УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
„ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ"

УДК 512.542

МЕХОВИЧ
Андрей Павлович

ПРЯМЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ФОРМАЦИЙ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

Гомель, 2013

Работа выполнена в учреждении образования „Витебский государственный университет имени П.М. Машерова"

Научный руководитель:	**Воробьев Николай Николаевич**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры, учреждение образования „Витебский государственный университет имени П.М. Машерова", кафедра алгебры и методики преподавания математики
Официальные оппоненты:	**Семенчук Владимир Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, учреждение образования „Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины", кафедра высшей математики
	Гальмак Александр Михайлович, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой, учреждение образования „Могилевский государственный университет продовольствия", кафедра высшей математики

Оппонирующая организация – Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко.

Защита состоится 29 ноября 2013 года в 16^{00} на заседании совета по защите диссертаций Д 02.12.01 при учреждении образования „Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины" по адресу: 246019, г. Гомель, ул. Советская, 104, ауд. 1-20. Телефон ученого секретаря: +375 232 57 37 91. E-mail: SovetD021201@tut.by.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале № 1 библиотеки учреждения образования „Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины"

Автореферат разослан 25 октября 2013 года

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций Д.А. Ходанович

КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Формации — это классы конечных групп, замкнутые относительно взятия гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений. Понятие формации, как известно, возникло в связи с разработкой общих методов отыскания новых классов сопряженных подгрупп в конечных разрешимых группах. В дальнейшем формации стали рассматриваться и как самостоятельные объекты исследования, что нашло отражение в ряде монографических изданий[1,2,3,4].

Во многих приложениях теории формаций наиболее часто используются формации, замкнутые относительно тех или иных фраттиниевых расширений своих групп. Это прежде всего относится к ω-насыщенным и разрешимо ω-насыщенным формациям, которые были определены А. Баллестером-Болинше и Л.А. Шеметковым[5,6] (ω — произвольное непустое множество простых чисел).

Формация $\mathfrak{F}$ называется *ω-насыщенной*[5] или *ω-локальной*, если для любого простого числа $p \in \omega$ формация $\mathfrak{F}$ наряду с каждой группой $G/O_p(\Phi(G)) \in$ $\in \mathfrak{F}$ содержит саму конечную группу G. Если же для любого простого числа $p \in \omega$ формация $\mathfrak{F}$ наряду с каждой группой $G/\Phi(O_p(G)) \in \mathfrak{F}$ содержит саму конечную группу G, то формация $\mathfrak{F}$ называется ***разрешимо ω-насыщенной***[6] или ***ω-композиционной***. Понятно, что всякая ω-насыщенная формация является разрешимо ω-насыщенной, но обратное в общем случае неверно.

При изучении различных математических объектов важной задачей является нахождение редукции в исследовании этих объектов к родственным объектам, но имеющим более простую структуру. В теории классов конечных групп один из подходов в этом направлении был предложен А.Н. Скибой в работе[7], где введено понятие прямого разложения класса в смысле следующего определения.

---

[1]Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math.; vol. 4).

[2]Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1978. – 272 с. – (Соврем. алгебра).

[3]Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1989. – 256 с. – (Соврем. алгебра).

[4]Guo, Wenbin. The Theory of Classes of Groups / Wenbin Guo. – Beijing–New York–Dordrecht–Boston–London : Science Press / Kluwer Academic Publishers, 2000. – 261 p. – (Mathematics and Its Applications ; vol. 505).

[5]Ballester-Bolinches, A. On lattices of p-local formations of finite groups / A. Ballester-Bolinches, L.A. Shemetkov // Math. Nachr. – 1997. – Vol. 186. – P. 57–65.

[6]Shemetkov L.A. Frattini extensions of finite groups and formations / L.A. Shemetkov // Comm. Algebra. – 1997. – Vol. 25, № 3. – P. 955–964.

[7]Скиба, А.Н. О дополняемых подформациях / А.Н. Скиба // Вопросы алгебры. – 1996. – Вып. 9. – С. 114–118.

Совокупность $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ непустых классов групп $\mathfrak{F}_i$ называется *ортогональной* (А.Н. Скиба[8]), если:

1) либо $|I| = 1$, либо $|I| > 1$ и

2) $\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{F}_j = (1)$ для любых двух различных $i, j \in I$.

Отметим, что всякая ортогональная система формаций (классов Фиттинга) является ортогональной системой элементов решетки всех формаций (решетки всех классов Фиттинга соответственно) в обычном смысле[9] (см. также[10]).

Следуя[8], для произвольной ортогональной системы классов $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ через $\bigotimes\limits_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ (в частности, пишем $\mathfrak{F}_1 \otimes \mathfrak{F}_2 \otimes \ldots \otimes \mathfrak{F}_t$, если $I = \{1, 2, \ldots, t\}$) мы обозначаем совокупность всех групп изоморфных группам вида $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_t$, где $A_1 \in \mathfrak{F}_{i_1}$, $A_2 \in \mathfrak{F}_{i_2}, \ldots, A_t \in \mathfrak{F}_{i_t}$ для некоторых $i_1, i_2, \ldots, i_t \subset I$.

Пусть $\mathfrak{F}$ — непустой класс групп. Говорят, что $\mathfrak{F}$ является *прямым произведением* классов $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$, если совокупность $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ является ортогональной системой классов и $\mathfrak{F} = \bigotimes\limits_{i \in I} \mathfrak{F}_i$.

Пусть L — решетка классов групп и $\mathfrak{F} \in L$. Класс $\mathfrak{F}$ называется *прямо разложимым* в решетке L[11], если $\mathfrak{F}$ является прямым произведением некоторых неединичных классов $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\} \subseteq L$. В противном случае $\mathfrak{F}$ называется *прямо неразложимым* в решетке L.

Конструкция прямого разложения классов групп оказалась весьма полезной в вопросах классификации формаций (глава 5 монографии[8]), и в дальнейшем она успешно применялась при исследовании классов Фиттинга[11,12,13].

Отметим замечательные работы[14,15], где на основе условия ортогональности классов групп было дано решение известной проблемы Кегеля–Шеметкова об описании всех насыщенных наследственных формаций, для которых множество всех $\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп образует решетку в каждой конечной группе.

Одним из основных результатов о прямых разложениях формаций явля-

[8]Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.

