

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.М. МАШЕРОВА»

УДК 512.542

№ гос.регистрации 20066192

Инв. № \_\_\_\_\_

ББК 22.144.12я03  
Р17



УТВЕРЖДАЮ:  
Ректор УО «ВГУ  
им.П.М.Машерова»

А.В.Русецкий

"07" марта 2008 г.

О Т Ч Е Т

о научно-исследовательской работе  
"Развитие и применение метода Хартли  
в теории классов Фиттинга"  
(заключительный)

договор с БРФФИ № Ф06М-034 от 01. 04. 2006 г.

Научный руководитель НИР  
кандидат физико-математических наук

Е.Н.Залесская

(Подпись)

"05" марта 2008 г.

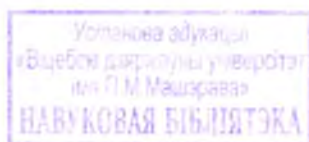
Начальник научно-иссле-  
довательского сектора  
кандидат геолого-минера-  
логических наук, доцент

А.Н.Галкин

(Подпись)

"05" марта 2008 г.


Витебск 2008



Н-276

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,  
ст. научн. сотр.,  
канд. физ.-мат. наук

05.03.2008  Е.Н. Залесская /

## РЕФЕРАТ

Отчет 41 с., 1 кн., 43 источника

$\omega$ -ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, НОРМАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, СЕКЦИЯ ЛОКЕТТА, ГИПОТЕЗА ЛОКЕТТА,  $p$ -ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, ФУНКЦИЯ ХАРТЛИ,  $\omega$ -ЛОКАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ХАРТЛИ, ИНЪЕКТОРЫ.

Объектом исследования являлись  $\omega$ -локальные классы Фиттинга. Предметом исследований была структура  $\omega$ -локальных классов Фиттинга с заданными свойствами функций Хартли.

Цель работы – развитие метода Хартли посредством применения концепции частичной локализации Шеметкова-Скибы для решения наиболее важных задач в теории классов Фиттинга.

Методы исследования: методы абстрактной теории групп, общей теории решеток, а также методы классов Фиттинга.

Получены следующие результаты:

Описаны новые классы Фиттинга, удовлетворяющие обобщенной гипотезе Локетта.

**Теорема 1.1** Пусть классы Фиттинга  $\mathcal{X}$ ,  $\mathcal{Y}$ ,  $\mathcal{F}$  таковы, что  $\mathcal{Y} \subseteq \mathcal{F}$ , класс  $\mathcal{X}$  удовлетворяет гипотезе Локетта в классе  $\mathcal{F}$ , а  $\mathcal{Y}$  – насыщенная радикальная формация. Тогда если класс  $\mathcal{X} * \mathcal{Y}$  удовлетворяет гипотезе Локетта в классе  $\mathcal{F}$ , то и класс  $\mathcal{X} * \mathcal{Y}$  удовлетворяет гипотезе Локетта в классе  $\mathcal{F}$ .

Получено описание новых частично локальных классов Фиттинга, удовлетворяющих гипотезе Локетта.

**Теорема 1.2** Если  $\mathcal{X}$  – локальный класс Фиттинга, то для каждого простого  $p$  класс Фиттинга  $\mathcal{F} = \mathcal{X} * \mathcal{N}_p$   $p$ -локален и удовлетворяет гипотезе Локетта.

Построен новый пример ненормального разрешимого класса Фиттинга, который не удовлетворяет гипотезе Локетта. Для построения таких классов я использовала конструкцию класса Фиттинга (не удовлетворяющего гипотезе Локетта), предложенную в 1977 году Бергером и Косси в работе «An example in the theory of normal Fitting classes».

**Теорема 2.1** Пусть  $\mathcal{F}$  – конструкция класса Фиттинга, предложенная Бергером и Косси,  $\{\mathcal{Y}_i \mid i \in I\}$  – семейство насыщенных радикальных гомоморфов таких, что  $\mathcal{Y}_i \cap \mathcal{Y}_j = (1)$  при  $i \neq j$ , а  $\cup_{i \in I} \mathcal{Y}_i = \mathcal{G}$ . Тогда существует такое  $i \in I$ , что класс Фиттинга  $\mathcal{S} = \mathcal{F} * \mathcal{Y}_i$  не удовлетворяет гипотезе Локетта.

Определены условия, при которых  $\omega$ -локальные классы Фиттинга являются классами Локетта.

