. Chem. 58 p. 571, 1907; 59 p. 212, 1907.
Krüger. Ztschr. f. Elektrochem. 17 p. 464, 1911.
Jaffé. Annal. der Phys. (4) 32 p. 148, 1910.

К § 7.

- Э. Ленц.* Pogg. Ann. 59 pp. 203, 407, 1843.
Fuchs. Pogg. Ann. 156 p. 158, 1875.
Crova. Ann. d. Chim. et Phys. (3) 68 p. 413, 1863.
F. Exner. Wied. Ann. 5 p. 338, 1878; 6 p. 388, 1879.
Савинов. Ж. Р. Ф.-Х. О. 23 p. 474, 1891.
Koch u. Wuellner. Wied. Ann. 45 p. 475, 1891.
Beetz. Wied. Ann. 10 p. 348, 1880; 12 p. 290, 1881.
F. Kohlrausch. Pogg. Ann. 148 p. 143, 1873.
Bartoli. N. Cim. 7 p. 234, 1880.
Edlund. Pogg. Ann. 85 p. 209, 1852.
Helmholtz. Wied. Ann. 11 p. 737, 1880; Berl. Ber. 11 März 1880.
Bouty. J. de Phys. (1) 8 p. 289, 1879; 10 p. 241, 1881; (2) 1 p. 346, 1882.
Poggendorff (температура). Pogg. Ann. 61 p. 619, 1884; 70 p. 198, 1847.
Beetz (температура). Pogg. Ann. 79 p. 103, 1850; (другие газы) P. A. 90 p. 42, 1853.
Э. Ленц и Савельев. Pogg. Ann. 67 p. 493, 1846.
Le Blanc. Ztschr. f. phys. Chem. 8 p. 299, 1891; 12 p. 333, 1892.
Nernst. Berl. Chem. Ber. 30 p. 1547, 1897.
Колли. (Colley). Wied. Ann. 7 p. 206, 1879.
Соколов. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 19 p. 191, 1887; 28 p. 129, 1896.
Wiedeburg. Wied. Ann. 51 p. 302, 1894.
Helmholtz. Pogg. Ann. 150 p. 486, 1873; W. A. 2 p. 737, 1880; 34 p. 737, 1888; Berl. Ber. 1873 p. 559, 587; 1883 p. 647; Proc. R. Soc. Edinb. 1880—1881, p. 202.
Ostwald. Allgemeine Chemie II, 1 p. 975, 1893.
Nernst. Theoret. Chem. p. 681, 1900; Berl. Ber. 1908 p. 3.
Eucken. Berl. Ber. 1908 p. 524.
Solomon. Ztschr. f. phys. Chem. 24 p. 55, 1897.
Le Blanc. Abh. der „Deutschen Bunsengesellschaft“ f. angew. phys. Chemie No 3, Halle, 1910.
Rothé. Ann. de Chim. et Phys. (8) 1 pp. 215, 289, 433, 1904; Journ. de Phys. (4) 3 p. 661, 1904; Thèse. Paris, 1904.

Пассивность.

- Нужбицкий.* Изв. Прг. Политехн. Инст. 22 p. 669, 1914.
Senter. Chem. News. 108 p. 249, 1913.
Hittorf. Phys. Ztschr. 2 p. 229, 1901; Ztschr. f. Elektrotechn. 6 p. 6, 1899; 7 p. 168, 1900; Ztschr. f. phys. Chem. 25 p. 729, 1898; 30 p. 481, 1899; 34 p. 385, 1900.
Fredenhagen. Ztschr. f. phys. Chem. 43 p. 1, 1903.
Ostwald. Phys. Ztschr. 1 p. 87, 1899; Abhandl. math.-phys. Klasse d. k. sachs. Ges. d. Wiss. 25 p. 221, 1899; 26 p. 27, 1900.
Muthmann u. Fraunberger. Münch. Ber. 1904 p. 201.
W. Mueller. Ztschr. f. phys. Chem. 47 p. 577, 1904; Ztschr. f. Elektrochem. 10 p. 518, 1904.
Hollis. Cambr. Proc. 12 p. 452, 1904.
Fredenhagen. Ztschr. f. phys. Chem. 63 p. 1, 1908.
Ruer. Ztschr. f. Elektrochemie 14 p. 309, 1908.

- Sackur.* Ztschr. f. Elektrochemie 14 p. 607, 1908.
Alvares. Ztschr. f. Elektrochemie 15 p. 142, 1909.
Кустяковский. Ztschr. f. Elektrochemie 15 p. 268, 1909; Ztschr. f. phys. Chemie 70 p. 206, 1909; Ж. Р. Ф.-Х. Общ., отд. хим. 1908 p. 1782; Дисс., Спб. 1910.
Grave. Jahrb. der Rad. u. Elektronik. 8 p. 91, 1911; Ztschr. f. phys. Chemie. 77 p. 513, 1911.
Flade. Ztschr. f. phys. Chem. 76 p. 513, 1911; 88 p. 569, 1914.
Haber u. Zawadski. Ztschr. f. phys. Chem. 78 p. 228, 1911.
Adler. Ztschr. f. phys. Chem. 80 p. 385, 1912.
Grube. Ztschr. f. Elektrochem. 18 p. 189, 1912.
Кустяковский. Электрохимич. реакции и электродн. потенциалы некотор. металлов. СПб. 1910.
Allen. Chem. News. 109 p. 25, 1914.
Haber и Zawadski. Ztschr. f. phys. Chem. 68 p. 228, 1912.
Flade и Koch. Ztschr. f. Elektrochem. 18 p. 335, 1912.
Центнершер и Друккер. Ж. Р. Ф.-Х. О. 1915 p. 439.
Smits u Allen. Ztschr. f. phys. Chem. 90 p. 723, 1915.
Mc.Leod-Brown. Chem. News 107 p. 15, 1913.
Grube. Chem. News 108 p. 271, 283.
Центнершер. Ж. Ф.-Х. О. 1915 p. 1075.
Smits u. Lobry de Bruyn. Versl. k. Ak. van Wet. 24 p. 745, 1915.

К § 8.

- Daniell.* Phil. Trans. 1836, 1 p. 117; Pogg. Ann. 42 p. 272, 1837.
Meidinger. Pogg. Ann. 108 p. 602, 1859.
Leclanché. C. R. 83 p. 54, 1876; 87 p. 329, 1878; Dingl. J. 186 p. 270, 1867; 188 p. 96, 1868.
De Lalande. C. R. 97 p. 164, 1883; 112 p. 1243, 1891.
Warren de la Rue et Müller. C. R. 77 p. 794, 1868; 81 pp. 686, 746, 1875; Pogg. Ann. 135 p. 496, 1868; 157 p. 290, 1876.
Grove. Phil. Mag. (3) 15 p. 287; 1839; Pogg. Ann. 48 p. 300, 1839; 49 p. 511, 1840; C. R. 8 p. 567, 1839.
Poggendorf. Pogg. Ann. 54 p. 425, 1840; 134 p. 478, 1868.
Bunsen. Pogg. Ann. 54 p. 417, 1841; 55 p. 265, 1842; Lieb. Ann. 38 p. 311, 1841.
Jaeger. Die Normalelemente. Halle, 1902.
Gouy. Rapports prés. au Congr. internat. de phys. 2 p. 422, Paris, 1900.
Бехтерев. Ztschr. f. Elektrochemie 17 p. 851, 1911; Изв. Сбп. Политехнич. Инст. 15 p. 443, 1911.
Fleming. Phil. Mag. (5) 36 p. 120, 1888; Centralbl. f. Elektrotechn. 8 p. 711, 1886; 10 p. 684, 1888.
Helmholtz. Berl. Ber. 1882 p. 834.
Latimer Clark. Proc. R. Soc. 20 p. 144, 1872; Phil. Trans. 164 p. 1, 1874; J. of the Soc. of Electr. Engin. 7 p. 53, 1878.
Lord Rayleigh. Phil. Trans. 175 p. 412, 1884; 106 p. 781, 1885; Electrician 42 p. 295, 1890.
М. Иванов. Временник Гл. Палаты М. и. В. 5 p. 36, 1900.
Weston. Electrician 30 p. 741, 1892; 31 p. 645, 1893; Elektrotechn. Ztschr. 13, p. 235, 1892.
Kohnstamm u. Cohen. W. A. 65 p. 344, 1898.
Van Ginneken и Круйт. Ztschr. f. phys. Chem. 77 p. 744, 1911.
Haga и Voerema. Versl. K. Akad. van Wet. 19 p. 621, 1910.
Baillehache. Arch. sc. phys. (4) 31 p. 185, 1911; J. de phys. 1912 p. 112.
Pollitzer. Ztschr. f. phys. Chem. 78 p. 374, 1911.
Cohen. Phys. Ztschr. 1910 p. 852.
Janet, Laporte и Jonaust. C. R. 153 p. 718, 1911

Hurmuzescu. Ann. sc. de l'Univ. de Jassy, 1903.

Procopiu. Annal. sc. de l'Univ. de Jassy; Bull. Section sc. de l'Acad. Roumaine 3 p. 187, 1915.

К § 9.

E. Becquerel. C. R. 9 pp. 145, 561, 1839; Thèse, 1840; Ann. d. Phys. et Chim. (3) 9 p. 268, 1843; 32 p. 176, 1851; 36 p. 99, 1859; Bibl. univ. de Genève 35 p. 136, 1844; La Lumière 2 p. 121, 1868.

Н. Г. Егоров. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 9 pp. 33, 143, 1878; J. de Phys. (1) 5 p. 283, 1876.

И. И. Бореман. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 14 p. 258, 1883.

G. C. Schmidt. Wied. Ann. 67 p. 563, 1899.

Pellat. C. R. 89 p. 227, 1879.

Chaperon et Mercadier. C. R. 106 p. 1595, 1888.

Gouy et Rigollot. C. R. 106 p. 1470, 1888.

Bose u. Kochan. Ztschr. f. phys. Chem. 38 p. 18, 1901.

Kochan. Diss. Breslau, 1902; Ztschr. f. Elektrochem. 9 p. 33, 61, 97, 1903; Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik 2 p. 186, 1905 (Обзор).

Sabine. Nature (англ.) 17 p. 172, 1878; Phil. Mag. (6) 5 p. 401, 1879.

Pélabon. C. R. 151 p. 641, 1910.

Wildermann. Ztschr. f. phys. Chem. 52 p. 208, 1905; 59 p. 553, 703, 1907; 60 p. 70, 1907; Proc. R. Soc. 74 p. 369, 1905; 77 p. 274, 1906.

Goldmann. Annal. der Phys. (4) 27 p. 449, 1908; Ztschr. f. Elektrochem. 21 p. 73, 1915.

Hodge. Phys. Rev. 28 p. 25, 1909.

Anderson. Phys. Rev. (2) I p. 222, 1913.

G. E. Thomson. Phys. (2) 5 p. 43, 1915.

Stumpf. Verh. d. D. phys. Ges. 1914 p. 989.

Planté. Recherches sur l'Electricité, Paris, 1883; немецк. перев. Wallentin'a, 1886.

Jumeau. Etat actuel de l'Industrie des accumulateurs, в Etat actuel des Industries électriques, Paris, Gauthier-Villars, 1906 p. 93—140.

Dolezalek. Die Theorie des Bleiakкумуляtors. Halle, 1901.

Zacharias. Die Akkumulatoren. Jena, 1901.

Planté. C. R. 49 p. 402, 1859; 50 p. 640, 1860; 95 p. 418, 1882; Ann. d. Chim. et de Phys. (4) 15, 1868; Pogg. Ann. 109 p. 665, 1860.

Бутарин. Физ. Обзор. 1913 p. 289.

К § 10.

E. Becquerel. Ann. d. Chim. et d. Phys. (4) 9 p. 21, 1843.

Helmholtz. Erhaltung der Kraft., 1847.

W. Thomson. Phil. Mag. (4) 1 p. 177, 1851; 2 pp. 429, 551, 1881.

Favre. C. R. 36 p. 342, 1853; 39 p. 1212, 1854; 45 p. 56, 1857; 46 p. 658, 1858; 47 p. 599, 1858; Ann. d. Chim. et de Phys. (3) 40 p. 293, 1854.

Braun. W. A. 5 p. 182, 1878; 16 p. 561, 1882; 17 p. 593, 1882; 33 p. 337, 1888; Berl. Ber. 1885 p. 291.

Helmholtz. Berl. Ber. 1882 p. 825; 1883 p. 647.

Gibbs. Trans. Ac. Connecticut 1878; Thermodynamische Studien, перевод Ostwald'a, Leipzig, 1892 p. 388.

Czapski. Wied. Ann. 21 p. 209, 1884.

Gockel. Wied. Ann. 24 p. 618, 1885; 33 p. 10, 1888; 40 p. 450, 1890.

Jahn. Wied. Ann. 28 p. 21, 491, 1886; 34 p. 785, 1888.

Bugarszki. Ztschr. f. anorg. Chem. 14 p. 145, 1897.

Хрущев и Сумников. C. R. 108 p. 937, 1889.

Duhem. Potentiel thermodynamique, Paris, 1886, p. 117.

- Gilbaut.* C. R. 113 p. 465, 1891; Lum. électr. 42 p. 7; 43 p. 174.
R. Ramsey. Phys. Rev. 13 p. 1901; Phys. Ztschr. 3 p. 177, 1902.
Колли (Colley). Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 7 p. 333, 1875; 8 p. 182, 1876; Pogg. Ann. 157 p. 370, 624, 1876; Wied. Ann. 16 p. 39, 1882; Phil. Mag. (5) 1 p. 419, 1876; Nature 17 p. 280, 1878.
Pirani (письмо к Maxwell'у). Nature 17 p. 180, 1878.
Vary. J. de phys. 1910 p. 901.
Michaud. J. de phys. 1911 p. 122.
Carhart. Bull. Bur. of Stand. 7 p. 475, 1911.
Millencamp. Phys. Rev. 29 p. 329, 1909.
Кустяковский. Изв. Политехн. Инст. 17 p. 23, 1912.
Horrocks. Diss. Erlangen. 1909.
Helmholtz (концентрац. элем.). W. A. 3 p. 201, 1878; Berl. Ber. 1877; Ges. Abh. 1 p. 840.
Helmholtz (поляризация). Berl. Ber. 1883 p. 647; Ges. Abh. 3 p. 92.
Helmholtz (два противоположных элем.). Berl. Ber. 1882 p. 825; Ges. Abh. 2 p. 981.
Соколов. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 28 p. 167, 1896.
Dolezalek. Wied. Ann. 65 p. 894, 1898; Ztschr. f. Elektrochem. 4 p. 349, 1898.
Streintz. Wied. Ann. 38 p. 344, 1889; 43 p. 241, 1891; 46 499, p. 1892; 49 p. 564, 1893.
Nernst. Ztschr. f. phys. Chem. 2 p. 613, 1888; 4 p. 129, 1889; 36 p. 596, 1901; 38, 487, 1901; Ztschr. f. Elektrochem. 16 p. 517, 1910; Phys. Ztschr. 1910 p. 716.
G. Timofejew. Ztschr. f. phys. Chem. 78 p. 299, 191.
Planck. Wied. Ann. 40 p. 561; 1890; 44 p. 385, 1891; Ztschr. f. phys. Chem. 41 p. 212, 1902.
Johnson. Annal. d. Phys. (4) 13 p. 995, 1904.

ГЛАВА ШЕСТАЯ.

Явления, происходящие внутри цепи: термоэлектрические явления.

§ 1. Введение. В главе второй первой части этого тома мы познакомились с источниками электрического поля, т. е. с теми явлениями или манипуляциями, которые сопровождаются возникновением электризации каких-либо тел. Рассмотрев подробно три таких источника, а именно электростатическую индукцию, соприкосновение и трение, мы в § 15 той же главы дали обзор десяти дальнейших источников электричества. В этой, второй части мы познакомились с явлением постоянного электрического тока, могущего возникнуть там, где имеется непрерывно действующий источник электричества и существует замкнутая цепь, проводящая электричество. Мы рассмотрели ток гидроэлектрический, источниками которого считаются соприкосновение и химическое действие, а также упомянули в § 2 главы IV о капиллярных токах, источник которых был рассмотрен в § 15 гл. II под номером VIII.

Из остальных источников электричества могут вызвать электрический ток еще следующие: электростатическая индукция, трение, переменное магнитное поле и термоэлектровозбудительная сила. На трении или на явлении электростатической индукции основано устройство электрических машин (гл. II, § 16), дающих на кондукторах или на концах проводников, соединенных с кондукторами, громадные разности потенциалов, доходящие до сотен тысяч вольт. Эти машины дают непрерывный

электрический ток, если соединить кондукторы непрерывною цепью проводников. При этом получается, однако, ток чрезвычайно слабый, хотя и обладающий всеми рассмотренными выше свойствами гидроэлектрического тока: он окружен магнитным полем, вызывает явление электролиза и т. д. Разница между электрическою машиною и батареей элементов заключается в том, что первая дает большие потенциалы на концах разомкнутой цепи, но очень слабый ток, т. е. весьма малые количества протекающего электричества, между тем как элементы дают малые потенциалы, но огромные количества электричества. Представляя себе в обоих случаях наличность замкнутой цепи, мы в первом случае можем рассматривать электрическую машину, как часть цепи, обладающую огромным электрическим сопротивлением.

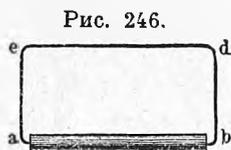
Токи, вызываемые переменным магнитным полем, напряжение или направление которого суть функции времени, будут рассмотрены в V томе.

Остается рассмотреть токи, вызванные термоэлектродвижущей силой; эти токи называются термоэлектрическими. Их возникновение находится в тесной связи с двумя другими явлениями: с явлением Пельтье, на которое нам по необходимости уже пришлось указать (гл. II, § 5), и с так наз. явлением Томсона (Thomson-Effect), заключающимся в изменении распределения тепла в неравномерно нагретом проводнике, под влиянием электрического тока. В узком смысле слова принято „термоэлектрическим“ называть только явление возникновения термоэлектрического тока. Однако, без особой натяжки, мы можем к главе о термоэлектричестве отнести также и явления Пельтье и Томсона, подразумевая под „термоэлектрическими“ все те явления в цепи, при которых обнаруживается связь между электричеством и теплотою, исключив, однако, отсюда тот переход электрической энергии в тепловую, который мы рассмотрели в главе четвертой и который управляется законом Ленца и Джуля.

§ 2. Термоэлектрические токи. Тела твердые. Мы уже встречались с термоэлектрическими токами в т. II, когда рассматривали способы изучения инфракрасных лучей, и в т. III при описании способов измерения температур, в особенности высоких (термоэлектрические пирометры). Исторический очерк исследований термоэлектрических явлений можно найти в статьях Streit'a. Полную библиографию по термоэлектричеству (1822—1909) составил Broniewski в *Revue de Métallurgie*, 7 p. 360, 1910.

Обращаемся к термоэлектрическим явлениям в замкнутой цепи, состоящей из одних металлов. Мы видели, что на основании закона Вольты (гл. II, § 3) в замкнутой цепи, состоящей только из проводников первого класса, т. е. не содержащей электролитов, сумма электродвижущих сил равна нулю. При этом, однако, предполагалось, что все части цепи находятся при одинаковой температуре. Seebeck открыл в 1823 г., что закон Вольты перестает быть верным, когда спаи, т. е. места соединения разнородных частей цепи, находятся при различных температурах. Возьмем простейший пример цепи, состоящей из двух металлов, напр., из висмутовой палочки *ab* (рис. 246) и из медной проволоки *aedb*, спаянных

в a и b . Если температуру t_2 спая b сделать выше температуры t_1 спая a , то в замкнутой цепи появится ток, идущий через более нагретый спай от висмута к меди. Тот металл, к которому идет ток через более нагретый спай, мы будем называть положительным (термоэлектрически), а другой металл — отрицательным. Итак, в комбинации $Bi-Cu$ оказывается Cu положительным, Bi — отрицательным металлом. Величина термоэлектродвижущей силы E , действующей в цепи из двух металлов, зависит от рода двух металлов и от температур t_1 и t_2 их спаев. Если A и B суть два металла, то символически можно написать



$$E = A(t_1)B(t_2)A \dots \dots \dots (1)$$

или, если температуры t_1 и t_2 даны, еще проще

$$E = (A, B) \dots \dots \dots (2)$$

где A положительный металл, так что $(A, B) = - (B, A)$.

Если в (1) $t_2 > t_1$, и если ток идет через спай (t_2) от B к A , то A положительный, B отрицательный металл. Чтобы понять возникновение силы E , мы должны допустить, что электродвижущая сила $e = A | B$, см. гл. II (8), есть функция температуры t . Полагая

$$e = A | B = f(t) \dots \dots \dots (3)$$

имеем очевидно

$$E(t_1, t_2) = e_2 - e_1 = f(t_2) - f(t_1) \dots \dots \dots (4)$$

Явления термоэлектрические были, после Seebeck'a, подробно изучены Вессегел'ем, который между прочим нашел такой закон; для данных двух металлов величина E при температурах t_1 и t_2 спаев равна алгебраической сумме двух величин E , соответствующих, первая температурам t_1 и t , вторая — температурам t и t_2 , где t какая угодно третья температура. Символически можно написать

$$E(t_1, t_2) = E(t_1, t) + E(t, t_2),$$

что, очевидно, непосредственно вытекает из формулы (4). Понятно, что при суммировании следует обращать внимание на знаки величин E , т. е. на направления токов.

Комбинация двух металлов или иных тел (см. ниже), дающих термоэлектрический ток, называется термоэлектрическим элементом или парюю.

В замкнутой цепи, состоящей из одного металла, $E = 0$, каково бы ни было распределение температур вдоль цепи. Соответственно оказывается, что в цепи из двух металлов E зависит только от температур t_1 и t_2 спаев, но вовсе не зависит от распределения температур вдоль этих двух металлов. Это т. наз. закон Magnus'a. Об исследованиях Benedicks'a (1918), противоречащих этому закону, будет сказано ниже.

Комбинируя между собою различные металлы, Seebeck нашел, что все металлы можно распределить в ряд, аналогичный ряду Вольта. Если комбинировать два металла этого ряда, то выше стоящий всегда оказывается отрицательным, а ниже стоящий — положительным. После Seebeck'a распределяли металлы в подобные ряды Becquerel, Hankel, W. Thomson, Erhard, Бахметьев и др. Так, напр., Hankel дает ряд: (—) *Na, K, Bi, Ni, Co, Pd, Hg, Pt, Au, Cu, Sn, Al, Pb, Zn, Ag, Gd, Fe, Sb* (+). W. Thomson установил ряд: (—) *Bi, Pt₁, Al, Sn, Pb, Pt₂, Cu, Pt₃, Zn, Ag, Cd, Fe* (+), в котором *Pt₁, Pt₂* и *Pt₃* суть различные сорта платины; он относится к температурам между 10° и 32°. Неодинаковость рядов, полученных различными учеными, объясняется тем, что положение металла в этом ряду меняется в зависимости от находящихся в нем примесей и от его способа обработки. Весьма важно, что, кроме того, порядок металлов зависит от температур *t₁* и *t₂* спаев, как мы увидим ниже.

Если мы станем сравнивать величины *E* для различных комбинаций двух металлов, при чем будем брать одни и те же температуры *t₁* и *t₂* спаев, то оказывается, что величины *E* следуют закону, аналогичному закону Вольта, выраженному формулою (15) гл. II. Пользуясь символом (2), мы можем выразить этот закон аналогичною формулою

$$(A, B) + (B, C) = (A, C) \dots \dots \dots (5)$$

Этот закон можно вывести из формулы (4). Действительно, легко понять равенства

$$(A, B) = A | B(t_2) - A | B(t_1)$$

$$(B, C) = B | C(t_2) - B | C(t_1).$$

При одинаковых температурах *t₂* или *t₁* мы имеем $A | B + B | C = A | C$, а потому, сложив эти два равенства, получаем формулу (5), так как $A | C(t_2) - A | C(t_1) = (A, C)$. Из формулы (5) следует, что достаточно знать, при заданных *t₁* и *t₂*, величины *E*, соответствующие комбинациям различных металлов с одним произвольно выбранным металлом *M*, чтобы вычислить величины *E* для всевозможных комбинаций металлов между собою. Зная, напр., величины (*A, M*) и (*B, M*), мы находим $(A, B) = (A, M) + (M, B) = (A, M) - (B, M)$.

Предположим теперь, что мы имеем цепь из трех металлов. Легко доказать, что если между металлами *A* и *B*, температура спаев которых *t₂*, вставить металл *C*, оба конца которого находятся при *t₂⁰*, то *E* не изменится. Символически это можно написать так:

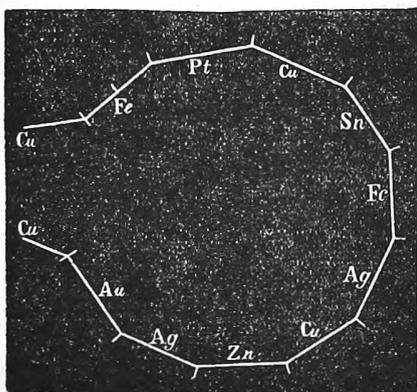
$$A(t_1) B(t_2) A = A(t_1) B(t_2) C(t_2) A.$$

Это понятно, так как $B(t_2) C(t_2) A = B(t_2) A$, или проще, так как при температуре *t₂*, очевидно, $B | C + C | A = B | A$. Вместо одного металла *C* можно поместить между *B* и *A* произвольное число металлов, при условии, чтобы все спаи между *B* и *A* имели одну и ту же температуру *t₂*. Можно рассуждать иначе. Пусть $E = A(t_1) B(t_2) C(t_2) D(t_2) F(t_2) \dots (t_2) M(t_2) A$;

эту же величину можно написать в виде $E = A | B(t_1) + B | C(t_2) + C | D(t_2) + D | F(t_2) + \dots + M | A(t_2)$. Вычтя отсюда равенство $0 = A | B(t_2) + B | C(t_2) + C | D(t_2) + D | F(t_2) + \dots + M | A(t_2)$, получаем $E = A | B(t_1) - A | B(t_2) = A | B(t_1) + B | A(t_2) = A(t_1) B(t_2) A$. Вескверел составил цепь из спаянных между собою различных металлов (рис. 247); когда все спаи, кроме одного, находились при t_1^0 , а один спай между металлами M и N при t_2^0 , то получалось такое же E , как и в цепи $M(t_1)N(t_2)M$.

Из многочисленных исследований величины E упомянем еще о работах Matthiesen'a (1858), E. Вескверел'я (1864) и Бахметьева (1886 до 1891). Из новейших исследований над возможно чистыми металлами следует указать на весьма тщательные исследования Holborn'a и Day (1899) и Jaeger'a и Diesselhorst'a (1900); эти две работы произведены в Reichsanstalt в Шарлоттенбурге. Бахметьев нашел связь между направлением силы E и распределением элементов в ряд по возрастающему атомному весу. Если определить направление силы E между соседними веществами, то обнаруживается правильное чередование направлений, а именно попеременно два раза E имеет одно направление, напр., к веществу с меньшим атомным весом, и два раза направление, противоположное, как это видно из следующей схемы:

Рис. 247.



Термоэлектрические свойства сплавов исследовал уже Seebeck, который нашел, что во многих случаях сплав двух металлов помещается в термоэлектрическом ряду не между теми металлами, из которых он составлен. Такой результат был подтвержден многочисленными исследованиями Rollmann'a, E. Вескверел'я (1866), Matthiesen'a, Hutchins'a (1894) и др. Относящиеся сюда же амальгамы исследовали С. L. Weber (1884) des Coudres (1891), Бахметьев (1891), Englisch (1893). Последний сравнивал амальгамы различных металлов со сплавами из свинца и тех же металлов; оказалось, что для амальгам получается термоэлектрический ряд (—) $Li, Na, F, Tl, Cu, Ag, Sb, Zn, Cd, Sn, Pb, Bi$ (+), а для сплавов со свинцом ряд (—) Sn, Tl, Sb, Zn, Cd, Bi (+); порядок не одинаковый. Бахметьев нашел, что амальгамы металлов Zn, Sn, Pb, Cd, Cu и т. д. расположены в ряду между Hg и соответствующим металлом, между тем как амальгамы Bi, Tl, Na и Mg не находятся между Hg и металлом. Не можем останавливаться на других, многочисленных и интересных результатах, полученных Бахметьевым.

Палладий, содержащий водород, оказывается термоэлектрически положительным, сравнительно с чистым палладием.

Систематические исследования свойств сплавов появились только в 1910 г.; их почти одновременно производили Rudolphi, Haken и Broniewski. Оказалось, что следует отличать трех родов сплавы. К первому роду относятся те, которые представляют механическую смесь кристаллов двух металлов. Для них термо-электродвижущая сила E определяется по правилу смешения. Зависимость величины E от процентного содержания изображается прямою линией. Ко второму роду принадлежат сплавы, представляющие твердые растворы и образующие смешанные кристаллы. Для них E изображается V -образной кривой, т. е. E меньше, чем дается правилом смешения. Третьего рода сплавы дают металлы, образующие одно или несколько соединений. Здесь E изображается иногда весьма сложную кривою, имеющею максима и минима и точки перелома, соответствующие химическим соединениям. К первому роду относятся сплавы $Sn - Cd$, к второму $Au - Ag$, $Cu - Ni$, $Sb - Bi$, к третьему $Sb - Tl$, который дает перелом в точке Sb_2Tl_3 , далее, напр., $Cd - Sb$ и в особенности $Al - Cu$, кривая которого имеет три максимума и три минимума. Broniewski отличает 6 главных и 7 побочных видов, т. е. всего 13 видов кривых и такое же число сплавов. Сюда относятся, напр., сплавы, дающие не минимум, но один максимум величины E ($Pb - Bi$, $Sn - Bi$, $Cd - Bi$, $Sn - Cd$). Haken изучил, главным образом, сплавы теллура с Sb , Sn , Bi и Pb , которые все относятся к сплавам третьего рода. Он полагает, что исследование величины E дает чувствительный метод открытия соединений между металлами. Кроме того он нашел, что, вообще, E тем больше, чем меньше проводимость сплава. С этим согласуется наблюдение Weidert'a (1905), что для селена величина E при освещении уменьшается.

Bernoulli составил обзор работ по термоэлектрическим явлениям в сплавах и соединениях (Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 9 p. 270, 1912).

Braun показал, что и между расплавленными металлами действуют термоэлектродвижущие силы.

Термоэлектрические цепи могут быть составлены не только из металлов, но и из других твердых проводников, в особенности из некоторых минералов (окислов, колчеданов и др.), которые в комбинации с металлами дают иногда весьма значительные термоэлектродвижущие силы. Stefan, E. Becquerel, Groth и др. исследовали такие комбинации.

Lussanna (1893) исследовал твердые соли, а именно комбинации $NaNO_3$ с KNO_3 , $KClO_3$, $ZnCl_2$, $HgCl_2$ и NH_4NO_3 ; при этом он измерял равность потенциалов на концах разомкнутой цепи, так как, в виду дурной проводимости солей, получается слишком слабый ток в замкнутой цепи. Он нашел довольно значительные величины E ; роль температуры оказалась такою же, как и для металлов (см. ниже). Когда одна из солей претерпевает превращения (NH_4NO_3 при 35° , 86° и 125° , см. т. III), то в ходе величины E замечается прерывность. Ильев (1908) определил E для пар, составленных из металла и пресованных порошков

окислов, сернистых металлов, сажи и др.; во многих случаях термотока вовсе не получалось, но, напр., для MnO_2 , серных Sn , Hg и Cu получались измеримые E .

В проводящих кристаллических телах обнаруживаются довольно сложные термоэлектрические явления; теорию их дал W. Thomson. Оказывается, что в одноосных кристаллах величина электродвижущей силы E по направлению, составляющему угол α с осью, выражается формулою вида

$$E = E_1 \cos^2 \alpha + E_2 \sin^2 \alpha \dots \dots \dots (6)$$

L. Perrot исследовал кристаллический висмут, вырезая из него стерженьки, оси которых были \parallel оптической оси или \perp к ней, или составляли с ней угол $\alpha = 40^\circ$. Кристалл помещался между двумя медными пластинками, и места соприкосновения удерживались при температурах t_1 и t_2 . Оказалось, что в первом случае (\parallel) E значительно больше, чем во втором (\perp). Так, при $t_1 = 11^\circ$ и $t_2 = 30^\circ$ получилось $E \parallel = 0,00190$ вольта, $E \perp = 0,00084$ вольта. Третий стержень ($\alpha = 40^\circ$) вполне подтвердил формулу(6).

Абсолютная величина термоэлектровозбудительной силы E для металлов, вообще, весьма малая величина сравнительно с электровозбудительной силой гидроэлектрических элементов. Если, несмотря на это, термоэлектрические пары могут дать сравнительно не очень слабые токи, то это объясняется весьма малым сопротивлением термоэлектрической цепи, состоящей из одних металлов, т. е. хороших проводников тока. Приведем, в виде примера, некоторые числа.

Элемент $Bi - Cu$ дает при $t_1 = 0^\circ$ и $t_2 = 100^\circ$ величину $E = 0,003$ вольта, элемент $Cu -$ нейзильбер дает $E = 0,001$ вольт. По исследованиям Chassagny и Abraham'a при тех же условиях $Fe - Cu$ дает $E = 0,00109$ вольт, $Fe - Pt$ дает $E = 0,00168$ вольт, $Cu - Pt$ дает $E = 0,00059$ вольт. Matthiesen определил E для большого числа комбинаций свинца с другими металлами, при $t_1 = 19^\circ$ и $t_2 = 20^\circ$; он нашел, например, $(Pb, Bi) = 0,000097$, $(Sb, Pb) = 0,000030$ вольт; это дает $(Sb, Bi) = 0,00012$ вольт. Элементы, содержащие некоторые минералы, дают значительно большие силы. E . Bunsen нашел для некоторых медных руд в комбинации с медью $E = 0,07$ вольт при $t_2 - t_1 = 100^\circ$. Stefan получал даже $E = 0,17$ вольт; но он не указывает разности температур $t_2 - t_1$. Brown и Shuddemagen (1915) исследовали CuO , Cu_2 и Fe_3O_4 (магнетит), комбинируя их между собой и с Fe и Cu до 750° . Величины E и здесь получились очень большие, напр., $0,090$ вольта для $Cu - CuO$ при 95° , $0,112$ вольта для $Cu_2O - Fe_3O_4$ при 92° и т. д.

Обращаемся к интересным случаям получения термоэлектрического тока в цепи, химически однородной, все части которой состоят из одного и того же металла, отличаясь друг от друга только физическим состоянием. Мы отличим здесь пять случаев.

I. Части цепи отличаются друг от друга „структурою“, определяемой способом обработки металла. Уже Seebeck нашел, что твердые, закаленные металлы отрицательнее тех же металлов мягких,

отпущенных. Magnus (1851) брал жесткую латунную проволоку и прокаливал одну ее половину; нагревание того места, где жесткая часть переходила в мягкую, вызывало термоэлектрический ток. E. Becquerel (1864), Barus (1879), Oberbeck (1884), G. Wiedemann и др. исследовали различные частные случаи. Barus изучал термоэлектрические свойства стали и также нашел, что закаленная сталь отрицательнее отпущенной.

II. Под влиянием чисто механических воздействий, например, растягивания, сжатия и т. д. также меняется положение металла в термоэлектрическом ряду. W. Thomson (1856) наматывал средину мягкой железной проволоки вокруг горизонтального деревянного стержня; одна половина проволоки висела свободно, другая натягивалась гирями. При нагревании части, намотанной на стержень, обнаруживалась термоэлектродвижущая сила E , направленная от растянутой части к нерастянутой. Далее он нашел, что если часть проволоки подвергать боковому давлению, то E направлено от несжатых частей к сжатым. Различные частные случаи исследовали затем Le Roux (1867), Tunzelmann (1878), E. Cohn (1879), Ewing (1881), Бахметьев (1889), Des Coudres (1890), G. S. Meyer (1896) и др. Если в проволоке сделать узел (рис. 248) и нагреть место около узла, то получается термоэлектрический ток.



Рис. 248.

Le Roux нашел, что при растягивании ток имеет направление от растянутой части к нерастянутой в Pd , Fe , Pt , Ag , латуни и стали, противоположное — в Zn и Cu . Tunzelmann показал, что для Fe , Cu и стали направление тока зависит от степени натяжения. Бахметьев нашел, что для Fe существует такое натяжение, при котором E максимальное; при этом же натяжении магнитная восприимчивость железа наибольшая. Весьма обстоятельное исследование произвел J. Mc. Whan (1911), который изучал влияние натяжения для Ag , Cd , Pd , Mg , Pb , Sn , Al , Bi , и Ni . Почти во всех случаях он нашел кажущийся гистерезис, т. е. различные E при возрастающем и при убывающем натяжении. Но это явление происходит от упругого последствия (т. I). Только для Ni он мог получить для E , как функции натяжения, замкнутые кривые, т. е. несомненный действительный гистерезис. Ниже мы встретимся с другим случаем термоэлектрического гистерезиса. Des Coudres нашел, что сжатая и несжатая ртуть могут дать термоэлектрический ток, при чем сжатая ртуть оказывается положительной. Agricola (1902) подтвердил этот результат до давления в 100 атм.; E пропорционально давлению. E. Wagner (1908) исследовал 15 металлов и 2 сплава; он нашел, что для Mg , Sn , Al и марганца ток идет через нагретый спай от сжатого к несжатому металлу, для Cu , Au , Pb , Ag , Ni , Fe , Pt , Pd , Cd , Zn , Hg , Bi и константана ток идет в обратном направлении. Величина E очень мала. Для ртути $E = 2,18 \cdot 10^{-4}$ микровольта, при давлении в

1 кгр. на кв. см. и разности температур в 1° , для Al $0,006 \cdot 10^{-4}$ микровольта; наибольшее значение, $7,1 \cdot 10^{-4}$ микров. дает *Vi. Hörig* (1909) исследовал элементы $Hg - Pt$ и $KNa - Pt$, где KNa означает евтектический сплав (т. III). Элемент $Hg - Pt$ дает $\Delta E = 2,18 \cdot 10^{-10}$ вольта, элемент $KNa - Pt$ дает $\Delta E = 2,13 \cdot 10^{-10}$ вольта на 1° и давление 1 кгр. на кв. см.; в обоих случаях ΔE пропорционально давлению (до 1400 кгр. на кв. см.). *G. S. Meyer* показал, что при растяжении магнитных металлов играет большую роль изменение их магнитного состояния; термоэлектрическое влияние этого изменения (см. ниже, IV) может вполне маскировать влияние натяжения.

III. *Besquerel, Magnus, Le Roux, Gaugain, Розинг, Egg-Sieberg* и др. показали, что соприкосновение одинаковых металлов, находящихся при различных температурах, может вызвать термоэлектрические токи. Опыт производится таким образом, что две одинаковые проволоки соединяются с гальванометром. Конец одной из них нагревается; если этот конец привести в соприкосновение с холодным концом другой проволоки, то обнаруживается ток. Трудно решить, не играет ли здесь главную роль вызванное нагреванием изменение структуры, аналогичное тем изменениям, которые вызываются механическими воздействиями. *Matteucci* и *Magnus* показали, что при соприкосновении холодной ртути с горячей термоэлектрический ток не получается. *Розинг* нашел любопытный факт, а именно, что в свинце указанное явление, даже при нагревании до 300° , почти не наблюдается, в Au, Ag, Cu, Fe, Sn, Pt и в сплаве Pt с Jr ток идет от холодного конца к горячему, в Pd и нейзильбере направление тока обратное; в Al оно зависит от степени нагревания. Оказывается, что металлы первой группы имеют положительную (относительно свинца) термоэлектрическую способность (см. ниже), металлы второй группы — отрицательную, а для алюминия ее знак зависит от температуры. *Hörig* (1914) весьма тщательно определил E для Ag и для Ni . Оказалось, что между 20° и 150° величина E не превышает $\pm 3,5 \cdot 10^{-5}$ вольта для разности температур соприкасающихся одинаковых металлов; более теплый металл находится в пустоте 10^{-5} до 10^{-6} мм Hg .

В 1918 г. появилось обширное исследование *Benedicks'a*, который приходит к результату, что закон *Magnus'a* неверен и что в однородной цепи E не равно нулю, т. е. появляется ток, когда в этой цепи находятся несимметрично распределенные падения температуры. Эта замечательная работа вероятно вызовет дальнейшие исследования.

IV. Помещение металла в магнитное поле меняет положение металла в термоэлектрическом ряду; так, например, намагниченное железо оказывается термоэлектрически положительным относительно железа ненамагниченного. Относящиеся сюда явления мы рассмотрим в главе, посвященной влиянию магнитного поля на физические свойства вещества.

V. *Боргман* (1877) показал, что и прохождение тока по железной проволоке меняет ее положение в термоэлектрическом ряду. Он построил

мост Витстона (гл. III, § 5), в котором все 4 боковые ветви, а также и самый мост были составлены из одинаковой железной проволоки. Когда было удовлетворено известное условие ($r_2 r_3 - r_1 r_4 = 0$), то по ветвям шел сильный ток, а в мосте тока не было. Нагрев один из концов моста, можно было убедиться, что в этом месте появилась новая электродвижущая сила. Дело в том, что при перемене направления тока в главной цепи (при помощи коммутатора), получались в мостике отклонения, различные по знаку, но неодинаковые по величине, а это возможно только при наличии электродвижущей силы в самом мосте.

§ 3. Роль температуры в термоэлектрических явлениях. В предыдущем параграфе мы приняли, что электродвижущая сила $e = A | B$ соприкосновения двух металлов есть некоторая функция температуры t , и написали, см. (3),

$$e = A | B = f(t) \dots \dots \dots (7)$$

Если t_1 и t_2 температуры спаев двух металлов A и B , составляющих замкнутую цепь, то в этой цепи действует термо-электродвижущая сила $E = (A, B)$, равная

$$E = (A, B) = e_2 - e_1 = f(t_2) - f(t_1) \dots \dots \dots (8)$$

Пусть $t_2 > t_1$. Для данных двух металлов E зависит от t_2 и t_1 , при чем эта зависимость определяется видом функции $e = f(t)$. Если бы e вовсе не менялось с температурой, то мы имели бы $E = 0$. Простейший вид функции $f(t)$ линейный:

$$e = A | B = e_0 + at \dots \dots \dots (9)$$

который дает

$$E = (A, B) = a(t_2 - t_1) \dots \dots \dots (10)$$

В этом случае E растет пропорционально разности температур спаев и от абсолютных значений этих температур не зависит. Существуют такие пары металлов, для которых формула (10) оправдывается в довольно широких пределах. Сюда относятся, напр., пары (Cu, Bi) , (Ag, Cu) , (Au, Cu) и (Pt, Fe) ; из них первую исследовали Pouillet, Regnault и Gaugain, следующие две Gaugain, который для (Au, Cu) нашел E пропорциональным $(t_2 - t_1)$ от $t_2 = t_1 = 20^\circ$ до $t = 300^\circ$. Для других пар оказывается, однако, более сложная зависимость величины E от t_1 и t_2 . Если при неизменном t_1 постепенно повышать t_2 , то E растет непропорционально разности $t_2 - t_1$; иногда E растет быстрее этой разности, иногда медленнее. Иногда наблюдается максимум E при определенном $t_2 = T$; при $t_2 > T$ величина E уменьшается, доходит иногда до нуля и затем меняет знак, т. е. ток меняет свое направление.

Рассмотрим теоретически, к чему приводит замена выражения (9) более сложным

$$e = A | B = e_0 + at + bt^2 \dots \dots \dots (11)$$

Мы имеем отсюда:

$$E = a(t_2 - t_1) + b(t_2^2 - t_1^2) \dots \dots \dots (12)$$

или

$$E = a(t_2 - t_1) \left[1 + \frac{b}{a}(t_1 + t_2) \right] \dots \dots \dots (13)$$

Здесь возможны два случая: b может быть положительным, либо отрицательным. К парам, для которых $b > 0$, относятся, например, (Pt, Zn) , (Pt, Cu) , (Cu, Zn) , $(Cu, \text{нейзилбер})$, (Pt, Pd) и др.

Вессегел нашел, что если для пары (Pt, Pd) принять $E = 1$ при $t_1 = 0^\circ$ и $t_2 = 100^\circ$, то при $t_1 = 0$ и $t_2 = 1400$ $E = 28,07$, вместо 14, как мы имели бы при $b = 0$.

Рассматривая величину $\eta = e - e_0 = at + bt^2$, как функцию от t , мы видим, что она изобразится параболой, например, вида ODF (рис. 249).

Вершина D ее имеет абсциссу

$$\tau = -\frac{a}{2b} \dots \dots \dots (14)$$

и ординату

$$\eta_m = -\frac{a^2}{4b} \dots \dots \dots (15)$$

Если пару характеризовать этими двумя величинами, то следует вместо a и b во все формулы подставить

$$a = +\frac{2\eta_m}{\tau}; \quad b = -\frac{\eta_m}{\tau^2} \dots \dots \dots (15, a)$$

Тогда мы имеем

$$\eta = e - e_0 = +\frac{\eta_m}{\tau^2} t(2\tau - t) \dots \dots \dots (16)$$

$$E = +\frac{\eta}{\tau^2} (t_2 - t_1) [2\tau - (t_1 + t_2)] \dots \dots \dots (17)$$

Величина E определяется графически на рис. 249, как разность ординат двух точек параболы, абсциссы которых t_1 и t_2 . Если эти точки A и B , то $E = BC$. Легко сообразить, что произойдет, если при неизменном t_1 (при чем всегда будем считать $t_1 < \tau$) постепенно увеличивать t_2 . Величина E достигает максимума при $t_2 = \tau$; затем она уменьшается. При некотором $t_2 = t_0$, которое удовлетворяет равенству

$$t_0 - \tau = \tau - t_1 \dots \dots (18)$$

имеем $E = 0$. Очевидно, далее

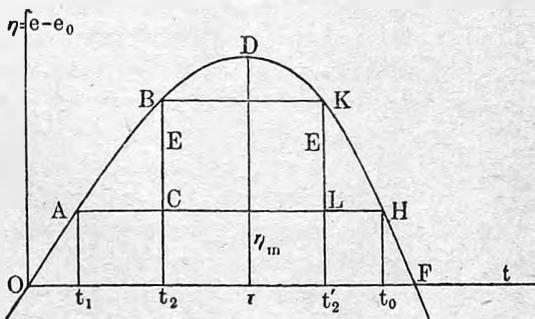
$$t_0 - t_1 = 2(\tau - t_1) \dots \dots \dots (19)$$

$$t_1 + t_0 = 2\tau \dots \dots \dots (20)$$

При $t_2 > t_0$ ток меняет свое направление.

Назовем температуру τ температурой нейтральной точки. Обозначим далее через t_i сумму температур $t_1 + t_0$ спаев в том случае, когда $E = 0$ (не при $t_2 = t_1$), и назовем t_i инверсионной температурой. Предыдущие выводы выражают ряд следующих теорем:

Рис. 249.



Если допустить справедливость формулы (11), то:

I. При всяком $t_1 < \tau$ величина E достигает наибольшего значения, когда $t_2 = \tau = -a : 2b$, т. е. когда t_2 равна температуре нейтральной точки.

II. Величина E делается равною нулю, и ток меняет знак при такой разности температур спаев, которая вдвое больше той разности температур, при которой E достигает наибольшей величины.

III. Сумма температур спаев, при которых E вновь делается равным нулю, т. е. инверсионная температура t_i не зависит от t_1 , это величина постоянная для данной пары, равная удвоенной температуре нейтральной точки.

IV. Величина E имеет одинаковые значения при двух температурах t_2 и t_2' более нагретого спая, равно отстоящих от температуры нейтральной точки, так что

$$t_2' - \tau = \tau - t_2.$$

Вводя величину t_i , имеем формулы

$$t_1 + t_0 = t_i = \text{Const.} \dots \dots \dots (21)$$

$$t_i = 2\tau \dots \dots \dots (22)$$

$$t_2 + t_2' = 2\tau = t_i = \text{Const.} \dots \dots \dots (23)$$

Обращаемся к результатам опытных исследований и посмотрим, насколько они согласуются с выводами, основанными на допущении справедливости формулы (11).

Непропорциональность между E и $t_2 - t_1$, достижение наибольшего E , уменьшение затем E до нуля и перемена направления тока наблюдались многими учеными; сюда относятся Cumming (1823), Becquerel (1826), Draper (1840), Hankel (1844), Regnault (1847) и в особенности Gauguain (1862).

Исчезновение тока впервые исследовал W. Thomson (1856), который показал, что оно происходит для данной пары всегда при одном и том же среднем значении температур спаев. Наиболее обширное исследование было, однако, впервые сделано Авенариусом (в Киеве, 1863), который показал, что для большого числа различных пар величина E выражается формулою вида

$$E = (t_2 - t_1)[a + c(t_1 + t_2)] \dots \dots \dots (24)$$

где a и c постоянные величины; это знаменитая формула Авенариуса. Легко видеть, что она тождественна с формулою (13) и (17), и что, следовательно, ко всем парам, которые удовлетворяют формуле Авенариуса, приложима вышеизложенная теория, вытекающая из формулы (11). Авенариус исследовал целый ряд пар; для некоторых, например, (Pt , Pb), оказались a и c одного знака; для других эти числа имеют разные знаки. Величина $\tau = -a : 2c$ дает температуру нейтральной точки. В виде

примера приведем выражение для пары (Ag, Fe):

$$E = (t_2 - t_1) [3,29424 - 0,00737 (t_1 + t_2)].$$

$E = 0$ при $(t_1 + t_2) : 2 = \tau = 223,5^\circ$. Авенариус нашел далее $\tau = 69,7^\circ$ для (Ag, Zn), $\tau = 275,8^\circ$ для (Cu, Fe) и т. д.

Проверкою формулы Авенариуса занимались весьма многие ученые, между ними Tait, Kohlrusch и Ammann, Knott, Mc. Gregor, Tidblom, Naccari и Bellati, Noll и др. Из них Tait определил τ для большого числа комбинаций железа с другими металлами. Он нашел, напр., $\tau = 159^\circ$ для (Fe, Cd), $\tau = 199^\circ$ для (Fe, Zn), $\tau = 235^\circ$ для (Fe, Ag) и т. д. Tidblom определил значения постоянных a и c формулы (24) Авенариуса для 14-ти комбинаций платины с Sn, Pb, Zn, Cd, Mg и различными сплавами двух из трех металлов Pb, Sn , и Zn . Naccari и Bellati нашли $\tau = 187,8^\circ$ для (Pb, Na), $\tau = 71,7^\circ$ для (Pb, K) и $\tau = 71,8^\circ$ для (Pt, K). Noll определил числа a и c для многих комбинаций по возможности чистых металлов.

Весьма точные исследования были произведены в Reichsanstalt. Jaeger и Diesselhorst (1900) нашли, что для элемента (Cu , константан) при небольших (не более 37°) значениях $t_2 - t_1$ формула Авенариуса вполне приложима. Holborn и Day исследовали комбинации платины с $Au, Ag, Rh, Jr, Pd, 90 Pt + 10 Ru, 90 Pt + 10 Pd$ и $10 Pt + 90 Pd$, при чем все металлы были почти химически чисты. Оказалось, что при $t_1 = 0$ формула Авенариуса оказывается удовлетворенною в весьма широких пределах. Так, для (Ag, Pt) она годится от $t_2 = 0^\circ$ до $t_2 = 950^\circ$, для (Jr, Pt) от $t_2 = 100^\circ$ до $t_2 = 1200^\circ$. Для (Pd, Pt) она верна от $t_2 = 0^\circ$ до $t_2 = 350^\circ$ и, с другими постоянными, от $t_2 = 600^\circ$ до $t_2 = 1200^\circ$; для (Au, Pt) от $t_2 = 300^\circ$ до $t_2 = 1000^\circ$, но для $t_2 < 300^\circ$ она оказалась совершенно непригодной.

Простой прибор для быстрого определения нейтральной точки термоэлементов построил Abt.

Из всего вышеизложенного явствует, что для многих термоэлементов оправдывается формула (11) и вытекающая из нее формула Авенариуса. Однако, и эта формула не выражает истинного, точного закона; она неприложима для некоторых пар и несогласна с наблюдениями, если менять t_2 от весьма низких до весьма высоких температур. Holborn и Day исследовали свои элементы также при $t_2 = -80^\circ$ и $t_2 = -185^\circ$ ($t_1 = 0^\circ$), при чем обнаружили разного рода неправильности, и во всяком случае ни для одного элемента формула Авенариуса не оказалась приложимой от $t_2 = -185^\circ$ до $t_2 = +950^\circ$. Приведем некоторые из чисел, которые дают Holborn и Day для величины E в микровольтах (10^{-6} вольта), при чем $t_1 = 0^\circ$, и второй металл везде платина:

t°	Au	Ag	Rh	Jr	Pd	$\frac{90 Pd}{10 Ru}$	$\frac{10 Pt}{90 Pb}$	$\frac{10 Pt}{90 Pd}$
+ 950°	15532	17484	12798	11688	10670	9814	4068	2566
+ 450°	5270	5320	4422	4146	3296	4102	714	-290
- 80°	-307	-302	-312	-320	-392	-388	-87	+146
- 185°	-130	-160	-235	-183	-774	-534	-106	+240

Jaeger и Diesselhorst нашли, что для (*Fe*, константан) формула Авенариуса неприменима, если при $t_1 = 0^\circ$ менять t_2 от 0° до 120° , вследствие чего они выразили результаты своих наблюдений более сложною эмпирическою формулою.

Отступления от формулы Авенариуса исследовали Tait (*Fe + Ni, Cu*, сплав *Pt и Ir*), Chassagny и Abraham (*Fe + Cu, Ag, Pt*), Battelli (*Ni + Pb*), Harrison (*Cu + Ni, Fe + Cu*), Barret (*Fe + никкелевая сталь*) и др. Holman (1896) показал, что во многих случаях лучше согласуется с наблюдениями формула

$$E = m(T_1^n - T_2^n),$$

где T_1 и T_2 абсолютные температуры спаев, m и n две постоянные. Более рационально было бы, может быть, добавить к формуле (11) еще член вида ct^3 ; в этом случае мы вместо (13) получили бы выражение

$$E_2 = (t - t_1)[a + b(t_1 + t_2) + c(t_1^3 + t_1 t_2 + t_2^3)] \dots (25)$$

Случай очень низких температур исследовали Dewar и Fleming (1895), Holborn и Day (см. выше) и в особенности Де-Метц (1904), который показал, что для целого ряда пар оказываются неудовлетворенными законы II и III, а следовательно, и формулы (21) и (22), т. е. $t_1 + t_0 = t_2 = \text{Const.}$ и $t_2 = 2t_1$, если понижать t_2 до температуры жидкого воздуха, т. е. до $-184,4^\circ$. Только для (*Pt, Zn*) оба закона подтверждаются. Но для (*Pt, Au*), (*Pt, Cu*), (*Pt, Pb*), (*Pt, Al*), (*Pt*, латунь) и (*Pt, Ag*) он нашел, что $t_2 = t_1 + t_0$ повышается по мере того, как t_1 понижается (а следовательно, t_0 повышается); для (*Ag, Zn*), наоборот, t_2 понижается с понижением t_1 . Приводим весьма интересную табличку, в которой все числа трех последних столбцов представляют величины $t_2 = t_1 + t_0$, для тех t_1 , которые указаны:

	2τ	$t_1 = 16,1^\circ$	$t_1 = -79,1^\circ$	$t_1 = -184,4^\circ$
<i>Pt—Au</i>	$-4,4^\circ$	$-5,1^\circ$	$-3,9^\circ$	$+17,3^\circ$
<i>Pt—Cu</i>	$-13,0$	$-12,5$	$-4,5$	$+21,7$
<i>Pt—латунь</i>	$+52,0$	$+51,5$	$+54,8$	$+70,2$
<i>Pt—Pb</i>	$122,0$	$119,8$	$126,1$	$139,3$
<i>Pt—Al</i>	$167,4$	$167,4$	$188,2$	$237,6$
<i>Ag—Zn</i>	$81,0$	$80,0$	$72,5$	$26,4$
<i>Pt—Ag</i>	$-106,8$	"	$-110,7$	$-89,9$

Hamilton Dickson (1911), пользуясь наблюдениями Dewar'a и Fleming'a, начертал термоэлектрические кривые для *Ni, Ag, Pd, Pt, Al, Mg, Au, Zn, Cu, Sb*, и *Cd*, между -200° и $+100^\circ$. Lecher (1908) нашел, что для пар *Fe—Pt, Fe—Cu, Fe—Ni* и *Fe*-константан E не меняется, если их при 500° держать в течение нескольких месяцев замкнутыми. Soblentz (1909) исследовал пары *Ta—Cu*, между -180° и $+100^\circ$, и *W—Cu*, между -190° и $+270^\circ$; вторая пара имеет нейтральную точку при $+40^\circ$. Wietzel (1913) исследовал для многих металлов величину $\frac{dE}{dt}$ (см. § 3) при низких температурах, доходя до 14° abs. Оказалось, что для термоэле-

ментов с большим E величина $\frac{dE}{dt}$ при очень низких температурах убывает, приближаясь к нулю, что согласно с термодинамической теорией Nernst'a (т. III). Когда E не велико, то до 14° abs. величина еще не убывает. Кeesom (1913) показал, что для элемента $Ag-Au$ величина $\frac{dE}{dt}$ до температуры быстро испаряющегося жидкого H_2 быстро растет; однако Kamerlingh Onnes и Holst нашли затем, что при самых низких температурах (быстро испаряющийся жидкий гелий) для такой пары величина $\frac{dE}{dt}$ начинает быстро уменьшаться, очевидно приближаясь к нулю.

Tait (1873) заметил, что некоторые пары имеют две нейтральные точки. Danneker (1913) подтвердил это наблюдение в обширной работе для пар $Co-Ni$, Co -нейзильбер и Co -никкелин. Он исследовал еще большое число различных пар между -200 и $+1000^\circ$.

Селен дает с металлами весьма большое E . Righi (1888) и Weidert (1905) исследовали элемент $Se-Pb$.

Любопытное явление представляет термоэлектрический гистерезис, который заключается в том, что при неизменном t_1 получаются неодинаковые значения для E при одном и том же t_2 , в зависимости от того, была ли температура t_2 достигнута нагреванием или охлаждением. Такое явление наблюдали Бахметьев (1897) для (Cu, Zn) , (Cu, Pb) , (Cu, Ni) , $(Cu, \text{нейзильбер})$ и (Cu, Fe) , а также Barret (1900) для элементов $(Cu, \text{никкелевая сталь})$, $(Pt, \text{сталь})$, (Pt, Fe) и др. Во всех случаях E больше при нагревании. В опытах Barretta разница получалась иногда весьма значительная. Однако Bellia (1907), исследовавший пару $Fe-Cu$, не нашел следов гистерезиса.

Теперь мы можем познакомиться с понятием о термоэлектрической способности металлов, которое ввел W. Thomson, и с методом Tait'a графического построения величин термоэлектродвижущих сил E для всевозможных случаев. Мы видели, что для данной пары (A, B) величина E есть функция от t_1 и t_2 , и что можно положить $E = e_2 - e_1 = f(t_2) - f(t_1)$, где $e = f(t)$.

Полагая $t_1 = t$ и $t_2 = t + \Delta t$, мы получаем для весьма малого Δe :

$$\Delta e = f(t + \Delta t) - f(t) = \frac{df}{dt} \Delta t.$$

В пределе получаем, вводя новое обозначение $\varphi(t)$,

$$\frac{de}{dt} = f'(t) = \varphi(t) \dots \dots \dots (26)$$

Так как $e = A | B$, то можно написать

$$\varphi(t) = f'(t) = \frac{de}{dt} = \frac{d(A | B)}{dt}.$$

Величина $\varphi(t)$, зависящая от рода металлов A и B , называется термоэлектрической способностью пары металлов A и B . Символически можно ее изобразить в виде

$$\varphi(t) = \frac{d(A|B)}{dt} = [A, B].$$

Принято писать $\frac{dE}{dt}$ вместо $\frac{de}{dt}$, полагая, что dE есть термоэлектровозбудительная сила, когда $t_1 = t$ и $t_2 = t + dt$; однако, такое обозначение может затруднить изучающего предмет, так как величина E есть функция от t_1 и t_2 , а не от t , а потому неудобно говорить о ее производной по t . Но можно рассуждать так: положим $t_2 = t$; тогда $E = f(t) - f(t_1)$, и E уже представляется функцией от t , производная которой, очевидно равная производной от $e = f(t)$, и будет $\varphi(t)$. Рассуждая таким образом, мы можем написать

$$\varphi(t) = f'(t) = \frac{de}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{d(A|B)}{dt} = [A, B] \dots \dots \dots (27)$$

Так как $A|B = A|C + C|B$ или $A|B = A|C - B|C$, то, очевидно, и

$$[A, B] = [A, C] - [B, C] \dots \dots \dots (28)$$

Термоэлектрическая способность пары металлов A и B при температуре t равна разности термоэлектрических способностей пар, получаемых при соединении каждого из металлов A и B порознь с произвольным третьим металлом C при той же температуре t .

Формула (27) и равенство $E = f(t_2) - f(t_1)$ показывают, что

$$E = (A, B) = \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t) dt \dots \dots \dots (29)$$

Формулы (28) и (29) приводят к такому графическому изображению. Положим, что на рис. 250 изображены две функции $\varphi(t)$, соответствующие $[A, C]$ и $[B, C]$. Если $Ot = t$, то разность DE ординат точек D и E двух кривых равняется термоэлектрической способности $[A, B]$ при t^0 пары, составленной из металлов A и B . Точка M определяет температуру τ нейтральной точки, в которой, очевидно, $de:dt = 0$. Если $t > \tau$, то $[A, B]$ меняет знак. Величина $E = (A, B)$ при температурах спаев t_1 и t_2 измеряется площадью $FGJH$, см. (29). Если при неизменном t_1 увеличивать t_2 , то E получает максимальное значение FMH при $t_2 = \tau$. Площадь направо от M мы должны считать отрицательной. При температурах спаев t_1 и t_2' , где $t_2' - \tau = \tau - t_2$, получаем такое же E , как при температурах t_1 и t_2 , так как площадь $FMH + MNP$ равна площади $FGJH$. При температурах спаев t_1 и t_0 , где $t_0 - \tau = \tau - t_1$ имеем $E = 0$; наконец, при $t_2 > t_0$ величина E делается отрицательной.

Кроме понятия о термоэлектрической способности пары $[A, C]$, можно еще ввести понятие о термоэлектрической способности отдельного металла A , которую символически обозначим через $[A]$. Это не что иное, как термоэлектрическая способность пары, составленной из металла A и некоторого определенного металла C , с которым мы сравниваем все остальные. По причинам, которые будут указаны ниже, принимают

за такой металл свинец, т. е. принимают

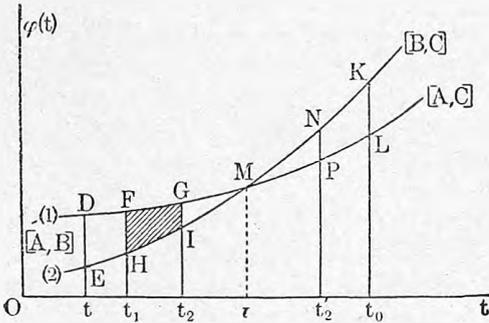
$$[A] = [A, Pb] \dots \dots \dots (29, a)$$

Формула (28) дает теперь

$$[A, B] = [A] - [B] \dots \dots \dots (30)$$

т. е. термоэлектрическая способность $[A, B]$ пары металлов равна разности термоэлектрических способностей $[A]$ и $[B]$ этих металлов. Ясно, что $[Pb] = 0$, т. е., что термоэлектрическая способность свинца равна нулю. Если предположить, что на рис. 250 металл C есть свинец, то две кривые представляют термоэлектрические способности $[A]$ и $[B]$, при чем все, что сказано при рассмотрении этого рисунка, очевидно, остается верным. Если допустить, что e есть квадратичная

Рис. 250.



функция вида (11), то термоэлектрическая способность $\varphi(t)$ пары должна быть линейною функцией температуры t

$$\varphi(t) = [A, B] = a + 2bt \dots \dots \dots (31)$$

Формулы (14) и (15) дают

$$\varphi(t) = [A, B] = \frac{2\eta_m}{\tau^2} (\tau - t) \dots \dots \dots (32)$$

Само собою разумеется, что термоэлектрические способности отдельных металлов также должны быть линейными функциями от t , ибо $[A] = [A, Pb]$. Tait (1873) определил функции $\varphi(t)$ для многих металлов (относительно свинца), при чем оказалось, что эти функции, действительно, линейные. Он определил численные значения постоянных a и $2b$ формулы (31); Everett выразил их в *C. G. S.* эл.-магн. единицах (10^{-8} вольт). При этом получилось, например, $[Fe] = 1734 - 4,87 t$; $[Zn] = 234 + 2,40 t$; $[Pd] = 625 - 3,59 t$ и т. д. Графически получается система прямых линий, при чем линия $[Pd] = 0$ совпадает с осью абсцисс. Knott и Mc Gregor (1878) вновь определили постоянные функции $\varphi(t)$, при чем получились несколько иные числа. Принимая, что $\varphi(t)$ суть линейные функции, мы должны две кривые на рис. 250 заменить прямыми линиями, при чем их точка пресечения определит нейтральные точки, а площади — значения величины E , как это было объяснено выше.

Постоянные a и b формулы (31) определяли Noll (1894), Stale (1894), Jaeger и Disselhorst (1900), Holborn и Day и др. Broniewski и Hackspill (1911) определили величину $dE : dt$ для *Cs, Rb, Na, K, Rh* и *Jr*. Между -78° и $+100^\circ$ оказалось для *Rh*, что $dE : dt = 2,17 + 0,0005 t$, для *Jr* же $dE : dt = 2,04 - 0,0014 t$.

Мы рассмотрели термоэлектрические явления в цепи из двух твердых тел, составляющих термоэлектрическую пару (или элемент). В т. III, глава вторая, мы видели, как можно воспользоваться такою парой для измерения температур. К этому вопросу мы не возвращаемся.

Не останавливаемся и на вопросе о термоэлектрических столбиках и батареях или печах. В т. II, Учение о лучистой энергии, глава I, § 5 мы познакомились с устройством различных столбиков, между прочим — и с весьма чувствительным столбиком Rubens'a. Термоэлектрические батареи или печи представляют такие сочетания термоэлектрических элементов, в которых один ряд спаев может быть подвергнут сильному нагреванию при помощи газовых горелок, или даже горящего угля, при чем получается настолько сильный ток, что он может служить для каких-либо технических или иных целей. Нагреваемые спаи при этом располагаются вокруг источника тепла, между тем как промежуточные спаи выдвигаются по возможности дальше наружу, где они охлаждаются окружающим воздухом. Сюда относятся батареи Noé (нейзильбер и сплав *Zn* с *Sb*), Clamond'a (*Fe* и сплав *Zn* с *Sb*), Magnus'a (сплав *Cu* с *Zn* и сплав *Zn* с *Sb*). Электродвижущая сила E этих батарей может доходить до нескольких вольт; но были построены и такие печи, для которых E доходило до 20 вольт при внутреннем сопротивлении в 4 ома. Коэффициент полезного действия термоэлектрических батарей, вообще, невелик. В печи Clamond'a он не превышает 0,002. Hoffmann (1898) определил коэффициент полезного действия η для нескольких простых термоэлементов. Для (*Fe* и сплав *Cu* с *Ni*) при 500° оказывается $\eta = 0,000134$; для (*Fe*, *Ni*) при 500° $\eta = 0,0000385$; для (*Fe*, *Cu*) при 300° даже $\eta = 0,00000304$.

Peters (1908) посвятил подробную монографию вопросам об изготовлении и о применении термоэлектрических столбиков.

§ 4. Термоэлектрические явления в жидкостях. При соприкосновении металлов с жидкостями наблюдаются термоэлектрические явления. Под жидкостями мы подразумеваем растворы электролитов. Ртуть и расплавленные металлы мы сюда не относим. Ртуть ведет себя, как и все металлы, и Noll определил E для комбинации (*Au*, *Hg*) и (*Co*, *Hg*). Braun и Burnie исследовали E для расплавленных металлов.

Cermak и H. Schmidt (1911) исследовали элементы *Sn* — константан, *Sn* — *Fe* и *Pb* — константан до температур, при которых *Pb* или *Sn* плавилась. Оказалось, что E не делает скачка в момент плавления.

Siegel (1912) измерял влияние давления на величину E для расплавленных металлов, соприкасающихся с медью. Изменение E оказалось для *Bi* и *Sn* весьма малым, а именно порядка $4 \cdot 10^{-12}$ вольт на 1° и на давление 1 кгр. на кв. см. Для *Hg* влияние давления в 25 раз больше; оно растет с повышением температуры.

Термоэлектрические явления между металлами и жидкостями могут быть обнаружены различными способами.

Nobili, Walker, Gore и др. наблюдали токи при опускании холодной и горячей пластинок одинакового металла в жидкость. Faraday

помещал жидкость в U-образную трубку, нагревал одно колено и в оба колена вставлял одинаковые электроды. Подобные же опыты производил Влекгоде. Направление тока получалось различное, в зависимости от жидкости и металла, а также от величины разности температур.

Нагревание места соприкосновения одного из электродов с жидкостью производил Вouty, который нашел, что во многих случаях термоэлектродвижущая сила E пропорциональна разности $t_2 - t_1$ температур двух мест соприкосновения и в широких пределах независима от концентрации раствора. Дальнейшие исследования производили Ebeling, Brander, Hagenbach (1894), Bagard, Emery и др. Они нашли, что для комбинаций металлов с растворами их солей E растет быстрее разности $t_2 - t_1$, а также отчасти зависит от концентрации.

Расплавленные соли исследовали Andrews, Hankel и L. Poincaré. Последний нашел, что для Ag в $AgNO_3$ более горячий электрод отрицательный, а для Zn в $ZnCl_2$ — положительный. Величина E примерно равна той, которую Вouty нашел для растворов. Амальгамы и растворы электролитов исследовал Hagenbach (1898). Между 0° и 70° величина E пропорциональна $t_2 - t_1$, кроме амальгамы свинца в $PbCl_2$, и растет с концентрацией раствора.

Термоэлектрические явления между жидкостями (растворами электролитов) наблюдал еще Nobili (1828). Подробное исследование их произвели сперва Wild (1858) и E. Becquerel (1866). Из них Wild пользовался прибором, подобным тому, который изображен на рис. 96, с тою только разницею, что одна из вертикальных трубок в том месте, где соприкасаются разнородные жидкости, была окружена кольцеобразным, узким сосудом, через который пропускались пары кипящей воды. Он нашел, что E приблизительно пропорционально разности температур; далее, что в случае растворов, отличающихся только концентрацией, также получается токъ, при чем более крепкий раствор термоэлектрически положителен. Растворы, которые при соприкосновении удовлетворяют закону Вольта, могут быть расположены в термоэлектрический ряд, как металлы; для остальных это невозможно. Дальнейшие исследования производили Nassari и Battelli (1854), Donle (1886), Gockel (1890), Bagard (1892), Duane (1897) и др. Из них Bagard наблюдал перемену направления тока при $t_1 = 0^\circ$ и $t_2 = 70^\circ$ для растворов $CuSO_4$ и $ZnSO_4$.

Nernst распространил свою теорию концентрационных элементов и на случай термоэлектрической цепи, составленной из растворов, отличающихся только концентрацией.

В части 1 гл. II была выведена формула (39)

$$E = V_1 - V_2 = -\frac{u-v}{u+v} RT \lg \frac{c_1}{c_2},$$

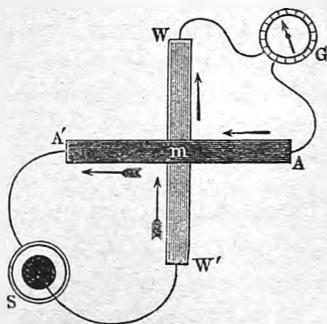
в которой V_1 потенциал более густого, а V_2 — менее густого раствора; c_1 и c_2 концентрации, при чем $c_1 > c_2$, R газовая постоянная, T абсолютная температура, u и v скорости катиона и аниона. Для термоэлектрической цепи получается отсюда

$$E = R \left[T_1 \frac{u_1 - v_1}{u_1 + v_1} - T_2 \frac{u_2 - v_2}{u_2 + v_2} \right] \lg \frac{c_1}{c_2} \dots \dots \dots (33)$$

где u_1 и v_1 скорости ионов при T_1^0 , а u_2 и v_2 при T_2^0 . К случаю различных растворов одинаковой концентрации относится формула Planck'a (1890), которую мы не приводим. Формулу (33) проверял Duane (1897), который нашел, что она вполне подтверждается для целого ряда слабых растворов (KCl , $NaCl$, NCl , HNO_3). Для двух растворов HCl (0,114 и 0,009 нормального) получился при $t_1 = 13,5^0$ ясный максимум величины E около $t_2 = 50^0$; оказывается, что для этого вещества и формула (33) предсказывает максимум около той же температуры. Формула же Planck'a не подтвердилась на исследованных парах ($HCl + NaCl$, $KCl + NaHO$, $HCl + KCl$, $NaCl + NaHO$, $NaCl + NHO_3$). Bucherer (1900) показал, каким образом формулы для E могут быть выведены путем чисто термодинамическим, при чем получается и одна из формул, выведенных Duane'ом. Podzus (1908) нашел, что для растворов электролитов величина E пропорциональна разности температур и мало зависит от концентрации. В большинстве случаев ток идет от более холодного места к более теплому. Для электролитов с одинаковым анионом величины E распределяются в ряд, соответствующий положению катиона в периодической системе элементов. Теория Nernst'a оказалась вполне подтвержденной.

§ 5. Явление Пельтье. В части 1, гл. II, § 5 мы уже познакомились с явлением, открытым Peltier. Оно заключается в том, что если через спай двух металлов пропустить ток, то в этом спаяе происходит, помимо нагревания, вызываемого током по закону Joule'я (гл. IV, § 1), еще особое выделение или поглощение некоторого количества тепла, смотря по направлению тока. Оказывается, что происходит поглощение некоторого количества тепла q , если ток идет от термоэлектрически отрицательного к положительному металлу, т. е. имеет направление термоэлектрического тока, получаемого в случае, когда этот спай имеет более высокую температуру. При обратном направлении происходит в спаяе выделение того же количества тепла q . Так, например, получается поглощение тепла, когда ток идет от Bi к Cu , и выделение, когда он направлен от Cu к Bi . Оказывается, что ток дает в спаях тепловое действие, вызывающее ток обратного направления, и, наоборот, всякое тепловое воздействие на спай вызывает ток, уменьшающий это воздействие. С особою наглядностью Peltier показал справедливость этого правила знаменитым опытом „с крестом.“ Два стержня (рис. 251) WW' из Bi и AA' из Sb спаяны посередине; концы их соединены с элементом S и с гальванометром G . Когда ток элемента S шел через спай от Bi (W') к Sb (A'), то гальванометр G обнаруживал ток, идущий от Sb (A) через спай к Bi (W), чем и доказывалось охлаждение спая. Когда ток от S шел по направлению $A' m W'$, то в другой

Рис. 251.



цепи появлялся ток по направлению WmA . Ленц сделал около спая Vi и Sb углубление, в которое он налил воду и опустил шарик термометра. Спай он окружил тающим льдом, при чем термометр показывал 0° . Пропуская ток от Vi к Sb , он заставил термометр опуститься до $-3,5^\circ$, при чем вода замерзла. Е. Becquerel (1847) показал, что q тем больше, чем дальше металлы стоят друг от друга в термоэлектрическом ряду.

Зависимость количества тепла q от силы тока J исследовали Quintus Icilius (1853), Frankenheim (1854), Le Roux (1867), Edlund, Sundell, Waltenhofen и др. Из них первые двое почти одновременно нашли, что количество теплоты q прямо пропорционально силе тока J . Пропуская ток J сперва в одном направлении, а потом в другом, Frankenheim измерял полные количества тепла $Q_1 = q' + q$ и $Q_2 = q' - q$, выделившиеся в небольшой части цепи, содержащей спай; здесь q' джулева теплота. Вычислив $q' = (Q_1 + Q_2) : 2$ и $q = (Q_1 - Q_2) : 2$, он нашел, что q' растет пропорционально J^2 , а q пропорционально J . Edlund пользовался дифференциальным термометром (т. III), в резервуарах которого находились по одному из двух спаев. Легко понять, что показания термометра были пропорциональны $Q_1 - Q_2$, т. е. измеряли как раз величину q . Le Roux поместил спай в двух калориметрах и пропускал ток J в течение одинаковых промежутков времени, сперва в одном, потом в обратном направлении. Пусть Q_1 и Q_2 количества теплоты, полученные калориметрами в первом, Q_1 и Q_2 — во втором случае. Допуская, что джулевы теплоты q_1' и q_2' могли быть неодинаковы, получаем равенства $Q_1 = q_1' + q$, $Q_2 = q_2' - q$, $Q_1' = q_1' - q$, $Q_2' = q_2' + q$. Отсюда $Q_1 - Q_2 = q_1' - q_2' + 2q$, $Q_1' - Q_2' = q_1' - q_2' - 2q$ и, наконец, $q = (Q_1 - Q_2 - Q_1' + Q_2') : 4$. Опыты Edlund'a и Le Roux подтвердили, что q пропорционально J .

Полное количество теплоты Q , выделяющееся в некотором отрезке цепи, содержащем спай, выражается формулою вида

$$Q = \alpha J^2 \pm \beta J \dots \dots \dots (34)$$

Для случая поглощения тепла в спае

$$Q = \alpha J^2 - \beta J \dots \dots \dots (34, a)$$

При малом J эта величина отрицательная, т. е. около спая происходит охлаждение, наибольшее при $J = \beta : 2\alpha$. При $J = \beta : \alpha$ имеем $Q = 0$, при $J > \beta : \alpha$ величина $Q > 0$, т. е. около спая уже происходит нагревание.

Положим теперь, что $\pm q$ выделяется или поглощается в спае при прохождении единицы количества электричества. В части 1, гл. II, § 10 мы указали, что было бы неправильно рассматривать q , как энергию, эквивалентную работе перехода электричества от одного тела к другому, потенциал которого выше или ниже на e . Если бы это было верно, то мы имели бы $q = \pm e$. В части 1, гл. II, § 6 мы путем термодинамическим вывели формулу (33):

$$q = \pm T \frac{\partial e}{\partial T} \dots \dots \dots (35)$$

из которой явствует, что мы имеем

$$q = \pm e \dots \dots \dots (35, a)$$

только в случае, если

$$e = aT \dots \dots \dots (36)$$

т. е. если e растет пропорционально абсолютной температуре, а след., термоэлектродвижущая сила

$$E = a(T_2 - T_1) = a(t_2 - t_1) \dots \dots \dots (36, a)$$

пропорциональна разности температур спаев, см. (10). Если, например, e вида

$$e = jgT + hT^2 = T(g + hT) \dots \dots \dots (37)$$

то

$$\pm q = gT + 2hT^2 = T(g + 2hT) \dots \dots \dots (37, a)$$

Если $b < 0$, то наибольшее значение e равно $e_m = -g^2 : 4h$ и получается при $T = T_m = -g : 2h$. Вводя величины T_m и e_m вместо g и h , получаем:

$$e = \frac{e_m}{T_m^2} (2T_m - T) T \dots \dots \dots (38)$$

$$q = \pm \frac{2e_m}{T_m^2} (T_m - T) T \dots \dots \dots (38, a)$$

Здесь T_m абсолютная температура нейтральной точки. Если остановиться на выражении (11), $e = e_0 + at + bt^2$, то получается

$$q = \pm \frac{2\eta_m}{\tau^2} (\tau - t) T \dots \dots \dots (38, b)$$

Понятно, что $\tau - t = T_m - T$, ибо $T = t + 273$ и $T_m = \tau + 273$. Легко убедиться, что (38, a) и (38, b) тождественны, если положить $gT + hT^2 = e_0 + at + bt^2$, т. е. $a = g + 2 \cdot 273h$, $b = h$. Формулы (38, a) и (38, b) показывают, что q должно зависеть от температуры спая, что при температуре нейтральной точки $q = 0$ и меняет знак, т. е. поглощение тепла переходит в выделение, и наоборот.

Зависимость явления Пельтье от температуры исследовали многие ученые. Первый Le Roux (1867) нашел, что q зависит от t ; для спая (Bi, Cu) он нашел при $t = 100^\circ$ величину q в 1,28 раза большую, чем при $t = 25^\circ$. Подобное же наблюдал Goge (1886). Далее Le Roux (1884) нашел, что при высокой температуре q меняет знак в спае (Fe, Cu). Скобельцын и Цинзерлинг (1887) ближе исследовали спай (Fe, Cu) и нашли уменьшение q с повышением температуры. Первый Battelli (1887) наблюдал исчезновение явления Пельтье около температуры нейтральной точки в спаях Pb со сплавами $Sb_{10}Sn$ и $Sn_{18}Cd$. Далее он для семи спаев нашел, что q выражается формулою вида (38, a). Jahn (1888) нашел, что для спаев Cu с Ag, Fe, Pt, Zn, Cd и Ni формула (35) дает численные величины q , достаточно согласные с непосредственно наблюдаемыми. Заметим, что $de : dt$ в (35) есть не что иное, как разность термоэлектрических способностей спаянных металлов, см. (27) и (30). Bausenwein

(1904) весьма тщательно исследовал величины E и q для спаев (Fe, Cu) и (Fe, Ag) от 20° до 800° . Оказалось, что $q = 0$ при температуре нейтральной точки (около 330° для первой, 310° для второй пары), как того требует теория. Около 650° начинаются неправильности, вероятно, вследствие изменений, происходящих в железе. La Rosa (1904) нашел, что для спая $Zn - Fe$ явление Пельтье исчезает при $36,5^\circ$; нейтральная точка находится при $36,6^\circ$. Некоторые ученые выражали сомнения в строгости вывода формулы (35). Lecher сперва (1905) считал возможным неполное совпадение температуры, при которой $q = 0$, с температурой нейтральной точки. Однако, позже (1906) он сам строго доказал необходимость такого совпадения. Далее, Lecher (1906) исследовал элемент $Fe - \text{константан}$; он нашел, что согласно (34), при перемене направления тока, q меняет знак, но не меняется по величине. Тот же элемент изучал Сегмак (1907) между 0° и 560° . Для одного кулона получились величины q в 0,001 мал. калорий:

0°	20°	130°	240°	320°	560°
3,1	3,6	4,5	6,2	8,2	12,5.

Rziha (1907) исследовал явление Пельтье для спая $Ni - Cu$ между 20° и 800° ; он нашел максимум при 250° , минимум при 350° и второй максимум при 700° . Jordan (1911) изучал элемент $Bi - Cu$; Beck (1910) нашел согласие с (35) для спаев $Fe - \text{константан}$, $Cu - Ni$ и $Cu - \text{константан}$.

Barker (1910), Mulder (1912) и др. измеряли абсолютную величину эффекта Пельтье, т. е. то число малых калорий, которые выделяются или поглощаются в спае, когда через него протекает один кулон электричества. Mulder находит для спая $Sb - Bi$ при 20° величину $10,7 \cdot 10^{-3}$ мал. кал. на один кулон.

Явление Пельтье наблюдается также на поверхности соприкосновения металлов с жидкостями и жидкостей между собою. Первое из этих явлений наблюдали Bouty (1880), Hoorweg, Jahn, Gill, Gockel и др. Из них Bouty и Gill получили результаты, согласные с общей теорией, которая была изложена выше. На границе двух электролитов трудно наблюдать явление Пельтье. Однако Schultz-Sellack (1870) и Hoorweg (1880) наблюдали, а Naccari и Battelli (1896) и в особенности Bagard (1892) даже подробно исследовали это явление. Bagard показал, что и в этом случае величина q меняет знак у температуры нейтральной точки.

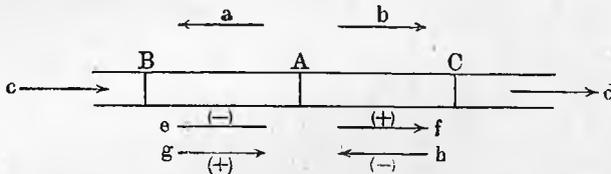
§ 6. Явление Томсона. Теоретические соображения, к которым мы возвратимся в следующем параграфе, привели W. Thomson'a (Lord Kelvin, 1856) к мысли, что разность потенциалов устанавливается не только между разнородными соприкасающимися телами, но и между соседними частями одного и того же тела, если температуры этих частей неодинаковы. Таким образом, должно возникнуть падение потенциала в тех частях проводника, в которых существует падение температуры, при чем направления двух падений, вообще говоря, могут быть одинаковые

или друг другу противоположные. В замкнутой однородной цепи сумма изменений потенциала, очевидно, должна равняться нулю, и ток не возникает ни при каком распределении температур. Если разность температур dt бесконечно близких сечений вызывает в них разность потенциалов $dV = f(t)dt$, где $f(t)$ зависит от материала, то ясно, что разность потенциалов $V_2 - V_1$ концов проводника, находящихся при температурах t_2 и t_1 , равняется

$$V_2 - V_1 = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = \varphi(t_2) - \varphi(t_1) \dots \dots \dots (39)$$

Она, очевидно, не зависит от распределения температур вдоль проводника. Допустим теперь, что при пропускании тока через часть проводника, в которой существует падение температуры, а следовательно, и падение потенциала, возникает явление Пельтье, т. е. независимо от выделения джоулевой теплоты, происходит еще выделение тепла в той части, где пропущенный ток имеет направление падения потенциала, и поглощение тепла в той части, где ток и падение потенциала имеют противоположные направления. Рассмотрим, что в этом случае должно произойти, если

Рис. 252.

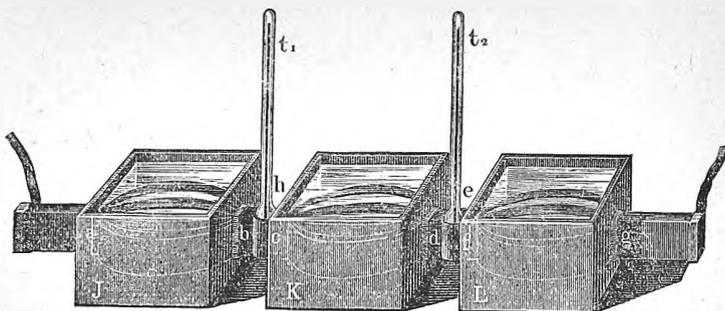


середину A (рис. 252) длинного стержня подвергать нагреванию и затем через него пропустить ток. Пусть B и C два сечения проводника; стрелки a и b показывают направление падения температуры; ток пропускаем по направлению стрелок c и d . Положим сперва, что падения потенциала имеют направления стрелок e и f ; тогда ток должен вызывать (помимо джоулевого нагревания) в части BA охлаждение ($-$), в части AC нагревание ($+$). Результат такой, как если бы часть тепла перешла от BA к AC , или как если бы ток имел способность переносить теплоту по направлению своего течения. Если падения потенциала имеют направления стрелок g и h , то в BA должно получиться выделение, а в AC поглощение тепла. Здесь ток как будто вызывает перемещение тепла по направлению, обратному направлению своего течения. Такое кажущееся перемещение тепла, вызванное током, действительно и было обнаружено $W. Thomson$ 'ом. Оно получило название явления Томсона ($Thomson$ effect). Те вещества, в которых кажущийся перенос происходит по направлению тока, называются положительными, или в них Томсон-эффект положительный; если перенос тепла имеет направление обратное, то тела, или Томсон-эффект, отрицательны. $W. Thomson$ исследовал Fe и Cu . Пучек железных полосок, местами расходя-

щийся, местами сжатый, был расположен, как показано на рис. 253. Ящик *K* содержал горячую воду; через ящики *J* и *L* протекала холодная вода. Термометры t_1 и t_2 показывали некоторую случайную небольшую разность температур. При пропускании тока в одном, а потом в обратном направлении, получались неодинаковые разности температур, вполне соответственно кажущемуся переносу тепла обратно направлению тока; итак, *Fe* вещество отрицательное. Для меди оказалось явление обратное: теплота как бы переносится вместе с током; *Cu* вещество положительное.