[9]Гретцер, Г. Общая теория решеток / Г. Гретцер. – М. : Мир, 1982. – 456 с.

[10]Общая алгебра : в 2 т. / В.А. Артамонов, В.Н. Салий, Л.А. Скорняков [и др.] ; под общ. ред. Л.А. Скорнякова. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1991. – Т. 2. – 480 с. – (Справ. матем. б-ка).

[11]Воробьев, Н.Н. О прямых произведениях классов конечных групп / Н.Н. Воробьев // Труды ин-та математики и механики УрО РАН. – 2012. – Т. 18, № 3. – С. 67–74.

[12]Воробьев, Н.Н. О булевых решетках n-кратно локальных классов Фиттинга / Н.Н. Воробьев, А.Н. Скиба // Сибирский матем. журн. – 1999. – Т. 40, № 3. – С. 523–530.

[13]Воробьев, Н.Н. О булевых решетках n-кратно ω-локальных классов Фиттинга / Н.Н. Воробьев // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. Вопросы алгебры–18. – 2002. – № 5 (14). – С. 43–46.

[14]Ballester-Bolinches, A. On the lattice of $\mathfrak{F}$-subnormal groups / A. Ballester-Bolinches, K. Doerk, M.D. Pérez-Ramos // J. Algebra. – 1992. – Vol. 148, № 1. – P. 42–52.

[15]Васильев, А.Ф. О решетках подгрупп конечных групп / А.Ф. Васильев, С.Ф. Каморников, В.Н. Семенчук // Бесконечные группы и другие примыкающие алгебраические структуры : сб. ст. / Ин-т математики АН Украины ; отв. ред. Н.С. Черников. – Киев, 1993. – С. 27–54.

ется следующая теорема, доказанная в монографии[8]:

$\bigotimes\limits_{i\in I} \mathfrak{F}_i$ *является n-кратно насыщенной формацией тогда и только тогда, когда все $\mathfrak{F}_i$ — n-кратно насыщенные формации.*

В дальнейшем аналог этого результата был получен для n-кратно локальных классов Фиттинга[12] и для n-кратно ω-локальных классов Фиттинга[11]. Вместе с тем, как показано в работе[16], аналогичный результат для n-кратно композиционных формаций и n-кратно ω-композиционных формаций неверен (см. также работу[17]). В связи с этим возникает *задача нахождения условий, при которых вышеназванный результат справедлив в классе ω-композиционных формаций.*

Более того, до последнего времени оставался открытым *вопрос об описании прямых разложений n-кратно ω-насыщенных формаций.*

И наконец, теория прямых разложений классов групп тесно связана с теорией стоуновых решеток классов групп. Здесь одной из важных задач является *задача построения и исследования стоуновых решеток функторно замкнутых n-кратно насыщенных формаций посредством прямых разложений формаций.*

Таким образом, задача построения общей теории прямых разложений формаций и ее применение к решению указанных выше вопросов весьма актуальна. Ее реализации посвящена настоящая диссертация.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами, темами

Диссертация выполнена в рамках следующих госбюджетных программ:

- составной части задания „Приложение теории радикалов и классов Фиттинга к исследованию конечных групп" учреждения образования „Витебский государственный университет имени П.М. Машерова". Задание входило в Государственную программу фундаментальных исследований Республики Беларусь на 2006 2010 годы „Исследование математических моделей

[8]Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.

[12]Воробьев, Н.Н. О булевых решетках n-кратно локальных классов Фиттинга / Н.Н. Воробьев, А.Н. Скиба // Сибирский матем. журн. 1999. Т. 40, № 3. С. 523-530.

[11]Воробьев, Н.Н. О прямых произведениях классов конечных групп / Н.Н. Воробьев // Труды ин-та математики и механики УрО РАН. – 2012. – Т. 18, № 3. – С. 67 74.

[16]Близнец, И.В. О прямых разложениях композиционных формаций / И.В. Близнец, Н.Н. Воробьев // Вопросы алгебры. – 1998. – Вып. 12. – С. 106–112.

[17]Близнец, И.В. Разложимые n-кратно ω-композиционные формации / И.В. Близнец, А.Н. Скиба // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2011. – № 4 (67). – С. 45 48.

и их применение к анализу систем, структур и процессов в природе и обществе" („Математические модели 04"). Тема входила в план важнейших научно-исследовательских работ в области естественных, технических и общественных наук по Республике Беларусь, утвержденный решением Президиума НАН Беларуси № 907 от 12 мая 2006 г. (номер госрегистрации в БелИСА – 20062003);

в рамках задания „Развитие локальных методов исследования радикалов и классов Фиттинга и их применение в теории конечных групп" (Конвергенция 1.1.03.5), входящего в Государственную программу научных исследований на 2011–2015 годы „Междисциплинарные научные исследования, новые зарождающиеся технологии как основа устойчивого инновационного развития" (ГПНИ „Конвергенция"). Подпрограмма „Разработка и исследование математических методов и их применение для решения актуальных проблем естествознания, техники, экономики и социальных наук" („Математические методы", номер госрегистрации в БелИСА – 20111880);

– в 2012 году соискателем был получен грант Министерства образования Республики Беларусь для аспирантов на выполнение научно-исследовательской работы по теме „Прямые произведения частично композиционных формаций конечных групп" (шифр 36/12, номер госрегистрации в БелИСА – 20121177).

Цель и задачи исследования

Целью данной диссертации является исследование строения прямых разложений n-кратно ω-насыщенных и n-кратно ω-композиционных формаций, а также изучение свойств решеток таких формаций. Для достижения этой цели в диссертации необходимо было решить следующие взаимосвязанные задачи:

– описать прямые разложения кратно ω-насыщенных и кратно ω-композиционных формаций;

– описать строение функторно замкнутых кратно насыщенных формаций со стоуновой решеткой функторно замкнутых кратно насыщенных подформаций;

– классифицировать дополняемые подформации решетки ω-композиционных формаций.

Объектом исследования являются n-кратно ω-насыщенные формации и n-кратно ω-композиционные формации.

Предметом исследования являются прямые разложения и решетки таких формаций.

Положения, выносимые на защиту

1. Описание прямых разложений кратно частично насыщенных формаций.

