УДК 512.542

О ПРЯМЫХ РАЗЛОЖЕНИЯХ КРАТНО σ-ЛОКАЛЬНЫХ ФОРМАЦИЙ

Н.Н. Воробьев, И.И. Стаселько, А. Ходжагулыев
Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Все рассматриваемые группы конечны. Класс групп $\mathfrak{F}$ называется формацией, если он замкнут относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

Совокупность $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ непустых классов групп $\mathfrak{F}_i$ называется ортогональной (*А.Н. Скиба, 1999*), *если:* 1) *либо* $|I| = 1$, *либо* $|I| > 1$ *и* 2) $\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{F}_j = (1)$ *для всех* $i, j \in I$; $i \neq j$. *Для произвольной ортогональной системы классов* $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ *через* $\otimes_{i \in I}\mathfrak{F}_i$ *обозначается совокупность всех групп, изоморфных группам вида* $A_1 \times \ldots \times A_t$, *где* $A_1 \in \mathfrak{F}_{i_1}, \ldots, A_t \in \mathfrak{F}_{i_t}$ *для некоторых* $i_1, \ldots, i_t \in I$.

Пусть $\mathfrak{F}$ – непустой класс групп. Говорят, что $\mathfrak{F}$ является прямым произведением классов $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$, если совокупность $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ – ортогональная система классов и $\mathfrak{F} = \otimes_{i \in I}\mathfrak{F}_i$.

Цель работы – доказательство теоремы о прямых разложениях n-кратно σ-локальных формаций.

Материал и методы. *Использованы методы исследования теории конечных групп, а также теории формаций конечных групп.*

Результаты и их обсуждение. *Пусть $\mathfrak{F} = \otimes_{i \in I}\mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$ таких, что $\sigma(\mathfrak{F}_i) \cap \sigma(\mathfrak{F}_j) = \emptyset$ для всех $i, j \in I$; $i \neq j$. Доказано, что формация $\mathfrak{F}$ n-кратно σ-локальна в том и только в том случае, когда n-кратно σ-локальна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.*

Заключение. *Найдено новое свойство прямых разложений кратно σ-локальных формаций.*

Ключевые слова: *конечная группа, формация, прямое произведение классов групп, n-кратно σ-локальная формация.*

ON DIRECT DECOMPOSITIONS OF MULTIPLY σ-LOCAL FORMATIONS

N.N. Vorob'ev, I.I. Staselka, A. Hojagulyyev
Educational Establishment "Vitebsk State P.M. Masherov University"

All groups considered are finite. A class of groups $\mathfrak{F}$ is called a formation if it is closed with respect to homomorphic images and finite subdirect products.

A set $\{F_i \mid i \in I\}$ *of non-empty classes of groups* $\mathfrak{F}_i$ *is called orthogonal* (*Skiba, 1999*) *if:* 1) *either* $|I| = 1$ *or* $|I| > 1$ *and* 2) $\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{F}_j = (1)$ *for all* $i, j \in I$; $i \neq j$. *For any orthogonal system of classes* $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ *we denote by* $\otimes_{i \in I}\mathfrak{F}_i$ *the set of all groups isomorphic to groups of the form* $A_1 \times \ldots \times A_t$, *where* $A_1 \in \mathfrak{F}_{i_1}, \ldots, A_t \in \mathfrak{F}_{i_t}$ *for some* $i_1, \ldots, i_t \in I$.

Let $\mathfrak{F}$ be a non-empty class of groups. The class $\mathfrak{F}$ is said to be the direct product of classes $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ if the set $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ is an orthogonal system of classes and $\mathfrak{F} = \otimes_{i \in I}\mathfrak{F}_i$.

The purpose of the research is the proof of the theorem about direct decompositions of n-multiply σ-local formations.

Material and methods. *Methods of the study of the finite group theory are used as well as methods of the theory of formations of finite groups.*

Findings and their discussion. *Let $\mathfrak{F} = \otimes_{i \in I}\mathfrak{F}_i$ for some formations $\mathfrak{F}_i$ such that $\sigma(\mathfrak{F}_i) \cap \sigma(\mathfrak{F}_j) = \emptyset$ for all $i, j \in I$; $i \neq j$. It is proved that the formation $\mathfrak{F}$ is n-multiply σ-local if and only if each of the formations $\mathfrak{F}_i$ is n-multiply σ-local.*

Conclusion. *The new property of direct decompositions of multiply σ-local formations was found.*

Key words: *finite group, formation, direct product of classes of groups, n-multiply σ-local formation.*

Все рассматриваемые нами группы конечны. Используются стандартная терминология [1–3] и определения и обозначения, введенные в работе [4].

Совокупность $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ непустых классов групп $\mathfrak{F}_i$ называется ортогональной (А.Н. Скиба [5]), если:

1) либо $|I| = 1$, либо $|I| > 1$ и

2) $\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{F}_j = (1)$ для всех $i, j \in I$; $i \neq j$.

Отметим, что всякая ортогональная система формаций является ортогональной системой элементов решетки всех формаций в обычном смысле [6, с. 238].