Le Roux (1867) исследовал большое число чистых металлов и сплавов, пользуясь остроумным способом. Два одинаковых стержня, которые обозначим через *AB* и *A'B'*, расположены параллельно; концы *A* и *A'* соединены между собою металлически и находятся при 100° ; другие концы *B* и *B'* помещены в пространстве, температура которого 0° . В средней части, защищенной ширмою от нагретых концов, помещен между стержнями термоэлектрический столбик, обе стороны которого прижаты к обращенным друг к другу сторонам стержней, так что столбик дает

Рис. 253.



меру разности температур средних частей двух стержней. Одинаковость стержней давала возможность доводить эту разность до нуля. Но когда концы *B* и *B'* были соединены с источником тока, очевидно, проходившего вдоль одного стержня по направлению возрастающей, а вдоль другого — по направлению убывающей температуры, то столбик обнаруживал разность температур, величина и знак которой определяли собою Томсон-эффект в материале стержней. Le Roux нашел, что Томсон-эффект пропорционален силе тока; далее, что *Sb*, *Cd*, *Zn*, алюминиевая бронза, *Cu*, *Ag*, латунь и сплав $10Bi + 1Sb$ положительны; *Bi*, нейзильбер, *Pt*, *Al*, *Sn*, *Fe* и сплав $3Sb + 5Cd + 1Bi$ отрицательны. Он определил и относительные величины эффектов, которые особенно велики в двух указанных сплавах, в *Bi*, нейзильбере, *Pt*, *Cd*, *Fe* и *Sb*. Для свинца Le Roux нашел Томсон-эффект равным нулю. Hoogweg (1880), Trowbridge и Penrose (1882) и Bidwell (1884) производили дальнейшие исследования различных металлов.

Количество q теплоты, которое исчезает в течение одной секунды в отрезке проводника, разность температур концов которого равна 1° ,

если через этот отрезок проходит по направлению, обратному течению тепла, ток i , равняется

$$q = \sigma i \dots \dots \dots (40)$$

Количество тепла σ , уносимое единицею тока в единицу времени из отрезка, в котором падение температуры 1° , было названо W. Thomson'ом теплоемкостью или удельной теплотой электричества в данном веществе. Она положительна, когда металл положительный, т. е. когда q исчезает при токе, идущем от более холодных мест к более теплым.

Battelli (1886) первый дал численные значения величины σ и определил ее зависимость от температуры. Он пользовался методом Le Roux, с тою, однако, разницею, что средние части двух стержней (лакированные) проходили через два одинаковых ртутных калориметра, служивших для измерения количеств q Томсоновой теплоты. Кроме того измерялись, при помощи термоэлектрических элементов, температуры стержней с двух сторон от калориметров для определения средней температуры тех частей стержней, которые находились в калориметрах; к этим температурам относилась величина Томсон-эффекта. Battelli вывел из своих опытов, что q пропорционально силе тока i и, за исключением железа, пропорционально абсолютной температуре T , так что

$$q = aTi \dots \dots \dots (40, a)$$

где a постоянная, зависящая от материала. Измеряя i в C. G. S. единицах и q в малых калориях, он нашел следующие значения для величины $10^8 a$ (сила тока = 10 амперам):

<i>Cd</i>	<i>Sb</i>	<i>Bi</i>	<i>Pb</i>	Нейзильбер	Сплав 10 <i>Bi</i> + 1 <i>Sb</i>
3,678	7,081	-3,009	0,0433	-2,560	10,002.

Как видно, Battelli и в свинце нашел явление Томсона, хотя и в очень слабой степени. Сравнивая (40) и (40, a), имеем

$$\sigma = aT \dots \dots \dots (40, b)$$

т. е. удельная теплота электричества для данного вещества пропорциональна абсолютной температуре.

Naга (1887) исследовал явление Томсона в *Pt*, *Pb* и *Hg*. Для *Pt* формула (40, b) не оправдалась. Для *Pb* величина σ оказалась отрицательной в чистом металле, положительной в продажном. Весьма интересно, что явление Томсона происходит и в ртути, в которой возникновение разности потенциалов не может быть объяснено изменениями структуры в зависимости от изменения температуры. Величина σ оказалась для ртути отрицательной, и примерно в 3 раза меньше, чем для *Bi*.

Lowс (1903) исследовал сплавы *Bi* с *Zn* и нашел, что для них σ растет быстрее, чем пропорционально абсолютной температуре. Не останавливаясь на исследованиях King'a (1898) и Hall'a (1905), обратимся к важной работе Lecher'a (1905), который определил зависимость σ от

температуры для *Fe*, *Cu*, *Ag* и константана. Принимая в (40) за единицу силы тока ампер и за единицу тепла малую калорию, Lecher находит:

для железа между 91° и 441°

$$\sigma = - [1,860 + 0,02057 t - 0,00005120 t^2] 10^{-6} \dots \dots (41)$$

для меди между 252° и 678°

$$\sigma = + [3,01 + 0,00662 t] 10^{-7} \dots \dots (41, a)$$

для серебра между 123° и 525°

$$\sigma = + [7,363 + 0,00887 t] 10^{-7} \dots \dots (41, b)$$

для константана между 87° и 481°

$$\sigma = - [4,73 + 6,10 \cdot 10^{-3} t - 2,40 \cdot 10^{-5} t^2] 10^{-6} \dots \dots (41, c)$$

Ни для одного из этих веществ не подтверждается формула (40, b). Для железа абсолютное значение $-\sigma \cdot 10^6$ с повышением температуры сперва увеличивается от 3,23 до 3,92, достигает максимума около 185° и затем уменьшается до 1,06 при 440°; для константана σ также выражается не-линейною функцией температуры, и с повышением температуры величина $-\sigma \cdot 10^6$ уменьшается. Для меди и серебра σ называется линейною, возрастающею функцией температуры, но возрастание происходит медленнее, чем пропорционально абсолютной температуре.

Явление Томсона исследовали в последнее время Hall (1906) Schoute (1907), Berg (1910), W. König (1910), Cermak (1910), Aalderink (1910), Königsberger и Weiss (1911) и др. Schoute нашел для *Hg* хорошее подтверждение формулы (40, b). Berg нашел для *Cu* малый положительный эффект с малым температурным коэффициентом; для *Pt* большой отрицательный эффект при малой зависимости от температуры; для *Fe* настолько большой температурный коэффициент, что при -50° эффект делается равным нулю и ниже этой температуры положительным; формула (40, b) даже приблизительно не оправдывается. Cermak нашел между 0° и 350° для *Cd*, *Zn* и *Pb* положительный, для *Al*, *Sn* и *Hg* отрицательный эффект, который для *Pb*, *Sn* и *Al* весьма мал, для *Cd* же весьма велик. С повышением температуры эффект растет, но далеко не согласно формуле (40, b). Он не меняется скачком, когда металлы плавятся. Königsberger и Weiss исследовали *Fe*, *Si*, графит и сернистый молибден; они нашли для *Si* настолько сильный эффект, что электрический ток может вызвать не нагревание, но охлаждение.

Явление Томсона в жидкостях исследовал Bagard (1893); ему удалось доказать существование этого явления в растворах *CuSO₄*, *ZnSO₄* и *ZnCl₂*, которые все три оказались положительными.

§ 7. Теория термоэлектрических явлений. Существует весьма большое число теоретических исследований, посвященных термоэлектрическим явлениям. Исходя из некоторых гипотез, относящихся к источнику возникновения разностей потенциалов в неравномерно нагретой не-

однородной цепи из проводников, главным образом первого класса, авторы различных теорий старались связать в одно целое явление термоэлектрического тока, явление Пельтье и явление Томсона и вывести те законы или правила, которым эти явления следуют. Весьма полное и обстоятельное изложение этих теорий, до новейших, можно найти в книге Weinstein'a „*Thermodynamik und Kinetik der Körper*“, Том 3, стр. 348—400, Braunschweig, 1905. Далее Сегмак дал обзор в *Jahrbuch der Radioakt. u. Elektronik* 8 p. 241, 1911.

Мы рассмотрим здесь только чисто термодинамические теории; приложения электронной теории будут рассмотрены в следующем томе.

Первые, по времени, теории опубликовали почти одновременно Clausius (1853) и W. Thomson (1854). При этом Clausius еще не знал о явлении Томсона, которое поэтому и не вошло в круг явлений, обнимаемых его теорией. Сущность теории Clausius'a заключается в следующем. Положим, что замкнутая цепь составлена из двух металлов, спаенных в местах A и B ; температуры спаев бесконечно мало отличаются друг от друга, и пусть температура спаев A равна t , температура спаев B равна $t + dt$. Clausius допускает, что тепловое движение, существующее в спае, является причиною возникновения разности потенциалов; что это движение разгоняет разноименные электричества в противоположные стороны, до тех пор, пока образовавшийся двойной слой не уравновесит действия теплового движения. Величина возникающей разности потенциалов зависит от температуры; пусть в A она равна e , в B равна $e + de$. В замкнутой цепи действует бесконечно малая электродвижущая сила $dE = de$. Положим, что в течение некоторого времени протекло по цепи количество электричества η . Clausius допускает, что работа электрических сил в спае, которая выражается произведением η на разность потенциалов, эквивалентна теплоте Пельтье. Это дает в спае A теплоту Пельтье (в механических единицах) $q_2 = e\eta$, в спае B теплоту $q_1 = (e + de)\eta$. При этом q_1 в более теплом спае поглощается, теплота q_2 в более холодном спае A выделяется. Заметим, что при $\eta = 1$ мы получаем для теплоты Пельтье вообще $q = e$; мы видели, однако, что это неверно, что q выражается более сложною формулою (35). Становясь на точку зрения Clausius'a мы видим, что протекание количества электричества η через цепь сопровождается поглощением тепла $q_1 = (e + de)\eta$ в нагретом спае A и выделением тепла $q_2 = e\eta$ в холодном спае B . При бесконечно малом $dE = de$ получаем бесконечно слабый ток; джоулевой теплотой, которая пропорциональна квадрату силы тока, мы можем пренебречь, а это дает нам право весь процесс считать за обратимый и приложить к нему второе начало термодинамики. Если $T = t + 273$, и $T + dT$ абсолютные температуры спаев, то для всех круговых обратимых процессов мы имеем (т. III, гл. VIII, § 13):

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{T}{T + dT}.$$

Вставляя значения $q_1 = (e + de)\eta$ и $q_2 = e\eta$, получаем

$$E = \int_{T_1}^{T_2} (\alpha - \beta) dT \dots \dots \dots (42, d)$$

или, если положить $T_1 = T_0$, $T_2 = T$,

$$E = \int_{T_0}^T (\alpha - \beta) dT \dots \dots \dots (43)$$

Отсюда термоэлектрическая способность:

$$\frac{dE}{dT} = \alpha - \beta \dots \dots \dots (44)$$

(42,b) и (44) дают

$$e = T \frac{dE}{dT} = (\alpha - \beta) T \dots \dots \dots (45)$$

Исследуя E , как функцию температуры, мы можем определить разности $\alpha - \beta$, а зная одну из величин (для какого-либо металла), можно определить все остальные. Полагая, напр., для свинца $\beta = 0$, найдем α для всех других металлов. Если единица количества электричества протекает через спай, то, по теории Buddé, получается теплота Пельтье

$$q = \pm e = \pm T \frac{dE}{dT} \dots \dots \dots (45, a)$$

Обращаемся к работе W. Thomson'a, который сперва (1852) теоретически допустил, что падение температуры сопряжено с падением потенциала в том же или в противоположном направлении, и что ток, идущий вдоль неравномерно нагретого проводника, сопровождается выделением или поглощением тепла; впоследствии (1856) он, как мы видели, непосредственными опытами доказал существование этого явления, получившего название явления Томсона или Томсон-эффекта. Определенное вещество характеризуется при этом некоторою величиною σ , которую W. Thomson назвал удельною теплотою электричества; мы дали на стр. 643 ее определение. Напомним, что $\sigma > 0$, если течение электричества от более холодного места к более теплomu сопровождается поглощением тепла, т.е. когда ток как бы уносит с собою теплоту. Мы познакомились также и с позднейшими определениями величины σ , из которых особенно важны работы Battelli (1886) и Lecher'a (1905). Теоретические рассуждения W. Thomson'a в основных чертах следующие. Пусть A и B (рис. 254)

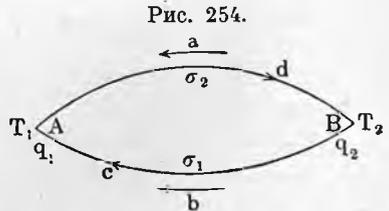


Рис. 254.

спай двух металлов; температуры их T_1 и T_2 при чем $T_2 > T_1$, так что течение теплоты происходит по направлению стрелок a и b . Направление термоэлектрического тока примем по направлению стрелок c и d ; всю электродвижущую силу, действующую в цепи, обозначим через E . Положим, что по цепи протекла единица количества электричества; тогда вся электрическая энергия, появляющаяся в цепи, равна E . Она

должна равняться теплоте, исчезнувшей в цепи. Пусть опять q_1 является в холодном спае A , q_2 исчезает в теплом спае B ; q_1 и q_2 будем измерять в механических единицах. В проводнике (σ_2) ток идет навстречу течению теплоты; здесь в каждом слое исчезает теплота $\sigma_2 dT$; в каждом слое другого проводника появляется теплота $\sigma_1 dT$, при чем dT всегда следует считать положительным. Принцип сохранения энергии дает, таким образом,

$$E = q_2 - q_1 + \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_2 - \sigma_1) dT \dots \dots \dots (46)$$

Далее W. Thomson рассматривает весь процесс перемещения теплоты, как процесс круговой обратимый, что верно лишь при бесконечно малой силе тока, когда можно пренебречь Джоулевой теплотой. Второе начало термодинамики дает

$$\frac{q_2}{T_2} - \frac{q_1}{T_1} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{T} dT = 0 \dots \dots \dots (46, a)$$

Если положить $T_1 = T_0$, $T_2 = T$, $q_2 = q$, то последние два уравнения дают

$$\dots \dots \dots \frac{dE}{dT} = \frac{dq}{dT} + \sigma_2 - \sigma_1 \dots \dots \dots (47)$$

$$\frac{d\left(\frac{q}{T}\right)}{dT} + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{T} = 0 \dots \dots \dots (47, a)$$

Последнее дает

$$\frac{q}{T} = \frac{dq}{dT} + \sigma_2 - \sigma_1 \dots \dots \dots (47, b)$$

Из (47) и (47, b) следует

$$\frac{dE}{dT} = \frac{q}{T} \dots \dots \dots (47, c)$$

т. е.

$$q = T \frac{dE}{dT} \dots \dots \dots (47, d)$$

выражение для теплоты Пельтье. Формула (47, e) дает

$$E = \int_{T_1}^{T_2} \frac{q}{T} dT \dots \dots \dots (48)$$

Вставляя (47, d) в (47, b) находим

$$\sigma_2 - \sigma_1 = -T \frac{d^2 E}{dT^2} \dots \dots \dots (48, a)$$

В последних трех формулах и выражаются главнейшие выводы теории W. Thomson'a. Tait допустил, что величина σ для данного вещества пропорциональна абсолютной температуре, т. е., что можно положить

$$\sigma = aT \dots \dots \dots (49)$$

В этом случае (47,а) дает

$$\frac{d\left(\frac{q}{T}\right)}{dT} + a_2 - a_1 = 0,$$

т. е.

$$\frac{q}{T} + (a_2 - a_1)T + C = 0.$$

Если τ температура нейтральной точки, при которой $q = 0$, то мы имеем $(a_2 - a_1)\tau + C = 0$, и следовательно,

$$q = (a_2 - a_1)(\tau - T)T \quad \dots \dots \dots (49, a)$$

Пусть $a_2 - a_1 = k$; вставляя (49,а) в (48) получаем

$$E = k(T_2 - T_1) \left[\tau - \frac{T_1 + T_2}{2} \right] \dots \dots \dots (49, b)$$

Эта формула тождественна с формулою (17) Авенариуса (стр. 628). Мы видели, что Battelli вывел из своих опытов равенство $\sigma = aT$, но что новейшие исследования Lecher'a (1905) оказались совершенно несогласными с этою формулою.

Из термоэлектрических теорий, которые были предложены до 1885 г., следует упомянуть теорию F. Kohlrausch'a (1875), основанную на предположении, что всякий поток тепла сопровождается перемещением электричества, и, наоборот, всякое течение электричества, следовательно, и в равномерно нагретом проводнике, сопровождается перемещением теплоты; иначе говоря, теплота несет с собою электричество, и электричество несет с собою теплоту. Исходя из этих предположений, Kohlrausch объясняет рассмотренные нами термоэлектрические явления.

Начиная с 1885 года, были разработаны многочисленные термоэлектрические теории. Авторы важнейших из них суть: Lorentz (1885), Duhem (1886), Boltzmann (1887), Planck (1889), Voigt (1895), Riecke (1898) Liebenow (1899), Drude (1900), Wiedeburg (1900), Weinstein (1905), Lecher (1906), Krüger (1910), Bernoulli (1911), Königsberger и Weiss (1911), Altenkirch (1911) и др. Изложение этих теорий, построенных на весьма разнообразных допущениях и отчасти весьма сложных выходит за рамки этой книги. Заметим, что новейшие теории стараются объяснить термоэлектрические явления на основании новой, электронной теории. К этому вопросу мы возвратимся в пятом томе.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 2.

Streit. Jahresberichte der Gymnasien zu Schlawe (1902), Kattowitz (1903), Wittenberg (1905 и 1906).

Seebeck. Gilb. Ann. 73 pp. 115, 430, 1823; Pogg. Ann. 6 pp. 1, 133, 159, 253, 1826; Abhandl. Berl. Akad. 1822/23 p. 265; Ann. d. Chim. et Phys. (2) 22 p. 199, 1823.

W. Thomson (Lord Kelvin). Rep. Brit. Assoc. 1855; Papers II p. 181; Pogg. Ann. 99 p. 334, 1856.

Matthiesen. Pogg. Ann. 103 p. 412, 1858.

- E. Becquerel.* Ann. d. Chim. et d. Phys. (4) 8 p. 403, 1866; C. R. 61 p. 146, 1865.
Бахметьев. Ж. Р. Ф.-Х. О. 18 p. 47, 1886; 21 p. 264, 1889; 23 pp. 220, 301, 370, 430, 1891; 25 p. 256, 1893; W. A. 43 p. 723, 1891; Repert. d. Phys. 26 p. 705, 1690; 27 pp. 442, 607, 1891.
Holborn u. Day. Berl. Ber. 1899 p. 691.
Jaeger u. Diesselhorst. Wiss. Abhandl. d. Reichsanstalt 3 p. 270, 1900.
C. L. Weber. Wied. Ann. 23 p. 447, 1884.
Englisch. Wied. Ann. 50 p. 88, 1893.
Rudolfi. Ztschr. f. anorgan. Chemie 67 p. 65, 1910.
Haken. Annal. d. Phys. (4) 32 p. 291, 1910; Verh. d. d. phys. Ges. 1910 p. 229; Diss. Berlin, 1909.
Broniewski. C. R. 149 p. 853, 1909; 150 p. 1754, 1910; Revue de Métallurgie 7 p. 39, 1910.
Weidert. Diss. Rostock, 1905; Annal. d. Phys. (4) 18 p. 811, 1905.
Ильев. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 40 p. 220, 1908.
Lusanna. Atti R. Ist. Veneto 51 p. 1489, 1893.
Brown u. Shuddemagen. Phys. Rev. (2) 5 p. 385, 1915.
W. Thomson (кристаллы). Papers, Vol. 1 p. 266.
Perrot. Arch. d. sc. phys. et natur. (4) 6 p. 105, 229, 1898; 7 p. 149, 1899; C. R. 126 p. 1194, 1898.
W. Thomson (механич. влияния). Phil. Trans. 1856, 3; Papers 2 p. 267.
Le Roux. Ann. d. Chim. et d. Phys. (4) 10 p. 217, 1867.
Agricola. Diss. Erlangen, 1902.
E. Wagner. Annal. d. Phys. (4) 27 p. 955, 1908.
Höfig. Annal. d. Phys. (4) 28 p. 371, 1909; 43 p. 525, 1914; Phys. Ztschr. 1913 p. 446.
Mc Whan. Diss. Göttingen, 1911.
Becquerel (разные темп.). Ann. d. Chim. et d. Phys. (2) 23 p. 135, 1823.
Magnus (то же). Pogg. Ann. 83 p. 469, 1851; Ann. d. Chim. et Phys. (3) 34 p. 105, 1855.
Gaugain. Ann. d. Chim. et Phys. (3) 65 p. 75, 1862.
Matteucci. Pogg. Ann. 44 p. 629, 1838; 47 p. 600, 1839; Bibl. univ. (3) 13 p. 199; 15 p. 187, 1838.
Розинг. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 30 p. 151, 1898.
Боргман. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 9 p. 314, 1877.
Benedicks. C. R. 162 p. 297, 979, 1916; 163 p. 751, 1916; 165 p. 391, 426, 1917; Annal. d. Phys. (4) 55 p. 1, 103, 1918.

К § 3.

- Pouillet.* C. R. 4 p. 515, 1837; 5 p. 785, 1837; Pogg. Ann. 42 p. 297, 1837.
Regnault. Mém. de l'Acad. des Sc. 21 p. 240, 1847.
Gaugain. Ann. d. Chim. et Phys. (3) 65 p. 5, 1862.
E. Becquerel. Ann. d. Chim. et Phys. 31 p. 371, 1826.
Авгариус. О термоэлектричестве. Спб., 1864; Pogg. Ann. 119 p. 406, 1863; 122 p. 193, 1864; 149 p. 372, 1873.
Tait. Pogg. Ann. 152 p. 427, 1874; Proceed. Edinb. R. Soc. 8 pp. 32, 44, 182; 9 pp. 208, 350, 362, 1872—1874; Trans. R. Soc. Edinb. 27, 1873.
W. Thomson. Phil. Trans. London 1856. Part. III.
Harrison. Phil. Mag. (6) 3 p. 177, 1902.
Dewar a. Fleming. Phil. Mag. (5) 40 p. 95, 1895.
Hamilton Dickson. Trans. R. Soc. Edinb. 47, Part. IV p. 737, 1911.
Lecher. Wien. Ber. 117 p. 373, 1908.
Coblentz. Bull. Bur. of Stand. 6 p. 107, 1909; Reprint No. 120.
Tait. Nature, май и июнь 1873; Pogg. Ann. 152 p. 427, 1874.
Dannecker. Annal. der Phys. (4) 42 p. 1504, 1903.
Де-Метц. C. R. 139 p. 447, 1904.
Бахметьев. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 29 p. 108, 1897.
Barrett. Phil. Mag. (5) 49 p. 309, 1900.

- Hoffmann.* Diss. Rostock, 1898.
Bellia. Acad. di Scienze Naturali di Catania, Маѣ 1905; *J. de Phys.* [1907 p. 927.
Noll. Wied. Ann. 53 p. 874, 1894.
Steele. Phil. Mag. (5) 37 p. 218, 1894.
Broniewski et Hackspill. C. R. 153 p. 815, 1911.
Peters. Thermoelemente und Thermosäulen, Halle, 1908 (Monographien über angewandte Elektrochemie №. 30).
Wietzel. Ann. der Phys. (4) 43 p. 605, 1914; Diss. Berlin. 1913.
Keesom. Phys. Ztschr. 1913 p. 670.

К § 4.

- Noll.* Wied. Ann. 53 p. 874, 1894.
Braun. См. Winkelmann, Handbuch der Physik, IV, 1 p. 740, 1905.
Burnie. Phil. Mag. (5) 43 p. 397, 1897.
Cermak u. H. Schmidt. Annal. d. Phys. (4) 36 p. 575, 1911.
Siegel. Annal. d. Phys. (4) 38 p. 588, 1912; Diss. Leipzig, 1911.
Faraday. Exper. Res. Ser. 17, § 1932—1952, 1840.
Bouty. C. R. 90 p. 917, 1880; Journ. de Phys. (1) 9 p. 229, 1880.
Andrews. Phil. Mag. (3) 10 p. 433, 1837; Pogg. Ann. 41 p. 164, 1837.
Hankel. Pogg. Ann. 103 p. 612, 1858.
L. Poincaré. C. R. 110 p. 339, 1890.
Wild. Pogg. Ann. 103 p. 353, 1858; Ann. d. Chim. et Phys. (3) 53 p. 370, 1858.
E. Becquerel. Ann. d. Chim. et Phys. (4) 8 p. 389, 1866.
Duane. Wied. Ann. 65 p. 374, 1898; Berl. Ber. 1896 p. 967; Diss. Berlin, 1897.
Bucherer. Annal. d. Phys. (4) 3 p. 204, 1900.
Nernst. Ztschr. f. Phys. Chem. 4 p. 129, 1889.
Planck. Wied. Ann. 39 p. 161, 1890; 40 p. 561, 1890; 44 p. 385, 1891.
Podzus. Annal. d. Phys. (4) 27 p. 859, 1908.

К § 5.

- Peltier.* Ann. d. Chim. et Phys. (2) 56 p. 371, 1834; Pogg. Ann. 43 p. 324, 1838.
E. Becquerel. Ann. d. Chim. et Phys. (3) 20 p. 60, 1847.
Э. Ленц. Pogg. Ann. 44 p. 342, 1838.
Le Roux. Ann. d. Chim. et Phys. (4) 10 p. 243, 1867; C. R. 99 p. 842, 1884.
Edlund. Pogg. Ann. 140 p. 435, 1870; 143 p. 404, 534, 1871.
Waltenhofen. Wien. Ber. 75, 1877; W. A. 21 p. 360, 1884.
Скобелъцын и Цинзерлинг. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 19 p. 121, 1887.
Battelli. Rend. Acc. dei Lincei (4) 3 p. 404, 1887; 5 p. 631, 1889.
Jahn. Wied. Ann. 34 p. 755, 1888.
Bausenwein. Wien. Ber. 113 p. 663, 1904.
Lecher. Phys. Ztschr. 6 p. 781, 1905; 7 p. 34, 1906; Wien. Ber. 115 pp. 186, 1505, 1906.
Cermak. Wien. Ber. 116 p. 657, 1907; Annal. d. Phys. (4) 24 p. 351, 1907; 26 p. 521 1908; Verh. d. d. phys. Ges. 1913 p. 1163; Phys. Ztschr. 14 p. 1178, 1913.
Rziha. Wien. Ber. 116 p. 715, 1917.
Jordan. Phil. Mag. (6) 21 p. 454, 1911.
Beck. Diss. Zürich 1911; Vierteljahrsschr. d. naturf. Ges. Zürich 55 p. 103, 1910.
La Rosa. Rendic. Acc. d. Lincei (5) 13 p. 167, 1904.
Bouty. C. R. 89 p. 146, 1879; 90 p. 987, 1880.
Hoorweg. Wied. Ann. 9 p. 568, 1880; 11 p. 146, 1880.
Gill. Wied. Ann. 40 p. 115, 1890.
Gockel. Wied. Ann. 24 p. 618, 1885.
Schultz-Sellack. Pogg. Ann. 141 p. 467, 1870.
Naccari e Battelli. Atti di Torino 20 p. 581, 1886; N. Cim. (3) 20 p. 201, 1886.
Bagard. C. R. 114 p. 980, 1892; 116, pp. 27, 1126, 1893; Ann. de Chim. et Phys. (7) 3 p. 83, 1894.

Barner. Phys. Rev. 31 p. 321, 1910.

Mulder. Ann. Soc. scient. Bruxelles 36 p. 77, 1912.

К § 6.

W. Thomson. Phil. Trans. 3 p. 661, 1856; Ann. d. Chim. et Phys. (3) 54 p. 105, 1858; Mathem. and Phys. Papers 1 p. 246; 2 p. 192.

Le Roux. Ann. d. Chim. et de Phys. (4) 10 p. 258, 1867.

Battelli. Atti di Torino 22 p. 48 369, 1886/87; Rendic. Acc. dei Linc. 3 pp. 105, 212, 1887; N. Cim. (3) pp. 228, 250, 1887; 22 p. 157, 221, 1887.

Haga. Ann. de l'école polytechn. de Delft 3 p. 43, 1887; W. A. 28 p. 179, 1886 32 p. 131 1887.

Lows. Cambridge Proc. 12 p. 179, 1903; Phil. Mag. (6) 7 p. 560, 1904.

Lecher. Wien. Ber. 114 p. 1599, 1905; Annal. d. Phys. (4) 19 p. 853, 1906.

Bagard. C. R. 117 p. 97, 1893; Ann. d. Chim. et d. Phys. (7) 3 p. 83, 1894; Thèse Paris, 1894.

Schoute. Arch. Néerl. (2) 12 p. 175, 1907.

Berg. Annal. d. Phys. (4) 32 p. 477, 1910; Götting. Nachr. p. 141, 1910.

Hall. Contrib. Jefferson Lab. 4 № 12, 1906.

W. König. Phys. Ztschr. 11 p. 913, 1910.

Aalderink. Arch. Néerl. (2) 15 p. 322, 1910.

Cermak. Annal. d. Phys. (4) 33 p. 1195, 1910.

Königsberger u. Weiss. Annal. d. Phys. (4) 35 p. 1, 1911.

К § 7.

Clausius. Pogg. Ann. 90 p. 513, 1853; Abhandl. 2 p. 175, 1867; Mechan. Wärme-theorie 2 p. 170, 1879.

Budde. Pogg. Ann. 153 p. 343, 1874; W. A. 21 p. 277, 1884; 25 p. 564, 1885; 30 p. 664, 1887.

W. Thomson. Proc. Edinb. R. Soc. Дек. 1851; Phil. Mag. (4) 3, 1852; 11 pp. 214, 281, 1856; Trans. Edinb. R. Soc. 21 p. 123, 1854; Phil. Trans. 3 p. 661, 1856; Mathem. and Physic. Papers 1 p. 246, 2 p. 192; Ann. d. Chimie et d. Phys. (3) 54 p. 105, 1858.

Tait. Nature, 23 Мая 1873; Trans. R. Soc. Edinb. 27 p. 125, 1873; Pogg. Ann. 152, p. 427, 1874.

F. Kohlrausch. Pogg. Ann. 156 p. 601, 1875; W. A. 23 p. 477, 1884; Gött. Nachr. p. 65, 1874.

Lorentz. Arch. Néerland 20 p. 129, 1885; W. A. 36 p. 594, 1889.

Duhem. C. R. 104 p. 1606, 1887; Ann. d. l'éc. norm. (3) 2 p. 363, 405, 1885; Le potentiel thermodynam. p. 222, Paris, 1886; L'Electricité et le Magnetisme 1 p. 478, 1891.

Boltzmann. Wien. Ber. 96 p. 1258, 1887.

Lorberg. Wied. Ann. 34 p. 662, 1888.

Planck. Wied. Ann. 36 p. 624, 1889; 44 p. 385, 1891.

Parker. Phil. Mag. (5) 26 p. 353, 1888; 27 p. 72, 1889; Proc. Cambr. Phil. Soc. 7 p. 169, 1891.

Voigt. Wied. Ann. 67 p. 715, 1899; 69 p. 706, 1899.

Riecke. Wied. Ann. 66 pp. 353, 545, 1898; Phys. Ztschr. 2 p. 639, 1901; Annal. d. Phys. (4) 2 p. 835, 1900.

Drude. Annal. d. Phys. (4) 1 p. 566, 1900; 3 p. 369, 1900; 7 p. 687, 1902.

Wiedeburg. Annal. d. Phys. (4) 1 p. 758, 1900.

Liebenow. Wied. Ann. 68 p. 316, 1899; Annal. d. Phys. (4) 2 p. 636, 1900; 3 p. 155, 1900; Verh. d. d. phys. Ges. 1 p. 74, 82, 1899.

Weinstein. Thermodynamik u. Kinetik der Körper 3 p. 390—400, Braunschweig, 1905.

Krüger. Phys. Ztschr. 11 p. 860, 1910.

Bernoulli. Verh. d. d. phys. Ges. p. 573, 1911.

Altenkirch. Phys. Ztschr. 12 p. 920, 1911.

Hörig. Phys. Ztschr. 14 p. 446, 1913.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ.

Пондеромоторные действия магнитного поля.

§ 1. Введение. В предыдущих главах этой части мы рассмотрели свойства и два источника (магниты и токи) магнитного поля. Переходим к действиям этого поля на помещенные в нем тела и рассмотрим здесь чисто механические действия, т. е. те силы, под влиянием которых тела, находящиеся в магнитном поле, могут быть приведены в движение.

Магнитные силы, согласно их определению, действуют на „свободный магнетизм“; кроме того они действуют и на ток. Про свободный магнетизм мы уже знаем, что он „фиктивный“ (см. гл. I, § 2) и не может быть отделен от магнита. Электрические токи мы также до сих пор рассматривали только, как явление, происходящее в некотором теле, проводнике. Магнитные силы непосредственно действуют на свободный магнетизм и на ток, но это действие всегда как бы передается тому телу, магниту или проводнику, с которыми объекты непосредственного действия связаны. Таким образом приходится говорить о пондеромоторных (в отличие от электромоторных или электродвижущих) действиях магнитного поля, во-первых, на магниты и, во-вторых, на проводники, в которых текут электрические токи. В последнем случае говорят, однако, для краткости о пондеромоторных действиях на токи, подразумевая под этим словом проводники с токами.

Изучая те пондеромоторные силы, которым подвергаются в заданном магнитном поле магниты или токи, мы в некоторых случаях обратим особенное внимание на условия равновесия магнитов или токов, полагая последние подвижными с заданными условиями относительно возможных для них движений. Так, например, можно рассматривать условия равновесия токов или магнитов, могущих вращаться около заданных осей.

Мы видели, что магнитное поле может быть вызвано наличием магнитов или токов, а потому может казаться, что мы должны встретиться с четырьмя существенно различными случаями пондеромоторных действий в магнитном поле, а именно: магниты в поле магнитов, магниты в поле токов, токи в поле магнитов, и, наконец, токи в поле токов. Перенося мысленно причину наблюдаемых пондеромоторных действий от самого поля к источнику этого поля, мы получили бы следующие четыре действия: магнитов на магниты, магнитов на токи, токов на магниты и токов на токи. Но так как магниты и токи, которые служат объектами изучаемых пондеромоторных действий, сами служат источниками магнитных полей, то ясно, что одновременно подвергаются пондеромоторным действиям и те магниты и токи, которые мы считали за источники первоначального заданного поля. Таким образом приходится говорить о взаимодействиях между двумя источниками двух одновременно существующих и как бы накладывающихся друг на друга магнитных полей. Но, по третьему закону Ньютона (т. I), задачи о взаимодействиях тока и магнита

не может распадаться на две существенно различные задачи, из которых одна трактовала бы вопрос о действии тока на магнит, а другая — вопрос о действии магнита на ток, ибо эти два действия должны, по упомянутому закону, сводиться к силам, равным по величине, но противоположным по направлению. Таким образом мы должны отличать не четыре, а только три существенно различных случая взаимодействия, а именно:

1. Взаимодействие магнитов.
2. Взаимодействие магнитов и токов.
3. Взаимодействие токов.

Практически приходится обыкновенно иметь дело со случаем, когда одно из взаимодействующих тел закреплено неподвижно, и мы изучаем лишь те силы, под влиянием которых другое тело приходит в движение или устанавливается в определенном положении равновесия. Тогда, действительно, можно отдельно рассматривать перечисленные выше четыре случая действия на магниты и токи; но следует помнить, что разбор двух из этих случаев не представляет двух существенно различных задач. Само собою разумеется, что немалый интерес представляет рассмотрение и тех случаев, когда оба взаимодействующие тела подвижны; эти случаи легко осуществляются и на опыте. Обращаясь к подробному рассмотрению перечисленных выше трех случаев взаимодействия.

§ 2. Взаимодействие магнитов. Изучая теоретически, т. е. путем вычисления, те силы, которые действуют на магнит, помещенный в магнитное поле другого магнита, мы исходим из закона Кулона (Coulomb), которым мы уже неоднократно пользовались при выводе различных формул. Если измерять количество магнетизма электромагнитною единицею и принять, что для окружающей среды магнитная восприимчивость $\mu = 1$, то закон Кулона выражается формулою

$$f = \frac{\mu m m'}{r^2} \dots \dots \dots (1)$$

где m и m' два количества магнетизма, находящиеся на расстоянии r друг от друга; f есть сила, действующая на m и на m' . Эта сила отталкивательная, если m и m' одного знака, притягательная — если m и m' разного знака.

Проверка этого закона Кулона может быть произведена отчасти теми же двумя способами, как и проверка другого закона Кулона, относящегося к электрическим силам, которую мы рассмотрели в части 1, гл. III, § 2. Необходимо, однако, обратить внимание на два обстоятельства, усложняющие вопрос, когда мы имеем дело с магнитами. Первое из них заключается в том, что, изучая на земной поверхности действия магнита (или тока) на магнит, мы должны иметь в виду, что второй магнит находится под влиянием силы земного магнетизма, что должно отразиться на его движениях, на его положении равновесия и т. д. Второе обстоятельство, играющее здесь весьма важную роль, заключается в том, что мы имеем дело с магнетизмом, распределение которого внутри магнита и на его поверхности не может быть определено с тою точностью, которая

представляется необходимой, если принять во внимание, что наблюдаемое взаимодействие магнитов есть результат взаимодействий всех частиц свободного магнетизма одного магнита на все частицы свободного магнетизма другого. Мы только в двух случаях можем себе представить весь свободный магнетизм магнита сосредоточенным в его полюсах, а именно, когда магнит находится в равномерном поле, и когда мы рассматриваем действие магнита в токах, расстояние которых от магнита весьма велико, сравнительно с линейными размерами самого магнита.

Обращаемся к тем двум способам, при помощи которых Coulomb доказал справедливость той части его закона, которая говорит, что сила f взаимодействия двух магнитных масс m и m' обратно пропорциональна квадрату расстояния r этих масс друг от друга. Первый из этих способов, способ качания, аналогичен рассмотренному нами (см. рис. 115) и почти тождествен со способом определения распределения свободного магнетизма вдоль магнита, указанным в гл. II, § 7. По возможности длинный магнит устанавливается вертикально. В горизонтальной плоскости, проходящей через один из его полюсов, помещается магнитная стрелка, качающаяся в горизонтальной плоскости; при этом плоскость, проходящая через ось магнита и центр магнитной стрелки, должна совпадать с плоскостью магнитного меридиана. Пусть H_0 горизонтальная слагаемая напряжения земного магнетизма, H_1 и H_2 напряжения поля магнита на расстояниях r_1 и r_2 от его полюса, n_0 число колебаний стрелки при отсутствии магнита, n_1 и n_2 число колебаний на расстояниях r_1 и r_2 . Тогда $H_0 = cn_0^2$, $H_0 + H_1 = cn_1^2$, $H_0 + H_2 = cn_2^2$, где c множитель пропорциональности. Отсюда $H_1 = c(n_1^2 - n_0^2)$, $H_2 = c(n_2^2 - n_0^2)$. Если закон Кулона справедлив, то $H_1 : H_2 = r_2^2 : r_1^2$, и мы имеем

$$\frac{n_1^2 - n_0^2}{n_2^2 - n_0^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \dots \dots \dots (2)$$

Опыты Coulomb'a подтвердили, хотя и лишь в довольно грубом приближении, это равенство для различных пар расстояний r_1 и r_2 .

Подробное опытное и теоретическое исследование этого и других способов произвел Де-Метц (1916).

Второй способ Coulomb'a основан на применении крутильных весов. Мы изложим этот способ в более общей форме, чем та, которую описывает сам Coulomb. Пусть AB (рис. 255) положение подвижного магнита, расположенного, при вполне раскрученной нити, в магнитном меридиане. Если закрутить нить на некоторый угол φ_0 , то магнит отклонится на некоторый угол α_0 . На основании формулы (12), гл. II, в которой теперь $\varphi = \alpha_0$, мы имеем равенство

$$C\varphi_0 = MH \sin \alpha_0 \dots \dots \dots (2, a)$$

где C коэффициент кручения нити, M магнитный момент магнита, H горизонтальная слагаемая напряжения земного магнетизма. Поместим в A полюс m_1 вертикального магнита, одноименный с полюсом подвижного магнита в A . Тогда последний отклонится на некоторый угол α ,

если полное кручение нити, от нас зависящее, равно φ . Тогда имеем условие равновесия, см. рис. 255,

$$f_1 a = f a \cos \frac{\alpha}{2} = C \varphi + M H \sin \alpha = C \left(\varphi + \varphi_0 \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0} \right).$$

При другом угле кручения φ' получим угол α' и силу f' , при чем

$$f' a \cos \frac{\alpha'}{2} = C \left(\varphi' + \varphi_0 \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha_0} \right).$$

Отсюда

$$\frac{f}{f'} = \frac{\varphi \sin \alpha_0 + \varphi_0 \sin \alpha}{\varphi' \sin \alpha_0 + \varphi_0 \sin \alpha'} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha'}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}.$$

Это отношение сил получается из опыта. По закону Кулона мы должны иметь, см. (7,а) в части 1, гл. III

$$f : f' = \sin^2 \frac{\alpha'}{2} : \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Приравнивая два выражения для $f : f'$, получаем

$$\sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} (\varphi \sin \alpha_0 + \varphi_0 \sin \alpha) = \sin \frac{\alpha'}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha'}{2} (\varphi' \sin \alpha_0 + \varphi_0 \sin \alpha').$$

Из этого равенства следует, что при всех закручиваниях нити мы должны иметь

$$\sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} (\varphi \sin \alpha_0 + \varphi_0 \sin \alpha) = \text{Const.} \dots \dots \dots (3)$$

если закон Кулона верен. Опыты подтверждают, в пределах неизбежных ошибок наблюдений, постоянство выражения (3), в котором, как указано

Рис. 255.

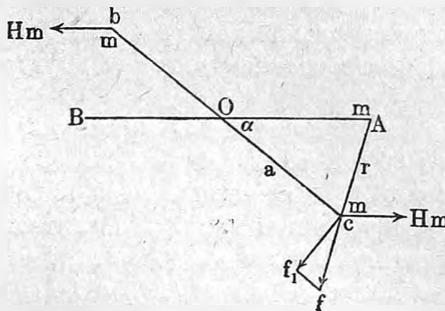
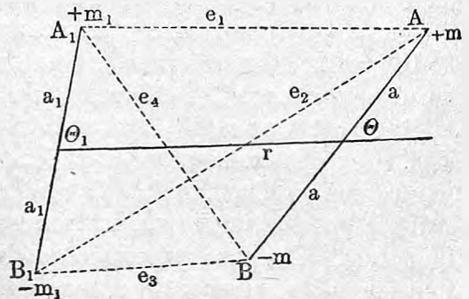


Рис. 256.



выше φ_0 и α_0 определены из предварительного наблюдения.

Самое точное доказательство закона Кулона относительно зависимости силы f от расстояния r дал Gauss; с его способом мы познакомимся ниже.

Вторая часть закона Кулона, относящаяся к зависимости силы f от количеств m и m_1 свободного магнетизма, не может быть проверена

путем опыта, так как мы не имеем способа изменить m или m_1 в определенном, известном нам отношении, подобно тому, как это можно было сделать для электрических зарядов. Мы узнаем о существовании величины m по ее действию и считаем, при одинаковых условиях, величину m пропорциональной этому действию; ясно, что в самом определении величины m уже заключается допущение второй части закона Кулона. Некоторое косвенное подтверждение мы можем видеть в следующем. Пусть A, B, C, D и т. д. полюсы различных магнитов. Оказывается, что отношение действий полюсов A и B не зависит от того, на какой полюс C, D и т. д. это действие производится.

Основываясь на законе Кулона, можно решить большое число разнообразных задач, относящихся к взаимодействию магнитов. Приемы решения будут зависеть от той цели, теоретической или чисто практической, которую мы имеем в виду, и от той степени точности, которая требуется от результата. Прежде всего мы должны решить, считаем ли мы нужным обращать внимание на распределение свободного магнетизма в двух взаимодействующих магнитах, или мы считаем возможным рассматривать оба свободных магнетизма сосредоточенными в двух полюсах магнита. В первом случае мы можем в основу наших вычислений положить формулу (16), гл. II, для потенциала V магнита в произвольной внешней точке, координаты ξ, η и ζ которой входят в величину r . Простой сюда относящийся случай был уже разобран нами в гл. II, § 7.

Переходим к случаю, когда мы действие каждого из двух магнитов считаем исходящим только из его полюсов. Если ограничиваться приближенными решениями, то в некоторых случаях окажется возможным пользоваться формулою (13,с), гл. II, которая дает напряжение поля H короткого магнита в удаленных от него точках.

Имея в виду цели практические, мы допускаем, что оси обоих магнитов лежат в одной и той же плоскости, почти всегда горизонтальной. Далее предположим, что один из магнитов, A , отклоняющийся, установлен неподвижно, а другой, B , отклоняемый, может только вращаться около оси, проходящей через его центр и перпендикулярной к упомянутой плоскости; на практике эта ось почти всегда вертикальна. На магнит B действуют четыре силы, приложенные по две к его полюсам и исходящие от полюсов магнита A . Слагаемые этих сил по направлению, перпендикулярному к оси магнита B , дают пару сил, момент \mathcal{M} которой и требуется определить. При отсутствии магнита A , ось магнита B устанавливается в плоскости магнитного меридиана. Под влиянием магнита A ось магнита B отклоняется на некоторый угол φ , легко определяемый, когда найден момент \mathcal{M} отклоняющей пары сил.

Весьма общие формулы были выведены Lamont'ом и мною. Пусть AB и A_1B_1 (рис. 256) оси магнитов, на полюсах которых сосредоточены количества $\pm m$ и $\pm m_1$; оси составляют углы α и θ_1 с направлением прямой, соединяющей центры магнитов; e_1, e_2, e_3 и e_4 — расстояния полюсов друг от друга; a и a_1 полурасстояния полюсов; $M = 2am$ и $M_1 = 2a_1m_1$ —

магнитные моменты. Потенциал W двух магнитов друг на друга равен

$$W = m m_1 \left\{ \frac{1}{e_1} - \frac{1}{e_2} + \frac{1}{e_3} - \frac{1}{e_4} \right\}.$$

Мною было показано, что это выражение приводится к виду

$$W = -\frac{M M_1}{r^3} \left\{ k_0 + \frac{k_2}{r^2} + \frac{k_4}{r^4} + \dots \right\} \dots \dots \dots (4)$$

где k_0, k_2, k_4 и т. д. суть функции от a, a_1, θ и θ_1 . Первые три величины k_0, k_2, k_4 были вычислены, из них:

$$\left. \begin{aligned} k_0 &= 2 \cos \theta \cos \theta_1 - \sin \theta \sin \theta_1 \\ k_2 &= -\frac{2}{3} (a^2 + a_1^2) (4 \cos \theta \cos \theta_1 - \sin \theta \sin \theta_1) + \\ &+ \frac{5}{2} (a_1^2 \cos^2 \theta_1 + a^2 \cos^2 \theta) (4 \cos \theta \cos \theta_1 - 3 \sin \theta \sin \theta_1) \end{aligned} \right\} \dots (4, a)$$

Производная $\frac{\partial W}{\partial \theta}$ и $\frac{\partial W}{\partial \theta_1}$ равны искомым моментам пар сил, действующим на магниты.

Обращаемся к разбору двух частных случаев взаимного расположения магнитов; они известны под названием Гауссовых положений.

Первое Гауссово положение. Отклоняющий магнит NS (рис. 257) расположен неподвижно, перпендикулярно к магнитному меридиану.

Рис. 257.

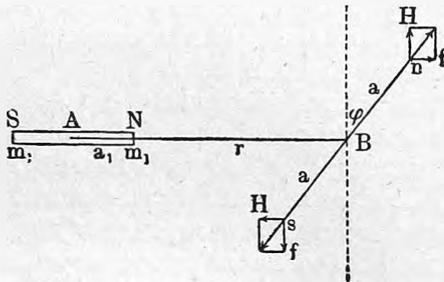
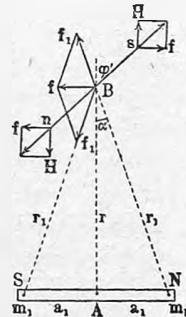


Рис. 258.



На продолжении его оси находится центр B подвижного магнита ns (стрелки), который под влиянием магнита NS отклоняется на угол φ от магнитного меридиана. Условие равновесия стрелки выражается равенством момента пары сил, выводящей стрелку из магнитного меридиана, и момента $MH \sin \varphi$, см. (12), гл. II, той пары сил, которыми земной магнетизм стремится возвратить стрелку в магнитный меридиан. Для этого частного случая я вывел условие равновесия, не пользуясь формулой (4); оно имеет вид

$$\frac{2 M M_1}{r^3} \cos \varphi \left\{ 1 + \frac{p_2}{r^2} + \frac{p_4}{r^4} + \frac{p_6}{r^6} + \dots \right\} = M H \sin \varphi \dots \dots \dots (5)$$

где p_{2k} есть функция от a , a_1 и φ , вид которой для произвольного k мною был вычислен. Первые два члена суть

$$\left. \begin{aligned} p_2 &= 2a_1^2 - 3a^2 + 15a^2 \sin^2 \varphi \\ p_4 &= 3a_1^4 - 15a^2 a_1^2 (1 - 5 \sin^2 \varphi) + \frac{45}{8} a^4 (1 - 14 \sin^2 \varphi + 21 \sin^4 \varphi) \end{aligned} \right\} (5, a)$$

Эти два выражения были даны еще Lamont'ом; их можно найти из (4) и (4, a), полагая $\theta_1 = 0$ и $\theta = 90^\circ - \varphi$. Если ограничиться одним добавочным членом, то получается

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2M_1}{Hr^3} \left\{ 1 + \frac{p^2}{r^2} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Если пренебречь размерами отклоняемой стрелки ($a = 0$), то получается

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2M_1}{Hr^3} \left\{ 1 + \frac{2a_1^2}{r^2} \right\} \dots \dots \dots (6, a)$$

Если, наконец, пренебречь также величиною $a_1^2 : r^2$, то остается

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2M_1}{Hr^3} \dots \dots \dots (6, b)$$

Формулу (6, a) легко вывести непосредственно, если допустить, что напряжение поля f магнита NS в n и s такое же, как и в B . Тогда

$$f = \frac{m_1}{(r - a_1)^2} - \frac{m_1}{(r + a_1)^2} = \frac{4a_1 m_1 r}{(r^2 - a_1^2)^2} = \frac{2M_1}{r^3} \left(1 - \frac{a_1^2}{r^2} \right)^{-2} = \frac{2M_1}{r^3} \left(1 + \frac{2a_1^2}{r^2} \right).$$

Остальными членами мы пренебрегаем. Для равновесия стрелки необходимо, чтобы равнодействующая напряжений f и H имела направление оси ns . Это дает $f = H \operatorname{tg} \varphi$, откуда и получается формула (6, a); ее легко вывести также из формулы (58), а (6, b) из (13, c), гл. II.

Второе Гауссово положение. Отклоняющий магнит NS (рис. 258) и здесь расположен перпендикулярно к магнитному меридиану, но центр B стрелки ns находится на прямой, перпендикулярной к оси магнита SN и проходящей через его центр A . Общие формулы (4) и (4, a) дают для этого случая, если положить $\theta_1 = 90^\circ$ и $\theta = -\varphi'$, условие равновесия

$$\frac{M M_1 \cos \varphi'}{r^3} \left\{ 1 + \frac{q_2}{r^2} + \frac{q_4}{r^4} \right\} = H M \sin \varphi' \dots \dots \dots (7)$$

где

$$\left. \begin{aligned} q_2 &= 6a^2 - \frac{3}{2} a_1^2 - \frac{45}{2} a^2 \sin^2 \varphi' \\ q_4 &= \frac{15}{8} a_1^4 - \frac{15}{4} a_1^2 a^2 (6 - 23 \sin^2 \varphi') + 15 a^4 \left(1 - \frac{21}{2} \sin^2 \varphi' + \frac{105}{8} \sin^4 \varphi' \right) \end{aligned} \right\} (7, a)$$

Lamont дает для последних двух коэффициентов в скобках значения $-\frac{21}{4}$ и $-\frac{21}{8}$ вместо $-\frac{21}{2}$ и $+\frac{105}{8}$, что требует исправления. Если ограничиться одним добавочным членом, то получается

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{M_1}{Hr^3} \left\{ 1 + \frac{q_2}{r^2} \right\} \dots \dots \dots (7, b)$$

Пренебрегая величиною a , имеем

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{M_1}{H r^3} \left\{ 1 - \frac{3 a_1^2}{2 r^2} \right\} \dots \dots \dots (7, c)$$

Если пренебречь также величиною a_1 , то остается

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{M_1}{H r^3} \dots \dots \dots (7, d)$$

Формулы (6, b) и (7, d) дают

$$\operatorname{tg} \varphi = 2 \operatorname{tg} \varphi' \dots \dots \dots (7, e)$$

При весьма малых φ и φ' угол отклонения в первом Гауссовом положении вдвое больше, чем во втором. Формулу (7, c) легко вывести, если допустить, что напряжение поля f магнита NS в n и s такое же, как и в B . Величина f складывается из двух равных сил f_1 , направленных, как показано на рисунке, вдоль NB и SB , причем $f = 2 f_1 \sin \alpha$, где $\alpha = \angle ABN$; далее $f_1 = m_1 : r_1^2$; $\sin \alpha = a_1 : r_1$, так что

$$f = \frac{2 m_1 a_1}{r_1^3} = \frac{M_1^2}{(r^2 + a_1^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{M_1}{r^3} \left(1 + \frac{a_1^2}{r^2} \right)^{-\frac{3}{2}} = \frac{M_1}{r^3} \left(1 - \frac{3 a_1^2}{2 r^2} \right).$$

Как и выше, мы имеем условие равновесия $f = H \operatorname{tg} \varphi'$, что и приводит к (7, c). Формула (7, d) легко получается из (13, c), гл. II.

Теперь мы можем показать, в чем заключается проверка закона Кулона, данная Gauss'ом. Gauss предположил, что сила f обратно пропорциональна n -ой степени расстояния r , где n неизвестное, но целое число. Он вычислил, чему в этом случае должны равняться $\operatorname{tg} \varphi$ и $\operatorname{tg} \varphi'$, и нашел для них выражения вида

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{n P}{r^{n+1}} + \frac{Q}{r^{n+3}} \\ \operatorname{tg} \varphi' &= \frac{P}{r^{n+1}} + \frac{Q'}{r^{n+3}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

где P , Q и Q' для данных двух магнитов суть числа, не зависящие от r . При весьма больших r и очень малых φ и φ' получается

$$\varphi = n \varphi' \dots \dots \dots (8, a)$$

Gauss измерил для двух магнитов углы φ и φ' при 15-ти различных значениях r , от $r = 1,1$ м. до $r = 4$ м. Оказалось прежде всего, что при больших r угол φ весьма близок к удвоенному φ' ; так, напр., при $r = 3,5$ м. были найдены $\varphi = 6'56,9''$ и $\varphi' = 3'28,9''$. Отсюда ясно, что $n = 2$. Кроме того, он вычислил по способу наименьших квадратов (т. I) численные коэффициенты в формулах (8), приняв в знаменателях $n = 2$. Он нашел

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= 0,086870 r^{-3} - 0,002185 r^{-5} \\ \operatorname{tg} \varphi' &= 0,043435 r^{-3} + 0,002449 r^{-5} \end{aligned}$$

Вычисленные по этим формулам значения углов φ и φ' отличались от на-

блюденных лишь на немногие секунды. Эти исследования дали наиболее полное и точное подтверждение справедливости закона Кулона.

Вычисляя взаимодействие магнитов, мы не обращали внимания на поперечные размеры магнитов. Мною даны как для общего случая, так и для двух Гауссовых положений, формулы, содержащие добавочные члены, которые зависят от поперечных размеров магнитов. Для цилиндрических полых магнитов можно вполне точно вычислить значение этих членов.

В магнитном поле подвергаются пондеромоторным действиям не только постоянные (естественные или стальные) магниты, но и тела, воспринимающие в магнитном поле временный магнетизм, как, например, куски железа. Сложный вопрос об этих действиях исследовал Kirchhoff (1884).

Взаимодействия многих удобоподвижных (напр., плавающих) магнитов исследовали Lloyd, Wehrauch, A. M. Mayer, Wood и др.

§ 3. Взаимодействие магнитов и токов. В §1 были указаны причины, по которым мы должны одновременно рассматривать силы, действующие на магнит, находящийся в поле тока, и силы, действующие „на ток,“ т. е. на проводник тока, находящийся в поле магнита. Вопрос об этих пондеромоторных силах отчасти уже был нами затронут в главе третьей, начиная с § 7. Мы видели, что взаимодействие между магнитным полюсом и замкнутым током может быть сведено к взаимодействиям между магнитным полюсом и „элементами тока,“ при чем в основу вычислений мы должны положить закон Био и Савара, который выражается формулою

$$f = \frac{mJds}{r^2} \sin \varphi \dots \dots \dots (9)$$

см. (48) гл. III. Здесь m — количество магнетизма в полюсе, J — сила тока в электромагнитных единицах, ds — длина элемента тока, r — расстояние между полюсом и элементом тока, $\angle \varphi = \angle (r, ds)$. Сила f всегда перпендикулярна к плоскости, проходящей через r и ds .

Если f есть сила, действующая на магнитный полюс, то ее направление определяется направлением линий сил прямого тока, получаемого, если ds мысленно продолжить в обе стороны. Это направление определяется правилом Ампера или правилом винта (гл. III, § 2).

Если же f представляет силу, действующую на элемент тока, то f имеет направление, противоположное предыдущему и определяемое правилом левой руки (гл. III, § 8), при чем линия сил совпадает с r . Вводя вообще направление H' магнитного поля в том месте, где находится ds , мы нашли, см. (66) гл. III,

$$f = \mu H' J ds \sin \varphi \dots \dots \dots (9, a)$$

Здесь сила $f \perp$ пл. (H', ds) ; она направлена в сторону, определяемую правилом левой руки.

Законы, выраженные формулами (9) и (9, a), суть законы дифференциальные (гл. III, § 9), относящиеся к бесконечно малой части того

целого, действия которого могут быть исследованы путем опыта. Как все дифференциальные, и эти законы не могут быть проверены, ибо мы не можем выделить из цепи элемент тока и изучить те силы, которые на него действуют или от него исходят. Проверять мы можем только те интегральные законы, которые вытекают из (9) или (9,а) и которые относятся к целому замкнутому току. Из того, что опыт всегда подтверждает результат вычисления, не следует, что дифференциальный закон, положенный в его основание, верен. Мы видели (гл. III, § 9), что к выражению такого закона, напр., к правой стороне (9) или (9,а) можно прибавить какие угодно члены, удовлетворяющие условию, чтобы при интегрировании по замкнутому контуру они давали интегральное действие, равное нулю.

Формула (9) показывает, что взаимодействие между данным магнитным полюсом и током не зависит от магнитных свойств окружающей среды, если только эта среда однородна и безгранична. Легко понять, что так и должно быть, ибо мы видели (гл. III, § 7), что напряжение поля тока при тех же условиях не зависит от окружающей среды. Сказанному не противоречит формула (9,а), в которую входит магнитная проницаемость μ окружающей среды, ибо сама величина H' обратно пропорциональна μ , если источником поля служит магнитный полюс.

Положим, что даны замкнутый ток J и магнитный полюс m , и пусть F — сила, действующая на полюс m . Если V — потенциал тока в той точке, где находится m , то

$$F = -m \frac{\partial V}{\partial n} \dots \dots \dots (10)$$

где n нормаль в точке m к поверхности $V = \text{Const.}$, при чем n направлено в сторону уменьшающегося V . Подставляя для V его значение (60), гл. III и обозначая через F_x , F_y и F_z слагаемые силы F , получаем

$$F_x = -mJ \frac{\partial \Omega}{\partial x}; \quad F_y = -mJ \frac{\partial \Omega}{\partial y}; \quad F_z = -mJ \frac{\partial \Omega}{\partial z} \dots \dots (10, a)$$

Исходя прямо из формулы (9), мы можем вывести другие формулы для силы F и ее слагаемых. Пусть AB (рис. 259) часть замкнутого тока J ; один конец элемента ds имеет координаты x, y, z , другой — координаты $x + dx, y + dy, z + dz$. Полюс m помещаем в начале O координат. Силу, с которою Jds действует на m , обозначим теперь через dF , ее слагаемые через dF_x, dF_y, dF_z ; она имеет направление n , перпендикулярное к плоскости (r, ds) , в сторону, определяемую правилом винта. Формула (9) дает теперь

$$dF_x = \frac{mJds}{r^2} \sin \varphi \cos (n, x) \dots \dots \dots (10, b)$$

Но $rds \sin \varphi \cos (n, x)$ есть проекция на плоскость yOz параллелограмма, построенного на прямых r и ds ; она равна $yz - zdy$. Подставим это выражение в (10, b), проинтегрируем по всему замкнутому контуру тока и напишем аналогичные выражения для dF_y и dF_z . Тогда получается

$$\left. \begin{aligned} F_x &= mJ \int \frac{ydz - zd y}{r^3} \\ F_y &= mJ \int \frac{zdx - xdz}{r^3} \\ F_z &= mJ \int \frac{xdy - ydx}{r^3} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

Далее имеем:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \dots \dots \dots (11, a)$$

$$\cos(F, x) = \frac{F_x}{F}; \quad \cos(F, y) = \frac{F_y}{F}; \quad \cos(F, z) = \frac{F_z}{F} \dots \dots (11, b)$$

Эти формулы дают величину и направление силы F . Заметим, что (11) можно написать еще в таком виде:

$$F_x = mJ \int \frac{z^2}{r^3} d\left(\frac{y}{z}\right); \quad F_y = mJ \int \frac{x^2}{r^3} d\left(\frac{z}{x}\right); \quad F_z = mJ \int \frac{y^2}{r^3} d\left(\frac{x}{y}\right) \dots (11, c)$$

Если полюс m находится не в O , но в точке (x_1, y_1, z_1) , то x, y и z в (11) должны быть заменены величинами $x - x_1, y - y_1$ и $z - z_1$. Мы можем написать

$$F_x = mJ \int \frac{(y - y_1) dz - (z - z_1) dy}{r^3} = mJ \int \frac{\partial}{\partial y_1} \frac{1}{r} dz - mJ \int \frac{\partial}{\partial z_1} \frac{1}{r} dy \dots (11, d)$$

и подобные же выражения для F_y и F_z .

Обращаемся к весьма важному вопросу об источнике той работы, которая совершается при движении магнитного по-

Рис. 259.

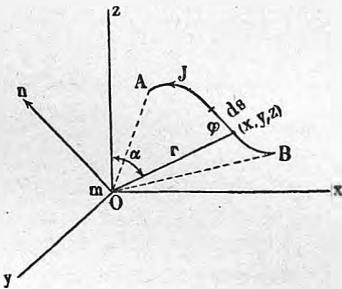
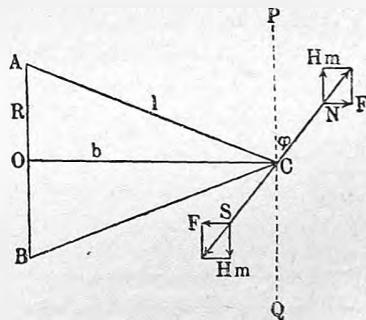


Рис. 260.



люса в поле электрического тока. Докажем, что эта работа не совершается насчет какой-либо особой потенциальной энергии магнита и тока, что, следовательно, случай магнита и тока в этом отношении весьма существенно отличается от случая двух магнитов. Два, напр., одноименных магнитных полюса m и m' обладают, вместе взятые, определенным запасом потенциальной энергии; когда эти полюсы удаляются друг от друга, то работа отталкивающих сил совершается насчет этого запаса энергии, который действительно уменьшается при удалении полюсов друг от друга. Невозможно, чтобы вследствие взаимодействия постоян-

ных магнитных полюсов один из них двигался по замкнутой линии, т. е. возвратился бы к прежнему месту, при чем и запас потенциальной энергии принял бы первоначальное свое значение. Совершенно иначе обстоит дело, когда мы имеем магнитный полюс m и ток J . Линии сил тока суть замкнутые кривые, и мы можем себе представить, что магнитный полюс, находясь под влиянием силы магнитного поля тока, непрерывно движется вдоль такой замкнутой линии сил. Мы увидим ниже, каким образом такое непрерывное движение магнита вокруг тока (или тока вокруг магнита) может быть осуществлено на опыте. При всяком полном обороте будет совершена работа $R = 4\pi Jm$, как это видно из формулы (42) гл. III. Но после полного оборота вся система принимает первоначальное расположение, а следовательно, и „потенциальная энергия полюса и магнита“, если таковая существует, принимает прежнее значение. Ясно, что работа R не могла быть совершена насчет такой энергии. Мы увидим, что она совершается насчет того запаса энергии, который служит источником энергии электрического тока. Этот запас быстрее расходуется, когда, несмотря на движение полюса, сила тока J остается неизменною. Если же по каким-либо причинам расход запаса энергии остается неизменным, то движение полюса вызывает уменьшение силы тока J , т. е. работа производится насчет энергии самого тока, в проводнике которого уменьшается выделение тепла. Здесь мы вступаем уже в область явлений индукции токов, которую мы рассмотрим в части третьей гл. II тома V. Можно строго доказать, что энергия магнитного поля и тока равняется сумме энергий магнита и тока, отдельно взятых, и что, следовательно, никакой особой потенциальной энергии магнита и тока, как совокупности, не существует.

Обращаемся к рассмотрению различных частных случаев пондеромоторных действий токов на магниты.

Сила F , с которою действует весьма длинный прямой ток J на магнитный полюс m , получается из формулы (4), или (48, a); она равна

$$F = \frac{2mJ}{r} \dots \dots \dots (12)$$

где r — расстояние между m и линией тока; сила тока J выражена в э.-м. единицах. Мы видели (стр. 471), что под влиянием тока магнит не может получить вращения около оси, совпадающей с направлением тока. Если же ось вращения магнита не совпадает с линией тока, то магнит испытывает со стороны тока отклоняющее действие. Под влиянием поля земного магнетизма и сил, действующих со стороны тока на его полюсы, магнит принимает некоторое определенное положение равновесия. Исследованием различных случаев такого действия прямого тока занимались Deschamps, Garnault и Raveau.

Легко вычислить, что ток, проводник которого расположен вдоль сторон угла 2φ , действует на полюс m , находящийся на биссектрисе угла, вне самого угла, на расстоянии r от его вершины, с силою, равною

$$F = \frac{2mJ}{r} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \dots \dots \dots (12, a)$$

При $\varphi = 90^\circ$ получается (12); Biot и Savart подтвердили путем опыта справедливость и этой формулы.

Переходим к действию кругового тока на магнитную стрелку. Предположим, что ток расположен в плоскости магнитного меридиана, и пусть AB (рис. 260) его проекция на горизонтальную плоскость; R его радиус. На оси находится в C центр магнитной стрелки NS , ось которой располагается в магнитном меридиане PQ , когда тока нет. Под влиянием тока стрелка отклоняется на некоторый угол φ , который требуется определить. Допустим сперва, что стрелка настолько мала, что напряжения поля тока N и S могут быть приняты равными напряжению поля в C , для которого мы имели (49) гл. III. Силы $\pm F$, действующие на полюсы, параллельны OC и равны

$$F = \frac{2\pi m R^2 J}{l^3} \dots \dots \dots (12, b)$$

где $l = AC$. Равнодействующая сил F и Hm , где H — горизонтальная слагаемая напряжения земного магнетизма, должна совпадать с осью магнита, откуда $\operatorname{tg} \varphi = F : Hm$; вставляя F , имеем

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\pi R^2 J}{H l^3} \dots \dots \dots (13)$$

$$J = \frac{H l^3}{2\pi R^2} \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (13, a)$$

Когда центр C магнита находится в O , имеем $l = R$ и отклонение φ_0 :

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{2\pi J}{RH} \dots \dots \dots (13, b)$$

$$J = \frac{RH}{2\pi} \operatorname{tg} \varphi_0 \dots \dots \dots (13, c)$$

Если нельзя пренебречь размерами магнитной стрелки, то приходится вычислить напряжение поля тока в точках N и S , лежащих вне оси OC тока. Ограничиваемся указанием результатов довольно сложных вычислений. Пусть $CN = CS = a$ полудлина стрелки и $OC = b$. Тогда вместо (13) получается

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{2\pi R^2 J}{H l^3} K \\ K &= 1 - \frac{3a^2(4b^2 - R^2)}{4l^4} (1 - 5 \sin^2 \varphi) + \\ &+ \frac{45a^4(8b^4 - 12b^2 R^2 + R^4)}{64l^8} (1 - 14 \sin^2 \varphi + 21 \sin^4 \varphi) \end{aligned} \right\} \dots \dots (13, d)$$

Если пренебречь третьим членом в выражении K , то получается вместо (13, a)

$$J = \frac{H l^3}{2\pi R^2} \operatorname{tg} \varphi \left\{ 1 + \frac{3a^2(4b^2 - R^2)}{4l^4} (1 - 5 \sin^2 \varphi) \right\} \dots \dots (13, e)$$

Если центр C стрелки находится в O ($b = 0, l = R$), то вместо (13,с) имеем

$$J = \frac{RH}{2\pi} \operatorname{tg} \varphi \left\{ 1 - \frac{3a^2}{4R^2} (1 - 5 \sin^2 \varphi) \right\} \dots \dots \dots (13, f)$$

Весьма важно, что первый добавочный член в (13,д) и в (13,е) исчезает, если принять

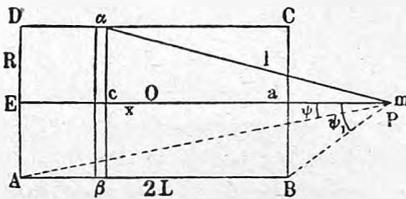
$$b = \frac{R}{2} \dots \dots \dots (13, g)$$

При этом условии можно пользоваться формулами (13) — (13,с), при чем ошибка будет определяться третьим членом в выражении (13,д) для величины K , которая будет равна

$$K = 1 - \frac{54}{125} \left(\frac{a}{R}\right)^4 \{1 - 14 \sin^2 \varphi + 21 \sin^4 \varphi\} \dots \dots \dots (13, h)$$

Переходим к рассмотрению пондеромоторного действия катушки (бобины) на магнитный полюс m . Предположим, что катушка цилиндрическая и состоит из одного слоя изолированной проволоки, намотанной на поверхность цилиндра. Пусть $ABCD$ (рис. 261) продольное сечение катушки, так что обороты проволоки почти перпендикулярны к плоскости

Рис. 261.



рисунка. Пусть $2L$ длина, R радиус катушки, J сила тока, N число всех оборотов проволоки, $n = N : 2L$ число оборотов на единицу длины катушки. Вычислим силу F , действующую на магнитный полюс m , находящийся в P на оси катушки, на расстоянии a от центра O катушки. Элементы тока составляют, как сказано, весьма малый угол с плоскостью, нормальной

к оси катушки; мы примем этот угол равным нулю, т. е. представим себе катушку содержащей N круговых оборотов. Действие каждого из оборотов определяется величиною (12,б). Суммирование N таких величин приводит к сложным и неудобным выражениям. Поэтому мы заменяем суммирование интегрированием, представляя себе, что весь ток NJ равномерно распределен вдоль всей образующей $2L$ цилиндра, так что на единицу длины этой образующей приходится ток $NJ : 2L = nJ$. На расстоянии $Oc = x$ от центра O выделим из катушки часть $\alpha\beta$, ширина которой dx ; она представляет круговой ток радиуса R и силы $nJ dx$, действующий в P с силою dF , которая по формуле (12,б) равна $2\pi m R^2 n J dx : l^3$, где $l^2 = R^2 + (a+x)^2$. Для всей силы F получается

$$F = 2\pi R^2 n J m \int_{-L}^{+L} \frac{dx}{\{R^2 + (a+x)^2\}^{\frac{3}{2}}} = 2\pi n J m \left\{ \frac{a+L}{\sqrt{R^2 + (a+L)^2}} - \frac{a-L}{\sqrt{R^2 + (a-L)^2}} \right\} \quad (14)$$

Обозначим через ψ_1 и ψ углы EPB и EPA , под которыми из P видны

радиусы двух оснований. Тогда имеем

$$F = 2 \pi n J m (\cos \psi - \cos \psi_1) (14, a)$$

Когда полюс m находится в центре bobины ($a = 0$) имеем

$$F_0 = 4 \pi n J m \frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2}} (14, b)$$

Когда bobина весьма длинная, т. е. L очень велико сравнительно с R , мы получаем

$$F_0 = 4 \pi n J m (14, c)$$

Тот же результат получается и для F , если R весьма мало сравнительно с $L - a$. Это означает, что в весьма длинной bobине на некотором расстоянии от ее середины в обе стороны сила F почти постоянная. Оказывается, что при $L = 20R$ сила F меняется на $0,01 F_0$ на протяжении $\frac{7}{8}$ всей длины bobины и на $0,001 F_0$ на протяжении $\frac{2}{3}$ длины. Во все наши формулы можно ввести число $N = 2nL$ всех оборотов, а также длину $D = 2\pi R N = = 4\pi n R L$ всей проволоки. Если в P находится центр магнитной стрелки, настолько малой, что можно принять силы, действующие на ее полюсы, равными F , и если ось катушки перпендикулярна к плоскости магнитного меридиана, то ось стрелки отклонится из этой плоскости на угол φ , определяемый равенством

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F}{H m} (15)$$

где множитель m всегда сокращается, так как он содержится в F . От катушки, которая содержит один слой проволоки, можно перейти к катушке, которая состоит из ряда слоев, заполняющих пространство, ограниченное поверхностями двух коаксиальных цилиндров, радиусы которых R_1 и R_2 . Число слоев на единице длины, очевидно, равно n и, следовательно, полное число слоев $N_1 = n(R_2 - R_1)$. Заменяя опять суммирование интегрированием, мы должны в (14) положить dF вместо F и $nJ dR$ вместо J , и проинтегрировать все выражение от $R = R_1$ до $R = R_2$. Получается

$$F = 2 \pi n^2 J m \left\{ (a + L) \operatorname{lg} \frac{R_2 + \sqrt{R_2^2 + (a + L)^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (a + L)^2}} - \right. \\ \left. - (a - L) \operatorname{lg} \frac{R_2 + \sqrt{R_2^2 + (a - L)^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (a - L)^2}} \right\} (15, a)$$

Полагая $a = 0$, получаем силу F_0 в центре катушки:

$$F_0 = 4 \pi n^2 J L m \operatorname{lg} \frac{R_2 + \sqrt{R_2^2 + L^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + L^2}} (15, b)$$

Можно изменить эти формулы, вводя полное число оборотов проволоки, т. е. величину $N_2 = N N_1 = 2n^2 L(R_2 - R_1)$.

Мы предположили, что магнитный полюс находится на оси катушки. Случай, когда полюс расположен вне этой оси, рассматривали Мах-

well, Hicks, James, Stuart, Minchin, Nagaoka и др. Ограничиваемся указанием, что внутри весьма длинной катушки сила F имеет одинаковую величину во всех точках, достаточно удаленных от концов, т. е. не только расположенных на оси катушки, о чем уже было сказано выше, но и вне ее в любом месте поперечного сечения. Подробное изложение относящихся сюда вопросов можно найти в книге Mascart et Joubert „Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme“ т. II, 1886, стр. 101—118.

Формулы (14) и (15, a) дают возможность разобрать вопрос о влиянии катушки на магнит, ось которого расположена вдоль оси катушки. Если ближайшие друг другу концы катушки и магнита неоднородны, то магнит втягивается внутрь катушки с силою, которую легко вычислить на основании указанных формул, если пренебречь намагничивающим действием катушки. Положение равновесия магнита достигается, когда его центр совпадает с центром катушки. Совершенно иными формулами выражается сила, с какою катушка втягивает мягкое железо, которое намагничивается этою же катушкою, при чем степень намагничивания зависит от относительного положения катушки и железа. Ограничиваемся указанием на работы Hankel'я, Dub'a, Waltenhofen'a, St. Loup и Cazin'a.

Катушка может быть намотана на цилиндр таким образом, что ее толщина в различных поперечных сечениях окажется неодинаковой, иначе говоря, что ее наружная поверхность не представляется цилиндрической. И внутренняя поверхность катушки может быть сделана не цилиндрической: проволока может быть намотана на поверхность прямоугольного параллелепипеда, шара, эллипсоида. Многие ученые вычисляли действия таких катушек на магнитный полюс. Результаты этих вычислений не имеют, однако, в настоящее время большого практического интереса, и мы ограничиваемся указанием в обзоре литературы работ некоторых ученых; к ним относятся: C. Neumann, Riescke, Wallentin, Minchin и др. Приведем одну формулу. Ток J , идущий по периметру правильного n -угольника, каждая из сторон которого равна a , действует на полюс m , находящийся в центре, с силою, которая равна

$$F = \frac{4nJm}{a} \sin \frac{\pi}{n} \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} \dots \dots \dots (15, c)$$

При $n = \infty$ и $na = 2\pi R$ получается выражение тождественное с (12, b) при $l = R$.

Большой интерес представляет действие тока J , проходящего по проволоке, намотанной на поверхность кольца, поперечное сечение которого вполне произвольное. Такое кольцо получается при вращении произвольной плоской фигуры $abcde$ (рис. 262) около некоторой оси AB . Плоскость, проходящая чрез ось AB , пересекает кольцо по двум фигурам $abcde$ и $a'b'c'd'e'$. Число всех оборотов проволоки N ; заменяем их N замкнутыми токами, огибающими контуры меридиональных сечений. Требуется определить силу F , действующую на полюс m , находящийся во внутренней точке M , расстояние которой от оси AB мы обозначим

через r . Принимая во внимание симметрию распределения токов вокруг оси AB и основное положение, по которому линии сил токов суть замкнутые кривые, обхватывающие линию тока, мы видим, что линия сил, проходящая чрез M , только и может быть окружностью радиуса r . Эта линия обхватывает каждый из замкнутых токов, а потому работа, совершенная магнитными силами при движении полюса m вдоль всей линии сил, т. е. величина $2\pi r F$, должна быть равна $4\pi N J m$, как это видно из формулы (42, *a*) гл. III. Отсюда получаем

$$F = \frac{2NJm}{r} \dots \dots \dots (16)$$

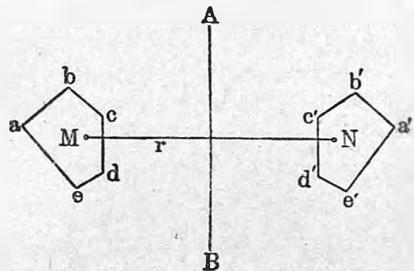
Так как, с одной стороны, линии сил нигде не пересекают поверхности кольцевой обмотки, и с другой стороны, каждая линия сил должна обхватывать ток, а следовательно, пронизывать плоскость, по контуру которой течет этот ток, то ясно, что замкнутая кольцевидная катушка никакого магнитного поля во внешнем пространстве не вызывает. Внутри кольца линии сил суть окружности, расположенные, как было описано выше; сила F внутри кольца обратно пропорциональна расстоянию от оси AB кольца.

Она не зависит ни от формы, ни от размеров поперечного сечения кольца, но только от силы тока J и от числа N оборотов проволоки. Формула (16) остается верною и для случая, когда обмотка кольца состоит из произвольного числа слоев.

В гл. III, § 7 мы познакомились с электродинамическим соленоидом и его магнитным полем и видели, что поле тождественно с полем магнитного соленоида, полюсы которого находятся на концах соленоида и содержат количество магнетизма $\pm m = J_s \sigma = n J \sigma$, где n число круговых токов J , наизанных на единицу длины оси соленоида; $J_s = n J$ есть сила соленоида, и σ — площадь, огибаемая каждым из токов. Для краткости мы электродинамический соленоид будем просто называть „соленоидом.“ Практически мы получаем такой соленоид, если пропустим ток через обмотку не слишком короткой катушки. Южный полюс такого соленоида находится на том конце, глядя на который, мы увидим направление огибающего его тока одинаковым с направлением движения часовой стрелки. Пондеромоторное действие соленоида на подвижный магнит одинаково с действием на тот же магнит другого магнита, положение и напряжение полюсов которого указано выше.

Особый случай т. наз. униполярного действия поля электрического тока на магнит мы рассмотрим ниже.

Рис. 262.



Переходим к некоторым случаям действия поля магнитов на подвижные электрические токи. Мы видели, что на элемент тока Jds , находящийся в поле, напряжение которого H' , действует сила, величина которой определяется формулой (9,а), а направление — правилом левой руки (гл. III, § 8). Из этого правила явствует, что ток, направленный вертикально вниз и находящийся под влиянием поля земного магнетизма, должен стремиться двигаться на восток, а ток, направленный вверх — на запад. Из сказанного в начале этого параграфа явствует, что если в формулах (11) — (11,д) переменить с правой стороны знак, то получатся слагаемые силы F , с которою полюс m магнита действует на неизменный проводник AB с током J . Мы имеем, например,

$$F_x = -mJ \int \frac{ydz - zdy}{r^3} = mJ \int \frac{z^2}{r^3} d\left(\frac{y}{z}\right) \dots \dots \dots (17)$$

Из закона равенства действия и противодействия явствует, что подвижной соленоид подвергается в магнитном поле тем же силам, как и эквивалентный ему магнит.

Обращаемся к выводу общего выражения для пондеромоторного действия поля на замкнутый ток. Мы нашли для потенциальной энергии W замкнутого тока J , помещенного в магнитное поле, формулу (64,б), гл. III

$$W = -JN \dots \dots \dots (18)$$

где N число линий индукции, проходящих через поверхность, ограниченную линией тока, по направлению от южной стороны к северной. Если какой-либо параметр p , определяющий положение тока, меняется под влиянием поля на величину dp , и при этом совершается работа Pdp , то $Pdp = -dW$; отсюда

$$P = J \frac{dN}{dp} \dots \dots \dots (19)$$

Работа Pdp может быть только положительной; отсюда следует, что движение тока, вызванное полем, будет сопровождаться увеличением числа N линий индукции. Устойчивое равновесие достигается, когда число N принимает наибольшее возможное значение. Мы имеем $P = 0$ также и в случае, когда N есть минимум; легко понять, что этот случай соответствует неустойчивому равновесию проводника. Полагая в (19) p равным прямолинейной координате, мы видим, что поступательное движение замкнутого тока не может быть вызвано равномерным полем. В неоднородном поле замкнутый ток стремится переместиться в сторону возрастающего напряжения поля. Если ток может только вращаться около неподвижной оси A , и если в (19) принять p равным углу α , определяющему положение проводника, то P будет момент \mathfrak{M} пары сил, вращающей проводник около оси A , так что

$$\mathfrak{M} = J \frac{dN}{d\alpha} \dots \dots \dots (19, a)$$

Если ось A параллельна линиям сил равномерного поля, то очевидно $\mathfrak{M} = 0$. Положим, что ось A перпендикулярна к линиям сил, и что $\alpha = 0$, когда проекция замкнутой линии тока на плоскость, перпендикулярную к линиям сил, имеет наибольшее значение S . Когда ток плоский, то S и есть площадь, огибаемая током. Легко понять, что $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ соответствует положениям равновесия. Примем, что при $\alpha = 0$ мы имеем равновесие устойчивое. При произвольном α мы имеем $N = BS \cos \alpha$, где B индукция. Тогда (19, a) дает момент пары сил

$$\mathfrak{M} = -JBS \sin \alpha \dots \dots \dots (19, b)$$

Если силовые линии составляют угол $90 - \beta$ с осью вращения, то

$$\mathfrak{M} = -JBS \cos \beta \sin \alpha \dots \dots \dots (19, c)$$

Знак минус показывает, что пара сил стремится уменьшить угол α . Положим, что ток может вращаться около вертикальной оси, что он расположен в поле земного магнетизма, и что линия тока плоская. В таком случае

$$\mathfrak{M} = -JHS \sin \alpha \dots \dots \dots (19, d)$$

где H горизонтальная слагаемая напряжения земного магнетизма. Со-

Рис. 263.

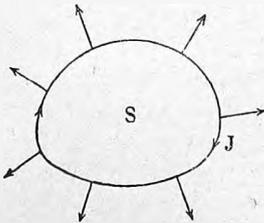
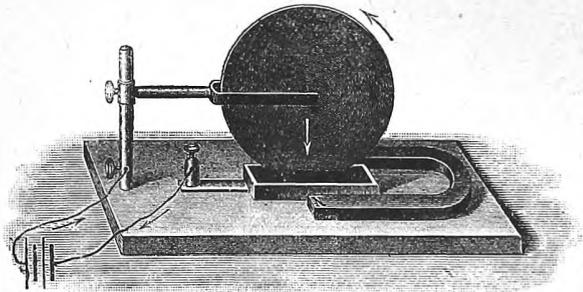


Рис. 264.



леноид, ось которого горизонтальна, и который может вращаться около вертикальной оси, проходящей через его центр, устанавливается своею осью в магнитном меридиане. Если часть проводников подвижна или может подвергаться деформациям, то положение устойчивого равновесия будет соответствовать наибольшей достижимой при данных условиях площади S . Представим себе замкнутый плоский ток J (рис. 263) в равномерном поле, линии сил которого перпендикулярны к плоскости рисунка и направлены от читателя; направление тока показано на рисунке. Проводник, сам по себе, будет находиться в положении равновесия, но при этом ко всем его элементам будут приложены силы (см. стрелки), стремящиеся растянуть линию тока, т. е. увеличить площадь S .

