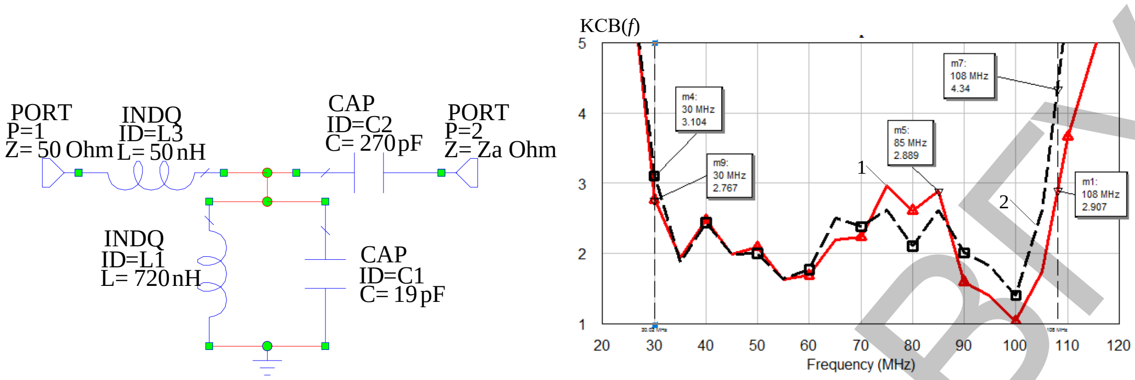
позволило синтезировать корректирующую цепь третьего порядка, обеспечивающую максимальное значение КСВ, не превышающее 2,9 в заданной полосе частот.



а) б)

Рисунок 3 – Схема корректирующей цепи (а) и ее характеристика КСВ (1) и без корректирования (2)

Заключение. Таким образом, экспериментально подтверждено, что при расположении антенны БШДА непосредственно на технике приводит к изменению ее импеданса во всей полосе пропускания, а вблизи верхней граничной частоты изменения весьма значительные. Наличие штатной согласующей цепи в данной антенне не позволяет обеспечить требуемое максимальное значение КСВ≤3,5 в рабочей полосе частот, что, в свою очередь, приводит к падению уровня коэффициента передачи мощности и, соответственно, уменьшению дальности связи.

В связи с этим для обеспечения устойчивой радиосвязи предлагается использовать корректирующую цепь, рассчитанную с применением методики структурно-параметрического синтеза корректирующей цепи на основе основе комплексного критерия соответствия идеальному фильтру, обеспечивающую максимальное значение КСВ не более 2,9 в рассматриваемой полосе частот.

1. Средства связи и боевая экипировка [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://t-c.by/wp-content/uploads/2019/10/Katalog-TVN.pdf. – Дата доступа: 09.09.2020.

2. Шашок В.Н., Коноплицкий А.С. Методика определения структуры и параметров многополосных согласующих цепей на основе внутриполостного комплексного критерия соответствия идеальному фильтру. Доклады БГУИР. –2020. – Т. 18, № 4. – С. 62–70.

КРАТЧАЙШИЕ БИССЕКТОРЫ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

Круталевич М.В.,
студент УО «БГПУ имени Максима Танка», г. Минск, Республика Беларусь
*Научный руководитель – **Гриб Н.В.,** канд. физ.-мат. наук, доцент*

Изопериметрическая задача о поиске фигуры наибольшей площади, граница которой имеет заданную длину, – одна из известнейших экстремальных задач древности. Ее решением является круг, впервые это доказал Зенодор (II век до н. э.) в своём трактате «Об изопериметрических фигурах». Первое математически строгое с современной точки зрения решение было получено лишь во второй половине XIX века Германом Шварцем (см., например, [1]).

Следуя Д. Пойа [1, стр. 202], биссектором плоской фигуры назовем дугу с концами на ее границе, делящую фигуру на две части равной площади.

Задача о нахождении кратчайшего биссектора фигуры является родственной изопериметрической и имеет очевидный прикладной смысл. Например, нужно разделить участок земли на два равновеликих участка забором (не обязательно прямолинейным) минимальной длины. В общем виде эта задача чрезвычайно сложна, ограничимся здесь случаем, когда данная фигура – выпуклый многоугольник.

