ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ПОРОЖДЕННЫХ КРАТНО σ-ЛОКАЛЬНЫХ ФОРМАЦИЙ

Стаселько И.И., Ходжагулыев А.,
магистранты ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь
Научный руководитель – ***Воробьев Н.Н.,*** *доктор физ.-мат. наук, доцент*

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать терминологию из [1–4].

Пусть $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ – некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$, где $\mathbb{P} = \bigcup_{G \in I} \sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ для всех $i \neq j$. Если n – целое число, то символом $\pi(n)$ обозначается множество всех различных простых чисел, делящих n; $\sigma(n) = \{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$; $\sigma(G) = \sigma(|G|)$; $\sigma(\mathfrak{F}) = \bigcup_{G \in \mathfrak{F}} \sigma(G)$. Для любой совокупности групп $\mathfrak{F}$ символом $(\mathfrak{F})$ обозначается класс групп, порожденный совокупностью групп $\mathfrak{F}$. Символами $F_{\sigma_i}(G)$ и $O_{\sigma_i}(G)$ обозначают соответственно произведение всех нормальных σ_i'-замкнутых подгрупп группы G (см. [3]) и наибольшую нормальную σ_i-подгруппу группы G. *Полуформацией* называется класс групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов (см. [2]). *Формацией* называется класс групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

Пусть f – произвольная функция вида

$f : \sigma \to$ {формации групп}, (1)

называемая *формационной σ-функцией*. Следуя [3, 4] функции f сопоставляют класс групп

$LF_\sigma(f) = (G \mid G = 1$ или $G \neq 1$ и $G/F_{\sigma_i}(G) \in f(\sigma_i)$ для всех $\sigma_i \in \sigma(G))$.

Если для некоторой формационной σ-функции f вида (1) имеет место $\mathfrak{F} = LF_\sigma(f)$, то $\mathfrak{F}$ называется *σ-локальной формацией* с *σ-локальным заданием* f (см. [3, 4]). Следует отметить, что относительно включения $\subseteq$ множество всех n-кратно σ-локальных формаций S_n^σ образует полную решетку (см. [4, теорема 1.15]). Совокупность формаций Θ называется полной решеткой формаций [2], если пересечение любой совокупности формаций из Θ снова принадлежит Θ, и во множестве Θ имеется такая формация $\mathfrak{F}$, что $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{F}$ для всех формаций $\mathfrak{M} \in \Theta$. Мы используем $l_n^\sigma\mathrm{form}(\mathfrak{X})$ для обозначения пересечения всех n-кратно σ-локальных формаций, содержащих совокупность групп $\mathfrak{X}$.

Всякая формация считается 0-*кратно σ-локальной*. При $n \geq 1$ формация $\mathfrak{F}$ называется *n-кратно σ-локальной*, если либо $\mathfrak{F} = (1)$ совпадает с классом единичных групп, либо $\mathfrak{F} = LF_\sigma(f)$, где все значения f являются $(n-1)$-кратно σ-локальными формациями для всех $\sigma_i \in \sigma(\mathfrak{F})$ (см. [4]).

Основным результатом является следующая

Теорема. *Пусть* $\mathfrak{M}$ *– полуформация и* $A \in l_n^\sigma\mathrm{form}\mathfrak{M}$, $n \geq 0$. *Тогда если* $O_{\sigma_i}(G) = 1$ *и* $\sigma_i \in \sigma$, то $A \in l_n^\sigma\mathrm{form}\mathfrak{M}_1$, *где* $\mathfrak{M}_1 = (G/O_{y_i}(G) \mid G \in \mathfrak{M})$.

1. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука. Гл. ред. физ-матем. лит., 1978. – 272 с. – (Соврем. алгебра).
2. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
3. Чи, Ч. О Σ_t^σ-замкнутых классах конечных групп / Ч. Чи, А.Н. Скиба // Укр. мат. журн. – 2018. – Т. 70, № 12. – С. 1707–1716; англ. пер.: Chi, Z. On Σ_t^σ-closed classes of finite groups / Z. Chi, A.N. Skiba // Ukr. Math. J. – 2019. – Vol. 70, no. 12. – P. 1966–1977.
4. Chi, Z. On n-multiply σ-local formations of finite groups / Z. Chi, V.G. Safonov, A.N. Skiba // Comm. Algebra. – 2019. – Vol. 47, № 3. – P. 957–968.

Репозиторий ВГУ