Интересный случай пондеромоторного действия магнита на ток можно видеть на колесе Ваглов'a (рис. 264). Вращаясь около горизонтальной оси, колесо нижним краем или зубцами погружается в ртуть,

помещенную между колесами подковообразного магнита. Ток приводится через ось колеса к ртути (см. рис. 264) и след. течет по колесу вдоль вертикального радиуса. Действием магнита этот радиус получает движение по направлению, перпендикулярному к линиям сил (между полюсами магнита) и к самому себе: колесо начинает вращаться по направлению, указанному стрелкой. Если переменить направление тока, то вращение происходит в обратную сторону. Этот опыт ясно показывает, что субстрат тока связан с веществом проводника, на который передаются те силы, которые мы должны представлять себе действующими прежде всего именно на субстрат тока.

Нам остается рассмотреть весьма важный, особенно для теории, случай непрерывных вращений токов или магнитов; относящиеся сюда явления могут быть названы униполярными. Обратимся, прежде всего, к рис. 265 и определим слагаемую \mathcal{M}_z вращающего момента \mathcal{M} , действующего на часть AB тока J , которая находится под влиянием полюса m . На элемент Jds действует сила, слагаемая dF_x которой дана в (10, b). Вставляя, как это уже было сделано, $yz - zdy$ вместо $rds \sin \varphi \cos(n, x)$, получаем, см. (11),

$$dF_x = JM \frac{yz - zdy}{r^3}$$

и аналогичные выражения для dF_y и dF_z . Слагаемая $d\mathcal{M}_z$ момента $d\mathcal{M}$, действующего на Jds , равна

$$d\mathcal{M}_z = xdF_y - ydF_x = \frac{Jm}{r^3} \{z(xdx + ydy) - (x^2 + y^2)dz\}.$$

Но равенство $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ дает $rdr = xdx + ydy + zdz$, а потому

$$d\mathcal{M}_z = \frac{Jm}{r^3} \{z(rdr - zdz) - (r^2 - z^2)dz\} = \frac{Jm}{r^3} (zdr - rdz) = -Jm d \frac{z}{r}.$$

Полагая $\angle(r, z) = \alpha$, имеем $z = r \cos \alpha$, и следовательно,

$$d\mathcal{M}_z = -Jm d \cos \alpha.$$

Вводя обозначения $\angle Bmz = \alpha_1$, $\angle Amz = \alpha_2$, получаем

$$\mathcal{M}_z = Jm (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \dots \dots \dots (20)$$

Эта формула показывает, что момент сил, действующих на проводник AB тока J , взятый относительно оси, проходящей через полюс m , не зависит от формы проводника, а только от положения его концов A и B . Если ток замкнутый, то $\mathcal{M}_z = 0$. Магнитный полюс не может заставить замкнутый ток вращаться около оси, проходящей через этот полюс. Отсюда следует, что равнодействующая всех сил, с которыми магнитный полюс действует на замкнутый ток, проходит через этот полюс. В виду важности полученного результата, мы дадим еще один, более простой вывод формулы (20). Так как момент не зависит от формы проводника AB , то мы допустим, что он расположен в плоскости, проходящей через полюс m и концы A и B . Пусть MN (рис. 265)

ось вращения, m магнитный полюс. Сила dF , равная $Jm \sin \varphi ds : r^2$, действующая на элемент ds , перпендикулярна к плоскости рисунка, а потому ее момент $d\mathfrak{M}$ равен $Jmp \sin \varphi ds : r^2$, где p расстояние элемента ds от оси MN . Но $p = r \sin \alpha$, где $\alpha = \angle(r, MN)$, $ds \sin \varphi = r d\alpha$ и след. момент $d\mathfrak{M} = Jm \sin \alpha d\alpha = -Jm d \cos \alpha$, откуда и получается, полагая $\angle AmM = \alpha_1$ и $\angle BmM = \alpha_2$,

$$\mathfrak{M} = Jm (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \dots \dots \dots (20, a)$$

Рассмотрим чрезвычайно важный частный случай, а именно вращение части цепи вокруг оси, совпадающей с осью данного магнита. Пусть ns (рис. 266, I—IV) магнит, MN его ось, проходящая через оба полюса. Формула (20, a) дает момент, вызванный одним полюсом; другой полюс вызывает подобный же момент, но противоположного знака, при чем вместо α_1 и α_2 должны быть вставлены углы α_1' и α_2' между осью

Рис. 265.

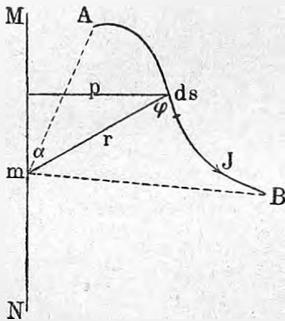
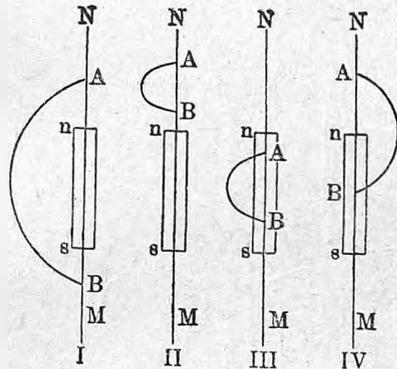


Рис. 266.



магнита и прямыми, проведенными из второго полюса к концам A и B подвижной части цепи. Таким образом получается

$$\mathfrak{M} = Jm (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 - \cos \alpha_1' + \cos \alpha_2') \dots \dots \dots (20, b)$$

Так как вращение происходит вокруг оси MN магнита, то ясно, что концы A и B должны находиться на самой оси MN . Здесь возможны четыре случая:

I (рис. 266, I). Точки A и B находятся с двух сторон от магнита; $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, $\alpha_1' = \alpha_2' = \pi$; (20, b) дает $\mathfrak{M} = 0$, вращение невозможно.

II (рис. 266, II). Точки A и B находятся с одной стороны от магнита; $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_1' = \alpha_2' = 0$; (20, b) дает $\mathfrak{M} = 0$; вращение невозможно.

III (рис. 266, III). Точки A и B находятся между полюсами магнита; $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi$, $\alpha_1' = \alpha_2' = 0$; (20, b) дает $\mathfrak{M} = 0$; вращение невозможно.

IV (рис. 266, IV). Один конец подвижного проводника находится вне магнита, другой — между его полюсами; $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$, $\alpha_1' = 0$, $\alpha_2' = 0$; (20, b) дает

$$\mathfrak{M} = 2mJ \dots \dots \dots (21)$$

Вращение происходит; оно продолжается непрерывно, так как относительное расположение тока и магнита во время вращения не меняется. Итак, непрерывное вращение части цепи вокруг оси магнита возможно в том случае, когда концы этой цепи, находящиеся на оси, расположены с двух сторон от одного из полюсов или, иначе говоря, когда один, и только один из этих концов находится между полюсами магнита.

Непрерывное вращение магнита может быть вызвано током; при этом следует отличать два случая:

1. Вращение одного из полюсов магнита вокруг тока, при чем другой полюс находится на самой оси вращения или расположен так, что не подвергается вращательному (в обратную сторону) действию тока.

2) Вращение магнита около собственной своей оси. Этот во всех отношениях удивительный случай пондеромоторного действия

Рис. 267.

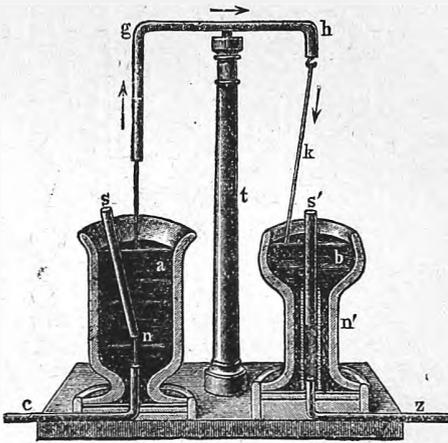
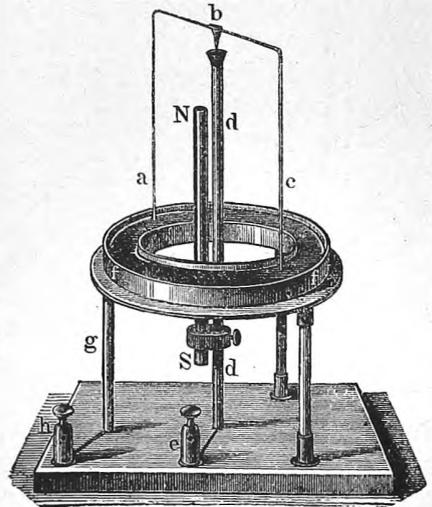


Рис. 268.



осуществляется по схеме, изображенной на рис. 266, IV, и представляет обратное только-что рассмотренному непрерывному вращению подвижной части *AB* проводника около неподвижного магнита. Если сделать часть *AB* неподвижной, а магнит способным вращаться около своей оси, то такое его вращение действительно происходит: магнит непрерывно вращается около своей оси по направлению, обратному направлению вращения подвижного проводника *AB* около оси неподвижного магнита.

Непрерывное вращение токов или магнитов в указанных трех случаях впервые получил Faraday (1824). Рассмотрим устройство некоторых приборов, служащих для демонстрации этих вращений.

На рис. 267 изображен прибор Faraday'я, в котором рядом происходят вращение магнита *sn* вокруг тока *gac* и вращение части *k* проводника тока вокруг магнита *s'n'*. Прибор состоит из двух сосудов, содер-

жащих ртуть; ток пропускается по направлению $caghkbbz$. Нижний конец магнита ns привязан ниточкой к концу проволоки; магнит $n's'$ вставлен в металлическую трубку; нижний конец проволоки k плавает на поверхности ртути. Легко сообразить, что полюс s будет вращаться около ga , и проводник k около полюса s' по направлению движения часовой стрелки, если смотреть сверху. Ныне часто пользуются прибором, изображенным на рис. 268. Металлический столбик dd , соединенный с зажимом e , снабжен наверху чашечкой с ртутью, в которую вставлено острие, поддерживающее проволоку adc . Концы этой проволоки погружены в ртуть, налитую в кольцеобразный сосуд f и соединенную с зажимом h . Около оси помещен магнит NS . Если ток идет по направлению $hgfbde$, то обе проволоки вращаются по направлению, обратному движению часовой стрелки.

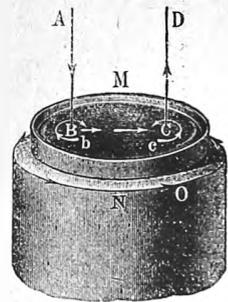
Если пропустить ток по свободно висящей металлической тонкой и гибкой ленте и поднести к ней магнит, то лента винтообразно обвертывается вокруг магнита. Riecke (1884), Lamprecht (1885) и Colard (1895) исследовали теоретически вопрос о форме, которую принимают легко сгибающиеся, но нерастяжимые проводники под влиянием магнитных сил; опытные исследования производили Le Roux, Gore и др.

Вращение может быть получено и в жидкостях, через которые проходит ток; такое явление наблюдал впервые Davy (1823). Проще всего вращение получается, если на полюсе N магнита (рис. 269) поставить чашечку со ртутью и в нее погрузить концы проводов A и D . Если ток пропустить по направлению стрелок, то на поверхности ртути замечаются два вихреобразных вращения по направлениям, указанным стрелками. Bertin, de la Rive и др. построили различные приборы, служащие для наблюдения вращения жидкостей. Теорию этого явления весьма подробно развил Riecke (1885).

Вращение магнита около своей оси может быть показано на приборе, изображенном на рис. 270. Магнит ns снабжен на концах остриями, так что он может вращаться около своей оси; нижняя подпорка k соединяется с зажимом a . К кольцу c , надетому на середину магнита, припаяна проволока, согнутый конец которой несколько опущен в ртуть, налитую в кольцевидный сосуд и соединенную с зажимом e . Легко видеть, что этот прибор вполне соответствует схеме, показанной на рис. 266, IV. Если пропустить ток по направлению $efcka$, то магнит начнет вращаться по направлению движения часовой стрелки, если смотреть сверху.

Чтобы показать непрерывное вращение магнита вокруг тока, пользуются ныне, вместо простого прибора Faraday'я (рис. 270), другим, изображенным на рис. 271. Металлический столбик ab , соединенный с зажимом c , снабжен чашечкой с ртутью, в которую погружен нижний конец медного, подвешенного на ниточке стерженька d . С ним связаны

Рис. 269.



два магнита ns и n_1s_1 и проволока e , конец которой, как в предыдущем приборе, опущен в ртуть, соединенную с зажимом g . Если пропустить ток по направлению $ghfedbac$, то полюсы s и s_1 начнут вращаться около тока ba по направлению, обратному движению часовой стрелки, если смотреть сверху.

В последнее время построили новые приборы Ulsch, W. Koenig и, в особенности, В. В. Николаев.

Укажем устройство некоторых из остроумно построенных приборов В. В. Николаева. Один из них изображен на рис. 272. Полюс электромагнит NS висит на нитке, прикрепленной в O ; его обмотка не изображена, но в M и Z видны ее концы. В a находится пробка, над которой налита

Рис. 270.

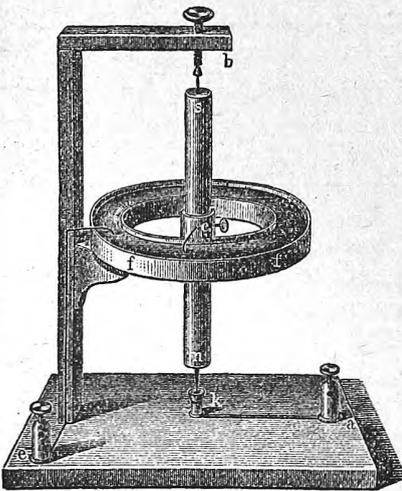
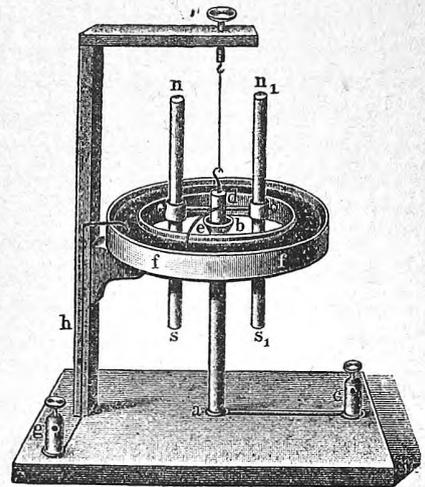


Рис. 271.



ртуть; E кольцевой сосуд со ртутью; стержень K и проходит через сосуд F со ртутью, которая находится и в Z , и в кольцевом сосуде rg . Ток батареи E может быть замкнут по четырем контурам.

I. Провода ML и DF сняты; ток идет по направлению $BCDERTgpZAB$. Вся цепь, если не считать обмотки между r и Z , которая, очевидно, не может вызвать движения магнита, расположена вне магнита и с ним не связана. Магнит остается неподвижным.

II. Провода Mr , DF и $ERTg$ сняты; ток идет по направлению $BCDELMZAB$. Часть ML цепи скреплена с магнитом, который вращается весьма энергично под влиянием остальной части цепи.

III. Провода DE , $D'E$ и ML сняты; направление тока $B CD'FNKbERTgpZAB$. Теперь часть FK соединена с магнитом, который вращается в обратном направлении.

IV. Провода $D'F$, DE и ML сняты; направление тока $B CD'KbERTgpZAB$, т. е. часть FNK , связанная с магнитом, заменена частью $D'K$, не соединенной с ним. Магнит вращается так же энергично, как в третьем случае; это показывает, что ток $D'K$ столь же неактивен,

как связанный с магнитом ток FNK , и что цепь, часть которой расположена внутри полого магнита, вызывает вращение.

Другой прибор изображен на рис. 273. Магнит NS свободно висит внутри трубки $CCDD$, окруженной двумя кольцевыми сосудами C и D со ртутью; он скреплен с прямолинейным проводником AB ; верхний кольцевой сосуд C металлически соединен с трубкой CD . Ток имеет направление, показанное стрелками, он проходит по AB и по трубке $CCDD$. Магнит вращается вместе с проводником AB .

Третий прибор В. В. Николаева изображен на рис. 274. Электромагнит NS привешен к нитке n ; он окружен двумя трубками aa и bb .

Рис. 272.

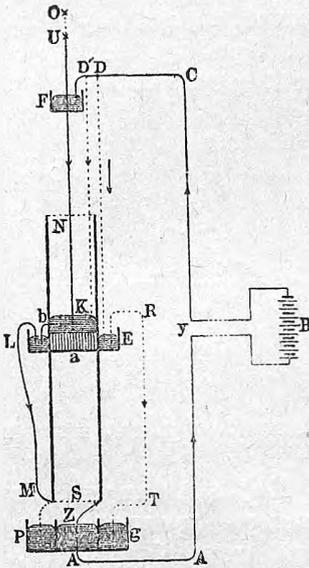


Рис. 273.

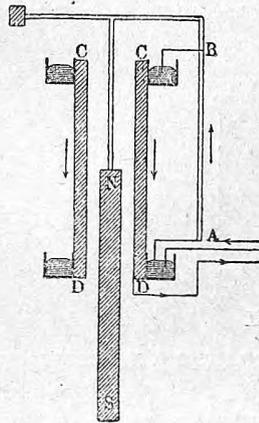
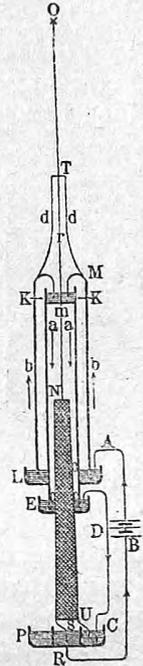


Рис. 274.



Сосуды KK и R , а также кольцевые сосуды L , E и PC содержат ртуть. Внешняя трубка bb прикреплена к диску T , висящему на нитке TO . К тому же диску прикреплена нить n , на которой свободно висят сосуд KK и внутренняя трубка aa ; нить m прикреплена к сосуду KK . Направление тока $BA b K a E D C u S R B$; он проходит вдоль трубок aa и bb по направлениям противоположным. Магнит может быть скреплен с внутреннейю трубкою aa ; тогда вся система $SNEaaK$, как целое, висит на нити n . Если NS и aa не скреплены, то магнит остается в покое, и обе трубки вращаются в противоположных направлениях. Если магнит скреплен с трубкою aa , то оба вращаются вместе в одну сторону, внешняя трубка bb — в противоположную.

В 1895 г. возник по почину Lecher'a продолжительный спор по вопросу об условиях возникновения непрерывных вращательных движений магнитов и токов. Мы возвратимся к этому вопросу, в разборе которого приняли участие весьма многие ученые, в статье о т. наз. униполярной индукции.

§ 4. Взаимодействие токов. Учение о взаимодействиях двух токов составляет часть т. наз. электродинамики, к которой относится еще учение об индукции токов (Т. V).

Проводник с током, помещенный в магнитное поле тока, должен подвергаться пондеромоторным силам. Правило левой руки дает возможность во многих случаях определить направление этих сил, а след., и те движения, которые совершают подвижные проводники при различных условиях. Рассмотрим некоторые частные случаи.

Два параллельных тока A и B (рис. 275) одного направления притягиваются. Действительно: линии сил тока A , по правилу винта, встречают ток B , имея направление от читателя. Правило левой руки (ладонь вверх, указательный палец вперед, средний вверх, большой на-

Рис. 275.

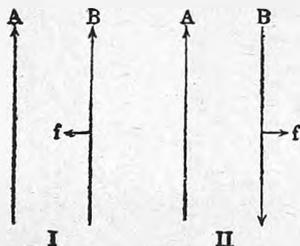
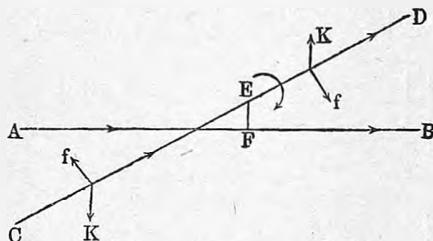


Рис. 276.



лево) показывает, что сила f , действующая на элементы тока B , направлена к току A .

Два параллельных тока A и B (рис. 275) противоположного направления отталкиваются, ибо теперь правило левой руки (ладонь вниз, указательный вперед, средний вниз, большой направо) дает силу f , направленную от A направо.

Положим, что токи AB и CD (рис. 276) составляют между собою острый угол, и что CD может вращаться около кратчайшего расстояния EF токов, оставаясь в некоторой плоскости P (не указанной на рисунке), параллельной AB . Такое движение может быть вызвано только слагаемой K напряжения поля, перпендикулярной к P . В точках, расположенных на ED , слагаемая K направлена вверх, а потому пондеромоторная сила f направлена вправо; в точках, находящихся на EC , слагаемая K направлена вниз, а потому сила f — влево. Ясно, что ток CD будет вращаться по движению часовой стрелки, стремясь стать параллельно AB . Если бы ток CD имел противоположное направление (от D к C), и, след., направления токов составляли тупой угол, то и силы f имели бы противоположное направление. Ток CD вращался бы обратное движению часовой стрелки, стремясь стать параллельно AB так, чтобы

токи были направлены в одну сторону. Результат, к которому мы пришли, иногда формулируют так: токи, составляющие угол, притягиваются, когда оба направлены к вершине, или от вершины угла; они отталкиваются, когда один направлен к вершине, другой от вершины угла. Проще можно сказать, что токи, составляющие угол, стремятся стать параллельно и притом так, чтобы они были направлены в одну сторону.

Положим, наконец, что CD (рис. 277) подвижная часть проводника, перпендикулярная к току AB . В CD линии сил тока AB перпендикулярны к плоскости рисунка и направлены к читателю. Правило левой руки показывает, что на проводник CD действует система параллельных сил, равнодействующая f которых направлена вправо; проводник CD будет перемещаться параллельно самому

Рис. 277.

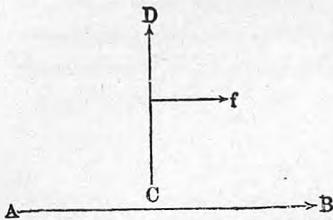
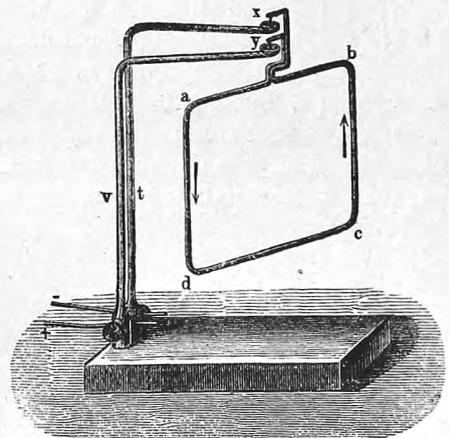


Рис. 278.

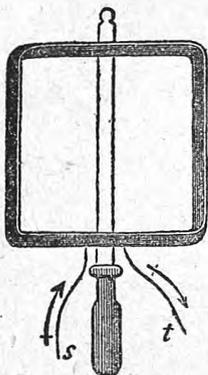


себе вдоль тока AB и притом в сторону той половины тока, которая, на основании предыдущего, его притягивает.

Для опытного наблюдения рассмотренных случаев пондеромоторных взаимодействий токов служат разнообразные приборы, из которых мы опишем немногие. Для подвешивания подвижных проводников служат, например, два металлических изогнутых столбика t и v (рис. 278), снабженных чашечками с ртутью (x и y), которые расположены одна над другой. В эти чашечки вставляются при помощи двух острых подвижные проводники различной формы, напр., четырехугольный проводник $abcd$, или круглый и т. д. К нему подносят другой проводник с током, форма которого также может быть весьма различная, напр., проволоочная рамка, снабженная рукояткою (рис. 279). Поднося эту рамку хотя бы к частям ad или bc четырехугольника $abcd$ (рис. 278), легко показать притяжение и отталкивание параллельных токов; если держать рамку под проволокою dc , то можно обнаружить вращение подвижного тока, составляющего угол с другим, неподвижным током.

Взаимное притяжение параллельных и одинаково направленных токов можно обнаружить и на частях одной и той же цепи. Для этого служит прибор *Roget* (рис. 280), главную часть которого представляет вертикально подвешенная, упругая проволока винтообразной формы; к

Рис. 279.



ее нижнему концу припаян шарик с острием, касающимся поверхности ртути, налитой в металлической чашечке. Если через эту проволоку пропустить ток, то ее обороты взаимно притягиваются. Вследствие этого она укорачивается, острие поднимается вверх и перестает касаться ртути. Ток прерывается, притяжение оборотов прекращается, и нижний конец под влиянием веса шарика вновь опускается. Но как только острие касается поверхности ртути, ток замыкается, обороты притягиваются, острие поднимается и т. д. В результате получается непрерывное быстрое движение шарика вверх и вниз.

Наконец, боковое движение части цепи, перпендикулярной к току (см. рис. 277), может быть показано на приборе, изображенном на рис. 281. Он состоит из кольцевидного сосуда *a*, наполненного ртутью, которая соединена с зажимом *c*. Вертикальный столбик, соединенный с зажимом *b*, снабжен наверху чашечкой с ртутью, в которую погружено острие *o*, припаянное к проволоке *npr*,

Рис. 280.

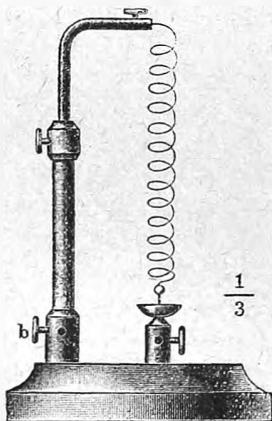
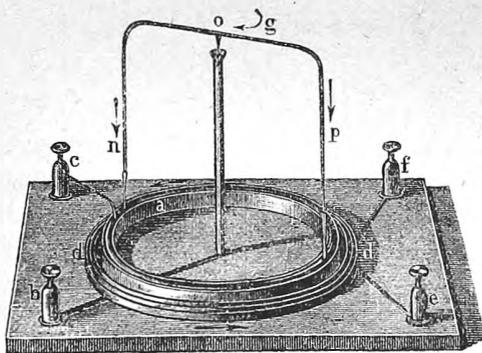


Рис. 281.



концы которой немного погружены в ртуть сосуда *a*. Этот сосуд окружен несколькими оборотами проволоки *dd*, концы которой соединены с зажимами *f* и *e*. Если при помощи этих зажимов пропустить ток через проволоку *dd*, и в то же время, при помощи зажимов *b* и *c*, пропустить ток через обе половины проволоки *npr*, то последняя начинает вращаться около среднего столбика. Если токи имеют направления, показанные стрелками, то вращение происходит по направлению движения часовой стрелки.

Первые приборы, удобные для исследования и демонстрации различных случаев взаимодействия токов, построил Ампер. Другие приборы построили Savary, Ritchie, Bertin, Mühlenbein, Benecke, Oberbeck и др.

Зная расположение линий сил тока, мы могли определить направление пондеромоторных сил, действующих в некоторых частных случаях на подвижные части цепи, вследствие взаимодействия двух токов. Однако, выводы, к которым мы пришли в предыдущих главах, дают нам возможность идти еще гораздо дальше в разборе вопроса о взаимодействии токов.

Прежде всего мы можем решить вопрос о влиянии среды на взаимодействие токов. Мы видели, что магнитное поле тока силы J , текущего по замкнутой линии s , тождественно с магнитным полем магнитного листка, который покрывает произвольную поверхность S , ограниченную кривою s , при чем сила ω двойного слоя определяется формулою (59, d) стр. 484

$$\omega = \mu J \dots \dots \dots (22)$$

Здесь μ — магнитная проницаемость среды, которую принимаем однородной, а $\omega = k\delta$, где δ — толщина листка, $\pm k$ — поверхностная плотность магнетизма на двух его сторонах. Два тока J_1 и J_2 действуют друг на друга так, как два магнитных листка, силы которых $\omega_1 = \mu J_1$ и $\omega_2 = \mu J_2$. Взаимодействие таких двух листков, по закону Кулона, пропорционально величине $\omega_1\omega_2$: μ . Отсюда следует, что взаимодействие двух токов пропорционально величине $\mu J_1 J_2$. Можно рассуждать иначе: заменяем только один из токов, напр., J_1 листком, сила которого $\omega_1 = \mu J_1$. Действие этого листка на ток J_2 пропорционально величине $\omega_1 J_2$ и от среды не зависит (стр. 662). Подставляя $\omega_1 = \mu J_1$, находим опять, что взаимодействие токов пропорционально величине $\mu J_1 J_2$. Итак взаимодействие двух токов прямо пропорционально магнитной проницаемости μ окружающей однородной среды. Ziegler (1907) подтвердил правильность этого вывода на опыте, пользуясь, как средою, глицерином, в котором были взвешены опилки железа. Для сравнения вспомним, что взаимодействие двух магнитов обратно пропорционально μ , а взаимодействие тока и магнита от μ не зависит.

Далее мы, на основании прежних выводов, имеем возможность решить в весьма общем виде вопрос о пондеромоторных силах взаимодействия двух токов, а также различных частей одного и того же тока друг на друга. Мы видели, что потенциальная энергия $W_{1,2}$ двух замкнутых токов J_1 и J_2 друг на друга выражается формулою (70) стр. 495

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu L_{1,2} \dots \dots \dots (23)$$

где $\mu L_{1,2}$ мы назвали коэффициентом взаимной индукции двух токов. Далее мы видели, что поток $\Psi_{1,2}$ магнитной индукции (или число $N_{1,2}$ линий индукции поля тока J_1), проходящий через контур тока J_2 , если $J_1 = 1$, равен потоку $\Psi_{2,1}$, или числу $N_{2,1}$ линий индукции поля

тока $J_2 = 1$, проходящему через контур тока J_1 , так что $\Psi_{1,2} = \Psi_{2,1}$ и $N_{1,2} = N_{2,1}$, и что, см. (71,с) гл. III,

$$\mu L_{1,2} = \Psi_{1,2} = N_{1,2} \dots \dots \dots (23, a)$$

Для величины $L_{1,2}$ мы нашли сперва формулу (71) гл. III

$$L_{1,2} = - \iint \frac{d^3}{dn_1 dn_2} \frac{1}{r} dS_1 dS_2 \dots \dots \dots (23, b)$$

где dS_1 и dS_2 элементы двух произвольных поверхностей, проведенных через контуры токов J_1 и J_2 ; n_1 и n_2 нормали к этим поверхностям, проведенные в стороны северные; r расстояние элементов dS_1 и dS_2 друг от друга. Интегралы распространены на все элементы поверхностей S_1 и S_2 . Воспользовавшись теоремой Stokes'a, мы преобразовали выражение (23, b), придав ему вид (73) гл. III

$$L_{1,2} = \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (23, c)$$

где ds_1 и ds_2 элементы контуров поверхностей S_1 и S_2 , т. е. элементы наших двух токов, r — расстояние между ds_1 и ds_2 , $\varepsilon = \angle(ds_1, ds_2)$; интегралы распространены на контуры обоих токов. Формулы (23) и (23, c) дают

$$W_{1,2} = - J_1 J_2 \mu \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (24)$$

(23, a) дает

$$W_{1,2} = - J_1 J_2 N_{1,2} \dots \dots \dots (24, a)$$

Если обозначим через $P dp$ работу пондеромоторных сил при бесконечно-малом изменении параметра p , определяющего положение одного из токов, то равенство $P dp = - dW$ дает, соответственно (19),

$$P = - \frac{\partial W_{1,2}}{\partial p} = J_1 J_2 \frac{\partial N_{1,2}}{\partial p} = J_1 J_2 \mu \frac{\partial L_{1,2}}{\partial p} \dots \dots \dots (25)$$

В частных случаях, при p равном x , y или z , мы получаем слагаемые силы, перемещающей один из токов параллельно самому себе. Когда же ток может только вращаться около некоторой оси, и мы примем p равным углу α , определяющему положение этого тока, то P равно моменту \mathfrak{M} вращающей пары сил. Формулы (25) показывают, что при взаимодействии двух токов движение происходит в сторону увеличения числа $N_{1,2}$ линий индукции, исходящих из одного тока и проходящих внутри контура другого (по направлению от южной стороны к северной).

Для потенциальной энергии $W_{1,2}$ тока J_1 самого на себя, мы нашли выражение, см. (75) гл. III

$$W_{1,1} = - \frac{1}{2} J_1^2 \mu L_{1,1} \dots \dots \dots (25, a)$$

где $\mu L_{1,1}$ мы назвали коэффициентом самоиндукции. Величина

$L_{1,1}$ выражается такую же формулою, как и $L_{1,2}$ см. (23,c), так что

$$W_{1,1} = -\frac{1}{2} J_1^2 \mu \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_1' \dots \dots \dots (25, b)$$

см. (77) гл. III. Здесь ds_1 и ds_1' элементы одного и того же тока J_1 .

Мы уже указали в гл. III, § 8, что вследствие взаимодействия частей одного и того же тока, происходят такие движения этих частей, при которых увеличивается поверхность, имеющая своим контуром линию тока. Понятно, что ток не может вызвать перемещения самого себя, как целого. Пондеромоторные действия могут появиться только в виде деформаций линии тока, т. е. в виде движений подвижных частей без изменения их формы или в виде изменения формы гибких или растяжимых частей цепи. Вычисление величины $L_{1,1}$ представляет некоторые особые трудности, которые будут указаны в статье об электродинамической индукции.

Формулы (24) и (25) сводят вопрос о взаимодействии двух токов к вычислению величины $L_{1,2}$ при помощи формулы (23,c), т. е. к вопросу чисто математическому. Эти вычисления оказываются почти во всех случаях весьма сложными; мы ограничимся здесь рассмотрением простейшего случая двух прямых параллельных токов, из которых один J_1 , имеет весьма большую, а другой, J_2 , конечную длину b ; расстояние токов обозначим через r . Допустим, что прямая часть проводника тока J_2 может перемещаться параллельно самой себе, не увлекая остальных частей цепи, что возможно, если, напр., концы прямой части плавают в ртути. Мы могли бы воспользоваться формулою (24), в которой $\cos \varepsilon = 1$ или -1 , смотря по направлениям токов, но в данном случае проще рассматривать число линий индукции $N_{1,2}$. Положим, что токи имеют одинаковое направление, и что r уменьшилось на dr . Тогда искомая сила F , действующая на ток J_2 , определяется из равенства $-Fdr = J_1 J_2 dN_{1,2}$, где $dN_{1,2}$ увеличение числа линий индукции тока $J_1 = 1$, проходящих через контур тока J_2 . Но напряжение магнитного поля тока J_1 в том месте, где находится ток J_2 , равно $2J_1 : r$; площадь, описанная током J_2 , равна $-bdr$, а потому $dN_{1,2} = -2\mu bdr$. Итак,

$$-Fdr = -2\mu J_1 J_2 \frac{b}{r} dr,$$

т. е.

$$F = 2\mu J_1 J_2 \frac{b}{r} \dots \dots \dots (25, c)$$

Нетрудно сообразить, что F меняет знак, когда токи имеют противоположные друг другу направления.

Некоторые более сложные случаи были разобраны различными учеными, напр., два прямых тока, лежащих в одной или в различных плоскостях (Amprère), два круговых тока или круговой и эллиптический, лежащие в одной плоскости (Plana, Kirchhoff), два круговых тока, лежащих в плоскостях взаимно перпендикулярных (W. Weber), два одинаковых по размерам квадрата, одинаково расположенных в двух параллельных плоскостях, перпендикулярных к прямой, которая соединяет центры квадратов (Mascart и Joubert) и т. д.

Из сказанного в § 3 этой главы явствует, что взаимодействие тока и соленоида тождественно со взаимодействием тока и магнита, и что два соленоида действуют друг на друга, как два магнита. На рис. 282 представлен сверху вращающийся соленоид, ось которого расположена в плоскости четырехугольного проводника. Если через этот проводник и через соленоид пропустить токи в направлениях, указанных стрелками, то соленоид поворачивается так, как показано на нижнем рисунке. Удобнее придавать соленоиду устройство, показанное на рис. 283, и подвешивать его к стойке, которая была изображена на рис. 278.

Покажем теперь, каким образом может быть преобразовано выражение (24) для потенциала $W_{1,2}$ двух замкнутых токов друг на друга, для которого мы, впрочем, уже имели выражение, получаемое, если (23, b)

Рис. 282.

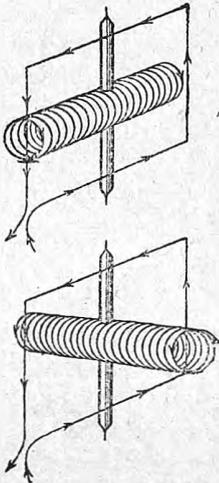


Рис. 283.

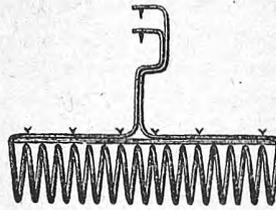
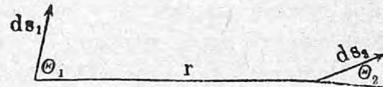


Рис. 284.



подставить в (23). Пусть r (рис. 284) есть расстояние начальных точек элементов ds_1 и ds_2 двух токов J_1 и J_2 ; координаты этих начальных точек обозначим через x_1, y_1, z_1 , и x_2, y_2, z_2 . Введем следующие обозначения: пусть $\theta_1 = \angle(ds_1, r)$, $\theta_2 = \angle(ds_2, r)$, $\epsilon = \angle(ds_1, ds_2)$. Если ds_1, ds_2 и r соответственно составляют с осями координат углы $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$, $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ и (α, β, γ) , то

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta_1 &= \cos \alpha \cos \alpha_1 + \cos \beta \cos \beta_1 + \cos \gamma \cos \gamma_1 \\ \cos \theta_2 &= \cos \alpha \cos \alpha_2 + \cos \beta \cos \beta_2 + \cos \gamma \cos \gamma_2 \\ \cos \epsilon &= \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

Далее имеем $\cos \alpha = (x_2 - x_1) : r$ и т. д., $\cos \alpha_1 = dx_1 : ds_1$ и т. д., наконец, $\cos \alpha_2 = dx_2 : ds_2$ и т. д. Равенство $r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$ дает

$$-r \frac{\partial r}{\partial s_1} = (x_2 - x_1) \frac{\partial x_1}{\partial s_1} + (y_2 - y_1) \frac{\partial y_1}{\partial s_1} + (z_2 - z_1) \frac{\partial z_1}{\partial s_1} \dots (26, a)$$

Отсюда (26) дает $\frac{\partial r}{\partial s_1} = -\cos \theta_1$; подобно получается $\frac{\partial r}{\partial s_2} = \cos \theta_2$, так что

$$\frac{\partial r}{\partial s_1} \frac{\partial r}{\partial s_2} = -\cos \theta_1 \cos \theta_2 \dots \dots \dots (26, b)$$

(26, a) дает далее, если взять производную по s_2 :

$$-r \frac{\partial^2 r}{\partial s_1 \partial s_2} - \frac{\partial r}{\partial s_1} \frac{\partial r}{\partial s_2} = \frac{\partial x_1}{\partial s_1} \frac{\partial x_2}{\partial s_2} + \frac{\partial y_1}{\partial s_1} \frac{\partial y_2}{\partial s_2} + \frac{\partial z_1}{\partial s_1} \frac{\partial z_2}{\partial s_2} = \cos \varepsilon \dots \dots (26, c)$$

Это равенство и (26, b) дают

$$r \frac{\partial^3 r}{\partial s_1 \partial s_2} = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \varepsilon \dots \dots \dots (26, d)$$

Отсюда

$$-\iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 = \iint \frac{\partial^3 r}{\partial s_1 \partial s_2} ds_1 ds_2 - \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r} ds_1 ds_2.$$

Но второй из этих интегралов, распространенный по замкнутым контурам, очевидно, равен нулю, так что

$$\iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 = \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (26, e)$$

Отсюда следует, что формулу (24)

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (27)$$

можно писать и в виде

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (28)$$

Если два интеграла (26, e) равны между собою, то ясно, что $W_{1,2}$ можно написать и в виде суммы этих двух интегралов, помноженных каждый на коэффициент, при чем сумма этих коэффициентов должна равняться $-J_1 J_2 \mu$, а один из коэффициентов совершенно произволен. Итак,

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \iint \frac{1}{r} \{ (k+1) \cos \theta_1 \cos \theta_2 - k \cos \varepsilon \} ds_1 ds_2 \dots \dots (29)$$

где k произвольное число. Если, напр., положить $k=2$, то получается

$$W_{1,2} = -2J_1 J_2 \mu \iint \frac{1}{r} \left(\frac{3}{2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \varepsilon \right) ds_1 ds_2 \dots \dots (30)$$

Это выражение можно назвать формулою Ампрега'а. При $k=-1$ и $k=0$, получаются (27) и (28). Если вместо k подставить $-(1+k):2$, так что $(k+1)$ заменится величиною $(1-k):2$, то получается

$$W_{1,2} = -\frac{1}{2} J_1 J_2 \mu \iint \frac{1}{r} \{ (1+k) \cos \varepsilon + (1-k) \cos \theta_1 \cos \theta_2 \} ds_1 ds_2 \dots (31)$$

Эту формулу можно назвать формулою Гельмгольца'а. Полагая в ней $k=-5$, получаем формулу (30). Если при помощи (26, b) и (26, c) заменить углы в общей формуле (29), то получается

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \iint \left\{ k \frac{\partial^3 r}{\partial s_1 \partial s_2} - \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial s_1} \frac{\partial r}{\partial s_2} \right\} ds_1 ds_2 \dots \dots (32)$$

Вместо (30) получаем, при $k = 2$,

$$W_{1,2} = -2J_1 J_2 \mu \iint \left\{ \frac{\partial^2 r}{\partial s_1 \partial s_2} - \frac{1}{2r} \frac{\partial r}{\partial s_1} \frac{\partial r}{\partial s_2} \right\} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (33)$$

Легко убедиться, что последнюю формулу можно еще написать в виде

$$W_{1,2} = -J_1 J_2 \mu \iint \sqrt{r} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_1 \partial s_2} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (33, a)$$

Формулу (32) можно написать в виде

$$W_{1,2} = -kJ_1 J_2 \mu \iint \sqrt[k]{r} \left\{ \frac{1}{\sqrt[k]{r}} \frac{\partial^2 r}{\partial s_1 \partial s_2} - \frac{1}{kr \sqrt[k]{r}} \frac{\partial r}{\partial s_1} \frac{\partial r}{\partial s_2} \right\} ds_1 ds_2$$

т. е.

$$W_{1,2} = -kJ_1 J_2 \mu \iint \sqrt[k]{r} \frac{\partial}{\partial s_2} \left\{ \frac{1}{\sqrt[k]{r}} \frac{\partial r}{\partial s_1} \right\} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (34)$$

При $k = 2$, мы получаем вместо (30)

$$W_{1,2} = -2J_1 J_2 \mu \iint \sqrt{r} \frac{\partial}{\partial s_2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r}} \frac{\partial r}{\partial s_1} \right\} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (34, a)$$

На основании формулы (23) мы можем написать целый ряд выражений для коэффициента взаимной индукции $\mu L_{1,2}$, если воспользоваться формулами (28)—(34, a).

Само собою разумеется, что для потенциальной энергии $W_{1,1}$ тока самого на себя, а следовательно, и для коэффициента самоиндукции $L_{1,1}$ можно, вместо (25, b), получить преобразованные формулы, вполне аналогичные только-что выведенным.

Выводы предыдущих глав дают нам возможность разобрать еще один вопрос, а именно вопрос о действии замкнутого тока на элемент другого тока; мы при этом можем воспользоваться теми же двумя способами, которые мы применили в предыдущем параграфе при определении действия замкнутого тока на магнитный полюс. Пусть J_1 (рис. 285) замкнутый ток; $J_2 ds$ — элемент другого тока, H — напряжение магнитного поля тока J_1 , $\angle (H, ds) = \varphi$. Тогда сила F , действующая на элемент ds , равна, см. (9, a),

$$F = \mu H J_2 \sin \varphi ds \dots \dots \dots (35)$$

при чем

$$F \perp \text{пл.}(H, ds) \dots \dots \dots (35, a)$$

Направление силы определяется правилом левой руки; на рисунке предположено, что H направлено от читателя. Если через Ω обозначить телесный угол, под которым из начала элемента ds виден контур тока J_1 , и через n направление нормали к поверхности $\Omega = \text{Const.}$ (в сторону уменьшающегося Ω), то

$$H = -J_1 \frac{\partial \Omega}{\partial n} \dots \dots \dots (35, b)$$

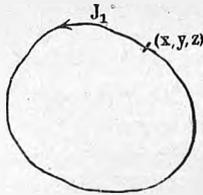
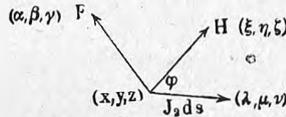
Направление H совпадает с n . Последние три формулы вполне определяют искомую силу F .

Иной путь, который нам дает слагаемые силы F , следующий. Пусть x, y, z координаты точки контура J_1 ; x_1, y_1, z_1 координаты начала элемента ds ; направление ds составляет с осями координат углы λ, μ, ν , направление H углы ξ, η, ζ , направление F углы α, β, γ . В этом случае, как легко вывести,

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \nu \cos \eta - \cos \mu \cos \zeta} = \frac{\cos \beta}{\cos \lambda \cos \zeta - \cos \nu \cos \xi} = \frac{\cos \gamma}{\cos \mu \cos \xi - \cos \lambda \cos \eta} \quad (35, c)$$

Здесь знаки уже подобраны соответственно истинному направлению силы F , т. е. согласно правилу левой руки, в чем легко убедиться, если провести ось x (вправо) параллельно ds , а ось z (вверх) параллельно H , и если принять во внимание, что F должно иметь направление оси y ,

Рис. 285.



проведенной, как обычно, вперед (при $\lambda = 0$ и $\zeta = 0$ должно быть $\beta = 0$). Сумма квадратов знаменателей в (35, c) равна $\sin^2 \varphi$, а потому

$$\cos \alpha = \frac{\cos \nu \cos \eta - \cos \mu \cos \zeta}{\sin \varphi} \quad \text{и т. д.} \quad (35, b)$$

Слагаемые напряжения H получаются, если в (11, d) положить $m = 1$. Введем обозначения

$$\left. \begin{aligned} \int \frac{(y - y_1) dz - (z - z_1) dy}{r^3} &= A; & \int \frac{(z - z_1) dx - (x - x_1) dz}{r^3} &= B; \\ \int \frac{(x - x_1) dy - (y - y_1) dx}{r^3} &= C. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Эти величины называются определителями (детерминантами) тока. Пусть

$$\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = D \quad (36, a)$$

Величина D называется директрисой замкнутого тока. Формула (11, d) показывает, что слагаемые напряжения H равны

$$H_x = J_1 A; \quad H_y = J_1 B; \quad H_z = J_1 C \quad (36, b)$$

$$H = J_1 D \quad (36, c)$$

Далее, очевидно,

$$A = D \cos \xi; \quad B = D \cos \eta; \quad C = D \cos \zeta (36, d)$$

Искомые слагаемые F_x, F_y, F_z силы F получаются из (35):

$$F_x = \mu H J_2 \sin \varphi \cos \alpha ds$$

или, см. (35, d) и (36, c),

$$F_x = \mu J_1 J_2 D (\cos \nu \cos \eta - \cos \mu \cos \zeta) ds .$$

Наконец, (36, d) дает окончательно:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \mu J_1 J_2 (B \cos \nu - C \cos \mu) ds \\ F_y &= \mu J_1 J_2 (C \cos \lambda - A \cos \nu) ds \\ F_z &= \mu J_1 J_2 (A \cos \mu - B \cos \lambda) ds \end{aligned} \right\} (37)$$

Формулы (36) и (37) дают полное решение вопроса о пондеромоторном действии замкнутого тока J_1 на элемент тока $J_2 ds$. Здесь λ, μ, ν углы между ds и осями координат. Равнодействующая F равна

$$F = \mu J_1 J_2 D \sin \varphi ds (38)$$

где D дано в (36, a). Углы α, β, γ , которые она составляет с осями координат, определяются формулами (35, c), в которых λ, μ, ν даны, а углы ξ, η, ζ определяются равенствами (36, d) и (36, a).

§ 5. Взаимодействие элементов двух токов. В предыдущем параграфе мы вполне разобрали вопрос об интегральном взаимодействии двух замкнутых токов. Следует ясно представить себе, что все наши выводы были построены исключительно только на формуле Био и Савара, которая привела нас к представлению об аналогии между действиями тока и магнитного листка. Решение задачи о пондеромоторных взаимодействиях двух токов, поскольку это решение может быть подвергнуто непосредственной опытной проверке, вполне исчерпывается формулами (24) и (25). А так как все следствия, полученные в частных случаях из этих формул, безусловно подтверждались на опыте, то в справедливости формул (24) и (25) не может быть ни малейшего сомнения. Нельзя сказать того же самого о формулах (37), хотя из них, очевидно, могут быть получены (24) и (25). Проверить их на опыте невозможно, и мы можем только сказать, что взаимодействие двух замкнутых токов происходит так, как если бы каждый элемент ds одного тока подвергался со стороны другого замкнутого тока силам, определяемым формулами (37). Однако, исторически иной путь привел к окончательной формуле (24). Когда Ампер открыл взаимодействия токов, он предположил, что наблюдаемое явление есть результат сил, действующих между каждою парю элементов ds_1 и ds_2 двух токов, подобно тому, как всемирное тяготение тел, а также взаимодействия наэлектризованных и намагниченных тел объяснялись в то время силами, действующими между попарно взятыми частицами, зарядами или

свободными магнетизмами. В последних трех случаях элементарные силы, в виде притяжений или отталкиваний, имеют направление прямой, соединяющей соответствующие взаимодействующие элементы. Аналогично, Амрёге предположил, что и два элемента ds_1 и ds_2 двух токов J_1 и J_2 только или притягиваются, или отталкиваются по направлению прямой r , которая их соединяет. В настоящее время мы во всяком случае не можем допустить существования непосредственного взаимодействия (*actio in distans*, см. т. I) между элементами двух токов. Наблюдаемое пондеромоторное действие на проводник тока J_2 , помещенного в магнитном поле тока J_1 , есть результат влияния поля, непосредственно прилегающего к проводнику тока J_1 , на этот ток. А *rigor* нельзя сказать, возможно ли это действие, хотя бы аналитически, представить как результат сил, действующих между попарно взятыми элементами двух токов. Допущение возможности такого разложения интегрального действия уже есть гипотеза, которую мы чрезвычайно суживаем, вводя добавочное предположение, что дифференциальные силы действуют только вдоль прямой, соединяющей элементы. Если окажется, что есть возможность найти для этих сил такое выражения, которое, при суммировании по всем элементам двух токов, приводит к несомненно верному выражению (24), то мы все-таки должны будем силы эти считать фиктивными, не придавая им реального, физического значения. Мы должны будем сказать, что два тока действуют друг на друга так, как если бы между их элементами, попарно взятыми, действовали элементарные силы найденной формы. Кроме того, у нас должно явиться сомнение в том, представляет ли найденная форма сил единственно возможную, и не могут ли существовать еще иные элементарные силы, которые все приводят к одному и тому же интегральному взаимодействию двух замкнутых токов. Но это сомнение немедленно переходит в уверенность, что должно существовать бесконечное множество возможных форм дифференциальных сил, если существует одна такая форма, ибо ясно, что к аналитическому выражению последней мы можем прибавить какие угодно члены, исчезающие при интегрировании по двум замкнутым контурам. Из сказанного явствует, что отыскивая возможную форму дифференциального закона, мы можем найти лишь нечто неопределенное, и во всяком случае, нечто фиктивное.

Параллельно с вопросом о дифференциальном законе взаимодействия элементов тока стоит другой, весьма интересный вопрос с существованием элементарного потенциала двух элементов тока. Легко показать, что допущения Амрёге'a, которые были указаны выше, несовместимы с существованием элементарного потенциала. Действительно, относительное расположение двух элементов ds_1 и ds_2 определяется их расстоянием r и некоторыми углами, напр. $\theta_1 = \angle(r, ds_1)$, $\theta_2 = \angle(r, ds_2)$, $\epsilon = \angle(ds_1, ds_2)$. Пусть $f ds_1 ds_2$ — сила, действующая между элементами ds_1 и ds_2 , и $w ds_1 ds_2$ — потенциал этих элементов друг на друга. Не подлежит сомнению, что f не может быть функцией одного только r , но зависит также от угловых параметров, и что f можно поэтому представить, напр.,

в виде:

$$f ds_1 ds_2 = J_1 J_2 F(r, \theta_1, \theta_2, \varepsilon) ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (39)$$

Если бы потенциал w зависел только от r , то его производная по r , пропорциональная f , также зависела бы только от r . А потому мы должны принять для потенциала выражение вида

$$w ds_1 ds_2 = J_1 J_2 \Phi(r, \theta_1, \theta_2, \varepsilon) ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (39, a)$$

Но в таком случае существуют частные дифференциалы от w по угловым параметрам, а это означает, что при вращении элемента (без изменения r) совершается некоторая работа. Ясно, что должны существовать силы, стремящиеся вращать элемент, а, следовательно, взаимодействие двух элементов не может заключаться в одной только силе, имеющей направление $\pm r$, как это допускает Ампрёге.

Обращаемся к рассмотрению тех опытов и рассуждений, на основании которых Ампрёге вывел свою знаменитую формулу для силы $f ds_1 ds_2$, т. е. для вида функции F в (39).

Ампрёге прежде всего предположил, что сила взаимодействия двух

Рис. 286.

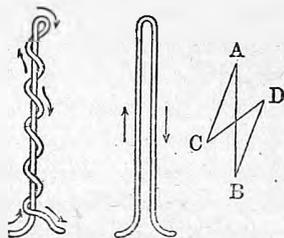
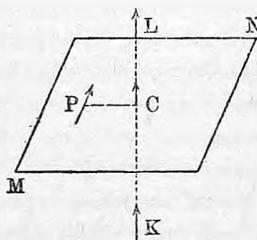


Рис. 287.



элементов ds_1 и ds_2 токов J_1 и J_2 пропорциональна произведению $J_1 J_2 ds_1 ds_2$. При перемене направления одного из токов меняется направление силы, как это видно из того, что два рядом лежащих прямых, одинаковых тока (рис. 286, средний) никакого действия не производят и никаким действиям не подвергаются. Ампрёге предположил далее, что искомая сила обратно пропорциональна некоторой n -ой степени расстояния r элементов друг от друга, так что можно написать

$$f ds_1 ds_2 = \frac{C J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^n} \Omega,$$

где Ω зависит от угловых параметров элементов ds_1 и ds_2 , напр., от углов $\theta_1 = \angle(r, ds_1)$, $\theta_2 = \angle(r, ds_2)$, $\varepsilon = \angle(ds_1, ds_2)$, и где C множитель пропорциональности. Далее Ампрёге убедился на опыте, что два одинаковых, противоположно направленных тока и в том случае никакого действия не производят, когда один из проводников прямой, а другой окружает его близкой к нему винтовой линией (рис. 286, слева), или иной формы зигзагами. Отсюда следует, что по отношению к пондеромоторным действиям, всякий элемент AB тока (рис. 286, справа) может быть заменен

совокупностью токов AC , CD и DB , а отсюда вытекает весьма важное следствие, что элемент тока может быть заменен его двумя или тремя слагаемыми, по правилу параллелограмма или параллелепипеда. Наконец, Ампер указал, что если плоскость, проходящая через один из элементов, перпендикулярна к другому элементу ($\varepsilon = 90^\circ$ и один из углов θ_1 или θ_2 равен 90°), то $f = 0$. Liouville (1829) дал следующее доказательство этого положения: положим, что элемент P (рис. 287) лежит в плоскости MN , проходящей через середину нормального к ней элемента C . Пусть L и K два элемента, лежащие на равных расстояниях от MN , на продолжениях элемента C . По причине полной симметрии ясно, что K и L действовали бы одинаково на P , если бы они имели противоположные направления, напр., оба были бы направлены от плоскости MN . Отсюда следует, что элементы L и K , одинаково направленные (см. рис. 287), производят на P противоположные действия, и это должно оставаться верным, как бы L и K ни приблизились к MN . Когда они совпадут с C , то C должно одновременно и притягивать и отталкивать P , а это показывает, что между C и P никакого взаимодействия не существует.

Пусть теперь $A_1B_1 = ds_1$ и $A_2B_2 = ds_2$ (рис. 288) элементы двух токов J_1 и J_2 ; $A_1A_2 = r$, $\angle(r, ds_1) = \angle B_1A_1A_2 = \theta_1$, $\angle(r, ds_2) = \angle B_2A_2D = \theta_2$. Примем плоскость (r, ds_2) за одну из координатных плоскостей, A_1A_2 за одну из координатных осей, и разложим ds_2 на слагаемые α_2 и β_2 , ds_1 на слагаемые α_1 , β_1 и γ_1 (см. рис. 288); двугранный угол между плоскостями (r, ds_1) и (r, ds_2) обозначим через $\eta = \angle \beta_1A_1C_1$. Взаимодействие между ds_1 и ds_2 можно заменить шестью взаимодействиями, которые мы символически обозначим через (α_1, α_2) , (β_1, β_2) , (α_1, β_2) , (β_1, α_2) , (γ_1, α_2) и (γ_1, β_2) .

На основании нашего последнего вывода мы заключаем, что последние четыре взаимодействия равны нулю, так что остается

$$f ds_1 ds_2 = (\alpha_1, \alpha_2) + (\beta_1, \beta_2) \dots \dots \dots (39, b)$$

Мы имеем

$$(\beta_1, \beta_2) = \frac{CJ_1J_2\beta_1\beta_2}{r^n} \dots \dots \dots (39, c)$$

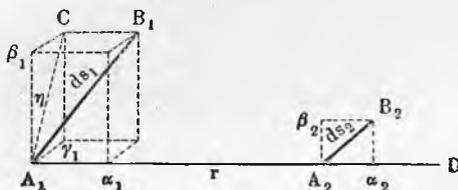
где C множитель пропорциональности. Приняв $C = 1$, мы тем самым вводим особую единицу силы тока, которую назовем электродинамической. Вставляя еще $\beta_1 = ds_1 \sin \theta_1 \cos \eta$, $\beta_2 = ds_2 \sin \theta_2$, получаем

$$(\beta_1, \beta_2) = \frac{J_1J_2ds_1ds_2}{r^n} \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \eta \dots \dots \dots (39, d)$$

Для (α_1, α_2) имеем, так как $\alpha_1 = ds_1 \cos \theta_1$, $\alpha_2 = ds_2 \cos \theta_2$,

$$(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{KJ_1J_2ds_1ds_2}{r^n} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \dots \dots \dots (39, e)$$

Рис. 288.



где K новый коэффициент пропорциональности. Таким образом имеем

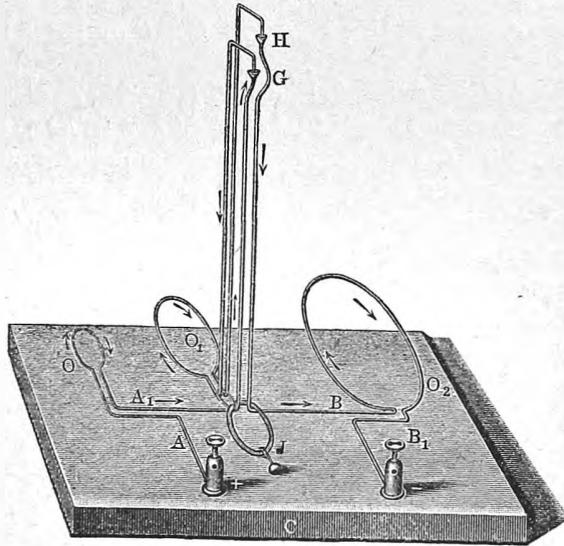
$$f ds_1 ds_2 = \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^n} \{K \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \eta\}.$$

Вводя угол $\varepsilon = (ds_1, ds_2)$, где $\cos \varepsilon = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \eta$ имеем

$$f ds_1 ds_2 = \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^n} \{\cos \varepsilon - (1 - K) \cos \theta_1 \cos \theta_2\} \dots (40)$$

Численное значение показателя n Амрёге определил на основании следующего опыта. Круговой ток O_1 может свободно вращаться около вертикальной оси (R противовес), между двумя неподвижными круговыми токами O и O_2 . Радиусы трех кругов относятся, как 1 : 2 : 4. Один и тот же ток пропускается через три круговых проводника в таких направлениях (см. рис. 289), чтобы ток O_1 отталкивался токами O и O_2 . Оказалось,

Рис. 289.



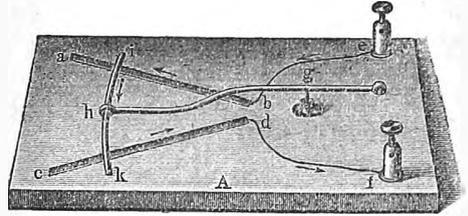
что O_1 останавливается в таком положении, при котором расстояние центров O_1 и O_2 в два раза больше расстояния центров O и O_1 . Отсюда следует, что если удвоить размеры кругов и увеличить их расстояние друг от друга вдвое (рассматривая взаимодействие O_2 и O_1 вместо O_1 и O), то их взаимодействие не изменится (O и O_2 одинаково действуют на O_1). Но удвоение размеров, т. е. всех ds_1 и ds_2 увеличивает силу в четыре раза; следовательно, удаление на удвоенное расстояние уменьшает силу в четыре раза. Отсюда следует, что $n = 2$, так что

$$f ds_1 ds_2 = \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^2} \{\cos \varepsilon - (1 - K) \cos \theta_1 \cos \theta_2\} \dots (40, a)$$

Величину K Амрёге определил, основываясь на результате следующего опыта. Металлическая дуга iK (рис. 290), перпендикулярная к ручке

hg, свободно вращается около острия *g*, касаясь в двух точках поверхности ртути, налитой в желоба *bai* и *dc*. Ток пропускается по направлению, показанному стрелками. Оказалось, что дуга *iK* остается неподвижною, когда ее центр находится в *g*, хотя на нее действует ток цепи, почти замкнутой в весьма близких друг другу точках *b* и *d*. Под влиянием магнита (или соленоида) дуга также остается неподвижною. Но если ее в *h* повернуть на некоторый угол, то она приходит в движение, как под влиянием самого тока, так и под влиянием магнита. Отсюда Амперэ заключил, что сила, с которою замкнутый ток действует на элемент тока перпендикулярна к последнему. Вычислим действие тока J_1 на элемент $J_2 ds_2$. Формулы (26, b) и (26, c) стр. 685 дают

Рис. 290.



$$f ds_1 ds_2 = - \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^2} \left\{ r \frac{\partial^2 r}{\partial s_1 \partial s_2} + K \frac{\partial r}{\partial s_1} \frac{\partial r}{\partial s_2} \right\} = \dots (40, b)$$

$$= - \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^{K+1}} \frac{\partial \left(r^K \frac{\partial r}{\partial s_2} \right)}{\partial s_1} = \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^{K+1}} \frac{\partial (r^K \cos \theta_2)}{\partial s_1}$$

Слагаемая этой силы по направлению ds_2 равна

$$f \cos \theta_2 ds_1 ds_2 = \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^{K+1}} \cos \theta_2 \frac{\partial (r^K \cos \theta_2)}{\partial s_1}$$

Слагаемая вдоль ds_2 , действие всего тока J_1 , должна равняться нулю, т. е.

$$ds_2 \int f \cos \theta_2 ds_1 = J_1 J_2 ds_2 \int \frac{\cos \theta_2}{r^{K+1}} \frac{\partial (r^K \cos \theta_2)}{\partial s_1} ds_1 = 0,$$

или, что очевидно то же самое,

$$\frac{1}{2} J_1 J_2 ds_2 \int \frac{1}{r^{K+1}} \frac{\partial (r^K \cos \theta_2)^2}{\partial s_1} ds_1 = 0.$$

Отбрасывая $\frac{1}{2} J_1 J_2 ds_2$ и интегрируя по частям, получаем

$$\left| \frac{\cos^2 \theta_2}{r} \right| + (2K + 1) \int \frac{\cos^2 \theta_2}{r^2} ds_1 = 0.$$

Так как интеграл берется по замкнутому контуру, то первый член исчезает. Элементы второго интеграла все положительны, а потому $2K + 1 = 0$, т. е. $K = -\frac{1}{2}$. Таким образом (40, a) принимает окончательный вид:

$$f ds_1 ds_2 = \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^2} \left\{ \cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \right\} \dots (41)$$

Это и есть знаменитая формула Амперэ'а. Весьма обширная литера-

тура посвящена этой формуле, критическому разбору ее вывода. Вся эта литература имеет в настоящее время лишь исторический интерес. Мы знаем, что вывод не выдерживает строгой критики, в особенности последний из описанных выше опытов. В начале этого параграфа мы разбирали принципиальные, сюда относящиеся вопросы. Ограничиваемся указанием на работы ученых, критически разбиравших вопрос о формуле Ampère'a или иными путями ее выводивших; сюда относятся Liouville, Stefan, C. Neumann, Margules, Korteweg, Riecke, Д. К. Бобылев, Lorentz, Moutier, Ettinghausen, Felici, Savary, Blanchet, Pellat, Buguet, Izarn и др.

Из формулы (41) вытекают различные следствия. Положим, что элементы ds_1 и ds_2 параллельны между собою; тогда $\varepsilon = 0$ и $\theta_1 = \theta_2$; в скобках мы получаем $1 - \frac{3}{2} \cos^2 \theta_1$. Если $\cos \theta_1 < \sqrt{\frac{2}{3}}$, то элементы притягиваются; если $\cos \theta_1 > \sqrt{\frac{2}{3}}$, то они отталкиваются; при $\cos \theta_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}$, т. е. $\theta_1 = 35^\circ 16'$ они вовсе не действуют друг на друга. Результат весьма мало вероятный. Элементы одного и того же прямого тока отталкиваются, ибо при $\varepsilon = \theta_1 = \theta_2 = 0$ имеем

$$f ds_1 ds_2 = - \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{2r^2}.$$

Ampère, Faraday, Ленц, Forbes и др. старались проверить этот результат путем опытов, которые, однако, нельзя признать вполне убедительными.

Формулу (41) можно подвергнуть различным преобразованиям. Полагая $K = -\frac{1}{2}$, мы получаем из (40, b)

$$f ds_1 ds_2 = \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r^2} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial r}{\partial s_1} \frac{\partial r}{\partial s_2} - r \frac{\partial^2 r}{\partial s_1 \partial s_2} \right\} \dots \dots \dots (41, a)$$

$$f ds_1 ds_2 = - \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{\sqrt{r}} \frac{\partial \left(r^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial r}{\partial s_1} \right)}{\partial s_1} = \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{\sqrt{r}} \frac{\partial \left(r^{-\frac{1}{2}} \cos \theta_2 \right)}{\partial s_1} \dots \dots \dots (41, b)$$

Легко убедиться, что можно написать

$$f ds_1 ds_2 = - \frac{2 J_1 J_2 ds_1 ds_2}{\sqrt{r}} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_1 \partial s_2} \dots \dots \dots (41, c)$$

Весьма важно заметить, что во всех наших формулах величина f считается положительной, когда элементы притягиваются, и что силы токов измерены в электродинамических единицах, которые для двух параллельных и одинаково направленных элементов, перпендикулярных к r дают ($\varepsilon = 0$, $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$):

$$f ds_1 ds_2 = \frac{J_1 J_2 ds_1 ds_2}{r_2} \dots \dots \dots (41, d)$$

Вычислим потенциал $W_{1,2}$ двух замкнутых токов J_1 и J_2 друг

на друга. Положим, что оба тока подвергаются весьма малому смещению; работа, произведенная при этом всеми силами $f ds_1 ds_2$, должна равняться уменьшению величины $W_{1,2}$, которое обозначим чрез $-\delta W_{1,2}$. Если δ — изменение расстояния между ds_1 и ds_2 , то работа притягательной силы $f ds_1 ds_2$ равна $-f ds_1 ds_2 \delta r$. Очевидно, см. (41,c),

$$\begin{aligned} \delta W_{1,2} &= \iint f ds_1 ds_2 \delta r = -2J_1 J_2 \iint \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_1 \partial s_2} \frac{\delta r}{\sqrt{r}} ds_1 ds_2 = \\ &= -4J_1 J_2 \iint \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_1 \partial s_2} \delta \sqrt{r} ds_1 ds_2 = -2J_1 J_2 \left\{ \int ds_1 \int \delta \sqrt{r} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_1 \partial s_2} ds_2 + \right. \\ &\quad \left. + \int ds_2 \int \delta \sqrt{r} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_1 \partial s_2} ds_1 \right\}. \end{aligned}$$

Интегрируем оба интеграла по частям, при чем первые члены, очевидно, исчезнут, так что остается

$$\begin{aligned} \delta W_{1,2} &= 2J_1 J_2 \iint \left\{ \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_1} \delta \left(\frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_2} \right) + \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_2} \delta \left(\frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_1} \right) \right\} ds_1 ds_2 = \\ &= 2J_1 J_2 \iint \delta \left(\frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_1} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_2} \right) ds_1 ds_2 = 2J_1 J_2 \delta \iint \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_1} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_2} ds_1 ds_2 = \\ &= \frac{1}{2} J_1 J_2 \delta \iint \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial s_1} \frac{\partial r}{\partial s_2} ds_1 ds_2 = -\frac{1}{2} J_1 J_2 \delta \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r} ds_1 ds_2, \end{aligned}$$

см. (26,b). Отсюда

$$W_{1,2} = -\frac{1}{2} J_1 J_2 \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (42)$$

или, см. (26,d)

$$W_{1,2} = -\frac{1}{2} J_1 J_2 \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (43)$$

Это выражение было впервые дано F. Neumann'ом (1845). Сравнивая (42) и (43) с выражениями (27) и (28), мы видим, что они отличаются множителем $1/2$. Это объясняется тем, что при выводе выражений (27) и (28) мы исходили из формулы Био и Савара, (48) гл. III, в которой мы приняли коэффициент пропорциональности C равным 1 и этим ввели электромагнитную (э.-м.) единицу силы тока; выражения же (42) и (43) мы получили, положив C равным 1 в (39,c), или, что очевидно то же самое, в (41,d), что привело нас к электродинамической (э.-д.) единице тока. Обозначим через J_d и J_m численные значения одного и того же тока, измеренного в э.-д. и в э.-м. единицах. Найдем размер э.-д. единицы силы тока. В (41,d) вся левая часть есть сила; она размера MLT^{-2} ; очевидно, имеем

$$[J_d]^3 = MLT^{-2};$$

отсюда

$$[J_d] = M^{1/3} L^{1/3} T^{-1}.$$

Сравнивая это с (46,b) или с (4,b) гл. III, мы видим, что э.-м. и э.-д. единицы силы тока одного размера (при выводе (42) и (43) мы полагали, что $\mu = 1$).

Это и подтверждается тем, что (42) и (43) отличаются от (27) и (29) множителем $1/2$, независимо от выбора основных единиц L , M и T . Указанные формулы дают $\frac{1}{2} J_a^2$ и J_m^2 , т. е.

$$J_a = J_m \sqrt{2} \dots \dots \dots (44)$$

Численное значение данного тока, измеренного в э.-д. единицах, в $\sqrt{2}$ раза больше численного значения того же тока, измеренного в э.-м. единицах. Если эти единицы обозначить через i_a и i_m , то

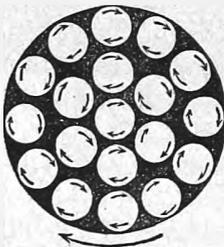
$$i_a = \frac{i_m}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots (44, a)$$

Э.-д. единица силы тока в $\sqrt{2}$ раза меньше э.-м. единицы, независимо от выбора основных единиц длины, массы и времени. Ныне э.-д. системой единиц не пользуются.

Понятно, что формулы (42) и (43) можно заменить целым рядом других выражений, отличающихся от (29), (30), (31), (32), (33), (33,a), (34) и (34,a) только множителем $1/2$. Особенный интерес представляет теперь формула (30), напоминающая формулу (41) Ампрèге'a.

Совокупность опытных и теоретических исследований по электродинамике привели Ампрèге'a к его знаменитой теории магнетизма, основанной на тождественности внешнего действия магнита и соленоида. По его теории мы должны смотреть на всякий магнит, как на совокупность весьма малых „элементарных” магнитов, из которых каждый окружен также весьма малым, электрическим током. Если допустить, что все эти токи расположены в плоскостях, перпендикулярных к оси магнита, то совокупность токов, лежащих в одной из этих плоскостей (рис. 291), может быть заменена одним огибающим током, как это уже было нами указано в гл. III, рис. 204. Если такую замену произвести во всех плоскостях, то магнит действительно окажется замененным соленоидом. Приходится допустить, что элементарные токи не встречают сопротивления, вследствие чего их энергия не переходит в энергию тепловую.

Рис. 291.



Многие ученые старались заменить формулу (41) Ампрèге'a другими выражениями для силы $f ds_1 ds_2$ взаимодействия двух элементов токов. Прежде всего оказывается, что, соответственно формулам (42) и (43), можно допустить такие два закона взаимодействия элементов (силы токов в э.-д. единицах):

$$f ds_1 ds_2 = \frac{1}{2} J_1 J_2 \frac{\cos \varepsilon}{r^2} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (45)$$

$$f ds_1 ds_2 = \frac{1}{2} J_1 J_2 \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r^2} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (45, a)$$

Действительно, можно строго доказать, что из этих дифференциальных

законов получаются для энергии $W_{1,2}$ выражения (42) и (43). Формулы (41), (45) и (45,а) приводят для частных случаев расположения элементов ds_1 и ds_2 к совершенно различным результатам. Но для двух замкнутых токов все три формулы приводят к одинаковым $W_{1,2}$, а следовательно и к одинаковым взаимодействиям. Если бы можно было рассматривать подинтегральные функции в (42) и (45) как элементарные потенциалы, то мы для силы, действующей по направлению r , получили бы как раз выражения (45) и (45,а); но к этим силам прибавились бы еще другие, стремящиеся вращать элементы, как было разъяснено в начале этого параграфа. Из формул, которые были предложены взамен трех указанных выше, упомянем формулу Grassmann'a (1845), Hankel'я (1865) и Reynard'a (1870), которая в э.-д. единицах имеет вид:

$$f ds_1 ds_2 = \frac{1}{2} J_1 J_2 ds_1 ds_2 \frac{\sin \theta_2 \cos \psi}{r^2} \dots \dots \dots (45, b)$$

где $\theta_2 = \angle(r, ds_2)$, ψ угол между ds_1 и плоскостью, проходящей через ds_2 и r . Эта формула дает для двух замкнутых токов те же результаты, как и формула Ампрёге'а. Если один из элементов совпадает с r , то (45,б) дает $f = 0$, что существенно отличает формулу (45,б) от ранее рассмотренных. Rieseke (1880) указал на ряд возможных взаимодействий элементов ds_1 и ds_2 , вытекающих из формулы Ампрёге'а, путем разложения ее на части. Stefan (1869) наиболее отчетливо выяснил возможность существования бесконечного множества элементарных законов, которые все приводят к одному и тому же результату для двух замкнутых токов.

Переходим к классическим, после Ампрёге'а и F. Neumann'a, давшего формулу (43), работам Helmholtz'a и W. Weber'a. Мы видели см. (39,а), что существование элементарного потенциала $w ds_1 ds_2$ несовместимо с основным предположением Ампрёге'а, что между ds_1 и ds_2 действует только одна сила по направлению r . Тем не менее иногда рассматривали подинтегральные функции выражений (42), т. е. величины

$$[w ds_1 ds_2 = -\frac{1}{2} J_1 J_2 \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (46)$$

$$w ds_1 ds_2 = -\frac{1}{2} J_1 J_2 \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r} ds_1 ds_2 \dots \dots \dots (46, a)$$

как потенциалы двух элементов тока друг на друга. Helmholtz положил в основание своего учения предположение, что два элемента ds_1 и ds_2 действительно имеют определенный потенциал, равный

$$w ds_1 ds_2 = \frac{AJ_1 J_2 ds_1 ds_2}{r} \{ (1+k) \cos \varepsilon + (1-k) \cos \theta_1 \cos \theta_2 \} \dots \dots (47)$$

где A и k постоянные числа, при чем A зависит от выбора единиц, Для двух замкнутых токов получается для $W_{1,2}$ выражение (31) (в э.-д. единицах), которое, как мы видели, несомненно верно, ибо оно, на основании (26,д), тождественно с (27) или (28). Допущение Helmholtz'a что силы взаимодействия двух элементов фактически имеют потенциал вида (47),

вызвало, обширную полемику, в которой участвовали Bertrand, вообще отрицавший возможность существования элементарного потенциала, С. Neumann, Zöllner, Herwig и др. Понятно, что опыты с замкнутыми токами не могут решить спора; приходится действовать с незамкнутыми индуктированными токами; произведенные для этой цепи опыты Н. Н. Шиллера также не могли иметь решающего значения, по причинам подробно им указанным.

В совершенно другом направлении шел W. Weber, положивший в основу своего учения не дифференциальный, но точечный (гл. III, § 9) закон взаимодействия двух частиц электричества, выражающийся формулою, см. (9, a) стр. 31,

$$f = C \frac{\eta \eta_1}{r^2} \left\{ 1 - a^2 \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + 2 a^3 r \frac{d^2 r}{dt^2} \right\} \dots \dots \dots (48)$$

Сила f предполагается зависящей не только от расстояния r , но и от первых двух производных расстояния r по времени t . Для неподвижных частиц получается закон Кулона. Весьма замечательно, что сила f имеет потенциал

$$w = -C \frac{\eta \eta_1}{r} \left\{ 1 - a^2 \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right\} \dots \dots \dots (48, a)$$

ибо

$$f = -\frac{dw}{dr} \dots \dots \dots (48, b)$$

Weber показал, что формула (48) приводит к выражению для взаимодействия частиц, тождественному с формулою Ampère'a, и что она может служить основанием и для вывода законов электродинамической индукции (т. V). В весьма продолжительном споре о допустимости формулы Weber'a участвовали Helmholtz, С. Neumann, Thomson и Tait, Clausius и др.

Частью видоизменения рассмотренных, частью более самостоятельные электродинамические теории были предложены многими учеными. Цель всех этих теорий заключается, в объяснении не только пондеромоторных, но и электромоторных (индукционных) действий движущегося электричества. Ограничиваемся немногими словами, как потому, что индукционные явления нами еще не рассмотрены, так, главным образом, в виду того, что все эти теории имеют ныне лишь исторический интерес. Сюда относятся, напр., работы С. Neumann'a, Clausius'a, Riemann'a, Hankel'я, Reynard'a, Moutier, Edlund'a и др.

С. Neumann посвятил целый ряд отчасти весьма обширных работ тщательному и всестороннему анализу основ электродинамики; сюда относится его книга „Elektrische Kräfte," 1873. В принадлежащей ему теории он допускает существование потенциала, зависящего от $dr:dt$, но приписывает ему определенную скорость распространения.

Clausius принимает для электродинамического потенциала w формулу

$$w = -\frac{\eta \eta'}{r} (1 + k v v' \cos \epsilon) \dots \dots \dots (49)$$

где v и v' абсолютные скорости движения частиц η и η' , ϵ угол между направлениями этих движений. Формула (49) приводит к результату, что две частицы, находящиеся в относительном покое на земной поверхности, действуют друг на друга с силой, зависящей от скорости v земли, ибо в этом случае

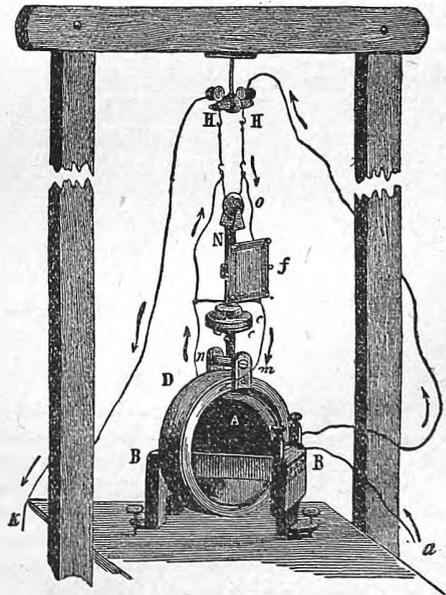
$$f = \frac{\eta\eta'}{r^2} (1 + kv^2).$$

Froehlich, Budde, Lorberg, Levy, Wand и др. приводили возражения против теории Clausius'a.

Edlund, как и Weber, полагает, что сила f должна зависеть от $dr : dt$ и от $d^2r : dt^2$; причину он видит в том, что сила как бы отстает от движущейся частицы, вследствие чего она не успевает достичь значения, определяемого законом Кулона, если частица движется. Против этой теории были сделаны возражения Herwig'ом, Baumgarten'ом, Lecher'ом, мною и др.

§ 6. Опытная проверка законов взаимодействия токов. Мы видели, что вопрос о взаимодействии двух замкнутых токов вполне решается формулами (24) и (25). Первый W. Weber, путем опытов старался произвести проверку этих формул. Для этой цели он построил электродинамометр, прибор, главная часть которого состоит из двух катушек или колец, приготовленных из изолированной проволоки. Одна из катушек установлена неподвижно, другая имеет бифилярный подвес, служащий в то же время проводником тока. Weber построил два электродинамометра. В первом из них неподвижная катушка имела внутренний диаметр и ширину в 76мм., и содержала 3500 оборотов проволоки в 0,7 мм. толщины. Подвижная катушка (5000 оборотов, толщина проволоки 0,4 мм.) помещалась внутри неподвижной, причем центры катушек совпадали, а плоскости их оборотов были взаимно перпендикулярны. Подвижная катушка снабжена зеркалом для измерения ее вращений по способу трубы и шкалы. Этим прибором Weber воспользовался для проверки закона зависимости взаимодействия токов от их силы. Если токи равны, то взаимодействие должно быть пропорционально квадрату силы тока. Weber установил ось неподвижной катушки перпендикулярно к плоскости магнитного меридиана и на север от нее, на расстоянии 583 мм., подвижной магнит (стальное зеркало), отклонения которого под влия-

Рис. 292.



нием неподвижной катушки служили для измерения силы тока J . Пропуская один и тот же ток через обе катушки и меняя силу этого тока приблизительно в отношении 1 : 2 : 3, Weber убедился, что взаимодействие катушек менялось строго пропорционально квадрату силы тока.

Второй электродинамометр состоял из неподвижной (во время наблюдения) катушки A (рис. 292), ось которой прикреплена к скамеечке BB . Подвижная катушка D обхватывает неподвижную; она снабжена зеркальцем f для наблюдения ее отклонений. Катушка A может быть установлена, как показано на рисунке, при чем центры катушек совпадают. Но ее легко вынуть и установить в стороне от D , на север или юг, восток или запад, и при том на различных от D расстояниях; плоскости оборотов двух катушек при этом всегда оставались взаимно перпендикулярными, а ось подвижной устанавливалась, до пропускания тока, в плоскости магнитного меридиана. Добавочная неподвижная катушка, через которую пропускался тот же ток J , который проходит через две катушки электродинамометра, служила для измерения силы тока. Weber вычислил вращающий момент пары сил, действующей на подвижную катушку, во-первых, при различных расстояниях r , во-вторых при трех расположениях катушек: 1) когда их центры совпадают, 2) когда плоскость оборотов неподвижной катушки проходит через центр подвижной (первая находится на север или на юг от второй), 3) когда плоскость оборотов подвижной катушки проходит через центр неподвижной (вторая находится на восток или на запад от первой). Weber наблюдал при расстояниях $r = 0, 300, 400, 500$ и 600 мм. Оказалось полнейшее согласие между взаимодействиями наблюдаемыми и вычисленными на основании формулы Ampère'a.

Позднейшую проверку законов взаимодействий токов производили Cazin (1864), Boltzmann (1869) и Niemoëller (1878).

ЛИТЕРАТУРА.

К § 2.

- Coulomb*. Mém. Ac. Roy. de Paris 1785 p. 587; Collection de mémoires 1 p. 127.
Lamont. Handbuch des Erdmagnetismus. Berlin, 1849, стр. 21.
Хвольсон. Mém. de l'Ac. Imp. de St.-Pétersb. (7) 31 N° 10, 1883.
Gauss. Intensitas vis magneticæ terrestris ad mensuram absolutam revocata. Commentat. soc. reg. scient. Gottingensis 8, 1841; Werke 5 p. 79, 1867; Pogg. Ann. 28 p. 241, 604, 1833; Resultate aus d. Beob. des magnet. Vereines in Göttingen, 1836.
Kirchhoff. Berl. Ber. февр. 1884; W. A. 24 p. 52, 1885; Vorles. üb. Elektr. u. Magnet., Leipzig, 1891, p. 170.
Weihrauch. Mém. Soc. Natur. de Moscou 14 N° 4, 1883.
Lloyd. Trans. R. Irish etc. 19 p. 159, 249, 1843.
A. M. Mayer. Phil. Mag. (5) 5 p. 397, 1878; 7 p. 98, 1879.
Wood. Phil. Mag. (5) 46 p. 162, 1898.
A. Schmidt. Berl. Ber. p. 306, 1907; Terr. Magn. and Atm. Electr. 17 p. 181, 1912; 18 p. 65, 1913.
Де-Метц. Физ. Обзор. 1916 p. 1, 149, 231.

R § 3.

- Biot et Savart.* Ann. d. Chim. et Phys. (2) 15 p. 222, 1820.
Ampère. Ann. d. Chim. et d. Phys. (2) 15 p. 67, 198, 1820; 37 p. 133, 1828; Gilb. Ann. 67 p. 123, 1821.
Barlow. Phil. Mag. (2) 59 p. 241, 1822; On magnetic attraction, London, 1823 p. 279.
Faraday. Royal Instit. Sept. 1821; Ann. d. Chim. et d. Phys. (2) 18 p. 337, 1821; Gilb. Ann. 71 p. 124, 1822; 73 p. 113, 1823.
Riecke. Wied. Ann. 23 p. 252, 1884; 25 p. 496, 1885.
Lamprecht. Wied. Ann. 25 p. 71, 1885.
Colard. Eclair. élect. 1895 p. 162.
Davy. Trans. R. Soc. 1823 p. 153; Ann. d. Chim. et d. Phys. (2) 25 p. 64, 1824.
Bertin. Ann. de Chim. et de Phys. (3) 58 p. 90, 1860; (4) 16 p. 74, 1869; Mém. de la Soc. des sc. natur. ed Strassbourg 6 p. 47, 1865.
W. Koenig. Wied. Ann. 60 p. 1897.
B. B. Николаев. C. R. 119 p. 469, 1894; 129 pp. 202, 475, 1899; Journ. de phys. (3) 4 p. 472, 1895; 10 pp. 140, 142, 1901.

R § 4.

- Ampère.* Ann. d. Chim. et d. Phys. (2) 15 pp. 59, 170, 1820; 18 pp. 88, 313, 1821; 20 p. 414, 1822; 26 pp. 145, 390, 1824; Journ. de Phys. 93 p. 441, 1821; Gilb. Ann. 67 pp. 113 225, 1821; Mém. de l'Acad. de Paris (2) 6 p. 175, 387, 1823; Collection de Mém. 3 p. 1; вновь издано: Paris, 1883.
Ritchie. Phil. Mag. (3) 4 p. 13, 1834.
Roget. Pogg. Ann. 36 p. 550, 1845.
Ziegler. Marburger Ber. p. 220, 1907.
Kirchhoff. Fortschr. d. Physik p. 336, 1848.
W. Weber. Elektrodynamische Maassbest. p. 42, 1846.
Mascart et Joubert. Leçons sur l'électr. et le magnét. 1 p. 540, 1882.