**Теорема 3.1** *Каждый  $\omega$ -локальный класс Фиттинга  $\mathfrak{F}$  с  $\text{Char}(\mathfrak{F}) \subseteq \omega$  является классом Локетта.*

Следующая теорема определяет условия, при которых класс Локетта удовлетворяет обобщенной гипотезе Локетта.

**Теорема 3.3** *Пусть  $\mathfrak{F}$  – класс Локетта, причем  $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ , где  $\mathfrak{X}$  – некоторый класс Фиттинга. Если  $\mathfrak{X} \cap \mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{F} * \mathfrak{C}_p$ , для всех простых  $p \in \text{Char}(\mathfrak{F})$ , то  $\mathfrak{F}$  удовлетворяет гипотезе Локетта в  $\mathfrak{X}$ .*

Описаны новые классы сопряженных инъекторов для классов Фиттинга.

**Теорема 4.1** *Пусть  $\mathfrak{X}$  – некоторый непустой класс Фиттинга,  $\mathfrak{Y}$  – класс Фиттинга такой, что  $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{Y} \subseteq \mathfrak{X}^*$ , и  $\mathfrak{F} = \mathfrak{X}\mathfrak{Y}$ . Тогда для любой группы  $G$  такой, что  $G/G_{\mathfrak{X}}$   $\mathfrak{Y}$ -скована, и ее подгруппы  $V$  справедливы следующие утверждения:*

1)  $V$  является  $\mathfrak{F}$ -инъектором группы  $G$  тогда и только тогда, когда  $V/G_{\mathfrak{X}}$  является  $\mathfrak{Y}$ -инъектором группы  $G/G_{\mathfrak{X}}$ ;

2)  $\mathfrak{F}$ -инъекторы группы  $G$  – это в точности все те ее  $\mathfrak{F}$ -максимальные подгруппы, которые содержат ее  $\mathfrak{F}$ -радикал  $G_{\mathfrak{F}}$ ;

3) в любой группе  $G$  существуют  $\mathfrak{F}$ -инъекторы и любые два из них сопряжены в  $G$ .

Построено такое отображение решетки всех нормальных классов Фиттинга в решетку секции Локетта, порожденной классами Фиттинга, которое не является сюръективным.

**Теорема 5.2** *Пусть  $\mathfrak{H} = \mathfrak{F} * \mathcal{N}_{\pi_i}$ , где  $\mathfrak{F}$  – конструкция класса Фиттинга, предложенная Бергером и Косси. Тогда существует такое множество простых чисел  $\pi_i$ , что отображение решетки всех нормальных классов Фиттинга в решетку  $\text{Locksec}(\mathfrak{H})$  не сюръективно.*

В классе  $\mathfrak{E}$  всех конечных групп определено достаточное условие для того, чтобы отображение решетки секции Локетта, порожденной произвольными классами Фиттинга, в решетку секции Локетта, порожденной  $\omega$ -локальными классами Фиттинга, было сюръективно.

**Теорема 6.1** *Пусть  $\mathfrak{F}$  –  $\omega$ -локальный класс Фиттинга, причем  $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ , где  $\mathfrak{X}$  – некоторый класс Фиттинга. Если  $\text{Char}(\mathfrak{F}) \subseteq \omega$ , то отображение решетки  $\text{Locksec}(\mathfrak{X})$  в решетку  $\text{Locksec}(\mathfrak{F})$  сюръективно.*

Результаты работы внедрены в учебный процесс кафедры алгебры и методики преподавания математики УО «ВГУ имени П.М.Машерова».

## СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ	2
РЕФЕРАТ	3
СОДЕРЖАНИЕ	5
ВВЕДЕНИЕ	6
1. ВЫЯВЛЕНИЕ И ОПИСАНИЕ НОВЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА	11
2. ВЫЯВЛЕНИЕ И ОПИСАНИЕ КЛАССОВ ФИТТИНГА, НЕ УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА	15
3. ИССЛЕДОВАНИЕ КЛАССОВ ЛОКЕТТА	17
4. ОПИСАНИЕ НОВЫХ КЛАССОВ СОПРЯЖЕННЫХ ИНЪЕКТОРОВ ДЛЯ КЛАССОВ ФИТТИНГА	22
5. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕТОЧНЫХ СВОЙСТВ КЛАССОВ ФИТТИНГА	26
6. ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ $\omega$ -ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА	30
7. ПЕРСПЕКТИВЫ ДАЛЬНЕЙШЕГО РАЗВИТИЯ И ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	35
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	37