3.1.1 Теорема [2–А]. *Пусть* $\mathfrak{F} = \bigotimes_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ *для некоторых формаций* $\mathfrak{F}_i$. *Тогда формация* $\mathfrak{F}$ *n-кратно* ω*-насыщенна в том и только в том случае, когда n-кратно* ω*-насыщенна каждая из формаций* $\mathfrak{F}_i$.

2. Теорема о прямых разложениях кратно частично композиционных формаций.

3.3.2 Теорема [4–А]. *Пусть* $\mathfrak{F} = \bigotimes_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ *для некоторых формаций* $\mathfrak{F}_i$ *таких, что* $\pi(\mathfrak{F}_i) \cap \pi(\mathfrak{F}_j) = \varnothing$ *для всех различных* $i, j \in I$. *Тогда формация* $\mathfrak{F}$ *n-кратно* ω*-композиционна в том и только в том случае, когда n-кратно* ω*-композиционна каждая из формаций* $\mathfrak{F}_i$.

3. Описание стоуновых решеток функторно замкнутых кратно насыщенных подформаций.

4.1.2 Теорема [6–А]. *Пусть* $\mathfrak{F}$ — τ*-замкнутая n-кратно насыщенная формация. Тогда решетка* $L_n^\tau(\mathfrak{F})$ *стоунова в том и только в том случае, когда* $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

4.1.6 Теорема [6–А]. *Пусть* $\mathfrak{F}$ — τ*-замкнутая тотально насыщенная формация. Тогда решетка* $L_\infty^\tau(\mathfrak{F})$ *стоунова в том и только в том случае, когда* $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.

4. Строение частично композиционных формаций с условием дополняемости.

4.2.4 Теорема [7–А]. *Пусть* $\mathfrak{F}$ — ω*-композиционная формация,* $\mathfrak{F} \neq (1)$. *Тогда следующие условия равносильны:*

1) *каждый атом решетки* $L_{c_\omega}(\mathfrak{F})$ *дополняем в решетке* $L(\mathfrak{F})$;

2) *каждая группа* $G \in \mathfrak{F}$ *имеет следующий вид:*

$$G = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_t \times B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_k,$$

где A_i — *p-группа,* $p \in \omega \cap \pi(\mathrm{Com}(\mathfrak{F}))$, $i = 1, 2, \ldots, t$; B_j — *простая* ω'*-группа,* $j = 1, 2, \ldots, k$.

Личный вклад соискателя

Диссертационная работа выполнена соискателем лично под руководством доцента, кандидата физико-математических наук Воробьева Николая Николаевича. Научным руководителем были поставлены задачи и предложена методика их исследования. В совместных работах [2–А, 3–А, 4–А, 6–А, 7–А, 9–А, 10–А, 11–А, 13–А, 14–А, 15–А, 16–А, 17–А, 18–А, 19–А] основные идеи и методы принадлежат научному руководителю, а их реализация — соискателю. В статье трех авторов [1–А] основная идея принадлежит Н.Т. Воробьеву и научному руководителю Н.Н. Воробьеву, а ее реализация — соискателю. Остальные работы выполнены самостоятельно и опубликованы без соавторов.

Апробация результатов диссертации

Основные результаты диссертации апробированы:

– на научных семинарах кафедры алгебры и методики преподавания математики учреждения образования „Витебский государственный университет имени П.М. Машерова";

– на Региональной научно-практической конференции студентов, магистрантов и аспирантов „II Машеровские чтения" (Витебск, 24–25 апреля 2007 г.);

– на Международной алгебраической конференции „Классы групп, алгебр и их приложения", посвященной 70-летию со дня рождения Л.А. Шеметкова (Гомель, 9–11 июля 2007 г.);

– на Международной алгебраической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения Д.К. Фаддеева (Санкт-Петербург, 24–29 сентября 2007 г.);

– на Международной алгебраической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения А.Г. Куроша (Москва, 28 мая – 3 июня 2008 г.);

– на Международной научно-практической конференции студентов, магистрантов и аспирантов „IV Машеровские чтения" (Витебск, 28–29 октября 2010 г.);

– на XVI (63) Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов „Наука – образованию, производству, экономике" (Витебск, 16–17 марта 2011 г.);

– на Международной научно-практической Интернет-конференции „Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам", посвященной 60-летию доктора физико-математических наук, профессора Н.Т. Воробьева (Витебск, 21–22 июня 2011 г.);

– на 8-ой Международной алгебраической конференции в Украине, посвященной 60-летию со дня рождения профессора В.М. Усенко (Луганск, 5–12 июля 2011 г.);

– на Международной конференции по алгебре и геометрии „Алгебра и геометрия", посвященной 80-летию со дня рождения А.И. Старостина (Екатеринбург, 22–27 августа 2011 г.);

– на Международной математической конференции, посвященной 70-летию со дня рождения профессора Владимира Кириченко (Николаев, 13–19 июня 2012 г.);

– на Международной конференции по алгебре, посвященной 100-летию С.Н. Черникова (Киев, 20–26 августа 2012 г.);

– на Международной научной конференции „XI Белорусская математическая конференция" (Минск, 5–9 ноября 2012 г.).

Опубликованность результатов диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в 7 статьях в научных журналах и в 12 тезисах докладов. Общий объем опубликованных материалов – 3,39 авторских листов, в том числе: статьи в научных журналах 2,52 авторских листов, тезисы и материалы докладов конференций – 0,87 авторского листа.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из перечня определений и условных обозначений, введения, общей характеристики работы, четырех глав основной части, заключения и библиографического списка в алфавитном порядке в количестве 140 наименований использованных источников и 19 наименований публикаций соискателя. Полный объем диссертации — 95 страниц, из них 14 страниц занимает библиографический список.

Автор выражает глубокую признательность и искреннюю благодарность своему научному руководителю – кандидату физико-математических наук, доценту Николаю Николаевичу Воробьеву за консультации, помощь и внимание, оказанные им при написании данной диссертации.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Все рассматриваемые в диссертации группы предполагаются конечными. Используются стандартные определения и обозначения [1,3,8].

Глава 1 „Аналитический обзор литературы" содержит обзор основных литературных источников по теме диссертации. В данной главе приводятся основные этапы развития теории прямых разложений формаций. В разделе 1.1 рассматриваются основные результаты о дистрибутивных и модулярных решетках классов конечных групп (решетках формаций, классов Фит-

[1]Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math.; vol. 4).

[3]Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1989. – 256 с. – (Соврем. алгебра).