R § 5.

- Ampère.* См. к § 4.
C. Neumann. Elektrische Kräfte p. 43, 1873.
Margules. Wien. Ber. 78 p. 979, 1878.
Korteweg. Crelle's Journal 90 p. 49, 1880.
Riecke. Wied. Ann. 11 p. 278, 1880.
Кобылев. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 7 p. 173, 1875.
Lorentz. Arch. Néerl. 17 p. 85, 1882.
Moutier. C. R. 63 p. 299, 1866; 78 p. 1201, 1874; Ann. d. Chim. et d. Phys. (5) 4, p. 267, 1875; Bull. Soc. Philomat. (7) 3 p. 148, 1882.
Ettinghausen. Wien. Ber. 77 p. 109, 1878.
Felici. N. Cim. (3) 9 p. 243, 1882.
Savary. Ann. d. Chim. et d. Phys. 22 p. 91, 1823.
Blanchet. Ann. de l'Ec. norm. sup. 2 p. 1, 1865.
Pellat. J. d. Phys. (2) 3 p. 117, 1884.
Buguet. J. d. Phys. (2) 2 p. 462, 1884.
Duhem. J. d. Phys. (2) 5 p. 26, 1886.
Izarn. C. R. 98 p. 143, 1884.
F. Neumann. Berl. Ber. p. 24, 1845; p. 6, 1847.
Faraday. Quarterly Journ. of Sc. 12 p. 416, 1822; Gilb. Ann. 72 p. 127, 1822.
Э. Ленц. Pogg. Ann. 47 p. 461, 1839.
Forbes. Phil. Mag. (4) 21 p. 81, 1861.
Grassmann. Pogg. Ann. 64 p. 1, 1845.
Reynard. Ann. d. Chim. et d. Phys. (4) 19 p. 272, 1870.
Hankel. Pogg. Ann. 126 p. 440, 1865; 131 p. 607, 1860; Ber. Sächs. Ges. d. Wiss. p. 30, 1865; p. 269, 1866.

- Helmholtz.* Wiss. Abhandl. 1 p. 545, 1882; Crelles Journal 72 p. 1, 1870; 75 p. 35; 1872; 78 p. 273, 1874; Berl. Ber. p. 91, 1873; Pogg. Ann. 153 p. 545, 1874.
- Bertrand.* C. R. 73 p. 965, 1871; 75 p. 860, 1872; 79 p. 337, 1874; 158 p. 87, 1876.
- C. Neumann.* Ber. k. sächs. Ges. p. 144, 1872; p. 145, 1874; Pogg. Ann. 155 p. 226; 1875.
- Zoellner.* Pogg. Ann. 154 p. 321, 1875; 158 p. 106, 1876.
- Шуллер.* Pogg. Ann. 159 p. 456, 537, 1876; 160 p. 333, 1877.
- Herwig.* Pogg. Ann. 153 p. 263, 1874.
- W. Weber.* Elektrodynam. Massbestimmungen 1 p. 99, 1866; 2 p. 323; Pogg. Ann. 73 p. 229, 1848; 136 p. 485, 1869; 156 p. 21, 1875; W. A. 4 p. 366, 1878.
- Helmholtz* (закон Weber'a). Crelle's Journ. 72 p. 1, 1870; 75 p. 35, 1872; Wiss. Abhandl. 1 p. 545, 647, 1882.
- Thomson u. Tail.* Handbuch der theoret. Physik p. 350, 1871.
- Tait.* Sketch of thermodynamics p. 76, 1867.
- C. Neumann* (скорость потенциала). Mathem. Annalen 1 p. 316, 1869; Prinzipien der Elektrodynamik, Tübingen, 1868.
- Clausius.* Pogg. Ann. 156 p. 657, p. 1875; 157 p. 489, 1876; W. A. 1 p. 14, 1877; 10 p. 613, 1880; 11 p. 604, 1880; Journal üb. Mathem. 82 p. 85, 1876; Die mechan. Wärmetheorie 2 p. 227, 1879.
- Froehlich.* Wied. Ann. 9 p. 261, 1880; 12 p. 121, 1881.
- Budde.* Wied. Ann. 10 p. 553, 1880; 12 p. 644, 1881; 29 p. 488, 1886; 30 p. 100, 1887; Verh. Berl. Ges. 7 p. 10, 1888.
- Lorberg.* Pogg. Ann. Ergbd. 8 p. 599, 1877; W. A. 36 p. 671, 1889.
- Riemann.* Pogg. Ann. 131 p. 257, 1867.
- Wand.* Pogg. Ann. 159 p. 94, 1876.
- Levy.* C. R. 95 p. 986, 1882.
- Moutier.* C. R. 63 p. 299, 1866; 78 p. 1201, 1875; Ann. d. Chim. et d. Phys. (5) 4 p. 267, 1875.
- Edlund.* Théorie des phénom. élect., 1874; Pogg. Ann. 148 p. 421, 1873; 149 p. 87, 1873; 156 p. 590, 1875; Ergbd. 6 p. 95, 241, 1873; Arch. sc. phys. (2) 43 pp. 209, 297, 1872; W. A. 1 p. 161, 1877; 2 p. 347, 1877; 15 p. 165, 1882.
- Hankel.* Pogg. Ann. 126 p. 440, 1865; 131 p. 607, 1860; Ber. K. Sächs. Ges. d. Wiss. p. 30, 1865; p. 269, 1866.
- Reynard.* Ann. d. Chim. et d. Phys. (4) 19 p. 272, 1870.
- Herwig.* Pogg. Ann. 150 p. 623, 1873.
- Lecher.* Repert. d. Phys. 20 p. 151, 1884.
- Хвольсон.* Pogg. Ann. Ergbd. 8 p. 140, 1876.

К § 6.

- W. Weber.* Elektrodynamische Massbestimmungen, 1846.
- Cazin.* Ann. d. Chim. et d. Phys. (4) 1 p. 257, 1864; Repert. d. Phys. 1 p. 42, 1866.
- Boltzmann.* Wien. Ber. 60 p. 69, 1869.
- Niemöller.* Wied. Ann. 5 p. 433, 1878.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ.

Возбуждение магнитного состояния тел.

§ 1. Введение. Рассмотрев в предыдущей главе пондеромоторные силы, проявляющиеся в магнитном поле, переходим к изучению других действий этого поля на помещенные в нем тела. Прежде всего мы, в этой главе, рассмотрим те чисто магнитные явления, которые обнаружи-

ваются, если поместить в магнитное поле какое-либо тело. Интенсивность этих явлений при заданном магнитном поле зависит прежде всего от вещества тела; она велика для небольшого числа веществ (в особенности *Fe*, сталь, *Ni*, *Co* и некоторые сплавы, см. § 9) и весьма мала почти для всех остальных, хотя, по всей вероятности, никогда не равна нулю. С чисто внешней стороны рассматриваемое влияние может быть характеризовано словами: тело, помещенное в магнитное поле, само делается магнитом, оно намагничивается. Мы говорим, что в теле возбуждается магнитное состояние, или что в нем индуктируется магнетизм, а самое явление называем магнитною индукцией. На это явление можно смотреть двояко. Мы можем сказать, что под влиянием поля, или даже под непосредственным влиянием источников поля (*actio in distans!*) в теле происходят такие изменения, вследствие которых оно превращается в магнит. Поле этого нового магнита как бы накладывается на уже существующее поле, так что получается некоторое новое распределение сил во внешнем пространстве. Если исчезает первоначальное поле, то в некоторых случаях сохраняется часть индуктированного магнетизма, а также принадлежащее ей поле. В связи с таким взглядом находится и вопрос о „механизме” магнитной индукции, напр., попытка свести этот механизм к вращению молекулярных магнитов (см. ниже). Однако, можно и иначе смотреть на возникновение магнитной индукции: если внести в магнитное поле тело, магнитная проницаемость μ которого отличается от магнитной проницаемости μ_0 среды (напр. воздуха), то происходит перераспределение линий индукции, которые, напр., при $\mu > \mu_0$ сгущаются внутри тела, вследствие чего последнее и приобретает все свойства магнита, северный и южный фиктивные магнетизмы и т. д. При таком взгляде следует говорить уже не о влиянии поля на тело, но скорее о влиянии тела на поле. Само же тело играет только роль среды для линий индукции. Могло бы казаться, что второй взгляд более правильный, более соответствующий современному положению науки. Но это неверно. Прежде всего явление остаточного магнетизма не укладывается без новых гипотез в рамки, соответствующие этому взгляду. Во-вторых, изменение поля далеко не единственное явление, замечаемое при помещении тела в магнитное поле; меняется, как мы увидим далее, еще целый ряд физических свойств этого тела. В третьих, как раз электронное учение о магнетизме приводит к заключению о наличности действительных изменений, происходящих внутри тела, помещенного в магнитное поле. Все это дает нам право говорить по-прежнему о намагничивающем действии магнитного поля. В конце этой главы мы рассмотрим весьма важные новые теории магнетизма *W. Voigt'a*, *Langevin'a* и *P. Weiss'a* и др.

Напомним о некоторых ранее выведенных формулах. Пусть H напряжение поля в какой-либо точке тела. Мы обозначили через J степень намагничивания в данной точке; она равна, см. (23) гл. I, магнитному моменту, отнесенному к единице объема, а также плотности k фиктивного магнетизма на основании параллелепипеда, мысленно выделенного из

данного тела, если это основание перпендикулярно к магнитной оси выделенной части, см. (23, а) гл. I. Полагая, что намагничение J вызвано полем H , мы имеем, см. (24),

$$J = \kappa H \quad \dots \dots \dots (1)$$

где κ — магнитная восприимчивость рассматриваемого вещества. Вообразим внутри тела бесконечно узкую щель (гл. I, § 3), стороны которой перпендикулярны к H , и следовательно, покрыты фиктивным магнетизмом плотности $= k'$. Напряжение поля внутри этой щели и есть индукция $B = \mu H$, где μ магнитная проницаемость вещества. Величина этого поля равна $H + 4\pi k' = H + 4\pi J = H + 4\pi \kappa H = (1 + 4\pi \kappa) H$. Отсюда, см. (25) гл. I,

$$\mu = 1 + 4\pi \kappa \quad \dots \dots \dots (2)$$

Прежде отличали только тела парамагнитные и диамагнитные; к первым относили тела, для которых $\kappa > 0$; ко вторым тела, для которых $\kappa < 0$; оказывается, что $\mu > 0$ для всех тел. Величина μ аналогична индуктивной способности K диэлектриков. Если в равномерное магнитное поле поместить диамагнитный ($\mu > 1$) шар, то линии сил расположатся так, как показано на рис. 70; в случае парамагнитного шара получается расположение, изображенное на рис. 71. Случая, который соответствовал бы рисунку 72 ($\mu = \infty$), в области магнитных явлений не существует.

В настоящее время принято разделять тела по отношению к их магнитным свойствам на сильно-магнитные или ферромагнитные и на слабомагнитные. К первым относятся разновидности железа и стали, никкель, кобальт и некоторые сплавы и руды. Названия „парамагнитные“ и „диамагнитные“ тела ныне обыкновенно относят только к слабо-магнитным телам. Это тем более уместно, что некоторые современные теории приводят к результату, что явления, наблюдаемые в ферромагнитных телах по самому существу отличаются от тех явлений, которые происходят хотя бы в парамагнитных телах. Если бы эти теории окончательно утвердились, то оказалось бы прямо неверным причислять ферромагнитные тела к парамагнитным.

Слагаемая намагничения J мы обозначали (стр. 392) через A, B, C . Объемная плотность ρ фиктивного магнетизма в какой-либо точке определяется формулою, см. (18) гл. II,

$$\rho = - \left\{ \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} \right\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

На поверхности магнита имеем поверхностную плотность k фиктивного магнетизма, равную, см. (17) и (20) гл. II,

$$k = \bar{A} \cos(n, x) + \bar{B} \cos(n, y) + \bar{C} \cos(n, z) = \bar{J} \cos(\bar{J}, n) \quad \dots \dots (4)$$

где $J(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$ — намагничение у поверхности, n — направление нормали к этой поверхности. Потенциал V магнита равен, см. (19) гл. II,

$$V = \int \frac{k ds}{r} + \int \frac{\rho dv}{r} \quad \dots \dots \dots (5)$$

где ds и dv элементы поверхности и объема, r расстояние этих элементов от точки, к которой относится V . Мы назвали намагничение соленоидальным, когда везде $\varrho = 0$, т. е.

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

см. (41,а) гл. II, и мы называли намагничение слоистым, когда существует потенциал φ намагничения, т. е., когда можно положить

$$A = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad B = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad C = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \dots \dots \dots (7)$$

см. (43,а), а также (44) гл. II.

Мы увидим ниже, что κ , а след. также и μ , не суть величины, имеющие для данного вещества одно определенное численное значение, но что эти величины в высшей степени зависят от самого поля H . Это относится, прежде всего, к ферромагнитным веществам, главным представителем которых является железо. Мы увидим, что в этой зависимости κ и μ от H кроется главный источник той сложности, которою обладает явление магнитной индукции.

§ 2. Математическая теория магнитной индукции. Эта теория занимается решением следующей задачи: дано магнитное поле, в которое вводится тело определенной величины, формы и состава; требуется определить магнитное состояние этого тела, т. е. распределение в нем магнетизма, или, что сводится к тому же, его потенциал во всех точках, как внутри, так и вне самого тела. Способ решения этой задачи дал впервые Poisson (1824), который и приложил его к некоторым частным случаям. Не упоминаем здесь о многочисленных ученых, которые разрабатывали и применяли теорию магнитной индукции; важнейшие работы приведены в обзоре литературы. Укажем, однако, уже здесь на существенный недостаток этой теории: она основана на предположении, что κ или μ суть величины постоянные для данного вещества, т. е. не зависят от напряжения поля H внутри тела, что, как было сказано, неверно. Кроме того, эта теория не принимает во внимание возможности остаточного магнетизма. Оставляя в стороне последнее обстоятельство, мы все-таки должны сказать, что теория только тогда дает нам правильное представление о распределении индуктированного магнетизма, когда H имеет одно и то же значение во всех точках внутри тела. Но и в этом случае она не ответит на вопрос о зависимости степени намагничения от величины заданного внешнего поля H . Попыток ввести зависимость κ от H в теорию мы рассматривать не будем.

Введем следующие обозначения. Пусть напряжение данного внешнего поля H_0 , потенциал V_0 ; индукция дает внутри тела объемную плотность ϱ , на его поверхности плотность магнетизма k . Поле, вызванное этим магнетизмом внутри тела пусть будет H_1 , потенциал V_1 , вне тела H_2 и V_2 . Все поле внутри тела $H = H_0 + H_1$, потенциал $V = V_0 + V_1$; намагничение J , его слагаемые A, B, C . Сумму вторых производных по x, y, z обозначим символом Δ^2 . Тогда внутри тела $\Delta^2 V_0 = 0$; следовательно,

$\Delta^2 V = \Delta^2 V_i$. Имеем

$$\Delta^2 V = \Delta^2 V_i = -4\pi\rho \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{\partial V_c}{\partial n} - \frac{\partial V_i}{\partial n} = -4\pi k \dots \dots \dots (8, a)$$

$$J = \kappa H = \kappa(H_0 + H_i) \dots \dots \dots (8, b)$$

Полагая $-\kappa(V_0 + V_i) = -xV = \varphi$, имеем

$$A = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad B = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad C = \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Отсюда следует, что намагничение слоистое, см. (7). Формула (3) дает $\rho = -\Delta^2 \varphi = \kappa \Delta^2 V$. Вставляя в (8), получаем $(1 + 4\pi\kappa)\Delta^2 V = \mu \Delta^2 V = 0$. Но $\mu > 0$, следовательно, $\Delta^2 V = 0$, а это дает $\rho = 0$. Отсюда следует, что намагничение соленоидальное. Итак, при магнитной индукции получается намагничение одновременно слоистое и соленоидальное; фиктивный магнетизм находится только на поверхности тела. Плотность k этого магнетизма равна, см. (4),

$$k = \bar{J} \cos(\bar{J}, n) = -\kappa \left(\frac{\partial V_0}{\partial n} + \frac{\partial V_i}{\partial n} \right) \dots \dots \dots (8, c)$$

Но мы имеем, см. (5),

$$V_i = \int \frac{k ds}{r} \dots \dots \dots (9)$$

Следовательно,

$$V_i = -\kappa \int \frac{ds}{r} \left(\frac{\partial V_0}{\partial n} + \frac{\partial V_i}{\partial n} \right) \dots \dots \dots (10)$$

В формулах (9) и (10) заключается вся общая теория магнитной индукции. Задача решена, если будет найдено такое распределение фиктивных масс плотности k на поверхности тела, потенциал V_i которого удовлетворяет условию (10). Если вставить (9) в (8, c), то получается уравнение для k

$$k = -\kappa \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \int \frac{k ds}{r} + \frac{\partial V_0}{\partial n} \right\} \dots \dots \dots (10, a)$$

Небезинтересно отметить, что можно составить общие уравнения, исходя из закона постоянства потока магнитной индукции. Если слагаемые сил H_0, H_e, H_i по направлению нормали n обозначить через $H_{0,n}, H_{e,n}, H_{i,n}$, то, согласно этому закону,

$$H_{e,n} = H_{0,n} = \mu(H_{i,n} + H_{0,n}) \dots \dots \dots (11)$$

или

$$\frac{\partial V_c}{\partial n} - \frac{\partial V_i}{\partial n} = (\mu - 1) \left(\frac{\partial V_0}{\partial n} + \frac{\partial V_i}{\partial n} \right)$$

Заменив левую часть через $-4\pi k$, см. (8, a) и положив $\mu - 1 = 4\pi\kappa$, получаем выражение (8, c) для k .

Поле H_i имеет вообще такое направление, что напряжение $H = H_0 + H_i$ меньше напряжения H_0 . Намагничение J меньше того намагни-

чения $J_0 = \kappa H_0$, которое получилось бы при отсутствии поверхностного слоя плотности k . Этот слой производит поэтому размагничивающее действие, за меру которого мы примем величину*)

$$N = -\frac{H_i}{J} \dots \dots \dots (12)$$

Она относится к определенной точке тела; но можно ввести и средние значения (гл. II, § 5). Формулы (8,b) и (12) дают:

$$N = \frac{\kappa H_0 - J}{\kappa J} = \frac{J_0 - J}{\kappa J} \dots \dots \dots (12, a)$$

$$J = \frac{\kappa H_0}{1 + \kappa N} = \frac{J_0}{1 + \kappa N} \dots \dots \dots (12, b)$$

$$H_i = -\frac{\kappa N}{1 + \kappa N} H_0 \dots \dots \dots (12, c)$$

$$H = H_0 + H_i = \frac{H_0}{1 + \kappa N} \dots \dots \dots (12, d)$$

$$\kappa = \frac{J}{H_0 - NJ} \dots \dots \dots (12, e)$$

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa = \frac{H_0 + (4\pi - N)J}{H_0 - NJ} \dots \dots \dots (12, f)$$

Для индукции $B = \mu H = \mu(H_0 + H_i)$ получаем, вставляя (12,c) и вводя μ вместо κ ,

$$B = \frac{4\pi\mu}{4\pi + (\mu - 1)N} H_0 \dots \dots \dots (13)$$

Отсюда

$$\mu = \frac{(4\pi - N)B}{4\pi H_0 - NB} \dots \dots \dots (13, a)$$

$B = \mu(H_0 + H_i)$ и (8,b) дают $B = \frac{\mu J}{\kappa}$; теперь (12,c) и (12,f) дают:

$$B = H_0 + (4\pi - N)J \dots \dots \dots (13, b)$$

$$J = \frac{B - H_0}{4\pi - N} \dots \dots \dots (13, c)$$

$$\mu = \frac{B}{H_0 - NJ} \dots \dots \dots (13, d)$$

При выводе формул мы с самого начала ввели величину κ ; заметим, что многие авторы пользуются другим коэффициентом p , который оказывается равным

$$p = \frac{4\pi\kappa}{3 + 4\pi\kappa} = \frac{\mu - 1}{\mu + 2} \dots \dots \dots (13, e)$$

При весьма малом κ можно пренебречь величиною H_i сравнительно с H_0 , и положить $J = \kappa H_0$, $N = 0$; форма тела в этом случае ни-

*) В гл. II § 5 мы пользовались другими обозначениями: J и J' вместо J_0 и J . Там были введены средние значения H'_i и N' ; кроме того мы не обращали внимания на направления векторов H'_i и J' , а потому и не ставили знака минус.

какой роли не играет. При весьма большом κ и не малом N , мы получаем из (12, b) $J = H_0 : N$, так что намагничение не зависит вовсе от κ .

Величины μ и κ , т. е. проницаемость и восприимчивость относятся к определенному веществу. Аркадьев (1914) ввел новые величины μ_0 и κ_0 (его обозначения иные), которые он называет проницаемостью и восприимчивостью формы, и величины μ_1 и κ_1 — проницаемостью и восприимчивостью тела; последние величины зависят, как от вещества, так и от формы рассматриваемого тела. Для этих величин он получает формулы

$$\kappa_0 = \frac{1}{N}; \quad \mu_0 = \frac{4\pi}{N} \dots \dots \dots (13, f)$$

$$\kappa_1 = \frac{\kappa}{1 + N\kappa}; \quad \mu_1 = \frac{4\pi\mu}{4\pi + N(\mu - 1)} \dots \dots \dots (13, g)$$

Если ввести величины, относящиеся к форме, то получаются выражения

$$\kappa_1 = \frac{\kappa_0 \kappa}{\kappa_0 + \kappa}; \quad \mu_1 = \frac{\mu_0 \mu}{\mu_0 + \mu - 1} \dots \dots \dots (13, h)$$

Весьма любопытно, что в этих выражениях, относящихся к телу, вполне одинаково входят величины, зависящие от вещества и величины, определяемые формой тела. Аркадьев подробно указывает на применения введенных им величин, при расчетах, относящихся к намагничению тел различной формы.

Обратимся к разбору некоторых частных случаев.

В равномерное поле ($H_0 = \text{Const.}$) помещена весьма большая пластинка, стороны которой перпендикулярны к H_0 . Пусть k плотность магнетизма на той стороне пластинки, внешняя нормаль к которой имеет направление H_0 ; на другой стороне плотность k' . Легко доказать, что $k' = -k$. Действительно, мы имеем $H_i = -2\pi(k \pm k')$ и следовательно $H_0 + H_i = H_0 - 2\pi(k \pm k') = \text{Const.}$, следовательно, $J = \kappa(H_0 + H_i) = \text{Const.}$ Тогда (4) дает $k = J$, $k' = -J$, откуда и следует $k' = -k$. Теперь имеем $H_i = -4\pi k = -4\pi J$, и потому

$$J = \kappa(H_0 + H_i) = \kappa(H_0 - 4\pi J).$$

Отсюда

$$J = k = \frac{\kappa H_0}{1 - 4\pi\kappa} = \frac{1 - \mu}{4\pi\mu} H_0 \dots \dots \dots (14)$$

$$H_i = -\frac{1 - \mu}{\mu} H_0 \dots \dots \dots (14, a)$$

$$H = H_0 + H_i = \frac{H_0}{\mu} \dots \dots \dots (14, b)$$

$$N = -\frac{H_i}{J} = 4\pi \dots \dots \dots (14, c)$$

см. (45, c) гл. II.

Переходим к случаю, когда в равномерном поле ($H_0 = \text{Const.}$) помещен шар радиуса r . Мы видели (гл. II, § 3), что равномерно намагниченный шар ($J = \text{Const.}$) дает внутреннее поле

$$H_i = -\frac{4}{3} \pi J \dots \dots \dots (15)$$

см. (22, b) гл. II; его магнитный момент M равен, см. гл. II после формулы (22),

$$M = \frac{4}{3} \pi r^3 J \dots \dots \dots (15, a)$$

Такое равномерное намагничение удовлетворяет уравнениям магнитной индукции, ибо (15) не противоречит основному уравнению (8, b), т. е.

$$J = \kappa (H_0 + H_i) \dots \dots \dots (15, b)$$

в котором H_0 и J величины постоянные. Вставляя сюда (15), получаем

$$J = \kappa \left(H_0 - \frac{4}{3} \pi J \right),$$

откуда

$$J = \frac{\kappa H_0}{1 + \frac{4\pi\kappa}{3}} = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{\mu - 1}{\mu + 2} H_0 \dots \dots \dots (15, c)$$

$$H_i = -\frac{\mu - 1}{\mu + 2} H_0 \dots \dots \dots (15, d)$$

$$H = H_0 + H_i = \frac{3}{\mu + 2} H_0 \dots \dots \dots (15, e)$$

Если считать угол φ , как на рис. 165 (H_0 имеет направление слева направо), то

$$k = J \cos \psi = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{\mu - 1}{\mu + 2} H_0 \cos \varphi \dots \dots \dots (15, f)$$

$$N = -\frac{H_i}{J} = \frac{4\pi}{3} \dots \dots \dots (15, g)$$

согласно (45, b) гл. II. Наконец, магнитный момент M шара, см. (15, a) и (15, c),

$$M = \frac{\mu - 1}{\mu + 2} r^3 H_0 \dots \dots \dots (15, h)$$

Отсюда видно, что величина p , см. (13, d) есть не что иное, как магнитный момент шара, радиус которого $r = 1$, и который помещен в равномерное поле напряжения $H_0 = 1$. Для индукции B находим, на основании (13) и (15, g),

$$B = \frac{3\mu}{\mu + 2} H_0 \dots \dots \dots (15, i)$$

При очень большом μ можно положить $B = 3H_0$; это значит, что линии сил внутри шара расположены втрое гуще, чем во внешнем, первоначальном поле. Выражение (15, f) вполне согласно с (77) части 1, гл. I, если положить $K_1 = 1$, $K_2 = \mu$, $F = H_0$; легко сообразить, на чем это основано.

Если в равномерное поле H_0 поместить эллипсоид вращения, ось которого имеет направление H_0 , то эллипсоид намагничивается равномерно ($J = \text{Const.}$). В гл. II были приведены выражения (45, d), (45, e)

и (45, f) для величины N' , которая тождественна с N в формулах (12) до (12, f). Вставляя это N в (12, b), (12, c), (12, d), мы получаем величины J , H_i и H . Плотность $k = J \cos \varphi$, где φ угол между осью вращения и нормалью к поверхности эллипсоида в той точке, к которой относится величина k .

Если поместить в равномерное поле H_0 весьма длинный цилиндр так, чтобы его ось была параллельна H_0 , то в частях цилиндра, далеких от его оснований, можно пренебречь размагничивающим влиянием магнетизма и положить $H_i = 0$, $N = 0$, так что

$$J = \kappa H_0, \quad B = \mu H_0 \dots \dots \dots (16)$$

Если ось весьма длинного кругового цилиндра перпендикулярна к равномерному полю H_0 , то, см. (45, g) гл. II,

$$N = 2\pi \dots \dots \dots (17)$$

Формулы (12, b), (12, c), (12, d) и (13) дают

$$J = \frac{\kappa H_0}{1 + 2\pi\kappa} = \frac{1}{2\pi} \frac{\mu - 1}{\mu + 1} H_0 \dots \dots \dots (17, a)$$

$$H_i = \frac{2\pi\kappa H_0}{1 + 2\pi\kappa} = \frac{\mu - 1}{\mu + 1} H_0 \dots \dots \dots (17, b)$$

$$H = \frac{H_0}{1 + 2\pi\kappa} = \frac{2}{\mu + 1} H_0 \dots \dots \dots (17, c)$$

$$B = \frac{2\mu}{\mu + 1} H_0 \dots \dots \dots (17, d)$$

При очень большом μ можно положить $B = 2H_0$, между тем как мы для шара имели в пределе $B = 3H_0$.

Du Bois (1913) дал для весьма длинного эллиптического цилиндра, полуоси поперечного сечения которого a и b , понятные формулы

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{4\pi b}{a+b}, & N_y &= \frac{4\pi a}{a+b} \\ N_x + N_y &= 4\pi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17, e)$$

Большое практическое значение имеет намагничение кольца, форма которого получается при вращении какой-либо плоской фигуры около оси, лежащей в плоскости этой фигуры и не пересекающей ее (см. рис. 262). Введем цилиндрические координаты: расстояние r данной точки M от оси, расстояние z точки M от некоторой плоскости, перпендикулярной к оси, и угол φ между плоскостью, проходящей через M и ось, и некоторой начальной плоскостью, проходящей через ось. Kirchhoff разобрал случай, когда данное поле H_0 везде перпендикулярно к плоскости $\varphi = \text{Const.}$, т. е. к поперечному сечению кольца, и не зависит от φ . Линии сил поля H_0 суть окружности, для всех точек которых $z = \text{Const.}$ и $r = \text{Const.}$ В этом случае $H_0 = f(r, z)$; кольцо намагничивается, но поверхностного магнетизма вовсе нет, а потому $N = 0$, $H_i = 0$, $H_e = 0$, т. е. кольцо никакого действия во внешнем пространстве не обнаруживает; $H = H_0$, и $B = \mu H$. Особенный интерес представляет случай, когда поле H полу-

чается вследствие прохождения тока i по проволоке, равномерно намотанной на кольцо (замкнутый соленоид). В этом случае, см. (16) гл. VII

$$H = H_0 = \frac{2\pi ni}{r} \dots \dots \dots (18)$$

где n полное число оборотов проволоки; далее

$$J = \frac{2\pi ni}{r} \dots \dots \dots (18, a)$$

$$B = \frac{2\mu ni}{r} \dots \dots \dots (18, b)$$

Весь поток индукции равен

$$\Psi = 2\mu ni \iint \frac{dr dz}{r} \dots \dots \dots (18, c)$$

где интеграл распространен на все элементы поперечного сечения кольца. Для кольца с прямоугольным сечением, высота (\parallel оси) которого h , ширина b , и расстояние центра от оси равно R , получается

$$\Psi = 2\mu nih \lg \frac{2R+b}{2R-b} \dots \dots \dots (18, d)$$

При весьма малом $b : R$ можно принять

$$\Psi = \frac{2\mu ni S}{R} \dots \dots \dots (18, e)$$

где $S = hb$. Кольцо с круглым сечением называется тором; пусть ρ — радиус сечения, $S = \pi\rho^2$. Тогда

$$\Psi = 4\pi\mu ni \{R - \sqrt{R^2 - \rho^2}\} \dots \dots \dots (18, f)$$

Здесь R — расстояние центра сечения от оси кольца. Для весьма малого $\rho : R$ имеем

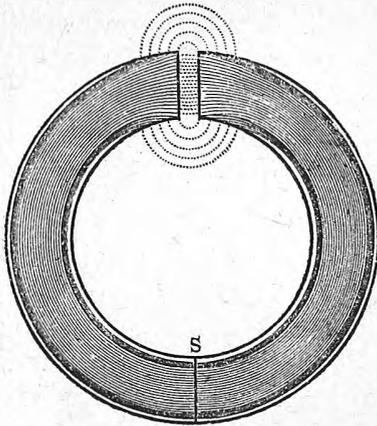
$$\Psi = \frac{2\mu ni S}{R} \dots \dots \dots (18, g)$$

Намагничение кольца для других случаев действующего поля рассматривали Boltzmann, Sauter, Mues, Schütz, Н. А. Булгаков и др.

Весьма большое практическое значение имеет случай разомкнутого кольца (кольца со щелью или с просветом), см. рис. 293. Теорию этого случая дал du Bois. Пусть R и ρ имеют прежнее значение, ширина щели d ; кольцо снабжено, как в предыдущем случае, обмоткой, через которую проходит ток. Линии индукции располагаются, как показано на рисунке; около S , т. е. далеко от щели, они почти не отличаются от тех окружностей, которые мы имели в сплошном торе. Но под влиянием поверхностного магнетизма на обращенных друг к другу концах разомкнутого кольца, величины H и B уменьшаются, когда мы приближаемся к щели. Вследствие этого линии индукции расходятся, и отчасти встречают боковую поверхность кольца под весьма острыми углами. Эти линии выйдут наружу почти нормально к поверхности, когда μ большая вели-

чина (железо), как видно из формулы (18) гл. I, в которой $\mu_1 = \mu$, $\mu_2 = 1$ и, следовательно, $\operatorname{tg} \alpha_1 = \mu \operatorname{tg} \alpha_2$, где α_1 и α_2 углы между линиями индукции и нормально к поверхности кольца. Таким образом не весь поток индукции пройдет через щель. Это явление называется утечкой (немецк. Streuung, англ. leakage). Пусть Ψ — средний поток индукции внутри кольца, Ψ_e — поток индукции в щели. Тогда величина

Рис. 293.



$$\sigma = \frac{\Psi}{\Psi_e} \dots \dots \dots (19)$$

называется коэффициентом утечки; очевидно $\sigma > 1$, и тем больше, чем шире щель. Пренебрегая поверхностным магнетизмом на боковой поверхности тора, и полагая, что на основаниях плотность k везде одинаковая, du Bois нашел для величины коэффициента размагничивания N выражение

$$N = \frac{4\pi(d+s - \sqrt{d^2+s^2})}{2\pi R - d} \dots \dots \dots (19, a)$$

При весьма малом d , т. е. весьма узкой щели

$$N = \frac{2d}{R} \dots \dots \dots (19, b)$$

Если ширину щели выразить в процентах p окружности $2\pi R$, или в градусах α угла, под которым щель видна из центра кольца, то последнее выражение дает приближенно

$$N = \frac{1}{2} p = 0,035 \alpha \dots \dots \dots (19, c)$$

Н. Lehmann (1893) проверял на опыте формулы du Bois для кольца из шведского железа ($R = 7,96$ см., $\rho = 0,895$), и для пяти значений ширины щели (от 0,040 до 0,357 см.). Он нашел следующие числа для N и σ :

$d = 0,040$	0,063	0,103	0,202	0,357 см.
$N = 0,0079$	0,0102	0,0140	0,0203	0,0246 „
$\sigma = (1,31)$	1,52	1,79	2,48	3,81 „

Число 1,31 было найдено экстраполированием из эмпирической формулы $\sigma - 1 = 7d : R$. Результаты этих измерений оказались в весьма удовлетворительном согласии с теорией du Bois.

В связи с внутренним размагничивающим влиянием индуктированного поверхностного магнетизма находится явление магнитной тени, вызываемое полыми телами, т. наз. магнитными экранами. Если в магнитное поле H_0 поместить полое тело, напр., полый шар или весьма длинный полый цилиндр из сильно магнитного вещества, то индуктиро-

ванный на этом теле поверхностный магнетизм произведет в самой полости действие, обратное внешнему полю H_0 , вследствие чего поле H' внутри полости будет слабее поля H_0 . Полость находится в „тени,” и само тело действует, как экран, защищающий полость от внешних магнитных действий. Пондеромоторное действие внешнего поля на находящиеся в полости тела (магниты, токи) будет уменьшено, но зато появятся пондеромоторные силы, действующие на полое тело, служащее экраном. Линии сил внешнего поля при входе в тело сильно преломляются и большею частью проходят внутри его массы, как бы огибая внутреннюю полость. Относясь сюда вопросами занимались Stefan (1882), Rücker (1894), Du Bois (1897), Wills (1899), Dubois и Wills (1900), De la Rive (1909) и Эсмарх (1911, 1913). Ограничиваемся указанием на две формулы. Для полого шара (внутренний радиус R_1 , наружный R_2)

$$\frac{H_0}{H_1} = 1 + \frac{2}{9} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} \left(1 - \frac{R_1^3}{R_2^3}\right) \dots \dots \dots (20)$$

Для большого μ и малой толщины $d = R_2 - R_1$ можно положить

$$\frac{H_0}{H_1} = 1 + \frac{9\pi\kappa d}{3R} \dots \dots \dots (20, a)$$

Для полого весьма длинного цилиндра, ось которого перпендикулярна к H_0 (радиусы R_1 и R_2),

$$\frac{H_0}{H_1} = 1 + \frac{1}{4} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} \left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}\right) \dots \dots \dots (20, b)$$

При большом μ и малом $d = R_2 - R_1$

$$\frac{H_0}{H_1} = 1 + 2\pi\kappa \frac{d}{R} \dots \dots \dots (20, c)$$

Rücker, Du Bois и Wills дали формулы для двойных и тройных экранов, т. е. для двух и трех концентрических шаровых или коаксиальных цилиндрических экранов. Эсмарх дал весьма общее и изящное решение задачи для произвольного числа концентрических шаровых или коаксиальных цилиндрических слоев. Он исследовал влияние таких слоев также и экспериментально.

Все, что до сих пор было изложено по теории магнитной индукции, основывалось на предположении, что κ и μ величины постоянные, не зависящие от напряжения действующего магнитного поля H , и что, следовательно, намагничение пропорционально направлению поля. Но, как уже было упомянуто, κ и μ зависят от H , и намагничение J , возрастая вместе с H , стремится к некоторому пределу, т. наз. магнитному насыщению. Кроме того наша теория не дает никакого отчета о явлении остаточного магнетизма. Хотя результаты опытных исследований зависимости величин κ и μ от H еще не были рассмотрены, мы все же считаем удобным уже теперь указать на попытку теоретического объяснения существования насыщения, а также остаточного магнетизма. Это объяснение исходит из той гипотезы вращающихся молекуляр-

ных магнитов, основные черты которой уже были указаны в гл. I, § 2. Первые по времени выводы принадлежат W. Weber'у (1852), который предположил, что магнитная сила H стремится вращать молекулу и поставить ее ось параллельно H , при чем развивается другая, противодействующая сила D , параллельная тому направлению, которое имела ось молекулы до ее вращения. Пусть n весьма большое число молекул в единице объема, m магнитный момент одной молекулы. В таком случае предельное значение намагничения J , соответствующее $H = \infty$, равно mn . Положим, что ось молекулы сперва составляла угол α с направлением H , а после вращения — угол β . Условие равновесия будет $H \sin \beta = D \sin(\alpha - \beta)$, откуда

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{D \sin \alpha}{H + D \cos \alpha} \dots \dots \dots (21)$$

Вследствие вращения образовался магнитный момент ΔJ по направлению H , равный

$$\Delta J = m(\cos \beta - \cos \alpha).$$

Если сюда ввести значение для β из (21) и предположить, что все направления α одинаково часто встречаются, то для J получается следующий результат:

при $0 < H < D$

$$J = \frac{2}{3} mn \frac{H}{D} \dots \dots \dots (21, a)$$

при $H > D$

$$J = mn \left(1 - \frac{1}{3} \frac{H^2}{D^2}\right) \dots \dots \dots (21, b)$$

Это значит, что при малых H намагничение J растет пропорционально H до $H = D$, когда J равна $\frac{2}{3}$ наибольшего значения mn . При $H > D$ намагничение асимптотически приближается к значению mn . Об остаточном магнетизме теория Weber'a умалчивает.

Maxwell заполнил этот пробел. Он предполагает, что если угол $\alpha - \beta$ вращения молекулы меньше некоторого значения θ , то молекула после исчезновения поля H вполне возвращается в первоначальное положение. Но если $\alpha - \beta > \theta$, то после исчезновения H молекула повертывается назад только на угол θ , и следовательно, остается отклоненною на угол $\alpha - \beta - \theta$, что и объясняет возникновение остаточного магнетизма. Окончательный результат этой теории не настолько близок к действительности, чтобы можно было придавать ей большое значение.

Объяснение возникновения силы D , как результата действия на молекулу всех окружающих ее молекул, было, повидимому, дано впервые мною. Дальнейшее развитие теории вращающихся молекулярных магнитов можно найти в работах Righi (1880), Auerbach'a (1881), Ewing'a (1890), du Bois (1904) и др.

§ 3. Электромагниты. Когда напряжение поля внезапно увеличивается или уменьшается, то сперва происходит быстрое изменение напряжения; но затем, повидимому после небольшой паузы, наступает даль-

нейшее медленное изменение, которое может продолжаться несколько минут. Это явление исследовали сперва Holborn (1896), Martens (1897) и Klemenčič, а затем Gildemeister (1907), который специально изучал исчезновение намагничивания. Он нашел, что намагничивание в $\frac{1}{300000}$ сек. уменьшается до половины, в $\frac{1}{150000}$ сек. более, чем до одной десятой, а в $\frac{1}{50000}$ сек. первое быстрое исчезновение уже окончено. От $\frac{1}{50000}$ до $\frac{1}{2000}$ сек. не происходит дальнейшего исчезновения, которое, во всяком случае, начинается позже. Обращаемся к общему случаю намагничивания током, предполагая, что намагничиваемое тело состоит из железа, т. е. обладает большим μ . Такое тело называется электромагнитом; он состоит из железного сердечника и обмотки или катушки; последняя может состоять из одного или нескольких слоев изолированной проволоки, через которую пропускается ток. Электромагнитам можно придавать весьма различные формы; наиболее употребительны электромагниты прямые (сердечник прямой, обыкновенно круглый стержень) и подковообразные. Последние были впервые построены Sturgeon'ом (1825) и Brewster'ом (1826). Они обыкновенно снабжены двумя прямыми катушками, которые надеваются на ветви подковообразного сердечника. Пластина или стержень из мягкого железа, который иногда накладывается на полюсы электромагнита, называется якорем.

Напряжение магнитного поля H внутри катушки определяется формулою (15,а) гл. VII при $m = 1$. Приблизительно можно принять и формулу (14,с) гл. VII, если под n подразумевать число оборотов проволоки на единицу длины катушки во всех слоях, т. е. если можно положить $H = 4\pi ni$, где i сила тока. Если S — площадь поперечного сечения внутренней полости катушки, то для потока сил получаем

$$\Phi = 4\pi niS \dots (22)$$

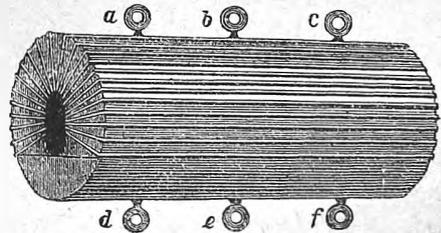
Если полость заполнить железным сердечником, то поток индукции Ψ внутри катушки будет равен

$$\Psi = 4\pi n(1 + 4\pi k)iS = 4\pi n\mu iS \dots (22, a)$$

Но напряжение поля H , а следовательно, и поток сил внутри катушки не меняется от заполнения полости катушки железом. Это означает, что если внутри сердечника представить себе вырезанным узкий прямой канал, параллельный оси катушки, то напряжение поля внутри этого канала окажется прежним, т. е. равным $H = 4\pi ni$. Но в узкой щели, вырезанной перпендикулярно к оси, напряжение поля, измеряющее индукцию B , будет равно $\mu H = 4\pi n\mu i$.

Из различных форм электромагнитов укажем немногие. На рис. 294 изображен электромагнит Joule'я, состоящий из железного полого ци-

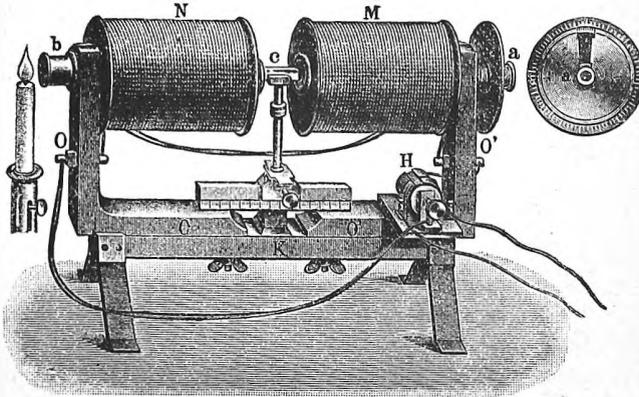
Рис. 294.



линдра, разрезанного параллельно оси на две неравные части, из которых большая продольно обмотана проволокою, а меньшая служит якорем.

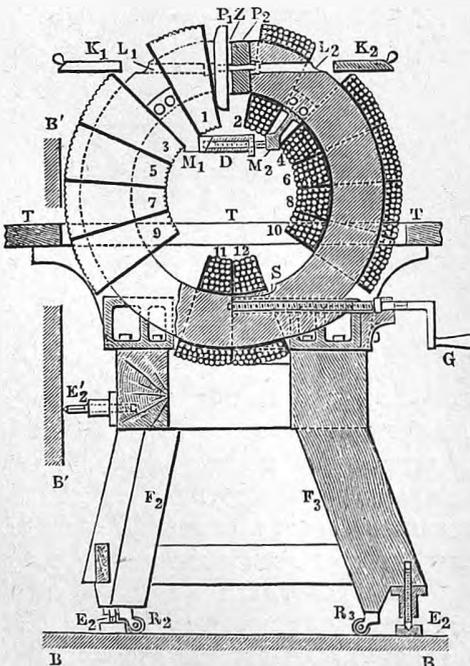
Rhumkorff построил удобный для некоторых исследований электромагнит, которым и в настоящее время часто пользуются. Он состоит из

Рис. 295.



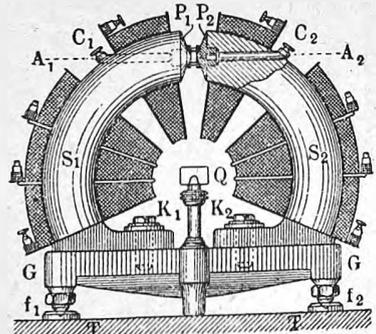
железной доски К (рис. 295), вдоль которой могут перемещаться толстые железные пластины О и О', изогнутые под прямыми углами. К их верхним концам привинчены горизонтальные железные цилиндры, на которые надеты катушки N и M. На под'емном столике помещается тело С, которое желают подвергнуть влиянию сильного магнитного поля. Железные сердечники просверлены вдоль оси для целей, о которых будет сказано впоследствии.

Рис. 296.



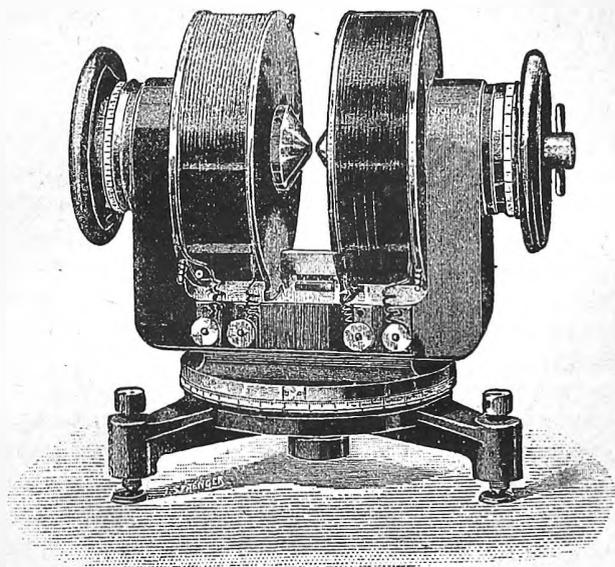
В последнее время получили широкое распространение электромагниты du Bois, дающие возможность получить в небольшом пространстве магнитное поле весьма вы-

Рис. 297.



сокого напряжения. Сперва (1894) du Bois построил кольцевой электромагнит (Ringlektromagnet), схематически изображенный на рис. 296. Железное кольцо установлено на деревянном треножном столе; оно снизу удерживается латунными оправами. Стол TT служит для добавочных приборов. Кольцо разрезано по горизонтальной плоскости S , касательной к внутренней его окружности; это дает возможность изменять расстояние двух половин кольца, вращая рукоятку a . На кольцо насажено 12 секторо-видных катушек; ширина каждой из них соответствует центральному углу в 20° , так что они покрывают всего 240° или две трети поверхности кольца. В верхней части просверлен канал L_1L_2 , который может быть заполнен

Рис. 298.



железными цилиндрами k_1 и k_2 . Чтобы помешать прогибу кольца вследствие притяжения полюсов, служит медный раздвижной стержень M_1M_2 ; при очень сильном намагничении приходится вставлять медные пластинки в просвет Z . В концы (полюсы) электромагнита могут быть ввинчены железные наконечники различной формы; два таких наконечника, P_1P_2 изображены на рисунке.

В 1900 г. du Bois построил полукольцевой электромагнит (Halbring-Elektromagnet), устройство которого понятно из рис. 297. Заметим только, что винты k_1 и k_2 дают возможность менять расстояние двух ветвей друг от друга и поворачивать каждую ветвь около вертикальной оси. Восемь катушек покрывают $22,5 \times 8 = 180^\circ$, т. е. половину окружности. Салазки Q служат для установки различных приборов.

Weiss (1907) построил весьма сильный электромагнит, изображенный на рис. 298; он установлен на треножнике так, что может вращаться около вертикальной оси. Катушки насажены на полюсные концы и могут быть

перемещаемы при помощи микрометрических винтов; ширина промежутка между полюсами может быть измерена с точностью до 0,1 мм. Железные сердечники могут быть охлаждаемы потоком воды. Между коническими наконечниками достигается напряжение поля в 40000 гаусс. Ollivier (1910) построил и исследовал весьма сильный прямой электромагнит; он дает поле, вполне симметрично расположенное вокруг некоторой оси. При силе тока в 31 ампер и при ширине просвета в 0,8 мм. получается поле в 45100 гаусс.

Stefan и одновременно Ewing и Low (1888) показали, что для получения максимального напряжения поля в малом пространстве следует пользоваться наконечниками, имеющими форму усеченного конуса, образующия которого составляют с его осью угол $\alpha = 54^{\circ}44'$ ($\alpha = \arctg \sqrt{2}$). Впоследствии Walter (1904) развил теорию Stefan'a и показал ее практическую приложимость. Du Bois исследовал в ряде теоретических статей (1900—1916) условия наилучшего действия электромагнита, главным образом разнообразные формы наконечников. Он изучал также и характер получаемого поля, степень его однородности, симметричности и т. д. В первых работах, он, например, нашел, что наибольшее напряжение получается при $\alpha = 60^{\circ}$, т. е. когда отверстие конуса составляло 120° . Он получал напряжение в 40000 гаусс при ширине просвета в несколько миллиметров. Deslandres и Perot (1914) удалось получить еще большее напряжение поля, устроив катушку из лентовидной проволоки, которую они охлаждали керосином при -25° или быстро текущей водой. Ток в катушке доходит до 6000 амперов при 95 вольтах, при чем она давала поле в 48600 гауссов; другая катушка давала 49900 гауссов. Вставив в катушку с двух ее концов по железному приостренному стержню, названные ученые получили в ее центре 63700 гауссов в объеме, равном 100 куб. мм. На короткое время можно было повысить поле до 70000 гауссов. Обреимов (1915) дал обзор работ, произведенных для достижения весьма сильных магнитных полей.

Обращаемся к рассмотрению некоторых свойств электромагнитов. Существует огромное число исследований эмпирической зависимости намагничивания от величины намагничивающей силы и от размеров сердечника. Здесь мы вкратце упомянем о старых работах, имеющих ныне лишь исторический интерес. Под намагничиванием авторы этих работ понимали величину, которая представляет некоторое среднее J , или которая прямо измерялась магнитным моментом сердечника; мы сохраним для нее обозначение J . Намагничивающая сила H измерялась произведением силы тока на число оборотов катушки. Ленц и Якоби (1839), которые пользовались толстыми сердечниками и не сильными токами, нашли, что J растет пропорционально H ; это лишь в весьма узких пределах соответствует действительности. Интерес представляют эмпирические формулы:

$$J. \text{ Müller'a} \dots J = c \arctg b H \dots (23)$$

где b и c зависят от размеров сердечника;

$$\text{Lamont'a} \dots J = a(1 - e^{-cH}) \dots (23, a)$$

$$\text{O. Froehlich'a} \dots J = \frac{kJ_0 H}{1 + kH} \dots (23, b)$$

где a , c , k постоянные, J_0 максимальное значение величины J . Впоследствии (1894) Froehlich заменил свою формулу более сложной. Дальнейшие эмпирические формулы предлагали Sohncke, Ruths, Müllendorf, Карр и другие.

Весьма многие ученые старались определить зависимость магнитного момента M или среднего намагничения J железных стержней, главным образом цилиндров, от их длины J и толщины d . Не останавливаясь на разнообразных, чисто эмпирических результатах этих работ, ограничиваемся немногими указаниями. Очевидно, что $M = vJ$, где v объем стержня; поэтому можно положить $M = Cl d^2 J$, где C постоянное. Dub нашел, что M растет пропорционально \sqrt{d} , а следовательно, J пропорционально $d^{-\frac{3}{2}}$; далее он вывел из своих наблюдений, что J пропорционально $l\sqrt{l}$, а следовательно, M пропорционально $l^2\sqrt{l}$. Однако, исследования Waltenhofen'a, G. Wiedemann'a и др. показали, что такая зависимость от размеров стержня не подтверждается опытами. Простых законов здесь нет, и, очевидно, быть не может. Приближенно можно принять, что

$$M = Cl d^2 \left(\frac{l}{d}\right)^{1+p}, \quad J = C_1 \left(\frac{l}{d}\right)^{1+p},$$

где $p = 0,3$. Те же формулы приложимы и к остаточному магнетизму.

Обращаемся к любопытному вопросу о так называемой под'емной силе электромагнитов. И здесь мы не останавливаемся на многочисленных экспериментальных исследованиях, которые производили Fechner (1833), Ленц и Якоби (1839), Joule (1851), Dub (1852), Waltenhofen (1870), Siemens (1881) и др., и которые не привели к ясным и определенным результатам. Эти работы подробно описаны в книге G. Wiedemann'a „Die Lehre von der Elektrizität“, т. III, стр. 638—661 и 688—709 (Braunschweig, 1895). Теоретический разбор вопроса дан Stefan'ом (1880) и Maxwell'ем в его знаменитом „Treatise on Elektr. and Magn.“ 2, § 641—644. Теория Stefan'a приводит к формуле

$$P = 2\pi J^2 S \dots (24)$$

где P под'емная сила, S площадь поперечного сечения сердечника электромагнита, J его среднее намагничение. К существенно другой формуле приводит теория Maxwell'a; эту формулу можно вывести элементарно. Вообразим прямой электромагнит, который вместе с катушкой поперечным разрезом разделен на две части; эти части затем сложены до возможно полного соприкосновения сердечников и катушек, через которые проходит намагничивающий ток. Требуется определить ту силу P , которая необходима, чтобы оторвать одну часть от другой. Предполагаем равномерное намагничение J , равное плотности k магнетизма на соприкасающихся поверхностях S . Пусть H напряжение поля катушек. Формула (63)

гл. III и указанная там же связь между соленоидом (ток) и магнитом позволяет нам мысленно заменить катушки магнитами, намагниченые J_1 которых равно $H:4\pi$. Отсюда следует, что мы можем сердечник с катушкой заменить одним сердечником, при чем на двух поверхностях S будет находиться магнетизм с поверхностною плотностью $J + H:4\pi$. Напряжение поля около одной из поверхностей равно $2\pi(J + H:4\pi)$, а потому сила P , действующая на соседнюю плоскость S , равна

$$P = 2\pi \left(J + \frac{H}{4\pi} \right)^2 S = \frac{(H + 4\pi J)^2 S}{8\pi} = \frac{B^2 S}{8\pi} \dots \dots (24, a)$$

Это и есть формула Maxwell'a. Если только один из стержней окружен катушкой, то сила поля около его поверхности равна $H + 2\pi J$, и потому под'емная сила

$$P' = (H + 2\pi J) J S = (2\pi J^2 + H J) S \dots \dots (24, b)$$

Очевидно, разность $P - P' = H^2 S:8\pi$ равна силе притяжения катушек, т. е. величине $2\pi J_1^2 S = 2\pi(H:4\pi)^2 S$. Эта величина весьма мала сравнительно с P , когда сердечник сильно намагничен. Siemens и Wassmuth (1882) проверяли формулу (24) Stefan'a, Bosanquet (1886), Bidwell, Threlfall (1894) и E. T. Jones (1895) — формулу Maxwell'a. Особенное значение имеет работа E. T. Jones'a, которая показала, что сила P пропорциональна B^2 , а не J^2 , ибо оказалось, что при очень больших H , когда J перестает расти, сила P продолжала увеличиваться.

Если в (24, a) B выражено в C. G. S. единицах, S в кв. см. и P в грамах, то

$$P = \frac{B^2 S}{8\pi \cdot 981} \text{ гр.} = \left(\frac{B}{5000} \right)^2 S \text{ килогр.} \dots \dots (24, c)$$

Мы увидим, что практически нетрудно достигь величины $B = 20,000$, что дает для P около 16 клгр. на кв. см. Наибольшее достижимое $B = 60,000$ дает P около 144 клгр. на кв. см.

В тесной связи с вопросом об электромагнитах находится учение о так называемой магнитной цепи, имеющее весьма большое практическое значение, но с теоретической стороны не выдерживающее научной критики. Рассмотрим вкратце это учение. В гл. I, § 4 была выведена формула (38)

$$\psi = \frac{\int H dl}{\int \frac{dl}{\mu \sigma}} = \frac{\int H dl}{r} \dots \dots (25)$$

относящаяся к произвольной части трубки индукции. Здесь ψ поток индукции в этой трубке, dl элемент длины трубки, σ площадь поперечного сечения элемента dl ; H и μ относятся к тому же элементу dl . Величину $\int H dl$ мы назвали магнитодвижущей силой, действующей на отрезок трубки, а величину $r = \int \frac{dl}{\mu \sigma}$ магнитным сопротивлением (reluctance) отрезка. Вся формула аналогична формуле Ома.

Почти одновременно (1886) Карр и братья J. и E. Hopkinson показали, что при построении динамоэлектрических машин может принести большую пользу формула, аналогичная (25), не вполне точная, но для практических целей достаточно близкая к действительности. Мы знаем, что линии индукции суть линии замкнутые, а потому мы во всякой системе, главная составная часть которой электромагнит, можем выделить кольцевидное пространство, в котором протекает большинство линий индукции. К этому пространству и оказывается возможным приложить формулу (25). Если оно состоит из частей, для которых l (длина), σ и μ различны, то полное сопротивление r „магнитной цепи” принимаем равным

$$r = \sum \frac{l_i}{\mu_i \sigma_i} \dots \dots \dots (25, a)$$

Полагая, что магнитное поле вызвано катушкой, в которой всего n оборотов проволоки, мы получаем, см. (42) гл III,

$$\int H dl = 4 \pi n i = 0,4 \pi n i_a \dots \dots \dots (25, b)$$

где i — сила тока в C. G. S. единицах, i_a — сила тока в амперах; $n i_a$ есть число „ампер-оборотов”. Таким образом, мы имеем выражение для потока индукции

$$\psi = \frac{0,4 \pi n i_a}{\sum \frac{l_i}{\mu_i \sigma_i}} \dots \dots \dots (25, c)$$

Для замкнутого круглого кольца (тора), равномерно обмотанного проволокой, имеем

$$\psi = \frac{4 \pi n i \mu \sigma}{l} \dots \dots \dots (25, d)$$

где l длина средней линии кольца. Когда лишь часть кольца покрыта обмоткой, и притом кольцо толстое, то еще можно приближенно пользоваться формулою (25, d), полагая, что все трубки индукции проходят через массу кольца, т. е. пренебрегая утечкой в окружающий воздух. Особенный практический интерес представляет случай незамкнутого кольца, или кольца со щелью. Пусть d ширина щели; тогда имеем

$$\psi = \frac{4 \pi n i}{\frac{l-d}{\mu \sigma} + \frac{d}{\sigma}} = \frac{4 \pi i n \mu \sigma}{l + d(\mu - 1)} \dots \dots \dots (25, e)$$

ибо для воздуха $\mu = 1$. При большом μ эта величина может быть значительно меньше (25, d), даже если d мало сравнительно с l : слой воздуха существенно увеличивает сопротивление магнитной цепи. Опыты К. Каhle (1896) показали, что формула (25, e) не дает верных результатов при сколько нибудь большом d (он доходил до $d = 20,18$ мм.).

Аналогия формулы (25, c) с формулой Ома чисто внешняя, ибо понятие о магнитном сопротивлении введено искусственно и не соответствует определенной физической величине, каковою, наоборот, является электри-

ческое сопротивление. Особенно важно, что μ , а следовательно, и магнитное сопротивление зависят от напряжения поля, так что в (25,с) знаменатель зависит от числителя. Этим окончательно уничтожается возможность проведения более глубокой аналогии между магнитной цепью и цепью электрического тока. Тем не менее формула (25,с), как ориентирующая, оказывается весьма полезною при электротехнических расчетах.

§ 4. Влияние магнитного поля на форму и размеры тел. Нами уже было вкратце указано на явления электрострикции, т. е. на изменения формы и размеров тел, помещенных в электрическое поле. Аналогичные изменения возбуждаются и в телах, помещаемых в магнитное поле; они представляют так называемую магнитоэлектрическую стрижку. Maxwell, Helmholtz, Kirchhoff, Duhem, Kolaček, Lorberg, Cantone, Gans, Houstoun (1911), Leduc (1911) и др. развивали различные теории магнитоэлектрической стрижки. Мы должны ограничиться немногими словами, относящимися к теории Kirchhoff'a. По этой теории связь между слагаемыми A, B, C намагничивания J и слагаемыми H_x, H_y, H_z напряжения поля выражается формулами вида

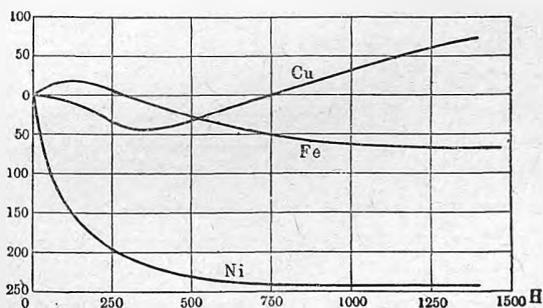
$$A = [\kappa - \kappa'(\lambda_x + \lambda_y) - \kappa''\lambda_x] H_x \dots \dots \dots (26)$$

и подобными же для B и C . Здесь κ имеет прежнее значение; κ' и κ'' две новые постоянные; $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ линейные растяжения по направлениям осей. В окончательном результате Kirchhoff находит, что внутри намагниченного тела должно повсюду действовать всестороннее (на подобие гидростатического) сжатие, равное $\frac{BH}{8\pi} - \frac{\kappa'H^2}{2}$ и натяжение по направлению линий сил, равное $\frac{BH}{4\pi} + \frac{\kappa''H^2}{2}$. Kirchhoff вычислил деформацию шара в магнитном поле; Cantone сделал то же самое для растянутого эллипсоида вращения, равномерно намагниченного по направлению оси вращения, и дал формулы для удлинения этой оси и для увеличения эллипсоида. Как теория Kirchhoff'a, так и теории, предложенные другими учеными, вызвали множество возражений, так что весь вопрос приходится считать пока еще невыясненным с теоретической стороны. Нельзя сказать, чтобы выводы которой-нибудь из предложенных теорий вполне подтвердились на опытах в количественном отношении; согласие между теориями и результатами наблюдений обнаруживается только по отношению к общему характеру явления, к его качественным сторонам.

Переходим к опытным исследованиям влияния магнитного поля на размеры тел. Изменение длины тела при его продольном намагничивании измеряли весьма многие ученые. Они при этом пользовались различными способами, напр., способом весьма чувствительного рычага, снабженного зеркалом, движения которого наблюдались трубкой и шкалой, или способом контактного микрометра, замыкавшего ток, или наконец, способом интерференционных колец, аналогичным способу Fizeau измерения теплого расширения тел (т. III). Первые измерения производил Joule (1847), который нашел для железа удлинение, пропорциональ-

ное квадрату степени намагниченья. Не останавливаясь на работах А. М. Mayer'a и Barrett'a, обратимся к исследованиям Shelford Bidwell'я (1885—1905). Результаты некоторых из многочисленных исследований этого ученого, произведенных им над стержнями и кольцами из *Fe*, *Co* и *Ni*, изображены на рис. 299, в котором абсциссы обозначают напряжение поля H в *C. G. S.* единицах, ординаты, считаемые от нулевой линии, — удлинения (вверх) или укорочения (вниз). Оказывается, что железо при слабых H удлиняется; при $H = 100$, получается наибольшее удлинение, колеблющееся, смотря по сорту железа, между $2,5 \cdot 10^{-6}$ и $5 \cdot 10^{-6}$ всей длины. При $H > 100$ удлинение уменьшается, доходя до нуля и, при дальнейшем возрастании H , переходит в укорочение. Как раз обратное обнаруживает кобальт: укорочение при малых и удлинение при больших H . Наконец, никкель дает весьма сильное укорочение, которое при очень больших H , повидимому, асимптотически приближается к пределу, близкому к $5 \cdot 10^{-6}$ всей длины. Из многочисленных позднейших работ представляют особый интерес работы японских ученых Nagaoka, Honda и Shimizu, которые показали, что изменения длины под влиянием магнитного поля обнаруживают явление гистерезиса; это значит, что длина не одна и та же при одинаковых H , возрастающем и

Рис. 299.



убывающем. Для полного цикла изменения поля от $+H$ до $-H$ и обратно получаются для изменения длины замкнутые кривые, одна из которых, относящаяся к *Ni*, изображена на рис. 300. Если впервые подвергнуть никкель действию постепенно возрастающего поля H , то укорочение изобразится кривою *abc*; при $H = +30$, оно равно $110 \cdot 10^{-7}$. При постепенном ослаблении поля от $H = +30$ до $H = 0$ получается кривая *cd*, так что при $H = 0$ остается удлинение $40 \cdot 10^{-7}$. Если затем производить намагничивание в обратном направлении от $H = 0$ до $H = -30$, то получается кривая *edf*, т. е. сперва укорочение продолжает уменьшаться и затем быстро растет до той величины, которая получалась при $H = +30$. Постепенный переход от $H = -30$ обратно к $H = +30$ дает кривую *fdgc*. Если далее менять H от $H = +30$ до $H = -30$ и обратно, то при каждом „цикле“ укорочения изобразятся кривою *cdefdgsc*. Б. Л. Розинг одновременно с Nagaoka открыл существование такого

случая гистерезиса. Он исследовал железную проволоку, натянутую грузом в 380 гр. на кв. мм. сечения, и нашел, что ее относительное удлинение $\Delta l : l$ выражается формулою

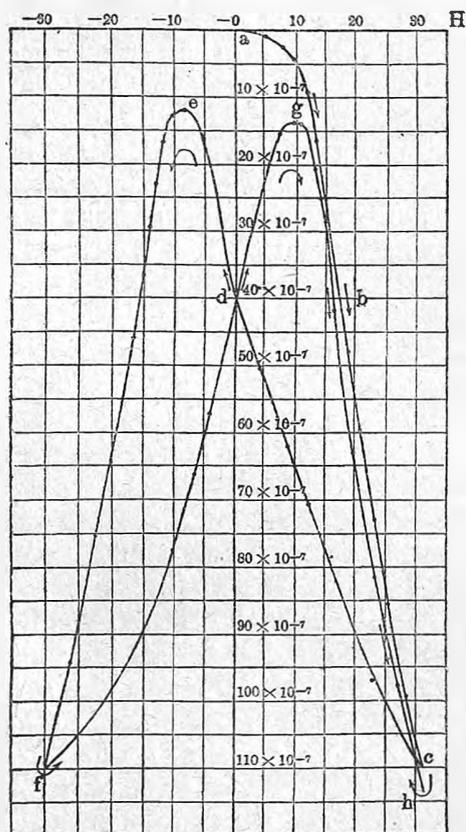
$$10^6 \frac{\Delta l}{l} = 0,000044834 J^2 - 0,00365023 J H + 0,0301531 H^2.$$

Об исследованиях Cantone над изменением длины растянутого эллипсоида вращения (отношение осей 16,7 : 1) уже было упомянуто. Сравнивая формулы для изменения длины и объема, выведенные на основании теории Kirchhoff'a, с результатами наблюдений, он мог определить величины κ , κ' и κ'' , встречающиеся в формуле (26). Оказалось, что κ' и κ'' величины очень большие сравнительно с κ , и притом для железа $\kappa' > 0$, $\kappa'' < 0$, а для никкеля, наоборот, $\kappa' < 0$, $\kappa'' > 0$.

Nagaoka и Honda исследовали (1902) никкелевую сталь, но результаты их опытов оспаривали van Aubel и Osmond. Gray, Sweet и Shad (1916) нашли для 35,25% никкелевой стали удлинение до 45 микронов на 1 метр длины. Bidwell нашел для висмута удлинение в магнитном поле, но опыты van Aubel'я и Wills'a не подтвердили этого результата.

Влияние температуры на изменения длины в магнитном поле исследовали (1902) Honda и Shimizu. Приведем некоторые результаты их наблюдений. Для никкеля укорочение уменьшается при нагревании; и при 400° оно почти исчезает. В жидком воздухе (—186°) оно при малых H меньше, при больших H больше, чем при обыкновенной температуре. Для мягкого железа исчезает при высоких температурах то укорочение, которое соответствует большим H . Максимальное удлинение не меняется между —186° и +200°. Для литого кобальта уменьшается с повышением температуры то укорочение, которое соответствует малым H , и увеличивается удлинение при большом H ; при 800° укорочение исчезает, но удлинение замечается даже при 1020°. Для прокаленного кобальта укорочение, начиная от —186°, сперва растет до максимума, затем уменьшается до нуля и переходит в удлинение, которое

Рис. 300.



рассмотрено. Для мягкого железа исчезает при высоких температурах то укорочение, которое соответствует большим H . Максимальное удлинение не меняется между —186° и +200°. Для литого кобальта уменьшается с повышением температуры то укорочение, которое соответствует малым H , и увеличивается удлинение при большом H ; при 800° укорочение исчезает, но удлинение замечается даже при 1020°. Для прокаленного кобальта укорочение, начиная от —186°, сперва растет до максимума, затем уменьшается до нуля и переходит в удлинение, которое

также имеет максимум и затем уменьшается, но даже при 1634° еще остается весьма значительным. В последнее время работали над этим вопросом Guthe и Austin (1906), Davies (1906), Mc Lennan (1907), Tieri (1908) Dorsey (1910), Williams (1911), Heaps (1915) и др. Из них Dorsey дал весьма подробный обзор литературы за время 1847—1908; он исследовал разные сплавы *Fe* с углеродом и нашел, что максимальное удлинение имеет наименьшую длину при содержании 0,9% углерода.

Кручения, вызванные магнитным полем, мы рассмотрим ниже, так как это явление, очевидно, может наблюдаться на телах только при особых условиях нарушения симметрии.

Изменение объема под влиянием магнитного поля исследовали отчасти те же ученые, которые наблюдали изменение длины, и, кроме того, особенно Knott и Shand, Maugain и др. Результаты получились мало отчетливые и противоречивые; во всяком случае изменения объема очень малы. Изменение длины при продольном намагничивании сопровождается противоположным изменением поперечных размеров. Отношение σ поперечных относительных изменений к продольным, т.е. величина, напоминающая коэффициент Пуассона (т. I), повидимому, близка к 0,5, что и соответствует неизменности объема *v*. Joule нашел для железа $\Delta v = 0$; то же подтвердил Cantone, который для *Ni* нашел $\Delta v < \epsilon$. Nagaoka впервые удалось подметить и для *Fe* очень малое $\Delta v > 0$. Для *Ni* Nagaoka и Honda сперва нашли $\Delta v < 0$, но впоследствии (1902) нашли $\Delta v > 0$ для *Fe*, стали, *Ni* и никкелевой стали, и $\Delta v < 0$ для *Co*; литой *Co* имеет минимум объема при $H = 900$. Knott и Shand (*Fe*) и Bidwell (*Ni* и *Co*) исследовали изменение емкости трубок в магнитном поле. Результаты получились сложные, и нельзя их считать окончательными.

Hugmuescu (1897) нашел уменьшение объема жидкости (раствора соли железа) в равномерном магнитном поле; то же самое Quincke (1900) для растворов $FeCl_3$ и $K_4Fe(CN)_6$.

Если поверхность, разделяющую две жидкости или жидкость и газ, поместить в магнитное поле H , то в этой поверхности появляется давление Δp , равное

$$\Delta p = \frac{\kappa - \kappa'}{2} H \dots \dots \dots (27)$$

где κ и κ' относятся к двум соприкасающимся веществам. Quincke, Törler и Hennig пользовались этой формулой при измерении величин κ (см. ниже).

В несомненной связи с явлением магнитоотрикции находится звучание железных стержней, подвергаемых прерывчатому или переменному (по направлению) намагничиванию. Это явление впервые заметил Page (1838); его исследовали Delezenne, Marian, Matteucci, Wertheim, De la Rive, Ferguson, Ader, Trowbridge, Бахметьев и, в последнее время, Honda и Shimizu. Оно легко наблюдается, если железный стержень закрепить в его середине и каждую из его половин окружить катушкой, которая не касалась бы его поверхности. Если через

обмотку катушек пропустить прерывчатый или переменный ток, то стержень начинает звучать, при чем высота тона вполне определяется числом намагничиваний, которым подвергается стержень в единицу времени. Спорным является вопрос, происходят ли продольные колебания стержня, т. е. изменения его длины, только вследствие намагничивания, или также вследствие втягивающего действия катушки. Бахметьев показал, что сильно натянутый стержень не звучит; Honda и Shimizu нашли, что амплитуда колебаний гораздо больше, чем удлинение вследствие одного намагничивания. На рассмотренном явлении основано устройство телефона Reiss'a.

§ 5. Способы измерения величин κ и μ для ферромагнитных тел. Мы имели основные формулы $J = \kappa H$, $B = \mu H$ и $\mu = 1 + 4\pi\kappa$, в которых H , B и J относятся к одной и той же внутренней точке тела. Они дают

$$B = \mu H = (1 + 4\pi\kappa)H = H + 4\pi J \quad \dots \dots \dots (28)$$

Если внешнее поле H_0 дано, то, см. (12,d),

$$H = \frac{H_0}{1 + \kappa N} \quad \dots \dots \dots (28, a)$$

где N размагничивающее действие поверхностного магнетизма. Для μ мы имели формулы (12,f) и (13,a):

$$\mu = \frac{H_0 + (4\pi - N)J}{H_0 - NJ} \quad \dots \dots \dots (28, b)$$

$$\mu = \frac{(4\pi - N)B}{4\pi H_0 - NB} \quad \dots \dots \dots (28, c)$$

При большом κ можно положить

$$\mu = 4\pi\kappa = 12,566\kappa \quad \dots \dots \dots (28, d)$$

$$B = 4\pi J = 12,566 J \quad \dots \dots \dots (28, e)$$

Когда $N = 0$, имеем $H = H_0$ и

$$\mu = 1 + 4\pi \frac{J}{H} = \frac{B}{H} \quad \dots \dots \dots (28, f)$$

При опытном изучении намагничивания мы за независимую переменную принимаем H . Производя намагничивание при помощи длинной катушки, мы определяем внешнее поле H_0 по формуле

$$H_0 = 4\pi n_1 i = 0,4\pi n_1 i_a \quad \dots \dots \dots (28, g)$$

в которой n_1 — число оборотов на единицу длины катушки, i — сила тока в *C. G. S.* единицах, i_a — сила тока в амперах. Кроме H_0 , мы считаем известным N . Наша задача: выразить B , или J , или μ , как функции от H . На опыте мы определяем одну из двух величин: J или B . В первом случае мы находим H по формуле, см. (12),

$$H = H_0 - H_i = H_0 - NJ \quad \dots \dots \dots (29)$$

Во втором случае, когда опыт дает B , мы имеем, см. (28,с),

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{4\pi H_0 - NB}{4\pi - N} \dots \dots \dots (29, a)$$

Формулы (28,б) и (28,с) дают непосредственно μ .

Относительно величины N заметим следующее. На практике придают испытуемому веществу форму кольца, для которого $N = 0$, или длинного стержня, для которого также можно принять $N = 0$, или наконеч овоида, для которого N выражено формулою (45,д) гл. II. Мы знаем, что овоид намагничивается равномерно, если его поместить в равномерное поле. Отсюда получается для его магнитного момента M выражение

$$M = vJ \dots \dots \dots (30)$$

где v — объем овоида. Та же формула относится и к стержню, в том случае, когда для него можно принять $N = 0$.

Обращаемся к обзору способов исследования магнитных свойств сильно магнитных веществ.

I. Способ магнитометрический. Этот способ дает J , как функцию от H . Он заключается в следующем: из испытуемого вещества готовится весьма растянутый овоид или длинный стержень, который помещается вдоль оси длинной катушки, расположенной горизонтально, перпендикулярно к магнитному меридиану. Соответственно одному из двух Гауссовых положений (гл. VII, § 2) помещается магнитометр, т. е. подвешенный к нити маленький магнит. По другую сторону магнитометра помещается вторая катушка так, чтобы, при пропускании одного и того же тока через обе катушки, их действия на магнитометр взаимно уничтожались, когда овоид или стержень не находятся в первой катушке. Если затем вставить испытуемое тело в эту катушку, то на магнитометре наблюдается отклонение магнита, вызванное только намагниченным телом. Мы увидим в главе об измерениях, как отсюда определяется магнитный момент M овоида или стержня; зная M , мы найдем J по формуле (30). H_0 нам известно по формуле (28,г); для овоида найдем H из (29), для тонкого и длинного стержня можно принять $H = H_0$. Далее, (28) дает нам величины $B = H + 4\pi J$, $\mu = B : H$ и $x = (\mu - 1) : 4\pi$; можно μ вычислить непосредственно по формуле (28,б), или x из равенства (12,е),

$$x = \frac{J}{H} = \frac{J}{H_0 - NJ} \dots \dots \dots (30, a)$$

Для недлинных цилиндрических стержней ряд частных значений N был приведен в гл. II, § 4.

Существует еще второй, также магнитометрический способ, предложенный Ewing'ом (1891). Катушку устанавливают вертикально так, чтобы плоскость, проходящая через ось катушки и центр подвижного магнита, была перпендикулярна к плоскости магнитного меридиана; притом верхний полюс овоида или стержня помещают на высоте оси подвижного магнита. Заметим, что для равномерно намагниченного овоида

расстояние полюсов равно $\frac{2}{3}$ длины оси вращения. Действие самой катушки компенсируют второю катушкой. Под влиянием намагниченного овоида или стержня получается некоторое отклонение φ подвижного магнита. Пусть πa^2 — площадь поперечного сечения стержня или площадь экваториального сечения овоида. В обоих случаях действие магнита равно действию количества магнетизма $\pm \pi a^2 J$, сосредоточенных в полюсах. Пусть r — расстояние верхнего полюса от центра подвижного магнита, l — расстояние полюсов. Горизонтальная слагаемая F силы, с которою овоид или стержень действует на полюс подвижного магнита, равна

$$F = \pi a^2 J \left\{ \frac{1}{r^2} - \frac{r}{(r^2 + l^2)^{\frac{3}{2}}} \right\} = \frac{\pi a^2 J}{r^2} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{\sqrt{r^2 + l^2}} \right)^3 \right\} \dots \dots (30, b)$$

При равновесии подвижного магнита имеем

$$F = H' \operatorname{tg} \varphi,$$

где H' горизонтальная слагаемая силы земного магнетизма. Отсюда

$$J = \frac{r^2 H' \operatorname{tg} \varphi}{\pi a^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r}{\sqrt{r^2 + l^2}} \right)^3 \right\}} \dots \dots \dots (30, c)$$

При очень малом $r : l$ можно положить

$$J = \frac{r^2}{\pi a^2} H' \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (30, d)$$

II. Баллистический метод. Этот метод основан на явлении индукции токов, с которым мы познакомимся в т. V. Теперь укажем лишь на следующее: положим, что через катушку, содержащую всего n_1 оборотов проволоки, проходит параллельно ее оси поток индукции ψ . Положим, что этот поток исчезает в катушке, вследствие того, что причина, вызвавшая поток, исчезла, или вследствие того, что сама катушка была быстро удалена в такое место, где $\psi = 0$, или она была быстро повернута на 90° около оси, перпендикулярной к потоку. Во всех этих случаях появляется в катушке, введенной в замкнутую цепь, кратковременный индукционный ток, при чем полное количество η электричества, протекающего через цепь, равно

$$\eta = \frac{n_1 \psi}{R} \dots \dots \dots (31)$$

где R — сопротивление цепи. Для измерения величины η служит „баллистический” гальванометр; магнитная стрелка такого гальванометра соединена с грузиком, вследствие чего ее момент инерции увеличен, и движения ее замедлены. Можно допустить, что протекающий индукционный ток действует на нее, как толчек, во время которого она не успевает заметно выйти из положения покоя. Отклонение стрелки под влиянием толчка дает возможность определить величину η .

Баллистический способ дает непосредственно величину индукции B . Для исследования магнитных свойств вещества по этому способу, изготовляют из него кольцо или стержень и наматывают на него проволоку, через которую пропускают намагничивающий ток i ; эта проволока представляет т.-наз. первичную катушку. На нее наматывают вторичную катушку, во всю длину кольца, или только на некоторую его часть; она соединена с баллистическим гальванометром. Если менять силу тока скачками от нуля до некоторого i_m , затем от i_m до нуля, от нуля до $-i_m$ и опять до нуля (Ewing), то, при каждом изменении силы тока, баллистический гальванометр даст меру изменения потока индукции. Если пропускать ток i и внезапно менять его направление, то гальванометр дает отклонение, измеряющее двойной поток (2ψ). Положим, что вторичная катушка содержит n_1 оборотов проволоки, и что каждый оборот захватывает площадь S_1 ; площадь поперечного сечения кольца или стержня обозначим через S , где вообще $S < S_1$. Весь поток, проходящий через вторичную катушку, равен $S\psi + (S_1 - S)H$; поэтому легко ввести поправку, если S_1 не равно S .

Для тонкого круглого кольца, а также для сплюснутого кольца, толщина которого по направлению, перпендикулярному к оси, невелика, можно для H и B принять формулу (18) и (18,b), полагая в них r равным расстоянию средней линии кольца от его оси. Когда тело имеет форму стержня, то вторичную катушку наматывают на особое кольцо, свободно перемещающееся по первичной катушке. Пропустив через первичную катушку ток i , которому соответствует определенное H , быстро сдвигают вторичную катушку и удаляют ее от первичной. В этом случае баллистический гальванометр измеряет величину потока индукции, проходившего через вторичную катушку.

Мы видим, что баллистический способ дает нам вообще возможность измерить величину изменения $\Delta\psi$ потока индукции внутри испытуемого тела; в частных случаях $\Delta\psi = \psi$. Соответствующее изменение индукции равно

$$\Delta B = \frac{\Delta\psi}{S} \dots \dots \dots (31, a)$$

Число n_1 оборотов вторичной катушки не входит в эту формулу, так как мы предполагаем, что баллистический гальванометр калиброван для той цели, которою мы здесь пользуемся, так что его отклонения определяют величину $\Delta\psi$. Определив B и H , находим J , μ и κ по формулам (28).

Значение этого способа, особенно в применении к кольцам, было указано Kirchhoff'ом и выяснено работами Столетова и Rowland'a.

III. Метод J. Hopkinson'a (Schlussjoch-Methode). Этот метод дает возможность исследовать короткие стержни, не вводя поправки на намагничивающее влияние концов. Достигается это соединением концов толстыми железными полосами, так что образуется замкнутая магнитная цепь. Главную часть прибора представляет толстая рама AA (рис. 301) из мягкого железа, снабженная каналом CC , через который и вставляется испытуемый стержень; он окружен двойной намагничивающей катушкой

BB и индукционной катушкой D , соединенной с баллистическим гальванометром. Если n — число оборотов катушки BB , i — сила тока (в амперах) в ней, l — длина части стержня внутри рамки, s — поперечное сечение стержня, S — поперечное сечение обеих ветвей рамки, L — длина одной рамки, и μ' — магнитная проницаемость материала рамки, то мы имеем

$$0,4 \pi n i = B s \left\{ \frac{l}{\mu s} + \frac{L}{\mu' S} \right\} = \frac{B}{\mu} \left\{ l + \frac{s}{S} \frac{\mu}{\mu'} L \right\} \dots \dots \dots (32)$$

или

$$\frac{0,4 \pi n i}{l} = H \left\{ 1 + \frac{s}{S} \cdot \frac{\mu}{\mu'} \cdot \frac{L}{l} \right\} \dots \dots \dots (32, a)$$

Дробь $s : S$ очень мала, и $\mu' > \mu$. Поэтому можно положить

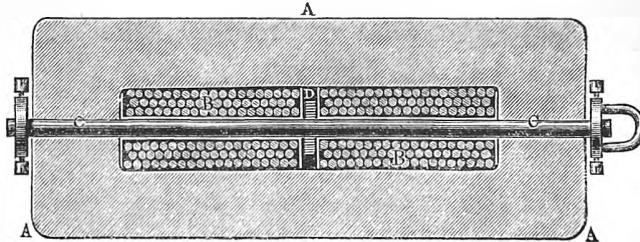
$$H = 0,4 \pi \frac{n i}{l} \left\{ 1 - \frac{s}{S} \frac{\mu}{\mu'} \frac{L}{l} \right\}.$$

Во втором члене можно первый множитель заменить через $H = B : \mu$, так что

$$H = 0,4 \pi \frac{n i}{l} - \frac{s}{S} \frac{B L}{\mu' l} \dots \dots \dots (32, b)$$

По этой формуле можно вычислить H , если B найдено. Эта же величина

Рис. 301.



или ее изменения получаются теми же путями, как и в предыдущем способе. Меняя i от одного значения до другого, в частных случаях до нуля или до $-i$, получаем соответствующие изменения потока Bs . Возможен и такой способ: испытуемый стержень состоит из двух частей, встречающихся у правого конца левой катушки B . Катушка D соединена с натянутой каучуковой лентой. Если при помощи рукоятки потянуть за правую часть стержня, то катушка D быстро вытягивается из рамки и отбрасывается в сторону; индуктированный ток измеряет поток Bs . Разнообразные видоизменения этого способа предложили Ewing, Corsepius, Behn-Eschenburg, Kapp, Drysdale, Gumlich (1914) и др.

IV. Метод магнитного перешейка (англ. Isthmus method). Этот метод, служащий для определения μ при очень сильных намагничиваниях, предложили Ewing и Low (1887). Из испытуемого вещества вытягивается тело, форма которого напоминает катушку для ниток. На рис. 302 и 303 изображены две такие формы: первая состоит из тонкой части (перешеек) и двух усеченных конусов, помещаемых между полюсами сильного

электромагнита; вторая имеет цилиндрические концы и помещается, как показано на рис. 303, между цилиндрическими выемками наконечников электромагнита. На перешеек наматывается индукционная катушка; ее окружают слоем индифферентного вещества, и на последнее наматывается вторая катушка. Испытуемое тело первой формы (рис. 302) можно быстро удалить в сторону; тело второй формы (рис. 303) можно быстро перевернуть на 180° около оси, перпендикулярной к плоскости рисунка.

Рис. 302.

