МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

УДК 512.542
№ гос.регистрации 20081954
Инв. №

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по научной работе
УО «ВГУ им. П.М.Машерова»

И.М.Прищепа

"15" марта 2010 г.

ОТЧЕТ
о научно-исследовательской работе "Решеточные и локальные методы исследования классов конечных групп"
(заключительный)

договор с БРФФИ № Ф08М-118 от 01. 04. 2008 г.

Научный руководитель НИР
кандидат физико-математических наук,
доцент

Е.Н.Залесская
(Подпись)

"15" марта 2010 г.

Нормоконтролер

Т.В.Харкевич
(Подпись)

"15" марта 2010 г.

Витебск

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,
старший научный сотрудник,
декан математического факультета
«УО ВГУ им. П.М. Машерова»,
кандидат физико-математических наук,
доцент ____________ Е.Н. Залесская

Исполнители:

Докторант кафедры алгебры и
геометрии УО «ГГУ им. Ф. Скорины»,
доцент кафедры алгебры и
методики преподавания математики
«УО ВГУ им. П.М. Машерова»,
кандидат физико-математических наук,
доцент ____________ Н.Н. Воробьев

Магистрант математического факультета
УО «ВГУ им. П.М. Машерова» ____________ С.Н. Воробьев

РЕФЕРАТ

Отчет 74 с., 1 кн., 75 источников

n-КРАТНО ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, РЕШЕТКА, СТОУНОВА РЕШЕТКА, ТОТАЛЬНО ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, n-КРАТНО ЛОКАЛЬНАЯ ФОРМАЦИЯ, ТОТАЛЬНО ЛОКАЛЬНАЯ ФОРМАЦИЯ, КЛАСС ФИШЕРА, ФОРМАЦИЯ ФИШЕРА, ТОЖДЕСТВО РЕШЕТКИ, τ-ЗАМКНУТАЯ n-КРАТНО ω-НАСЫЩЕННАЯ ФОРМАЦИЯ

Объект исследования – частично насыщенные формации, частично локальные классы Фиттинга конечных групп, классы Фишера.

Предмет исследования – решетки частично насыщенных формаций и частично локальных классов Фиттинга, обобщенные классы Фишера.

Цель работы – развитие решеточных и локальных методов посредством применения концепции частичной локализации Шеметкова-Скибы для решения наиболее важных задач теории классов конечных групп.

Методы исследования: методы абстрактной теории групп, общей теории решеток, а также методы классов Фиттинга.

Получены следующие результаты:

Описаны частично локальные классы Фиттинга со стоуновой решеткой частично локальных подклассов Фиттинга.

Теорема 1.1. *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– n-кратно локальный класс Фиттинга. Тогда* $L^n(\mathfrak{F})$ *является стоуновой решеткой тогда и только тогда, когда* $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Теорема 1.2. *Пусть* $\mathfrak{F}$ – *тотально локальный класс Фиттинга. Тогда* $L^{\infty}(\mathfrak{F})$ *является стоуновой решеткой тогда и только тогда, когда* $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Следствие 1.3. *Следующие утверждения равносильны*:

1) *Класс Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *локален и* $L^{1}(\mathfrak{F})$ *является стоуновой решеткой.*

2) *Класс Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *n*-кратно локален и $L^{n}(\mathfrak{F})$ *является стоуновой решеткой.*

3) *Класс Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *тотально локален и* $L^{\infty}(\mathfrak{F})$ *является стоуновой решеткой.*

4) *Класс Фиттинга* $L^{n}(\mathfrak{F})$ *локален и* $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Описаны частично локальные формации со стоуновой решеткой частично локальных подформаций.

Теорема 2.1. *Пусть* $\mathfrak{F}$ — *n-кратно локальная формация. Тогда и только тогда решетка* $L_n(\mathfrak{F})$ *стоунова, когда* $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Теорема 2.2. *Пусть* $\mathfrak{F}$ — *тотально локальная формация. Тогда и только тогда решетка* $L_{\infty}(\mathfrak{F})$ *стоунова, когда* $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

Доказан аналог теоремы Локетта для Λ-классов Фишера. А именно, установлено, что произведение двух любых Λ-классов Фишера является Λ-классом Фишера.