[8]Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.

тинга и классов Шунка). В разделе 1.2 обсуждается применение конструкции прямого разложения класса групп при исследовании булевых и стоуновых решеток формаций и классов Фиттинга. На основе проведенного анализа литературы формулируются основные задачи диссертационной работы. Базовыми понятиями диссертации являются понятия n-кратно ω-насыщенной формации и n-кратно ω-композиционной формации.

В главе 2 „Предварительные сведения" дается описание объектов исследования. В этой главе собраны некоторые известные результаты, которые наиболее часто используются в диссертационной работе. Основное содержание диссертации представлено в главах 3 и 4.

Напомним некоторые определения и обозначения работ[18,19].
Пусть f – произвольная функция вида

$$f : \omega \cup \{\omega'\} \to \{\text{формации групп}\}. \tag{1}$$

Функции f вида (1) сопоставляют два класса групп

$$LF_\omega(f) = \Big(G \mid G/G_{\omega d} \in f(\omega') \text{ и } G/F_p(G) \in f(p) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(G)\Big)$$

и

$$CF_\omega(f) = \Big(G \mid G/R_\omega(G) \in f(\omega') \text{ и } G/C^p(G) \in f(p)$$
$$\text{для всех } p \in \omega \cap \pi\big(\mathrm{Com}(G)\big)\Big).$$

Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = LF_\omega(f)$ для некоторой функции f вида (1), то $\mathfrak{F}$ называется *ω-насыщенной* или *ω-локальной формацией с ω-локальным спутником* f[18]. Если же формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = CF_\omega(f)$ для некоторой функции f вида (1), то $\mathfrak{F}$ называется *ω-композиционной* или *разрешимо ω-насыщенной формацией с ω-композиционным спутником* f[19]. В случае, когда $\omega = \mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, символ ω опускают, и мы приходим к понятиям *насыщенной* и *композиционной формаций*.

Напомним, что всякая формация считается 0-кратно ω-насыщенной, а при $n \geqslant 1$ формация $\mathfrak{F}$ называется *n-кратно ω-насыщенной*[18], если $\mathfrak{F} = LF_\omega(f)$, где все непустые значения ω-локального спутника f являются $(n-1)$-кратно ω-насыщенными формациями. Аналогично определяются *n-кратно ω-композиционные* формации[19].

Глава 3 „Прямые разложения частично композиционных формаций" включает в себя три раздела.

[18] Скиба, А.Н. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Матем. труды. – 1999. – Т. 2, № 2. – С. 114–147.

[19] Скиба, А.Н. Кратно $\mathfrak{L}$-композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. - С. 783–797.

В разделе 3.1 „Прямые разложения n-кратно ω-насыщенных формаций" доказано, что всякая формация, представимая в виде прямого произведения некоторых формаций, n-кратно ω-насыщенна тогда и только тогда, когда n-кратно ω-насыщен каждый сомножитель этого разложения.

В работе А.Н. Скибы[7] было начато изучение прямых разложений n-кратно насыщенных формаций. В частности, там было доказано, что всякая формация, представимая в виде прямого произведения некоторых формаций, n-кратно насыщенна тогда и только тогда, когда n-кратно насыщен каждый сомножитель этого произведения (см. также теорему 4.3.8 монографии[8]). Впоследствии этот результат был распространен на n-кратно локальные классы Фиттинга[12] и на n-кратно ω-локальные классы Фиттинга[11]. Аналог этого результата справедлив для ω-насыщенных формаций[20].

Основным результатом раздела 3.1 является

3.1.1 Теорема [2–А]. *Пусть* $\mathfrak{F} = \bigotimes_{i\in I} \mathfrak{F}_i$ *для некоторых формаций* $\mathfrak{F}_i$. *Тогда формация* $\mathfrak{F}$ *n-кратно ω-насыщенна в том и только в том случае, когда n-кратно ω-насыщенна каждая из формаций* $\mathfrak{F}_i$.

В качестве следствий теоремы 3.1.1 получаем следующие результаты.

3.1.2 Следствие (Н.Н. Воробьев[20]). *Пусть* $\mathfrak{F} = \bigotimes_{i\in I} \mathfrak{F}_i$ *для некоторых формаций* $\mathfrak{F}_i$. *Тогда формация* $\mathfrak{F}$ *ω-насыщенна в том и только в том случае, когда ω-насыщенна каждая из формаций* $\mathfrak{F}_i$.

3.1.3 Следствие (А.Н. Скиба[8]). *Пусть* $\mathfrak{F} = \bigotimes_{i\in I} \mathfrak{F}_i$ *для некоторых формаций* $\mathfrak{F}_i$. *Тогда формация* $\mathfrak{F}$ *n-кратно насыщенна в том и только в том случае, когда n-кратно насыщенна каждая из формаций* $\mathfrak{F}_i$.

В разделе 3.2 „Прямые разложения τ-замкнутых n-кратно ω-насыщенных формаций" найдены условия, при которых вышеуказанная теорема А.Н. Скибы справедлива в классе функторно замкнутых частично насыщенных формаций.

Пусть со всякой группой G сопоставлена некоторая система ее подгрупп $\tau(G)$. Говорят, что τ — ***подгрупповой функтор*** (в смысле А.Н. Скибы[8]), если выполняются следующие условия:

1) $G \in \tau(G)$ для любой группы G;

[7] Скиба, А.Н. О дополняемых подформациях / А.Н. Скиба // Вопросы алгебры. – 1996. – Вып. 9. – С. 114–118.

[8] Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.

[12] Воробьев, Н.Н. О булевых решетках n-кратно локальных классов Фиттинга / Н.Н. Воробьев, А.Н. Скиба // Сибирский матем. журн. – 1999. – Т. 40, № 3. – С. 523–530.

[11] Воробьев, Н.Н. О прямых произведениях классов конечных групп / Н.Н. Воробьев // Труды ин-та математики и механики УрО РАН. – 2012. – Т. 18, № 3. – С. 67–74.

[20] Воробьев, Н.Н. О прямых разложениях ω-локальных формаций и классов Фиттинга / Н.Н. Воробьев // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. – 1997. – № 3. – С. 55–58.

2) для любого эпиморфизма $\varphi : A \mapsto B$ и для любых групп $H \in \tau(A)$ и $T \in \tau(B)$ имеет место $H^{\varphi} \in \tau(B)$ и $T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A)$.