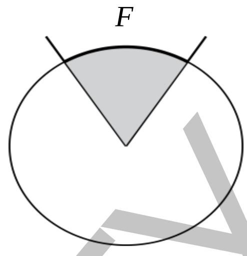


Рис. 1

Результаты и их обсуждение. Приведем сначала известные следствия из изопериметрического свойства круга.

Лемма 1. *Пусть F – часть плоскости, находящаяся внутри угла α, тогда кратчайшая кривая, отделяющая от F фигуру площади S, есть дуга окружности с центром в вершине угла* (рис. 1), *при этом длина этой дуги равна* $\sqrt{2S\alpha}$.

Лемма 2. *Кратчайшей кривой с концами в данных точках A и B, ограничивающей вместе с отрезком AB фигуру данной площади, является дуга окружности* (рис. 2).

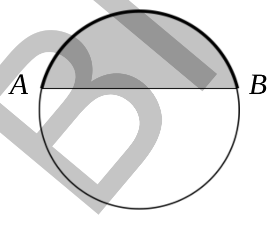


Рис. 2

Пусть дан произвольный выпуклый многоугольник. Дугу окружности с концами на его сторонах, перпендикулярную этим сторонам и делящую многоугольник на равновеликие части, будем называть ***правильным биссектором***. Заметим, если стороны параллельны, правильный биссектор вырождается в перпендикулярный этим сторонам отрезок. Очевидно, что для многоугольника число правильных биссекторов конечно и не превышает количества пар его сторон.

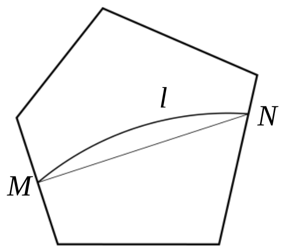


Рис. 3

Теорема 1. *Кратчайшим биссектором многоугольника является правильный биссектор.*

Доказательство. Пусть l – кратчайший биссектор, а концы его находятся в точках M и N (рис. 3). Согласно лемме 2 l – дуга окружности. Докажем, что l в своих концах перпендикулярна сторонам многоугольника.

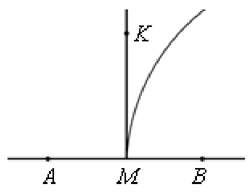


Рис. 4

Если M является внутренней точкой стороны, то возьмем на этой стороне точки A и B по разные стороны от M; если же M совпадает с вершиной многоугольника, то A и B возьмем на инцидентных этой вершине сторонах. Проведём касательную MK к l и покажем, что $\angle AMK = \angle KMB = 90°$ (рис. 4).

От противного, пусть хотя бы один из этих углов острый (оба тупыми быть не могут, т.к. многоугольник выпуклый).

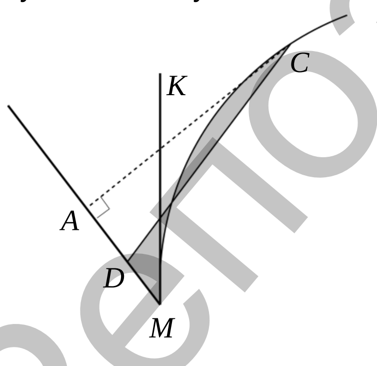


Рис. 5

Пусть $\angle AMK$ – острый. Из точки A проведём перпендикуляр к AM, на пересечении с l отметим точку C. Тогда на отрезке AM существует такая точка D, что площади криволинейного треугольника и сегмента, полученных при пересечении отрезка CD и дуги CM, равны (рис. 5). Так как CD короче дуги CM, мы нашли биссектор короче l – противоречие.

Пусть теперь $\angle KMB$ – острый. Из точки B проведём перпендикуляр к MB, на пересечении с l отметим точку C (рис. 6). Отразим точку C и дугу CM симметрично относительно AB. Так как l – кратчайшая кривая, то объединение дуг CM и CM' должно быть кратчайшей кривой, ограничивающей вместе с отрезком CC' некоторую площадь, но это противоречит лемме 2.