Теорема 3.3. *Если* $\mathfrak{F}$ *и* $\mathfrak{H}$ – Λ*-классы Фишера, то их произведение* $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ *является* Λ*-классом Фишера.*

Для характеризации $\mathfrak{X}$-классов Фишера определим операцию частичной наследственности, которую обозначим через $S_{F\mathfrak{X}}$.

Если $\mathfrak{X}=\mathfrak{N}$, то операцию $S_{F\mathfrak{X}}$ будем обозначать через S_F. Свойства операции $S_{F\mathfrak{X}}$ описывает

Теорема 3.15. *Для любого непустого* $\langle S, R_0\rangle$*-замкнутого класса* $\mathfrak{X}$ *операция* $S_{F\mathfrak{X}}$ *является операцией замыкания.*

Доказаны

Теорема 3.18. *Для любой непустой наследственной формации* $\mathfrak{X}$ *класс Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *является* $\mathfrak{X}$*–классом Фишера тогда и только тогда, когда* $\mathfrak{F}$ *является* $S_{F\mathfrak{X}}$*-замкнутым.*

Теорема 3.21. *Пусть* $\mathfrak{F}=LF_\omega(C)$. *Тогда* $\mathfrak{F}$ *является формацией Фишера тогда и только тогда, когда класс* $C(a)$ *является формацией Фишера для всех* $a\in\omega\cup\{\omega'\}$.

Исследованы системы тождеств решетки всех формаций и решетки τ-замкнутых n-кратно ω-насыщенных формаций.

Теорема 4.1. *Пусть n>0. Тогда всякое тождество, справедливое в решетке всех формаций* $l_{w_0}^{\tau}$, *выполняется и в решетке всех* τ*-замкнутых n-кратно* ω*-насыщенных формаций* $l_{w_n}^{\tau}$.

Если бы решетка $l_{\omega_n}^{\tau}$ была подрешеткой решетки всех формаций $l_{\omega_0}^{\tau}$, то утверждение теоремы 4.1 было бы очевидным. В связи с этим, важным дополнением к теореме 4.1 является следующая

Теорема 4.15. *Пусть* $n>0$ *и* $|\omega|>1$. *Тогда решетка* $l_{\omega_n}^{\tau}$ *не является подрешеткой в решетке* $l_{\omega_0}^{\tau}$.

Следующий результат в определенной мере является обратным к теореме 4.1.

Теорема 4.22. *Пусть* $n>0$. *Тогда если* ω *– бесконечное множество, то системы тождеств решеток* $l_{\omega_0}^{\tau}$ *и* $l_{\omega_n}^{\tau}$ *совпадают.*

Пусть π – некоторое множество простых чисел и $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация всех конечных разрешимых π-групп. Построена насыщенная формация, состоящая из всех конечных π-разрешимых групп, чьи $\mathfrak{F}$-проекторы содержат холлову π-подгруппу.

Теорема 5.3. *Пусть* $\mathfrak{F}=LF(F)$ – *формация всех разрешимых* π-*групп. Тогда* $L^{\pi}(\mathfrak{F})=LF(f)$ *для локального спутника* f *такого, что*

$$f(p)=\begin{cases}(\mathfrak{F}\downarrow F(p)), & \text{если } p\in\pi,\\ \mathfrak{S}^{\pi}, & \text{если } p\in\pi'.\end{cases}$$

Описаны τ-замкнутые n-кратно ω-насыщенные формации с булевой решеткой τ-замкнутых n-кратно ω-насыщенных подформаций

Теорема 6.1. *Пусть* $\mathfrak{F}$ — τ-*замкнутая* n-*кратно* ω-*насыщенная формация. Тогда следующие условия равносильны*:

1) *решетка* $L^{\tau}_{\omega_n}(\mathfrak{F})$ *булева*;

2) $\mathfrak{F}=\oplus_{i\in I}\mathfrak{F}_i$, *где* $\{\mathfrak{F}_i \mid i\in I\}$ — *набор всех атомов решетки* $L^{\tau}_{\omega_n}(\mathfrak{F})$;

3) *в* $\mathfrak{F}$ τ-*дополняема каждая подформация, являющаяся атомом решетки* $L^{\tau}_{\omega_n}(\mathfrak{F})$.

Указанные результаты исследований являются новыми. Результаты работы внедрены в учебный процесс кафедры алгебры и методики преподавания математики УО «ВГУ имени П.М. Машерова».

СОДЕРЖАНИЕ