Если $\tau(G) = \{G\}$, то подгрупповой функтор называется *тривиальным*. Формация $\mathfrak{F}$ называется *τ-замкнутой*[8], если $\tau(G) \subseteq \mathfrak{F}$ для любой ее группы G.

Как показывает пример работы[8] (см. замечание 4.3.10), в общем случае из того, что формация $\mathfrak{F} = \mathfrak{M} \otimes \mathfrak{H}$ является τ-замкнутой, не следует, что каждая из формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{H}$ также является τ-замкнутой.

Основным результатом раздела 3.2 является

3.2.2 Теорема [3-А]. *Пусть $\mathfrak{F} = \underset{i\in I}{\otimes} \mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$ таких, что $\pi(\mathfrak{F}_i) \cap \pi(\mathfrak{F}_j) = \varnothing$ для всех различных $i, j \in I$. Тогда формация $\mathfrak{F}$ τ-замкнута n-кратно ω-насыщенна в том и только в том случае, когда τ-замкнута n-кратно ω-насыщенна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.*

В качестве следствий теоремы 3.2.2 получаем следующие результаты.

3.2.3 Следствие (А.Н. Скиба[8]). *Пусть $\mathfrak{F} = \underset{i\in I}{\otimes} \mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$. Тогда формация $\mathfrak{F}$ тотально насыщенна в том и только в том случае, когда тотально насыщенна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.*

3.2.4 Следствие. *Пусть $\mathfrak{F} = \underset{i\in I}{\otimes} \mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$ таких, что $\pi(\mathfrak{F}_i) \cap \pi(\mathfrak{F}_j) = \varnothing$ для всех различных $i, j \in I$. Тогда формация $\mathfrak{F}$ τ-замкнута n-кратно насыщенна в том и только в том случае, когда τ-замкнута n-кратно насыщенна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.*

В разделе 3.3 „Прямые разложения τ-замкнутых n-кратно ω-композиционных формаций" получено описание прямых разложений функторно замкнутых частично композиционных формаций. Отметим, что в разделе 3.3 мы рассматриваем лишь такие подгрупповые функторы τ, что для любой группы G все подгруппы, входящие в $\tau(G)$, субнормальны в G.

Как показывает пример, построенный в работе[16], вышеупомянутый результат А.Н. Скибы (теорема 4.3.8 монографии[8]) для n-кратно композиционных формаций и n-кратно ω-композиционных формаций неверен (см. также работу[17]). Вместе с тем справедлива

3.3.1 Теорема [5–А]. *Пусть $\mathfrak{F} = \underset{i\in I}{\otimes} \mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$ таких, что $\pi(\mathfrak{F}_i) \cap \pi(\mathfrak{F}_j) = \varnothing$ для всех различных $i, j \in I$. Тогда формация*

[8]Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.

[16]Близнец, И.В. О прямых разложениях композиционных формаций / И.В. Близнец, Н.Н. Воробьев // Вопросы алгебры. – 1998. – Вып. 12. – С. 106–112.

[17]Близнец, И.В. Разложимые n-кратно ω-композиционные формации / И.В. Близнец, А.Н. Скиба // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2011. – № 4 (67). – С. 45–48.

$\mathfrak{F}$ τ-замкнута n-кратно ω-композиционна в том и только в том случае, когда τ-замкнута n-кратно ω-композиционна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.

Одним из важных частных случаев теоремы 3.3.1 является

3.3.2 Теорема [4–A]. *Пусть $\mathfrak{F} = \bigotimes_{i\in I} \mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$ таких, что $\pi(\mathfrak{F}_i)\cap\pi(\mathfrak{F}_j) = \varnothing$ для всех различных $i, j \in I$. Тогда формация $\mathfrak{F}$ n-кратно ω-композиционна в том и только в том случае, когда n-кратно ω-композиционна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.*

В случае $\omega = \mathbb{P}$ для тривиального подгруппового функтора τ справедливо

3.3.4 Следствие (И.В. Близнец, Н.Н. Воробьев[16]). *Пусть $\mathfrak{F} = \mathfrak{M}\otimes\mathfrak{H}$ для некоторых формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{H}$ таких, что $\pi(\mathfrak{M})\cap\pi(\mathfrak{H}) = \varnothing$. Тогда формация $\mathfrak{F}$ n-кратно композиционна (тотально композиционна) в том и только в том случае, когда n-кратно композиционна (соответственно тотально композиционна) каждая из формаций $\mathfrak{M}$ и $\mathfrak{H}$.*

3.3.8 Пример. Пусть $\mathfrak{F} = \mathfrak{N}$ — класс всех нильпотентных групп. Тогда $\mathfrak{F} = \bigotimes_{p\in\mathbb{P}} \mathfrak{N}_p$, т. е. $\mathfrak{F}$ прямо разложим в решетке всех формаций.

3.3.10 Пример. Пусть $\mathfrak{F} = \mathfrak{N}_p$ — класс всех p-групп. Тогда $\mathfrak{F}$ прямо неразложим в решетке всех формаций. Действительно, предположим, что $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_1\otimes\mathfrak{F}_2$ для нееднничных формаций $\mathfrak{F}_1$ и $\mathfrak{F}_2$. Тогда каждая группа порядка p принадлежит $\mathfrak{F}_1\cap\mathfrak{F}_2 = (1)$, что невозможно.

Глава 4 „Прямые разложения и решетки формаций" включает в себя три раздела.

В разделе 4.1 „О стоуновых решетках кратно насыщенных формаций" описаны стоуновы решетки функторно замкнутых кратно насыщенных формаций.

Пусть L — решетка с нулем. Тогда элемент a^* называется *псевдодополнением* элемента a ($a \in L$), если из $a \wedge a^* = 0$ и $a \wedge x = 0$ следует, что $x \leqslant a^*$. Решетка с нулем называется *решеткой с псевдодополнениями*, если каждый ее элемент обладает псевдодополнением. Дистрибутивная решетка с псевдодополнениями, каждый элемент которой удовлетворяет тождеству

$$a^* \vee (a^*)^* = 1,$$

называется *стоуновой решеткой*.

[16] Близнец, И.В. О прямых разложениях композиционных формаций / И.В. Близнец, Н.Н. Воробьев // Вопросы алгебры. – 1998. – Вып. 12. – С. 106–112.

