

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

УДК 512.542

№ гос.регистрации 20081954

Инв. № _____

ББК 22.144.12.03

Р47



УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научной работе
УО «ВГУ им. П.М.Машерова»

 И.М.Прищепа

"15" марта 2010 г.

О Т Ч Е Т
о научно-исследовательской работе
"Решеточные и локальные методы исследования
классов конечных групп"
(заключительный)

договор с БРФФИ № Ф08М-118 от 01. 04. 2008 г.

Научный руководитель НИР
кандидат физико-математических наук,
доцент


(Подпись)

Е.Н.Залесская

"15" марта 2010 г.

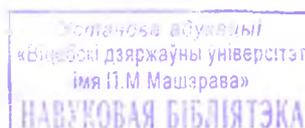
Нормоконтролер


(Подпись)

Т.В.Харкевич

"15" марта 2010 г.

Витебск



Н-623

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,

старший научный сотрудник,
декан математического факультета

«УО ВГУ им. П.М. Машерова»,

кандидат физико-математических наук,

доцент


Е.Н. Залеская

Исполнители:

Докторант кафедры алгебры и
геометрии УО «ГГУ им. Ф. Скорины»,

доцент кафедры алгебры и

методики преподавания математики

«УО ВГУ им. П.М. Машерова»,

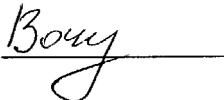
кандидат физико-математических наук,

доцент


Н.Н. Воробьев

Магистрант математического факультета

УО «ВГУ им. П.М. Машерова»


С.Н. Воробьев

РЕФЕРАТ

Отчет 74 с., 1 кн., 75 источников

n -КРАТНО ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, РЕШЕТКА, СТОУНОВА РЕШЕТКА, ТОТАЛЬНО ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, n -КРАТНО ЛОКАЛЬНАЯ ФОРМАЦИЯ, ТОТАЛЬНО ЛОКАЛЬНАЯ ФОРМАЦИЯ, КЛАСС ФИШЕРА, ФОРМАЦИЯ ФИШЕРА, ТОЖДЕСТВО РЕШЕТКИ, τ -ЗАМКНУТАЯ n -КРАТНО ω -НАСЫЩЕННАЯ ФОРМАЦИЯ

Объект исследования – частично насыщенные формации, частично локальные классы Фиттинга конечных групп, классы Фишера.

Предмет исследования – решетки частично насыщенных формаций и частично локальных классов Фиттинга, обобщенные классы Фишера.

Цель работы – развитие решеточных и локальных методов посредством применения концепции частичной локализации Шеметкова-Скибы для решения наиболее важных задач теории классов конечных групп.

Методы исследования: методы абстрактной теории групп, общей теории решеток, а также методы классов Фиттинга.

Получены следующие результаты:

Описаны частично локальные классы Фиттинга со стоуновой решеткой частично локальных подклассов Фиттинга.

Теорема 1.1. Пусть \mathfrak{F} – n -кратно локальный класс Фиттинга. Тогда $L^n(\mathfrak{F})$ является стоуновой решеткой тогда и только тогда, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Теорема 1.2. Пусть \mathfrak{F} – тотально локальный класс Фиттинга. Тогда $L^\infty(\mathfrak{F})$ является стоуновой решеткой тогда и только тогда, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Следствие 1.3. Следующие утверждения равносильны:

1) Класс Фиттинга \mathfrak{F} локален и $L^1(\mathfrak{F})$ является стоуновой решеткой.

2) Класс Фиттинга \mathfrak{F} n -кратно локален и $L^n(\mathfrak{F})$ является стоуновой решеткой.

3) Класс Фиттинга \mathfrak{F} тотально локален и $L^\infty(\mathfrak{F})$ является стоуновой решеткой.

4) Класс Фиттинга $L^n(\mathfrak{F})$ локален и $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Описаны частично локальные формации со стоуновой решеткой частично локальных подформаций.

Теорема 2.1. Пусть \mathfrak{F} — n -кратно локальная формация. Тогда и только тогда решетка $L_n(\mathfrak{F})$ стоунова, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Теорема 2.2. Пусть \mathfrak{F} — тотально локальная формация. Тогда и только тогда решетка $L_\infty(\mathfrak{F})$ стоунова, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Доказан аналог теоремы Локетта для Λ -классов Фишера. А именно, установлено, что произведение двух любых Λ -классов Фишера является Λ -классом Фишера.

Теорема 3.3. Если \mathfrak{F} и \mathfrak{H} – Λ -классы Фишера, то их произведение $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ является Λ -классом Фишера.

Для характеристики \mathfrak{X} -классов Фишера определим операцию частичной наследственности, которую обозначим через $S_{\mathfrak{F}\mathfrak{X}}$.

Если $\mathfrak{X}=\mathfrak{N}$, то операцию $S_{\mathfrak{F}\mathfrak{X}}$ будем обозначать через $S_{\mathfrak{F}}$. Свойства операции $S_{\mathfrak{F}\mathfrak{X}}$ описывает

Теорема 3.15. Для любого непустого $\langle S, R_0 \rangle$ -замкнутого класса \mathfrak{X} операция $S_{\mathfrak{X}}$ является операцией замыкания.

