

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
РОБОТИЗИРОВАННОГО КОМПЛЕКСА

Л.В. Маркова, Д.В. Бирюкова, А.В. Шидловский
Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»

В процессе разработки роботизированного комплекса всегда возникает задача управления рабочим инструментом робота-манипулятора. Для достижения точного позиционирования и ориентации рабочего инструмента требуется использовать все имеющиеся сочленения, чтобы в итоге получить параметры однозначного положения рабочего инструмента относительно неподвижной системы координат.

Цель статьи – описание конечной системы отсчета разработанной модели робота-манипулятора, а именно положения точки рабочего инструмента $O_n x_n y_n z_n$ относительно базовой системы отсчета $O_0 x_0 y_0 z_0$ для реализации алгоритмов программирования робота-манипулятора.

Материал и методы. Материалом послужили модели роботов-манипуляторов. При проведении исследований применялись методы научного познания, такие как моделирование и анализ информации, а также математические методы расчета прямой кинематики.

Результаты и их обсуждение. В данной работе рассматриваются подход к созданию системы управления роботом и расчет параметров автоматизированного комплекса 6-осевого робота-манипулятора методом Денавита–Хартенберга.

За основу системы управления роботизированным комплексом взяты метаоперационная система ROS (Robot Operating System) и составляющие ее модули, которые предоставляют возможность создавать виртуальный аналог физической модели робота.

Для реализации алгоритмов программирования робота-манипулятора и получения однозначного положения рабочего инструмента применяется метод Денавита–Хартенберга, позволяющий использовать для характеристики каждого сочленения робота всего четыре параметра вместо шести.

Заключение. В результате исследований найдены значения параметров Денавита–Хартенберга, получены матрицы преобразования положения точки рабочего инструмента относительно базовой системы отсчета. Представленные методы и результаты могут быть применены в процессе проектирования и разработки как обучающих моделей, так и профессионального промышленного оборудования.

Ключевые слова: моделирование, система управления, роботизированный комплекс, прямая задача кинематики, метод Денавита–Хартенберга, матрица вращения.

MODELING THE ROBOTIC COMPLEX CONTROL SYSTEM

L.V. Markova, D.V. Biryukova, A.V. Shidlovsky
Education Establishment “Vitebsk State P.M. Masherov University”

In the process of developing a robotic complex, the task of managing the working tool of a robot manipulator always arises. To achieve accurate positioning and orientation of the working tool, it is required to use all available joints for final obtaining the parameters of the unique position of the working tool relative to the fixed coordinate system.

The purpose of the article is to describe the final reference system of the developed model of the robot-manipulator, namely the position of the point of the working tool $O_n x_n y_n z_n$, relative to the basic reference system $O_0 x_0 y_0 z_0$ for the implementation of programming algorithms of a robot-manipulator.

Material and methods. The research material was models of robotic manipulators. Methods of scientific knowledge were used, such as modeling and analysis of information as well as mathematical methods for calculating direct kinematics.

Findings and their discussion. This article discusses the approach to creating a robot control system and calculating the parameters of an automated complex of a 6-axis robot-manipulator using the Denavit–Hartenberg method.

As the basis for the robotic complex control system the meta-operating system ROS (Robot Operating System) and its components were chosen, which provide the ability to create a virtual analogue of the physical model of the robot.

To implement the programming algorithms of the robot-manipulator and obtain an unambiguous position of the working tool, the Denavit–Hartenberg method is used, which allows using only four parameters instead of six to characterize each joint of the robot.

Conclusion. As a result of the research, the values of the Denavit–Hartenberg parameters were found, the transformation matrices of the point of the working tool position relative to the base reference system were obtained. The presented methods and the obtained results can be applied in the design and development of both training models and professional industrial equipment.

Key words: modeling, control system, robotic complex, direct kinematics problem, Denavit–Hartenberg method, rotation matrix.

Стремительное обновление технологических процессов производственной деятельности человека, а также повсеместная автоматизация и модернизация производства стали основанием для развития и широкого применения различных видов роботов, способных заменить человека без кардинального изменения производственных линий. Робот представляет собой автоматическое устройство для осуществления различных операций, действующее на основе заданной программы.