Для произвольной τ-замкнутой n-кратно насыщенной формации $\mathfrak{F}$ через $L_n^\tau(\mathfrak{F})$ обозначают решетку всех τ-замкнутых n-кратно насыщенных подформаций формации $\mathfrak{F}$. Если же τ-замкнутая формация $\mathfrak{F}$ тотально насыщенна, то через $L_\infty^\tau(\mathfrak{F})$ обозначают решетку всех ее τ-замкнутых тотально насыщенных подформаций.

Применяя результаты раздела 3.2, в разделе 4.1 описаны стоуновы решетки τ-замкнутых n-кратно насыщенных и τ-замкнутых тотально насыщенных формаций.

4.1.2 Теорема [6–А]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — τ-замкнутая n-кратно насыщенная формация. Тогда решетка $L_n^\tau(\mathfrak{F})$ стоунова в том и только в том случае, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.*

4.1.6 Теорема [6–А]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — τ-замкнутая тотально насыщенная формация. Тогда решетка $L_\infty^\tau(\mathfrak{F})$ стоунова в том и только в том случае, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.*

Непосредственно из теорем 4.1.2 и 4.1.6 вытекают следующие утверждения.

4.1.3 Следствие (Н.Н. Воробьев[21]). *Пусть $\mathfrak{F}$ — n-кратно насыщенная формация. Тогда решетка $L_n(\mathfrak{F})$ стоунова в том и только в том случае, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.*

4.1.7 Следствие (Н.Н. Воробьев[21]). *Пусть $\mathfrak{F}$ — тотально насыщенная формация. Тогда решетка $L_\infty(\mathfrak{F})$ стоунова в том и только в том случае, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}$.*

В разделе 4.2 „ω-Композиционные формации с системами дополняемых подформаций" изучаются ω-композиционные формации с условием дополняемости.

Напомним, что элемент a решетки с нулем L называется *атомом*, если для любого $x \in L$ из $0 < x \leq a$ следует, что $x = a$ (т. е. если a *покрывает* наименьший элемент 0).

Для произвольной формации $\mathfrak{F}$ через $L(\mathfrak{F})$ обозначают решетку всех подформаций формации $\mathfrak{F}$. Если же $\mathfrak{F}$ — ω-композиционная формация, то через $L_{c_\omega}(\mathfrak{F})$ обозначают решетку всех ω-композиционных подформаций ω-композиционной формации $\mathfrak{F}$.

Применяя результаты раздела 3.3, в разделе 4.2 описаны ω-композиционные формации, у которых каждый атом решетки $L_{c_\omega}(\mathfrak{F})$ дополняем в решетке $L_c(\mathfrak{F})$ всех подформаций формации $\mathfrak{F}$.

Основным результатом раздела 4.2 является следующая

[21] Воробьев, Н.Н. О кратно локальных формациях со стоуновой решеткой подформаций / Н.Н. Воробьев // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-матэм. навук. – 2008. – № 3. – С. 23–27.

4.2.4 Теорема [7–А]. *Пусть $\mathfrak{F}$ – ω-композиционная формация, $\mathfrak{F} \neq (1)$. Тогда следующие условия равносильны:*

1) *каждый атом решетки $L_{c_\omega}(\mathfrak{F})$ дополняем в решетке $L(\mathfrak{F})$;*
2) *каждая группа $G \in \mathfrak{F}$ имеет следующий вид:*

$$G = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_t \times B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_k,$$

где A_i – p-группа, $p \in \omega \cap \pi(\mathrm{Com}(\mathfrak{F}))$, $i = 1, 2, \ldots, t$; B_j – простая ω'-группа, $j = 1, 2, \ldots, k$.

В случае $\omega = \mathbb{P}$ из теоремы 4.2.4 получаем

4.2.5 Следствие (И.В. Близнец[22]). *Пусть $\mathfrak{F}$ – композиционная формация, $\mathfrak{F} \neq (1)$. Тогда следующие условия равносильны:*

1) *каждый атом решетки $L_c(\mathfrak{F})$ дополняем в решетке $L(\mathfrak{F})$;*
2) *каждая группа G из $\mathfrak{F}$ имеет разложение*

$$G = A \times A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_t,$$

где A – нильпотентная подгруппа в G; $A_1, A_2, \ldots, A_t$ – простые неабелевы группы.

[22] Близнец, И.В. Композиционные формации с системами дополняемых подформаций / И.В. Близнец // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2012. – № 6 (75). – С. 145–148.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

В диссертации получены следующие результаты.

В главе 3 разработана теория прямых разложений формаций.

1. Доказано, что всякая формация, представимая в виде прямого произведения некоторых формаций, n-кратно ω-насыщенна тогда и только тогда, когда n-кратно ω-насыщен каждый сомножитель этого произведения (теорема 3.1.1 [2–A], [15–A]).

2. Найдено условие, при котором всякая формация, представимая в виде прямого произведения некоторых формаций, n-кратно ω-композиционна тогда и только тогда, когда n-кратно ω-композиционен каждый сомножитель этого произведения (теорема 3.3.2 [4–A], [14–A]).

В главе 4 методы и результаты предыдущей главы применены для описания стоуновых решеток кратно насыщенных формаций и решеток частично композиционных формаций с условием дополняемости.

3. Описаны стоуновы решетки τ-замкнутых n-кратно насыщенных и τ-замкнутых тотально насыщенных формаций. В частности, доказано (теоремы 4.1.2 и 4.1.6), что решетки таких формаций стоуновы в том и только в том случае, если формации состоят из нильпотентных групп ([6–A], [17–A]).

4. Описаны дополняемые подформации решетки ω-композиционных формаций (теорема 4.2.4 [7–A], [18–A]).

Рекомендации по практическому использованию результатов

Работа имеет теоретический характер. Полученные в диссертации результаты могут найти приложение в вопросах классификации формаций конечных групп и при исследовании решеток классов конечных групп, проводимых в Белорусском государственном университете, в Гомельском, Витебском, Брестском, Полоцком госуниверситетах, в Могилевском государственном университете продовольствия; в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, Новосибирском государственном университете, Брянском государственном университете имени академика И.Г. Петровского; Киевском национальном университете имени Тараса Шевченко; в университете Науки и Технологии Китая; университетах Памплоны, Сарагосы и Валенсии (Испания); университетах Тюбингена и Майнца (Германия). Разработанные методы и доказанные в диссертации результаты позволяют подойти к целому ряду еще нерешенных проблем теории решеток классов конечных групп связанных с построением новых серий булевых и стоуновых решеток формаций и классов Фиттинга.