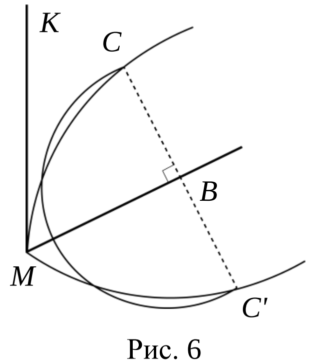


Рис. 6

Терема доказана.

Из доказательства теоремы 1 вытекает важный факт: кратчайший биссектор не может проходить через вершину многоугольника.

На теореме 1 основан алгоритм нахождения кратчайшего биссектора выпуклого многоугольника:

1. Найти длины всех существующих правильных биссекторов.
2. Выбрать из них кратчайший (минимальную длину может иметь несколько биссекторов).

Отдельно остановимся на случае треугольника.

Теорема 2. *Если меньший угол треугольника площади S равен α, то кратчайшим биссектором будет являться правильный биссектор с концами на сторонах, образующих этот угол, длиной* $\sqrt{S\alpha}$ *и радиусом* $\sqrt{\frac{S}{\alpha}}$ (рис. 7).

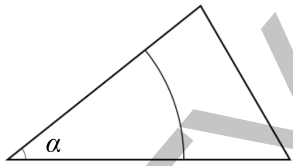


Рис. 7

Теорема 2 является следствием леммы 1 и теоремы 1. Отметим, что кратчайших биссекторов в треугольнике может быть один, два или три – по количеству углов с минимальным значением. Например, в равностороннем треугольнике три кратчайших биссектора (рис. 8).

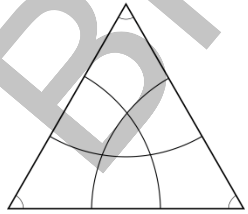


Рис. 8

Заключение. Недостатком представленного алгоритма является перебор большого количества правильных биссекторов: у n-угольника $(n^2–n)/2$ пар сторон. Кроме того, расчет длины биссектора, стягивающего не соседние стороны, требует нахождения угла между содержащими эти стороны прямыми, а также площади фигуры, ограниченной этим углом и многоугольником. Это обуславливает значительную вычислительную сложность алгоритма.

1. Бляшке, В. Круг и шар / В. Бляшке – М. : Наука, 1967. – 233 с.
2. Пойа, Д. Математика и правдоподобные рассуждения / Д. Пойа. – 2-е изд., испр. – М. : Наука, 1975. – 462 с.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНОГО МНОГОПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКОГО ГРАФИЧЕСКОГО ПРИЛОЖЕНИЯ

Куликов В.А.,
выпускник ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь
Научный руководитель – ***Шпаков С.А.,*** *старший преподаватель*

Зачастую среди небольших групп разработчиков в корпоративной среде возникает необходимость донести некоторую идею. При этом, учитывая реалии современного мира, всё больше людей переходят на удалённый режим работы. Таким образом, возникает вопрос: а как же в таких ситуациях донести свою идею наиболее эффективно и рационально? Одним из возможных решений этой проблемы может служить создание высокопроизводительного многопользовательского приложения, работающего с графикой и сетью. Такое приложение позволило бы визуально доносить свои задумки и идеи до других сотрудников, при этом позволяя им самим поучаствовать в её формировании.

Целью работы является проектирование и разработка сетевого многопользовательского векторного [1] графического редактора, создание которого позволит осуществлять визуальную коммуникацию в удалённом режиме, в том числе и посредством всемирной паутины (Internet). Для ускорения работы приложения в качестве рабочего был выбран язык программирования Rust [2] с использованием ключевой библиотеки Vulkano [3], которая позволяет взаимодействовать с API Vulkan.

Материал и методы. Для реализации данного приложения были использованы средства ОС Linux, текстовый редактор Neovim, который оснащён плагином для работы с LSP (Language Server Protocol) сервером. Проектирование и разработка осуществлялась на стеке достаточно новых и мало опробованных технологий – языке программирования Rust и графического API Vulkan.