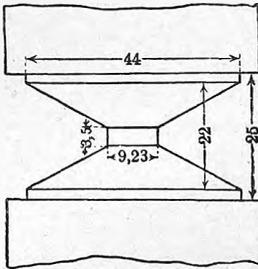
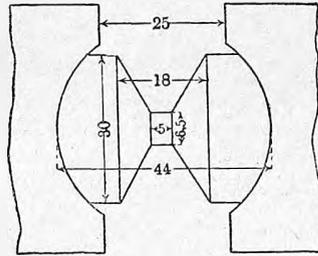


Рис. 303.



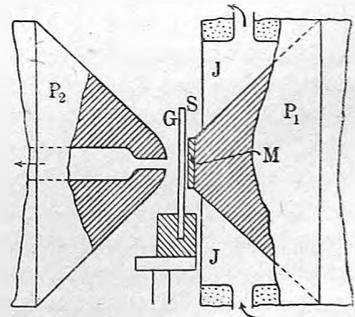
Если внутренняя катушка соединена с баллистическим гальванометром, то его показания дают возможность вычислить B . Если же внешняя катушка соединена с гальванометром, то к влиянию потока индукции B в железе прибавляется влияние потока сил H в промежутке между катушками, так что разность двух показаний гальванометра дает возможность вычислить H , которое можно принять равным искомому H внутри железа. Определив B и H , находим, как прежде, J , μ и κ . Gumlich (1914) усовершенствовал прибор, соединив методы III и IV; он мог доходить до измерений в поле, равном 7500 гауссам.

V. Оптический способ du Bois основан на явлении Kerr'a, с которым мы познакомимся ниже. Положим, что направление намагничивания у поверхности магнита совпадает с направлением внешней нормали. Если прямолинейно поляризованный луч (т. II) падает нормально на такую поверхность, то при отражении плоскость поляризации поворачивается на некоторый угол, равный

$$\varphi = kJ \quad \dots \dots \dots (33)$$

где k , постоянная Керр'a, зависит от материала и, в значительной степени, от длины волны взятого луча; температура почти не влияет на величину k , численные значения которой du Bois определил для Fe , Co и Ni . Его прибор изображен на рис. 304. P_1 и P_2 — полюсы сильного электромагнита: M — полированная пластинка из испытуемого вещества, JJ — коробка для пропускания паров кипящей воды для наблюдений при 100° . Через просверленный полюс P_2 проходили падающий и отраженный

Рис. 304.



лучи, что и давало возможность измерить φ и определить J . Для определения B , равного напряжению поля вблизи M , служила стеклянная, со стороны S посеребренная пластинка G , в которой происходило магнитное вращение плоскости поляризации (см. ниже); величина этого вращения и определяла поток индукции B . Равенство $H = B - 4\pi J$ дает величину H внутри пластинки.

VI. Метод отрывания (Zugkraft Methode). Этот метод основан на применении формулы (24,а) и почти не отличающейся от нее формулы (24,б). Если сила P , потребная для разрыва магнитной цепи, выражена в граммах, то

$$B = \sqrt{\frac{8\pi \cdot 981 P}{S}} \dots \dots \dots (34)$$

где S — площадь поперечного сечения отрываемого стержня. Наиболее важные из относящихся сюда приборов суть пермеаметр Silv. Thompson'a и магнитные весы du Bois. Первый из этих приборов состоит из

Рис. 305.

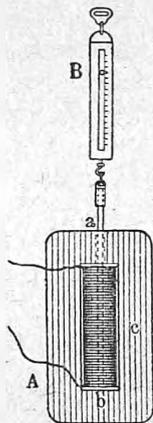
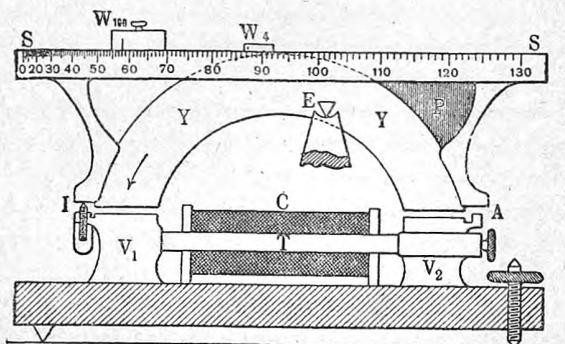


Рис. 306.



железной рамки A (рис. 305), через которую в a просверлен канал. Стержень из испытуемого вещества вставляется в этот канал и в b касается другой стороны рамки, C — намагничивающая катушка, B — пружинные весы, служащие для определения силы P , потребной, чтобы оторвать стержень от рамки. Величина H равна $0,4\pi ni$, где n — число оборотов на единицу длины катушки. Магнитные весы du Bois схематически изображены на рис. 306. Испытуемый стержень T плотно вставляется между чугунными столбами V_1 и V_2 ; он окружен катушкой C . На трехгранной оси E качается массивная железная дуга YU ; размах качаний весьма мал: он ограничивается винтом I и выступом A . Ось E находится не в середине дуги, но перевес левой стороны уравновешивается свинцовым грузом P . Одинаковые со стороны V_1 и V_2 притяжения, действуя на неравные плечи рычага, заставляют левую часть дуги опуститься до соприкосновения с винтом I . Перемещая две гири W вдоль верхней двойной шкалы SS , можно компенсировать это притяжение так, что левая

сторона как раз начинает отделяться от винта I . Деления на шкалах нанесены так, что число B получается простым умножением отсчета на 10 или на 2, смотря по тому, которая из гирь сдвинута от нуля шкалы. Катушка имеет длину 4π см. и содержит 100 оборотов, так что H в ее середине получается умножением числа амперов на 10. Магнитная цепь не замкнута, так как она содержит два просвета около I и A ; du Bois развил теорию своего прибора, основываясь на формулах магнитной цепи (§ 3). Оказалось, что коэффициент размагничивания $N = 0,02$.

VII. Другие способы измерения B и μ для ферромагнитных тел. Упомянем вкратце еще некоторые способы. Вигуер помещает висмутную спираль в щель замыкающей рамки и по ее электрическому сопротивлению судит о величине B (см. ниже о влиянии поля на сопротивление висмута).

Siemens и Halske помещают в цилиндрической полости, просверленной в замыкающей дуге, подвижную проволочную рамку, через которую проходит ток определенной силы. Угол вращения рамки дает возможность определить B (см. ниже гальванометр Deprez и d'Arsonval'я).

Интерес представляет прибор Holden'a, служащий для сравнения величин μ в двух стержнях, из которых один, предварительно исследованный, служит нормалью для сравнения. В последнее время получил распространение прибор, называемый флюметром. Его теория и способ употребления будут описаны в т. V.

Критический разбор различных методов произвели и отчасти предложили новые методы и приборы Lloyd (1909), Peirce (1910), Beattie и Gerard, Gray и Ross (1910) Burrows (1914).

§ 6. Зависимость величин B и μ от H для ферромагнитных тел. Гистерезис. Переходим к рассмотрению результатов определений величин B и μ , произведенных по выше изложенным способам. За независимую переменную почти всегда принимается напряжение поля H внутри исследуемого тела. Результаты исследования принято представлять в виде таблиц величин B , μ , κ и J , соответствующих различным H , или чаще — в виде кривых, показывающих зависимость этих величин от H ; лишь изредка принимается за независимую переменную B или J .

Вопрос о зависимости B и μ от H чрезвычайно сложный. Прежде всего эта зависимость меняется вместе с сортом материала, если, напр., идти от самого мягкого железа до наиболее твердой, закаленной стали. Далее, как мы увидим, B и μ в высокой степени зависят от того, есть ли действующее поле H наибольшее из полей, действовавших на данное тело, или это тело перед тем уже подвергалось полю, более интенсивному. В этом параграфе мы будем предполагать, что каждое из последовательных, постепенно возрастающих полей впервые действует на тело. Повторим еще раз наши основные формулы:

$$B = H + 4\pi J = (1 + 4\pi\kappa)H = \mu H \dots \dots \dots (35)$$

Исследование величин B и μ имеет большое практическое значение для электротехники при построении динамо-электрических машин, при устрой-

стве электромагнитов и т. д. Этой стороны вопроса мы касаться не будем. Магнитные свойства железа в высокой степени зависят от сорта, т. е. от содержания прежде всего углерода, а также разнообразных других примесей; далее от способа обработки; от последней, между прочим, зависит состояние углерода, который может быть растворен, или, хотя бы отчасти химически соединен с железом, напр., в виде цементита Fe_3C .

Укажем на предельные значения величин H , J , B , μ и κ .

Напряженные поля H легко доводится до нескольких тысяч *C. G. S.* единиц. Ewing и Low (1889) дошли до $H = 24500$; E. T. Jones (1896) даже до $H = 51600$. Такие поля могут быть вызваны лишь в очень маленьком пространстве между коническими наконечниками сильнейших электромагнитов.

Намагничение J , равное магнитному моменту кубического сантиметра, растет, когда H увеличивается от $H = 0$, сперва медленно, затем быстрее и, наконец, опять медленнее, приближаясь к некоторому наибольшему значению J_m , соответствующему насыщению. Оно, вообще, достигается, когда H равно 2000—3000 и, примерно, $J_m = 1600$ *C. G. S.* единицам; для чугуна $J_m = 1250$. Weiss и Droz (1910) нашли, что $J_m = 1708$ (20°), и что при больших H величина J оказывается линейной функцией от $1:H$; Hadfield и Hopkinson нашли для чистого железа $J_m = 1680$, для других сортов железа меньшие числа. Peirce (1913) нашел для „American Ingot Iron“ $J = 1735$ при $H = 4543$.

Величина B находится примерно в такого же рода зависимости от H , как и величина J , ибо в формуле $B = H + 4\pi J$ можно пренебречь первым членом, пока намагничение далеко от насыщения. Но, при $H > 3000$, когда J перестает расти, величина B продолжает увеличиваться вместе с H , так что для B максимального значения не существует. Ewing и Low дошли до $B = 45350$ при $H = 24500$; E. T. Jones достиг даже величины $B = 74200$ при $H = 51600$.

Обращаемся к наиболее интересной зависимости величин μ и κ от H . При весьма малых H имеем, примерно, $\mu = 200$, но для очень мягкого железа встречаются и меньшие значения, до $\mu = 100$. С возрастанием H величина μ чрезвычайно быстро увеличивается до некоторого наибольшего значения μ_m , которое уже достигается при небольших H , а именно около $H = 2$ или 3 и лишь редко при больших значениях, до $H = 10$. Это наибольшее значение равно, примерно, $\mu_m = 3000$ и соответствует значениям, опять-таки примерно, $J = 400$ и $B = 5000$. Для чистого железа Wilson (1898) нашел, однако, $\mu_m = 5480$ при $B = 9100$, что дает $H = 1,66$ и $J = 720$. Зато, напр., для чугуна получается $\mu_m = 300$ до 700 при $B = 2000$ до 6000. При дальнейшем возрастании H величина μ опять быстро падает, уменьшаясь неограниченно, пока H растет, как это видно из формулы $\mu = 1 + 4\pi\kappa = 1 + \frac{4\pi J}{H}$, где J перестает меняться (насыщение). Ewing и Low дошли до $\mu = 1,85$. E. T. Jones даже до $\mu = 1,44$ при тех H и B , которые были приведены выше. Теоретическим пределом при $H = \infty$ является, очевидно, $\mu = 1$.

Величина κ находится приблизительно в такой же зависимости от H , как и величина μ , так как при больших μ можно принять $\mu = 4\pi\kappa$. Наибольшее значение примерно $\kappa_m = 200$; но числу Wilson'a $\mu = 5480$ соответствует $\kappa_m = 425$. При очень больших H , когда μ делается равным небольшому числу, κ равно малой дроби. Так, числу $\mu = 1,85$ (Ewing и Low) соответствует $\kappa = 0,07$; при $\mu = 1,44$ (E. T. Jones) имеем $\kappa = 0,036$. Теоретический предел при $H = \infty$, очевидно, $\kappa = 0$.

При малых H величины μ и κ , как мы видели, возрастают с H , что впервые показал А. Г. Столетов (1872), работавший с кольцом по способу баллистическому. При $H = 0,4302$ он нашел $\kappa = 21,54$; при $H = 3,212$ получилось наибольшее значение $\kappa_m = 174,0$, которое при $H = 30,73$ уменьшилось до $\kappa = 42,13$. Затем Baug (1880) и Lord Rayleigh (1887) исследовали κ и μ для весьма малых H . Baug нашел для мягкого железа

$$\kappa = 14,5 + 110 H$$

$$\mu = 183 + 1382 H$$

в пределах от $H = 0,0158$ до $H = 0,384$. Lord Rayleigh нашел для более твердого шведского железа, что от $H = 0,00004$ до $H = 0,04$ можно считать κ и μ постоянными; далее, до $H = 1,2$ оказалось

$$\kappa = 6,4 + 5,1 H$$

$$\mu = 81 + 64 H$$

Weiss (1896), Holborn (1897) и др. также находят линейную зависимость κ и μ от H при малых H . Опыты Culman'a и Rössler'a показали, что при весьма малых H можно считать κ и μ почти постоянными. Peirce (1910) нашел для весьма чистого норвежского железа максимум $\mu = 5480$ при $H = 1,40$ и $J = 610$; при $H = 20$ получилось уже $\mu = 748$; для также чистого американского железа $\mu = 3670$ при $H = 2,0$ и $J = 584$; $H = 20$ дает $\mu = 792$. Gumlich и Rogowski (1911) исследовали разные сорта железа, чугуна, стали и сплавов $Fe + Si$ для H между 0,01 и 0,5 гаусса. Путем экстраполяции они определили $\mu = \mu_0$ при $H = 0$. Для закаленной стали они нашли $\mu_0 = 58,0$, для незакаленной $\mu_0 = 131,5$; для сплава с 4,45% Si $\mu_0 = 450$ и т. д. Числа для μ_0 колеблются, вообще между 43,2 и 528. При малых H наблюдается значительное магнитное последствие: намагничивание не сразу, а лишь через некоторое время достигает своего окончательного значения.

Для более значительных намагничений были предложены различные эмпирические формулы вида $\mu = f(B)$. Так, для некоторых сортов железа можно положить

$$\mu = c B^{2/3} \dots \dots \dots (36)$$

для B между 5000 и 100000, при чем для мягкого железа $c = 5,6$. Другие наблюдатели находят, что

$$\mu = 4850 - \frac{B}{35} \dots \dots \dots (36, a)$$

для мягкого железа между $B = 5000$ и $B = 16000$.

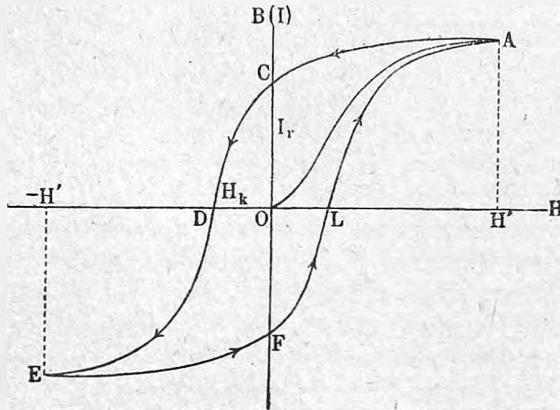
Для Ni и Co общий характер зависимости величин B , μ и κ от H такой же, как и для Fe . Но числовые величины большею частью иные.

Для мягкого никкеля наибольшие примерные значения суть $\mu_m = 296$ и $\kappa_m = 23,5$ при $H = 9,5$. Для твердой проволоки $\mu_m = 108$, и $\kappa_m = 8,3$. Наибольшее намагничение $J_m = 400$, но наблюдалось и $J_m = 540$ при $H = 13000$, $B = 1980$ и $\mu = 1,52$; другой сорт дал $\mu = 1,52$ при $H = 16000$. Weiss и Droz (1910) нашли $J_m = 490,5$ ($19,5^\circ$); и для Ni оказалось, что J при больших H линейная функция от $1 : H$.

Кобальт намагничивается при очень больших H , как чугун; при $H = 5000$ уже достигается $J = 1300$. Наибольшие величины $\mu_m = 174$ и $\kappa_m = 13,8$ достигаются при $H = 25$, т. е. при гораздо большем H , чем для Fe . При $H = 15000$ получается $\mu = 2,10$. Weiss нашел $J_m = 1412$ (17°), Droz — $J_m = 1383$; при больших H (начиная от $H = 4280$) величина J есть линейная функция от $1 : H^2$; этим Co отличается от Fe и Ni .

Рассматривая зависимость величин J , B и μ от H , мы предполагали что каждое поле H впервые действует на данное тело. Явления принимают

Рис. 307.



другой вид, когда влияет поле после того, как тело уже подвергалось действию более сильного поля. Начнем с простейшего случая, когда H постепенно растет от $H = 0$ до некоторого $H = H'$, и затем столь же постепенно убывает до $H = 0$, и изобразим результат графически, приняв за абсциссы H , за ординаты B или J ; последние две величины графически изображаются почти вполне одинаковыми кривыми, при различных, конечно, масштабах, так как лишь при чрезвычайно малых и при очень больших H нельзя принять $B = 4\pi J$. Первое намагничивание дает для J или B кривую вида OA : при $H = H'$ получается $J = H'A$. Если теперь уменьшать H , то J будет медленно уменьшаться, и при $H = 0$ окажется остаточное намагничение (по нем. Remanenz) $J_r = B_r : 4\pi = OC$. Чтобы довести J до нуля, необходимо действовать на тело отрицательною силою $OD = H_k$, которая называется коэрцитивною силою.

Отношение остаточного намагничения J , к временному намагничению J (при $H = H'$), зависит от материала, от формы тела и от самой величины J . Это отношение может значительно приблизиться к единице. Так напр. Ewing нашел для длинной мягкой проволоки следующие числа:

$H = 0,42$	0,99	1,44	2,02	2,51	3,16	5,02	7,20	11,91	45,51
$J = 16$	62	195	468	614	764	984	1070	1150	1230
$\frac{J_r}{J} = 0,24$	0,40	0,68	0,81	0,84	0,85	0,84	0,82	0,80	0,76

Остаточный магнетизм доходит здесь до 85 % временного. Та же проволока дала после растяжения максимум $J_r : J = 0,625$ при $H = 7,20$ и $J = 359$. Огромное влияние формы тела на J_r объясняется размагничивающим действием поверхностного магнетизма. Чем больше коэффициент N , тем меньше величина J_r при одинаковых J , вызванных, очевидно, различными полями H . В очень длинных стержнях и особенно в кольцах получается наибольшее $J_r : J$. В стержне, длина которого в 50 раз больше его толщины, получается J_r примерно уже в 2 раза меньше, чем в идеальном случае, когда $N = 0$. В шаре, и тем более в тонкой, поперечно намагниченной пластинке, получается ничтожно малое J_r . Bouty показал, что при многократном намагничивании величина J_r растет до некоторого предела по формуле $J_r = A = B : n$, где n число намагничиваний.

Величина J_r зависит еще от того, каким образом H переходит от $H = H'$ до $H = 0$. Waltenhofen (1863) первый заметил, что при внезапном исчезновении поля H (размыкание тока) получается значительно меньшее J_r , чем при медленном переходе к $H = 0$. В некоторых случаях может даже получиться J_r отрицательное; это случай т. наз. аномального намагничения. Fromme, Auerbach, Righi, Babbitt (1911) Reigse (1912) и др. исследовали это явление и показали, что оно не может быть объяснено влиянием индукционных токов, но вытекает из самой природы магнитных явлений. Bouty (1876) заметил, что если размагнитить сталь при помощи катушки, то часть магнетизма через некоторое время вновь появляется. Ollivier (1910) вновь нашел и подробно исследовал это явление, работая со своим большим электромагнитом.

Коэрцитивная сила H_k зависит только от материала и от достигнутого J , которое может быть уничтожено силою $-H_k$; но она не зависит от формы тела и в этом смысле не зависит от того остаточного магнетизма J_r , который ею уничтожается. Итак, если в телах одинакового материала, но различной формы, при помощи различных H' вызвать одинаковые J , то при уменьшении H' до нуля получаются различные J_r ; но для их уничтожения требуется всегда одинаковая сила $-H_k$. Для различных сортов железа H_k колеблется между $H_k = 1$ и $H_k = 4$; но для стали H_k доходит до 30, а иногда даже до 80.

Явления, которые мы здесь описываем, были открыты Warburg'ом (1880) и затем, независимо от него, Ewing'ом (1882), который предложил название гистерезис, распространенное впоследствии на все-

возможные явления, в которых некоторая величина y (здесь J) получается неодинаковой при одинаковых значениях x вызывающей ее причины (здесь H), смотря по тому, достигается ли это значение x путем возрастания от меньших или убывания от больших значений. Проще можно сказать, что мы имеем „гистерезис“, когда величина y зависит не только от действующей в данный момент причины x , но и от значений тех величин x , которые действовали раньше. После Ewing'a, прежде других, обстоятельно изучал магнитный гистерезис Hopkinson.

Чтобы вполне ознакомиться с этим явлением, мы должны рассмотреть полный „цикл“ намагничивания, см. рис. 307. Увеличиваем отрицательное поле до $-H'$; получается кривая DE , причем ордината точки E по абсолютной величине равна ординате точки A . Если затем уменьшать отрицательное поле до нуля, то получается кривая EF , симметричная с AC , так что $OF = -OC = -J_r$. Наконец увеличиваем H от нуля до H' ; при $H = OL = OD = H_k$ имеем $J = 0$ и при $H = H'$ прежнее значение J , равное ординате точки A . Итак, при циклическом намагничивании между $H = +H'$ и $H = -H'$, величина J (или B) графически изображается замкнутой кривою вида $ACDEFLA$. Если тело впервые подвергать циклическим намагничиваниям, то кривая не сразу устанавливается; при первых циклах ординаты точек A и B постепенно увеличиваются, о чем уже было сказано выше (опыты Bouly).

Вид замкнутой кривой зависит от быстроты перемагничиваний. Этим вопросом занимались весьма многие ученые, напр., Warburg и Hoenig, Weihe, Oberbeck, Lord Rayleigh, Tanakadaté, Niehammer, Hopkinson, Wilson, Lydall и в последнее время — M. Wien, Angstroem, Maurain и др. Оказалось, что при увеличении числа n циклов, проходимых в секунду, ординаты точек A и E несколько уменьшаются, кривая около A и E закругляется, и две ее ветви удаляются друг от друга, так что площадь, огибаемая кривой, делается шире и больше. Другие ученые нашли, что указанная площадь не зависит от n . Это подтвердил Schames (1907) для случая, когда B не больше 10000; при большем B площадь растет с увеличением n .

Бесконечное разнообразие кривых получается, если менять H неполными циклами; так, при переходах от $H = 0$ до $H = H'$, затем по $H = 0$ и опять до $H = H'$ получается кривая (рис. 308) $O A a c b A$. Если посреди цикла от некоторого отрицательного H перейти к $H = 0$ и обратно, то получается кривая $D c E h D$.

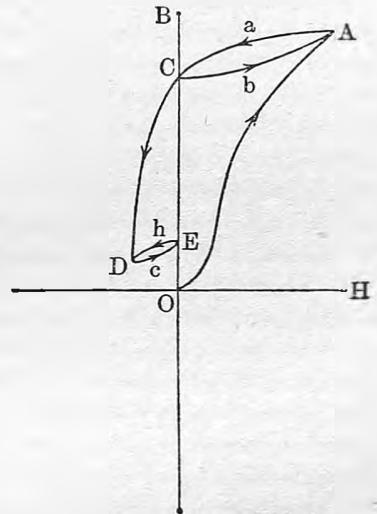
Lord Rayleigh (1887) нашел, что для очень малых H , от $H = 0,00004$ до $H = 0,04$, для которых μ величина постоянная, а потому B и J линейные функции от H , гистерезиса не существует.

Для получения кривых циклического намагничивания измеряют J или B одним из способов, рассмотренных выше. При этом можно величину H менять постепенно и, таким образом, последовательно получать точки искомой кривой. Но можно поступать и иначе (Ewing). Сделав $H = H'$, получают точку A (рис. 307); затем уменьшают H на небольшую величину

ΔH и получают точку на ветви AC ; далее обходят весь цикл, возвращаясь к точке A и уменьшают затем H на величину $\Delta' H > \Delta H$, что дает новую точку на ветви AC ; далее вновь обходят весь цикл и т. д. Searle и Ewing построили приборы, которые дают возможность получить на экране движение светлой точки по замкнутой кривой намагничивания; ее можно зарисовать или фотографировать. Светлая точка получается отражением луча от зеркала, вращающегося около вертикальной и около горизонтальной оси, причем одно вращение пропорционально H , другое пропорционально B . Wehnelt (1909) также построил прибор для объективного изображения магнитных кривых. Angström воспользовался трубкою Braun'a с катодными лучами (т. V) для объективного воспроизведения кривых намагничивания.

Теоретические работы по вопросу о гистерезисе опубликовали в последние годы Baldwin (1907), Weiss (1908), Gans (1901), Silv. Thompson (1910), Madelung (1912), Kunz (1912), Williams (1915) и др. Кроме того появилось огромное число экспериментальных исследований различных сортов железа при разнообразных действиях на них тока. Мы не останавливаемся на этих работах, но упомянем, что в последнее время появилось большое число интересных работ о свойствах электролитического железа, причем особенно любопытные результаты получились для железа, электролитическое осаждение которого происходило в магнитном поле. Сюда относящиеся работы произвели Maurain (1900), Schild (1908), Terry (1900), Kaufmann и Meier (1911), Gans (1911) и Villauri (1912). Maurain нашел, что J , как функция от H , гораздо быстрее растет, когда электролиз происходит при наличии поля H , чем когда $H = 0$, и железо лишь позже вносится в магнитное поле. Далее он заметил, что слабое поле (10—15 гаусс), действующее во время электролиза, намагничивает железо до насыщения и что для такого железа кривые гистерезиса имеют почти форму прямоугольников, стороны которых параллельны координатным осям. Если электролиз происходит при $H = 0$, то получаются кривые обычного вида. Kaufmann и Meier также нашли быстрое насыщение и четырехугольную форму кривых; однако оказалось, что и в случае $H = 0$ (во время электролиза) получается четырехугольная кривая, если раствор, из которого осаждается Fe обладает некоторыми свойствами, благодаря которым получается Fe с окклюзией водорода, который и является причиной особого вида кривой гистерезиса. Через некоторое время, особенно при нагревании, такое железо теряет свои странные качества, очевидно, вследствие потери водорода. Если такое железо

Рис. 308.



подвергнуть катодной поляризации, то вновь получается почти прямоугольная кривая гистерезиса.

Hertz (1887) первый поставил вопрос о том, в какой мере намагничивание железа может уследить за весьма быстро меняющимся переменным магнитным полем. Этим вопросом занимались затем многие ученые, напр. Batelli и Magri (1906), Schames (1908), Zahn (1909), Аркадьев (1913), Rohmann (1914) и др. Сопоставляя все исследования со своими, Аркадьев находит, что для Fe и Ni величина μ постоянна до $n = 1000$ колебаний в секунду. От $n = 1000$ до $n = 10^9$ колебаний μ медленно уменьшается. При еще более частых колебаниях μ быстро падает до единицы; для Ni это имеет место, когда длина волны λ электрических лучей (т. V), соответствующих колебаниям поля ($n\lambda = c$, где c скорость света), равна 2 см., а для Fe не более 1 см. Gumlich и Steinhaus показали, каким образом можно произвести возрастающее и убывающее намагничивание без того, чтобы обнаружился гистерезис. Для этого следует накладывать на каждое постоянное поле еще переменное, быстро затухающее, вызывающее само по себе размагничивание.

§ 7. Работа и нагревание при намагничивании. Warburg (1881) первый указал на простую связь между гистерезисом и работой, которая затрачивается при изменении магнитного состояния тела. Мы приведем вывод основной формулы, данный Hopkinson'ом. Вообразим весьма длинную bobину, имеющую n оборотов на единицу длины, и пусть через нее проходит ток i . В таком случае $H = 4\pi ni$. Внутри bobины, длина которой l , находится железный стержень; его площадь поперечного сечения s , об'ем $v = ls$. Если индукция B увеличивается на dB , а след. поток индукции на SdB , то в каждом обороте катушки появляется (т. V) электродвижущая сила, численно равная sdB и действующая по направлению, противоположному направлению тока i . Во всей катушке является электродвижущая сила $nls \cdot dB$. Чтобы не изменилась сила тока i , должна быть затрачена энергия $inls \cdot dB$ на счет той энергии, которая служит источником тока. Эта энергия $inls \cdot dB$ тратится на работу изменения магнитного состояния тела. Пусть dW та работа, которая расходуется в единице об'ема тела. Мы имеем ($v = sl$)

$$dW = \frac{inls \cdot dB}{v} = in \cdot dB.$$

$H = 4\pi ni$ дает

$$dW = \frac{1}{4\pi} H dB. \quad \dots \dots \dots (37)$$

Эта весьма важная формула определяет искомую работу в эргах на куб. см., когда H и B даны в C. G. S. единицах. Если подставить $H = B - 4\pi J$ или $dB = dH + 4\pi dJ$, то получают выражения:

$$dW = \frac{1}{8\pi} d(H^2) + H dJ \quad \dots \dots \dots (37, a)$$

$$dW = \frac{1}{8\pi} d(B^2) - J dB \quad \dots \dots \dots (37, b)$$

Для произвольного замкнутого цикла намагничивания мы получаем для всей работы W , затраченной в единице объема тела, выражение

$$W = \frac{1}{4\pi} \int H dB \dots \dots \dots (38)$$

Но $\int H dB$ численно равен площади, огибаемой (по направлению, обратному движению часовой стрелки) кривую, изображающей связь между B и H при циклическом намагничивании (рис. 307). Отсюда получается важный результат:

Площадь, огибаемая кривой, которая графически изображает связь между B и H при циклическом намагничивании, деленная на 4π , численно равна работе, которая при одном цикле затрачивается в единице объема тела. Отсюда видна связь между гистерезисом и работой; если бы не было первого, т. е. если бы всякому H соответствовало только одно определенное B , то и вся работа при циклическом намагничивании равнялась бы нулю.

Для работы W , соответствующей циклу, можно найти кроме (38) еще ряд других выражений, на основании (37,а) и (37,б), так как интегралы первых членов равны нулю:

$$W = \frac{1}{4\pi} \int H dB = \int H dJ = - \int J dB \dots \dots \dots (38, a)$$

Для замкнутой кривой имеем вообще $\int d(xy) = \int y dx + \int x dy = 0$; поэтому (38,а) дает еще

$$W = - \frac{1}{4\pi} \int B dH = - \int J dH = \int B dJ \dots \dots \dots (38, b)$$

Равенства $B = \mu H$ и $J = \kappa H$ дают:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{8\pi} \int \frac{1}{\mu} d(B^2) = - \frac{1}{8\pi} \int \mu d(H^2) = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\kappa} d(J^2) = \\ &= \frac{1}{2} \int \kappa d(H^2) = - \int \kappa H dB \dots \dots \dots (38, c) \end{aligned}$$

Любопытно сравнить (38) с последним из выражений (38,с); прямой переход легко сделать на основании формул

$$\int (1 + 4\pi\kappa) H dB = \int \mu H dB = \int B dB = \frac{1}{2} \int d(B^2) = 0.$$

Для нециклического изменения магнитного состояния следует пользоваться формулами (37), (37,а) или (37,б). При очень сильных намагничиваниях можно положить $dl = 0$; тогда (37,а) дает

$$dW = \frac{1}{8\pi} d(H^2) \dots \dots \dots (38, d)$$

Для слабомагнитных тел можно считать $\mu = \text{Const.}$, для работы W_0 намагничивания одного куб. см. такого тела, которая производится, когда поле растет от нуля до H , имеем

$$W_0^1 = \frac{1}{4\pi} \int_0^H H dB = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^H H dH = \frac{\mu}{8\pi} H^2 \dots \dots \dots (39)$$

Этот формулой определяется запас энергии намагниченного слабо-магнитного тела.

Площадь фигуры $ACDEFLA$ (рис. 307) приблизительно равна $2DL \cdot AH' = 4JH_k$. Поэтому можно при расчетах работы одного цикла в 1 куб. см. пользоваться формулой

$$W = \frac{1}{\pi} JH_k \text{ эргов} \dots \dots \dots (40)$$

Adler, Duhem, Cisotti (1908), Leduc (1911) и др. дали дальнейшее развитие вопроса о работе намагничивания. Leduc показал, что для замкнутой кривой гистерезиса вышеприведенные формулы правильны, но что для бесконечно малого изменения магнитного состояния единицы объема следует принять для работы выражение

$$dW = HdJ \dots \dots \dots (40, a)$$

Принимая теорию вращающихся молекулярных магнитов, мы можем себе представить, что работа намагничивания сводится к преодолению трения, препятствующего вращению молекулярных магнитов.

Мы назвали гистерезисом некоторое явление; этим же именем можно назвать самое величину W , т. е. потерю энергии при одном намагничивании; определяя W , говорят об „измерении гистерезиса“. Величина $W = \int HdJ$ для цикла, доходящего почти до максимального J , может служить характеристикой материала. Для сортов мягкого железа, обычно употребляемых в электротехнике, W колеблется около 10000 эргов (на куб. см. при одном цикле). Для твердого железа W значительно больше, а для некоторых сортов стали W может доходить до нескольких сот тысяч эргов. Warburg полагал, что химически чистое железо не обладает гистерезисом. Однако, Kreuzler и Gumlich (1908) исследовали почти химически чистое железо и нашли в нем весьма сильный гистерезис. Для никкеля были получены числа от 11000 до 25000; для кобальта (с 2% Fe) $W = 30400$.

Steinmetz дал эмпирическую формулу для зависимости W от наибольшего достигнутого $\pm B$:

$$W = \eta B^{1.6} \dots \dots \dots (41)$$

Тот же показатель дает, очевидно, зависимость W от J , которое можно принять равным $B : 4\pi$. Весьма большое число исследователей производили проверку формулы (41), напр., Ewing и Miss Classen, Baily, Maurach, Gray, Weiss, Stroude (1912) и др. Оказалось, что показатель колеблется для различных сортов железа между 1,3 и 1,8; коэффициент η имеет для железа значения от 0,001 до 0,004. Но для наиболее твердой стали он доходит до 0,1. Maurach нашел для железного кольца, что показатель убывает от 2,47 до 1,22, когда H растет от 0,31 до 27,8,

J от 4,78 до 1567 и W от 0,12 до 9817. Stroude нашел для различных сортов железа и чугуна значения показателя между 1,66 и 1,82. Steinmetz полагал, что в случае циклического процесса, происходящего между произвольными крайними значениями B_1 и B_2 , величина W выражается формулой

$$W = \mu \left(\frac{B_1 - B_2}{2} \right)^{1,6} \dots \dots \dots (41, a)$$

Однако, опыты Holm'a (1912) не подтвердили этой формулы. Richter (1910) предложил более удобную формулу

$$W = aB + bB^2 \dots \dots \dots (41, b)$$

Она с опытными результатами лучше согласуется, чем (41).

Guu и его ученики Herzfeld и Schidloff и ученицы г-жи Карпова, Chamie и Albert исследовали вопрос о зависимости величины W от быстроты обхода цикла (1903—1914). Окончательный вывод всех этих работ показывает независимость W от быстроты обхода цикла.

Большое практическое значение имеет гистерезис во вращающемся магнитном поле. Его исследовали Baily (1894), Grau и Hiescke (1896), Schenkel (1902), Weiss и Plauer (1908), Fuller и Brace (1909), Vallauri (1909) и в особенности Perrier (1909, 1910). Уже Baily нашел, что гистерезис W во вращающемся поле сперва вместе с B растет, при $B = 16000$ — 17000 достигает максимума и затем весьма быстро падает; при $B = 20500$ остается лишь $\frac{1}{13}$ максимального значения, а при насыщении вероятно $W = 0$. Weiss и Plauer подтвердили этот результат; они нашли, что для Fe и Ni максимум W равен примерно половине того, которое получается при переменном поле. При весьма большом B величина W падает до нескольких тысячных максимального значения. При слабом поле W больше (в 4 раза при $H = 10$), чем в случае поля переменного. Perrier исследовал Fe , Ni и магнетит при разных B ; он нашел, напр., что отношение максимальных W в двух родах полей почти не зависит от температуры.

Не останавливаемся на описании приборов, служащих для измерения величины гистерезиса (Hystérésimètres). Такие приборы построили Ewing, Marcel, Deprez, Blondel и Holden.

Работа W должна иметь своим результатом появление какой-либо энергии. Так как магнитное состояние тела не меняется при циклическом намагничивании, то ясно, что эта энергия может быть только тепловая. Мы полагаем, что W выражено в эргах. Эквивалентное количество теплоты q , выделяющееся при одном цикле в 1 куб. см. железа, равно $q = W : 4,16 \cdot 10^7$ мал. кал. Если в 1 сек. совершаются n циклов, то во время t выделяется в 1 куб. см. железа теплота

$$Q = \frac{n W t}{4,16 \cdot 10^7} \text{ м. кал. } \dots \dots \dots (42)$$

Число затраченных ваттов равно $nW : 10^7$. На одну тонну (1000 кгр.)

железа, объем которой $10^6 : 7,7$ куб. см., затрачиваются

$$N = \frac{n W \cdot 10^6}{10^7 \cdot 7,7 \cdot 736} = 0,0000177 n W \text{ лошади. сил.} \quad (42, a)$$

(лошад. сила = 736 ваттам). Если, напр., $W = 10000$ (мягкое железо), и $n = 100$, то получается $N = 17,7$ лошади. сил. Принимая плотность железа 7,7 и теплоемкость 0,11, мы получаем повышение 0 температуры железа от одного цикла

$$\theta = \frac{W}{4,16 \cdot 10^7 \cdot 7,7 \cdot 0,11} = 2,84 \cdot 10^{-8} W \text{ град.} \quad (42, b)$$

При $W = 10000$ имеем $\theta = 0^{\circ},000284$. Повышение θ_1 температуры, в 1 сек. (n циклов) равно $2,84 \cdot 10^{-8} n W$ град. При $W = 10000$ и $n = 100$ получаем $\theta_1 = 0,0284$. Если не удалять теплоту, то это дало бы в 1 час нагревание до 102° для мягкого железа. В твердой стали получается меньшее нагревание при слабых намагничиваниях, когда $H < 15$. Но при $H > 15$ сталь сильнее нагревается, и, например, при $H = 75$ мы имеем для мягкого железа $\theta = 0^{\circ},0003$, а для твердой стали $\theta = 0^{\circ},0019$.

Экспериментальное измерение теплоты Q , выделяющейся в железе, как эквивалент работы W циклического намагничивания, представляет большие затруднения, так как рядом с выделением теплоты Q происходит нагревание железа индукционными токами (токи Foucault, см. т. V), а также катушкой, которая нагревается проходящими через нее токами. Измерение теплоты Q производили, между прочим, Joule, Cazin, Grove, Warburg, Herwig, Jamin и Roget, И. И. Боргман, Warburg и Hönig, Pilleux, Edlund, Trowbridge, В. Strauss, М. Wien, Mauguin и др. Мы можем не входить в разбор отдельных работ, которые показали несомненное существование выделения тепла Q , но не привели, к каким либо дальнейшим новым и в то же время несомненным результатам.

§ 8. Влияние механических воздействий и температуры на намагничивание. Указанные влияния на остаточный магнетизм уже были нами рассмотрены в гл. II, § 8; теперь рассмотрим те влияния, которые обнаруживаются во время намагничивания.

I. Сотрясения и удары увеличивают временное намагничение J и уменьшают остаточное J_r . Они вообще способствуют тому изменению величины J , которое является следствием происходящего в данный момент изменения поля H . Величина W гистерезиса значительно уменьшается; в мягком железе W почти равно нулю, если во время циклического намагничения железо подвергать достаточно сильным ударам. Индукция B железной проволоки, которая при $H = 0,32$ равнялась 190, увеличилась от ударов до 6620; $B = 7120$ перешло в $B = 11600$. При уменьшении H от большого значения до 0,33 получилось $B = 6880$, которое при ударах пало до $B = 320$. Для Ni максимум величины J может от сотрясений и ударов увеличиться в десять раз. Вопросом о влиянии сотрясений и ударов занимались Ewing, G. Wiedemann, Fromme, Villari, Bergson, Ascoli, Russel (1907) и др.

II. Растяжение и сжатие, как причины, влияющие на намагничение, были исследованы многими учеными. Следует отличать влияние небольшого натяжения при различных H , и влияние постепенно увеличиваемого натяжения при заданном поле H . Первые исследователи, Matteucci (1858) и Wertheim (1852), нашли, что натяжение увеличивает намагничение твердой железной проволоки. Villari (1868) нашел, что при слабых H натяжение увеличивает, а при сильных H натяжение уменьшает временное намагничение J . При некотором поле H натяжение не влияет: это так называемая „критическая точка Villari“. Чем больше натяжение, тем меньше критическое H ; чем больше H , тем меньше то натяжение, при котором J начинает уменьшаться. При $H = 2,46$, величина J росла от 450 до 620, когда натяжение p росло от нуля до 1,8 кгр., и затем уменьшилось до 520 при $p = 6$ кгр. Около $H = 7,5$ величина J уменьшается, начиная от $p = 0$. Для твердого железа получается резкое увеличение J при $H < 25$ и не слишком большой нагрузке; так при $H = 4,31$ величина J может расти от 150 до 550, при $H = 8,6$ от 350 до 880 и т. д.; при сильном натяжении J начинает опять падать. Если при заданном H подвергать проволоку циклическому растяжению p , то при возвращении к прежнему p не получается и прежнее J : наблюдается явление магнито-упругого гистерезиса; получающиеся при этом замкнутые кривые имеют сложную форму, в виде неправильной восьмерки (см. Ewing, Magnetic induction in iron, 3-е изд., стр. 217—221, 1900; немецкое издание, стр. 196—200, 1892). Новые исследования производили Honda и Terada (1907), Maurain (1908), Ercolini (1911) и Möller (1912). Сжатие действует на J обратно растяжению. Walker (1915) подвергал железные стержни продольному сдавливанию, доходившему до 50 тонн на кв. дюйм. Оказалось, что J от давления уменьшается и притом особенно сильно при слабых намагничивающих полях.

Огромное влияние имеет растяжение на никкелевую проволоку, как показали исследования Heydweiller'a, Ewing'a и др. Heydweiller показал, что и для Ni существует критическая точка (Villari), но она находится при очень малом H . Вообще же натяжение весьма сильно уменьшает величину J . Приведем некоторые числа, относящиеся к никкелевой проволоке, толщиной в 0,68 мм. При $H = 100$ имелось $J = 400$, $J_r = 250$, при натяжении $p = 12$ кгр. получилось $J = 100$, $J_r = 16$. Для той же проволоки, сделанной более жесткой, J понизилось от 375 до 50 при нагрузке в 18 кгр. Магнито-упругий гистерезис в Ni незначительный. Ewing (1888) показал, что при продольном сдавлении никкеля J и J_r весьма быстро увеличиваются, например, при $H = 20$ от $J = 100$ до $J = 430$ и от $J_r = 50$ до $J_r = 390$. Отношение $J_r : J$ увеличивается от 0,5 до 0,9; при растяжении оно может упасть до 0,19. Ясно, что растяжение и сдавливание еще сильнее влияют на J_r , чем на J .

Для кобальта W. Thomson нашел также критическую точку, но действия растяжения оказались обратны аналогичным действиям на Fe : при малых H растяжение уменьшает, при больших — увеличивает намагничение J . При сдавливании происходит обратное явление, как

показал Chree. Дальнейшие наблюдения над *Co* производили G. S. Meyer (1896) и Nagaoka и Honda (1902).

III. Вопросу о влиянии кручения на намагничивание посвящено очень большое число исследований, из которых наиболее важные производили Wertheim, G. Wiedemann, W. Thomson, Knott, Ewing, Zehnder, Nagaoka, Moreau, Schreiber, Barus и др. С вопросом о влиянии кручения тела на его намагничивание тесно связаны вопросы о влиянии намагничивания на предварительно закрученное тело и вопрос о кручении, которое вызывается продольным намагничиванием железной проволоки, если через нее течет электрический ток, вследствие чего в ней заранее было возбуждено круговое, в плоскости поперечного сечения, намагничивание. Мы здесь не можем входить в описание сложных и разнообразных явлений, сюда относящихся. Подробное их изложение можно найти у G. Wiedemann'a „Die Lehre von der Elektrizität“ т. III, стр. 767—812, 1895 и в упомянутой книге Ewing'a (стр. 231—249 третьего английского и стр. 211—225 немецкого издания). Мы ограничиваемся немногими указаниями. Если железный стержень во время намагничивания подвергать циклическому закручиванию в одну или в обе стороны, то J уменьшается при закручивании, увеличивается при раскручивании; при этом обнаруживается магнито-упругий гистерезис. Если через железную проволоку проходит ток, вызывающий в нем поперечно-круговое намагничение, незаметное во внешнем пространстве, то ее кручение вызывает заметное продольное намагничение. Весьма интересно обратное явление: если подвергнуть проволоку, через которую проходит ток, продольному намагничиванию, то она закручивается по направлению, зависящему от направлений тока и намагничивания. Это явление исследовал Williams на четырех стальных проволоках; он не нашел предполагавшейся связи между этим „явлением Wiedemann'a“ и „явлением Joule'я“, т. е. удлинением проволоки при ее намагничивании. Однако позже (1917), исследуя никкелевую проволоку, он пришел к заключению, что явление Wiedemann'a можно рассматривать, как частный случай явления Joule'я. Далее Wiedemann нашел, что уже закрученная проволока при намагничивании несколько раскручивается. Исходя из теории вращающихся молекулярных магнитов, он объяснил многие из сюда относящихся явлений. Дальнейшие исследования в этой области произвели Bouasse и Berthier (1907), Maurain (1907), Pellet (1909), Williams (1917) и др.

Никкель обнаруживает, в общем, те же явления, как и железо, но они имеют противоположное направление. Так, напр., закручивание во время намагничивания увеличивает намагничение J . К весьма интересным результатам привели многочисленные исследования Nagaoka. Ограничиваемся указанием на графическое изображение одного из них. На рис. 309 кривая *aa* изображает возрастание и убывание величины J при первом намагничивании никкелевой мягкой проволоки. Кривая *bb* относится к случаю, когда проволока подвергнута кручению в 3° на 1 см.; при очень малых H величины J уменьшены, при средних чрезвычайно

увеличены, изгибы крутые, гистерезис уменьшен. Кривая *сс* относится к натянутой проволоке; величина *J* чрезвычайно уменьшена, гистерезис почти нуль. Наконец кривая *dd* относится к случаю, когда натяжение и кручение одновременно действуют на проволоку.

IV. Нам остается рассмотреть влияние температуры на намагничение. В этой области произвели исследования Kupfer, G. Wiedemann, Perkins, Hopkinson, Tomlinson, Baur, Curie, Guillaume, Houllévigie, Osmond, L. Dumas, Dumont, Kunz, Wills, Le Chatelier, Berson, Honda и Shimizu и др.

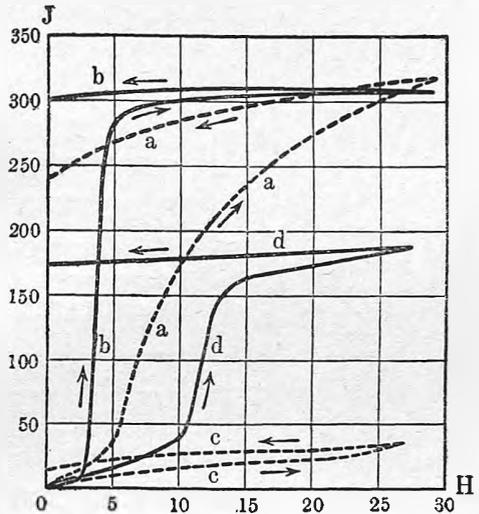
Для железа оказывается, что при малых *H* нагревание вызывает иногда весьма значительное возрастание намагничения *J*. При больших *H* нагревание вызывает убывание *J*. Для всякого сорта железа существует „критическое поле *H^c*“, при котором влияние нагревания на *J* меняет свой знак. Сказанное относится к не очень сильным нагреваниям. При некоторой температуре — между 700° и 800° для железа, и между 600° и 700° для стали — намагничение *J* = 0. Hopkinson называет эту температуру критической; Auerbach предлагает назвать критической ту температуру, при которой возрастание *J* переходит в убывание. Эти два определения мало отличаются друг от друга, так как переход от наибольшего *J* к *J* = 0 (при малых *H*) совершается с поразительною быстротою. Так Hopkinson нашел для железа, что при *H* = 0,075 индукция *B* растет от 17 до 512 при нагревании от 10° до 778°. При *H* = 0,3 получаются для β следующие числа:

Темп.:	20°	480°	580°	730°	750°	770°	775°	785
μ =	500	700	900	2500	3800	7700	11000	1 (<i>J</i> = 0).

До 600° мы имеем медленное возрастание величины μ (до 1000); затем до 750° более быстрое (до 3800), и наконец между 750° и 775°, почти внезапное возрастание μ от 3800 до 11000. При небольшом дальнейшем повышении температуры громадное намагничение падает до нуля. Совершенно другая картина получается при больших *H*. Так при *H* = 4 мы имеем весьма слабое возрастание μ до 620° и затем быстрое падение к нулю. При еще большем *H* первоначальное возрастание μ исчезает; так, напр., при *H* = 45 мы имеем:

Темп.:	20°	370°	570°	720°	750°	785
μ =	300	300	260	240	20	1 (<i>J</i> = 0).

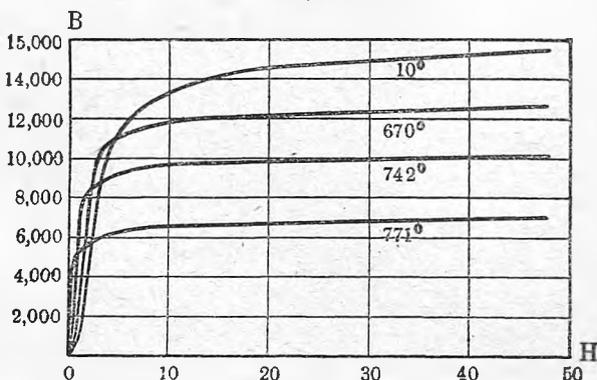
Рис. 309.



Если при различных температурах определять B , как функцию от H , то получаются пересекающиеся кривые, изображенные на рис. 310.

Быстрое исчезновение способности намагничиваться при некоторой температуре, очевидно, находится в связи с явлением рекалесценции, открытой Barrett'ом. Это явление заключается в том, что около 780° в железе происходит молекулярное изменение, сопровождающееся поглощением тепла и уменьшением объема; при равномерном притоке тепла замечается остановка в повышении температуры. При охлаждении железа, нагретого выше 800° , замечается около 780° выделение тепла, т. е. повышение температуры с увеличением объема. Для стали температура рекалесценции лежит ниже; охладившаяся до 680° сталь нагрелась вновь до 712° , так что повышение температуры равнялось 32° . Все эти явления находятся в тесной связи с теми превращениями, которые происходят

Рис. 310.



в железе при различных температурах. Van't Hoff (1900) показал, что эти превращения могут быть разобраны с точки зрения правила фаз, (т. III) и что существует „четверная точка“, в которой четыре фазы (мартензит, цементит, феррит и их насыщенный пар) при двух компонентах (Fe и C) находятся в равновесии. Эта точка находится при 670° и при „концентрации“ $0,8\%$ углерода. Эта точка аналогична криогидратной (т. III) точке раствора водной соли; для железа мы, однако, имеем дело с твердым раствором.

Curie исследовал железо при более высоких температурах и при $H = 1000$. Оказалось, что после сильного падения около 760° намагничение продолжает медленно убывать; при 860° происходит более быстрое падение, затем опять медленное, при 1280° резкое возрастание (на 50%), и далее, до 1365° опять медленное падение. Температура Θ , при которой намагничивание железа впервые быстро падает, называется точкою Кюри, точкою превращения, а иногда (Ashworth, 1912) критической точкою или температурою. При Θ° меняются физические свойства железа, напр. его теплоемкость. Curie нашел, что выше Θ° намагничивание при данном H меняется обратно пропорционально абсолютной температуре T . Weiss вывел из своей теории,

которую мы рассмотрим в § 15, формулу

$$\kappa'(T - \Theta) = C,$$

где κ' удельная (отнесенная к единице объема) восприимчивость; C он называет постоянной Кюри. Эту формулу проверяли Weiss и Foëx (1911) для Fe , Ni , Co , магнетита и различных сплавов $Fe + Ni$; они нашли хорошее ее подтверждение. Тергу (1917) исследовал Fe , Ni и Co от точек превращения до плавления. Он нашел только для Ni , и что в узких пределах температуры, согласие с формулой Curie.

Для Ni Honda и Shimizu (1905) нашли критическую точку при 320° , Ashwort (1912) при 388° . Для Co оказывается $\Theta = 1080^\circ$, Ashwort сравнивал Fe , Ni и Co при „соответствующиx“ температурах, которые получаются, если абсолютную критическую температуру Θ принять равной единице. Он нашел, что при равных $T : \Theta$ получаются для трех металлов одинаковые $J : J_0$, где J_0 относится к 0° . Байков (1910) первый доказал, что Ni , как и Fe и Co , обладает полиморфизмом и что его точка превращения лежит при 360° .

Влияние очень низких температур исследовали Fleming и Dewar, Claude, Osmond, Honda и Chimizu и др., а в последнее время особенно Kamerlingh-Onnes и Weiss (1910) и Kamerlingh-Onnes и Perrier (1912). Охлаждение в жидком водороде ($20^\circ K$, т. е. градусов Кельвина, считаемых от абсолютного нуля) дает в слабых полях уменьшение, в сильных — увеличение намагничивания. Это последнее не велико; для Ni ($17,3^\circ K$) оно составляло 5,46% величины при 0° ; для Fe ($20,0^\circ K$) 2,1% и для магнетита ($15,5^\circ K$) 5,69%, для Co около 1%.

Radovanovic (1912) нашел для кольца из Ni формулу

$$\Theta = 359 + 0,198 \sqrt{H},$$

где Θ температура превращения в градусах Цельсия; Kamerlingh-Onnes и Perrier определили для этого же кольца величину κ при слабых полях (0,017—0,090 гаусса). Они нашли при абсолютных температурах T :

$T = 291^\circ$	90°	$76,5^\circ$	$20,5^\circ$
$\kappa = 3,045$	$0,955$	$0,881$	$0,782.$

Kunz, Thiesen, Morris, Roget, Maurain (1910) и др. исследовали влияние температуры на величину W гистерезиса. Вообще оказывается, что потеря W энергии с повышением температуры уменьшается.

Tomlinson нашел, что критическое поле (Villari), при котором натяжение не влияет на J , повышается при возрастании температуры.

Шведов, Edison, Stefan и др. построили двигатели, основанные на свойстве железа терять способность намагничиваться при высокой температуре.

§ 9. Ферромагнитные свойства порошков, сплавов и руд. В предыдущем мы предполагали, что ферромагнитные тела — железо, никкель или кобальт — имеются в виде сплошных кусков весьма продолговатой

или кольцевидной формы. Интересно определить, каковы магнитные свойства тех же веществ, если их взять в виде порошков, и притом однородных или смешанных с другим немагнитным порошком, или, наконец, равномерно распределенных в массе какого-либо мягкого тела, напр., жира. Waltenhofen (1870), Börnstein (1875), Toepler и v. Ettinghausen (1877), Auerbach (1880), Haubner (1886), Кобылин и Терешин (1886), Maurain (1903) и в особенности Trenkle (1905) исследовали различные, сюда относящиеся случаи. Из этих работ, оказывается, что величина J при заданном H тем меньше, чем более порошок ферромагнитного вещества разбавлен другим немагнитным порошком, и чем слабее поэтому взаимодействие между ближайшими частицами. Кобылин и Терешин нашли, что для смесей железного порошка с углем, максимум величины μ (или κ) получается при одном и том же H , которое, однако, меньше H , дающего максимум μ для сплошного железа. Далее они нашли, что примесь небольшого количества угля к железному порошку увеличивает остаточный момент. Trenkle удалось намагнитить порошки чистого железа (J_1) и смеси 60% Fe и 40% бронзы (J_2) до насыщения. Оказалось, что максимум $J_1 = 300$ достигается при $H = 2900$, а максимум $J_2 = 190$ только при $H = 3500$. Отношение $J_1 : J_2$, которое при $H = 200$ равно 2,46, уменьшается с возрастанием H ; но начиная от $H = 2400$ (прослежено до $H = 3100$) это отношение делается постоянным и равным 1,55.

Переходим к сплавам, содержащим ферромагнитный металл. Мы уже указывали, что примесь угля к железу и состояние, в котором этот уголь находится, сильно отзывается на магнитных свойствах. Примесь к железу малых количеств Cr , Ni , и W и Mo увеличивает коэрцитивную силу и мало влияет на временное намагничение; последнее относится и к примеси платины, как показал Daubrée. Значительная примесь (до 5%) Si увеличивает максимальное μ с 3000 до 4000 и существенно уменьшает гистерезис. W. Gumlich (1910), наоборот, нашел, что максимум μ уменьшается пропорционально содержанию Si . Если к стали прибавить 12% Mn , то получается немагнитный сплав, не обнаруживающий и остаточного магнетизма.

Сплавы $Fe + Sb$ исследовал Weiss. При 56,8% Fe оказались $\mu = 14,3$; при 42,7% железа $\mu = 2,57$; при 34% уже $\mu = 1,006$. Марганец мало влияет, если его не более 2%; но сплав, содержащий 12% Mn и 1% C , имеет $\mu = 1,4$ и остаточного магнетизма не обнаруживает.

Сплавы железа и алюминия исследовали Parshall и в особенности Richardson, который доходит до 18,47% Al и до температур -83° и $+940^\circ$. Результаты получились весьма сложные; ограничиваемся указанием, что сплав в 18,47% Al имеет максимум μ при температуре, которая много ниже -90° и при $+25^\circ$ критическую точку, при которой μ быстро уменьшается.

Сплав $Ni + Cr$ теряет свои магнитные свойства, когда он содержит 10% Cr ; зато сплав $Fe + Co + Cr$ остается сильно магнитным даже при 49% Cr . Сплавы $Ni + Cu$ и $Ni + Sn$ исследовал Hill (1902). Он нашел следующие температуры t превращения, при которых индукция B , быстро

понижаясь, делается равною нулю:

Содержание <i>Cu</i> :	0%	4%	8%	20%	40%
<i>t</i>	355°	310°	280°	155°	— 100°.

Сплавы *Cu + Co* остаются магнитными даже при содержании 98,5% *Cu*.

В позднейшей работе Hill (1907) нашел, что добавление *m* гр.-молекул *Cu* или *Sn* к одной гр.-молекуле *Ni* понижает температуру превращения на *m*. 10,5°, и *m*. 7,3°. Richard (1901) нашел, что сплавы *Ni + Cu* немагнитны; сплавы же *Co + Cu* обнаруживают, даже при содержании только 1,5% *Co*, магнитность, исчезающую лишь при светлокрасном калении. Bloch исследовал сплавы *Ni + Co*; оказалось что магнетизм насыщения линейная функция, а температура быстрого исчезновения магнетизма параболическая функция процентного состава сплава. Gray (1912) весьма подробно исследовал сплавы *Ni* с 5—30% *Mn*; каждый сплав был закален при 900°. Оказалось, что в слабых полях намагничение было сильнее при — 190°, чем при + 15°; в сильных полях наблюдалось обратное.

Весьма большое значение имеют работы Тамманна (1908), который исследовал сплавы *Fe, Ni* и *Co* с *Si, Sn, Al, Sb, Bi, Mg* и *Zn*. Как известно, многие сплавы соответствуют определенным химическим соединениям, как, напр., *FeAl₃, CoSi₂, CoZn₄, NiSn₂, NiBi* и т. д.; Тамманн приводит около 40 таких соединений. Остальные сплавы представляют смешанные кристаллы, в которых одна из компонент играет роль растворителя. Тамманн нашел такие правила. Бинарные соединения ферромагнитных металлов с другими металлами почти все немагнитны. Сплавы, в которых ферромагнитный металл является растворителем, все магнитны. Сплавы, представляющие твердые растворы ферромагнитных металлов в других, не магнитны. Honda (1910) подтвердил эта правила для сплавов *Ni + Cr, Co + Cr, Fe + V, Ni + Sn* и *Ni + Al*. Friedrich (1908) нашел, что первое правило Тамманна относится только к соединениям металлов между собою; соединения *Co₅As₂, Fe₃P, Fe₂P, Fe₂S* и *Fe₃O₂* сильно магнитны.

Hilpert (1913) дал обзор магнитных свойств сплавов *Fe, Ni* и *Co* между собою и с другими элементами. Он нашел, что соединения *Fe₂Ni* и *Fe₂Co* ферромагнитны. Соединения *Fe, Ni* и *Co* с не-ферромагнитными элементами, вообще, немагнитны; исключение составляют *Fe₃C* и *Fe₂Si*. В смешанных кристаллах магнитность всегда уменьшается, когда увеличивается содержание менее или вовсе не магнитной части.

Ruer и Kaneko (1914) нашли, что сплав из 55% *Fe* и 45% *Co* претерпевает резкое падение магнитности при 983°, причем это превращение сопровождается поглощением значительного количества скрытой теплоты.

Амальгамы исследовали Nagaoka (*Fe + Hg* и *Co + Hg* между — 100° и + 250° и до *H* = 3200) и Wunsche (*Ni + Hg*). Замечательно, что хотя для амальгам *Fe* и *Co* получается незначительный остаточный магнетизм, коэрцитивная сила оказывается громадною. Для 2,3% *Fe* она равна 370, между тем как для сплошной стали максимальное ее значение равно 80; для *Hg — Co* она доходит до 150. В связи с этим и гистерезисом

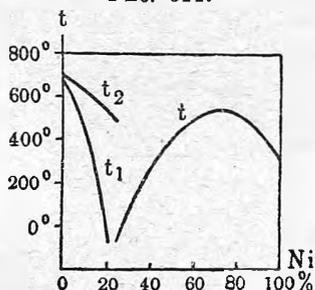
вис для амальгамы громадный. Замечательно, что $Hg + Ni$ весьма мало магнитны, как это видно из следующих чисел (при $H = 8000$):

Процент Ni	0,5	1	2	3	3,5
$10^6 \kappa$	24,9	49,3	121,9	249,1	349,8

Никакого возрастания при -78° незаметно.

Большой интерес представляют сплавы железа и никкеля; их исследовали Hopkinson, Guillaume, Osmond, Dumond, L. Dumas, Poulléviqne, Abt и др. Для выяснения свойств этих сплавов может служить рис. 311, в котором абсциссы суть процентные содержания Ni , ординаты — температуры. Все сплавы разделяются на обратимые, содержащие более 25% Ni , и необратимые, в которых менее 25% Ni . Начнем с необратимых. Для них существуют две температуры t_1 и t_2 (рис. 311), между которыми сплав может существовать в двух состояниях, магнитном и немагнитном. Магнитный сплав при нагревании делается немагнитным при t_2° и остается таковым при охлаждении до t_1° ; при охлаждении ниже t_1° сплав вновь приобретает способность намагничиваться и сохраняет эту способность при нагревании. С увеличением содержания Ni температура t_2 медленно, а t_1 весьма быстро понижается (см. рис. 311). При 4,7% Ni магнитность исчезает около $t_2 = 780^\circ$ и вновь появляется при охлаждении ниже $t_1 = 650^\circ$; два состояния сплава возможны в интервале, равном 130° . Когда сплав содержит около 25% Ni , то

Рис. 311.



$t_2 = 580^\circ$, и t_1 значительно ниже 0° , так что сплав, нагретый выше 580° , оказывается неспособным намагничиваться при комнатной температуре; температурный интервал равен 600° . Мы можем сказать, что эти сплавы обладают громадным температурным гистерезисом. Сплавы, содержащие более 25% Ni , теряют способность намагничиваться при некоторой температуре t° ; если их охлаждать, то они вновь делаются магнитными при температуре t_1° , которая мало отличается от t° , когда сплав содержит немного более 25% Ni . Так, для 30% Ni имеем $t = 140^\circ$, $t_1 = 125$. Для сплавов, более богатых никкелем, обе температуры сливаются; на рис. 311 показана поэтому только одна кривая t . Температура t растет вместе с содержанием никкеля до 600° при 70% Ni и затем падает до 320° для чистого Ni . Hilpert и Colver-Glauert (1911) исследовали различные сорта никкелевой стали между 950° и -180° ; оказалось, что один и тот же сплав может обладать весьма различной способностью намагничиваться, в зависимости от тех температурных изменений, которым он перед тем подвергался.

Мы обращаемся к любопытному факту существования ферромагнитных сплавов из немагнитных металлов. Еще в 1892 г. Hogg нашел, что хотя сплавы 80% $Fe + 20\%$ Al и 88% $Fe + 12\%$ Mn совершенно немагнитны, сплавы 10,80% $Fe + 54,86\%$ $Mn + 25,34\%$ Al (остальное C, Si, P, S, Cu) и 14,80% $Fe + 57,40\%$ $Mn + 3,05\%$ Al обладают почти

такими же магнитными свойствами, как железо. В 1900 г. Heusler открыл (первая его статья появилась в 1903 г.), что немагнитный сплав 30% Mn + 70% Cu , имеющийся в продаже (от Isabellenhütte в Dillenburg'e близ Wiesbaden'a), приобретает магнитные свойства, если к нему прибавить один из металлов Al , Sn , Sb , Bi (диамагнитный), а также As и V . Прибавка C , Si , P , а также 1,2% Fe не вызывает магнитных свойств. Наиболее сильно ферромагнитные сплавы получаются, если прибавить алюминий, т. е. образовать сплав $Mn + Cu + Al$. При этом наилучшею пропорциею оказывается такая, когда Mn и Al соответствуют соединению $MnAl$, т. е. когда марганца приблизительно вдвое больше по весу, чем алюминия. Первое опытное исследование производили Haupt и Stark под руководством Richarz'a. Они нашли, например, при $H = 100$ для сплавов из Cu и $MnAl$:

$MnAl$	28,8°/о	36,6°/о	39,7°/о
$B =$	3200	4645	5380.

Последнее число дает $J = 430$. Прибавка небольшого количества Pb еще увеличивает магнитность сплава; так сплав, содержащий 36,1% $MnAl$ дал $B = 6480$ при $H = 150$, т. е. $J = 514$. Дальнейшее исследование этих и подобных сплавов производили Austin, Hadfield, Fleming, Binet du Jassoneix, Wedekind, Gumlich, Gray, Hill, Take, Guillaume, Ross, Steiner, F. A. Schulze, Ihde, Semin, Hartmann и др. Весьма велико и сложно влияние температуры. При некоторой „температуре превращения“ θ магнитные свойства исчезают. Смотря по составу сплава, θ колеблется между 60° и 350°. Продолжительное нагревание меняет свойство сплавов; максимум магнитности получается, если свежий сплав долгое время нагревать при 110° (кипящий толуол). Austin нашел значительную магнитострикцию; при $H = 400$ удлинение равно $11 \cdot 10^{-7}$ длины, что составляет $\frac{1}{3}$ наибольшего удлинения железа. В сильных полях происходит сжатие, пропорциональное H^2 . Gumlich нашел для одного сплава коэрцитивную силу такую же как в наилучшей стали. Охлаждение до -185° не влияет на магнитные свойства этих сплавов. Take нашел, что при многократных нагреваниях сплавов, содержащих Pb , температура θ сильно повышается, напр., от 120° до 240°, или от 75° до 120°. При помощи дилатометра он мог заметить изменения объема при θ . Между 400° и 500° происходят новые превращения, при чем некоторые сплавы вполне теряли магнитность, которая не восстанавливалась при -185° . Hill нашел, что при сильном нагревании магнитные свойства (после охлаждения) сперва уменьшаются, а при еще более сильном — опять увеличиваются. В следующей табличке помещены числа J после нагревания до t° ($H = 85$).

До нагревания	368°	500°	650°	850°
$J = 311$	267	27	90	155.

Gumlich нашел, что эти сплавы обладают значительным „магнитным последствием“, т. е. при изменении H их новое магнитное состояние

устанавливается далеко не мгновенно. Он же нашел, что гистерезис сплавов может доходить до 1520 эргов на куб. см., и что в формуле (41) Steinmetz'a $\eta = 0,0045$.

Richarz и его ученики придерживаются того объяснения свойств этих сплавов, которое дал Heusler, высказавший мысль, что ферромагнитными свойствами обладают определенные химические соединения ферромагнитных металлов. Richarz развил этот взгляд, основываясь на электронной теории. Ферромагнетизм оказывается здесь конститутивным свойством (т. I) сложной молекулы, в которой электроны обладают большею подвижностью, чем в молекулах отдельных чистых металлов. По мнению Heusler'a особенно сильно магнитны соединения вида $Al_x Mn_y Cu_{3x-y}$.

Нам остается сказать несколько слов о ферромагнитных минералах. К ним относятся магнитный железняк (магнетит, Fe_3O_4), пирротин (приблизительно Fe_7O_8), гематит (FeO_2), ильменит ($FeTiO_3$), лимонит ($Fe_4H_8O_9$), бромистый железняк ($FeCr_2O_4$), альмандин ($Fe_3Al_2Si_3O_{12}$), кианит, авгит и др. Искусственно можно получить ферромагнитный гидрат формулы $Fe_3(OH)_8$, соответствующий магнетиту. Некоторые из этих минералов ясно обнаруживают магнитную анизотропию; мы к ним возвратимся ниже. Здесь ограничиваемся немногими указаниями. Е. Весквел (1845) нашел, что магнетит обладает около 0,48 магнитного напряжения железа. Holz открыл, что остаточный магнетизм этого минерала в 1,5 раза больше, чем у самой твердой стали; коэрцитивная сила, однако, меньше, чем в стали, что подтвердил и Abt, который нашел, что остаточный магнетизм может быть даже в 2,75 раза больше, чем в стали. При $H = 800$ магнетит насыщен; коэрцитивная сила равна 50; для пирротина она равна 200, для гематита около 150; последний при $H = 1000$ еще не насыщен. Базальт, который содержит магнетит, был исследован Roskels'ом. Curie нашел, что для магнетита κ быстро убывает около 535° (критическая точка) и затем равномерно убывает с повышением температуры. К работам Weiss'a над кристаллами магнетита и пирротина мы возвратимся ниже.

§ 10. Парамагнетизм и диамагнетизм. Основные явления. В §1 было указано, что, по отношению к магнитным свойствам, все тела могут быть разделены на сильно или ферромагнитные и слабо-магнитные; последние разделяются на парамагнитные и диамагнитные. С чисто внешней стороны ферромагнитные тела представляются телами весьма сильно парамагнитными, но весьма возможно, что между ферромагнетизмом и парамагнетизмом существует не только количественное, но и гораздо более глубокое качественное различие. С количественной стороны нет возможности провести строгой границы между ферро- и парамагнитными телами, ибо, напр., между сплавами, а также между минералами можно подобрать такие тела, магнитная восприимчивость κ которых имеет всякое промежуточное значение, от наибольшего относящегося к Fe , до самых ничтожных относящихся к наиболее слабым парамагнитным телам.

Для диамагнитных тел $\kappa < 0$, и потому для μ , равного $1 + 4\pi\kappa$, имеем $\mu < 1$. Следует, однако, отметить, что даже для наиболее сильно

диамагнитных тел величина — κ весьма малая, порядка 10^{-5} , а потому μ никогда не бывает меньше примерно числа 0,9998.

Ограничиваясь чисто внешней стороной явления, мы можем сказать, что парамагнитные тела, взятые, напр., в виде шариков, притягиваются, а диамагнитные — отталкиваются полюсом магнита. Такое явление заметил впервые Brugmans (1778), когда он приближал полюс магнита к кусочку висмута, плавающему на лодочке по поверхности воды или ртути. Затем E. Becquerel (1827) заметил подобное же явление на Sb. В 1845 г. появилось начало классических исследований Faraday'я, показавшего, что достаточно сильное магнитное поле действует почти на все тела, распадаящиеся на парамагнитные и диамагнитные.

Вникая несколько глубже в характер тех пондеромоторных сил, которые обнаруживаются в магнитном поле, мы должны сказать, что парамагнитные тела движутся по направлению от мест меньшего напряжения поля к местам большего напряжения, а диамагнитные — по направлению противоположному.

Другой внешний признак следующий. Если между полюсами магнита поместить удобоподвижный стерженек из испытуемого вещества, то ось стерженька принимает „аксиальное“ положение, т. е. располагается вдоль линий сил (по прямой, соединяющей полюсы), когда вещество парамагнитное. Ось стерженька диамагнитного устанавливается в „экваториальном“ положении, т. е. перпендикулярно к линиям сил (перпендикулярно к прямой, соединяющей полюсы).

Однако, в действительности, расположение стерженьков определяется не направлением линий сил, но характером поля. Cohn (1900), Meslin (1908 г.), Gans (1908) и Perrier (1910) определяли условия равновесия стержня или эллипсоида в магнитном поле. Meslin рассматривал случай анизотропного (кристаллического, см. ниже) эллипсоида в равномерном поле. Gans изучил случай поля, имеющего ось симметрии и перпендикулярную к нему плоскость симметрии, при чем центр тела находится на пересечении оси с этою плоскостью. Если напряжение поля растёт от центра вдоль оси, то стерженьки устанавливаются, как было выше указано; это обычный случай между полюсами электромагнита. Но если поле от центра вдоль оси убывает, то парамагнитный стерженек устанавливается перпендикулярно к оси, а след. и к линиям сил, а диамагнитный — параллельно линиям сил, т. е. вдоль оси. Gans осуществил такой случай, укрепив на плоских полюсах электромагнита два железных полых цилиндра (длина 2 см., диаметр 2 см., толщина стенок 3 мм.), так что между ними остался промежуток в 4 мм. В этом случае наибольшее напряжение поля находится в центре промежутка; оказалось, что стерженек из Pt установился перпендикулярно к оси, а стерженек Bi параллельно оси. Perrier показал, что диамагнитный эллипсоид при большом κ может даже в однородном поле установиться так, что его большая ось будет параллельна линиям сил.

Рис. 70 и 71 показывают, как меняется форма прямолинейных линий сил, если в равномерное магнитное поле ввести диамагнитное (рис. 70),

или парамагнитное (рис. 71) тело. Принимая, однако, во внимание чрезвычайную малость величины κ для диамагнитных тел, мы теперь можем добавить, что рис. 70 не соответствует встречаемым в природе случаям, так как в нем преувеличено расхождение линий сил внутри тела; даже в наиболее диамагнитных телах это расхождение чрезвычайно слабо.

Не входя ни в какие более глубокие рассуждения о сущности пара- и диамагнетизма, мы легко можем решить вопрос о влиянии среды на магнитные свойства произвольного тела. Поместим какую-либо пара- или диамагнитную жидкость в магнитное поле и выделим мысленно некоторую часть M внутри жидкости. Если бы часть M была действительно вынута и помещена в магнитное поле, то ее пара- или диамагнитные свойства обнаружили бы теми пондеромоторными силами, которые на нее бы действовали. Но находясь внутри самой жидкости, часть M , очевидно, никаким пондеромоторным силам подвержена быть не может. Отсюда уже легко сообразить, что всякое тело, помещенное в какую-либо среду, претерпевает кажущуюся потерю пара- или диамагнетизма, равную пара- или диамагнетизму вытесненного объема среды. При этом потеря диамагнетизма тождественна с приобретением парамагнетизма и наоборот. В частных случаях парамагнитное тело в более парамагнитной среде должно обнаруживать свойства тела диамагнитного, и, подобно, диамагнитное тело в более диамагнитной среде — свойства тела парамагнитного. Диамагнитное тело в парамагнитной среде кажется более диамагнитным и т. д.; нетрудно разобрать и все другие возможные случаи кажущихся изменений магнитных свойств тела. Аналогия с законом Архимеда бросается в глаза. Faraday, Plücker, Bessegerel и др. подтвердили на опытах приведенные выводы. Стеклянная трубочка, наполненная раствором парамагнитной соли, кажется парамагнитной, если ее поместить внутри более слабого раствора, и диамагнитной — внутри раствора более крепкого.

Производя измерения в воздухе, мы должны иметь в виду, что воздух есть парамагнитное тело, и что мы, следовательно, наблюдаем разность между магнетизмом тела и магнетизмом воздуха. Мы в дальнейшем предположим, что для пустоты, т. е. для эфира, а не для воздуха, $\mu = 1$ и $\kappa = 0$. Однако, для удобства мы можем представить себе, что эфир есть тело парамагнитное, и что диамагнитными нам лишь кажутся все те тела, которые менее парамагнитны, чем эфир. Такой взгляд как будто вводит большое упрощение, уничтожая представление о двух существенно различных группах магнитных тел. Однако, правильность такого взгляда представляется весьма сомнительной; как раз некоторые из новейших теорий приводят к представлению, что тела парамагнитные и диамагнитные (в пустоте) отличаются друг от друга по самому существу тех внутренних явлений, которыми обуславливаются их магнитные свойства.

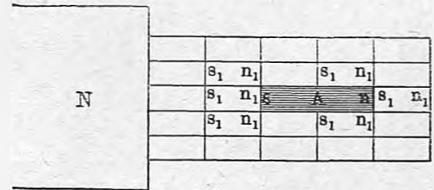
Обращаясь вновь лишь к внешней стороне явлений, мы должны остановиться на так называемой „диамагнитной полярности“, заключающейся в том, что диамагнитное тело, помещенное в магнитное

поле, производит во внешнем пространстве действия, соответствующие появлению на этом теле двух магнитных полюсов, расположенных, однако, противоположно тем полюсам, которые, при тех же условиях, появились бы в теле парамагнитном. В частных случаях мы можем, напр., сказать, что на конце диамагнитного стержня, ближайшем к полюсу магнита, образуется полюс одноименный, или что при введении диамагнитного стержня в катушку на нем образуются полюсы разноименные с полюсами ближайших концов катушки. W. Weber, Tyndall и др. доказали различными опытами существование этой диамагнитной полярности. W. Weber (1848) поместил с одной стороны от магнитной стрелки ns (рис. 312) сильный электромагнит NS , а с другой — компенсирующий магнит n_1s_1 . При помещении большого куска висмута W между полюсами N и S , полюс n стрелки отклонялся к электромагниту, откуда следует, что на стороне висмута W , обращенной к S , образовался южный магнитный полюс. Далее W. Weber (1852) устроил прибор, диамагнетометр, состоящий

Рис. 312.



Рис. 313.



из двух параллельно расположенных вертикальных бобин, внутри которых могут перемещаться вверх и вниз висмутовые стержни; действие этих стержней на расположенную вблизи магнитную стрелку обнаруживает существование диамагнитной полярности, обратной полярности парамагнитной. Другим прибором W. Weber показал, что индукционные токи (т. V), вызванные движением диамагнита, находящегося в магнитном поле, имеют направление, противоположное направлению токов, которые при тех же обстоятельствах индуктируются телом парамагнитным. Tyndall подвесил висмутовый стержень внутри горизонтальной бобины, так что весь стержень мог немного перемещаться в том или другом горизонтальном направлении, перпендикулярном к его длине. На выступающие наружу концы стержня действовали с боков полюсы электромагнитов. Направление движения стержня и здесь обнаруживало ту диамагнитную полярность, о которой было сказано выше.

Рассмотренное нами влияние окружающей среды, а также существование диамагнитной полярности могут быть разъяснены с чисто формальной стороны на основании следующих соображений. Пусть N (рис. 313) северный полюс магнита, вблизи которого помещено парамагнитное тело A , окруженное парамагнитной средой. На концах тела A получаются фиктивные магнетизмы s и n , а на концах элементов, на которые мы мысленно разбиваем среду, фиктивные магнетизмы n_1 и s_1 . На концах тела A сходятся по два магнетизма. Если среда слабее пара-

магнитна, то, напр., на левом конце тела A получается избыток южного магнетизма, и тело A остается парамагнитным, потеряв как раз столько парамагнетизма, сколько обнаружила бы вытесненная среда. Если же среда более магнитна, чем тело A , то на левом конце останется северный магнетизм, т. е. на теле обнаружится диамагнитная полярность.

Рассмотрим несколько точнее, как влияет среда на величины μ и κ , получаемые из опытов. Пусть μ_0 и κ_0 истинные значения этих величин для данного тела (в пустоте), μ' и κ' те же величины для некоторой среды; наконец пусть μ и κ относятся к случаю, когда тело окружено этой средой. Обозначим через H и H' значения магнитного поля у самой поверхности тела внутри и вне тела. Если тело находится в пустоте, то мы имеем

$$\mu_0 H = H'.$$

Если тело окружено средой, то $\mu_0 H = \mu' H'$ или

$$\frac{\mu_0}{\mu'} H = H'.$$

Отсюда мы получаем для кажущейся магнитной проницаемости μ тела, окруженного средой, $\mu = \mu_0 : \mu'$, или $1 + 4\pi\kappa = (1 + 4\pi\kappa_0) : (1 + 4\pi\kappa')$,

$$\kappa = \frac{\kappa_0 - \kappa'}{1 + 4\pi\kappa'} \dots \dots \dots (43)$$

Для слабомагнитных тел можно пренебречь величиною $4\pi\kappa'$, сравнительно с единицей, и положить

$$\kappa = \kappa_0 - \kappa' \dots \dots \dots (43, a)$$

Формулы, которые мы вывели для магнитной индукции, также все упрощаются, если их прилагать к слабомагнитным телам. Так, напр., в формуле (12, b)

$$J = \frac{\kappa}{1 + \kappa N} H_0$$

можно пренебречь членом κN , т. е. принять, что размагничивающее действие поверхностного магнетизма равно нулю. Таким образом остается, независимо от формы тела,

$$J = \kappa H_0 \dots \dots \dots (44)$$

Все, что до сих пор было изложено, не касается вопроса о сущности пара- и диамагнитных явлений. На этот вопрос старались ответить многие ученые: W. Weber, Duhem, Richarz, Б. Л. Розинг, R. Lang, du Bois, Langevin, P. Weiss и др. Особенный интерес, и не только в историческом отношении, представляет теория Weber'а, основы которой заключаются в следующем. Мы видели, что по теории Ampère'а частицы парамагнитного тела окружены постоянными молекулярными токами, не исчезающими, так как они не встречают на своем пути сопротивления. Намагничивание сводится, по этой теории, к вращению частиц вместе с токами, плоскости которых приближаются к положениям, нормальным к линиям сил.

W. Weber (1852) предположил, что частицы диамагнитных тел молекулярными токами не окружены, но что такие токи индуктируются, когда тело вносится в магнитное поле. Мы увидим, что направление токов, индуктированных при возникновении или усилении тока, противоположно тем токам, которые могли бы возбудить данное поле. Допуская, что такие токи индуктируются вокруг частиц диамагнитного тела, мы видим, что такое тело должно обнаружить полярность, противоположную той, которою обладало бы в том же поле тело парамагнитное. Индуктированный ток остается неизменным, пока не меняется поле. Но если напряжение поля уменьшается, то вновь происходит индукция, противоположная первой, и потому ослабляющая первоначально возникшие токи до полного их уничтожения, когда напряжение поля доходит до нуля. Остроумная теория W. Weber'a была в течение долгого времени как бы забыта, но в последнее время были предложены новые теории, которые могут быть рассматриваемы, как возвращение к теории W. Weber'a, с развитием и переработкой ее в духе современной науки. В последнем параграфе мы подробно рассмотрим некоторые из современных теорий, в особенности теории Langevin'a и Weiss'a.

§ 11. Исследование парамагнитных и диамагнитных тел. Обращаемся к рассмотрению экспериментальных методов исследования слабомагнитных тел. Для качественного исследования твердых тел могут служить уже упомянутые способы наблюдения действия сильного магнитного полюса на маленькое тело, напр., шарик, или наблюдения того положения,

Рис. 314.

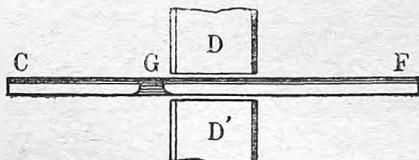


Рис. 316.

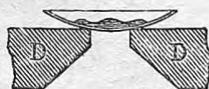
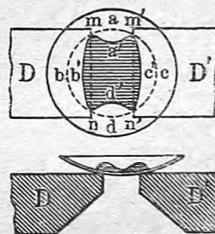


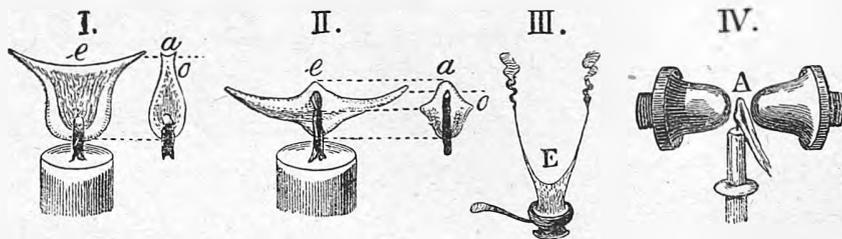
Рис. 315.



которое принимает горизонтальный стрелочек, подвешенный между полюсами электромагнита. Для качественного исследования жидкостей может также служить этот последний способ, если жидкость поместить в запаянную стеклянную трубку, которая подвешивается между полюсами; влияние поля на саму трубочку должно быть предварительно установлено. Далее можно (Quet, 1854) каплю G (рис. 314) испытуемой жидкости поместить в горизонтальной трубке CF между полюсами DD' электромагнита. Диамагнитная капля движется после замыкания тока по направлению к C, парамагнитная втягивается в пространство между полюсами. Если налить испытуемую жидкость на часовое стеклышко,

поставленное на сближенные концы D и D' электромагнита (рис. 315 и 316), то парамагнитная жидкость, которая сперва была ограничена кругом $abcd$ (рис. 315, верхний) стягивается, при чем ее очертание определяется линией $a'b'd'c'$; над ребрами кончиков жидкость скопляется, образуя возвышения (рис. 315, нижний). Диамагнитная жидкость дает над ребрами кончиков углубления (рис. 316). Впрочем вид поверхности жидкости зависит от степени сближения магнитных полюсов. Для качественного исследования газов можно наблюдать действия магнита на подвешенный стеклянный шарик, наполненный этим газом, или на свободный мыльный пузырь, содержащий газ и поднимающийся или опускающийся между полюсами электромагнита. Чтобы заметить действие магнита на струю газа, поднимающуюся между полюсами, Faraday примешивал к этому газу немного HCl и помещал над струей ряд открытых трубок, смоченных раствором NH_3 . Сторона, в которую сильный магнит отклонял струю газа, определялась той из этих трубок, в которой появлялись видимые пары нашатыря. Само собою разумеется, что

Рис. 317.



все эти способы обнаруживают только род магнетизма данного вещества сравнительно с воздухом, который, благодаря содержанию кислорода, парамагнитен. Весьма значительный диамагнетизм пламени может быть легко обнаружен по изменению формы пламени, помещенного между полюсами сильного электромагнита. На рис. 317, I показано в e экваториальное, в ao аксиальное сечение пламени; рис. II изображает то же самое, когда пламя более приподнято; сильно коптящее пламя (скипидар) раздваивается (III); пламя, помещенное несколько в сторону от средней линии, отклоняется в сторону (IV).