О практической значимости результатов свидетельствует возможность их использования в теориях формальных языков и моноунарных алгебр, а также в учебном процессе при чтении спецкурсов для студентов математических факультетов университетов, при написании курсовых работ, дипломных проектов, магистерских и кандидатских диссертаций.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ

Статьи в научных журналах

1–А. Mekhovich, A.P. Hall operators on the set of formations of finite groups / A.P. Mekhovich, N.N. Vorob'ev, N.T. Vorob'ev // Algebra and discrete mathematics. – 2010. – Vol. 9, № 1. – P. 72–78.

2–А. Воробьев, Н.Н. О прямых разложениях n-кратно ω-насыщенных формаций / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 1 (6). – С. 48–51.

3–А. Воробьев, Н.Н. Об одном классе прямо разложимых обобщенно насыщенных формаций / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-матэм. навук. – 2012. – № 1. – С. 34–38.

4–А. Воробьев, Н.Н. Прямые разложения n-кратно ω-композиционных формаций / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Докл. НАН Беларуси. – 2012. – Т. 56, № 1. – С. 26–29.

5–А. Мехович, А.П. Прямые разложения τ-замкнутых n-кратно ω-композиционных формаций / А.П. Мехович // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-матэм. навук. – 2012. – № 2. – С. 49–53.

6–А. Воробьев, Н.Н. О стоуновых решетках кратно насыщенных формаций / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. – 2012. – № 4 (70). – С. 20–23.

7–А. Воробьев, Н.Н. Композиционные формации с условием дополняемости / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. – 2012. – № 5 (71). – С. 15–18.

Тезисы докладов конференций

8–А. Мехович, А.П. Формации, определяемые подгруппами Холла / А.П. Мехович // II Машеровские чтения : материалы региональной научно-практ. конф. студентов, магистрантов и аспирантов, Витебск, 24–25 апреля 2007 г. : в 2 т. / Витебский гос. ун-т им. П.М. Машерова ; редкол.: Г.И. Михасев [и др.]. – Рудня, 2007. – Т. 1 : Естественные науки. – С. 136–138.

9–А. Mekhovich, A.P. Local formations defined by Hall subgroups / A.P. Mekhovich, N.N. Vorob'ev // Классы групп, алгебр и их приложения — Classes of Groups, Algebras and their Applications : тез. докл. Междунар. алгебр. конф., посвящ. 70-летию со дня рождения Л.А. Шеметкова, Гомель, 9–11 июля 2007 г. / Мин-во обр. Республики Беларусь, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины, Ин-т математики НАН Беларуси ; редкол.: В.С. Монахов (отв. ред.) [и др.]. – Гомель, 2007. – С. 20–21.

10–А. Mekhovich, A.P. τ-Closed local formations defined by Hall subgroups / A.P. Mekhovich, N.N. Vorob'ev // International Algebraic Conference dedicated to the 100th anniversary of D.K. Fadeev : abstracts, St. Petersburg, Russia, September 24–29, 2007 / St. Petersburg State University, St. Petersburg Department of the A.V. Steklov Institute of Mathematics of Russian Academy of Sciences, L. Euler International Mathematical Institute, Euler Foundation, St. Petersburg Mathematical Society. – St. Petersburg, 2007. – P. 138–140.

11–А. Воробьев, Н.Н. О холловых операторах π-разрешимых формаций / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Междунар. алгебр. конф., посвящ. 100-летию со дня рождения А.Г. Куроша : тез. докл., Москва, 28 мая – 3 июня 2008 г. / Московский гос. ун-т. им. М.В. Ломоносова ; оргкомитет : Э.Б. Винберг [и др.]. – Москва, 2008. – С. 64-65.

12–А. Мехович, А.П. О новом классе полных решеток / А.П. Мехович // IV Машеровские чтения : материалы междунар. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Витебск, 28–29 октября 2010 г. : в 2 т. / Мин-во обр. Республики Беларусь, Витебский гос. ун-т им. П.М. Машерова ; редкол.: А.П. Солодков (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2010. – Т. 1. – С. 48–49.

13–А. Воробьев, Н.Н. О прямых разложениях τ-замкнутых n-кратно ω-композиционных формаций / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Наука – образованию, производству, экономике : материалы XVI (63) Региональной научно-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 16–17 марта 2011 г. : в 2 т. / Мин-во обр. Республики Беларусь, Витебский гос. ун-т им. П.М. Машерова ; редкол.: А.П. Солодков (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2011. – Т. 1. – С. 51–53.

14–А. Воробьев, Н.Н. Прямые разложения n-кратно ω-композиционных формаций // Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович / Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам : материалы междунар. научно-практ. Интернет-конф., посвящ. 60-летию доктора физико-математических наук, профессора Н.Т. Воробьева, Витебск, 21–22 июня 2011 г. / Мин-во обр. Республики Беларусь, Витебский гос. ун-т им. П.М. Машерова ; редкол.: Л.А. Шеметков (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2011. – С. 25–27.

15–А. Mekhovich, A.P. On direct decompositions of partially saturated formations // A.P. Mekhovich, N.N. Vorob'ev / 8^{th} International Algebraic Conference in Ukraine dedicated to the 60^{th} anniversary of Professor Vitaliy Mikhaylovich Usenko : book of abstracts, Lugansk, July 5–12, 2011 / Institute of Mathematics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv Taras Shevchenko National University, Institute of Applied Mathematics and Mechanics of National Academy of Sciences of Ukraine, Francisk Skorina Gomel State University, Slavyansk State Pedagogical University, Lugansk Taras Shevchenko National University ; editor : Yu.A. Drozd. – Lugansk, 2011. – P. 115.

16–А. Воробьев, Н.Н. Прямые разложения τ-замкнутых n-кратно ω-насыщенных формаций / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Алгебра и геометрия : тез. Междунар. конф. по алгебре и геометрии, посвящ. 80-летию со дня рождения А.И. Старостина, Екатеринбург, 22–27 августа 2011 г. / Ин-т математики и механики УрО РАН, Ин-т математики им. С.Л. Соболева СО РАН ; оргкомитет : А.А. Махнев (председ.) [и др.]. – Екатеринбург, 2011. – С. 43–45.