По области применения роботов различают:

- промышленные – используются для перемещения предметов производства и выполнения различных технологических операций;
- транспортные – представляют собой совокупность устройства управления и ходового устройства для перевозки грузов и пассажиров;
- бытовой робот – устройство, предназначенное для упрощения бытовых работ, таких как мойка посуды, уборка пыли, и т.п.

Большинство роботов работает на оборудовании, изначально спроектированном для человека, и, соответственно, должно обладать возможностью повторять его действия. Исходя из этого, выделяют класс роботов-манипуляторов, которые обладают подвижной частью, способной позиционировать себя в пространстве аналогично человеческой руке. Такие роботы эмитируют движения человеческих конечностей с высокой точностью, а за счет точной механики и программной части даже превосходят их. На конечности робота располагается захватное устройство, состоящее из механически конструктивных частей, которое удерживает предмет за счет зажима рабочих элементов. Эти части могут иметь разные виды приводов, такие как пневматический, гидравлический и самый распространенный электромеханический. В общей схеме взаимодействия происходит их объединение в единое устройство, называемое схватом. Также у схвата выделяют соединительные элементы, двигатели, механизмы подачи и передачи и устройство управления.

Устройство управления используется для расчета траектории перемещения и получения заданного положения, к тому же хранит и обрабатывает алгоритмы работы, заданные оператором устройства. Его основу обычно составляют различные виды микроконтроллеров или вычислительные системы на базе микропроцессоров.

Одной из основных теоретических задач, решаемых при правильном проектировании робота-манипулятора, является геометрический анализ точности позиционирования и ориентирования схвата робота, что обеспечивает нормальное протекание технологического процесса. Подробное изучение этих задач рассматривается Дж. Керниганом [1], а также теоретические аспекты указанной тематики были изложены А.Н. Сочневым [2].

В данной статье рассматривается подход к созданию системы управления роботом. Предложены схема и описание роботизированного комплекса, проанализированы и сформулированы требования к системе управления роботом-манипулятором.

Цель работы – описание конечной системы отсчета разработанной модели робота-манипулятора в компактном виде, а именно определение текущего положения точки рабочего инструмента относительно базовой системы отсчета для реализации алгоритмов программирования робота-манипулятора.

Материал и методы. Материалом послужили модели роботов-манипуляторов, механических захватов, виртуально-физическая модель робота в формате URDF. При проведении исследований применялись методы научного познания, такие как моделирование и анализ информации, абстрагирование и измерение, а также описание. Использовались математические методы расчета прямой кинематики по представлению Денавита–Хартенберга в совокупности с алгоритмами, основанными на уравнениях Лагранжа, Ньютона–Эйлера, Даламбера, Гаусса, Аппеля, Кейна.

Результаты и их обсуждение. Для построения робота-манипулятора была разработана конструктивная схема системы управления аппаратно-программным комплексом на базе микроконтроллера с ядром ARMcortex. Микроконтроллер реализует управление позиционирующими моторами и моторами захвата, обеспечивает корректную ориентацию в пространстве за счет получения и обработки сигналов обратной связи и сигналов управления положением, получаемых от оператора.

Процесс управления очень сложный, поэтому для вычислительной логики и управления механическими частями недостаточно только одного микроконтроллера [3]. Актуальным решением является применение одноплатных компьютеров, которые отличаются от обычных своей миниатюрностью и дополнительным функционалом в виде программируемых входов/выходов, так называемых GPIO. Такие компьютеры позволяют устанавливать полноценные операционные системы и использовать мощности программного обеспечения оптимальным образом, что невозможно при отсутствии полноценной операционной системы.

К одному из самых конструктивных решений в плане моделирования, программирования и автоматизации, визуализации и симуляции относится применение инструментов мета-операционной системы ROS (Robot Operating System) [4]. В ROS уже реализована поддержка большинства необходимых программных решений, которые гибко подстраиваются под идейные реализации. ROS содержит:

- протокол обмена сообщениями между устройствами;
- систему логирования;
- модули перехода в разные системы координат;
- модули визуализации и симуляции;
- системы навигации и др.

