

Министерство образования Республики Беларусь  
УО "Витебский государственный университет им. П.М. Машерова"

ББК 22.161.627.03

УДК 517.927 + 517.956

№ госрегистрации 20021090

от 09 апреля 2002 г.

НЧ9

«Утверждаю»

Ректор ВГУ им. П.М. Машерова

проф. Русецкий А.В.

«29» \_\_\_\_\_ 2002 г.



**ОТЧЕТ**

**О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ**

*«Нелинейные параболические и стационарные уравнения»*

(заключительный)



Руководитель НИР

доктор физ.-мат. наук

*Гладков*

Гладков А.Л.

Витебск 2005

## Реферат

Отчет 55 с., 85 источник.

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ, НЕЛИНЕЙНЫЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ  
УРАВНЕНИЯ, НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ,  
ЗАДАЧА КОШИ, СУЩЕСТВОВАНИЕ, ЕДИНСТВЕННОСТЬ,  
ЦЕЛЫЕ РЕШЕНИЯ, ГЛОБАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ,  
АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ.**

Объектом исследования являются нелинейные обыкновенные дифференциальные, эллиптические и параболические уравнения.

Получены новые условия существования и отсутствия правильных и целых решений обобщенного уравнения Эмдена – Фаулера. Построены примеры, демонстрирующие точность полученных результатов отсутствия правильных и целых решений обобщенного уравнения Эмдена – Фаулера

Для квазилинейного эллиптического уравнения с вырождающимся оператором Лапласа исследованы условия отсутствия целых решений. Показана точность полученных результатов и уже известных ранее условий существования целых решений.

Выделены классы существования и единственности обобщенных решений задачи Коши для уравнения фильтрации с конвекцией и поглощением со степенными нелинейностями. Описано качественное поведение неограниченных обобщенных решений этой задачи.

Доказаны существование и единственность глобального обобщенного решения задачи Коши для параболического уравнения высокого порядка с произвольно растущими на бесконечности начальными данными; исследована регулярность этих решений.

## Список исполнителей

Руководитель темы, доктор  
физ.-мат. наук, зав. кафедрой  
геометрии и математического  
анализа ВГУ

30.11.05 *Гладков*  
подпись, дата

Гладков А.Л.

### Исполнители темы

кандидат физ.- мат. наук,  
доцент кафедры геометрии и  
математического анализа ВГУ

*Иванова* 30.11.05  
подпись, дата

Иванова Ж.В.

аспирант, ст. преподаватель  
кафедры геометрии и  
математического анализа ВГУ

*Прохожий* 30.11.2005  
подпись, дата

Прохожий С.А.

магистрант, аспирант кафедры  
геометрии и математического  
анализа ВГУ

*Слепченко* 30.11.2005  
подпись, дата

Слепченко Н.Л.

магистрант кафедры геометрии  
и математического анализа ВГУ

*Кавзов* 30.11.05  
подпись, дата

Кавзов И.Э.

магистрант кафедры геометрии  
и математического анализа ВГУ

*Пиканов* 30.11.05  
подпись, дата

Пиканов Д.М.

# Содержание

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	<b>6</b>
<b>1 Условия существования правильных и целых решений нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения высокого порядка</b>	<b>9</b>
1.1 Введение . . . . .	9
1.2 Условия существования правильных и целых решений . .	10
1.3 Обобщение полученных результатов . . . . .	12
<b>2 Обобщенное уравнение Эмдена – Фаулера</b>	<b>14</b>
2.1 Введение . . . . .	14
2.2 Условия отсутствия правильных решений . . . . .	15
2.3 Контрпример к необходимости условия (2.4) . . . . .	17
2.4 Условия отсутствия целых решений . . . . .	18
<b>3 Квазилинейное эллиптическое уравнение с вырождающимся оператором Лапласа</b>	<b>20</b>
3.1 Условия отсутствия целых решений в случае $1 < p \leq 2, p < N$ . . . . .	21
3.2 Случай $2 \leq p < N$ . . . . .	23
3.2.1 Условия существования целых решений . . . . .	23
3.2.2 Условия отсутствия целых решений . . . . .	24
3.3 Случай $p = N$ . . . . .	25
3.3.1 Условия отсутствия целых решений . . . . .	25
3.3.2 Неулучшаемость условия существования (3.4) с $p = N$ . . . . .	26
3.3.3 Контрпример к необходимости условия (3.4) с $p = N$	27
3.4 Случай $p > N$ . . . . .	28
3.4.1 Условия отсутствия целых решений . . . . .	28
3.4.2 Неулучшаемость условия существования (3.5) . . .	29
3.4.3 Контрпример к необходимости условия (3.5) . . . .	30
<b>4 Задача Коши для уравнения фильтрации с конвекцией и поглощением</b>	<b>32</b>
4.1 Введение . . . . .	32
4.2 Существование и единственность . . . . .	33
4.3 Случай $n < (m + p)/2$ . . . . .	37
4.4 Случай $(m + p)/2 < n < m$ . . . . .	37

4.5	Случай $n = m$ . . . . .	39
4.6	Случай $n > m$ . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Задача Коши для параболических уравнений высокого порядка с произвольно растущими на бесконечности начальными данными</b>	<b>41</b>
5.1	Введение и основные результаты . . . . .	41
5.2	Регулярность обобщенного решения . . . . .	43
5.3	Обобщения . . . . .	44
	<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>46</b>
	<b>ЛИТЕРАТУРА</b>	<b>48</b>