Обращаемся к способам количественного исследования свойств слабомагнитных тел, т. е. определения для них численных значений величин κ и μ . Почти все эти способы основаны на измерении той ponderomotorной силы p , которая действует на испытуемое тело, помещенное в неоднородное магнитное поле. Здесь следует отличать два случая.

1. Тело весьма небольших размеров, напр., в виде маленького шарика, помещено в неравномерное поле H ; определяется сила p ,двигающая тело по некоторому направлению x ; пусть p выражено в граммах, $g = 981$. В таком случае

$$pg = \kappa v H \frac{\partial H}{\partial x} \dots \dots \dots (45)$$

где v объем тела в куб. см., H выражено в *C. G. S.* единицах. Формулу (45) можно вывести различными способами, напр., следующим. Энергия E нашего маленького тела может быть принята равною

$$E = \frac{v}{2} JH = \frac{1}{2} \pi v H^2.$$

Когда тело движется по направлению x под влиянием поля, то работа $pg dx$ должна равняться увеличению dE магнитной энергии, что немедленно и дает формулу (45).

2. Тело имеет форму стержня, площадь поперечного сечения которого обозначим через S . Одно из оснований стержня помещается в том месте, где напряжение поля имеет весьма большое значение H . Ось стержня перпендикулярна к линиям сил; предполагается, что другое основание находится в таком месте, где влиянием поля можно пренебречь. Измеряется сила p (в граммах), которая действует на тело по направлению его оси. В этом случае мы имеем

$$pg = \frac{1}{2} S \kappa H^2,$$

откуда

$$\kappa = \frac{2pg}{SH^2} \dots \dots \dots (46)$$

В формулах (45) и (46) величина κ определяется равенством (43, a)

$$\kappa = \kappa_0 - \kappa' \dots \dots \dots (47)$$

где κ_0 относится к тому же телу в пустоте, а κ' относится к окружающей среде, напр., к воздуху.

Кроме рассмотренных двух, возможны и другие, более сложные случаи. Измерение пондеромоторной силы p может быть произведено либо крутильными, либо обыкновенными весами. В последнем случае тело привешивается к коромыслу весов; сила p должна иметь направление вертикальное. Обыкновенными весами пользовались, напр., Stearns (1903), Wills (1904), Pascal (1910) и др.

Формулой (45) пользовались Curie (1895), Curie и Chéneveau и наконец Meslin (1906); формулой (46) пользовались многие ученые, в особенности Stefan Meyer.

Е. Vesquere (1850) привешивал горизонтальный стерженец между полюсами электромагнита и кручением нити удерживал стерженец под определенным углом к силовым линиям. Кручение нити может служить относительною мерою величины κ , если различные вещества исследовать при одинаковом напряжении поля.

Пондеромоторную силу p измерял при помощи крутильных весов впервые G. Wiedemann (1865). Часть его прибора изображена на рис. 318. К нити весов прикреплены сосудик k с испытуемой жидкостью, противовес, зеркальце g для наблюдения вращения и масляный успокоитель n ; J — электромагнит, действие которого на k наблюдалось. Этот способ также дает лишь относительные величины для κ . Schuhmeister

развил этот способ, придав сосудику форму шара, что дало возможность определить и абсолютное значение величины κ .

Voltzmann дал формулу для нескольких случаев действия bobины на магнитное тело. Пользуясь одной из этих формул, Ettinghausen (1882) измерял силу, с которой катушка выталкивает диамагнитный стержень, помещенный внутри ее, вблизи одного из ее концов; в выражение этой силы входит величина κ , которая и может быть вычислена.

Rowland и Jaques определяли время качания слабомагнитного стержня в магнитном поле, что также дает возможность определить κ .

Заметим еще, что Тоерлер разработал способ сравнения магнитных свойств различных тел, измеряя те токи, которые эти тела индуктируют,

Рис. 318.

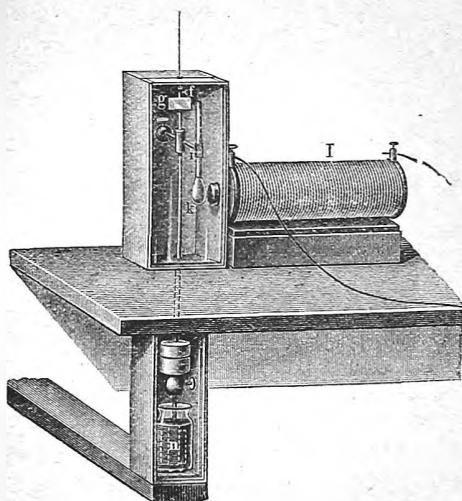
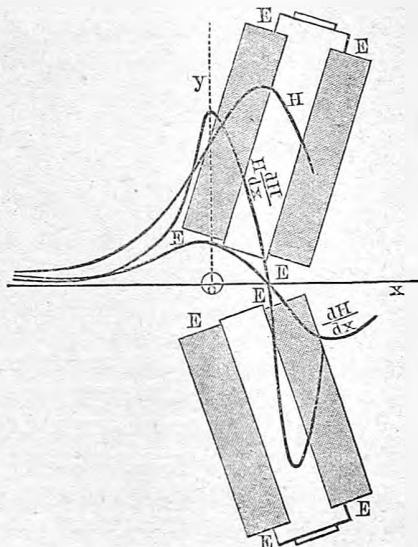


Рис. 319.



двигаясь в магнитном поле. Он и Ettinghausen произвели по этому способу ряд измерений; между прочим они определили отношение намагничиваний равных весов железа и висмута.

Обратимся к описанию устройства некоторых приборов, которыми пользовались последователи в последнее время. Curie (1895) пользовался методом, основанным на применении формулы (45); его прибор изображен на рис. 319 схематически. Два горизонтальных электромагнита EE расположены под тупым углом; ox — ось симметрии, по направлению которой действует пондеромоторная сила p . Curie прежде всего исследовал распределение величин H , $\frac{dH}{dx}$ и $H \frac{dH}{dx}$ в точках прямой ox ; результат изображен на рис. 319 тремя кривыми. Сила H наибольшая в точке a ; здесь $\frac{dH}{dx} = 0$. Максимум $H \frac{dH}{dx}$, а следовательно и силы p , находится в некоторой точке o ; здесь и помещалось испытуемое вещество. На рис. 320 изображены главнейшие части самого прибора. Испытуемое вещество

находится в стеклянном резервуаре D . Для измерения силы p служат крутильные весы AF ; к одному из плеч прикреплен медный изогнутый стержень ABC , к которому приделан резервуар D ; другое плечо снабжено шкалой M , которая освещена зеркалом G и наблюдается через микроскоп. Алюминиевая пластинка P служит воздушным успокоителем; по пластинке π перемещаются разновески для предварительной установки всей системы. Вертикальная часть, поддерживающая резервуар D , может быть окружена электрической печью, которую мы не описываем. Впоследствии Curie и Chéneveau (1903) построили другой прибор с кольцевым магнитом, который можно перемещать по направлению, перпендикулярному к прямой, соединяющей полюсы. На рис. 321 NS схематически изображает первоначальное положение магнита (сверху); испытуемое тело находится в пересечении осей x и y . Точка o есть след нити крутильных весов, m указатель, движения которого наблюдаются в микроскоп. При постепенном перемещении магнита NS в положение $N'S'$ получается сперва некоторое максимальное отклонение t в одну, а затем такое же, t' , в другую сторону. Величина этого отклонения может служить мерою относительного значения величины $\kappa_0 - \kappa$, где κ относится к воздуху. Считая κ_0 известным для одного тела (для воды), можно определить κ_0 и для всех других веществ. Chéneveau (1906) дал

Рис. 320.

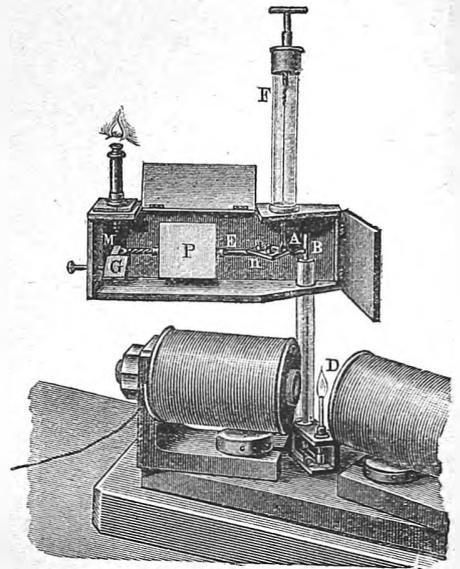


Рис. 321.

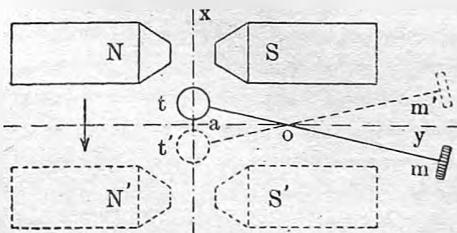
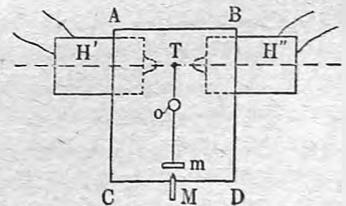


Рис. 322.



подробное описание и теорию усовершенствованной формы этого прибора. Meslin (1906) пользовался сперва прибором Curie и Chéneveau, а затем построил другой; схема его дана на рис. 322: $H'H''$ ветви электромагнита, T испытуемое тело; след нити крутильных весов в o , M микроскоп для наблюдения движения шкалы m . Ток пропусклся сперва

только в одну, потом только в другую катушку электромагнита, что и вызывало отклонение тела T в ту или другую сторону. Тщательное исследование поля давало возможность пользоваться формулою (45), при чем, однако, κ есть направление прямой, соединяющей полюсы. Meslin сравнивал κ для различных веществ с κ для воды. Jolly (1910) пользовался прибором, описанным Chéneveau, чтобы определить κ для различных сплавов, которыми пользуются при изготовлении реостатов, а также для жидкостей. Оказалось, что очень трудно достать немагнитный материал для проводов.

Для жидкостей и газов могут служить все вышеизложенные способы. Так, напр., Curie исследовал газы, помещая их под большим давлением в резервуар D (рис. 320). Далее, Schuhmeister пользовался упомянутым выше способом Rowland'a и Jacques'a, измеряя в магнитном поле время качания трубок, наполненных жидкостью.

П. А. Зилов (1877) пользовался астатическою системою магнитных стрелок, которая устанавливается приблизительно перпендикулярно к магнитному меридиану. Снизу подносился к этой системе сосуд с испытуемой жидкостью, которая намагничивалась полем земного магнетизма, вследствие чего магнитные стрелки отклонялись; по величине отклонения можно вычислить величину κ . Позже (1879) Зилов повесил магнит внутри шаровидного сосуда, наполненного испытуемой жидкостью и обитого проволокою, через которую пропускался намагничивающий ток. Наблюдая отклоняющее влияние одной только жидкости на магнит, можно было вычислить κ . В другом ряду опытов отклоняемый магнит помещался над шаром, наполненным жидкостью.

И. И. Боргман (1878) пользовался баллистическим способом (§ 5). Его прибор состоял из двух полых колец, выточенных из желтой меди; толщина стенок 2,5 мм., диаметр внутреннего поперечника 33 мм., и средний диаметр самого кольца 246,5 мм. Кольца обмотаны толстою проволокою (1000 оборотов), служившею для намагничивания, и затем тонкою (2600 оборотов), в которой индуктировался ток при перемене направления намагничивающего тока i . Одно кольцо наполнялось испытуемой жидкостью, другое оставалось пустым; на гальванометре измерялась разность J индукционных токов. Зная размеры колец, числа оборотов той и другой проволоки и отношение $J : i$ двух токов можно найти κ для испытуемой жидкости. Мы увидим ниже, что электродвижущая сила E индукции пропорциональна величине $\mu = 1 + 4\pi\kappa$. Измеряя разность ΔE сил E в воздухе ($\mu = 1$) и в жидкости, получаем $\Delta E : E = 4\pi\kappa$, что и дает возможность вычислить κ . П. А. Зилов (1880) и Townsend (1896) сравнивали индукционное действие прямой пустой катушки и катушки, наполненной испытуемой жидкостью.

Для определения κ для жидкостей и газов весьма удобен способ дифференциальный. Для этого измеряют магнитную восприимчивость κ_1 какого либо тела сперва в воздухе или в пустоте, а потом в испытуемых жидкостях или газах. Разность полученных величин дает κ для окружающей среды. Этим способом пользовались E. Becquerel (1851),

Plücker, А. П. Ефимов (1888), Fleming и Dewar (1898, жидкий кислород), Roop (1911) и др.

Одним из наиболее часто употреблявшихся является способ Quincke (1885), основанный на пондеромоторном действии в магнитном поле. Движение жидкостей в капиллярных трубках под влиянием магнитного поля наблюдал впервые Quet (1854). Quincke помещал жидкость в сообщающихся сосудах; один сосуд — широкий — находился вне магнитного поля, другой, — в виде узенькой трубки, — располагался так, что уровень жидкости приходился в поле напряжения H . Тогда на единицу поверхности жидкости производится давление $1(\kappa - \kappa') H^2$, где κ относится к жидкости, κ' к газу над жидкостью; вследствие этого уровень жидкости меняется на величину h , при чем

$$\frac{1}{2}(\kappa - \kappa') H^2 = h g \delta \dots \dots \dots (48)$$

где $g = 981$, δ — плотность жидкости. Трубка ставится наклонно к горизонту, чтобы увеличить измеряемое смещение уровня жидкости. Jäger и Stefan Meyer компенсировали давление, соединяя трубку с большим резервуаром, объем которого можно было менять, перемещая ртуть в капиллярной трубке, соединенной с резервуаром. Du Bois (1881) предложил готовить такие растворы парамагнитных веществ в воде, которая диамагнитна, чтобы для них было $\kappa = 0$; зная κ для воды, легко вычислить κ для растворенного вещества. Liebknecht и Wills (1900) настолько усовершенствовали этот метод (трубка почти горизонтальная), что можно было заметить (при $H = 40\,000$) оставшуюся магнитность раствора, не превышавшую одной стотысячной магнитности воды. Методом Quincke пользовались Koenigsberger и др. Легко видеть, что, меняя газ над жидкостью, можно, на основании формулы (48), измерять величину κ' для различных газов. Du Bois, Toepler, Hennig и др. пользовались этим методом.

§ 12. Результаты исследований слабомагнитных тел. Различные исследователи приводят при сообщении результатов своих измерений над слабомагнитными телами далеко неодинаковые физические величины. Дело еще осложняется тем, что иногда исследовалось вещество сплошное, а иногда в виде порошка или раствора. Мы считаем поэтому необходимым прежде всего дать полный обзор величин, численные значения которых даны в различных исследованиях. Мы введем следующие обозначения:

κ — магнитная восприимчивость сплошного вещества; она не зависит от выбора основных единиц и связана с магнитною проницаемостью μ формулою $\mu = 1 + 4\pi\kappa$. Ее можно считать отнесенною к объему, так как магнитный момент $M = \kappa H v$, где v — объем мысленно выделенной части тела;

δ — плотность сплошного тела;

$\kappa' = \kappa : \delta$, удельная восприимчивость, т. е. магнитная восприимчивость сплошного тела, отнесенная к массе; она определяется формулою $\mathfrak{M} = \kappa' H M$, где M — масса выделенной части тела.

Опыты над порошками и над растворами показали, что для слабомагнитных тел κ меняется пропорционально плотности вещества. Отсюда следует, что κ' равно тому κ , которое получилось бы при таком сжатии или разрежении вещества, при котором в 1 куб. см. заключался бы 1 гр. вещества. Величину κ' дают, напр., Curie, Curie и Chéneveau, Meslin и др.

Далее:

κ_p — магнитная восприимчивость порошка;

δ_p — плотность порошка; очевидно,

$$\frac{\kappa_p}{\kappa} = \frac{\delta_p}{\delta} \dots \dots \dots (49)$$

m — молекулярный, или атомный вес испытуемого вещества,
 k — молекулярная (или атомная) восприимчивость равная

$$k = \frac{\kappa m}{\delta} = \frac{\kappa_p m}{\delta_p} \dots \dots \dots (50)$$

Легко видеть, что k равно тому κ , которое получилось бы при условии, чтобы одна грамм-молекула вещества находилась в 1 куб. см.;

$k(M)$, где M должно напомнить имя Stefan Meyer'a, та же молекулярная, или атомная восприимчивость, но которая получалась бы, если бы одна грамм-молекула вещества была распределена в одном литре; очевидно,

$$k(M) = \frac{\kappa m}{1000 \delta} = \frac{\kappa_p m}{1000 \delta_p} \dots \dots \dots (51)$$

Между величинами κ , κ_p , κ' , k и $k(M)$ имеем следующие соотношения:

$$k(M) = \frac{\kappa' m}{1000} \dots \dots \dots (52, a)$$

$$\kappa + \kappa' \delta = \frac{1000 k(M) \delta}{m} = \frac{k \delta}{m} \dots \dots \dots (52, b)$$

$$\kappa = \frac{\kappa_p \delta}{\delta_p} \dots \dots \dots (52, c)$$

Формула (52, b) служит для вычисления обыкновенной (объемной) восприимчивости по числам κ' , данным Curie, по числам $k(M)$, которые дают Jaeger и Stefan Meyer, или наконец по числам k , которые приводят напр., Liebknecht и Wills. Ясно, что $k(M) = k : 1000$.

Остановимся, прежде всего, на чисто качественном разделении тел.

Из элементов, по исследованиям Stef. Meyer'a, парамагнитны (включая тела ферромагнитные): *Be, B, O, Mg, Al, Si, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Y (?)*, *Nb, (?) Mo, Ru, Rh, Pb, Sn (?)*, *Ce, Pr, Nd, Eu, Sa, Gd, Ho, Er, Yb, Ta (?)*, *W, Os, Jr, Pt, Th (?)*, *U*. Диамагнитны: *Li, C, Fl, Na, P, S, Cl, K, Cu, Zn, Ga, Ge, Se, Br, Rb, Sr, Zr, Ag, Cd, Jn, Sb, Te, J, Cs, Ba, La, Au, Hg, Tl, Pb, Bi*. Wedekind (1911) составил, на основании наблюдений Honda, ряд, который начинается с наиболее сильно парамагнитных (+) тел и кончается наиболее сильно диамагнитными (—), а именно: + ферро-

магнитные тела, *Mn, Pd, Cr, Ce (?)*, *La (?)*, *Ti, V, Nb (?)*, *Rh, Pt, Ta, U, Al, Ru, Mg, Na, K, W, Th, Zn, Mo, Os, Sn* (металл) +; — *Cu, Cd, Pb, Si, Au, Zn, Hg, Ag, Tl, Sn* (серое), *As, Se, Te, J, Br, C* (алмаз), *Sr, S, B, P, Bi, C* (уголь дуговых ламп) —. Важно, что *K* и *Na* парамагнитны. Stefan Meyer находит, что если принять за абсциссы атомные веса, за ординаты атомные объемы, то получается кривая, имеющая последовательные максима и минима; при этом парамагнитные элементы приходятся на нисходящие, а диамагнитные на восходящие ветви этой кривой.

Из других веществ упомянем пока только, что вода, алкоголь, эфир и сероуглерод диамагнитны. Из газов кислород более магнитен, чем воздух; менее магнитны *CO₂, CO, NO, N₂O, H₂, C₂H₄, SO₂, HCl, HJ, NH₃, Cl, C₂N₂*, пары *Br* и *J* и др.

Обращаемся к вопросу о зависимости величины κ для слабомагнитных тел от напряжения поля и от температуры.

Еще E. Becquerel (1851), Tyndall (1851), Reich (1856) и др. нашли, что магнитный момент слабомагнитных тел растет пропорционально напряжению поля H , т. е., что κ от H не зависит. К тому же результату пришли впоследствии весьма многие ученые, напр., G. Wiedemann (1865, раствор хлористого железа), Eaton, du Bois (1888, H от 700 до 9800 для воды, растворов *MnCl₂, FeCl₃, CuCl₂* и др.), Ettinghausen (1882), Curie (1892, от $H = 50$ до 1350), Henrichsen (1892), Townsend (1896, от $H = 0,001$ до 0,01), Koenigsberger (1898, H от 3400—12510), Stefan Meyer (1899, различные соли, окислы и т. д., кроме *FeO₃*, от $H = 6000$ до 10000), du Bois и Liebknecht (1900, H от 2000 до 40000), Lombardi (1897, растворы хлористого железа) и др. С другой стороны некоторые ученые находили зависимость κ от напряжения поля H . Так Зиллов нашел, что κ для раствора хлористого железа сперва растет, а затем убывает, когда κ увеличивается; максимум достигается при весьма малом $H = 2,15 H_0$, где H_0 горизонтальная слагаемая земного магнетизма. Schuhmeister также нашел для ряда жидкостей и газов уменьшение κ при возрастании H . Stef. Meyer (1899) нашел, что κ для *Fe₂O₃* уменьшается с увеличением H . Koenigsberger находит $\kappa = \text{Const.}$ для жидкостей и для диамагнитных тел; но для многих парамагнитных веществ κ зависит от H . Heudweiller (1903) старался определить из совокупности работ различных ученых, меняется ли κ при изменении H от 0,1 до 40000. Его собственные наблюдения показали, что для растворов *FeCl₃, MnCl₂, Fe₂(SO₄)₃, FeSO₄* и *MnSO₄* величина κ не меняется между $H = 0,1$ и $H = 1,2$. При возрастании H до 40000, величина κ растет для приведенных сернокислых солей на 30—40%. Для *FeCl₃* и *FeCl₂* изменения κ весьма малы, для *MnCl₂* несколько больше. Honda (1910) исследовал 43 элемента, а затем Morris Owen (1912) еще 15. Для большего числа из них было найдено уменьшение κ' при увеличении напряжения поля H , вызванное следами железа; для веществ, абсолютно свободных от железа, κ' вероятно не зависит от H . Для *Mn* Ihde (1912) обнаружил ясную зависимость κ' от H .

Остаточное намагничение замечалось в немногих слабомагнитных телах, но в весьма незначительной степени. Так Tumirz заметил

его в кристаллах кварца и горного хрусталя, Lodge в некоторых металлах и других телах. Koenigsberger не подтвердил наблюдений Tumlitz'a, но нашел остаточное намагничение в окиси железа. Joubin наблюдал в *Bi* следы гистерезиса.

Переходим к вопросу о зависимости магнитных свойств слабомагнитных тел от температуры. Пусть при 0° имеем значения κ_0 и k_0 , где связь между κ и k определяется формулой (50). Обозначим через α , β и γ температурные коэффициенты объема и величин κ и k . Тогда мы имеем для плотности $\delta = \delta_0 : (1 + \alpha t)$; далее

$$\kappa = \kappa_0(1 + \beta t), \quad k = k_0(1 + \gamma t) \quad (53)$$

Формула (52,b) дает $1 + \gamma t = (1 + \beta t) : (1 + \alpha t)$, или приблизительно

$$\gamma = \beta - \alpha \quad (53, a)$$

Следует иметь в виду, что некоторые авторы дают величину β , другие — величину γ . Числовые величины мы приведем ниже; теперь укажем лишь на общие результаты исследований. Уже Faraday (1846), Plücker (1848) и Matteucci (1853) нашли, что с повышением температуры магнетизм, как пара-, так и диамагнитных тел уменьшается; они исследовали окислы *Fe*, *Co* и *Ni*, различные минералы, висмут, а также газы. Дальнейшие исследования производили G. Wiedemann, Plessner, Curie, Quincke, Henrichsen, Jaeger и Stef. Meyer, Mosler, Piaggese и др. Из них G. Wiedemann и Plessner нашли, что для растворов солей *Fe*, *Mn*, *Ni* и *Co* величина $\beta = 0,00356$, т. е., что κ меняется приблизительно обратно пропорционально абсолютной температуре. Curie вывел из своих опытов, что для диамагнитных тел (напр., для воды) величина κ' , температурный коэффициент которой, очевидно, равен γ , от t совсем не зависит. Исключение составляют *Bi* и *Sb*, для которых κ' довольно быстро уменьшается с увеличением t . Для парамагнитных тел Curie нашел, что κ' меняется обратно пропорционально абсолютной температуре. Этот же результат относится и к кислороду; формула (50) показывает, что величина κ , которую приходится вычитать при опытах в воздухе, обратно пропорциональна квадрату абсолютной температуры.

Honda и Morris Owen, исследовавшие, как было сказано, 58 элементов, определили для них зависимость κ' от температуры; Honda дошел до 0° , Morris Owen до -170° . Результаты Curie не оправдались; величина κ для парамагнитных элементов *Na*, *K*, *Ca*, *V*, *Cr*, *Mn*, *Rb*, *W*, *Os* оказалась независимой от температуры. Между парамагнитными элементами, напр., *Cr*, *Mo*, *Ba*, *Th* и др. обнаружили возрастание, другие — убывание величины κ' при повышении температуры. Из диамагнитных только *Be*, *B*, *Ag*, *J*, *Hg* и алмаз показывают возрастание, все остальные — убывание κ' при нагревании. P. Weiss и Kamerlingh-Onnes исследовали *Mn*, *Cr* и *V* при $13^\circ K$ (жидкий водород), но не нашли существенного изменения их весьма слабого парамагнетизма.

Kamerlingh-Onnes и Perrier (1910) исследовали жидкий кислород между -183° и -210° по методу Quincke (стр. 765), и твердый кислород в форме эллипсоида при -253° и -259° , измеряя момент вращения в магнитном поле. В обоих случаях они нашли, что κ обратно пропорционально \sqrt{T} , и что κ при плавлении внезапно увеличивается на 50%. При 16000 гауссах κ не зависит от напряжения поля. Закон Curie может быть верен лишь при более высоких температурах. В новой работе (1911) эти же ученые нашли для жидкого кислорода $\kappa' \cdot 10^6 = 288$; для твердого 54,3 при $20,3^{\circ} K$ и 50,8 при $13,9^{\circ} K$. Далее они исследовали $Gd_2(SO_4)_3 \cdot 8H_2O$, сернокислое железо, окись диспрозия Dy_2O_3 и электролитический Bi до $14^{\circ} K$. Здесь закон Curie вполне подтвердился для сернокислого гадолиния до $17^{\circ} K$, для сернокислого Fe до $64^{\circ} K$; при более низких температурах обнаружилось отступление, которые для Dy_2O_3 равны 4% между $+18^{\circ} C$ и $170^{\circ} K (-103^{\circ} C)$. Для Bi величина κ при очень низких температурах повидимому не зависит от T .

Jaeger и Stef. Meyer определили γ для целого ряда растворов, а также для воды, для которой они нашли отрицательный температурный коэффициент. Этот результат подтвердил Piaggese. Fleming и Dewar (1898) нашли, что закон Curie для парамагнитных тел верен до весьма низких температур.

Обращаемся к указанию некоторых числовых результатов определений величин κ или k для слабомагнитных тел, ограничиваясь новейшими определениями, наиболее заслуживающими доверия. Заметим, что отвлеченное число κ , вообще, выражается в миллионных долях единицы, а потому мы везде приводим число $10^6 \kappa$. Начнем с рассмотрения некоторых отдельных веществ, представляющих особый интерес.

Вода диамагнитна; плотность $\delta = 1$, а потому $\kappa' = \kappa$. Приводим некоторые результаты определения величины $-\kappa$.

Henrichsen, 1892	0,75	Scarpa, 1905 (пуст.)	0,77
Curie, 1895 (пустота)	0,79	Jolley, 1910	0,79
Townsend, 1896	0,77	Haas и Drapier, 1912	0,73
Koenigsberger, 1901	0,78	Sève, 1912 (пуст., 24°)	0,723
Piaggese, 1902	0,75	Weiss и Piccard, 1912 (пуст.,	
Stearns, 1903	0,73	20 $^{\circ}$)	0,719

Особенно важна обширная работа Seve'a, который подверг и прежние работы критической оценке. Для зависимости κ от температуры t Piaggese нашел:

$$10^6 \kappa = -0,80(1 - 0,00175 t).$$

Ртуть $\kappa' = \kappa : \delta = -0,18 \cdot 10^{-6}$.

Висмут, наиболее диамагнитное тело, подвергалось весьма многочисленным исследованиям. Плотность $\delta = 9,82$, так что $\kappa = 9,82 \kappa'$. Не останавливаясь на старых работах; в среднем получилось

$$\kappa' = -1,4 \cdot 10^{-6}; \quad \kappa = -13,7 \cdot 10^{-6}.$$

Mendenhall и Lent (1911) нашли для чистого Bi величину $\kappa = -14,32 \cdot 10^{-6}$.

Curie исследовал Bi до точки плавления (273°) и выше до 408° . Между 20° и 273° он нашел

$$10^6 \cdot \kappa' = -1,35 [1 - 0,00115(t - 20)].$$

При 273° для еще твердого висмута $10^6 \kappa' = -0,96$; для расплавленного, независимо от температуры, $10^6 \kappa' = -0,038$. Fleming и Dewar находят для той же величины $-1,37$ при 15° и $-1,59$ при 182° ; формула Curie дала бы $-1,68$ вместо последнего числа.

Железо принадлежит, как показали опыты Curie (см. стр. 748), при высоких температурах к телам слабомагнитным. Для $10^6 \kappa'$ он находит следующие числа:

$t =$	756	758	760	780	800	840	900	940	1280	1336
	7500	5800	4680	1480	776	348	61	28,4	23,9	38,3 32,3.

Мы замечаем быстрое падение до 940° , почти постоянство между 940° и 1280° , скачек у 1280° и вновь медленное падение до 1336° . Для чугуна Curie находит $10^6 \kappa' = 0,0385 : T$ между 850° и 1267° (T абсол. температура); для магнитного железняка $0,0280 : T$. Металлы, входящие в состав сплавов Heusler'a (стр. 753), обладают весьма малою магнитною восприимчивостью. Приводим некоторые числа, чтобы только показать какого они порядка; величина $\kappa \cdot 10^6$ равна $-0,2$ для Cu , $+1,9$ для Al , $+80$ для Mn , $-5,2$ для Sb , $+0,3$ для Sn , $+1,0$ для Pb . Все эти числа ничтожно малы сравнительно с теми κ , которыми обладают сплавы Heusler'a.

Элементы, как уже было указано отчасти пара-, отчасти диамагнитны. Приводим некоторые числа, опуская относящиеся к элементам газообразным.

Stefan Meyer определял величину $k(M)$, связь которой с κ дана формулою (52, b). Для следующих элементов он вычислил (см. заметку Auerbach'a в Phys. Zeitschr. 7 p. 175, 1906) величины $10^6 \kappa$:

Sb	$-3,6$	Di	715	P (красн.)	$-0,5$	V	$18,3$
Be	142	Er	1260	Si	$0,5$	Bi	$-9,5$
B	$10,5$	Mg	$1,0$	Th	757	Zr	$-0,65$
Ce	1627	Os	$8,7$	Ti	$70,6$		

здесь поражает сравнительная громадность чисел для парамагнитных Ce , Er , Di (см. ниже подробнее); но все-таки даже для Ce имеем всего $\kappa = 0,0016$, и следовательно, $\mu = 1,02$; это κ в сто тысяч раз меньше, чем для Fe . Для величины $k(M)$. 10^6 Stefan Meyer дает еще следующие числа:

Селен	Иттрий	Ниобий	Осмий
$-0,0013$	$3,2$	$0,49$	$0,074$

Koenigsberger определил $\kappa \cdot 10^6$ для следующих элементов:

<i>Cu</i>	-0,30	<i>Pb</i>	-1,1	Графит	2,0
<i>Cu'</i>	-0,82	<i>Tl</i>	-4,61	<i>Al</i>	1,7
<i>Zn</i>	-0,70	<i>S</i>	-0,86	<i>Pt</i>	20,0
<i>Sn</i>	0,14	<i>Se</i>	-1,28	<i>Pd</i>	55,0
<i>Sn'</i>	0,46	<i>Te</i>	-2,10	<i>W</i>	14,0

Здесь *Cu'* и *Sn'* электролитически полученные металлы; *Se* чистый, плав-
 ленный; *S* ромбическая. Curie дает для $\kappa' \cdot 10^6 = \kappa \delta \cdot 10^6$:

<i>Se</i>	<i>Te</i>	<i>Br</i>	<i>J</i>	<i>P</i> (бел.)	<i>Sb</i>
-0,31	-0,31	-0,41	-0,385	-0,92	-0,47

Для палладия Curie находит, что до 1370°

$$\kappa' = \frac{0,00152}{T},$$

откуда $10^6 \cdot \kappa = 61$ при 20°; для *Pt* он находит $10^6 \kappa = 29$.

В последние годы появилось большое число новых измерений вели-
 чины $\kappa \cdot 10^6$ для различных металлов и их сплавов. Gebhardt (1910)
 дает для *Mn* (порошок) 34,5; Kamerlingh-Onnes и Weiss нашли, что
Mn, расплавленный в электрической печи в атмосфере водорода, делается
 ферромагнитным, при чем κ делается равным 0,01 значения для *Fe*.
 Jhde (1913) находит, что *Mn*, по характеру его зависимости от напряже-
 ния поля, следует причислить к ферромагнитным телам. Для массив-
 ного *Mn* он находит $\kappa \cdot 10^6 = 78,6$ при 1500 гауссах. Gray и Ross нашли,
 что *Cu* при определенных условиях может иметь остаточный магнетизм.
 Behnson (1911) нашел, что электролитическая медь диамагнитна и оста-
 точного магнетизма не обнаруживает; зато *CuO* и *Cu₂O* парамагнитны.
 Chéneveau (1910) также нашел, что чистая *Cu* диамагнитна и что для нее
 $\kappa \cdot 10^6 = -0,090$. Finke нашел для $\kappa \cdot 10^6$ числа: 22,6 для *Pt*, 66,3 для *Pd*,
 4,9 для *Ir*, 12,6 для *Rh*; Clifford (1908) 0,31 для *Sn*, -1,22 для *Cu*. Сплав
Cn + *Su*, содержащий 30% *Sn* по объему, дает $\kappa \cdot 10^6 = -2,07$. Gnesetto
 и Binghinotto исследовали разные сплавы *Sn* + *Bi*, *Cd* + *Bi*, *Pb* + *Bi*,
Cd + *Pb*, *Cd* + *Sn*, *Sn* + *Pb*. Жуков (1908) накаливал различные металлы
 в азоте; *Mg*, *Ca*, *Al*, *Ti*, *Ci*, *Mn* и *Mo* поглощают *N*, при чем образуются
 твердые растворы или соединения, обладающие магнитными свойствами.
Mn с 12% *N* сильно ферромагнитен. Wedekind и Veit (1911) иссле-
 довали соединения *Mn* с *N*, *S*, *Se* и *Te* и нашли, напр., *Mn₇N₂* сильно маг-
 нитным.

Различные твердые окислы и соли исследовали главным обра-
 зом Liebknecht и Wills, Koenigsberger, Stefan Meyer, Curie
 и Chéneveau, Meslin, R. H. Weber (1906, 1911), Berndt (1908) и др.;
 в их статьях можно найти огромный, сюда относящийся материал. Осо-
 бенный интерес представляют окислы и соли редких металлов, кото-
 рые весьма обстоятельно исследовал Stefan Meyer (между прочим ме-
 таллы *La*, *Ce*, *Pr*, *Nd*, *Sa*, *Gd*, *Er*, *Yb*, *V*, *Ho*, *Y*, *Th*, *Eu*). Ограничиваемся
 весьма немногими числами, относящимися к окислам, солям и некоторым

другим твердым телам. Koenigsberger дает для $\kappa \cdot 10^6$:

Кварц	Гипс	Флуорит	Целлюлоид	Турмалин	Стекла
— 1,20	— 0,86	— 1,30	— 0,2	— 1,4	— 0,6 до — 1,0

Lombardi получил для эбонита 34, для нейзильбера 4,8, для латуни — 1,3, для парафина — 0,78; Wills для дерева — 0,16 до — 0,51; для мрамора — 0,8. Curie и Chéneveau (1903) нашли, что чистый хлористый радий парамагнитен; для него $\kappa' = \kappa : \delta = 1,05 \cdot 10^{-6}$; чистый хлористый барий диамагнитен, и для него $\kappa' = -0,40 \cdot 10^{-6}$; для хлористого бария, содержащего одну шестую хлористого радия, $\kappa' = -0,20 \cdot 10^{-6}$.

Из чисел Stef. Meyer'a для $\kappa \cdot 10^6$ приводим некоторые:

<i>NaCl</i> . . — 0,89	<i>Al₂O₃</i> . . — 1,50	<i>CaFl₂</i> . . — 0,95	<i>CuSO₄</i> . + 36	<i>AgJ</i> . . — 1,62
<i>Na₂CO₃</i> . — 0,47	<i>KCl</i> . . — 0,94	<i>CaCl₂</i> . . — 0,88	<i>CuCl₂</i> . . + 3,5	<i>HgO</i> . . — 2,22
<i>MgO</i> . . — 0,64	<i>KBr</i> . . — 0,95	<i>CaSO₄</i> . . — 1,13	<i>Cu₂Br₂</i> . — 0,76	<i>HgCl</i> . . — 1,28
<i>MgSO₄</i> . — 0,95	<i>KJ</i> . . — 0,95	<i>Cr₂O₃</i> . . + 120	<i>AgCl</i> . . — 1,56	<i>HgCl₂</i> . . — 0,81
<i>MgCO₃</i> . — 1,22	<i>CaO</i> . . — 0,86	<i>CuO</i> . . + 19,8	<i>AgBr</i> . . — 1,64	<i>PbO</i> . . — 1,1

Berndt (1908) мог получить в полях до 400 гаусс кривые гистерезиса для Fe_2O_3 и $Fe(OH)_3$; $FeCl_3$, $FeSO_4$ и $Fe_2(SO_4)_3$ не обнаруживали гистерезиса.

Kamerlingh-Onnes и Oosterhuis (1911) измеряли κ' для $FeSO_4$, $Fe(SO_4)_3$, $MnCl_2$ и $Gd_2(SO_4)_4$ при низких температурах. До -208° имеет место соотношение

$$\kappa'(T + \Delta) = C,$$

где Δ и C постоянны. Для двух последних солей $\Delta = 0$, т. е. приложим закон Curie. Для первых двух солей $\Delta = 31$.

Hilpert (1913) дал обзор ферромагнитных свойств окислов железа.

Магнитные свойства растворов изучались многими учеными. Работами G. Wiedemann'a, Koenigsberger'a и в особенности Jaeger'a и Stef. Meyer'a выяснено, что магнитная восприимчивость многих растворов аддитивно складывается из восприимчивостей растворенного вещества и растворителя. Некоторые ученые, напр., Koenigsberger, находили, что это относится к величине $\kappa : \delta = \kappa'$. Jaeger и Stef. Meyer вывели из своих опытов, что κ для растворов есть линейная функция числа p грамм-молекул, находящегося в литре раствора; при $p = 0$ получается κ для воды. При $p = 1$ получается, очевидно, как раз величина $k(M)$ для растворенного вещества, которая связана с κ формулой (51).

Первые определения κ для растворов производили И. И. Боргман и П. А. Зилов. Из них первый нашел для раствора хлорного железа, плотности $\delta = 1,487$, величину $10^6 \cdot \kappa = 48,8$; другой способ дал 37,0 при $\delta = 1,52$; П. А. Зилов нашел числа от 72 до 179 при $\delta = 1,475$ и числа от 61 до 157 при $\delta = 1,52$, в зависимости от напряжения поля (см. выше). Далее И. И. Боргман получил 15,2 для раствора железного купороса

($\delta = 1,24$), П. А. Зиллов 185 для раствора хлористого марганца ($\delta = 1,25$).

Koenigsberger выражает результаты своих наблюдений формулами вида

$$10^6 \kappa' = \kappa_1' \cdot \frac{p}{100} - 0,80 \left(1 - \frac{p}{100}\right),$$

где κ' относится к раствору, κ_1' к растворенному сплошному веществу, p число граммов, растворенных в 100 гр. раствора, $-0,80$ есть $10^6 \kappa$ для чистой воды. Так, например, для раствора медного купороса

$$\kappa' = 10,4 \frac{p}{100} - 0,80 \left(1 - \frac{p}{100}\right).$$

Stydney (1907) подтвердил результаты Koenigsberger а для растворов $CuSO_4$ и $MgSO_4$. Jaeger и Stef. Meyer исследовали растворы $FeCl_3$, $FeSO_4$, $Fe_2(NO_3)_6$, $FeCl_2$, $MnCl_2$, $MnSO_4$, $Mn(NO_3)_2$, $CoCl_2$, $CoSO_4$, $Co(NO_3)_2$, $NiCl_2$, $NiSO_4$, $Ni(NO_3)_2$, $CrCl_3$ и $Cr_2(SO_4)_3$ при различных концентрациях и различных температурах от близких к 0° до близких к 90° . Оказалось, что κ выражается линейною убывающею функциею температуры; температурные коэффициенты величины κ колеблются между $-0,0022$ и $-0,0032$. Приблизительно такие же числа нашли Mosler (между $-0,00256$ и $-0,00358$) и Piaggese (между $-0,00271$ и $-0,00293$ для солей Fe , между $-0,00262$ и $0,00301$ для солей Mn и Co).

Из неорганических жидкостей упомянем CS_2 , для которого $\kappa = -0,77 \cdot 10^{-6}$. Для жидкого кислорода Fleming и Dewar нашли $\kappa = 325 \cdot 10^{-6}$, для жидкого воздуха $\kappa = 180 \cdot 10^{-6}$; жидкий водород, по наблюдениям Dewar'a, слабо диамагнитен. Органические жидкости исследовали Henrichsen (1888), Koenigsberger (1898), Stef. Meyer (1904) и Meslin (1906). Все жидкости оказались диамагнитными. Приводим немногие числа для $-\kappa \cdot 10^6$:

Ацетон	0,51	Хлороформ (Н.)	0,78	Ксилол	0,69
Этил. эфир	0,61	„ (М.)	0,86	Уксусн. кисл.	0,61
Этил. алкоголь	0,67	Бромформ	1,02	Анилин	0,73
Метил. алкоголь	0,60	Глицерин	0,82	Параф. масло	0,48
Амил. алкоголь	0,69	Бензол	0,70	Вазелин. масло	0,73

Здесь Н. = Henrichsen, М. = Meslin. Смеси воды и спирта исследовали Meslin и March (1907). Последний определял κ для растворов смесей $CuCl_2$, $MnCl_2$ и $AlCl_3$, а также смесей $CuSO_4$, $MnSO_4$, и $Al(SO_4)_3$, т. е. для солей тех трех металлов, которые входят в состав сплавов Heusler'a; никакго увеличения магнитности не обнаружилось и κ для смеси оказалось аддитивным свойством.

Для газов величина κ прямо пропорциональна плотности δ или давлению p , а потому $\kappa' = \kappa : \delta$ величина постоянная, независящая от давления. Приводим некоторые числа для кислорода (из обзора du Bois):

	Темп.	Давл. 1 = 750 мм.	$\kappa \cdot 10^6$ при 750 мм.	$\kappa' \cdot 10^6$ при 18°
Du Bois	15°	1	+ 0,115	87
Quincke	16°	1—8	0,121	91
Quincke	16°	40	0,156	117
Curie	20°	18	0,151	116
Hennig	25°	1—4	0,119	95
Ефимов	—	—	0,125	—

Роор (1916) находит число 0,146. Согласно Curie, κ' для O_2 в 145 раз больше, чем для воды (равные массы). Для зависимости от абсол. температуры T Curie дает формулу (между 20° и 450°)

$$10^6 \kappa' = \frac{33700}{T}.$$

Для воздуха $10^6 \kappa' = 7830 : T$ и при давлении в 760 мм.

$$10^6 \kappa = \frac{2760}{T^2}.$$

При 20° получается $10^6 \kappa = 0,0322$, что составляет 4% от κ для воды (одинаковые объемы). Поправка, которую следует ввести при определении $10^6 \kappa$ произвольного тела в воздухе, равна $0,0322 : d$, где d — плотность тела. Quincke находит, что температурный коэффициент для κ' воздуха меняется от 0,0043 при 20° до 0,0011 при 100°. Озон еще более магнитен, чем кислород. Относительно других газов укажем, что А. И. Ефимов дает следующие относительные числа:

Возд.	O_2	NO	C_2H_4	CH_4	CO_2	N_2O	N	CO
1	4,83	1,60	—0,068	—0,063	—0,033	—0,018	0,015	—0,009

Quincke дает такие числа:

	NO	N_2O	CO_2	CH_4	H	CO
$\kappa \cdot 10^6 =$	0,053	0,0031	0,0029	0,0011	0,0009	0,0003

Tänzler (1907) принимает для кислорода среднее значение $\kappa \cdot 10^6 = 0,123$ и находит для воздуха + 0,0264, для аргона — 0,0095, для гелия — 0,00175. Pascal (1909) измерил κ для охлажденных SO_2 , NH_3 , C_2N_2 , N_2O_4 , CH_3NH_2 , CH_3Cl и Cl и вычислил отсюда удельную восприимчивость для газов при 0° и 760 мм. давления. Роор (1911) наблюдал по методу полос (т. II) форму струи CO_2 в воздухе в неравномерном поле. Полагая $\kappa = 0$ для CO_2 он по искривлению струи находит для воздуха $\kappa \cdot 10^6 = 0,0260$. Weiss и Piccard (1913) находят для кислорода $\kappa \cdot 10^6 = 0,1407$.

Многие ученые старались найти связь между магнитными свойствами вещества и его химическим составом. Укажем на некоторые из полученных результатов. G. Wiedemann нашел, что во многих случаях молекулярная восприимчивость κ'_m (см. § 3) аддитивно складывается из атомных восприимчивостей κ'_i , так что

$$\kappa'_m = \sum p_i \kappa'_i (54)$$

где p число атомов данного рода в молекуле. Далее он нашел, что молекулярный магнетизм солей одного и того же металла мало зависит от кислоты, т. е. от аниона.

Henrichsen нашел, что для изомеров χ'_m почти одинаковое, и, далее, что каждое введение группы CH_2 в частицу увеличивает молекулярный магнетизм на одинаковую величину. Мы привели список солей Fe , Mn , Co , Ni и Cr , растворы которых исследовали Jaeger и Stef. Meyer (впоследствии St. Meyer исследовал еще V). При этом нашли весьма замечательный факт, что χ зависит только от катиона, так что, напр., для всех солей железа, кроме $FeCl_3$, величина χ одна и та же, если в литре раствора содержится одинаковое количество железа, или, что то же самое, одинаковое число грамм-молекул растворенной соли, при условии, конечно, чтобы атомность металла была во всех солях одна и та же. Назовем атомным магнетизмом $\chi(a)$ металла то значение величины χ для раствора, когда один грамм-атом металла находится в литре раствора соли; тогда получается для

	V	Ni	Cr	Fe (в $FeCl_2$)	Co	Fe (в остальных солях, см. выше)	Mn
$10^6 \chi(a)$	1,25	4,95	6,25	7,5	10,0	12,5	15,0
или:	$\frac{1}{2} \cdot 2,5$	2 \cdot 2,5	2,5 \cdot 2,5	3 \cdot 2,5	4 \cdot 2,5	5 \cdot 2,5	6 \cdot 2,5

Закономерность вполне очевидна. Stef. Meyer вывел из своих многочисленных измерений ряд дальнейших следствий, из которых укажем на некоторые.

Соединение двух диамагнитных элементов всегда диамагнитно.

Соединение двух парамагнитных элементов в большинстве случаев парамагнитно; но есть исключения, напр., Be_2O_3 , MgO , Al_2O_3 , SiO_2 , Mo_2O_3 , WO_3 , ThO_2 диамагнитны.

Редкие металлы V , Pr , Eu , Nd , Yb , Sa , Gd , Er , Ho в своих соединениях сильно парамагнитны. Наиболее парамагнитным из всех элементов в аналогичных соединениях оказывается Ho . Относительные величины молекулярных восприимчивостей этих редких, а также ферромагнитных металлов суть:

V	Pr	Eu	Ni	Nd	Yb	Cr	Co	Sa	Fe	Mn	Gd	Er	Ho
1,3	3,3	4,9	5	5,2	6	6,3	10	11,2	12,5	15	27,3	38,2	50

Иттербий (Yb) был разложен на две части, которые Urbain назвал Lutetium и Neoytterbium, а Auer von Welsbach Aldebaranum (Ad) и Cassiopeium (Cp). Stefan (1908) нашел для молекулярных восприимчивостей (единица массы) $Ad = 10$, $Cp = 2$. Гольмий (Ho) также был разложен на неогольмий (Nh), диспрозий (Dy) и тербий (Tb). Urbain нашел для удельной восприимчивости окиси диспрозия число $290 \cdot 10^{-6}$, которое в 12,8 раз больше, чем для окиси железа. Отсюда Stef. Meyer вычисляет, что атомный магнетизм диспрозия равен 53,7; непосредственным измерением он получил 46. Urbain и Jantsch (1908) определили χ для окислов

неодима, самария, европия, гадолия, тербия и диспрозия; Urbain (1910) показал, что в некоторых случаях можно по магнитным свойствам смесей окислов редких металлов определить состав этих смесей.

Кристаллизационная вода имеет малое влияние на магнетизм, зато присоединение воды, образующей гидроксильные группы, сильно меняет молекулярный магнетизм, напр., CaO и Ca(OH)_2 . Относительно формулы (54) Stef. Meuer пришел к такому результату: если все $\kappa'_i > 0$, то молекулярный магнетизм κ'_m меньше суммы атомных магнетизмов. Если же все $\kappa'_i < 0$, то κ'_m больше или меньше этой суммы, смотря по тому, будет ли молекулярный объем меньше или больше суммы атомных объемов.

В последние годы появился большой ряд работ Pascal'я (1908 до 1913) по магнетохимии, аналогичных работам Grühl'я (т. II) по вопросу о молекулярной рефракции, и весьма важных для органической химии. Пусть m молекулярный, a атомный вес; Pascal называет $\kappa'_m = \kappa' \cdot m$ молекулярной, $\kappa'_a = \kappa' \cdot a$ — атомной восприимчивостью. Он нашел, что для многих соединений

$$\kappa'_m = \sum p \kappa'_a + \lambda,$$

где p число атомов одного рода в молекуле, и λ число, зависящее от строения молекулы. Величина $\kappa'_a \cdot 10^7$ равна, напр., — 62,5 для C , — 30,5 для H , — 53,0 для N , — 209,5 для Cl , — 319,2 для Br , — 465,0 для I , — 156,0 для S . Для бензольного кольца $\lambda = -15,0$, для этиленового соединения $\lambda = +57,0$ и т. д. Для целого ряда углеводородов и галоидных соединений вычисленные числа вполне согласны с наблюдаемыми. Мы не можем входить в дальнейшие подробности, относящиеся к области органической химии. Г-жа E. Feutis (1911, 1913) исследовала магнитные свойства большого числа простых и сложных солей Fe , Mn , Co , Bi и т. д., и определила влияние входящих в них радикалов.

§ 13. Магнетизм анизотропных тел. Анизотропные тела могут быть искусственные, как, например, односторонне сжатые тела, закаленное стекло и др., или естественные, к которым относятся тела кристаллические. Относительно магнитных свойств существенно отличаются друг от друга анизотропные тела ферромагнитные и слабо магнитные; мы рассмотрим прежде всего последние.

В анизотропных телах способность намагничиваться, характеризованная величиною κ , в различных направлениях различна. Существуют в каждом таком теле три взаимно перпендикулярных направления, которые мы назовем главными магнитными осями, и которые имеют следующие свойства: этим направлениям соответствуют три определенные величины κ_1 , κ_2 и κ_3 ; если поле \mathbf{H} имеет направление одной из этих осей, то в этом же направлении происходит намагничение анизотропного тела, т. е. располагается магнитная ось самого намагниченного тела, магнитный момент m которого оказывается равным $m = \kappa_i v H$, где v объем тела, и κ_i та из упомянутых трех величин, которая соответствует выбранной оси. При всяком другом направлении поля \mathbf{H} получается

магнитный момент, направление которого составляет с H некоторый угол ω ; величину его мы вычислим ниже.

Если в однородное поле поместить анизотропное тело, то ось наибольшего абсолютного значения κ_1 стремится стать аксиально, т. е. по направлению линий сил, если тело парамагнитно; она стремится стать экваториально, т. е. перпендикулярно к линиям сил, если тело диамагнитно. Направление оси наибольшего намагничения может и не совпадать с направлением наибольшего линейного протяжения тела, и тогда может оказаться, что парамагнитный стерженек расположится экваториально, а диамагнитный — аксиально.

В одноосных кристаллах (т. I и II, системы квадратная и гексагональная) мы имеем только одну вполне определенную, главную магнитную ось, повидимому всегда совпадающую с оптической осью; пусть ей соответствует величина κ_1 . По всем направлениям, перпендикулярным к этой оси, величина κ имеет одно и то же значение κ_2 , так что можно принять $\kappa_3 = \kappa_2$, при чем направления второй и третьей главных магнитных осей делаются неопределенными. Если H имеет направление оптической оси (оси кристалла), то магнитный момент $m_1 = \kappa_1 v H$; если поле H перпендикулярно к оси, то независимо от его специального направления имеем магнитный момент $m_2 = \kappa_2 v H$. Кристалл называется положительным, если его пара- или диамагнитные свойства сильнее выражены по направлению оси, чем перпендикулярно к ней; в противоположном случае он называется отрицательным. На основании вышеизложенного легко сообразить, как должна устанавливаться оптическая ось кристалла, помещенного в равномерное магнитное поле.

Род магнитности.	Знак.	Восприимчив.	Ось устанавливается.
Парамагн.	+	$\kappa_1 > \kappa_2$	аксиально
Парамагн.	--	$\kappa_1 < \kappa_2$	экваториально
Диамагн.	+	$-\kappa_1 > -\kappa_2$	экваториально
Диамагн.	--	$-\kappa_1 < -\kappa_2$	аксиально.

К положительным парамагнитным кристаллам принадлежит шпат ($FeCO_3$), корунд (Al_2O_3), оловянная руда (SnO_2), рутил (TiO_2); к отрицательным — турмалин, берилл, диоптаз, везувиан, $NiSO_4 \cdot 6H_2O$, $NHCl_3$, $CuCl \cdot 2H_2O$; к положительным диамагнитным — известковый шпат, NaN_4 , $CaSO_4 \cdot 4H_2O$; к отрицательным — Bi , Sb , As , лед, Hg_2Cl , Zr , $H_2(NH_4)AsO_4$, $Hg(CN)_2$, $MgPt(CN)_4 \cdot 7H_2O$, $H_2NH_4PO_4$, H_2KPO_4 , H_2KAsO_4 , мочеви́на (CH_4N_2O).

Магнитные свойства кристаллов открыли Pluecker (1847) и Faraday (1848). Из них первый наблюдал, что ось парамагнитного турмалина устанавливается экваториально, и что то же самое относится к оси цилиндра из парамагнитного закаленного стекла. Faraday открыл, что ось кристалла диамагнитного висмута устанавливается аксиально. Knoblauch и Tyndall приготавливали стерженьки из муки, гумми и воды, которые устанавливались экваториально; после продольного их сжатия, когда получился кружок, основания кружка оставались в положении

аксиальном, хотя ось кружка была меньше диаметра основания; объясняется это тем, что вещество обладает по направлению сжатия большим абсолютным значением величины κ . То же наблюдалось со стерженьком из висмутового порошка и клея. Наоборот, основания кружка, полученного сжатием стерженька, содержащего железо, устанавливались экваториально. Tyndall нашел, что в дереве волокна устанавливаются экваториально.

Tyndall (1851) непосредственно измерил притяжения или отталкивания магнитным полюсом кристаллов, различно расположенных относительно этого полюса; так, напр., куб из железного купороса притягивался по направлению его оси с силою 41,5, а по направлению, перпендикулярному к оси с силою 35,4; подобные же измерения производил Hankel (1851) над висмутом. Rowland и Jacques (1879) впервые измеряли κ в разных направлениях для *Bi* и для известкового шпата.

Уже Faraday заметил, что с повышением температуры величины κ уменьшаются. Весьма обстоятельное исследование влияния температуры произвел Lutteroth (1879), который нашел, что разности двух из величин κ_1 , κ_2 , κ_3 суть линейные функции температуры (между 0° и 50°); для изоморфных кристаллов отношения температурных коэффициентов величины одинаковые. Для *NiSO₄* и *ZnSO₄* эти коэффициенты имеют разные знаки, их отношение равно — 0,37.

Кристаллы правильной системы, которые оптически изотропны (т. II), но по отношению к упругости анизотропны, считались изотропными по отношению к явлениям магнитным. Однако, P. Weiss (1896) нашел, что кристаллы магнитного железняка, принадлежащие к правильной системе, магнитно-анизотропны, особенно в слабых полях.

O. Lehmann показал, что магнитное поле действует на открытые им жидкие кристаллы; под влиянием поля происходит вращение частиц кристалла, и в то же время появляется стремление всей капли повернуться так, чтобы оптическая ось имела направление экваториальное.

Магнетизм кристаллов исследовали далее Westmann (гематит, 1896), Bavink (ильменит, 1904), Weiss (магнетит, 1896 и пирротин, 1905), Weiss и Kunz (пирротин, 1905), Weiss и Planer (пирротин, 1908), Quittner (магнетит, 1909), Voigt и Kinoshita (1907), Finke (1910) и др.

Voigt и Kinoshita определили абсолютные значения величин κ для ряда кристаллов, из которых были вырезаны круглые пластинки (диаметр 5,2—5,5 мм., толщина 1—1,5 мм.); стороны были перпендикулярны к одной из осей кристалла. Пластинки прикреплялись к крутильным весам и помещались эксцентрично в экваториальной плоскости электромагнита; измерялась сила F , действующая на кристалл по направлению s радиуса вектора экваториальной плоскости, т. е. перпендикулярно к линиям сил. Эта сила равна

$$F = \frac{U}{2} (\kappa_i - \kappa_0) \frac{d\bar{H}^2}{dS},$$

где v объем пластинки, κ_i восприимчивость пластинки по направлению,

перпендикулярному к пластинке, κ_0 восприимчивость воздуха, H^2 среднее значение квадрата напряжения, действующего на пластинку. Величина H^2 измерялась сопротивлением висмутовой спирали (т. V). Исследовались кристаллы правильные, одноосные и магнито-трехосные. Приводим некоторые числа для $\kappa \cdot 10^7$:

	Известков. шпат	доломит	кварц	берилл	рутил	турмалин
оси	- 11,01	+ 34,9	- 12,3	+ 10,4	+ 88,9	+ 23 2
⊥ оси	- 9,87	+ 22,6	- 12,2	+ 22,3	+ 83,3	+ 34,7

Из кристаллов с тремя магнитными осями, топаз и целестин дали почти одинаковые величины в трех направлениях, между тем как арагонит дал числа — 11,5 — 11,3 и — 13,0. Finke усовершенствовал метод Voigt'a; кроме тяжелых металлов он исследовал сернокислые соли *Fe*, *Ni*, *Co*, *Co + K*, *Fe + NH₄*, *Ni + NH₄*, *Co + NH₄* и *Co + Cu*, которые за исключением ромбической *NiSO₄ + 7H₂O*, все дают моноклиномерные кристаллы. В некоторых случаях (соли *Co + NH₄*, *Co + K*, авгит) получались значительные разности между тремя числами для κ (до 40% в авгите). Westmann нашел в ромбоэдрическом гематите (*Fe₂O₃*) намагничивания перпендикулярно к оси от 1,8 до 1,9, а параллельно оси только от 0,05 до 0,09.

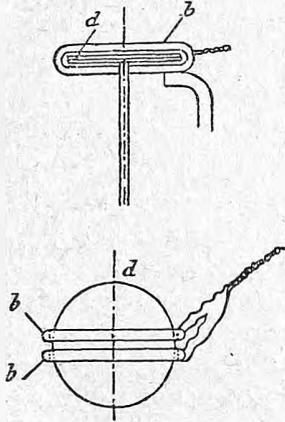
Весьма большое значение имеют исследования, которые произвели Weiss и Quittner над магнетитом и Weiss и Kunz над пирротинном.

Кристаллы магнетита (*Fe₃O₄*) принадлежат к правильной системе и в них находятся формы куба, октаэдра и ромбического додекаэдра. В них имеются три оси симметрии, из которых каждая перпендикулярна к одной из плоскостей трех кристаллических форм. Пусть φ , ψ , θ углы между одною из осей и тремя ребрами куба; тогда первой оси $\varphi = 0$, $\psi = \theta = 90^\circ$, для второй оси $\varphi = 90^\circ$, $\cos \psi = \cos \theta = 1 : \sqrt{2}$, для третьей оси $\cos \varphi = \cos \psi = \cos \theta = 1 : \sqrt{3}$. Первая ось параллельна ребру куба, вторая параллельна диагонали грани куба, третья параллельна прямой, соединяющей две противоположащие вершины куба.

Weiss исследовал сперва стерженьки, которые были вырезаны параллельно этим осям. Все стерженьки оказались ферромагнитными, т. е. их намагничение не пропорционально напряжению поля; кроме того оно различно в трех направлениях. Гистерезис оказался неодинаков в различных экземплярах. Насыщения при напряжениях до 500 гаусс не достигалось. Затем исследовал круглые пластинки, стороны которых были перпендикулярны к одной из трех осей симметрии. Такая пластинка помещалась горизонтально между полюсами подковообразного стального магнита; линии сил были горизонтальны. Пластинка была окружена двумя обмотками *bb* (рис. 323) из тонкой проволоки, и могла быть повернута на измеряемый угол, при чем в обмотке индуктировался ток, служащий мерою разности намагничений в направлениях двух диаметров, расположенных до и после вращения параллельно обмоткам. Не входя в дальнейшее описание метода наблюдений, заметим только, что Weiss

сперва устанавливал плоскость обмотки параллельно линиям сил, что дало ему возможность определить намагничение параллельно линиям сил в направлениях различных диаметров пластинки. Направления максимального и минимального намагничения определялись тем, что малые

Рис. 323.



вращения пластинки не давали вовсе индукции. Кроме этого, Weiss производил также наблюдения, когда плоскость обмотки была перпендикулярна к линиям сил; это дало ему возможность исследовать намагничение пластинки по направлению, перпендикулярному к линиям сил. Сперва он брал пластинку, перпендикулярную к первой оси симметрии, т. е. параллельную одной из сторон куба. Результат наблюдений графически изображен на рис. 324. Радиусы векторы наружной кривой определяют продольное намагничение пластинки в различных направлениях, т. е. параллельное линиям сил магнитного поля. Внутренняя кривая дает поперечное намагничение, перпендикулярное к линиям сил.

Если бы магнетит был магнито-изотропен, то наружная кривая представляла бы окружность (см. пунктир), а внутренняя — одну точку. Неполнота и несимметричность кривых объясняется недостатками (трещинами) пластинки. На рис. 325 показаны идеальные кривые. Направления X и Y параллельны ребрам куба и суть оси первого рода; напри-

Рис. 324.

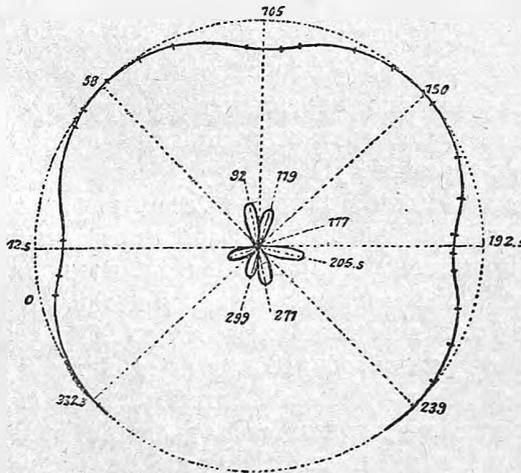
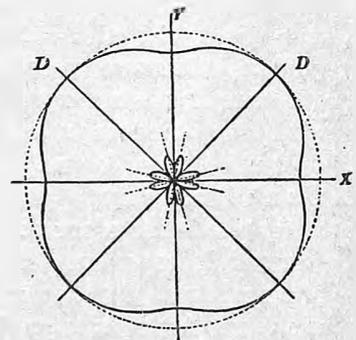


Рис. 325.



вления DD соответствуют диагоналям стороны куба, т. е. осям второго рода. По направлениям осей поперечное намагничивание равно нулю. Максимальные его значения находятся ближе к осям первого рода (X и Y), чем к осям второго рода. На рис. 326 показаны результаты наблюдений

для пластинки, вырезанной перпендикулярно к второй оси симметрии, т. е. параллельно одной из плоскостей октаэдра. На рис. 327 даны те же кривые идеальные. Здесь Y есть ось первого рода, D ось второго рода. Третья пластинка, перпендикулярная к третьей оси симметрии, оказалась магнито-изотропной.

Quittner (1908) также весьма подробно исследовал магнетит. Он объясняет его свойства допущением, что кристалл содержит несчетное количество микроскопических трещин, больших сравнительно с элементами кубической пространственной решетки и параллельных четырем сторонам октаэдра.

Пирротин (приблизительно FeS , но с избытком S , может быть $Fe_{10}S_{11}$) принадлежит к гексагональной системе. Его исследовали Streng (1882), Abt (1896) и особенно подробно Weiss и его сотрудники Kunz и Planer.

Рис. 326.

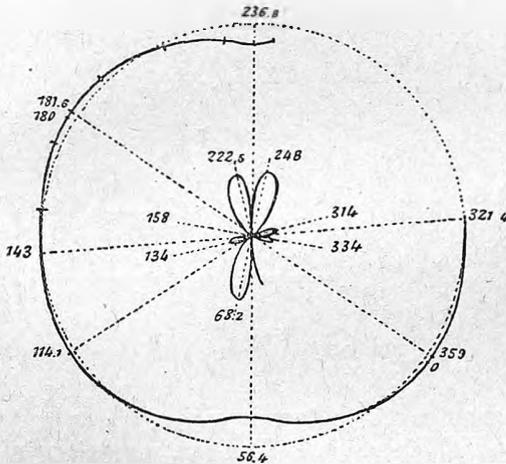
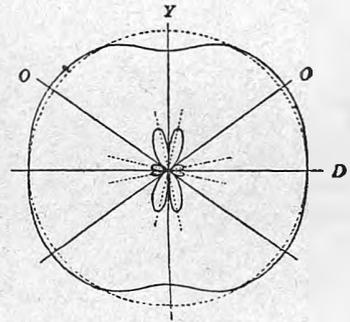


Рис. 327.



Ограничиваемся кратким изложением интересных результатов. Оказывается, что намагничение по направлению главной оси естественного кристалла равно нулю. В плоскости, перпендикулярной к оси, не заметно гексагональной симметрии: Weiss называет ее магнитной плоскостью. Если магнитное поле параллельно этой плоскости, то при различных направлениях магнитной силы получается намагничение, графически изображенное на рис. 328. Абсциссы суть азимуты от 0° до 180° ; верхняя кривая дает продольное (\parallel линиям сил), нижняя — поперечное (\perp к линиям сил) намагничение. Исследование подобных кривых для различных кристаллов и для различных напряжений поля, привели Weiss'a к мысли, что пирротин построен из трех групп ромбических элементарных кристаллов, главные оси которых все параллельны главной оси естественного кристалла. Но перпендикулярные к ним вторичные оси имеют в трех группах различные направления, составляющие между собою углы в 120° . Итак пирротин представляет тройник, элементы ко-

того весьма тесно между собою переплетаются. Эти элементарные кристаллы обладают следующими странными свойствами. По направлению главной оси они парамагнитны, при чем $\kappa = 3,24 \cdot 10^{-6}$; в „магнитной“ плоскости, перпендикулярной к этой оси они ферромагнитны. В этой плоскости существуют два направления OX и OY , из которых мы OX называем направлением легкого, а OY — направлением трудного намагничения. Даже весьма малая сила, действующая по направлению OX , вызывает намагничивание до насыщения. По направлению OY намагничение пропорционально напряжению H , примерно до 7300 гаусс; при $H = 12000$ гаусс достигается насыщение, которое одинаково с получаемым вдоль OX при самом ничтожном поле. Если сила H составляет в магнитной плоскости произвольный угол с OX , то намагничение J составляет малый угол с этим направлением. Представим себе, что из точки O (рис. 329) откладываются величины H и J во всевозможных направлениях и пусть AEF „круг насыщения“. Когда H вращается почти вдоль всего угла AOF , то конец J перемещается вдоль дуги AB . В тот момент,

Рис. 328.

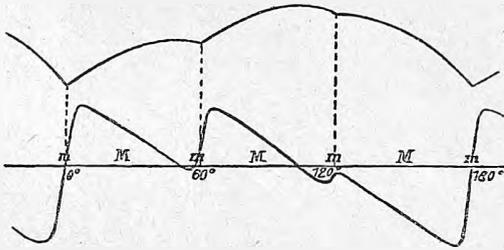
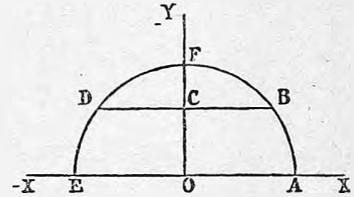


Рис. 329.



когда H переходит через точку F , конец вектора J внезапно перемещается вдоль хорды BCE до точки D ; углу FOE для силы H соответствует дуга DE для намагничения J . Чем больше H , тем больше дуги AB и DE ; при весьма большом H линия $ABCDE$ переходит в окружность $ABFDE$. На рис. 330 изображена зависимость продольного намагничения ($\parallel H$) от азимута силы H , при чем угол (от 0° до 90°) считался от направления OX легкого намагничения. На рис. 331 дано, в увеличенном масштабе, поперечное намагничение (\perp к H) для 5-ти значений сила H , при чем кривые I, II, III и V соответствуют тем же величинам H , как и кривые на рис. 330; кривая IV относится к величине $H = 10275$ гаусс. Средняя точка (0°) относится к направлению OX ; при $\pm 90^\circ$ (направление OY) поперечное намагничение равно нулю. Мы не можем входить в весьма интересные дальнейшие результаты, относящиеся к явлениям магнитного гистерезиса и к влиянию температуры. Ограничиваемся указанием, что Weiss отличает нормальные и аномальные кристаллы; нормальные не обнаруживают калорического гистерезиса и намагничение исчезает при 348° . Аномальные кристаллы обладают между 170° и 230° калорическим гистерезисом.

Укажем теперь вкратце основы теории магнитной индукции в слабомагнитных анизотропных телах; эту теорию дал W. Thomson (Lord Kelvin) в 1851 г. Проведем координатные оси, и пусть α, β, γ углы между направлением поля H и этими осями. W. Thomson принимает, что каждая из трех слагаемых m_1, m_2, m_3 магнитного момента m тела есть линейная функция трех составляющих силы H , так что в формулах появляются девять коэффициентов. Простое рассуждение показывает, однако, что шесть из них попарно равны, и, далее, что должны су-

Рис. 330.

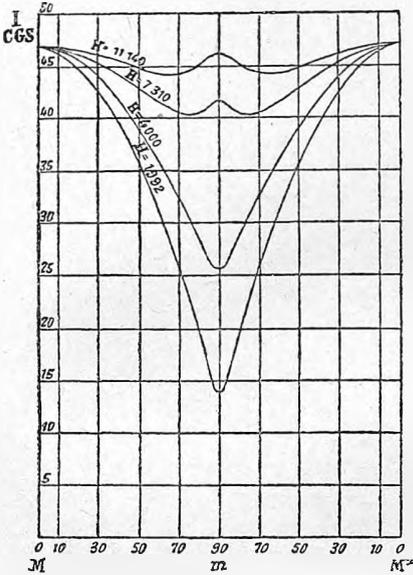
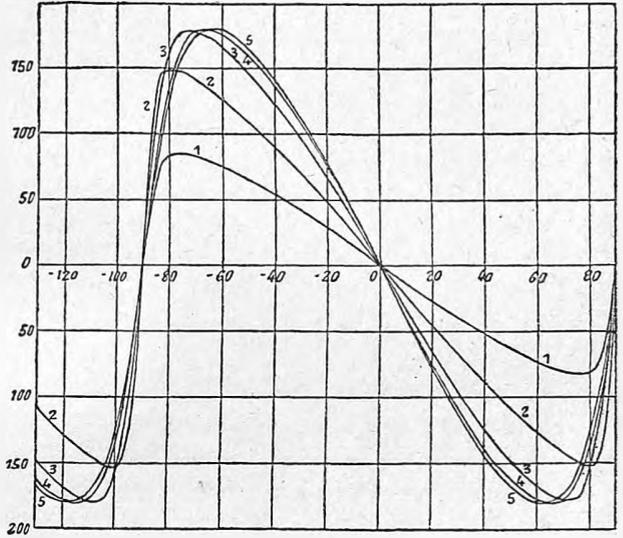


Рис. 331.



ществовать такие три направления, в которых направления m и H совпадают. Если в этих направлениях провести координатные оси, то вместо шести получаются только три коэффициента $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$, которые и суть магнитные восприимчивости в этих трех направлениях. Мы имеем тогда (v объем тела):

$$m_1 = v \kappa_1 H \cos \alpha, \quad m_2 = v \kappa_2 H \cos \beta, \quad m_3 = v \kappa_3 H \cos \gamma \dots (55)$$

Отсюда магнитный момент

$$m = v H \sqrt{\kappa_1^2 \cos^2 \alpha + \kappa_2^2 \cos^2 \beta + \kappa_3^2 \cos^2 \gamma} \dots (55, a)$$

Углы φ, ψ, θ между магнитною осью тела, т. е. моментом m , и осями координат, определяются формулами

$$\cos \varphi = \frac{m_1}{m} = \frac{v H \kappa_1 \cos \alpha}{m} \text{ и т. д. } \dots (55, b)$$

Угол ω между H и m легко получается равным

$$\cos \omega = \frac{\kappa_1 \cos^2 \alpha + \kappa_2 \cos^2 \beta + \kappa_3 \cos^2 \gamma}{\sqrt{\kappa_1^2 \cos^2 \alpha + \kappa_2^2 \cos^2 \beta + \kappa_3^2 \cos^2 \gamma}} \dots \dots \dots (55, c)$$

Пусть m_4 слагаемая момента m по направлению H ; тогда $m_H = n \cos \omega$. Если положить $m_H = v \kappa H$, то (55,b) и (55,c) дают

$$\kappa = \kappa_1 \cos^2 \alpha + \kappa_2 \cos^2 \beta + \kappa_3 \cos^2 \gamma \dots \dots \dots (55, d)$$

Если из произвольной точки проводить радиусы векторы $r = 1 : \sqrt{\kappa}$, то концы их расположатся по поверхности эллипсоида $\kappa_1 x^2 + \kappa_2 y^2 + \kappa_3 z^2 = 1$, вполне аналогичного эллипсоиду упругости в теории Fresnel'я (т. II); его можно назвать эллипсоидом намагничения.

Тело, помещенное в равномерное магнитное поле, должно подвергаться действию пары сил, момент M которой очевидно равен

$$M = m H \sin \omega \dots \dots \dots (56)$$

Ось этого момента вращения перпендикулярна к плоскости, проходящей через H и m . Простое вычисление дает для M и его слагаемых M_1, M_2, M_3 формулы:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= v H^2 (\kappa_2 - \kappa_3) \cos \beta \cos \gamma \\ M_2 &= v H^2 (\kappa_3 - \kappa_1) \cos \gamma \cos \alpha \\ M_3 &= v H^2 (\kappa_1 - \kappa_2) \cos \alpha \cos \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (56, a)$$

$$M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2} \dots \dots \dots (56, b)$$

Так как в эти формулы входят только разности трех κ_1 , то ясно, что величины моментов вращения не зависят от окружающей среды.

Если тело может вращаться около одной из трех осей, и если эта ось перпендикулярна к равномерному полю H , то устойчивое равновесие получится, когда ось, которой соответствует большее κ , станет параллельно полю H . Если подвесить тело на бифиляре (т. I), параллельном, напр., оси z , и закрутить бифиляр на угол θ , то тело повернется из положения равновесия на некоторый угол α , при чем будем иметь ($\beta = 90 - \alpha$):

$$C \sin(\theta - \alpha) = v H^2 (\kappa_1 - \kappa_2) \cos \alpha \sin \alpha \dots \dots \dots (57)$$

где C коэффициент кручения бифиляра, и предположено $\kappa_1 > \kappa_2$. Время T_3 очень малых качаний ($\cos \alpha = 1, \sin \alpha = \alpha$) равно

$$T_3 = \frac{\pi}{H} \sqrt{\frac{K}{v(\kappa_1 - \kappa_2)}} \dots \dots \dots (58)$$

где K момент инерции относительно оси вращения. Пусть n_1, n_2 и n_3 ($= 1 : T_3$) числа колебаний около трех осей шаровидного тела; легко получаются равенства:

$$\frac{\kappa_2 - \kappa_3}{n_1^2} = \frac{\kappa_1 - \kappa_3}{n_2^2} = \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{n_3^2},$$

откуда, при условии $\kappa_1 > \kappa_2 > \kappa_3$,

$$n_2^2 = n_1^2 + n_3^2 \dots \dots \dots (59)$$

Pluecker проверил последнюю для муравьино-кислой меди. Формулы (57) и (58) могут служить для измерения разностей трех величин κ .

В одноосных кристаллах $\kappa_3 = \kappa_2$, если принять, что κ_1 относится к направлению оси кристалла. Если ось вращения кристалла принять перпендикулярной к оси кристалла, и как прежде к полю H , то формулы (57) и (58) остаются справедливыми, при чем, однако, вместо $\kappa_1 - \kappa_2$ следует взять $\kappa_2 - \kappa_1$, если $\kappa_2 > \kappa_1$. Эти формулы могут служить для определения разности $\pm (\kappa_1 - \kappa_2)$. Легко видеть, как все выведенные нами формулы упрощаются для случая кристалла одноосного.

Теорию W. Thomson'a проверяли W. Koenig, Stenger и др.; Lutteroth показал, что его формулы могут быть получены из представления о вращающихся молекулярных магнитах. Duhem дал теорию, основанную на началах термодинамики.

§ 14. Молекулярные теории магнетизма J. J. Thomson'a, W. Voigt'a и Langevin'a. В последнее время были разными учеными предложены новые молекулярные теории магнетизма, основанные на гипотезе о существовании электронов. Сюда относятся теории, которые развили J. J. Thomson (1903), W. Voigt (1900—1903), Langevin (1904) и в особенности P. Weiss (начиная с 1907 г.), теория которого привела к учению о магнетонах.

J. J. Thomson исходит из представления, что в материальном атоме находятся электроны, которые под влиянием „квази-упругих“ сил движутся по круговым орбитам, при чем их скорости малы сравнительно со скоростью света. Он прежде всего исследует те электромагнитные волны (т. IV, 2), которые вызываются таким движущимся электроном, а затем двумя и большим числом электронов, движущихся на равных друг от друга расстояниях по окружности. Он доказывает, что внешнее магнитное поле не производит никакого действия на тело, в котором круговые орбиты электронов имеют всевозможные расположения, и притом независимо от закона „квази-упругих“ центральных сил, под влиянием которых электроны движутся. Но если электроны не вполне свободны и существует сила, аналогичная трению, то тело приобретает парамагнитные свойства. На объяснение диа- и ферромагнетизма делаются только намеки.

W. Voigt расширил рассмотренную в предыдущем параграфе теорию магнетизма кристаллов W. Thomson'a, не приложимую к ферромагнитным кристаллам, на эти последние. Sano (1902), Wallerant (1901), Beckenkamp (1902) и сам Voigt (1903) распространили теорию Voigt'a, первоначально относившуюся только к центрально-симметрическим кристаллам, и на другие формы кристаллов.

Далее, Voigt (1902) еще до J. J. Thomson'a развил электронную теорию магнетизма. Он также рассматривает лишь связанные электроны, т. е. такие, которые движутся внутри атома, и исследует влияние внешнего магнитного поля на вызванное ими поле. В естественном состоянии, когда вещество не намагничено, орбиты электронов расположены настолько беспорядочно, что даже весьма малый элемент объема не вызывает внешнего поля. Теория показала, что, хотя внешнее поле и меняет орбиты электро-

нов, однако внешнее поле, вызванное электронами, не подвергается изменению, так что намагничение тела этим путем не может быть вызвано. Чтобы объяснить возникновение такового, необходимо допустить, что электроны подвергаются, во время своих движений, беспорядочным толчкам, может быть вследствие взаимных столкновений, и что после каждого такого толчка изменяется пробегаемая электроном орбита, так что даже во время весьма малого промежутка времени многочисленные электроны начинают во всевозможных направлениях и с весьма различными скоростями пробегать новые круговые орбиты. В этом случае элемент объема тела вызовет внешнее поле, при чем магнитный момент элемента будет расти пропорционально напряжению данного внешнего поля. Тело может оказаться пара- или диамагнитным, смотря по тому, будет ли средняя кинетическая энергия всех электронов после толчков, т. е. при начале новых движений, больше или меньше, чем их средняя потенциальная энергия. Для анизотропных тел приходится допустить, что не все направления движений одинаково часто появляются.

W. Voigt исследовал также случай, когда внутри атома электрические массы вращаются. Теория показывает, что внешнее поле вызывает изменение вращения и что вследствие этого в теле возникает диамагнитная поляризация. Чтобы объяснить парамагнетизм, приходится допустить, что на вращение действуют силы сопротивления, возникновение которых вызывается испусканием электромагнитных волн.

Переходим к весьма важной теории, которую развил Langevin (1904). И он предполагает, что внутри молекулы или атома находятся электроны, которые весьма быстро движутся по замкнутым орбитам. Рассмотрим только случай орбит круговых. Теория Langevin'a приводит, как мы увидим, к результату, что диамагнетизм и парамагнетизм представляют явления существенно различные и что их возникновение обуславливается совершенно различными причинами. Мы должны ограничиться указанием основ теории Langevin'a.

Когда один электрон движется по круговой орбите, то он возбуждает в окружающем пространстве магнитное поле, средняя величина которого равна полю магнита, ось которого нормальна к плоскости орбиты и магнитный момент M_0 которого определяется формулою

$$M_0 = \frac{eS}{\tau} \dots \dots \dots (60)$$

где e заряд электрона, S площадь, обхваченная орбитой, и τ время одного оборота электрона по этой орбите. Совокупность всех электронов молекулы вызывает момент M этой молекулы, который вообще не равен нулю, но при соблюдении некоторых условий симметрии может равняться нулю. Положим теперь, что во внешнем пространстве возникает постороннее магнитное поле H и притом в течение времени, которое само по себе весьма мало, но весьма велико сравнительно с временем τ одного оборота электрона. Langevin показывает, что поле H вызывает изменение движения отдельного электрона, которое соответствует возникновению магнитного

момента

$$\Delta M_0 = -\frac{H e^2 S}{4 \pi m} \dots \dots \dots (61)$$

где m масса электрона. Знак (—) показывает, что поле H вызывает диамагнитную поляризацию. Этот результат не зависит от того, было ли M первоначально равно или не равно нулю. Таким образом диамагнетизм оказывается общим свойством всех тел и он должен всегда возникать, когда появляется сила H . Мы здесь имеем дело с процессом, происходящим внутри молекулы, и если $M = 0$, то молекула как целое, не подвергается механическому воздействию; кинетическая энергия ее теплового движения остается неизменной, и при столкновениях молекул не происходит изменения их средней кинетической энергии. Вследствие этого и температура тела остается без изменения и никакого выделения теплоты не происходит. Отсюда следует, что и, наоборот, температура не должна иметь влияния на величину диамагнитной поляризации, как это и было найдено Curie (стр. 768). Спектр тела определяется движениями электронов, и так как спектр в широких пределах не зависит от температуры, то в этом можно видеть новое объяснение того факта, что восприимчивость κ диамагнитных тел не зависит от температуры. Langevin находит для κ выражение

$$\kappa = \frac{N e^2}{12 m} \overline{r^2} = \frac{\rho}{21} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \overline{r^2} \dots \dots \dots (62)$$

где N число электронов в единице объема и $\overline{r^2}$ среднее значение квадратов радиусов орбит электронов; $\rho = m N$ представляет среднюю плотность электричества. Зависимость κ от температуры для Bi и Sb Langevin объясняет наличием свободных, т. е. не связанных с молекулами, электронов. Для воды $\kappa = 0,8 \cdot 10^{-6}$; величину $e : m$ Langevin принимает равную $1,8 \cdot 10^7$, а величину ρ он считает меньшею единицы, но большею $1 : 2000$. Это дает в см.

$$2 \cdot 10^{-10} < r < 10^{-8},$$

т. е. величину, порядок которой согласуется с тем, что мы знаем о размерах молекул.

Формулы (60) и (61) дают

$$\frac{\Delta M_0}{M_0} = \frac{H \tau}{4 \pi} \cdot \frac{e}{m} < 10^{-9} H,$$

если для $\frac{e}{m}$ вставить выше указанное численное значение и принять τ порядка 10^{-15} (время одного колебания в световых лучах). Наиболее сильные, практически полученные поля $H = 10^5$ вызывают, таким образом, изменение момента элементарных магнитов, не превышающее 0,0001 его величины.

Парамагнетизм возникает, по теории Langevin'a, совершенно иным путем. Мы видели, что при возникновении поля H во всех телах прежде всего вызывается диамагнетизм и этим процесс ограничивается,

когда $M = 0$. Предположим теперь, что M не равно нулю, т. е., что тело состоит из беспорядочно расположенных молекулярных магнитов. В поле H каждый магнит обладает потенциальной энергией

$$-MH \cos(M, H),$$

см. гл. II, § 3, формулу (26). Под влиянием поля происходит вращение молекулярных магнитов и, вследствие этого, уменьшение потенциальной и увеличение кинетической энергии молекулярного движения. Этим нарушается тепловое равновесие, которое затем восстанавливается благодаря взаимным столкновениям молекул. Langevin сравнивает этот процесс с тем, который произошел бы в газе, не подверженном силе тяжести, если бы в нем внезапно возникло силовое поле тяготения. Центр инерции газа в этом случае опустится, потенциальная энергия газа уменьшится, в то же время кинетическая энергия увеличится; тепловое равновесие нарушается, но затем восстанавливается благодаря взаимным столкновениям молекул.