Для взаимодействия с инструментами визуализации и симуляции в ROS используется объединенный формат описания робототехники, который называется URDF (Unified Robot Description Format) и является спецификацией XML. С помощью данного формата описываются такие характеристики робота, как взаимодействие и отношения частей, направление осей, массовые, кинетические и инерциальные характеристики, цвет и геометрический вид.

Так как робот-манипулятор состоит из сложных геометрических фигур, то моделирование робота через URDF формат – крайне сложная задача. Поэтому была разработана 3Д модель 6-осевого робота-манипулятора, которая впоследствии может быть применена для визуализации робота посредством подключения STL модели к URDF файлу. Эта модель состоит из следующих модульных частей:

1. Основание робота, являющееся отправной точкой для робота. Оно жестко связано с местом дислокации, чтобы зафиксировать точность и неподвижность положения нулевых координат и обеспечить пространственное перемещение рабочего инструмента строго относительно базовой точки.
2. Четыре звена, соединенных шестью вращательными сочленениями так, чтобы позволить роботу перемещать рабочий инструмент в любую точку пространства, находящуюся в зоне досягаемости звеньев. Досягаемость ограничена длиной рабочего звена и характеристиками управляющих приводов.
3. Рабочий инструмент, который располагается на грани последнего звена и установлен так, чтобы обеспечить возможность замены на самостоятельно разработанные инструменты под конкретные производственные нужды.

Созданная модель отличается особенностью расположения координатных осей для каждого сочленения, а также имеет сферическое запястье, позволяющее осуществлять выполнение задач манипуляции над необходимыми объектами (рис.).

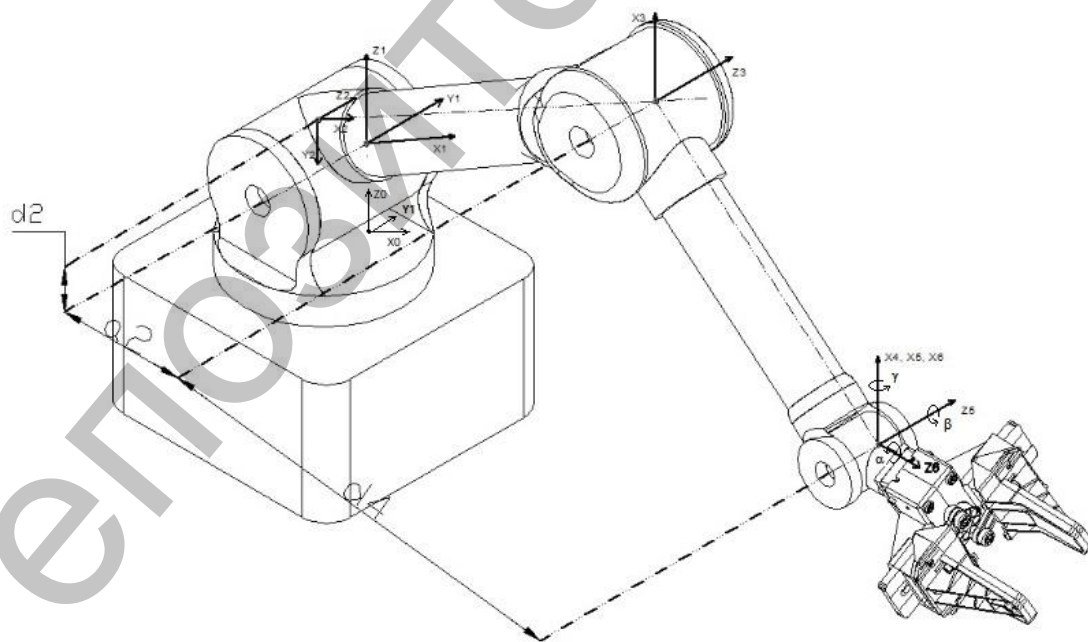


Рис. Схема 6R манипулятора с нанесенными координатами

При управлении рабочим инструментом робота зачастую требуется использовать все имеющиеся сочленения для достижения конкретного положения, что порождает проблему получения однозначного положения рабочего инструмента относительно неподвижной системы координат $O_0X_0Y_0Z_0$. Положение возможно рассчитать

исходя из известных характеристик углов поворота сочленений θ_i относительно управляемого звена, а также длин звеньев и их смещений. Индекс i – это количество степеней свободы манипулятора, $i = 0, 1, \dots, n$, где $n = 6$ для 6-осевого манипулятора.