Доказаны

Теорема 3.18. Для любой непустой наследственной формации \mathfrak{X} класс Фиттинга \mathfrak{F} является \mathfrak{X} -классом Фишера тогда и только тогда, когда \mathfrak{F} является $S_{\mathfrak{X}}$ -замкнутым.

Теорема 3.21. Пусть $\mathfrak{F} = LF_{\omega}(C)$. Тогда \mathfrak{F} является формацией Фишера тогда и только тогда, когда класс $C(a)$ является формацией Фишера для всех $a \in \omega \cup \{\omega'\}$.

Исследованы системы тождеств решетки всех формаций и решетки τ -замкнутых n -кратно ω -насыщенных формаций.

Теорема 4.1. Пусть $n > 0$. Тогда всякое тождество, справедливое в решетке всех формаций $l_{\omega_0}^{\tau}$, выполняется и в решетке всех τ -замкнутых n -кратно ω -насыщенных формаций $l_{\omega_n}^{\tau}$.

Если бы решетка $l_{\omega_n}^{\tau}$ была подрешеткой решетки всех формаций $l_{\omega_0}^{\tau}$, то утверждение теоремы 4.1 было бы очевидным. В связи с этим, важным дополнением к теореме 4.1 является следующая

Теорема 4.15. Пусть $n > 0$ и $|\omega| > 1$. Тогда решетка $l_{\omega_n}^{\tau}$ не является подрешеткой в решетке $l_{\omega_0}^{\tau}$.

Следующий результат в определенной мере является обратным к теореме 4.1.

Теорема 4.22. Пусть $n > 0$. Тогда если ω – бесконечное множество, то системы тождеств решеток $l_{\omega_0}^{\tau}$ и $l_{\omega_n}^{\tau}$ совпадают.

Пусть π – некоторое множество простых чисел и \mathfrak{F} – насыщенная формация всех конечных разрешимых π -групп. Построена насыщенная

формация, состоящая из всех конечных π -разрешимых групп, чьи \mathfrak{F} -проекторы содержат холлову π -подгруппу.

Теорема 5.3. Пусть $\mathfrak{F}=LF(F)$ – формация всех разрешимых π -групп. Тогда $L^\tau(\mathfrak{F})=LF(f)$ для локального спутника f такого, что

$$f(p) = \begin{cases} (\mathfrak{F} \downarrow F(p)), & \text{если } p \in \pi, \\ \mathfrak{S}^\pi, & \text{если } p \in \pi'. \end{cases}$$

Описаны τ -замкнутые n -кратно ω -насыщенные формации с булевой решеткой τ -замкнутых n -кратно ω -насыщенных подформаций

Теорема 6.1. Пусть \mathfrak{F} — τ -замкнутая n -кратно ω -насыщенная формация. Тогда следующие условия равносильны:

- 1) решетка $L_{\omega_n}^\tau(\mathfrak{F})$ булева;
- 2) $\mathfrak{F} = \bigoplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$, где $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ — набор всех атомов решетки $L_{\omega_n}^\tau(\mathfrak{F})$;
- 3) в \mathfrak{F} τ -дополняема каждая подформация, являющаяся атомом решетки $L_{\omega_n}^\tau(\mathfrak{F})$.

Указанные результаты исследований являются новыми. Результаты работы внедрены в учебный процесс кафедры алгебры и методики преподавания математики УО «ВГУ имени П.М. Машерова».

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ	2
РЕФЕРАТ	3
СОДЕРЖАНИЕ	7
ВВЕДЕНИЕ	8
1. ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТИЧНО ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА СО СТОУНОВОЙ РЕШЕТКОЙ ЧАСТИЧНО ЛОКАЛЬНЫХ ПОДКЛАССОВ ФИТТИНГА	14
2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТИЧНО ЛОКАЛЬНЫХ ФОРМАЦИЙ СО СТОУНОВОЙ РЕШЕТКОЙ ЧАСТИЧНО ЛОКАЛЬНЫХ ПОДФОРМАЦИЙ	17
3. ИССЛЕДОВАНИЕ КЛАССОВ ФИШЕРА И ФОРМАЦИЙ ФИШЕРА	26
4. ОПИСАНИЕ РЕШЕТКИ τ -ЗАМКНУТЫХ n -КРАТНО ω -НАСЫЩЕННЫХ ФОРМАЦИЙ	40
5. КЛАССИФИКАЦИЯ КЛАССОВ КОНЕЧНЫХ ГРУПП ПОСРЕДСТВОМ ОПЕРАТОРОВ ЗАМЫКАНИЯ	48
6. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕТОЧНЫХ СВОЙСТВ КЛАССОВ КОНЕЧНЫХ ГРУПП	53
7. ПЕРСПЕКТИВЫ ДАЛЬНЕЙШЕГО РАЗВИТИЯ И ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ	62
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	64
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	66