Как следствие описанного процесса тело приобретает парамагнитную поляризацию, и количество тепла $dQ = HdM$ освобождается. Здесь M функция от H и от абсолютной температуры T , так что

$$dQ = H \left(\frac{\partial M}{\partial H} dH + \frac{\partial M}{\partial T} dT \right).$$

Так как $dQ : T$ должно быть полным дифференциалом, мы легко получаем дифференциальное уравнение с частными производными

$$H \frac{\partial M}{\partial H} + T \frac{\partial M}{\partial T} = 0,$$

интеграл которого имеет вид

$$M = f\left(\frac{H}{T}\right) \dots \dots \dots (63)$$

где f знак произвольной функции. Для малых H можно принять, что M выражается формулой $M = kH$. Из (63) следует, что в этом случае k обратно пропорционально абсолютной температуре, как того и требует закон Сигиэ. Чтобы найти вид функции f , Langevin рассматривает газообразное парамагнитное тело, напр. кислород, и исследует влияние магнитного поля на его молекулы по способу, аналогичному тому, которым пользовался Boltzmann, определяя влияние поля силы тяжести на газ. Таким способом Langevin находит для намагничения J (магнитного момента единицы объема) выражение

$$J = MN \left\{ \frac{e^a + e^{-a}}{e^a - e^{-a}} - \frac{1}{a} \right\} \dots \dots \dots (64)$$

где

$$a = \frac{MH}{rT} \dots \dots \dots (65)$$

Вводя символ \coth (гиперболический котангенс), имеем

$$J = MN \left(\coth a - \frac{1}{a} \right) \dots \dots \dots (65, a)$$

Здесь N число молекул в единице объема и rT равно $\frac{2}{3}$ средней энергии поступательного движения одной молекулы. Максимальное значение величины J равно $J_0 = MN$; оно соответствует случаю, когда оси всех элементарных магнитов между собою параллельны. Величина $J:J_0$, как функция от a изображается кривою рис. 332. Для $H = \infty$ получаем $J:J_0 = 1$. Для малых H и a имеем:

$$J = \frac{1}{3} MN a = \frac{M^2 N}{3 r T} H = \frac{1}{3} J_0 a \dots \dots \dots (66)$$

Для магнитной восприимчивости κ парамагнитного газа получаем отсюда:

$$\kappa = \frac{M^2 N}{3 r T} = \frac{(NM)^2}{3 RT} = \frac{(NM)^2}{3 p} = \frac{J_0^2}{3 p} \dots \dots \dots (67)$$

Здесь $R = Nr$ газовая постоянная для единицы объема ($v = 1$) и p давление газа, так как $RT = pv = p$ при $v = 1$. Для кислорода Curie нашел $\kappa = 1,43 \cdot 10^{-7}$; это дает $J_0 = 0,65$ и для жидкого кислорода большое число $J_0 > 325$, что вполне соответствует его почти ферромагнитным

Рис. 332.

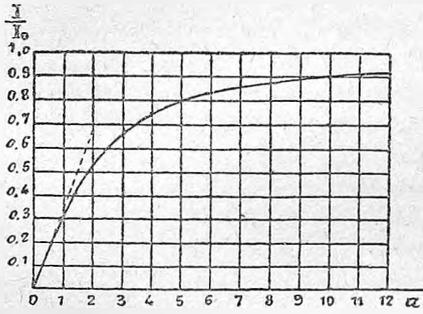
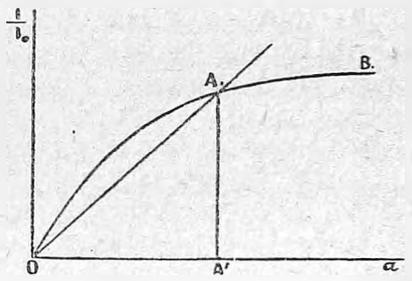


Рис. 333.



свойствам. Формула (67) вновь выражает закон Curie, т. е. зависимость от температуры.

Langevin допускает, что его теория приложима также и к твердым телам. На основании этой теории оказывается, что диамагнетизм есть общее свойство всех тел. Но если M не равно нулю, то на первоначально возникший диамагнетизм налагается более интенсивный парамагнетизм, который его вполне маскирует.

§ 15. Теория Р. Weiss'a. Магнетон. Другие теории. Многочисленные работы Weiss'a (начиная с 1907 г.) могут быть разделены на две группы; работы первой группы относятся к учению о „молекулярном поле,” работы второй — к теории магнетона. Начнем с изложения первого учения и его многочисленных приложений. Weiss исходит из выше рассмотренной теории Langevin'a, которая приводит к зависимости намагничивания J от напряжения внешнего поля H и от абсолютной температуры T , выраженной формулами (64) и (65). Он вводит, однако, гипотезу, что влияние всех молекул на одну из них эквивалентно влиянию равномер-

ного магнитного поля, которое пропорционально существующему в данном месте J . Напряжение H этого внутреннего молекулярного поля равно

$$H = bJ \dots \dots \dots (68)$$

где b постоянная (Weiss обозначает ее буквою N). Допустим, что внешнее магнитное поле отсутствует; внутри тела все-таки существует молекулярное поле весьма высокого напряжения. Вставляем в (65) вместо H его величину (68); тогда получается

$$a = \frac{MbJ}{rT},$$

откуда

$$J = \frac{rT}{Mb} a \dots \dots \dots (69)$$

Равенства (64) и (69) должны быть одновременно удовлетворены; первое соответствует кривой OAB (рис. 333), второе — прямой OA . Точка пересечения A определяет величину AA' отношения $J:J_0 = J:MN$. Другая точка пересечения $a=0$ и $J=0$ соответствует неустойчивому состоянию, так как при малейшем вращении хотя бы одной молекулы уже возникло бы магнитное поле. Легко доказать, что магнитное состояние, определенное ординатой AA' , есть состояние устойчивое. Мы увидим, что таким образом возникающее самопроизвольно поле обладает огромным напряжением. Если оно все-таки не обнаруживается во внешнем пространстве, то это объясняется его весьма малыми размерами; его направление случайное и даже в весьма малом объеме существуют поля всевозможных направлений, вследствие чего тело нам представляется нейтральным. Таким образом, внешнее поле не вызывает намагничивания, но лишь делает уже существующее доступным наблюдению.

Р. Weiss указал на длинный ряд приложений этой теории; мы должны ограничиться немногими намеками.

Из (69) следует, что с возрастанием температуры T угол AOa увеличивается; вследствие этого уменьшается AA' , а следовательно, и напряжение молекулярного поля. При некоторой температуре θ прямая OA делается касательной к кривой OB в точке O . При весьма малых a мы имели формулу (66) $J = \frac{1}{3} J_0 a$; из (69) мы получаем $J = r\theta a : Mb$, так что

$$\frac{1}{3} J_0 a = \frac{r\theta a}{Mb}$$

откуда

$$\theta = \frac{J_0 Mb}{3r} \dots \dots \dots (70)$$

(69) и (70) дают теперь интересную формулу

$$\frac{T}{\theta} = \frac{3}{a} \cdot \frac{J}{J_0} \dots \dots \dots (71)$$

Здесь a есть та функция от $J:J_0 = MN$, которая определяется формулой

(64). P. Weiss проверял формулу (71) экспериментально для магнетита, пирротина и сплава Fe_2Ni , при чем обнаружилось превосходное согласие с теорией. Для Fe , Ni и Co теоретическая кривая имеет лишь отдаленное сходство с найденною экспериментально.

Магнитные свойства кристаллов P. Weiss объясняет следующим образом. Во всяком кристалле существуют три направления, в которых коэффициент в формуле (68) имеет значение $b_1 > b_2 > b_3$. Проводим координатные оси в этих направлениях; пусть H_x, H_y, H_z слагаемые внешнего поля и J_x, J_y, J_z слагаемые намагничения J в произвольной точке кристалла. Слагаемые молекулярного поля будут $b_1 J_x, b_2 J_y, b_3 J_z$, а потому слагаемые поля в данной внутренней точке равны $H_x + b_1 J_x, H_y + b_2 J_y, H_z + b_3 J_z$. Его направление должно совпадать с направлением J ; поэтому имеем:

$$\frac{H_x + b_1 J_x}{J_x} = \frac{H_y + b_2 J_y}{J_y} = \frac{H_z + b_3 J_z}{J_z} \dots \dots \dots (72)$$

Допустим, что H и J лежат в плоскости xy и что углы $(H, x) = \alpha, (J, x) = \varphi$. Тогда получим:

$$\frac{H \cos \alpha + b_1 J \cos \varphi}{J \cos \varphi} = \frac{H \sin \alpha + b_2 J \sin \varphi}{J \sin \varphi}$$

Отсюда легко получается

$$H \sin(\alpha - \varphi) = (b_1 - b_2) J \sin \varphi \cos \varphi \dots \dots \dots (73)$$

Аналогичные уравнения относятся к плоскостям (x, z) и (y, z) . Уравнение (73) еще раньше было эмпирически установлено Weiss'ом для пирротина. Наблюдения дали ему для разностей молекулярных полей в пирротине величины

$$\left. \begin{aligned} (b_1 - b_2) J &= 7300 \text{ гаусс} \\ (b_2 - b_3) J &= 150000 \text{ гаусс} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (73, a)$$

В 1913 г. Weiss дал дальнейшее развитие теории магнетизма кристаллов.

В обширном сочинении P. Weiss приложил свою теорию к ферромагнитному железу, которое он рассматривает как конгломерат кристаллов, отдельно удовлетворяющих формуле (72). Он исследует влияние слабых, средних и сильных внешних полей, влияние температуры и явления гистерезиса. Мы не можем привести весьма сложных вычислений и должны ограничиться указанием некоторых результатов. Для весьма слабых полей P. Weiss находит, что

$$\kappa = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b_1 - b_2} - \frac{1}{b_1 - b_3} \right) \dots \dots \dots (74)$$

т. е., что восприимчивость не зависит от температуры: для железа между 6° и 100° это оправдывается. Вместо (71) получается для железа

$$\frac{T}{\theta} = \frac{3}{a} \cdot \frac{J}{J_0} + \frac{3H}{abJ_0} \dots \dots \dots (75)$$

Здесь H напряжение внешнего поля, и θ температура, при которой фер-

ромагнетизм исчезает. Из (64) и (75) получается связь между $T : \theta$ и $J : J_0$ при заданном H . При малых H (66) дает

$$\frac{T}{\theta} = 1 + \frac{H}{bJ} \dots \dots \dots (76)$$

Отсюда получается, что разность $T - \theta$ обратно пропорциональна остающемуся намагничению J , что превосходно согласуется с результатами опытов Р. Сюрие. Для высоких температур Weiss находит, вместо формулы Сюрие $\chi' T = \text{Const.}$, выражение

$$\chi'_m (T - \theta) = \text{Const.} \dots \dots \dots (77)$$

где χ'_m относится к температуре T , которая выше температуры превращения, указанной Сюрие. Подробное исследование свойств железа, при температурах, которые выше трех точек превращения, дало для молекулярного поля колоссальную величину

$$bJ = 80000000 \text{ гаусс} \dots \dots \dots (78)$$

Weiss и Фоёх (1911) проверяли формулу (77) на Fe , Ni , Co , магнетите и на девяти сплавах $Fe-Ni$ и определили численное значение постоянной для промежутков между точками превращения. Weiss и Beck (1908) приложили теорию молекулярного поля к разбору вопроса об изменении теплоемкости в точках превращений. Теплоемкость c магнитного вещества состоит из двух частей

$$c = c_0 + c_m \dots \dots \dots (79)$$

где c_0 соответствовало случаю отсутствия магнитности вещества и

$$c_m = A \frac{dE}{dt} \dots \dots \dots (80)$$

Здесь A термический эквивалент работы и E магнитная энергия единицы массы вещества. Имеем:

$$E = -\frac{1}{2} HJ = -\frac{1}{2} bJ^2 \dots \dots \dots (81)$$

где $H = bJ$ напряжение молекулярного поля. При температуре θ внезапно исчезает второй член в (79), который равен молекулярной работе размагничивания, так что величина c меняется скачком. Этот скачек равен $c_m(\theta)$; он может быть вычислен, когда известны магнитные свойства вещества. В следующей табличке сопоставлены вычисленные значения $c_m(\theta)$ с теми, которые получены калориметрическими измерениями.

	Вычислено.	Наблюдено.
Железо	$\theta = 753 + 273^\circ$ $c_m(\theta) = 0,136$	$758 + 273^\circ$ 0,112
Никкель	$\theta = 376 + 273^\circ$ $c_m(\theta) = 0,025$	$376 + 273^\circ$ 0,027
Магнит	$\theta = 588 + 273^\circ$ $c_m(\theta) = 0,048$	$580 + 273^\circ$ 0,050

Согласие можно назвать превосходным.

В новой работе (1913) Weiss допускает, что внутреннее поле не магнитное, но возникает вследствие взаимодействия молекул, меняющегося обратно пропорционально 6-ой степени их расстояния. Далее Weiss (1914) находит подтверждение этого взгляда в некоторых работах Maugain'a над электролитическим железом.

Переходим к магнетонной теории P. Weiss'a, аналогичной теории электронной. В ее основе лежит следующее рассуждение. Пусть J_0 намагничение при насыщении грамм-атома вещества. Если определить эту величину J_0 для различных веществ, то оказывается, что числа J_0 суть кратные одного и того же числа K , которое Weiss называет грамм-магнетоном. Если K разделить на число Авогадро N , т. е. на число атомов в грамм-атоме, то получается магнитный момент одного молекулярного магнита, т. е. одного магнетона. Опыты Weiss'a и Kamerlingh-Onnes'a дали для случая магнитного насыщения при температуре жидкого водорода для железа $I_0 = 12360$, для никкеля $J_0 = 3370$. Это дает

железо . . .	12360:11 = 1123,6
никкель . . .	3370: 3 = 1123,3
	среднее . . . 1123,5

Итак грамм-магнетон равен $K = 1123,5$. Weiss принимает $N = 68,5 \cdot 10^{22}$ и получает для магнитного момента m одного магнетона

$$m = 16,40 \cdot 10^{-22} \dots \dots \dots (82)$$

Молекула железа содержит 11 магнетонов; молекула никкеля 3 магнетона.

Weiss показал, что J_0 пропорционально \sqrt{C} , где C постоянная формулы Curie. Для магнетита Weiss определил числа C для пяти температурных интервалов между различными точками превращения, а именно $581^\circ - 622^\circ$, $622^\circ - 680^\circ$, $710^\circ - 770^\circ$, $770^\circ - 900^\circ$ и выше 900° . Отсюда он получил относительные значения J_0 , при чем оказалось, что они относятся между собою почти точно, как 4:5:6:8:10. Ясно, что момент молекулы меняется при превращениях в простом рациональном отношении.

Далее Weiss исследовал растворы парамагнитных солей; он воспользовался температурными коэффициентами намагничения, которые нашел Pascal, и вычислил постоянные формулы Curie и отсюда интенсивности магнитного насыщения. Для 17 веществ из 27-ми обнаружилось весьма хорошее согласие с теорией, так что можно считать доказанным существование магнетона для Fe , Ni , Co , Mn , Cu , Hg и U . Как среднее значение, Weiss находит из этих вычислений $K = 1122,1$, т. е. число, которое весьма мало отличается от выше приведенного $K = 1123,5$, найденного для твердых ферромагнитных металлов Fe и Ni .

На основании измерений, которые произвели Liebknecht и Wills над различными солями никкеля, Weiss находит для числа магнетонов

в одной молекуле никкеля значения 16,06—16,11—16,01—15,95—16,02, весьма близкие к 16.

Далее Weiss воспользовался результатами опытов г-жи Feytis (1911), произведенных над твердыми магнитными *Fe*, *Mn*, *Co*, и *Cr*; он нашел, что и они согласуются с магнетонной теорией.

Весьма интересны также результаты, которые вывел Weiss из опытов, произведенных совместно с Foëx (1911) над ферромагнитными металлами при температурах выше точки Curie. Для чистого *Ni* он находит 8 магнетонов, для сплава *Ni + Fe* 9 магнетонов. Bloch (1911) также нашел числа 8 и 9. Интересно, что при весьма низких температурах найдено только 3 магнетона, в растворах же никкелевых солей, как мы видели, имеется 16 магнетонов в молекуле никкеля. В кобальте оказались 15 магнетонов, как в чистом металле, так и в сплавах *Ni + Co*.

Для железа Weiss различает три модификации: β_1 -железо между 774° и 828° , β_2 -железо между 828° и 920° , и γ -железо между 920° и 1395° . Предполагая, что оба β -железа состоят из молекул Fe_3 , а γ -железо из Fe_2 , он находит в β_1 -железе 12, в β_2 -железе 10 и в γ -железе 20 магнетонов.

Из наблюдений Urbain'a над редкими землями Weiss выводит для грамм-магнетона число $K = 1122, 7$. В конце 1912 г. Weiss указал, что существование магнетона доказано для *Fe*, *Ni*, *Co*, *Cr*, *Mn*, *V*, *Cu* и *U* (вероятно, должно быть *Hg* вместо *V*).

Weiss и Piccard приложили магнетонную теорию к кислороду (1912), в молекуле которого оказались 7 магнетонов и к окиси азота *NO* (1913), в молекуле которой оказались 9 магнетонов.

Рассмотрим еще некоторые сюда же относящиеся работы других ученых. Bloch (1912) еще раз исследовал *Ni* и *Co*; он нашел, что чистый *Ni* содержит между 770° и 1200° восемь, а при более высокой температуре девять магнетонов. Чистый *Co* содержит между 1460° и 1645° пятнадцать магнетонов. R. H. Weber (1911) исследовал соли *Fe*, *Ni*, *Co*, *Mn* и *Cr* и сравнил результаты с теорией Weiss'a. Он нашел, что число n магнетонов в молекуле *CrCl₃* равно 19, *CrCl₂* — 25, *MnPO₄* — 25, *FeSO₄* — 27, *NiSO₄* — 16. Для *CoSO₄*, *MnSO₄* и *Fe₂(SO₄)₃* не получилось согласия с теорией. Stifler (1911) определил для *Co* точку Curie θ , напряжение H молекулярного поля, момент m магнетона и число n магнетонов в молекулярном магните; он нашел $\theta = 1075^\circ$, $H = 8870000$ гаусс, $m = 6,21 \cdot 10^{-20}$ C. G. S. и $n = 4$. Wedekind и Horst (1912) определили число магнетонов в соединениях ванадия *VO*, *VS*, *VN* и *VOCl*. Heydweiller (1911) выразил сомнения относительно экспериментальных основ магнетонной теории, которые однако, опроверг Gans (1912). Cabrera и Moles (1913) исследовали растворы *FeCl₃*, *Fe(NO₃)₃* и *Fe₂Na₆(P₂O₇)₃* с прибавлениями *HCl*, *HNO₃* и *NaCl*. Они нашли, что атомная восприимчивость железа зависит от концентрации. Число магнетонов в атоме железа равно 25, 27 или 29; последнее число относится к крепкому раствору *FeCl₃*. Дальнейшие сюда относящиеся исследования производили Renker (1913), Weiss и его сотрудники Francamp, Bruins, Piccard и Carrara (1915—1917), а также Piccard и Cherbuliez (1916). Появился и ряд чисто теорети-

ческих работ по магнетонной теории; сюда относятся работы Langevin'a (1912), Parson'a (1915) и Webster'a (1917). Langevin указал на связь между магнетонной теорией и теорией квант, основанной Planck'ом (т. V).

В предыдущем и в этом параграфе мы рассмотрели некоторые из новых теорий магнитных явлений. Появились еще многие другие теоретические исследования. Таковые предложили (до 1914 г.), напр., Schroedinger (1912), Villauri (1913, развитие теории гистерезиса, которую дал Weiss), Oosterhuis (1913), Keesom (1914), H. A. Lorentz (1913) и Аркадьев (1913). Из них Schroedinger вводит понятие о свободных электронах, движущихся внутри металла подобно молекулам газа. Если λ средняя длина пути этих электронов и N их число в единице объема, то они могут быть причиной диамагнетизма, при чем χ пропорционально $N\lambda^2$ и в первом приближении от внешнего поля не зависит. Schroedinger указывает на ряд фактов, согласных с выводами этой теории. Oosterhuis и Keesom рассматривают магнитные явления в связи с гипотезой о существовании остаточной энергии при температуре абсолютного нуля.

Теория Аркадьева тесно связана с теорией Weber'a (§ 2); он допускает, что каждый элементарный магнит может совершать маятниковобразные колебания с некоторым собственным периодом и исследует вопрос о возможных периодах таких колебаний; при этом оказалось, что для элементарных магнитов возможны 2 рода колебаний. Предполагая, что при намагничивании на магниты действует не только внешнее поле H , но что еще существует поле, вызываемое поляризацией окружающего данный элементарный магнит, вещества, Аркадьев находит, что значение поля D не одинаково в случае одновременного (согласованного) вращения всех частиц и в случае вращения только одной какой-нибудь из них. Действительно, если влияние окружающего вещества обозначим через gJ , то все поле, действующее на элементарный магнит, есть $H_1 = H + gJ = H(1 + g\kappa)$. На основании (21, a) получаем

$$J = \frac{2}{3} \frac{m n}{D} H \dots \dots \dots (83)$$

$$1 + g\kappa$$

Здесь уже направляющей силой служит новая величина $d = \frac{D}{1 + g\kappa}$. Для нее из (83) получается выражение

$$d = \frac{2}{3} \frac{m n}{\kappa} \dots \dots \dots (84)$$

Итак, говоря о собственных колебаниях элементарных магнитов, приходится рассматривать 2 случая: когда магниты совершают согласованные колебания (перемагничивание данной железной массы, сила d) и когда они совершают равномерно беспорядочные колебания (сила D), которые не проявляются ни в каких внешних изменениях магнитного состояния тела. Последние колебания могут быть связаны с тепловым движением частиц.

Полагая, что момент инерции магнита $K = Mar^2$, где M его масса, r — радиус описанного около него шара и a коэффициент, который в случае шарообразной формы магнита равен $\frac{2}{5}$, получим для собственного периода по формуле (65) гл. II § 10 и из (84)

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{3}{2} a M r^2 \kappa}{2 n m^2}} \dots \dots \dots (85)$$

Умножая числителя и знаменателя на n и замечая, что Mn есть плотность вещества δ и mn намагничение при насыщении J_∞ , найдем:

$$T_0 = \frac{2\pi \nu}{J_\infty} \sqrt{\frac{3}{2} a \delta \kappa} \dots \dots \dots (86)$$

Исследование быстрых периодических процессов в железных проволоках показало Аркадьеву, что когда магнитное поле меняется от $2 \cdot 10^{10}$ до $5 \cdot 10^{10}$ раз в секунду, то железо и никкель утрачивают способность перемагничиваться: элементарные магниты не успевают менять направление одновременно с полем. Из этих опытов было найдено, что $T_0 = 1,97 \cdot 10^{-10}$ сек. для железа и $2,43 \cdot 10^{-10}$ сек. для никкеля. Периоды же несогласованных вращательных колебаний оказываются в 150—200 раз короче. Из величины собственного периода (86) можно вычислить радиус r элементарного магнита; он оказывается того же порядка, как и размеры атома: $r = 9,4 \cdot 10^{-9}$ см. в случае железа и $8,3 \cdot 10^{-9}$ см. для никкеля.

Начиная с 1914 г. появился новый ряд работ по теории магнитных явлений; их авторы Budde (1914), Ashworth (1915), Kroo (1915), Kunz (1915), Gans (1916) и Weysenhoff (1916). Из них Budde пытается объяснить отступления от закона Curie, особенно при низких температурах. Для этого он видоизменяет теорию Langevin'a, вводя в нее понятие о квантах (т. V). Ashworth заменяет формулу Curie другою, построенной по образцу формулы Van der Waals'a (т. I и III). Формулу Curie можно написать в виде

$$H \cdot \frac{1}{J} = R' T \dots \dots \dots (86)$$

напоминающую уравнение состояния $pv = RT$ идеальных газов; здесь H напряжение поля, R' обратная от постоянной Curie. Вместо (86), Ashworth берет формулу

$$(H + a' J^2) \left(\frac{1}{J} - \frac{1}{J_0} \right) = R' T \dots \dots \dots (87)$$

Здесь $a' J^2$ напряжение внутреннего молекулярного поля, J_0 намагничение при насыщении; a' , J_0 и R' суть основные магнитные постоянные. Оказывается, что (87) приводит к выводам, согласным с наблюдениями. Напряжение молекулярного поля при $J = J_0$ оказывается равным $2,2 \cdot 10^7$ гаусса для Fe, $2,4 \cdot 10^7$ гаусса для Ni и $3,6 \cdot 10^7$ гаусса для Co. Weysenhoff развивает общую квантовую теорию вращающихся систем; он прилагает ее к учению о теплоемкости (т. III) и затем выводит формулу для магнитной восприимчивости, как функции температуры.

§ 16. **Намагничивание и вращательное движение.** Мы допускаем, согласно теории Ампера, что магнитное состояние вещества обусловливается движениями электронов, вращающихся по замкнутым орбитам, которые мы, для упрощения, можем считать круговыми. Если это действительно так, то всякий элементарный магнит должен обладать свойствами волчка и в магнитах должны обнаружиться явления, которые вообще называются гироскопическими. На это указал впервые Махвелл в 1861 г. Он тогда же придумал следующий опыт. Магнит может свободно вращаться около горизонтальной оси, с точностью проходящей через его центр тяжести и перпендикулярной к его оси, составляющей угол θ с вертикальной. Ось вращения представляет диаметр горизонтального кольца, которое приводится в весьма быстрое вращение около вертикальной оси. Махвелл показал, что в этом случае угол θ должен измениться, что, однако, при довольно грубых опытах, не могло быть обнаружено. Недавно De Haas и de Haas-Lorentz (1915) развили более подробную теорию этого опыта и показали, что, даже при самых благоприятных условиях, ожидаемое отклонение должно быть слишком малым, чтобы его возможно было наблюдать.

П. Н. Лебедев (1911) (последняя перед смертью работа) полагал, что всякое тело при быстром вращении должно обнаружить магнитные свойства. Он исследовал кольца из эбонита, алюминия, латуни, воды и бензола; последние два находились в бронзовых сосудах, кольцевидная полость которых была снабжена 8-ью поперечными перегородками. Кольца приводились в быстрое вращение около их геометрической оси, при чем число вращений доходило до 30 000 в минуту. Однако, намагничивания не обнаружилось. Schuster уже в 1901 г. высказал мысль о намагничении вращающегося тела, полагая, что этим может быть объяснено магнитное поле земного шара. Позже (1912) он подробнее развил ту же мысль. Barnett (1915) приходит теоретически к выводу, что только тело, состоящее из магнитного вещества, должно при вращении намагничиваться. Он приводил стальной стержень в быстрое вращение около его оси, что и вызывало его намагничение. При остановке вращения это намагничение исчезало и вызывало индукционный ток в катушке, окружавшей стержень. Влияние земного магнетизма было исключено. Ожидавшееся намагничение действительно и обнаружилось. Если бы стержень вращался с угловой скоростью земли, то его намагничение составляло бы лишь $2 \cdot 10^{-10}$ намагничения земли. Но, по мнению Barnett'a это еще ничего не доказывает, так как нам ничего не известно о магнитных веществах, находящихся внутри земли.

Полагая, что частицы магнита обладают свойствами, аналогичными свойствам волчка, можно предсказать также обратное явление: изменение намагничения J должно вызвать вращение тела около его магнитной оси. Момент M пары сил, действующей на единицу объема тела, определяется формулой

$$M = -2 \frac{m}{e} \frac{dJ}{dt} \dots \dots \dots (88)$$

где m масса, e заряд электрона. Подставляя значения m и e (т. V), получаем

$$M = 1,13 \cdot 10^{-7} \frac{dJ}{dt} \dots \dots \dots (89)$$

При внезапном исчезновении намагниченности J получается вращательный импульс K , равный

$$K = -1,13 \cdot 10^{-7} J \dots \dots \dots (90)$$

Barnett (1915) дал более обобщенную формулу. На необходимость возникновения вращательного импульса при изменении намагниченности указал впервые Richardson (1908), который и дал формулы (88) и (89). Он проектировал соответствующее опытное исследование, которое, однако, не было доведено до конца. Einstein и de Haas, очевидно не зная о работе Richardson'a, вывели те же формулы и произвели удачный опыт. Они повесили вертикальный железный стержень (толщина 2 мм.) внутри вертикальной катушки, через которую проходил переменный ток с периодом, равным периоду крутильных качаний стерженька, подвергавшегося последовательным перемагничиваниям. При этом стерженька должен совершать крутильные колебания, амплитуда A которых имеет максимальное значение

$$A = \frac{2}{\pi} \cdot 1,13 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{Jm}{\lambda Q} \dots \dots \dots (91)$$

где J_m намагниченность при насыщении, λ логарифмический декремент (т. I) крутильных качаний и Q момент инерции стерженька. Опыт дал результаты, согласные с формулой (91). Этим доказано, что магнетизм вызывается электронами, вращающимися около более или менее неподвижных центров, и что элементарные частицы магнита обладают свойствами волчков. De Haas (1915) и Einstein (1916) внесли затем, независимо друг от друга, различные, весьма существенные изменения в этот экспериментальный метод. Korn (1916) указал на теоретическое значение этих опытов.

ЛИТЕРАТУРА.

К § 2.

Poisson. Мém. de l'Acad. 5 pp. 248, 488, 1824; 6 p. 441, 1827; Ann. de Chim. et de Phys. (2) 25 p. 113, 1824; 28 p. 1, 1825.

Du Bois. Verh. d. D. phys. Ges. p. 305, 1913.

Schütz. Journ. f. Mathem. 113 p. 161, 1894.

Булгаков. Намагничивание кольца и т. д. Спб., 1901.

Du Bois (открытое кольцо). W. A. 46 p. 493, 1892; Verh. d. d. phys. Ges. 9 p. 84, 1890.

Wassmuth (открытое кольцо). Wien. Ber. 102 p. 81, 1893.

Stefan (экран). Wied. Ann. 17 p. 928, 1882.

Du Bois (экран). Wied. Ann. 46 p. 494, 1892; 63 p. 348, 1897; 65 p. 1, 1898.

Du Bois u. Wills. Ann. d. Phys. (4) 2 p. 78, 1900.

Wills. Phys. Rev. 9 p. 193, 1899.

De la Rive. Journ. de Phys. (4) 8 p. 670, 1909; 9 p. 224, 1910.

Эсмарк. Дисс. Москва, 1910 г.: Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 43 p. 347, 1911; Annal. d. Phys. (4) 39 pp. 1540, 1553, 1912.

Foerpl. Wied. Ann. 48 p. 252, 1893.

- H. Lehmann.* Wied. Ann. 48 p. 406, 1893.
W. Weber. Elektrodynam. Massbest. 3 p. 566, 1864; Abhandl. k. Sächs. Ges. 1 p. 458, 1852; Pogg. Ann. 87 p. 167, 1852.
Maxwell. Treatise on Electr. and Magnet. 2 p. 79, 1881.
Хвольсон. О механизме магнитной индукции в стали. Спб., 1876.
Righi. Mem. di Bologna (4) 1 p. 433, 1880.
Аркадьев. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 1914 p. 22.
Stefan. Wien. Ber. 69 p. 165, 1874.
W. Siemens. Berl. Ber. 1881, 1884; W. A. 14 p. 642, 1882.
Ewing. Phil. Mag. (5) 30 p. 205, 1890; Phil. Trans. II p. 523, 1885; Proc. R. Soc. 48 p. 342, 1890.
Du Bois. Annal. d. Phys. (4) 13 p. 289, 1904; 14 p. 209, 1904; Boltzmann-Festschrift p. 809, 1904.
Holborn. Berl. Ber. p. 173, 1896.
Martens. Wied. Ann. 60 p. 61, 1897.
Klemenčić. Wied. Ann. 62 p. 68, 1897.
Gildemeister. Annal. d. Phys. (4) 23 p. 401, 1907.

R § 3.

- Sturgeon.* Proceedings of the Soc. of Arts., 1825; Phil. Mag. 11 p. 194, 1832; Pogg. Ann. 24 p. 632, 1832.
Rhumkorff. C. R. 23 pp. 417, 538, 1846.
Du Bois. Wied. Ann. 35 p. 146, 1888; 46 p. 486, 1892; 51 p. 537, 1894; Annal. d. Phys. (4) 1 p. 199, 1900; 42 pp. 903, 953, 1913; 51 p. 577, 797, 1916; Verh. d. d. phys. Ges. p. 54, 1892; p. 34, 1894; p. 99, 1898; p. 709, 1909; p. 758, 1912; p. 292, 1913; Ztschr. f. Instr. 19, 357, 1899; 31 p. 362, 1911; Versl. Akad. Wet. Amsterd. 18 p. 118, 1909; 19 p. 397, 1910; 21 p. 355, 1912; 24 p. 698, 1915.
Weiss. Journ. de Phys. (4) 6 p. 353, 1907; C. R. 156 p. 1970, 1913.
Ollivier. Annal. d. chim. et phys. (8) 21 p. 289, 1910.
Stefan. Wien. Ber. 97 p. 176, 1888; W. A. 38 p. 440, 1889.
Ewing and Low. Proc. R. Soc. 42 p. 200, 1887; 45 p. 40, 1888; Phil. Trans. 180, p. 227, 1889.
Deslandres et Perot. C. R. 158 p. 226, 658, 1914; 159 p. 438, 1914.
Обреумов. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 1919, II p. 269 (Обзор).
Ленц и Якобу. Pogg. Ann. 47 p. 225, 415, 1839; 61 p. 225, 1844; Bull. de l'Acad. de St.-Petersb. 1838.
J. Müller. Pogg. Ann. 79 p. 337, 1850; 82 p. 181, 1851.
Lamont. Handbuch des Magnetismus p. 41, 1867.
O. Froelich. Elektrotechn. Ztschr. pp. 141, 170, 1881; p. 73, 1882; p. 160, 1886; p. 368, 1894.
Stefan. Wien. Ber. 81 p. 89, 1880.
Wassmuth. Wien. Ber. 85 p. 327, 1882.
Bosanquet. Phil. Mag. (5) 22 p. 535, 1886.
Bidwell. Proc. R. Soc. 40 p. 486, 1886.
Threlfall. Phil. Mag. (5) 38 p. 89, 1894.
E. Jones. W. A. 54 p. 641, 1895; 57 p. 258, 1896.
J. и E. Hopkinson. Phil. Trans. 177 p. 331, 1886; Electr. Rev. 19 p. 472, 1886.
Kapp. Electrician 14, 15, 16, 1885; Journ. Soc. Tel. Eng. 15 p. 518, 1886.
Kahle. Diss. Marburg, 1890.

R § 4.

- Maxwell.* Trans. R. Soc. 1865.
Helmholtz. Berl. Ber. 1881; W. A. 13 p. 385, 1881.
Boltzmann. Wien. Ber. 80, 1879; 82 p. 826, 1157, 1880.
Kirchhoff. Wied. Ann. 24 p. 52, 1885; 25 p. 601, 1885.

- Duhem.* C. R. 112 p. 157, 1891; Leçons sur l'électric. et le magnét. 2 p. 405, 1892; Amer. J. of Math. 17 p. 117, 1895.
- Kolaček.* Ann. d. Phys. (4) 13 p. 1, 1904; 14 p. 177, 1904; Phys. Ztschr. 6 p. 143, 1905.
- Lorberg.* W. A. 21 p. 300, 1884.
- Cantone.* Mem. Acc. d. Lincei 6 p. 252, 487, 1890.
- Gans.* Ann. d. Phys. (4) 13 p. 634, 1904; 14 p. 638, 1904.
- Houston.* Phys. Rev. 30 p. 698, 1911.
- Leduc.* C. R. 152 p. 853, 1911.
- Bidwell.* Proc. R. Soc. 38 p. 265, 1885; 40 pp. 109, 257, 1886; 43 p. 406, 1888; 47 p. 469, 1890; 51 p. 495, 1892; 56 p. 94, 1894; 73 p. 413, 1904; 74 p. 60, 1905; Trans. R. Soc. p. 205, 1888; Nature 38 p. 224, 1888.
- Berget.* C. R. 115 p. 722, 1892; Journ. de Phys. (3) 2 p. 172, 1893.
- Nagaoka.* Phil. Mag. (5) 37 p. 131, 1894; W. A. 53 p. 487, 1894.
- Nagaoka a. Honda.* Mag. (5) 46 p. 261, 1898; (6) 4 p. 45, 1902; Nature 65 p. 246, 1902; C. R. 134 p. 536, 1902; Journ. d. Phys. (4) 1 p. 627, 1902.
- Honda a. Shimizu.* Phil. Mag. (6) 4 p. 338, 1902; 6 p. 392, 1903; Phys. Ztschr. 3 p. 378, 1902; 4 p. 499, 1903; 10 pp. 548, 642, 1905.
- Б. Л. Розинг.* Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 26 p. 253, 1894.
- Gray, Sweet u Shad.* Phys. Rev. (2) 7 p. 684, 1916.
- Heaps.* Phys. Rev. (2) 6 p. 34, 1915.
- Базметьев.* Wien. Ber. 104 p. 71, 1895.
- Aubel.* Journ. de Phys. (3) 1 p. 424, 1892.
- Guillaume.* C. R. 134 p. 538, 1902; Journ. d. Phys. (4) 1 p. 633, 1902.
- Osmond.* C. R. 134 p. 596, 1902.
- Wills.* Phys. Rev. 15 p. 1, 1902.
- Guthe a. Austin.* Bull. Bur. of Stand. 2 p. 297, 1906.
- Davies.* Nature 75 p. 102, 1906.
- Mc Lennan.* Phys. Rev. 24 p. 449, 1907.
- Tieri.* Atti Acad. d. Lincei 17 p. 204, 1908.
- Dorsey.* Phys. Rev. 30 p. 898, 1910.
- Williams.* Phys. Rev. 32 p. 281, 1911.
- Knott.* Proc. Edinb. Soc. 18 p. 315, 1891; 22 p. 216, 1898; Trans. R. Soc. Edinb. (3) 38 p. 527, 1896; 38 p. 457, 1898.
- Knott a. Shand.* Proc. Edinb. Soc. 19 p. 85, 249, 1892; 20 p. 295, 1893; 22 p. 216, 1898.
- Hurmuzescu.* Arch. Sc. phys. et natur. 4 p. 431, 1897.
- Maurain.* Ecl. élect. 32 p. 325, 1902.
- Quincke.* Berl. Ber. p. 17, 1884; p. 391, 1900.
- Слугинов.* Дисс. Спб., 1895.
- Page.* Pogg. Ann. 43 p. 411, 1838.
- Базметьев.* Repert. d. Physik 26 p. 137, 1890.
- Honda a. Shimizu.* Phil. Mag. (6) 4 p. 645, 1902.

К § 5.

- Ewing.* Magnetic Induction in iron and other metals p. 39, 1891; немецкое издание p. 44. 1882.
- Столетов.* Pogg. Ann. 146 p. 439, 1872.
- Rowland.* Phil. Mag. (4) 46 p. 140, 1873; 48 p. 321, 1874.
- J. Hopkinson.* Phil. Trans. 176 p. 455, 1855.
- Карр.* Electr. Engin. 23 p. 199, 1894.
- Du Bois.* Phil. Mag. (5) 29 p. 293, 1890; W. A. 39 p. 25, 1890; 46 p. 545, 1892.
- Silv. Thompson.* Dynamo-electric Machinery, 4-ое изд. p. 138, 1892.
- Du Bois (весы).* Elektrotechn. Ztschr. p. 579, 1892; Instr. 12 p. 404, 1892; 20 pp. 113, 129, 1900; Annal. d. Phys. (4) 2 p. 317, 1900.
- Lloyd.* Bull. Bur. of Stand. 5 p. 435, 1909.
- Peirce.* Proc. Amer. Acad. of Arts a. Sc. 46 p. 85, 1910.

- Beattie a. Gerrard.* Electrician 61 p. 750, 1910.
Gray u. Ross. Annal. d. Phys. (4) 33 p. 1413, 1912.
Gumlich. Elektrotech. Ztschr. 30 p. 1065, 1096, 1909; Verh. d. d. phys. Ges. 1914 p. 395.
Burrows. Bur. of Stand. 11 p. 101, 1914.
Wagner. Phys. Ztschr. p. 587. 1914.

K § 6.

- Ewing a. Low.* Trans. R. Soc. 180 p. 221, 1889.
E. T. Jones. Wied. Ann. 57 p. 273, 1896.
Wilson. Proc. R. Soc. 62 p. 369, 1898.
Столетов. Pogg. Ann. 146 p. 439, 1872.
Baur. Wied. Ann. 11 p. 399, 1880.
Lord Rayleigh. Phil. Mag. (5) 23 p. 225, 1887.
Culmann. Wied. Ann. 56 p. 602, 1895.
Roessler. Electrot. Ztschr. p. 134, 1893.
Weiss. C. R. 145 p. 1155, 1907; Arch. sc. phys. (4) 29 p. 175, 1910; Journ. de Phys. (4) 9 p. 373, 1910.
Droz. Arch. sc. phys. (5) 29 p. 204, 1910.
Hadfield a. Hopkinson. Electrician 66 p. 324, 1910; J. Inst. Electr. Engin. 46 p. 235 1911.
Peirce. Proc. Amer. Ac. of Arts a. Sc. 46 p. 207, 1910; 47 p. 633, 1912; 49 p. 117, 1913.
Babbitt. Proc. Amer. Acad. of sc. 47 N° 8, 1911.
Gumlich u. Rogowski. Annal. d. Phys. (4) 34 p. 235, 1911; Elektrotechn. Ztschr. 32 p. 180, 1911.
Bouty. C. R. 82 p. 1050, 1876.
Ollivier. C. R. 150 p. 1051, 1910.
Waltenhofen. Wien. Ber. 48 p. 504, 1863; Pogg. Ann. 120 p. 650, 1863.
M. Wien. Wied. Ann. 66 p. 859, 1898.
Angstroem. Öfvers. K. Vertens. Ak. Förhandl. 56 p. 251, 1899.
Maurain. C. R. 137 p. 914, 1903.
Searle. Proc. Phil. Soc. Cambr. 7 p. 330, 1892.
Baldwin. Phil. Mag. (6) 20 p. 417, 1910.
Kunz. Phys. Ztschr. 13 p. 591, 1912.
Maurain. C. R. 130 p. 410, 1900; Journ. de Phys. (3) 10 p. 123, 1901.
Schild. Annal. d. Phys. (4) 25 p. 586, 1908.
Kaufmann u. Meier. Phys. Ztschr. 12 p. 513, 1911.
Gans. Phys. Ztschr. 12 pp. 811, 911, 1911.
Vallauri. Phys. Ztschr. 13 p. 314, 1912.
Hertz. Wied. Ann. 31 p. 421, 1887.
Battelli e Magri. Phys. Ztschr. 8 p. 298, 1907; Rendic. d. Linc. (5) 15 p. 63, 1906.
Schames. Annal. d. Phys. (4) 27 p. 64, 1908.
Zahn. Verh. d. d. phys. Ges. pp. 185, 377, 1909.
Аркадьев. Ж. П. Ф.-Х. Общ. 45 p. 103, 1913; Phys. Ztschr. 14 p. 561, 1913.
Rohmann. Annal. d. Phys. (4) 44 p. 817, 1914.
Gumlich u. Steinhaus. Verh. d. d. phys. Ges. 1915 p. 369.

K § 7.

- Adler.* Wied. Ann. 46 p. 603, 1892.
Duhem. Théorie nouv. de l'aimant. и т. д. Paris, 1888; Leçons sur l'Électr. et le Magn. 2, Paris, 1892; Mém. de l'Acad. R. d. Belg. 54 p. 53, 1896.
Cisotti. Rendic. R. Accad. dei Lincei (5) 17 p. 413, 1908.
Leduc. C. R. 152 p. 1243, 1911; Annal. de chim. et de phys. (8) 27 p. 408, 1908.
Kreusler. Verh. d. d. phys. Ges. p. 344, 1908.
Gumlich. Verh. d. d. phys. Ges. p. 371, 1908.
Steinmetz. Elektrotechn. Z. 12 p. 62, 1891; 13 p. 519, 1892; Electrician 28 pp. 408, 425; 1892, Transact. Amer. inst. of Electr. Eng. 9 p. 1, 1892.
Stroude. Proc. Phys. Soc. 24 p. 238, 1912; Electrician 69 p. 606, 1912.

- Holm.* Diss. Berlin, 1911.
Richter. Elektrotechn. Ztschr. 31 p. 1241, 1910.
Guye et Herzfeld. Arch. sc. phys. (4) 14 p. 380, 1903.
Guye et Schidlof. C. R. 139 p. 517, 1904; 140 p. 369, 1905; Arch. sc. phys. (4) 18 p. 576, 1905; 19 pp. 61, 169, 1906.
Guye и M-elle Карпова. Le Radium 7 p. 241, 1910; Arch. sc. phys. (4) 30 p. 326, 1911.
Schidlof et M-elle Chamie. Arch. sc. phys. (4) 36 p. 13, 1913.
Guye et M-elle Albert. Arch. sc. phys. (4) 37 p. 20, 117, 1914.
Baily. Phil. Trans. 187 p. 715, 1896; Electrician 33 p. 516, 1894.
Weiss et Plauer. Journ. de Phys. (4) 7 p. 5, 1908.
Perrier. Journ. de Phys. (4) 9 pp. 785, 865, 1910; Arch. sc. phys. (4) 28 pp. 5, 119, 237, 1909.
Schidlof et M-elle Albert. Arch. sc. phys. (4) 37 p. 117, 1914.
Joule. Phil. Mag. (3) 23 pp. 263, 347, 435, 1843.
Cazin. Ann. d. Chim. et de Phys. (5) 6 p. 493, 1875; C. R. 78 p. 845; 79 p. 290, 1874; Journ. de Phys. (1) 5 p. 111, 1876.
Warburg. Wied. Ann. 13 p. 141, 1881.
И. И. Борзман. Ж. Р. Ф.-Х. О. 14 p. 67, 1882; Journ. de Phys. (2) 2 p. 574, 1883.
Warburg u. Höning. Wied. Ann. 20 p. 814, 1883.

К § 8.

- Ascoli.* Nuovo Cim. (5) 3 p. 5, 1902.
Russel. Edinb. Trans. 45 p. 490, 1907; Phil. Mag. (6) 14 p. 468, 1907.
Honda a. Terada. Phil. Mag. (6) 14 p. 63, 1907.
Maurain. Journ. de Phys. (4) 7 p. 497, 1908.
Ercolini. N. Cim. (6) 1 pp. 213, 237, 1911.
Möller. Diss. Rostock, 1912.
Walker. Proc. R. Soc. Edinb. 35 p. 217, 1915.
Heydweiller. Wied. Ann. 52 p. 462, 1894; Phys. Ztschr. 5 p. 255, 1904.
Honda u. Shimizu. Ann. d. Phys. (4) 14 p. 791, 1904; Phys. Ztschr. 5 p. 254, 1904.
Nagaoka a. Honda. Phil. Mag. (6) 4 p. 45, 1902.
Wertheim (кручение). C. R. 22 p. 336, 1846; 35 p. 702, 1852; Ann. d. Chim. et Phys. (3) 23 p. 302, 1848; 50 p. 385, 1857.
G. Wiedemann. Pogg. Ann. 103 p. 563, 1858; 106 p. 161, 1859; 117 p. 195, 1862; W. A. 67 p. 376, 1886; 37 p. 610, 1889.
Bouasse et Berthier. Annal. d. chim. et phys. (8) 10 p. 199, 1907.
Maurain. Journ. de Phys. (4) 6 p. 380, 1907.
Pellet. Journ. de Phys. (4) 8 p. 110, 1909.
Williams. Phys. Rev. 32 p. 281, 1911; 34 p. 258, 1912; (2) 4 p. 498, 1914; 10 p. 129, 1917.
 Влияние температуры:
Hopkinson. Proc. R. Soc. 44 p. 317, 1888; 45 p. 318, 1889; 47 pp. 23, 138, 1889; 48 pp. 1, 442, 1890; Trans. R. Soc. 180, p. 443, 1889.
Curie. C. R. 118 pp. 796, 859, 1134, 1894; Journ. de Phys. (3) 4 pp. 197, 263, 1895.
Weiss et Foëx. Journ. de Phys. (5) 1 pp. 274, 744, 805, 1911; Arch. sc. phys. (4) 31 p. 5, 89, 1911.
Askworth. Phil. Mag. (6) 23 p. 36, 1912.
Kamerlingh-Onnes et Weiss. Versl. Kon. Ak. v. Wet. 18 p. 768, 1910; Comm. Leyden 114; C. R. 150 p. 686, 1910; Journ. de Phys. (4) 9 p. 555, 1910; Arch. sc. phys. (4) 30 pp. 341, 449, 1910.
Kamerlingh-Onnes et Perrier. Versl. Kon. Ak. v. Wet. 20 p. 1138, 1912; Comm. Leyden 126; Arch. sc. phys. (4) 33 p. 259, 1912.
Radovanovič. Arch. sc. phys. (4) 32 p. 305, 1911.
Honda u. Shimizu. Phys. Ztschr. 5 p. 816, 1904.
Osmond. C. R. 106 p. 1136, 1888.
Sanford. Bull. Bur. Stand. 12 p. 1, 1915.
Terry. Phys. Rev. (2) 9 p. 394, 1917.

К § 9.

- Auerbach*. Wied. Ann. 11 p. 353, 1880.
Haubner. Repert. d. Phys. 22 p. 71, 1886; Wien. Ber. 83 p. 1167, 1881.
Кобылин и Терешин. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 18 p. 107, 1886.
Trenkle. Ber. d. phys.-mediz. Soc. in Erlangen 37 p. 161, 1905; Annal. d. Phys. (4) 19 p. 692, 1906.
Maurain. Éclair. élect. 34 p. 465, 1903; C. R. 131 pp. 410, 880, 1900; Journ. de Phys. (3) 10 p. 123, 1901; (4) 1 p. 151, 1902; Rev. gén. d. Sc. 12 p. 1059, 1901.
- Сплавы:
Daubrée. C. R. 80 p. 526, 1875.
Gumlich. Ztschr. f. Elektrochem. 15 p. 597, 1909.
Weiss. Écl. élect. 8 pp. 248, 443, 1896; Thèse N° 890, Paris, 1896.
Parshall. Proc. Inst. Civ. Eng. 126 p. 50, 1896.
Richardson. Phil. Mag. (5) 49 p. 121, 1900.
Richardson a. Lownds. Phil. Mag. (6) 1 p. 601, 1901.
Richardson a. Laws. Phil. Mag. (6) 1 p. 296, 1901.
Hill. Verhandl. d. d. phys. Ges. 4 p. 194, 1902; Phys. Rev. 24 p. 321, 1907.
Richard. Annal. d. Phys. (4) 6 p. 832, 1901.
Bloch. Arch. sc. phys. (4) 33 p. 293, 309, 1912; Ann. de Chim. et de Phys. (8) 25 p. 5, 1912.
- Gray*. Phil. Mag. (6) 24 p. 1, 1912.
Tammann. Ztschr. f. phys. Chem. 65 p. 73, 1908.
Honda. Annal. d. Phys. (4) 32 p. 1003, 1910.
Friedrich. Metallurgie 3 p. 129, 1908; 5 p. 593, 1908.
Hilpert u. Calver-Glauert. Ztschr. f. Elektrochem. 17 p. 750, 1911.
Hilpert. Jahrb. d. Radioakt. p. 97, 1913.
Ruer u. Kaneko. Phys. Ztschr. p. 17, 1914.
Nagaoka. Wied. Ann. 59 p. 66, 1896; Ztschr. f. phys. Chem. 22 p. 641, 1897.
Wünsche. Annal. d. Phys. (4) 7 p. 116, 1902; Diss. Rostock, 1901.
Hopkinson. Proc. R. Soc. 47 p. 23, 1890; 48 p. 1, 1890.
Osmond. C. R. 118 p. 532, 1894; 128 pp. 304, 1396, 1899.
Guillaume. C. R. 124 p. 176, 1515, 1897; 125 p. 235, 1897; 126 p. 738, 1898; Les aciers au nickel, Paris, 1898; Journ. de Phys. (3) 7 p. 262, 1898.
Dumont. C. R. 126 p. 741, 1898.
L. Dumas. C. R. 130 p. 357, 1900.
Houllevigue. Journ. d. Phys. (3) 8 p. 89, 1899.
Abt. Ann. d. Phys. (4) 6 p. 774, 1901.
Heusler. Verh. d. d. phys. Ges. 5 pp. 219, 220, 1903; Marburger Schriften 7 p. 98, 1905; Ztschr. f. angewandte Chemie p. 260, 1904.
Stark u. Haupt. Verh. d. d. phys. Ges. (5) p. 224, 1903.
Heusler, Richarz, Stark u. Haupt. Marburger Schriften 13 p. 237, 1904; Ztschr. f. angew. Chem. p. 260, 1904.
Richarz. Marb. Ber. p. 67, 1910; Phys. Ztschr. 12 p. 151, 1911; Congrès intern. de Radiolog. et d'Électr. I p. 613, Bruxelles, 1911 (обзор).
Richarz u. Heusler. Ztschr. f. anorg. Chemie 61 p. 265, 1909; 65 p. 110, 1910.
Heusler u. Take. Phys. Ztschr. 13 p. 897, 1912 (обзор); Trans. of Faraday Soc. 8, I, 1912.
Hogg. Chem. News 66 p. 140, 1892; Chem. Centralbl. 63, II p. 734, 1892.
Austin. Verh. d. d. phys. Ges. 6 p. 211, 1904.
Hadfield. Chem. News 90 p. 180, 1904.
Fleming a. Hadfield. Electrician 9 p. 329, 1905; Proc. R. Soc. 76 p. 271, 1905.
Binet du Jassoneix. C. R. 142 p. 1336, 1906.
Wedekind. Ztschr. f. Elektrochem. 47 p. 850, 1905; Ztschr. f. phys. Chem. 66 p. 614, 1909.
Gumlich. Ann. d. Phys. (4) 16 p. 535, 1905; Elektrotechn. Ztschr. p. 203, 1905.
Gray. Proc. R. Soc. 77 p. 256, 1906; Edinb. Proc. 28 p. 403, 1908.

- Hill.* Phys. Rev. 21 p. 335, 1905; 23 p. 498, 1905.
Take. Diss. Marburg, 1904; Verh. d. d. phys. Ges. 7 p. 133, 1905; 12 p. 1059, 1910; Marburger Schriften 14 p. 35, 1905; 15 p. 299, 1905; p. 165, 1909; Ann. d. Phys. (4) 20 p. 849, 1906; Götting. Abhandl. 8 N^o 2, 1911.
Haupt. Diss. Marburg, 1904; Naturwiss. Rundschau 21 N^o 6, 1906.
Guillaume. Arch. sc. phys. (4) 24 p. 381, 1907.
Ross a. Gray. Edinb. Proc. 29 p. 274, 1909; Ztschr. f. anorg. Chemie 63 p. 349, 1910.
Steiner. Annal. d. Phys. (4) 35 p. 727, 1911.
F. A. Schulze. Marb. Schriften p. 67, 1910; Verh. d. d. phys. Ges. p. 822, 1910.
Ross. Edinb. Proc. 27 p. 88, 1907; 31 p. 85, 1911.
Take u Semm. Verh. d. d. phys. Ges. 1914 p. 724.
Semm. Diss. Marburg, 1915.
Hartmann. Diss. Marburg, 1915.
Ihde. Diss. Marburg, 1912; Annal. d. Phys. (4) 41 p. 829, 1913.
Токмачев. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 42 pp. 15, 353, 1910.

К § 10.

- Cohn.* Das elektromagn. Feld p. 113, Leipzig, 1900.
Gans. Phys. Ztschr. 9 p. 10, 1908.
Perrier. Arch. sc. phys. (4) 29 p. 469, 1910.
Faraday. Exp. Res. Ser. 20, 1845; Ser. 25, 1850.
Pluecker. Pogg. Ann. 73 p. 580, 1848; 77 p. 578, 1849.
F. Becquerel. Ann. d. Chim. et d. Phys. (3) 28 p. 283, 1850.
W. Weber. Pogg. Ann. 73 p. 241, 1848; Elektrodyn. Massbest. 3, 1852.
Tyndall. Phil. Mag. (4) 2 p. 333, 1851; 10 p. 257, 1855; Pogg. Ann. 87 p. 189, 1852; Phil. Trans. p. 24 1855; p. 237, 1856.
W. Weber (теория диамагнетизма). Abhandl. sächs. Ges. d. Wiss. 1 p. 485, 1852; Pogg. Ann. 87 p. 145, 1852.
Б. Л. Розинг. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 24 p. 105, 1892.
Du Bouis. Arch. Néerl. (2) 5 p. 242, 1901.

К § 11.

- Quet.* C. R. 38 p. 562, 1854.
Curie. Journ. de Phys. (3) 4 p. 197, 263, 1895; C. R. 116 p. 136, 1893.
Curie et Chéneveau. Journ. de Phys. (4) 2 p. 796, 1903; Ann. de Chim. et Phys. (8) 7 p. 145, 1906.
Chéneveau. Phil. Mag. (6) 20 p. 357, 1910; Proc. Phys. Soc. 22 p. 343, 1910; Electrician 65 p. 1019, 1910.
Pascal. C. R. 150 p. 1054, 1910.
Meslin. Ann. de Chim. et de Phys. (8) 7 p. 145, 1906.
И. И. Боргман. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 10 p. 155, 1878.
G. Wiedemann. Pogg. Ann. 126 p. 1, 1865; 135 p. 177, 1868.
П. А. Зилов. Wied. Ann. 1 p. 481, 1877; 11 p. 324, 1880; 16 p. 247, 1882; Дисс. Москва, 1880; Bulletin de Moscou (Моск. Общ. Испытателей Природы) 53 p. 398, 1879; Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 9 p. 308, 1877.
И. И. Боргман. Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 9 p. 285, 1878; 10 p. 129, 1879; Beibl. 3 pp. 812—818, 1879.
Townsend. Proc. R. Soc. 60 p. 186, 1896.
Ефимов. К вопросу о магнетизме газов. Дисс. Спб., 1888.
Fleming a. Dewar. Proc. R. Soc. 63 p. 311, 1898.
Quincke. W. A. 24 p. 347, 1885; 14 p. 403, 1888.
Jaeger u. Stefan Meyer. Wien. Ber. 106 p. 594, 1897.
Roop. Phys. Ztschr. 1911 p. 48, 56.

К § 12.

- Wedekind.* Magnetochemie, Berlin p. 71, 1911.
Du Bois. Wied. Ann. 35 p. 137, 1888.
Ettinghausen. Wied. Ann. 17 p. 304, 1882.
Henrichsen. Wied. Ann. 22 p. 121, 1884; 31 p. 180, 1887; 34 p. 180, 1888; 45 p. 38, 1892.
Du Bois u. Liebknecht. Ann. d. Phys. (4) 1 p. 189, 1900; Verh. d. d. phys. Ges. 1 p. 236, 1899.
G. Jaeger u. Stefan Meyer. Wien. Ber. 106 p. 594, 623, 1897; 107 p. 5, 1898; W; A. 67 pp. 427, 707, 1899; Ann. d. Phys. (4) 6 p. 870, 1901.
Stefan Meyer. Wien. Ber. 108 pp. 171, 861, 1899; 109 pp. 284, 400, 1900; 110 p. 541, 1901; 111 p. 38, 1902; 113 p. 1007, 1904; 117 p. 995, 1908; Wied. Ann. 68 p. 325, 1899; 69 p. 236, 1899; Ann. d. Phys. (4) 1 pp. 664, 668, 1900; Verh. d. d. phys. Ges. 1 p. 275, 1899; Phys. Ztschr. 1 p. 433, 1900.
Heydweiller. Annal. d. Phys. (4) 12 p. 608, 1903; Verh. d. d. phys. Ges. p. 1120, 1913.
Honda. Annal. d. Phys. (4) 32 p. 1027, 1910.
Moris Owen. Annal. d. Phys. (4) 37 p. 657, 1912; Proc. Amsterd. Ak. 14 II p. 637, 1912.
Kamerlingh Onnes et Weiss. C. R. 150 p. 687, 1910.
Kamerlingh Onnes. Comm. Leyden 134 a.
Kamerlingh Onnes et Perrier. Arch. sc. phys. (4) 29 p. 528, 1910; Versl. Ak. v. Wet. Amsterd. 18 p. 937, 1910; 20 p. 75, 1911; Proc. Amsterd. Ak. 14 I p. 115, 1911; 14 II p. 674, 1912; Comm. Leyden 116, 122a, 124a.
Kamerlingh Onnes et Oosterhuis. Versl. Ak. v. Wet. Amsterd. 21 p. 275, 1912; Comm. Leyden. 129b.
Liebknecht u. Wills. Ann. d. Phys. (4) 1 p. 178, 1900; Verh. d. d. Phys. Ges. 1 p. 170, 1899.
Stearns. Phys. Rev. 16 p. 1, 1903.
Scarpa. N. Cim. (5) 10 p. 155, 1905.
Königsberger. Annal. d. Phys. (4) 6 p. 515, 1901.
Seve. Thèse N° 703, Paris 1912; Annal. chim. et phys. (8) 27 pp. 189, 425, 1912; Journ. de Phys. 3 p. 8, 1913.
Jolley. Phil. Mag. (6) 20 p. 366, 1910.
Haas u. Drapier. Verh. d. d. phys. Ges. p. 761, 1912; p. 92, 1913; Annal. d. Physik (4) 42 p. 673, 1913.
Weiss et Piccard. C. R. 155 p. 1497, 1912.
Piccard. Arch. sc. phys. (4) 35 pp. 209, 340, 458, 1913; C. R. 155 p. 1497, 1912.
Mendenhall a. Lent. Phys. Rev. 32 p. 406, 1911.
Piaggese. N. Cim. (5) 4 p. 247, 1902; Phys. Ztschr. 4 p. 347, 1903.
Fleming a. Dewar. Proc. R. Soc. 63 p. 311, 1898.
Ihde. Diss. Marburg. 1911; Annal. d. Phys. (4) 41 p. 829, 1911.
Roop. Phys. Rev. (2) 7 p. 529, 1916.
Behnsen. Phys. Ztschr. 12 p. 1157, 1911.
Chêneveau. Journ. de Phys. p. 163, 1910.
Finke. Annal. d. Phys. (4) 31 p. 149, 1910.
Clifford. Phys. Rev. 26 p. 428, 1908.
Gnesotto e Binghinetto. N. Cim. (5) 30 p. 384, 1910.
Жыков. Ж. П. Ф.-Х. Общ. 1908, Отд. Хим. p. 457.
Hilpert. Jahrb. d. Rad. u. Elektronik p. 93, 1913.
Berndt. Annal. d. Phys. (4) 27 p. 712, 1908; Verh. d. d. phys. Ges. p. 662, 1908; Phys. Ztschr. p. 750, 1908.
Pascal (газы). C. R. 148 p. 413, 1909.
Tänzler. Annal. d. Phys. (4) 24 p. 931, 1907.
Roop. Phys. Ztschr. p. 48, 1911.
Urbain. C. R. 146 p. 922, 1908; 150 p. 913, 1910; 152 p. 141, 1911.
Urbain et Jantsch. C. R. 147 p. 1286, 1908.

Pascal. C. R. 147 pp. 56, 242, 742, 921, 1290, 1908; 149 pp. 340, 508, 1909; 150 pp. 1054, 1167, 1910; 152 pp. 862, 1010, 1852, 1911; 156 p. 323, 1913; *Annal. d. chim. et phys.* (8) 16 p. 531, 1909; 19 p. 5, 1910; 25 p. 289, 1912; 28 p. 218, 1913.

M-elle Feytis. C. R. 152 p. 708, 1911; 156 p. 886, 1913.

К § 13.

Voigt. Lehrbuch der Kristallographie, p. 468—534 Leipzig, 1910.

Plücker. Pogg. Ann. 72 p. 315, 1847; 75 p. 108, 1848; 76 p. 576, 1849; 77 p. 447, 1849; 78 p. 428, 1849; 110 p. 397, 1860; *Phil. Trans.* p. 570, 1858.

Faraday. Exper. Research. Ser. 22, 1848; 126, 1850; 30, 1855.

Knoblauch u. Tyndall. Pogg. Ann. 79 p. 233, 1850; 81 p. 481, 1850; *Phil. Mag.* (3) 36 p. 178, 1850.

Tyndall. *Phil. Mag.* (4) 2 p. 183, 1851; 10 p. 180, 1855; 11 p. 125, 1856; *Pogg. Ann.* 83 p. 384, 1851.

Rowland a. Jacques. Amer. J. of sc. (3) 18 p. 360, 1879.

Lutteroth. Wied. Ann. 66 p. 1081, 1898; *Diss.* Leipzig, 1898.

Voigt u. Kinoshita. *Annal. d. Phys.* (4) 24 p. 492, 1907; *Götting. Nachr.* p. 123, 1907.

Finke. *Annal. d. Phys.* (4) 31 p. 149, 1910; *Diss.* Göttingen, 1909.

P. Weiss (магнетит). *Journ. de Phys.* (3) 5 p. 435, 1896; *Thèse*, Paris, 1896; *Eclair. élect.* 7 p. 487, 1896; 8 p. 105, 1896.

P. Weiss (общая теория). *Journ. de Phys.* (4) 3 p. 194, 1904.

Quittner (магнетит). *Arch. sc. phys.* (4) 26 p. 358, 455, 585, 1908; *Annal. d. Phys.* (4) 30 p. 289, 1909; *Diss.* Zürich, 1908.

Westmann. Upsala Univ. Arsskr., 1896.

Streng. Neues Jahrb. der Mineral. 1 p. 197, 1882.

Abt. Wied. Ann. 45 p. 80, 1892; 52 p. 749, 1894; 57 p. 135, 1896; 68 p. 658, 1899.

P. Weiss (пирротин). C. R. 140 pp. 1532, 1587, 1905; 141 pp. 182, 245, 1905; *Journ. de Phys.* 4 pp. 469, 829, 1905; *Arch. sc. phys.* (4) 19 p. 537, 1905; 20 p. 213, 1905; *Phys. Ztschr.* 6 p. 779, 1905; 9 p. 358, 1908; *Verh. d. Ges. der Naturf. u. Aerzte, Meran, II* p. 37, 1905; *Zentralblatt f. Mineral.* p. 338, 1906; *Verh. d. d. Phys. Ges.* p. 325, 1905.

Weiss et Kunz. *Journ. de Phys.* 4 p. 847, 1905.

Weiss et Planer. *Journ. de Phys.* 7 p. 7, 1908 (см. p. 14).

К § 14.

J. J. Thomson. *Phil. Mag.* (6) 6 p. 673, 1903.

W. Voigt. *Annal. d. Phys.* (4) 9, 115, 1902; *Götting. Nachr.* p. 331, 1900; p. 169, 1901; p. 1, 1903; *Lehrbuch der Kristallphysik*, p. 502, 1910.

Sano. *Phys. Ztschr.* 4p. 8, 1902.

Wallerant. C. R. 133 p. 630, 1901; *Bull. Soc. mineral.* 24 p. 404, 1901.

Beckenkampf. *Ztschr. f. Kristallogr.* 36 p. 102, 1902.

Langevin. C. R. 139 p. 1204, 1904; *Annal. d. Chim. et Phys.* (8) 5 p. 70, 1905; *Journ. de Phys.* (4) 4 p. 678, 1905.

К § 15.

P. Weiss. *Journ. de Phys.* (4) 6 p. 661, 1907; (5) 1 pp. 900, 965, 1911; *Arch. sc. phys.* (4) 30 p. 304, 1910; 31 p. 401, 1911; 34 p. 197, 1912; 35 p. 406, 1913; 37 p. 105, 201, 1914; C. R. 144 p. 26, 1907; 145 p. 1417, 1907; 152 pp. 79, 187, 367, 688, 1911; 156 pp. 1674, 1836, 1913; 157 p. 1405, 1913; 158 p. 29, 1914; *Ann. de phys.* (9) 1 p. 134, 1914; *Le Radium* 7 p. 240, 1910; 8 p. 301, 1911; *Verhand. d. d. phys. Ges.* p. 718, 1911; *Phys. Ztschr.* 9 p. 358, 1908; 12 p. 935, 1911; *Jahrb. d. Radioakt.* 5 p. 212, 1908; *Rev. gen. d. sc.* 19 p. 99, 105, 1908; *Revue de Metallurgie* 6 p. 680, 1909.

Kunz. *Phys. Rev.* 30 p. 359, 1910; *Phys. Ztschr.* 13 p. 591, 1912.

Weiss et Bloch. C. R. 153 p. 914, 1911; *Les idées modernes sur la constit. de la matière*, p. 332, Paris, 1913.

Weiss et Beck. *Arch. sc. phys.* (4) 25 p. 529, 1908; *Journ. de Phys.* (4) 7 p. 249, 1908.

Weiss et Piccard. C. R. 155 p. 1234, 1912; 157 p. 916, 1913.

- Bloch.* Arch. sc. phys. (4) 32 p. 147, 1911; 33 p. 293, 1912.
Stifler. Phys. Rev. 33 p. 268, 1911.
R. H. Weber. Annal. der Phys. (4) 36 p. 624, 1911; Rostock, Sitzungsber. 1911.
Heydweiller. Verh. d. d. phys. Ges. p. 1063, 1911; p. 821, 1913.
R. Gans. Verh. d. d. phys. Ges. p. 367, 1912.
Honda. Phys. Ztschr. 11 p. 1078, 1910.
Oxley. Cambr. Proc. Phil. Soc. 16 p. 486, 1912.
Schroedinger. Wien. Ber. 121 p. 1305, 1912.
Wedekind u. Horst. Chem. Ber. 45 p. 262, 1912.
Эренфест. Ж. П. Ф.-Х. Общ. 42 II p. 126, 1911.
Weiss et Foix. Journ. de Phys. (5) 1 p. 274, 744, 805, 1911; Arch. sc. phys. (4).
Г-юса F. Feytis. C. R. 152 p. 708, 1911.
Langevin. Rapports Solvay, p. 393, Paris, 1912.
Cabrera et Moles. Arch. sc. phys. (4) 35 p. 425, 1913; 36 p. 502, 1913; 37 p. 324, 1914; 40 p. 284, 1915.
Weiss и Freicamp. Versl. K. Ak. v. Wet. 24 p. 318, 1915.
Weiss и Bruins. ersl. K. Ak. v. Wet. 24 p. 310, 1915.
Weiss, Piccard и Carrara. Arch. sc. phys. (4) 42 p. 378, 1916.
Weiss (обзор). См. Физ. Обзор. 1917 p. 49.
Piccard u. Cherbulliez. Arch. sc. phys. (4) 42 p. 324, 1916.
Renker. Arch. sc. phys. (4) 35 p. 410, 1913.
Webster. Phys. Rev. (2) 9 p. 484, 1917.
Person. Smithson. Miscell. Nov. 1915.
Piccard. Arch. sc. phys. (4) 35 p. 458 (см. p. 482), 1913.
Foix. C. R. 175 p. 145, 1913; Arch. sc. phys. (3) 35 p. 409, 1913.
Vallauri. Phys. Ztschr. 14 p. 118, 1913.
Oosterhuis. Comm. Leyden, suppl. 31, 1913.
Keesom. Comm. Leyden, suppl. 32, 1913; Phys. Ztschr. 15 pp. 8, 86, 1914.
Аркадьев. Ж. П. Ф.-Х. Общ. 44 p. 312, 1913; Phys. Ztschr. 14 p. 928, 1913.
H. A. Lorentz. Arch. Mus. Teyl. (3) 1 p. 75, 1913.
Ashworth. Phil. Mag. (6) 30 p. 711, 1915.
Kroo. Verh. d. d. phys. Ges. 1915 p. 452.
Kunz. Phys. Rev. (2) 6 p. 113, 1915; Arch. sc. phys. (4) 39 p. 488, 1915.
Gans. Annal. der Phys. (4) 49 p. 147, 1916; 50 p. 163, 1916.
Weysenhoff. Annal. der Phys. 51 p. 285, 1916.

К § 16.

- Maxwell.* Electr. and Magnetism § 575.
Лебедев. Ж. П. Ф.-Х. О. 1911 p. 484; Annal. der Phys. (4) 39 p. 840, 1912.
De Haas. De Haas-Lorentz. Versl. K. Ak. v. Wet. 24 p. 398, 1915.
Barnett. Phys. Rev. (2) 6 p. 171, 239, 1915.
Richardson. Phys. Rev. 26 p. 248, 1908.
Einstein, de Haas. Verh. d. d. phys. Ges. 1915 p. 152, 203.
Einstein. Verh. d. d. phys. Ges. 1916 p. 173.
De Haas. Versl. K. Akad. v. Wet. 24 p. 638, 1915.
Korn. Phys. Ztschr. 1916 p. 112.
Schuster. Proc. Phys. Sc. 24 p. 121, 1912.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ.

- Абсолютная величина электрона 51, — электростатическая единица потенциала 74.
Абсолютное определение емкостей 296.
Абсолютный электрометр. См. электрометр.
Абсолютные электростатические и электромагн. единицы 31.
Аккумуляторы 598.
Аксиальное положение 755.
Actio in distans 5, 7, 21.
Антиэлектромагнитные явления 221.
Ампер 437.
Аналогический полюс 215.
Анафоров 512.
Анизотропный диэлектрик 262.
Анионы 137, 139, 515.
Анод 515.
Аномальное намагничение 737.
Анталогический полюс 215.
Антиконтактная теория 186.
Апериодическое движение 428.
Астатическая система магнитных стрелок 764.
Атмосферное электричество. См. земное электричество.
Атом электричества. См. электрон.
Баллистический метод 729, 764.
Баллоэлектрические заряды 209.
Батарея элементов 149, 451.
Бинарный электрометр. См. электрометр.
Бинарный электролит 569.
Ватт 75, 274, 445, 504.
Весовой электрометр. [См. электрометр.
Взаимодействие магнитов 654, — магнитов и токов 661, — наэлектризованных проводников 251, — токов 678, — элементов двух токов 684.
Вибрационный электрометр. См. электрометр.
Вихревое пространство 361, 469.
Влияние механич. воздействий на магнит 419, — температуры на магнит 420.
Влияние электрич. поля на оптические свойства тел 245, 262, — — — — температуру 245, — — — — упругость и внутренн. трение 245.
Водяной коллектор 334.
Вольт 74, 80, 274, 443.
Вольт-ампер 504.
Вольт-кулон 75, 274.
Вольтметр 575.
Вольт-сантиметр 158.
Вольтов столб 197.
Вращение токов и магнитов 672.
Временный магнетизм 384.
Временные магниты. См. электромагниты.
Выпрямители 528.
Вязкий гистерезис 268.
Газовые элементы 203.
Гальванический ток 433, — элемент 145, 432, 588.
Гальванопластика 532.
Гальваностегия 532.
Гармоническое колебательное движение 422.
Гаусс (единица напряжения поля) 408.
Гауссовы положения 658.
Гемиморфизм 215.
Гидроэлектрический ток 433.
Гидроэлектрический элемент. См. гальванический элемент.
Гипотеза вращающихся молекулярных магнитов 383, — Lippmann'a (теория электрокапиллярн. явлений) 173, — Максвелла (поток индукции) 36.
Гистерезис. См. магнитный гистерезис.
Гравитационный элемент 224, 606.
Градиент потенциала 135.
Грамм-молекула 135.
Грамм-эквивалент 136, 516.

- Даниэля элемент. См. элемент Даниэля.
 Движение взвешенных частиц 512, — ионов 159.
 Двойной магнитный слой. См. магнитный листок, — мост Витстона 461, — электрический слой 79, 168, 581.
 Деполяризация электродов 584.
 Детерминанты тона 687.
 Деформации эфира 18, — магнита 488.
 Джулева теплота 504.
 Джуль 75, 445, 504.
 Диамагнитная полярность 756.
 Диамагнитные тела 359, 754, 759.
 Диаметральный кондуктор 230.
 Динамическое равновесие 437, — состояние в цепи 434.
 Директриса замкнутого тока 687.
 Диссоциирующая способность жидкости 322.
 Дифференциальный способ определения магнитной восприимчивости 764.
 Диэлектрики 21, — изотропные 262, — анизотропные 262.
 Диэлектрическая постоянная 30, 61.
 Диэлектрическое сопротивление среды 78, — — трубки 78.
 Дуалистические теории 17.
 Дуговые лампы 507.
 Дубликаторы 225.
 Единица Сименса 534, — сопротивления 444.
 Единицы магнитных величин 408, — емкости 80, — проводимости электролитов 534, — тока 438.
 Емкость конденсатора 89, 91, — поляризации 584, — проводника, 80, 274, — кругового цилиндра 82, — тонкой пластинки 82, — шара 81, — эллипсоида вращения 82.
 Естественные магниты 410.
 Железо активное 586, — пассивное 586, — электролитическое 739.
 Закаленная сталь 412.
 Закон Авогардуса 629, — Авогадро 136, — Био и Савара 475, 661, — Weber'a 31, — Вольта 143, — Джуля и Ленца 503, — Кирхгофа 454, — Кулона 29, 47, 245, 654, — Kohlrausch'a 556, — Magnus'a 620, — Ома 446, — преломления линий тока 466, — Фарадея 516.
 Законы дифференциальные 31, 498, — интегральные 31, 498, — точечные 31, 497.
 Затухающие колебания магнита 426.
 Звучание проволок 505, — стержней 725.
 Земное электричество 330, 342.
 Земной магнетизм 356.
 Земные токи 342.
 Идеальный диэлектрик 255.
 Измерение диэлектрич. постоянной твердых тел 297, — — жидких тел 309.
 Изогидрические растворы 541.
 Изоляторы 22, 28, 130, 208.
 Изомерные анионы 562.
 Изотермическое сжатие элемента 156, 606.
 Изотропный диэлектрик 262.
 Imponderabilia 5.
 Инверсионная температура 628.
 Индуктивная способность анизотропных тел 307.
 Индуктивная способность диэлектриков. См. диэлектрич. постоянная.
 Индукция в данной точке диэлектрика 45.
 Ионизаторы воздуха 349.
 Ионизация воздуха 322, 348.
 Ионы 51, 135, 137, 515, 573.
 Искра 57.
 Искусственные магниты 411.
 Кадмиевый элемент 595.
 Калорический гистерезис 783.
 Капельный электрод 174.
 Капиллярный ток 512, — электрометр. См. электрометр.
 Катафорез 512.
 Катионы 137, 139, 515.
 Катодные лучи 225.
 Катод 515.
 Катушка Rhumkorff'a 716.
 Квадрантный электрометр. См. электрометр.
 Колебания магнита 422.
 Колесо Barlow'a 671.
 Кольцевой электромагнит 717.
 Конвекционные токи 585.
 Конвекция 130.
 Конденсатор 87, — воздушный 290, — слюдяной 290, — плоский 89, 93, 181, — ротационный 290, — цилиндрический 99, — шаровой 97.
 Кондуктор 225.
 Контактная теория 180.
 Концентрация растворов 535.
 Концентрационные элементы 145, 196, 607.
 Кохерер 342.
 Коэрцитивная сила 737.
 Коэрцитивное напряжение 411.
 Коэффициент диффузии 162, 534.
 Коэффициент взаимной индукции двух токов 496, — — — контуров двух листов 410, — полезного действия

- аккумулятора 602, — размагничивания 406, — самоиндукции тока 497, — утечки 712, — электрич. уругости диэлектрика 50.
 Кулон 32, 80, 273.
 Крутильные весы. См. унифиляр.
 Кручение стального магнита 419.
 Лампочки накаливания 507.
 Лейденская банка 104.
 Лемнискаты 467.
 Линия безразличия 355.
 Линии натяжения 18, — сил магнитного поля 360, — сил электрического поля 15, — — — тока 435.
 Лихтенберговы фигуры 208.
 Логарифмический декремент 426.
 Лучи Рентгена 225.
 Магазины емкости 289.
 Магнетизм анизотропных тел 776.
 Магнетит 779.
 Магнетон 385, 789.
 Магнетохимия 776.
 Магнитная восприимчивость 359, 368, 704, — индукция 705, — проницаемость 358, 368, — стрелка 354.
 Магнитная тень 712.
 Магнитный экран 712.
 Магнитная цепь 720.
 Магнитное наклонение 356, — насыщение 713, — поле электрического тока 469, — — катушки 666, — склонение 356, — сопротивление 372, 410.
 Магнитные весы 732, — полюсы 354, 389, — силы 354.
 Магнитный гистерезис 723, 737, — листок 357, 373, 399, 410, 470, — меридиан 356, — момент 368, 386, 390, 409, — перешеек 730, — потенциал 360, 390, 409, — соленоид 403, — спектр 369.
 Магнитодвижущая сила 372, 409.
 Магнитометр 727.
 Магнитостатическое поле. См. постоянное магнитное поле.
 Магнитострикция 722.
 Магниты 3, 355, 383.
 Максимум поляризации для различн. электродов 579.
 Механизм намагничивания 383.
 Механическая деформация электрода 592.
 Микрокулон 32, 273.
 Микрофарада 81, 275, 289.
 Молекулярная проводимость 536, — теория магнетизма 785.
 Молекулярный вес 135, 515.
 Молнии 341.
 Мост Витстона 294, 458.
 Мост Томсона. См. двойной мост Витстона.
 Нагревание диэлектриков при поляризации 267.
 Намагничивание шара 394, — соленоидальное и слоистое 404, 705, — стали 412.
 Направление электрического градиента в атмосфере 339.
 Напряжение электрического поля 16, 41, 273, — магнитного поля 362, 408.
 Натяжение трубки. См. трубки натяжения.
 Нейтральная точка (термоэлектрич.) 628, 639.
 Нейтральный слой (при электролизе) 555.
 Неполяризующиеся электроды 167, 578.
 Нормальный раствор 535, — электрод 195, — элемент 593.
 Обратимый элемент 150.
 Объемная плотность магнетизма 363, 402, — электричества 25, 40.
 Огни св. Эльма 340.
 Однонитные крутильные весы. См. унифиляр.
 Окклюзия 584.
 Ом 444.
 Органические анионы 562, — катионы 562.
 Ортогональные траектории 72, 371.
 Осмотическая теория элемента 158.
 Остаточное намагничивание 736.
 Остаточный заряд 245, 251, 253, — магнетизм 384, 713, — ток 581, 584.
 Ось магнита 355.
 Охранное кольцо (в конденсаторе) 95, 283.
 Очистка металлов 532.
 Парамагнитные тела 539, 754.
 Переменное магнитное поле 12.
 Пермеаметр 732.
 Пироэлектричество 215.
 Пиззоэлектричество 219, 260.
 Плоский конденсатор. См. конденсатор.
 Поверхностное натяжение 41, 274.
 Поверхностная плотность магнитных масс 362, — — свободного магнетизма 406 — — электричества 24, 32.
 Подъемная сила магнитов 418, — — электромагнитов 719.
 Полюсы (электрические) 198.
 Полукольцевой электромагнит 717.
 Поляризация. См. электролитическая поляризация, — диэлектриков 24, 59, 245, 251, 274.
 Поляризационный элемент (аккумулятор) 577.

- Пондеромоторные действия магнитного поля 653, — силы 111, 126, 245, 356.
- Портативный электрометр. См. электрометр.
- Постоянное магнитное поле 12, 225, 354. — электрическое поле 13.
- Постоянные магниты 355.
- Потенциал. См. электрический потенциал — атома 566, — двух токов друг на друга 694.
- Потенциальная функция 69, — энергия двух магнитных листов 400, — энергия двух токов 496, — энергия магнитного листка 398, — энергия магнитных масс 370, 374.
- Поток электрической индукции 33, 42, 273, — магнитной индукции 362, 365, 409.
- Поток сил. См. силовой поток.
- Правило Ампера 381, 436, — Томсона 153.
- Предельная эквивалентная электропроводность 540.
- Пробивание твердых диэлектриков 261.
- Пробный шарик 111.
- Проводимость электролитов 532.
- Проводники 21.
- Простое разветвление тока 455.
- Работа магнитных сил 377.
- Радиоактивность 4.
- Разлагающая сила (электролиз) 582.
- Разветвление тока 453.
- Разомкнутая цепь 143, 144.
- Разрядная цепь 108.
- Разрядник 105.
- Распределение электричества на поверхности проводников (круговой цилиндр, шар, эллипсоид и др.) 110, 112, — на системе проводников 121, — свободного магнетизма 413, 657.
- Рассеяние электричества 130.
- Реакция экзотермическая 151.
- Рекалесценция 748.
- Рентгеновы лучи. См. лучи Рентгена.
- Репленишер 235, 278.
- Рентгивность стали 411.
- Ряд вольта 144, 183, 621, — Seebeck'a 183, — Pfaff'a 183, — Péclet 183, — Auerbach'a 183, — Hankel'я 621, — Thomson'a 621.
- Свободная энергия 154.
- Свободный магнетизм 358, 360, 402.
- Свойство сплавов 623.
- Северный магнитный полюс. См. магнитн. полюсы.
- Серебряный вольтметр 520.
- Сеть проводников 453.
- Сила света 508.
- Силовой поток 33, 362, 409.
- Сильномагнитные тела. См. ферромагнитные тела.
- Сименсова теплота 255.
- Синус-электрометр. См. электрометр.
- Скрытая теплота электрической диссоциации 570.
- Слабомагнитные тела 704, 765.
- Сложное разветвление тока 457.
- Соединение двух элементов параллельно 462, — — — последовательно 462, — конденсаторов 102, — проводника с землей 22, 76, 187.
- Соленоид 357.
- Соприкосновение разнородных тел 141.
- Сотрясение стальных магнитов 419, — электродов 581.
- Сравнение емкостей 291.
- Средняя плотность электричества 24.
- Статическое электрическое состояние 434.
- Стенолиз 531.
- Степень намагничения 368.
- Струнный электрометр. См. электрометр.
- Сухие столбы 198.
- Сферический электрометр. См. электрометр.
- Теллурические токи. См. земные токи.
- Температура в термоэлектрич. явлениях 627.
- Теорема Фарадея (электрост. индукция) 53, — Стокса 374.
- Теория гидроэлектрич. элемента 602, — магнетизма 696, — магнетизма (молекулярная) 785, — магнетона 789, — магнитной индукции 705, — термоэлектрических явлений 644, — электролиза 547, 563.
- Тепловой эффект 609.
- Тепловые явления в цепи 502.
- Теплота Пельтье 157.
- Термодинамика 152, 645.
- Термоэлектрич. батарея 635, — способность металлов 632.
- Термоэлектрический гистерезис 625, 632, — столбик 635, — элемент 620.
- Термоэлектрические токи 619.
- Термоэлектричество 214, 618, — в жидкостях 635.
- Ток насыщения 522, — поляризационный 577.
- Токи в тонких пластинках 464.
- Томсон-эффект 619.
- Тор 711.
- Трение металлов 207.