В этом случае задача состоит в том, чтобы по известным углам θ_i всех сочленений манипулятора, получаемых за счет обратной связи микроконтроллером, рассчитать расположение рабочего инструмента в трехмерном пространстве относительно базовой системы координат $O_0x_0y_0z_0$. Это позволит выполнять определенные действия исходя из заданной программы в строго определенном месте пространства.

Задача вычисления системы координат инструмента $O_nx_ny_nz_n$ относительно базовой системы координат $O_0x_0y_0z_0$ является задачей прямой кинематики. Для ее решения применяются методы, основанные на уравнениях Лагранжа, Ньютона–Эйлера, Даламбера, Гаусса, Аппеля, Кейна. Исходной информацией для этих методов служит постулат: ориентация и положение твердого тела в трехмерном пространстве однозначно определяются шестью параметрами, а именно тремя декартовыми координатами x, y, z и тремя углами Эйлера α, β, γ [5].

Лаконичным решением данной задачи является представление Денавита–Хартенберга, которые доказали [1], что получение системы координат $O_nx_ny_nz_n$, отвечающих за расположения рабочего инструмента в трехмерном пространстве относительно базовой системы координат $O_0x_0y_0z_0$, возможно на основании матрицы 4×4 :

$${}^0_nT = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_n & s_n & a_n & p_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где векторы n, s, a показывают ориентацию рабочего инструмента и определяют положение направления осей X, Y, Z соответственно. Вместе векторы образуют матрицу вращения (1) локальной системы координат $O_nx_ny_nz_n$ относительно $O_0x_0y_0z_0$, а вектор p показывает положение рабочего инструмента локальной системы координат $O_nx_ny_nz_n$ относительно $O_0x_0y_0z_0$.

По методу Денавита–Хартенберга расчет прямой кинематики позволяет правильно сформировать системы координат для каждого звена, а именно удовлетворять следующим правилам:

1. Ось z_{i-1} направляется вдоль оси i -го сочленения.
2. Ось x_i образует перпендикуляр к оси z_{i-1} и направлена от нее.
3. Ось y_i дополняет оси x_i, z_i так, что образуется правая декартова система координат.

Представление звеньев определяется четырьмя параметрами, которые принадлежат каждому звену. Параметры являются описательными для вращательного движения и устанавливаются по следующим пунктам:

1. α_i – фиксированный параметр, отвечающий за угловое смещение и характеризующий угол, на который надо повернуть ось z_{i-1} вокруг оси x_i , чтобы она стала сонаправленной с осью z_i .
2. θ_i – параметр, характеризующий угол, на который надо повернуть ось x_{i-1} вокруг оси z_{i-1} , чтобы она стала параллельна оси x_i ; является переменной величиной и изменяется в диапазоне, который соответствует вращению i -го звена относительно $i-1$ -го.
3. d_i – фиксированный параметр, который описывает расстояние между пересечением оси z_{i-1} с осью x_i и началом $i-1$ системы координат, отсчитываемое вдоль оси.
4. a_i – фиксированный параметр, характеризующий расстояние между пересечением оси z_{i-1} с осью x_i и началом i -й системы координат, отсчитываемой вдоль оси x_i , то есть кратчайшее расстояние между осями z_{i-1} и z_i .

Отношения между звеньями, определяющие систему отсчета i относительно системы отсчета $i-1$, находятся по преобразованию (2).

Общий вид преобразования (2), а именно изменение положения двух сочленений друг относительно друга, описывается как ${}^{i-1}_iT$, где $i-1$ – это предыдущее звено, а i – текущее, для вращательных сочленений и выглядит следующим образом:

$${}^{i-1}_iT = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} d_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Матрица (2) включает в себя уже вышеописанную матрицу вращения, векторы переноса (линейного смещения), а также коэффициент масштабирования, который позволяет выполнять неоднородное масштабирование по всем осям, но не участвует при расчете роботов-манипуляторов с вращательными типами сочленения [6].