17–А. Воробьев, Н.Н. О стоуновых решетках кратно насыщенных формаций / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Междунар. матем. конф., посвящ. 70-летию со дня рождения профессора Владимира Кириченко : сб. тез. докл., Николаев, 13–19 июня, 2012 г. / Ин-т математики НАН Украины, Киевский национальный ун-т им. Тараса Шевченко, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины, Николаевский национальный ун-т им. В.А. Сухомлинского ; редкол.: Ю.А. Дрозд (гл. ред.) [и др.]. – Николаев, 2012. – С. 84.

18–А. Mekhovich, A.P. On lattices p-composition formations / A.P. Mekhovich, N.N. Vorob'ev // International Conference on Algebra dedicated to the 100th anniversary of S.M. Chernikov : book of abstracts, Kyiv, Ukraine, August 20–26, 2012 / Institute of Mathematics of Ukrainian National Academy of Sciences, Kyiv Taras Shevchenko National University, Dragomanov National Pedagogical University ; chairman : Yu.A. Drozd. – Kyiv, 2012. – P. 93.

19-А. Воробьев, Н.Н. Частично композиционные формации с условием дополняемости / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // XI Белорусская матем. конф.: тез. докл. Междунар. науч. конф., Минск, 4–9 ноября 2012 г. : в 5 ч. / Белоруский гос. ун-т, Ин-т математики НАН Беларуси ; редкол.: С.Г. Красовский [и др.]. – Минск, 2012. – Ч. 5. – С. 17–18.

РЭЗЮМЭ

Мехавіч Андрэй Паўлавіч

Прамыя раскладанні фармацый канечных груп

Ключавыя словы: канечная група, падгрупавы функтар, фармацыя груп, прамы здабытак фармацый, прамое раскладанне фармацыі, ω-лакальны спадарожнік фармацыі, ω-кампазіцыйны спадарожнік фармацыі, n-кратна ω-насычаная фармацыя, n-кратна ω-кампазіцыйная фармацыя, дапаўняемая падфармацыя, рашотка фармацый, атам рашоткі, стоўнава рашотка.

У дысертацыі даследаваны прамыя раскладанні часткова насычаных фармацый і часткова кампазіцыйных фармацый, таксама вывучаны ўласцівасці рашотак такіх фармацый.

Даказана, што ўсякая фармацыя, прадстаўленая ў выглядзе прамога здабытку некаторых фармацый, кратна часткова насычана тады і толькі тады, калі кратна часткова насычаны кожны сумножнік гэтага здабытку.

Знойдзены ўмовы, пры якіх усякая фармацыя, прадстаўленая ў выглядзе прамога здабытку некаторых фармацый, кратна часткова кампазіцыйна тады і толькі тады, калі кратна часткова кампазіцыйны кожны сумножнік гэтага здабытку.

Апісаны функтарна замкнутыя кратна насычаныя фармацыі са стоўнавай рашоткай функтарна замкнутых кратна насычаных падфармацый.

Знойдзена апісанне дапаўняемых падфармацый рашоткі часткова кампазіцыйных фармацый.

Усе асноўныя вынікі дысертацыі з'яўляюцца новымі. Яны маюць тэарэтычны характар і могуць быць выкарыстаны ў тэорыі рашотак класаў канечных груп, у тэорыі фармацый рашотак, у тэорыі монаунарных алгебр, у тэорыі фармальных моў, а таксама пры выкладанні спецкурсаў ва ўніверсітэтах, напісанні курсавых работ, дыпломных праектаў, магісцерскіх і кандыдатскіх дысертацый.

РЕЗЮМЕ

Мехович Андрей Павлович

Прямые разложения формаций конечных групп

Ключевые слова: конечная группа, подгрупповой функтор, формация групп, прямое произведение формаций, прямое разложение формации, ω-локальный спутник формации, ω-композиционный спутник формации, n-кратно ω-насыщенная формация, n-кратно ω-композиционная формация, дополняемая подформация, решетка формаций, атом решетки, стоунова решетка.

В диссертации исследованы прямые разложения частично насыщенных формаций и частично композиционных формаций, а также изучены свойства решеток таких формаций.

Доказано, что всякая формация, представимая в виде прямого произведения некоторых формаций, кратно частично насыщенна тогда и только тогда, когда кратно частично насыщен каждый сомножитель этого произведения.

Найдены условия, при которых всякая формация, представимая в виде прямого произведения некоторых формаций, кратно частично композиционна тогда и только тогда, когда кратно частично композиционен каждый сомножитель этого произведения.

Описаны функторно замкнутые кратно насыщенные формации со стоуновой решеткой функторно замкнутых кратно насыщенных подформаций.

Найдено описание дополняемых подформаций решетки частично композиционных формаций.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Они имеют теоретический характер и могут быть использованы в теории решеток классов конечных групп, в теории формаций решеток, в теории моноунарных алгебр, в теории формальных языков, а также при чтении спецкурсов в университетах, написании курсовых работ, дипломных проектов, магистерских и кандидатских диссертаций.

SUMMARY

Mekhovich Andrei Pavlovich

Direct decompositions of formations of finite groups

Keywords: finite group, subgroup functor, formation of groups, direct product of formations, direct decomposition of formation, ω-local satellite of formation, ω-composition satellite of formation, n-multiply ω-saturated formation, n-multiply ω-composition formation, complemented subformation, lattice of formations, atom of lattice, Stone lattice.

In the dissertation direct decompositions of partially saturated and partially composition formations are investigated. Lattice properties of such formations are studied.

It is proved that any formation represented in the form of a direct product of formations is multiply partially saturated if and only if every component of this direct product is a multiply partially saturated formation.

It was found the conditions such that any formation represented in the form of a direct product of formations is multiply partially composition if and only if every component of this direct product is a multiply partially composition formation.

Functor-closed multiply saturated formations with Stone lattice of functor-closed multiply saturated subformations are described.

It was found the description of complemented subformation of the lattice of partially composition formations.

All main results of the dissertation are new. They have a theoretical character and may be used in investigations on the lattice theory of finite group classes, on the theory of monounary algebras, on the theory of formal languages, and also while special courses teaching in universities.