- Трибоэлектрический ряд 206.
Трибоэлектричество 205.
Трубка индукции 42, — сил 16.
Трубки натяжения 18, 48.
Турмалин 218.
Угольная нить 507.
Удельная проводимость 439, — теплота электричества 643, 647.
Удельное сопротивление 439.
Униполярная проводимость 527.
Униполярные явления 672.
Унитарные теории 17.
Унифиляр 247, 276.
Уравнение Lippmann'a и Helmholtz'a 173, — Максвелла 474.
Успокоитель 425.
Фарада 81, 275, 445.
Ферромагнитные минералы 754, — порошки 749, — сплавы 752, — тела 704.
Форма капиллярной кривой 177.
Формула Авенариуса 629, — Ампера 685, 693, — Гаусса 36, — Гельмгольца 153, 685, — Green'a 39, — Laplace'a 38, — Poisson'a 38.
Фотоэлектрические элементы 597, — явления 21.
Франклин (единица) 32.
Химические реакции в аккумуляторе 601.
Химическая теория электризации 184.
Химические явления внутри цепи 515.
Цепкость ионов 582.
Числа переноса ионов 550.
Число линий сил 44, 365, — трубок индукции 45.
Шаровой конденсатор. См. конденсатор.
Шприц-коллектор 334.
Шуэйт 456.
Эквивалентная концентрация 535, — проводимость 536.
Эквивалентное перемещение масс 125.
Эквивалентность групп атомов 135, 515, — иона 138, — магнитов и токов 357.
Эквивалентный вес 135, 515.
Эквипотенциальные поверхности 471.
Электризация при кристаллизации 212, — — лучистой энергии 220, — — переходе тел из одного состояния в другое 212, — — пульверизации жидкостей 209, — — скоблении и разламывании 211, — — соприкосновении двух электролитов 199, — — соприкосновении двух металлов 180, — — соприкосновении электролитов с проводником 192, — — течения жидкостей через пористые перегородки 221, — трении газов и паров 210, — — ускорении и центробежной силе 224, — — химических реакциях 213.
Электрическая восприимчивость диэлектриков 60, 65, — проницаемость 61, 65, 78, — тень 53, 65, — — единицы объема 86, — конденсатора 105, — — поля 87, — — проводника 83, — — разряда 107, — энергия батареи 106.
Электрический дихроизм 276, — момент 274, — потенциал 6, 65, 274, — разряд в атмосфере 712, — термометр 108, — экран 53, — эндосмос 508.
Электрические лучи 3,304, — машины (Goerler'a, Гольца, Шведова и др.) 225.
Электрическое поле 15, — равновесие 23, — смещение 274, — сопротивление твердых тел 513.
Электричество животных и растений 224.
Электрограф 334.
Электродвижущая сила между электродом и раствором солей 163, — — концентрационного элемента 165, — — при соприкосновении разнородн. тел 141, 431, — — цепи 142, — — элемента 149.
Электродензиметр 288.
Электродинамическая катушка 487.
Электродинамический соленоид 485, 669.
Электродинамометр 699.
Электроды 149, 515.
Електроемкость проводника 80, 274.
Электрокапиллярные явления 169, 172, 175.
Электролиз 8, 515, 547, — воды 523, — двойных солей 529, — железного купороса 526, — медного купороса 526, — кварца 522, — кислот 526, — расплавленных электролитов 517, 524, — смесей 530, — стекла 521.
Электролитическая диссоциация 563, 585, — поляризация 167, 575.
Электролиты 3, 135, 141, 515.
Электромагнитная единица силы тока 470, 476, — масса 141, — система единиц 31, 362, 408, 443, — теория света 7.
Электромагниты 355, 714.
Электрометаллургия 532.
Электрометр абсолютный 283, — бинантный 282, — весовой 287, — вибрационный 288, — капиллярный 169, — квадратный 26, 275, 279, — синус 287, — струнный 288, — сферический 287.
Электромоторные силы 258.
Электронная теория 9, 187.
Электронные потоки 140.
Электроны 51, 138.

- Электропроводность двойных солей 546, — неводных растворов 545, — расплавленных солей 541, — слабых растворов 537, — смесей 541, — солей 541, 543, — чистой воды 541.
- Электростатика 110.
- Электростатическая индукция 51, 61, 116, 245, — — на изолированном шаре 117, — — на плоской пластинке 118, — — в диэлектрике 121, — система единиц 31, 272.
- Электростатический вольтметр 288.
- Электроскоп 25, — с конденсатором 90.
- Электрострикция 245, 258, 260.
- Электрофор 226.
- Электрофорные машины 225.
- Электрофорез 512.
- Электрохимический эквивалент 152, 158, 518, — — водорода 520, — — серебра 519.
- Элемент Бунзена 591, — Warren'a 591 592, — Грэнэ 592, — Грове 591, — Даниэля 146, 589, — Lalande'a и Charcot'a 591, — Лекланше 590.
- Элементарный заряд 138.
- Эллипсоид намагничения 784.
- Энергия магнита 396.
- Эталоны емкости 289, — электродвижущей силы 593.
- Южный магнитный полюс. См. магнитные полюсы.
- Явление Кегг'a 262, — Пельтье 156, 619, 635, — Томсона 619, 640.
- Якорь магнита 411.

УКАЗАТЕЛЬ РУССКИХ АВТОРОВ.

- Авенариус.** Формула Авенариуса 629.
- Аркадьев.** Теория магнитн. индукции 708, намагничив. в переменном магнитн. поле 740, теория магнетизма 795.
- Байков.** Влияние темпер. на намагничивание 749.
- Бахметьев.** Термоэлектрич. ряд 621, 622, влияние механич. воздействий в термоэлектрич. ряду 625, термоэлектрич. гистерезис 632, магнитострикция 725.
- Бирон.** Осмотическая теория Нернста 167.
- Бобылев Д. К.** Распред. электричества на двух шарах 121, взаимодействие элементов тока 694.
- Богданов.** Явление разряда в атмосфере 341.
- Богородский.** Получение металлов при электролизе солей 525, электропроводность расплавл. солей 541, теория электролиза 574.
- Богуславский.** Теория пироэлектрич. явления 217, 218, теория диэлектриков 318.
- Бодореу.** Измер. диэлектрич. постоянной газов 314, 320.
- Боргман И. И.** Влияние диэлектрика на емкость конденсатора 92, сравнение емкостей 295, измер. диэлектрич. постоянной жидкости 311, разветвление тока 455, термоэлектрические токи 627, работа при намагничивании 744, исследование пара- и диамагнитн. тел 764, исслед. слабомагн. тел 772.
- Булгаков.** Теория магнитн. индукции 711.
- Булгаков и Смирнов.** Абсолютн. опред. емкостей 297.
- Буркснер и Танатар.** См. Танатар и Буркснер.
- Вальден.** Измер. диэлектрич. постоянн. растворов солей 323, электропроводность неводных растворов 545, электролитическая диссоциация растворов 571, 572.
- Вальден и Центнершвер.** Электропроводн. растворов солей 543.
- Винвер.** Измер. диэлектрич. постоянной тверд тел 315.
- Гарднер и Герасимов.** Растворимость солей слабых кислот 546.
- Гезехус Н. А.** Осмотич. теория Нернста 166, расположение металлов в ряду Вольта 183, электронная теория 186, 211, измер. величины электродвиж. силы 190, электризация при трении 206, 211, явление разряда в атмосфере 341.
- Георгиевский.** Электризация при трении 206.
- Голов.** Явление разряда в атмосфере 341.
- Гольдман.** Теория фотоэлектрич. элементов 598.
- Гринбаум и Саханов.** См. Саханов и Гринбаум.
- Де-Метц.** Явление Кегг'a 264, термоэлектрич. ток при низких температ. 631, взаимодействие магнитов 655.
- Добиащ А. А.** Электрофорез 512, выпрямители и электроосмот. теория 528.

- Добросердов.** Измер. диэлектрич. постоянной 322, 323.
- Дорошевский и Дворжанчик.** Электропровод. смесей 541, 544.
- Дорошевский и Фридман.** Электропроводн. смесей кислот 541.
- Ефимов А. П.** Исслед. пара- и диамагнит. тел 765, иссл. слабомагн. тел 774.
- Жуков.** Исслед. слабомагн. тел 771.
- Зилов П. А.** Измер. диэлектрич. постоянн. жидк. тел 309, — исслед. пара- и диамагнитн. тел 764, 767, исслед. слабомагн. тел 772.
- Зелинский и Крапивин.** Электропровод. электролитов в разн. растворит. 542.
- Иванов М.** Исслед. свойств норм. элемента 595.
- Каблуков.** Электропроводн. электролитов в разн. растворителях 543, 544.
- Кандидов.** Электрокапиллярн. явления 172, 177.
- Каневский.** Исслед. концентрационн. элементов 166.
- Карпова.** Работа при намагничив. 743.
- Кистяковский.** Электролиз двойных солей 530, электропроводность растворов электролитов 546, числа переноса (прибор) 563, активн. и пассивн. железо 588, теория концентрационн. элемента 608.
- Клоссовский.** Атмосферн. электричество 331.
- Косоногов.** Диэлектрич. постоянн. тверд. тел 298, жидк. тел 312.
- Кобылин и Терешин.** Ферромагн. свойства порошков 750.
- Колли.** Электризация при ускорении и центробежн. силе 244, исслед. емкости вольтамметра 583, теория гравитационн. элемента 607.
- Кольбе.** Электроскоп 26.
- Коновалов Д.** Теория электролиза 574.
- Косоногов.** Диэлектрич. постоянн. тверд. тел 298, — жидк. тел 312.
- Ладыгин.** Лампочка накаливания 507.
- Лебедев П. Н.** Измер. диэлектрич. постоянн. паров 313, намагничиванье при вращении 797.
- Ленц Р. Э.** Проводимость и вязкость электролитов 533, 534, проводимость растворим. солей в алкоголях 544, число переноса (прибор) 562.
- Ленц Э.** Теплов. явления в цепи (закон) 503, электролиз солей кадмия 530, электролит. поляризация 578, явление Пельтье 638.
- Ленц Э. и Савельев.** Электролитич. поляризация 581.
- Ленц и Якоби.** Свойства электромагнитов 718.
- Леонтович.** Капиллярн. электрометр 171.
- Менделеев.** Теория электролиза 574.
- Миткевич.** Электроосмотическая теория 529.
- Нижибицкий.** Активн. и пассивн. железо 587.
- Николаев В. В.** Взаимодействие магнитов и токов (приборы) 676.
- Оболенский.** Атмосферн. электричество 331.
- Пашков и Хрущов.** См. Хрущов и Пашков
- Петрова М. Д.** Измер. диэлектрич. постоянн. жидкости 311, 312.
- Петрушевский.** Определ. полюсов магнита 418.
- Плотников.** Электропроводн. электролитов в разн. растворителях 543, 545.
- Попов А. С.** Явление разряда в атмосфере 342.
- Порт.** Измер. диэлектрич. постоянн. газов 314.
- Рейсс.** Электрич. эндосмос 508, 512.
- Розинг.** Соприкоснов. одинаковых металлов при разн. температ. 626, пара- и диамагнетизм 758.
- Рубан.** Выпрямитель 528.
- Савинов.** Электролитич. поляризация 579.
- Савельев и Ленц Э.** См. Ленц Э. и Савельев.
- Саханов.** Электропроводн. растворов электролитов 572.
- Саханов и Гринбаум.** Числа переноса ионов 573.
- Серков С. В.** Электропроводн. растворов электролитов 572.
- Ситников.** Формула Гельмгольца 154.
- Ситников и Хрущов.** Теория гидроэлектрич. элементов 605.
- Скобельцын и Цинзерлинг.** Явление Пельтье 639.
- Слугинов.** Разветвление тока 455.
- Смирнов Д.** Шприц-коллектор 334, явление разряда в атмосфере 341.
- Смирнов и Булгаков.** См. Булгаков и Смирнов.
- Соколов.** Измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 302, законы электролиза 518, исслед. емкости конденсатора 583, 584, теория гидроэлектрич. элемента 609.
- Сперанский.** Электролиз стекла 522.
- Станевич Л.** Нагревание электр. проводов 506.
- Станкевич.** Измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 301.

- Столетов.** Баллистический метод 729.
- Танатар и Буркнер.** Химич. реакции как источн. электризации 213.
- Тершин С. Я.** Измер. диэлектрич. постоянн. жидк. тел 309, 310, 321, связь между плотностью и проводимостью растворов 572.
- Тершин и Кобылин.** См. Кобылин и Тершин.
- Тимофеев.** Изотермическ. сжатие элемента 156, 606.
- Тюрин.** Теория концентрационн. элементов 166.
- Ульянин.** Измер. величины электродвиж. силы 189.
- Флавицкий.** Теория электролиза 574.
- Френкель Я. И.** Электронная теория 187, 210.
- Фридман и Дорошевский.** См. Дорошевский и Фридман.
- Хотинский.** Аккумулятор 600.
- Хрущев.** Формула Гельмгольца 154, теория электролиза 574.
- Хрущев и Пашков.** Электропроводн. смесей 541.
- Хрущев и Ситников.** Теория гидроэлектрич. элементов 605.
- Центнершвер.** Измер. диэлектрич. постоянной 322, электропроводность растворов солей 543, электролитическая диссоциация твердых растворов 571.
- Центнершвер и Вальден.** См. Вальден и Центнершвер.
- Цетлин.** Соединение элементов 452.
- Цинзерлинг и Скобельцын.** См. Скобельцын и Цинзерлинг.
- Шалошников.** Электролиз кварца 522.
- Шведов Ф. Н.** Тепловое действие разряда 110, электрофорная машина 226, 231, двигатель 749.
- Шиллер Н. Н.** Сравнение емкостей 296, измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 304, 315.
- Щегляев.** Измер. диэлектр. постоянн. тверд. тел 301, 302, — — жидкостей 309.
- Эсмарх.** Магнитн. экраны 713.
- Яблочков.** Элемент 592.
- Янек.** Электрич. эндосмос 512.
- Якоби.** Гальванопластика 532.
- Якоби и Ленц.** См. Ленц и Якоби.

УКАЗАТЕЛЬ ИНОСТРАННЫХ АВТОРОВ.

- Abeeg.** Диэлектрич. постоянн. жидкостей 317.
- Abeeg and Steele.** Теория электролиза 574.
- Abraham.** Теория электронн. потоков 141.
- Abraham and Lemoine.** Явление Kerr'a 266.
- Abraham and Chassagny.** См. Chassagny и Abraham.
- Abt.** Термоэлектричество 630.
- Askermann.** Пироэлектрич. постоянн. 218.
- Aepinus.** Пироэлектричество 215.
- Agricola.** Термоэлектричество 625.
- Albert and Chamie.** См. Chamie и Albert.
- Ampère.** Теория 357, 384, правило Ампера 436, 661, теория электролиза 548, взаимод. элементов двух токов 688.
- Anderson and Keane.** Остаточный заряд 256.
- Angot.** Определ. емкостей 291.
- Angström.** Магнитн. гистерезис 739.
- Armstrong.** Электриз. при трении газов и паров 210.
- Arndt.** Измер. диэлектрич. постоянн. твердых тел 307.
- Arno.** Нагрев. диэлектриков при поляризации 268.
- Arons.** Остаточн. заряд 256.
- Arons and Cohn.** См. Cohn и Arons.
- Arrhenius.** Антиконтрактн. теория 186, теория земн. электрич. 345, электропроводн. раствор. 538, электропроводн. смесей 541, теория электролиза 565, 568, 570.
- Aschworth.** Влияние темпер. на магниты 421, движение взвешенн. частиц 512, молекулярн. теория магнетизма 796.
- Auerbach.** Ряд Ауэрбаха 183, влияние темпер. на намагнич. 747.
- Auer and Welsbach.** Исслед. слабомагнитн. тел 775.
- Austin.** Магнитострикция 753.
- Ayrton and Perry.** Измер. велич. электродв. силы 189, электризация диэлектриков при соприкоснов. 192, соприкоснов. жидкостей с металлами 193, диэлектрич. постоянн. газов 313.
- Baedecker.** Диэлектрич. постоянн. газов 314.
- Bagard.** Томсон-эффект 644.
- Bancroft.** Прилож. формулы Nernst'a и Helmholtz'a к теории концентрацион.

- элементов 166, — теория электролиза 574.
- Vandrowski.** Электривация при кристаллизации 212.
- Barbieri.** Удлинение проволоки при прохожд. тока 506.
- Barlow.** Колесо Barlow'a 671.
- Barnes и Callendar.** См. Callendar и Barnes.
- Barnett.** Намагничив. и вращательн. движение 797.
- Barret.** Термоэлектричество 631, 632, рекалесценция 748.
- Barus.** Термоэлектричество 625.
- Barus и Strouhal.** Изготовл. магнитов 412.
- Baur.** Измер. магнитн. свойств. 735.
- Bausenwein.** Явление Пельтье 639.
- Battelli.** Термоэлектричество 631, Томсон-эффект 643.
- Bavink.** Магнетизм анизотропн. тел 778.
- Beaulard.** Нагрев. диэлектр. при нагревании 268.
- Beck.** Явление Пельтье 640.
- Becker.** Электривация при пульвериз. жидкостей 209.
- Becquerel.** Проверка закона Джюля и Ленца 503, электрический эндосмос 508, электропроводн. чист. воды 542, фотоэлектр. элем. 597, теория гидроэлектрич. элем. 603, термоэлектрич. 620, 628, ферромагнитн. свойства минералов 754, пара- и диамагнетизм 755, 761, 764.
- Beggerow.** Причины электрив. атмосферы 345.
- Beetz.** Исслед. газов. элемента 204, электролиз подкислени. воды 526, электролитическ. поляризация 580, 581.
- Behn и Kiebitz.** Диэлектрич. постоянн. тверд. и жидк. тел 317.
- Behnsen.** Исслед. слабомагн. тел 771.
- Behrens.** Сухой столб 199.
- Bellati и Naccari.** См. Naccari и Bellati.
- Belli и Hopkinson.** Остаточный заряд 254.
- Benedicks.** Термоэлектричество 626.
- Benoist.** „Франклин“ 32, электродензиметр 288.
- Benndorf.** Регистр. квадрантн. электрометр 336.
- Bennet.** Применение пламени (атмосф. электр.) 334.
- Berg.** Томсон-эффект 644.
- Bergholm.** Выпрямитель 529.
- Bernolák.** Электривация жидкостей при вытекании 210.
- Bernoulli.** Термоэлектричество 623.
- Berson.** Влиян. механич. воздействий на магниты 419.
- Berzelius.** Теория электролиза 548.
- Beutner.** Сухой столб 199.
- Bezold.** Остаточн. заряд 254.
- Bichat и Blondlot.** Электривация при соприкосн. электродов 201, электрив. при течении жидк. 223, абсолютн. электрометр 287.
- Bidwell.** Влияние магнитн. поля на объём 725.
- Biot.** Плотность свободн. магнетизма (формула) 414.
- Biot и Savart.** Закон 475, 661, взаимод. магнитов и токов 665.
- Black.** Теория земн. электрич. 345.
- Blavier.** Теплов. действие разряда 110.
- Blockrode.** Электрив. машина 235, электропровода. безводн. кисл. 542, термоэлектрич. 636.
- Blondlot.** Измер. диэлектр. постоянн. тверд. тел 306, влияние тока на размеры проводн. 513, электролитич. поляризация 584.
- Blondlot и Curie.** Электрометр 282.
- Bossaga и Pandolfi.** Диэлектрич. постоянн. смесей 321.
- Boerema и Haga.** См. Haga и Boerema.
- Boernstern.** Измерение электр. градиента атмосф. 340.
- Boettger.** Растворимость плохо провод. веществ 546.
- Bogdan.** Теория электролиза 554.
- Böhi.** Измер. потенц. электролита 194.
- Boltzmann.** Диэлектрич. постоянн. тверд. тел 299, 303, 307, диэлектрич. постоянн. газов 313, исслед. пара- и диамагнитн. тел 762.
- Borelius.** Измер. потенциала электролита 194.
- Bottomley.** Химическая теория 185.
- Bouchet.** Электрострикция 260.
- Bouty.** Диэлектрич. постоянн. раствор. солей 324, давление при электролизе 531, проводимость электролитов 533, термоэлектричество 636, явление Пельтье 640, измер. магн. свойств 737.
- Bose.** Исслед. газов. элементов 204, электролиз в накаленн. окислах 522, электролитич. поляризация 583.
- Braun.** Явление стенолиза 531, теория гидроэлектр. элемент. 603, термоэлектричество 623.
- Braun и Hartmann.** См. Hartmann и Braun.
- Bredig.** Атмосферн. электрич. 530, теор. электролиза 562.
- Brentano.** Остаточный заряд 254, 257.
- Brewster.** Электромагнит 715.

- Brillouin.** Теория электролиза 575.
- Brogie.** Электриз. при пульверизации жидкостей 210.
- Brunhes и Guyot.** Формула Nernst'a 165.
- Bruniewski.** Формула Helmholtz'a 154, термоэлектричество 623.
- Brown.** Химическ. теория 185, измер. велич. электродв. силы 191.
- Brown и Shuddemagen.** Термоэлектричество 624.
- Budde.** Опред. велич. элементарн. заряда 138, термодинамич. теория 646.
- Budig.** Коллектор 334.
- Buerker.** Электриз. порошков при трении 208.
- Buff.** Электризация при соприкосн. металл. и жидк. 193, закон Фарадея 517, элемент 590.
- Bunsen.** Получ. металл. при электролизе расплавл. солей 525, элемент 591, термоэлектричество 624.
- Callendar и Barnes.** Исследов. нормальн. элементов 595.
- Callaud.** Элемент 590.
- Cameron и Oettinger.** Электриз. при течи жидк. 223.
- Canton.** Электрич. при трении 205, пироэлектрич. 215, влияние темпер. на магнит 420, магнитострикция 724, влияние магнитн. поля на об'ем 725.
- Cardani.** Колеб. провол. при прохожд. тока 506.
- Carrara и Levi.** Теория электролиза 573.
- Carré.** Элемент 590.
- Cassie.** Диэлектрич. постоянн. тверд. тел 316.
- Cataneo.** Скорость ионов 139, электропроводн. солей 543.
- Cavallo.** Электроскоп 26.
- Cavendish.** Влияние диэлектр. на емкость конденсатора 92, взаимод. двух наэлектризов. тел 250, сравн. емк. различн. тел 291, опред. диэлек. постоянн. 298.
- Chamié и Albert.** Работа при намагничив. 743.
- Chaperon и Leclanché.** См. Leclanché и Chaperon.
- Chaperon и Mercadier.** Радиофон 598.
- Chassagny и Abraham.** Термоэлектрич. 624, 631.
- Chaudier.** Явление Kerr'a 265.
- Chaumon.** Теор. плоск. конденсатора 97, явление Kerr'a 263, 265.
- Chauveau.** Атмосф. электрич. 331, 338.
- Chéneveau.** Исслед. пара- и диамагнит. тел 763, Исслед. слабомагн. тел 771.
- Chéneveau и Curie.** См. Curie и Chéneveau.
- Christall.** Проверка закона Ома 449.
- Christiansen.** Закон Gouy 177, антиконтактная теория 185, — баллоэлектр. заряд 209.
- Clamond.** Термоэлектр. батарея 635.
- Clark.** Конденсатор 290, нормальн. элемент 593, 594.
- Clausius.** Зак. Джуля и Ленца 503, теория электролиза 563, термодинам. теория 645, взаимод. токов 698.
- Clausius и Mossofi.** Теория электрич. явлений в диэлектриках 24, 62, 317, 323.
- Clayton-Rentschler.** Диэлектрич. постоянн. жидкостей 314.
- Clifford.** Магнитн. свойства сплавов 771.
- Coblentz.** Термоэлектричество 631.
- Cohen.** Изотермич. сжатие элемента 156, электриз. диэлектрик. при соприкосновении 192, электрофорез 512, закон Фарадея 518, явление стенолиза 531, исслед. кадмиев. элемента 596.
- Cohen и Franke.** Электриз. при соприкоснов. воды и параффина 199.
- Cohen и Mozen.** Электризация при трении жидк. и газов 210.
- Cohen и Raydt.** Электризация диэлектриков 192.
- Cohn.** Диэлектрич. постоянн. жидк. тел 312, 317, — тверд. тел 315, проверка закона Ома 449, 450.
- Cohn и Arons.** Поляризация диэлектриков 253. Диэлектрич. постоянн. жидк. тел 309.
- Cole.** Диэлектрич. постоянн. жидкостей 312.
- Conrad.** Шприц-коллектор 334.
- Corbino.** Нагревание диэлектр. при поляризации 268.
- Corbino и Maresca.** Электролиз подчисленн. воды 521.
- Corninas.** Комбинация проводн. и электролитов 196.
- Cotton и Mouton.** Явление Kerr'a 266.
- Couette.** Осмотич. теор. элементов 163, электриз. при соприкосн. металлов 201.
- Coulomb.** Взаимод. наэлектриз. тел (закон) 29, распределение электричества на поверхн. проводн. 112, возникновение и взаимод. пондеромоторн. сил (закон) 245, взаимод. магнитн. масс (формула) 358, распред. свободн. магнетизма на поверхности стального магнита 412, взаимод. магнитов 654.

- Cremieu и Malelès.** Поляризация диэлектриков 253.
- Cruse.** Электрическ. эндосмос 511.
- Curie Г-жа.** Способ изготовл. магнитов 412.
- Curie. P.** Электромтр 288, влияние темпер. на намагнич. 748, ферромагн. свойство минералов 754, исслед. пара- и диамагн. тел 762, — слабомагн. тел 767, 768, 769, 770, 774, молекулярн. теор. магнет. 787.
- Curie J. и P.** Пиззоэлектр. постоянная 219, электрострикция 260.
- Curie и Blondlot.** См. Blondlot и Curie.
- Curie и Chéneveau.** Исслед. пара- и диамагн. тел 763, — слабомагн. тел 772.
- Czapski.** Теор. гидроэлектр. элемент 604.
- Czermak.** Явление Kerr'a 266, явлен. Пельтье 640, Томсон-эффект 644.
- Czermak и H. Schmidt.** Термоэлектрич. явления 635.
- Dannecker.** Термоэлектричество 632.
- Daniell.** Элемент Даниэля 146, 588, 593.
- Daniell и Miller.** Исслед. явлений электролиза 549.
- Daubrée.** Ферромагн. свойства порошков 750.
- Davis и Jones.** Проводим. раствора электролита в смеси 544.
- Davy.** Электриз. диэлектрик. при соприкосн. 192, электролиз едкого кали и натра 525, теория электролиза 547, взаимодействие магнита и тока 675.
- Day и Holborn.** См. Holborn и Day.
- De Broglie.** Измер. велич. электродв. силы 191.
- Decombe.** Электронная теория диэлектриков 257.
- Des Coudres.** Электризация при действии центробежн. силы 224, термоэлектричество 625.
- De Haas.** Вращательн. движение магнитов 797.
- De Haas-Lorentz.** Вращат. движ. магнитов 797.
- Deguisne.** Электропроводн. слаб. растворов 541.
- De la Rive.** Химическ. теория 184, ряд. 196, электрострикция 207, теория электролиза 548.
- Dellmann.** Способ исслед. атмосфер. электр. 336.
- Denison и Steele.** Теория электролиза 574.
- Denizot.** Теория гидроэлектр. элементов 606.
- Denza.** Исслед. атмосфер. электр. 337.
- Deslandres и Perot.** Напряжение электр. магн. поля 718.
- Dewar и Flemming.** Диэлектр. пост. жидк. 312, 315, 316, влиян. теплоты на магн. 421, исслед. слабомагнитн. тел 769, 773.
- Dieckmann.** Измер. диэлектр. постоянн. тверд. тел 307.
- Dieterici.** Механич. эквивалент теплоты 503.
- Disselhorst и Jäger.** См. Jager и Disselhorst.
- Dolezalek.** Квадрантн. электромтр 279, бинантный электромтр 282, аккумулятор 609.
- Dolezalek и Kohlrausch.** См. Kohlrausch и Dolezalek.
- Donle и Lecher.** Измер. диэлектр. постоянн. 302.
- Doppler.** Влиян. тока на размеры проводника 513.
- Dorn.** Электризация при течении жидкостей 223, 224, электр. эндосмос 513.
- Dorsey, Rosa и Miller.** См. Rosa, Dorsey и др.
- Dove.** Тепловое действие разряда 110.
- Droz.** Измер. магн. свойств 736.
- Drude и Nernst.** Теория электролиза 573.
- Du Bois.** Коэффиц. размагнич. для эллипсоида вращения 407, теория магнитной индукции 712, электромагнит 716, 718, магнитометрич. метод 731, магн. весы 732, исслед. слабомагнитн. тел 774.
- Du Bois Reymond, E.** Теория аперодич. движений магнита 430.
- Dub.** Свойство электромагнитов 719.
- Dufay.** Трибоэлектричество 205.
- Duff.** Влиян. электр. поля на внутр. трение жидких диэлектриков 267.
- Dufour.** Сопрот. разрыву медн. проволоки при прохожд. тока 513.
- Duhem.** Теория гидроэлектр. элемен. 606.
- Dunstan и Hill.** Активн. и пассивн. железо 587.
- Durward.** Влияние темпер. на магниты 421.
- Duter.** Электрострикция 258.
- Dyk.** Электрохимич. эквивалент. серебра 519.
- Eaton.** Магн. момент слабомагн. тел 767.
- Ebert.** Атмосф. электричество 335, теория земн. электр. 346, аспирац. прибор 347, сила тока в атмосфере 348, ионизация воздуха 349.
- Ebert и Hoffmann.** Электризация при трении 208, 211, электростатич. вольтметр 288.
- Escher.** Комбинация двух электромтров с одним металлом 202.

- Eckholm и Arrhenius.** Теория земного электрич. 345.
- Edison.** Угольная нить 507, аккумулятор 602.
- Edlund.** Опред. величина электродвиж. силы 191, влияние тока на размеры проводника 513, электролитич. поляризация 580, явление Пельтье 638, взаимодействие токов 699.
- Ehrenhaft.** Диэлектрич. постоянн. смесей 321.
- Einstein и de Haas.** Намагнич. и вращат. движение 798.
- Ellinger.** Диэлектрич. постоянн. жидкостей 312.
- Elmen.** Явление Kerr'a 264.
- Elster и Geitel.** Электромтр 276, прибор, определяющий скорость рассеяния электричества 337, колебания градиента 340, теория земного электричества 346, ионизация воздуха 349.
- Elster и Schaufelberger.** Нагревание диэлектриков при поляризации 268.
- Erkolini.** Влияние электрич. поля на внутр. трение жидк. диэлектриков 267.
- Ermann.** Направление градиента 339, теория земн. электричества 345, пространство электрич. вдоль цепи 449.
- Ermann и Parrot.** Сухой столб 199.
- Erskine-Murray.** Химическая теория 185.
- Euler.** Диэлектрич. постоянн. в зависим. от химич. свойств 322.
- Ettinghausen.** Исслед. пара- и диамагнитн. тел 762, 767.
- Ewing.** Магнитометрич. способ 727, магнитн. гистерезис 737.
- Ewing и Löw.** Метод магнитного перешейка 730, 734.
- Exner.** Химич. теория 186, электриз. при химич. реакциях 214, электроскоп 336, рост градиента 339, теория земного электричества 345, влияние тока на размер проводника 513, электролитич. поляризация 579.
- Fabroni.** Химическая теория 184.
- Faraday.** Отрицание *actio in distans* 7, распределение электрич. по поверхности 22, теория Фарадея 53, 55, влияние диэлектрика на индукцию 56, теорема Фарадея 46, емкость конденсатора в зависимости от диэлектрика 92, ряды 196, триэлектрический ряд 206, электризация при трении паров и газов 210, остаточный заряд 254, измер. диэлектрич. постоянной 298, влияние темпер. на магниты 420, движение взвешенных частиц 512, количеств. закон электролиза 516, теория электролиза 548, термоэлектричество 636, взаимодействие магнита и тока 674, диамагнетизм и парамагнетизм 755, 760, магнетизм анизотр. тел 777.
- Faure.** Аккумулятор 600.
- Favre.** Теория гидроэлектрич. элементов 603, 604.
- Fechner.** Электроскоп 26, электризация диэлектриков при соприкоснов. 192, ряд 196, сухой столб 199, электризация при соприкоснов. электролитов 199, электролитическая поляризация 578.
- Felici.** Измер. диэлектрич. постоянн. 299.
- Fellinger.** Измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 308.
- Ferry.** Измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 307, 316.
- Feytis E.** Исслед. слабомагн. тел 776.
- Ficker.** Диэлектр. постоянн. тверд. тел 315, — смесей 321.
- Finazzi и Paschen.** См. Paschen и Finazzi.
- Finke.** Исслед. слабомагн. тел 771, магнетизм анизотр. тел 778.
- Finkelstein.** Электролитич. поляризация 587.
- Fitch.** Теория выпрямителей 528.
- Flemming.** Иониз. воздуха 349, нормальн. элемент 593, термоэлектрич. 631.
- Flemming и Clinton.** Сравнение емкостей 294.
- Flemming и Dewar.** См. Dewar и Flemming.
- Floquet.** Измер. диэлектр. постоянн. тверд. тел 308.
- Flowers.** Построение выпрямителей (свинцовый блеск) 528.
- Foester.** Исслед. газов. элемента 204.
- Foerster и Seidel.** Гальванопластика 526.
- Fontana.** Электрострикция 258.
- Foussereau.** Проводимость электролитов 533.
- Forbes и Richards.** См. Richards и Forbes.
- Franke.** Диэлектрич. постоянн. жидкостей 317.
- Franke и Cohen.** См. Cohen и Franke.
- Frankenheim.** Явление Пельтье 638.
- Franklin и Kraus.** Электропров. солей в разн. растворителях 543.
- Frauenberger и Muthann.** См. Muthann и Frauenberger.
- Fredenhagen.** Электролитич. поляризация 587.
- Fredenhagen и Sackur.** Активн. и пассивн. железо 587.

- French.** Электривация при трении 207.
Freund. Электрич. видосмос 510.
Friedrich. Ферромагн. свойства сплавов 751.
Froehlich. Мост Витстона 460, эмпирич формула 719.
Fuchs. Электромтр. поляризация 578, 580.
Galvani. Электривация при соприкоснов. металлов 180.
Gans. Гидроэлектрич. элемент 605, пара- и диамагнетизм 755, молекул. теор. магнет. 794.
Gassiot. Химич. теория 185.
Gaugain. Электроскоп 26, пироэлектричество 216, поляризация диэлектриков 253, проверка закона Ома 450, термоэлектричество 627.
Gaugain и Macfarlane. См. Macfarlane и Gaugain.
Gauss. Формула 36, затухающ. колеб. магнита 430, исслед. закона Био и Савара 475, взаимодействие магнитов 658.
Geber. Уменьшение под'емн. силы магнитов 419.
Gebhardt. Исслед. слабомагн. тел 771.
Gehreke. Электролиз кислот 526.
Geiger и Rutherford. См. Rutherford и Geiger.
Gerland. Соприкоснов. жидкостей с металлом 193.
Geuther. Электролиз кислот 526.
Gibbs и Helmholtz. Теория гидроэлектрич. элементов 604.
Gibson и Barclay. Измер. диэлектрич. постоянной 299.
Giebe. Воздушн. конденсаторы 290.
Gilbaut. Теория гидроэлектр. элементов 606.
Gilbert. Трибоэлектричество 205.
Gildmeister. Электромагнетизм 715.
Girraussa. Проводимость сухой земли 187.
Glaser. Электролитич. поляризация 583.
Gmelin. Явление электролиза 549.
Gnesetto и Binghamotto. Магнитн. свойства сплавов 771.
Gockel. Теория гидроэлектр. элементов 604.
Goldschmitt и Haber. См. Haber и Goldschmitt.
Goodwin. Диэлектрич. постоянн. жидкостей 312.
Gordon. Измер. диэлектрич. постоянн. 300, электролитич. поляризация 584.
Gordon и Clark. Активн. и пассивн. железо 587.
Gourède и Villemontée. Электрив. при течении жидкостей 223, поляризация диэлектриков 253.
Gouy. Исслед. формы капиллярн. кривой 177, теория квадрантн. электрометра 282, нормальный элемент 594.
Govi. Электрострикция 258.
Graetz. Измер. диэлектр. постоянн. тверд. тел 308, электролиз подкисл. воды 526, выпрямление переменн. тока 527.
Graetz и Fomm. Диэлектр. постоянн. тверд. тел 315.
Gray. Трибоэлектричество 205, закон Фарадея 519.
Gray и Ross. Исслед. слабомагнитн. тел 771.
Green. Формула 39.
Greinacher. Вибрационн. электрометр 288.
Grothaus. Теория электролиза 547.
Grotian. Проводимость электролитов 533, элемент 591.
Grotian и Kohlrausch. См. Kohlrausch и Grotian.
Grova. Электролитич. поляризация 579, 581, нормальн. элемент 594.
Grove. Химическ. теория 185, газовый элемент 203, опыт Grove 505.
Grumbach. Электривация при течении жидкостей 223.
Grüneisen и Giebe. Измер. диэлектр. постоянной 301.
Guebhard. Фигуры Guebhard'a 468.
Guericke. Трибоэлектричество 205.
Gumlich. Ферромагн. свойства порошков и сплавов 750, 753.
Gumlich и Kreussler. См. Kreussler и Gumlich.
Gumlich и Rogowski. Измер. магнитн. свойства 735.
Gumlich и Steinhaus. Магнитн. гистерезис 740.
Gutton. Явление Kerr'a 266, измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 307.
Guye и Tscherniawski. Электрометр 288.
Guyot и Brunhes. См. Brunhes и Guyot.
Haas и Drapier. Исслед. слабомагн. тел 769.
Haber. Сухой столб 199, твердые электролиты 522.
Haber и Goldschmidt. Активн. и пассивн. железо 587.
Haecker. Под'емн. сила магнитов 418.
Haga. Томсон-эффект 642.
Haga и Богема. Исслед. элемента Weston'a 597.
Hagen. Аккумулятор 601.
Hagenau. Явление Kerr'a 264.

- Hagenbach.** Термоэлектричество 636.
Haken. Термоэлектричество 623.
Hallwachs. Измер. велич. электродв. силы 188, теор. квадрантн. электрометра 281, способы пользования квадрантн. электрометром 282.
Hamilton Dickson. Термоэлектричество 631.
Hankel. Распред. электрич. на двух шарах 126, измер. велич. электродвиг. силы 188, соприкоснов. жидк. с металлом 193, пирозлектричество 215, 216, электризация при освещении 220, электрометр 275, проводимость электролитов 532, фотоэлектрич. элементы 598, магнетизм анизотропн. тел 778.
Hansen. Явление Kerr'a 265.
Harris. Весовой электрометр 287.
Harrison. Термоэлектричество 631.
Hartmann и Braun. Электростатич. вольтметр 288.
Hartwich. Теория квадрантн. электрометра 282.
Hasenoechl. Диэлектрич. постоянн. жидкостей 310, 317.
Hattwich. Диэлектрич. постоянн. 321.
Hauy. Пирозлектричество 215, пизозлектричество 219.
Hawelock. Явление Kerr'a 265.
Hayashi. Пирозлектрич. постоянная 218.
Heerwagen. Диэлектр. постоянн. жидкостей 310, 317.
Heimrod и Richards. См. Richards и Heimrod.
Heissner. Электризация при трении 207, 208.
Heirath. Электричество осадков 340.
Helmholtz. Формула 153, электрокапиллярн. явления 172, применение теории Helmholtz'a к капельным электродам 174, контактная теория 184, электризация при течении жидкостей 222, электрический эндосмос 512, теория электролиза 564, электролитич. поляризация 585, нормальн. элемент 594, теор. концент. элемента 607, аккумулятор 609, взаимод. токов 697.
Helmholtz и Gibbs. См. Gibbs и Helmholtz.
Helmholtz и Lippmann. См. Lippmann и Helmholtz.
Helfenstein. Электролиз расплавл. металл. солей 524.
Henderson. Теория земн. электричества 345.
Hennig. Исслед. слабомагн. тел 774.
Henning. Радиоактивн. вещество как коллектор 335.
Henrichsen. Исслед. слабомагн. тел 767, 769, 773, 775.
Hertz. Отрицание actio in distans 7, 8, остаточный заряд 256, измерение диэлектр. постоянн. тверд. тел 307, теория электролиза 572, магнитный гистерезис 740.
Hess. Нагревание диэлектрика при поляризации 268.
Heusler. Сплавы Heusler'a 770.
Heydweiller. Влиян. механич. возд. на намагнич. 745, молекул. теор. магнетизма 794.
Hill. Ферромагн. свойства сплавов 570, 753.
Hill и Dunstan. См. Dunstan и Hill.
Hilpert. Ферромагн. свойства сплавов 751.
Hilpert и Colver-Glauert. Ферромагн. свойства сплавов 752.
Himstedt. Электрометр 279.
Himstedt и Klemenčić. См. Klemenčić и Himstedt.
Hittorf. Электролиз двойн. солей 529, электрод. смесей 530, электропроводн. безводн. кислот 542, исслед. явлен. электролиза 549, 555, теор. электролиза 564, электролитическ. поляризация 587.
Hlavati. Диэлектр. постоянн. в зависим. от химич. свойств 323.
Hochheim. Диэлектр. постоянн. газов 314.
Hofmann. Прибор Hofmann'a (электролиз) 520, термоэлемент 635.
Hogg. Ферромагн. свойства сплавов 752.
Holborn и Day. Термоэлектричество 630, 631.
Holden. Измер. магнитн. свойств 733.
Holland. Проводимость электролитов 533.
Hollis. Электролитич. поляризация 587.
Holm. Работа при намагничив. 743.
Holtz. Электрич. машина 227, 233.
Holz. Ферромагнитн. минералы 754.
Honda и Morris Owen. Зависим. магн. свойств слабомагн. тел от темпер. 768.
Honda и Nagaoka. См. Nagaoka и Honda.
Honda и Shimizu. Влиян. темпер. в магн. поле 724, влиян. темпер. на намагничив. 749.
Hoorweg и Righi. Замена электролитов дурн. жидк. проводником 196.
Hopkinson. Остаточн. заряд 255, измер. диэлектр. постоянн. 301, коэрцитивн. напряж. 386, измер. магнитн. свойств 729, магнитн. гистерезис 738, работа при намагничив. 740, влияние темпер. на намагничив. 747.

- Hopkinson** и **Belli**. См. **Belli** и **Hopkinson**.
Hopkinson и **Wilson**. Остаточн. заряд 255.
Hörig. Термоэлектричество 626.
Houlléwigue. Электролитич. железо 526.
Huges. Измер. велич. электродвиж. силы 191.
Hurmuzesku. Механич. деформация электродов 592, влиян. магнитн. поля на объем 725.
Jäger и **Disselhorst**. Термоэлектричество 630.
Jäger и **Kahle**. Нормальн. элемент 595.
Jäger и **Lindeck**. Кадмиевый элемент 596.
Jäger и **Stefan Meyer**. Исслед. пара- и диамагнитн. тел 765, 769, — слабомагн. тел 773, 775.
Jaffé. Явления электролиза 522, теория электролиза 574.
Jahn. Теор. гидроэлектр. элементов 604, явление Пельтье 639.
James. Явление *Kerr*'а 266.
Janet, Laporte и **de la Gorce**. Электрохимич. эквивал. серебра 519.
Janet, Laporte и **Joost**. Исслед. элемента *Weston*'а 597.
Jamin. Искусств. магниты 411.
Jhde. Исслед. слабомагн. тел 771.
Jolley. Исслед. слабомагнитн. тел 769.
Jolly. Исслед. пара- и диамагн. тел 764.
Jones. Электризация при трении 208, проводимость электролитов 533, подъемная сила электромагнитов 720, измерение магнитн. свойств 734.
Jones и **Davis**. См. **Davis** и **Jones**.
Jordan. Явление Пельтье 640.
Joubin. Остаточн. магнетизм 768.
Joule. Закон *Джюля* 503. Влиян. магн. поля на размеры тел 723.
Julius и **Korteweg**. См. **Korteweg** и **Julius**.
Kahle. Нормальный элемент 595.
Kahle и **Jäger**. См. **Jäger** и **Kahle**.
Kamerling-Onnes и **Beckmann**. Пироэлектричество 217.
Kamerling-Onnes и **Holst**. Термоэлектричество 632.
Kamerling-Onnes и **Oosterhuis**. Исслед. слабомагн. тел 772.
Kamerling-Onnes и **Perrigier**. Влиян. темпер. на намагнич. 749, зависимость магнитн. свойств слабомагнитн. тел от темпер. 769.
Karr. Магнитн. цепь 721.
Katayama и **Lorenz**. См. **Lorenz** и **Katayama**.
Kaufmann. Теория плоск. конденсатора 97, теория электронн. потоков 141.
Kaufmann и **Meier**. Магнитн. гистерезис 739.
Keane и **Anderson**. См. **Anderson** и **Keane**.
Keesom и **Nippold**. См. **Nippold** и **Keesom**.
Keesom. Термоэлектричество 632.
Kenrick. Электризация при соприкоснов. газов с жидкостями 203.
Kerr. Влияние электрич. поля на диэлектрик 262.
Kiebitz и **Behn**. См. **Behn** и **Kiebitz**.
Kienmayer. Трибоэлектричество 205.
Kirchhoff. Распред. электрич. на двух шарах 121, диэлектрич. постоянн. жидких тел 310, разветвление тока (закон *Кирхгофа*) 454, аккумулятор 600, теория магнитн. индукции 710, магнитострикция 722.
Kirchhoff и **Clausius**. Емкость плоского конденсатора 96.
Kirchhoff и **Maxwell**. Формула 96.
Kirmis. Электролиз 549.
Kjellin. Теор. электролиза 572.
Kleiner. Нагрев диэлектриков при поляризации 267.
Klemenčič. Диэлектрич. постоянн. газов 313.
Klemenčič и **Himstedt**. Емкость плоск. конденсатора 96.
Knoblauch. Измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 307.
Knoblauch и **Tyndall**. Магнетизм анизотропн. тел 777.
Knochenhauer. Теплов. действие разряда 110.
Knott и **Shand**. Влияние магнитн. поля на объем 725.
Koch и **Wuellner**. Электролитич. поляриз. 579.
Kohlrausch. Плоский конденсатор 89, скорость ионов 139, измер. величинн. электродвиж. силы 188, соприкоснов. металлов с растворами солей и кислот 193, остаточный заряд 253, распределение электричества вдоль цепи 449, электрохимич. эквивалент серебра 519, единица *Kohlrausch*'а 534, концентрация раствора 535, зависим. электропроводн. раствора от концентрации 537, электропроводн. слабых растворов 538, электропроводн. чистой воды 542, растворим. трудно раствор. веществ 546, теория электролиза 556, электролитич. поляризация 580, термоэлектрич. теория 649.
Kohlrausch и **Dolezalek**. Растворим. трудно раствор. веществ 546.

- Kohlrausch и Grotrian.** Закон Ома 450, проводимость электролитов 533.
- Kohlrausch и Heydweiller.** Закон Ома 450.
- Kohlrausch и Nippold.** Закон Ома 450.
- Kohlrausch и Rose.** Растворим. трудно растворим. веществ 546.
- Kohlrausch и Weber.** Зависим. электрохимич. эквивалент. от температ. 520.
- Kolaček.** Измер. колич. электричества 275.
- König, W.** Явление Kerr'a 264.
- Königsberger.** Магнитн. момент слабомагн. тел 767, 772, 773.
- Königsberger и Weiss.** Томсон-эффект 644
- Korteweg и Julius.** Электрострикция 259.
- Kramer.** Элемент 590.
- Kreusler и Gumlich.** Работа при намагнич. 742.
- Kruese.** Влияние механич. воздействий на магнит 419.
- Kräger.** Элемент 590.
- Kundt.** Пироэлектричество 216, электрич. машина 235, явление Kerr'a 266.
- Lamont.** Взаимодействие магнитов 657, эмпирич. формула (электромагнет.) 719.
- Lampra.** Опыты Arno 268.
- Lang.** Диэлектрич. постоянн. в зависим. от химическ. свойств. 323.
- Lange.** Распред. электрич. на двух шарах 121.
- Langevin.** Явление Kerr'a 266, Ионы Langevin'a 348, теор. магнетизма 384, молекулярн. теория магнетизма 786.
- Laplace.** Формула 38.
- Laplace и Lavoisier.** Электризация при химич. реакциях 213.
- Laport, Janet и Joost.** См. Janet, Laport и др.
- Le Blanc.** Электролитич. поляриз. 582.
- Le Cadet.** Величина электр. градиента в атмосфере 340.
- Lecher.** Измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 306, теория земного электр. 345, электролиз подкисленн. воды 526, термоэлектрич. 631, явление Пельтье 640. Томсон-эффект 643.
- Leclanché.** Элемент 590.
- Leclanché и Chareron.** Элемент 590.
- Leduc.** Работа при намагничив. 742.
- Leduc и Pellat.** См. Pellat и Leduc.
- Lefèvre.** Измер. диэлектрич. постоянн. 303.
- Lehfeldt.** Растворы в элементах 165.
- Lehmann.** Теория магн. индукции 712, магнет. анизотропн. тел 778.
- Lemoine.** Явление Kerr'a 264.
- Lemoine и Abraham.** См. Abraham и Lemoine.
- Lenard.** Электризация при пульвериз. жидкостей 209, 210.
- Lenert.** Диэлектрич. постоянн. тверд. тел 315.
- Le Roux.** Термоэлектрич. 625, явление Пельтье 638, 639, Томсон-эффект 642.
- Levi и Carrara.** См. Carrara и Levi.
- Lewis.** Нормальн. электрод 195.
- Leyser.** Электрич. машина 235, явление Kerr'a 264, 265.
- Liebenow.** Теория земн. электричества 346.
- Liebknecht.** Магнитн. момент слабомагн. тел 767.
- Liebknecht и Wills.** Исслед. пара- и диамагнет. 765, молекул. теория магнет. 793.
- Linde.** Диэлектрич. постоянн. жидкости 312.
- Lindeck и Jäger.** См. Jäger и Lindeck.
- Linke.** Шприц-коллектор 334, способ Henning'a 335.
- Linss.** Теория земн. электричества 346.
- Lippmann.** Капиллярн. электрометр 169. 287, электрокапиллярн. явления 173, гипотеза о двойном электрич. слое 173, явление Kerr'a 265.
- Lippmann и Helmholtz.** Электрокапиллярн. явления (ур-ние) 173.
- Lodge.** Скорость ионов 139, антиконтактн. теория 186, соприкоснов. металлов 202, теория электролиза 573, нормальн. элемент 594, остаточн. магнет. 768.
- Loeb и Nernst.** Теория электролиза 562.
- Lombardi.** Исследов. слабомагнитн. тел 772.
- Lord Kelvin.** См. Thomson W.
- Lorenz и Katayama.** Услов. справедлив. формулы Helmholtz'a 154.
- Lows.** Томсон-эффект 643.
- Löwy.** Диэлектрич. постоянн. тверд. тел 315.
- Lunden.** Амфотерн. электролиты 530.
- Lussanna.** Термоэлектричество 623.
- Lutteroth.** Магнетизм анизотропн. тел 778, 785.
- Lutz.** Струнный электрометр 288, коллектор 334, аспирацион. прибор 347, прибор для измер. тока в атмосфере 349.
- Lutz-Edelmann.** Струнный электрометр 336.
- Luvini.** Теория земного электрич. 346.
- Lyon.** Явление Kerr'a 265.
- Macarone.** Нагрев. диэлектриков при их поляризации 268.
- Macfarlane и Gauguin.** Электриз. при трении 207.

- Magini.** Теория плоск. конденсатора 97.
Magnus. Электропроводн. чистой воды 542, термоэлектрич. (закон) 620, 625.
Majorana. Измер. велич. электродв. силы 190.
Makelt. Электризация при течении жидкостей 224.
Malclès. Остаточный заряд 255.
Malclès и Cremieu. См. Cremieu и Malclès.
Manchot и Flade. Активн. и пассивн. железо 587.
Marcus. Термоэлектрич. батарея 635.
Maresca и Corbino. См. Corbino и Maresca.
Markowsky. Исслед. газового элемента 204.
Mascart. Изолятор 28, электрограф 334.
Massoulier. Проводимость электролитов 533.
Matteuci и Magnus. Термоэлектрич. 626, влияние механич. возд. на намагнич. 795.
Matthiesen. Термоэлектрич. 624.
Maurach. Работа при намагничив. 742.
Maurain. Магнитн. гистерезис 739.
Mauri. Нормальн. элемент 594.
Maxwell. Электромагн. теория света 7, диэлектрич. постоянная 30, 315, гипотеза о индукции 36, смещение 49, коэфф. элек. электрической упругости диэлектрика 50, 260, теория плоск. конденсатора 97, проверка закона Coulomb'a 250, остаточный заряд 255, абсолютное опред. емкостей 297, давление на трубки индукции 366, проверка закона Ома 449, уравнения Максвелла 474, гравитац. столб 607, остаточный магнетизм 714, под'емн. сила электромагнита (формула) 719, вращат. движ. магн. 797.
Maxwell и Kirchhoff. См. Kirchhoff и Maxwell.
Mc. Comb. Явление Керр'a 264, 265.
Mc. Levis. Диэлектрич. постоянная 322.
Mc. Taggart. Электризация при трении жидкостей и газов 210.
Meidinger. Элемент 590.
Mendenhall и Lent. Исслед. слабомагн. тел 770.
Mercadier и Chaperon. См. Chaperon и Mercadier.
Mercanton. Остаточн. разряд 257.
Meslin. Пара и диамагнетизм 755, 763, исслед. слабомагн. тел 773.
Meslin и March. Исслед. слабомагн. тел 773.
Meyer. Электрокапиллярн. явления 175, термоэлектрич. 626.
Meyer Stefan. Исслед. слабомагн. тел 766, 770, 771.
Meyer Stefan и Jäger. См. Jäger и Meyer Stefan.
Micheli. Электролитич. поляризация 587.
Miller и Daniell. См. Daniell и Miller.
Millican. Число для элементарн. заряда 138, измер. велич. электродв. силы 191.
Mills. Давление при электролизе 531.
Minotto. Элемент 590.
Moissan. Получение фтора при электролизе 525.
More. Электрострикция 259.
Mossoti и Clausius. См. Clausius и Mossoti.
Moulin. Атмосферн. электричество 335.
Mouton и Cotton. См. Cotton и Mouton.
Mozen и Cohen. См. Cohen и Mozen.
Mueller Hugo. Электрострикция в газах 261.
Mueller J. Свечение проволоки при прохожд. тока 507, эмпирич. формула 718.
Mulder. Явление Пельтье 640.
Munk. Электризация диэлектр. при соприкоснов. 192.
Muraoka. Остаточный заряд 255.
Musaeus. Электрич. машина 235.
Muthann и Fraunberger. Электролитич. поляризация 587.
Naccari и Bellati. Нагрев. жидк. диэлектрика 267, термоэлектричество. 630.
Nagaoka. Ферромагн. свойства сплавов 751.
Nagaoka и Honda. Магнитострикция 724.
Nagaoka, Honda и Shimizu. Магнитострикция 723.
Negbauer. Нормальн. элемент 594, 595.
Negreano. Диэлектрич. постоянн. жидк. 317.
Nernst. Ионизир. способн. растворителя 137, вычисл. электродв. силы элемент. 154, осмотич. теория элементов 157, действие капельн. электродов 176, электризация при соприкосн. металлов 201, диэлектрич. постоянн. жидкостей 311, диэлектрич. постоянн. в зависим. от химич. свойств 322, лампа Nernst'a 508, электрич. эндосмос 513, электролитич. поляриз. 583, 588, теория концентрационного элемента 610, термоэлектрическая. цепь 636.
Nernst и Dolezalek. Электрометр 279.
Nernst и Drude. См. Drude и Nernst.
Nernst и Loeb. См. Loeb и Nernst.
Nernst и Ostwald. См. Ostwald и Nernst.
Neumann. Взаимод. токов 698.
Nicholson. Электрич. машина 235.
Nicholson и Carlisle. Разложение воды 547.
Nichols и Merrit. Проводим. раствор. флюоресцир. веществ 545.

- Nichols** и **Rowland**. См. Rowland и Nichols.
- Nobili**. Электриз. при соприкосн. электролитов 199, кольца Nobili 468.
- Noé**. Термоэлектрич. батарея 635.
- Nolan**. Электриз. при пульверизации жидкостей 210.
- Noll**. Термоэлектричество 630.
- Norden**. Выпрямление переменн. тока 528.
- Obach**. Диэлектрич. постоянн. 321.
- Oberbeck**. Электропров. чистой воды 542, электролитич. поляриз. 584.
- Oberbeck** и **Edler**. Комбинация проводник. и электролита 196.
- Occhialini**. Диэлектрич. постоянн. газов 320.
- Oettinger**. Электриз. при течении жидк. 223.
- Oettinger** и **Cameron**. См. Cameron и Oettinger.
- Ohm**. Закон Ома 446.
- Ollivier**. Электромагн. 718, измер. магнитн. свойств 737.
- Oosterhuis** и **Keesom**. Молекулярн. теория магнет. 795.
- Ostwald**. Капельный электрометр 171, капельн. электрод 174, разность потенц. между металл и электродам 194, нормальн. электрод. 195, вторичн. явления при электролизе 523, единица проводимости 534, теория электролиза 562, 568, электролитич. поляризация 585.
- Ostwald** и **Nernst**. Закон Фарадея 518.
- Ostwald** и **Paschen**. Способ капельн. электродов 169.
- Ostwald** и **Schoop**. Нормальн. элемент 594.
- Owen**. Электризация при трении 208, измер. напряж. электрич. поля 250.
- Paetz von Froostwiyk** и **Deimann**. Разложение воды 547.
- Palaz** и **Cassie**. Диэлектрич. постоянн. жидкостей 317.
- Palmaer**. {Действие капельн. электродов 177, нормальн. электрод 195.
- Palmieri**. Электризация (мнимая) при испар. и кипении 262, теор. земн. электр. 346.
- Pandolfi** и **Vossaga**. См. Vossaga и Pandolfi.
- Parshall**. Ферромагнитн. свойства сплавов 750.
- Pascal**. Исслед. слабомагнитн. тел 774, 776.
- Paschen**. Электрод 174, разность потенц. между металлом и электродами 194, электризация при соприкоснов. электролитов 201.
- Paschen** и **Finazzi**. Влиян. электрич. поля на внутр. трение диэлектр. 267.
- Paschen** и **Ostwald**. См. Ostwald и Paschen.
- Paschen** и **Rothmund**. Разность потенц. между металл. и электрод. 194.
- Patterson**. Регистрирующий электрометр 336.
- Piagessi**. Исслед. слабомагн. тел 769, 773.
- Pécelet**. Электроскоп 26, ряд Pecelet 183.
- Peirce**. Выпрямл. переменн. тока 528, измер. магнитн. свойств. 734.
- Pelabon**. Фотоэлектрич. элемент 598.
- Pellat**. Критика теории Nernst'a 166, антиконтактн. теория 185, измерение велич. электродвиж. силы 190, воздушн. конденсатор 252, остаточный заряд 256, атмосферн. электр. 334, теория земн. электр. 345.
- Pellat** и **Leduc**. Электрохимич. эквивалент серебра 519.
- Pellat** и **Sacerdote**. Диэлектрич. постоянн. тверд. тел 316.
- Peltier**. Явление Пельтье 156, 635, теория земн. электричества 345.
- Perot**. Диэлектрич. постоянн. жидк. тел 310.
- Perot** и **Fabri**. Нормальн. элемент 595.
- Perot** и **Deslandres**. См. Deslandres и Perot.
- Perrier**. Работа при намагнич. 743, пара- и диамагнет. 755.
- Perrot**. Термоэлектричество 624.
- Perry** и **Ayrton**. См. Ayrton и Perry.
- Peters**. Термоэлектрич. столбик 635.
- Pfaff**. Ряд Pfaff'a 183.
- Phillip**. Диэлектрич. пост. раствор. солей 324.
- Pirano**. Электролитич. поляризация 579.
- Piouchon**. Влиян. движ. электрода на электродвиж. силу 195.
- Piana**. Таблица распредел. электрич. на двух шарах 116.
- Planck**. Опред. велич. элемент. заряда 138, формула Lippmann'a и Helmholtz'a 173, теория электролиза 568, 575, молекулярн. теория магнетизма 795.
- Planté**. Молнии 341, аккумулятор 599.
- Pluecker**. Магнет. анизотропн. тел 777.
- Pochettino**. Влиян. электрич. поля на внутр. трение диэлектр. 267.
- Pockels**. Явление Керр'a 266, молния 341, ферромагн. свойства минералов 754.

- Poggendorf.** Ряд 196, электролитич. поляризация 578, элемент 591.
- Poincaré.** Проводимость электролитов 533, термоэлектрич. 636.
- Poiseuille.** Закон Poiseuille'я 510.
- Poisson.** Формула 38, распредел. электрич. на двух не соприкас. шарах 115, 121, атмосфер. электрич. 332, теория магнитн. индукции 705.
- Porret.** Электрич. эндосмос 508.
- Porter и Morris.** Нагревание диэлектриков при поляризации 268.
- Potter.** Электризация при химическ. реакциях.
- Pouillet.** Электропроводн. чистой воды 542, термоэлектрич. 627.
- Quet.** Исслед. пара- и диамагнитн. тел 765.
- Quincke.** Видоизм. прибора Lippmann'a 169, электризация порошков при трении 208, электризация при течении жидкостей 221, движение диэлектриков в электрич. поле 258, электрострикция в жидкостях 260, электрострикция в газах 261, постоянная Kerr'a 264, изменение свойств диэлектр. в электрич. поле 267, диэлектрич. постоянная жидкостей 310, распротр. тока в круглой пластинке 466, электрич. эндосмос 510, движ. взвешенн. частиц 512, электропроводн. чистой воды 542, влияние магн. поля на об'ем 725, исслед. пара- и диамагнитн. тел 765, исслед. слабомагн. тел 774.
- Quintus Icilius.** Электрич. сопротивл. проволоки 513, явление Пельтье 638.
- Quittner.** Магнет. анизотропия тел 778, 779, 781.
- Radovanovic.** Влиян. темпер. на намагнич. 749.
- Ragowski и Gumlich.** См. Gumlich и Ragowski.
- Ramsey.** Теория гидроэлектрич. элемент. 606.
- Ratz.** Диэлектрич. постоянн. жидкостей 317.
- Raydt и Cohen.** См. Cohen и Raydt.
- Bayleigh.** Проверка закона Фарадея 519, нормальн. элемент 595.
- Reboul.** Действие капельн. электродов 177.
- Begnault.** Термоэлектричество 627.
- Reicher.** Теория электролиза 567.
- Reiss.** Телефон Reiss'a 726.
- Rhumkorff.** Электромагнит 716.
- Richards.** Закон Фарадея 517, нормальн. элемент 594.
- Richards и Forbes.** Концентрационн. элементы 166.
- Richards и Heimrod.** Провер. закона Фарадея 519, электрохимич. эквивал. серебра 519.
- Richardson.** Теория подвижн. электронов 186, остаточн. заряд 256, ферромагнитн. свойства сплавов 750, намагнич. и вращат. движение 798.
- Richarz.** Ферромагнитн. свойства сплавов 754.
- Richter.** Работа при намагничив. (формула) 743.
- Righi.** Электрич. машина 235, электрострикция 259, молнии 341, влияние тока на размеры проводника 513.
- Righi и Hoogweg.** См. Hoogweg и Righi.
- Rigolot.** Фотоэлектрич. элементы 598.
- Riecke.** Теория подвижн. электронов 186, трибоэлектричество 206, пирозлектричество 217, молнии 341, эквивалентн. полюса 416, 418, взаимод. токов 697.
- Riecke и Voigt.** Пиззоэлектричество 219.
- Riesenfeld и Reinhold.** Теория электролиза 554.
- Riess.** Законы выделения тепла при разрядке конденсатора 110, распределение электрич. по поверхн. проводника 112, синус-электрометр 287.
- Riety.** Электризация при течении жидкостей 223.
- Ritter.** Разложение воды 547.
- Roget.** Взаимодействие токов 680.
- Rohmann.** Диэлектрич. постоянн. газов 314.
- Romich и Nowak.** Поляриз. диэлектриков 253.
- Röntgen.** Пирозлектрич. постоянная 218, пиззоэлектричество 219, 220, электрострикция 259, 260, явление Kerr'a 266, теория электролиза 568.
- Röntgen и Kundt.** Электрострикция 260.
- Roop.** Исслед. слабомагн. тел 774.
- Root.** Измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 307.
- Rosa, Dorsey и Miller.** Электрохимич. эквивалент серебра 519.
- Ross и Gray.** См. Gray и Ross.
- Rossetti.** Измер. диэлектрич. постоянн. 299, электропроводн. чистой воды 542.
- Rothmund.** Электрокапиллярн. явления 176, опред. разности потенц. между металл. и электролитами 194.
- Rothmund и Paschen.** См. Paschen и Rothmund.

- Rowland и Jaques.** Исслед. пара- и диамагнитн. тел 762, магнет. анизотр. тел 778.
- Rowland и Nichols.** Остаточный заряд 255.
- Rudge Douglas.** Электризация при трении 211.
- Rudolf.** Ионизация воздуха 349.
- Rudolfi.** Термоэлектричество 623.
- Ruer и Kaneko.** Ферромагн. свойств сплавов 751.
- Rutherford и Geiger.** Опред. велич. элемент. заряда 138.
- Rzina.** Явление Пельтье 640.
- Sabine.** Фотоэлектрич. элемент 598.
- Sacerdote и Pellat.** См. Pellat и Sacerdote.
- Salomon.** Электролитич. поляриз. 586.
- Sanford.** Диэлектрич. постоянн. металлов 315.
- Saussure.** Электроскоп 26.
- Sauter.** Шаровая молния 341.
- Savart и Biot.** См. Biot и Savart.
- Scarpa.** Исслед. слабомагнитн. тел 769.
- Schames.** Магнитн. гистерезис 738.
- Schaefer и Schlund.** Диэлектрич. постоянн. 321.
- Schering.** Затухающие колебания магнита 430.
- Schering и Schmidt.** Конденсатор 290.
- Schlund.** Диэлектрич. постоянн. жидкостей 317.
- Schmidt E. W.** Теория электролиза 568.
- Schmidt G. C.** Фотоэлектрич. элемент 597.
- Schmidt и Czermak.** См. Czermak и Schmidt.
- Schmidt и Jones.** Проводим. раствор. электролита в смеси 544.
- Schmidt W.** Постоянн. Kerr'a 264, измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 308, 315.
- Schoenbein.** Опыт с газов элементом 203.
- Schott и Förster.** Электризация при течи жидкостей 223.
- Schreber.** Зависим. между поверхн. напряж. и разностью потенциалов 176.
- Schroedinger.** Молекулярн. теор. магнет. 795.
- Schuddemagen.** Остаточн. заряд 254, коэф. размagnичения 407.
- Schuddemagen и Brown.** См. Brown и Schuddemagen.
- Schultze-Berge.** Химич. реакция 185, электрив. при химич. реакциях 214.
- Schulze.** Исслед. слоя кремнезема 522, электролиз подкисленн. воды 527, выпрямл. переменн. тока 528.
- Schuster.** Теор. земн. электричества 350, намагнит. и вращ. движ. 797.
- Schwalbe.** Теор. земн. электрив. 345.
- Schweidler.** Остаточн. заряд 255.
- Seebeck.** Ряд Seebeck'a 183, получение *K* и *Na* путем электролиза 525, термоэлектр. 619, 624.
- Sellon и Volckmar.** Аккумулятор 600.
- Seve.** Исслед. слабомагнитн. тел 769.
- Shand и Knott.** См. Knott и Shand.
- Shau.** Измер. велич. электродвиж. силы 191, формула 208, трибоэлектр. ряд 209.
- Shelford Bidwell.** Магнитострикция 723.
- Shirbi Hyat.** Свойство серебрян. слоя 54.
- Siegel.** Термоэлектричество 635.
- Siemens.** Нагрев. диэлектрика при поляризации 267, сравнение емкост. 293, измер. диэлектрич. постоянн. 298.
- Siemens и Halske.** Элементы 590, магнитометрич. метод 733, работа при намагнит. 742.
- Simpson.** Регистрац. прибор для измер. тока в атмосфере 349, иониз. воздуха 349.
- Smith, Mather и Lowry.** Электрохимич. эквивал. серебра 519.
- Smith S.W.** Портативный электрометр 171.
- Sohnke.** Теория земн. электричества 346.
- Spenser.** Гальванопластика 532.
- Spiers.** Химич. теория 185, измер. велич. электродвиж. силы 190.
- Suchsland.** Атмосферн. электричество 331.
- Stark.** Явление Kerr'a 267.
- Stearus.** Исслед. слабомагн. тел 769.
- Steele и Abegg.** См. Abegg и Steele.
- Steele, Mc. Intoch и Archibald.** Электроли. при размагн. растворителях 545, теория электролиза 575.
- Stefan.** Взаимод. токов 697, напряж. электромагн. поля 718, исслед. слабомагн. тел 775.
- Steinhaus и Gumlich.** См. Gumlich и Steinhaus.
- Steinmetz.** Нагрев. диэлектр. при поляризации 267.
- Steinwehr.** Законы Фарадея 517.
- Stifler.** Молекул. теория магнет. 794.
- Stock.** Электризация при течи жидк. 224.
- Stokes.** Теорема Стокса 374.
- Straubel.** Пироэлектричество 217.
- Streintz.** Влиян. механич. воздействия на магнит 419, влияние тока на раз-

- меры проводника 513, электролитич. поляризация 579, аккумулятор 609.
- Streintz и Mebius.** Упруг. свойства проводок при прохожд. тока 513.
- Stroudl.** Работа при намагнич. 743.
- Strouhal и Barus.** См. Barus и Strouhal.
- Stuhlmann.** Измер. велич. электродвиж. силы 191.
- Sturgeon.** Электромагнит 715.
- Tait.** Термоэлектрич. 630, 632.
- Tammann.** Теория. электролиза 568, ферромагн. свойства сплавов. 751.
- Tangl.** Диэлектрич. постоянн. газов 314.
- Tänzler.** Исслед. слабомагн. тел 774.
- Tauern.** Явление Kerr'a 264.
- Terry.** Влиян. темпер. на намагнич. 749.
- Thieme.** Электролиз внутри пламени 513.
- Thomas.** Диэлектрич. постоянн. тверд. тел 315.
- Thomson. J. J.** Электрон 140, электризация диэлектриков 192, электризация при пульвериз. жидкостей 209, измер. диэлектрик. постоянной 305, диэлектрич. постоянн. в зависим. от химич. свойств 322, Томсон-эффekt 619, молекулярн. теория магнетизма 785.
- Thomson J. J. и Nernst.** Теория электролиза 571.
- Thomson J. J. и Newall.** Закон Ома 450.
- Thomson W. (Lord Kelvin).** Квадрантн. электрометр 26, 182, 277, конденсатор 95, распредел. электрич. на двух шарах 121, правило Томсона 153, электризация при соприкоснов. металл. 181, измер. велич. электродвиж. силы 190, электризация при пульвериз. жидкостей 209, пьезоэлектричество 217, пьезоэлектричество 220, электрич. машина 235, абсолютный электрометр 283, конденсатор 290, сравнение емкостей 295, водяной коллектор 334, теория земн. электричества 343, двойной мост Витстона 461, элемент 590, термоэлектрич. 625, 629, явление Томсона 640, термодинамич. теория 647, измер. магнитн. свойств 734, магнитн. гистерезис 738, влиян. механич. воздейств. на намагничивание 745, магнетизм аннотропн. тел 783.
- Thornton.** Пробивание тверд. диэлектриков 261, измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 308, 315, 316.
- Thwing.** Диэлектрич. постоянн. в зависим. от химич. свойств 322.
- Tiblom.** Термоэлектрич. 630.
- Toepler.** Электрич. машина 226 исслед. пара- и диамагн. тел 762.
- Tolman, Dale Stewart и Osgerby.** Электризация при действии центробежн. силы 224.
- Townsend.** Электриз. при химич. реакциях 213, ионизация воздуха 349, исслед. слабомагн. тел 767, 769.
- Trenkle.** Ферромагн. свойства порошков 750.
- Trouton и Russ.** Остаточн. заряд 255.
- Trouvé.** Элемент 590.
- Trowbridge.** Влияние темпер. на магниты 421.
- Tscherniawski и Guye.** См. Guye и Tscherniawski.
- Tuma.** Пост. градиента 339.
- Tumlirz.** Остаточн. магнетизм. 767.
- Tyndall.** Диамагнитометр 757, магнет. анизотр. тел 778.
- Tyndall и Knoblauch.** См. Knoblauch и Tyndall.
- Ulmer.** Измер. диэлектрич. постоянн. тверд. тел 308.
- Ungerer.** Проводимость растворов 538.
- Urbain.** Исслед. слабомагнитн. тел 775.
- Urbain и Jantsch.** Исслед. слабомагнитн. тел 775.
- Van der Ven.** Электрич. эндосмос 511.
- Van Ginnecken и Kruyt.** Нормальн. элемент 593.
- Van Laar.** Несимметричн. капиллярн. кривой 177.
- Van Rees.** Формула 415.
- Van't Hoff.** Теория электролиза 567, влиян. темпер. на намагнич. 748.
- Varley.** Электрич. машина 235, элемент 590.
- Verain.** Диэлектрич. постоянн. газов 320, 321.
- Verschafelt.** Формулы для диэлектриков в прилож. к проводн. 40.
- Villard и Abraham.** Электрич. машина 234, электрометр 288.
- Villari.** Ионизация воздуха 349, влиян. механич. воздейств. на намагнич. 745.
- Villemontée и Gourède.** См. Gourède и Villemontée.
- Villey.** Электронн. теория 186, электрометрич. измер. 275.
- Vinal и Bates.** Закон Фарадея 517.
- Voigt.** Пьезоэлектрич. постоянная 218. пьезоэлектричество 220, явление Kerr'a 267, молекулярн. теория магнет. 785.
- Voigt и Kinoshita.** Магнет. анизотропн. тел 778.

- Voigt и Riecke.** См. Riecke и Voigt.
- Volpicelli.** Электрострикция 258.
- Volta.** Электризация при соприкоснов. металлов 180, ряд Вольта 183, контактн. теория 184, электриза. (мнимая) при испарении и кипении 212, теория земн. электричества 346.
- Vonwiller.** Диэлектрич. постоянн. жидкостей 317.
- Vonwiller и Mason.** Диэлектрич. постоянн. тверд. тел 315.
- Wachburn и Bates.** Закон Фарадея 517.
- Wagner.** Термоэлектричество 625.
- Wakemann.** Формула проводим. растворов. 544.
- Walden.** Диэлектрич. постоянн. в зависим. от физич. величин 322.
- Walker.** Теория амфотерн. электролитов 530, влиян. механич. воздейств. на намагнич. 745.
- Waltenhofen.** Измер. магнитн. свойств 737.
- Walter.** Напряж. электромагн. поля 718.
- Warburg.** Рассеяние электрич. при влажн. воздухе 130, электрокапиллярн. явления 175, измер. велич. электродвиж. силы 191, электризация стекла 521, электролиз кислот 526, магнитн. гистерезис 737, работа при намагничении 740.
- Warburg и Tegetmeyer.** Электролиз кварца 522.
- Warren.** Элемент 592.
- Warren de la Rue.** Электрострикция в газах 261.
- Warren de la Rue и Müller.** Элемент 591.
- Weatston.** Мост Витстона 294, 458.
- Weber.** Способ исслед. атмосфер. электрич. 336, подтвержд. закона Джуля и Ленца 503, взаимод. токов 698, гипот. вращ. молекул. магнит. 714, диамагнетометр 757, теория пара- диамагнитн. явлений 759, молекулярн. теория магнетизма 794.
- Weber и Kohlrausch.** См. Kohlrausch и Weber.
- Wedekind.** Пара- и диамагнет. ряды 766.
- Wehnelt.** Магнитн. гистерезис 739.
- Weiss.** Теория магнетизма 384, электромагнит. 717, измер. магнитн. свойств. 736, ферромагн. свойства сплавов 750, магнетизм анизотропн. тел 778, 779, 781, молекулярн. теория магнет. 789.
- Weiss и Droz.** Измер. магнитн. свойств 734.
- Weiss и Foex.** Молекулярн. теория магнетизма 792.
- Weiss и Kamerling-Onnes.** Исслед. слабомагн. тел 768, молек. теория магн. 793.
- Weiss и Königsberger.** См. Königsberger и Weiss.
- Weiss и Kunz.** Магнетизм анизотропн. тел 778, 779.
- Weiss и Piccard.** Исслед. слабомагн. тел 769, молекулярн. теор. магн. 794.
- Weiss и Plauer.** Работа при намагничении 743, магнет. анизотропн. тел 778.
- Weitzel.** Термоэлектричество 631.
- Welsbach и Auer.** См. Auer и Welsbach.
- Werner.** Замещение атомов электронами 139.
- Wertheim.** Влиян. механич. воздействий на намагнич. 745.
- Westmann.** Магнет. анизотропн. тел 778.
- Weston.** Нормальн. кадмиев. элемент 595.
- Wetham.** Теория электролиза 573.
- Whan.** Термоэлектричество 625.
- Wiedeburg.** Электролитич. поляризация 584.
- Wiedemann.** Влиян. механич. воздействий на магнит 419, 420, влиян. темпер. на магниты 421, электрич. эндосмос 508, проводимость электролитов 532, исслед. явления электролиза 549, влияние механических воздействий на намагнич. 746, пара- и диамагнитн. явления 761, 767.
- Wiedemann и Plessner.** Исслед. слабомагн. тел 768.
- Wild.** Электризация при соприкосн. электр. 200, термоэлектричество 636.
- Wildermann.** Фотоэлектрич. элементы 598.
- Wilke.** Трибоэлектрический ряд 206.
- Williams.** Влияние механич. воздействий на намагнич. 746.
- Wills.** Теор. магнитн. индукции 713.
- Wills и Liebknecht.** См. Liebknecht и Wills.
- Wilson.** Электрометр 287, прибор для измер. тока в атмосфер. 348, измерение магнитн. свойств 734.
- Wilson и Hopkinson.** См. Hopkinson и Wilson.
- Wimshurst.** Электрич. машина 233.
- Winkler.** Трибоэлектричество 205.
- Winter.** Выпрямители 528.
- Witkowski.** Электролитич. поляризация 585.
- Wommelsdorf.** Электрич. машина 235.

- Worm-Mueller.** Электризация при со-
прикосн. электролитов 201.
- Wuellner.** Электризация при трении 212,
поляризация диэлектриков 253, фор-
мула 608.
- Wuellner и Koch.** См. Koch и Wuellner.
- Wünsche.** Ферромагнитн. свойства спла-
вов 751.
- Yong и Nogg.** Активн. и пассивн. железо
587.
- Zahn.** Химическая теория 185.
- Zamboni.** Сухой столб 199, 336.
- Zeemann.** Явление Kerr'a 265.
- Zeemann и Ноогенboom.** Явление Kerr'a
265.
- Zeleny.** Влияние темпер. и влажн. на
емкость конденсатора 290, ионизация
воздухе 349.
- Zöllner.** Электриз. при течении жидкостей
222, свечение проволоки 507.

26592
94592

ОГЛАВЛЕНИЕ IV-го ТОМА.

СТР.

VII

Предисловие	VII
-----------------------	-----

ВВЕДЕНИЕ.

Характеристика современного состояния науки об электрических и магнитных явлениях	1
---	---

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

ПОСТОЯННОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ.

Глава первая. Свойства постоянного электрического поля.

§ 1. Основные факты	13
§ 2. Проводники и непроводники или диэлектрики	21
§ 3. Электроскопы; квадратный электрометр; изоляторы	25
§ 4. Закон Кулона и вытекающие из него следствия	29
§ 5. Электростатическая индукция	51
§ 6. Электрический потенциал	65
§ 7. Электроемкость отдельного проводника	80
§ 8. Энергия заряда отдельного проводника	83
§ 9. Конденсаторы	87
§ 10. Распределение электричества. Электростатика	110
§ 11. Предварительная заметка о рассеянии электричества	130
Литература	132

Глава вторая. Источники электрического поля.

§ 1. Введение	133
§ 2. Электрические свойства ионов. Электроны	137
§ 3. Общие замечания о соприкосновении тел	141
§ 4. Электродвижущая сила элемента. Элемент обратимый	149
§ 5. Явление Пельтье	156
§ 6. Учение Nernst'a	157
§ 7. Предварительное понятие об электролитической поляризации	167
§ 8. Капиллярный электрометр и капельные электроды	169
§ 9. Современное положение вопроса об электродвижущей силе соприкосновения тел	178
§ 10. Опытное исследование электризации при соприкосновении проводников первого класса, а также непроводников	180
§ 11. Опытное исследование электризации при соприкосновении электролитов с проводниками первого класса и с непроводниками	192
§ 12. Опытное исследование электризации при соприкосновении двух электролитов	199

	СТР.
§ 13. Соприкосновение газов с проводниками первого и второго класса	202
§ 14. Трение, как источник электричества. Трибоэлектричество	205
§ 15. Дальнейшие источники электричества	212
§ 16. Электрические машины	225
Литература	235

Глава третья. Влияние электрического поля на находящиеся в нем тела.

§ 1. Введение	244
§ 2. Закон Кулона	245
§ 3. Поляризация диэлектриков и остаточный заряд	251
§ 4. Электрострикция	258
§ 5. Влияние электрического поля на оптические свойства, на упругость и на внутреннее трение диэлектриков	262
§ 6. Нагревание диэлектриков при их поляризации	267
Литература	268

Глава четвертая. Электростатические измерения.

§ 1. Введение	272
§ 2. Электростатическая система единиц	272
§ 3. Электрометры. Измерение количеств электричества и потенциалов	275
§ 4. Измерение емкостей	289
§ 5. Измерение диэлектрических постоянных твердых тел	297
§ 6. Измерение диэлектрических постоянных жидких и газообразных тел	309
§ 7. Некоторые результаты измерения диэлектрических постоянных	314
Литература	324

Глава пятая. Атмосферное (земное) электричество.

§ 1. Введение	330
§ 2. Способы исследования электрического поля земной атмосферы	331
§ 3. Некоторые результаты исследования электрического поля земной атмосферы	337
§ 4. Явления электрического разряда в атмосфере	340
§ 5. Современное положение теории явлений земного электричества	342
Литература	350

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

ПОСТОЯННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.

Глава первая. Свойства постоянного магнитного поля.

§ 1. Основные факты	354
§ 2. Сравнение свойств постоянных полей магнитного и электрического	357
§ 3. Формулы, относящиеся ко всякому магнитному полю	361
§ 4. Магнитный потенциал	369
§ 5. Теорема Стокса (Stokes)	374
§ 6. Работа магнитных сил	377
Литература	382

Глава вторая. Источники магнитного поля. Магниты.

§ 1. Временные и постоянные магниты	383
§ 2. Магнитный момент. Полюсы	386
§ 3. Потенциал и энергия магнита	390
§ 4. Потенциал и энергия магнитного двойного слоя (магнитного листка)	397

§ 5.	Свободный магнетизм	402
§ 6.	Единицы магнитных величин	408
§ 7.	Естественные и искусственные стальные магниты	410
§ 8.	Влияние механических воздействий и изменения температуры на искусственные магниты	419
§ 9.	Колебания магнита простые, затухающие и аperiodические	422
	Литература	430

Глава третья. Источники магнитного поля. Электрический ток.

§ 1.	Введение	431
§ 2.	Возникновение гидроэлектрического (гальванического) тока	433
§ 3.	Основные величины в учении о токе и их единицы.	438
§ 4.	Закон Ома. Соединение элементов.	446
§ 5.	Разветвление тока	453
§ 6.	Магнитное поле электрического тока.	469
§ 7.	Закон Био и Савара. Замена тока магнитным листком	475
§ 8.	Энергия тока, помещенного в магнитное поле	488
§ 9.	Заметка о характере законов, определяющих магнитные и электрические силы.	497
	Литература	500

Глава четвертая. Явления, происходящие внутри цепи: тепловые и механические явления.

§ 1.	Введение. Тепловые явления в цепи.	501
§ 2.	Электрический эндосмос. Движение взвешенных частиц.	508
§ 3.	Влияние тока на свойства твердых проводников	513
	Литература.	513

Глава пятая. Явления, происходящие внутри цепи: химические явления. Электролиз. Теория гидроэлектрического тока.

§ 1.	Введение. Законы электролиза	515
§ 2.	Некоторые частные случаи электролиза	520
§ 3.	Проводимость электролитов	532
§ 4.	Теория электролиза. Исследования произведенные до F. Kohlrausch'a	547
§ 5.	Теория электролиза. Работы F. Kohlrausch'a	556
§ 6.	Теория электролиза. Clausius, Helmholtz и Arrhenius	563
§ 7.	Электролитическая поляризация	575
§ 8.	Гидроэлектрические (гальванические) элементы. Нормальные элементы	588
§ 9.	Фотоэлектрические элементы. Аккумуляторы.	597
§ 10.	Теория гидроэлектрических элементов	602
	Литература	610

Глава шестая. Явления, происходящие внутри цепи: термоэлектрические явления.

§ 1.	Введение	618
§ 2.	Термоэлектрические токи. Тела твердые	619
§ 3.	Роль температуры в термоэлектрических явлениях	627
§ 4.	Термоэлектрические явления в жидкостях	635
§ 5.	Явление Пельтье	637
§ 6.	Явление Томсона	640
§ 7.	Теория термоэлектрических явлений	644
	Литература	649

	СТР.
Глава седьмая. Пондеромоторные действия магнитного поля.	
§ 1. Введение	653
§ 2. Взаимодействие магнитов	654
§ 3. Взаимодействие магнитов и токов	661
§ 4. Взаимодействие токов.	678
§ 5. Взаимодействие элементов двух токов	688
§ 6. Опытная проверка законов взаимодействия токов.	699
Литература	700
Глава восьмая. Возбуждение магнитного состояния тел.	
§ 1. Введение	702
§ 2. Математическая теория магнитной индукции	705
§ 3. Электромагниты.	714
§ 4. Влияние магнитного поля на форму и размеры тел.	722
§ 5. Способы измерения величин κ и μ для ферромагнитных тел.	726
§ 6. Зависимость величин B и μ от H для ферромагнитных тел. Гистерезис	733
§ 7. Работа и нагревание при намагничении	740
§ 8. Влияние механических воздействий и температуры на намагничивание	744
§ 9. Ферромагнитные свойства порошков, сплавов и руд	749
§ 10. Парамагнетизм и диамагнетизм. Основные явления.	754
§ 11. Исследование парамагнитных и диамагнитных тел	759
§ 12. Результаты исследований слабоманитных тел	765
§ 13. Магнетизм анизотропных тел	776
§ 14. Молекулярные теории магнетизма J. J. Thomson'a. W. Voigt'a и Langevin'a	785
§ 15. Теория P. Weiss'a. Магнетон. Другие теории	789
§ 16. Намагничивание и вращательное движение.	797
Литература	798

ВАЖНЕЙШИЕ ОПЕЧАТКИ.

Стр.	Строка		напечатано	следует читать
	сверху	снизу		
110	18	—	а какие-либо	в какие-либо
117	22	—	Чем меньше α	Чем меньше a
234	10	—	отрицательное	отрицательные
256	—	17	распространения	распространена
436	11	—	перемещающимися	перемещающимся
484	формула	—	$= \sum V' = \sum I \Omega'$ и т. д.	$V = \sum V' = \sum I \Omega$ и т. д.
493	6	—	линии индукции	линий индукции
545	3	—	жидкостями имеет	жидкостями R имеет
582	20	—	назвать	вызвать
591	15	—	окиси	окись
657	—	3	углы и θ_1	углы θ и θ_1
749	7	—	и что в узких	и то в узких
764	21	—	обитого	обвитого

По ошибке на отдельных листах указано, не третье, а пятое издание.