Прямая задача кинематики для 6R робота-манипулятора решается путем вычисления матрицы $T = {}^0_6T$, которая получается в результате последовательного перемножения шести матриц ${}^{i-1}_iT$. Благодаря решению этой задачи получается матрица T , которая является единственной при заданных $\theta = (\theta_1 \dots \theta_6)^T$. Ограничения, накладываемые на сочленения, зависят от пределов изменения θ_i для каждого вращательного сочленения манипулятора (табл.).

Таблица

Параметры Денавита–Хартенберга для модели манипулятора
(коэффициенты берутся из модели, углы α описывают начальное положение каждой пары звеньев манипулятора)

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	0
2	-90°	0	d_2	θ_2
3	0	a_2	0	θ_3
4	-90°	0	d_4	θ_4
5	90°	0	0	θ_5
6	-90°	0	0	θ_6

По формуле (2) рассчитаем каждую матрицу вращения i -той системы отсчета относительно предыдущей, то есть $i-1$.

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -\sin \theta_2 & -\cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & a_2 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ -\sin \theta_4 & -\cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_5 & \cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$${}^5_6T = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_6 & -\cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Для формирования матрицы 0_6T выполним последовательное умножение матриц, которые были уже вычислены. Для начала перемножим матрицы 4_5T и 5_6T :

$${}^4_6T = {}^4_5T {}^5_6T = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 \cos \theta_6 & -\cos \theta_5 \sin \theta_6 & -\sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \theta_5 \cos \theta_6 & -\sin \theta_5 \sin \theta_6 & \cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Затем выполним умножение матриц 3_4T и 4_6T :

$${}^3_6T = {}^3_4T {}^4_6T = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 \cos \theta_5 \cos \theta_6 - \sin \theta_4 \sin \theta_6 & -\cos \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6 - \sin \theta_4 \cos \theta_6 & -\cos \theta_4 \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_6 \cos \theta_6 & -\sin \theta_5 \sin \theta_6 & \cos \theta_5 & d_4 \\ -\sin \theta_4 \cos \theta_5 \cos \theta_6 - \cos \theta_4 \sin \theta_6 & \sin \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6 - \cos \theta_4 \cos \theta_6 & \sin \theta_4 \sin \theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Так как оси двух сочленений, а именно 2-го и 3-го, будут всегда параллельны, то выполним умножение матрицы 1_2T на матрицу 3_6T и упростим полученное выражение:

$${}^1_3T = {}^1_2T {}^3_6T = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3 & -(\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) & 0 & a_2 c_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -(\cos \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_2 \cos \theta_3) & -(\cos \theta_2 \sin \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) & 0 & -a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

С учетом тригонометрических формул сложения углов упростим полученную матрицу:

$$\begin{aligned} \cos \theta_{2,3} &= \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3 \\ \sin \theta_{2,3} &= \cos \theta_2 \sin \theta_3 - \sin \theta_2 \cos \theta_3 \\ \cos \theta_{2,3} &= \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3 \\ \sin \theta_{2,3} &= \cos \theta_2 \sin \theta_3 - \sin \theta_2 \cos \theta_3 \end{aligned}.$$

Перепишем упрощенную матрицу, где получим:

$${}^1_3T = {}^1_2T {}^3_6T = \begin{bmatrix} \cos \theta_{2,3} & -\sin \theta_{2,3} & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -\sin \theta_{2,3} & -\cos \theta_{2,3} & 0 & -a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Произведем умножение матриц 1_3T и 3_6T :

$${}^1_6T = {}^1_3T {}^3_6T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned}
 r_{11} &= \cos \theta_{2,3} (\cos \theta_2 \cos \theta_5 \cos \theta_6 - \sin \theta_4 \sin \theta_6) - \sin \theta_{2,3} \sin \theta_5 \sin \theta_6, \\
 r_{21} &= -\sin \theta_4 \cos \theta_5 \cos \theta_6 - \cos \theta_4 \sin \theta_6, \\
 r_{31} &= -\sin \theta_{2,3} (\sin \theta_4 \sin \theta_5 \sin \theta_6 - \sin \theta_4 \sin \theta_6) - \cos \theta_{2,3} \sin \theta_5 \cos \theta_6, \\
 r_{12} &= -\cos \theta_{2,3} (\cos \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6 + \sin \theta_4 \cos \theta_6) + \sin \theta_{2,3} \sin \theta_5 \sin \theta_6, \\
 r_{22} &= \sin \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6 - \cos \theta_4 \cos \theta_6, \\
 r_{32} &= \sin \theta_{2,3} (\cos \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6 + \sin \theta_4 \cos \theta_6) + \cos \theta_{2,3} \sin \theta_5 \sin \theta_6, \\
 r_{13} &= -\cos \theta_{2,3} \cos \theta_4 \sin \theta_5 - \sin \theta_{2,3} \sin \theta_5, \\
 r_{23} &= \sin \theta_4 \sin \theta_5, \\
 r_{33} &= \sin \theta_{2,3} \cos \theta_4 \sin \theta_5 - \cos \theta_{2,3} \cos \theta_5, \\
 p_x &= a_2 \cos \theta_2 - d_4 \sin \theta_{2,3}, \\
 p_y &= d_2, \\
 p_z &= -a_2 \sin \theta_2 - d_4 \cos \theta_{2,3}.
 \end{aligned}$$

Результирующая матрица, которая определяет положение захвата манипулятора относительно базовой системы координат, будет получена в результате умножения матрицы 0_6T на матрицу 1_6T :

$${}^0_6T = {}^0_1T {}^1_6T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned}
 r_{11} &= c_1 (c_{2,3} (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_5) - s_{2,3} s_5 c_5) + s_1 (s_4 c_5 c_6 + c_4 s_5), \\
 r_{21} &= s_1 (c_{2,3} (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_5) - s_{2,3} s_5 c_5) - c_1 (s_4 c_5 c_6 + c_4 s_5), \\
 r_{31} &= -s_{2,3} (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_5) - c_{2,3} s_5 c_5, \\
 r_{12} &= \cos \theta_1 (\cos \theta_{2,3} (-\cos \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6 - \sin \theta_4 \cos \theta_6) + \sin \theta_{2,3} \sin \theta_5 \sin \theta_6) + \\
 &+ \sin \theta_1 (\cos \theta_4 \cos \theta_6 - \sin \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6), \\
 r_{22} &= \sin \theta_1 (\cos \theta_{2,3} (-\cos \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6 - \sin \theta_4 \cos \theta_6) + \sin \theta_{2,3} \sin \theta_5 \sin \theta_6) - \\
 &- \cos \theta_1 (\cos \theta_4 \cos \theta_6 - \sin \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6), \\
 r_{32} &= -\sin \theta_{2,3} (-\cos \theta_4 \cos \theta_5 \sin \theta_6 - \sin \theta_4 \cos \theta_6) + \cos \theta_{2,3} \sin \theta_5 \sin \theta_6, \\
 r_{13} &= -\cos \theta_1 (\cos \theta_{2,3} \cos \theta_4 \sin \theta_5 + \sin \theta_{2,3} \cos \theta_5) - \sin \theta_1 \sin \theta_4 \sin \theta_5, \\
 r_{23} &= -\sin \theta_1 (\cos \theta_{2,3} \cos \theta_4 \sin \theta_5 + \sin \theta_{2,3} \cos \theta_5) + \cos \theta_1 \sin \theta_4 \sin \theta_5, \\
 r_{33} &= \sin \theta_{2,3} \cos \theta_4 \sin \theta_5 - \cos \theta_{2,3} \cos \theta_5, \\
 p_x &= \cos \theta_1 (a_2 \cos \theta_2 - d_4 \sin \theta_{2,3}) - d_2 \sin \theta_1, \\
 p_y &= \sin \theta_1 (a_2 \cos \theta_2 - d_4 \sin \theta_{2,3}) + d_2 \cos \theta_1, \\
 p_z &= -a_2 \sin \theta_2 - d_4 \cos \theta_{2,3}.
 \end{aligned}$$

Данные уравнения матрицы 0_6T описывают прямую кинематику разработанного манипулятора. Параметры a_i и d_i представлены в общем виде. Оптимальное значение этих параметров зависит от характеристик электро-механических приводов, которые осуществляют движение осей манипулятора. Для представленной модели их значения соответствуют $d_2 = 15$ мм, $a_2 = 312$ мм, $d_4 = 230$ мм.

Заключение. В результате исследований получен алгоритм, позволяющий вычислить текущее положение точки рабочего инструмента относительно базовой системы отсчета для реализации алгоритмов

программирования робота-манипулятора. Исходя из данной модели, найдены параметры Денавита–Хартенберга, получены матрицы преобразования положения точки рабочего инструмента относительно базовой системы отсчета. Методы и подходы, описанные выше, вместе с полученными результатами могут быть применены для проектирования не только обучающих моделей, но и для разработки профессионального промышленного оборудования.

ЛИТЕРАТУРА

1. John J. Craig. Introduction to Robotics: Mechanics and Control / John J. Craig. – Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 75 Arlington Street, Suite 300 Boston, MA United States, pages 450.
2. Сочнев, А.Н. Моделирование и исследование роботов и робото-технических систем / А.Н. Сочнев. – М., 2013. – 56 с.
3. Федотов, А.В. Автоматизация управления в производственных системах: учеб. пособие / А.В. Федотов. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2001. – 354 с.
4. Бирюкова, Д.В. Использование средств визуальной и физической симуляции при разработке робота-манипулятора / Д.В. Бирюкова, А.В. Шидловский // Молодость. Интеллект. Инициатива: материалы VIII Междунар. науч.-практ. конф. студентов и магистрантов, Витебск, 22 апр. 2020 г. / Витеб. гос. ун-т; редкол.: И.М. Прищепа (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2020. – С. 5–6.
5. StudBooks [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://studbooks.net/2410885/informatika/pryamaya_zadacha_kinematiki. – Дата доступа: 02.12.2019.
6. Маркова, Л.В. Матричный метод решения задачи планирования положения захвата робота / Л.В. Маркова, Д.В. Бирюкова, А.В. Шидловский // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 72-й Регион. науч.-практ. конф. преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 20 февр. 2020 г. / Витеб. гос. ун-т; редкол.: И.М. Прищепа (гл. ред.) [и др.]. – Витебск, 2020. – С. 26–27.

REFERENCES

1. John J. Craig. Introduction to Robotics: Mechanics and Control / John J. Craig. – Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 75 Arlington Street, Suite 300 Boston, MA United States, pages 450.
2. Sochnev A.N. *Modelirovaniye i issledovaniye robotov i rooboto-tekhnicheskikh sistem* [Modeling and Studying Robots and Robotic Technological Systems], M., 2013, 56 p.
3. Fedotov A.V. *Avtomatizatsiya upravleniya i proizvodstvennykh sistemakh: Ucheb. posobiye* [Control Automation in Manufacture Systems: Textbook], Omsk: Izd-vo OmGTU, 2001, 354 p.
4. Biriukova D.V., Shidlovski A.V. *Molodost. Intellect. Initsiativa: materialy VIII Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii studentov i magistrantov, Vitebsk, 22 apreliya 2020 g.* [Youth. Intellect. Initiative: Proceedings of the VIII International Scientific and Practical Conference of Students and Masters, Vitebsk, April 22, 2020], Vitebsk: VGU imeni P.M. Masherova, 2020, pp. 5–6.
5. StudBooks. – Available at: https://studbooks.net/2410885/informatika/pryamaya_zadacha_kinematiki. – Accessed: 02.12.2019.
6. Markova L.V., Biriukova D.V., Shidlovski A.V. *Nauka – obrazovaniyu, proizvodstvu, ekonomike: materialy 72-i Regionalnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii prepodavatelei, nauchnykh sotrudnikov i aspirantov, Vitebsk, 20 fevralia 2020 g.* [Science for Education, Industry, Economy: Proceedings of the 72-nd Regional Scientific and Practical Conference of Teachers, Researchers and Postgraduates, Vitebsk, February 20, 2020], Vitebsk: VGU imeni P.M. Masherova, 2020, pp. 26–27.

Поступила в редакцию 21.04.2020

Адрес для корреспонденции: e-mail: dianabirukovaseal@gmail.com – Бирюкова Д.В.