После выхода в 1981 году работы А.Н. Скибы [7] началось изучение дополняемых подформаций [8–11], что привело к следующей полезной конструкции [12]: для произвольной ортогональной системы классов $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ через $\bigotimes_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ обозначается совокупность всех групп вида $A_1 \times \ldots \times A_t$, где $A_1 \in \mathfrak{F}_{i_1}, \ldots, A_t \in \mathfrak{F}_{i_t}$ для некоторых $i_1, \ldots, i_t \in I$. Всякое представление класса групп $\mathfrak{F}$ в виде $\mathfrak{F} = \bigotimes_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ называется прямым разложением этого класса. В неявном виде такая конструкция использовалась в [11; 13] (см. также [14, с. 670]). В работе А.Н. Скибы [12] было начато изучение прямых разложений n-кратно локальных формаций. В частности, там было доказано, что всякая формация, представимая в виде прямого разложения некоторых формаций, n-кратно локальна тогда и только тогда, когда n-кратно локальна каждая из компонент этого разложения. Аналог упомянутого результата для n-кратно локальных классов Фиттинга получен в [5].

Целью работы – изучение прямых разложений n-кратно σ-локальных формаций.

Материал и методы. Использованы методы исследования теории конечных групп, а также теории формаций конечных групп.

Результаты и их обсуждение. Основным результатом является

Теорема. *Пусть* $\mathfrak{F} = \bigotimes_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ *для некоторых формаций* $\mathfrak{F}_i$ *таких, что* $\sigma(\mathfrak{F}_i) \cap \sigma(\mathfrak{F}_j) = \emptyset$ *для всех различных* $i, j \in I$. *Тогда формация* $\mathfrak{F}$ *n-кратно* ($n \geq 1$) *σ-локальна в том и только в том случае, когда n-кратно σ-локальна каждая из формаций* $\mathfrak{F}_i$.

Пусть $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ – некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$. Если n – целое число, то символом $\pi(n)$ обозначается множество всех различных простых чисел, делящих n; $\sigma(n) = \{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$; $\sigma(G) = \sigma(|G|)$; $\sigma(\mathfrak{F}) = \bigcup_{G \in \mathfrak{F}} \sigma(G)$; $\pi \subseteq \sigma$ и $\pi' = \sigma \setminus \pi$. Целые числа n и m называются σ-взаимно простыми, если $\sigma(n) \cap \sigma(m) = \emptyset$.

Пусть f – произвольная функция вида

$$f : \sigma \to \{\text{формации групп}\}, \tag{1}$$

называемая *формационной σ-функцией*. Следуя [15; 16], функции f сопоставляют класс групп $LF_\sigma(f) = (G \mid G = 1$ или $G \neq 1$ и $G/O_{\sigma_i', \sigma_i}(G) \in f(\sigma_i)$ для всех $\sigma_i \in \sigma(G))$.

Если для некоторой формационной σ-функции f вида (1) имеет место $\mathfrak{F} = LF_\sigma(f)$, то $\mathfrak{F}$ называется σ-локальной формацией с σ-локальным заданием f (см. [15; 16]).

Согласно концепции кратной локализации А.Н. Скибы [16], всякая формация считается 0-кратно σ-локальной. При $n \geq 1$ формация $\mathfrak{F}$ называется n-кратно σ-локальной, если либо $\mathfrak{F} = (1)$ – класс единичных групп, либо $\mathfrak{F} = LF_\sigma(f)$, где все значения f являются $(n-1)$-кратно σ-локальными формациями для всех $\sigma_i \in \sigma(\mathrm{F})$.

Мы пишем также $F_{\sigma_i}(G)$ вместо $O_{\sigma_i', \sigma_i}(G)$.

Формационная σ-функция f называется l_n^σ-значной, если $f(\sigma_i)$ – n-кратно σ-локальная формация для каждого $\sigma_i \in \mathrm{Supp}(f)$, где $\mathrm{Supp}(f)$ обозначает множество всех σ_i таких, что $f(\sigma_i) \neq \emptyset$. Мы используем $l_n^\sigma\mathrm{form}(\mathfrak{X})$ для обозначения пересечения всех n-кратно σ-локальных формаций, содержащих совокупность групп $\mathfrak{X}$.

Заметим, что для любой совокупности групп $\mathfrak{X}$ $l_n^\sigma\mathrm{form}(\mathfrak{X})$ – n-кратно σ-локальная формация (см. [16, лемма 2.3]). Такая формация называется n-кратно σ-локальной формацией, порожденной $\mathfrak{X}$. Полагают также $\mathfrak{X}(\sigma_i) = (G/F_{\sigma_i}(G) \mid G \in \mathfrak{X})$.

Лемма 1 [16, лемма 2.6]. *Пусть* $\mathfrak{F} = l_n^\sigma\mathrm{form}(\mathfrak{X}) = LF_\sigma(f)$ *– n-кратно σ-локальная формация, порожденная* $\mathfrak{X}$, *где f –* l_{n-1}^σ*-значное задание формации* $\mathfrak{F}$, *и пусть* $\pi = \sigma(\mathfrak{X})$. *Пусть m – формационная σ-функция такая, что* $m(\sigma_i) = l_{n-1}^\sigma\mathrm{form}(\mathfrak{X}(\sigma_i))$ *для всех* $\sigma_i \in \pi$ *и* $m(\sigma_i) = \emptyset$ *для всех* $\sigma_i \in \pi'$. *Тогда:*

1) $\pi = \sigma(\mathfrak{F})$,

2) m – l_{n-1}^σ*-значное задание формации* $\mathfrak{F}$, *и*

3) $m(\sigma_i) \subseteq f(\sigma_i) \cap \mathfrak{F}$ *для всех* $\sigma_i \in \sigma$.

Лемма 2. *Если* $\mathfrak{F} = LF_\sigma(f)$ *и* $G/O_{\sigma_i}(G) \in f(\sigma_i) \cap \mathfrak{F}$ *для некоторого* $\sigma_i \in \pi$, *то* $G \in \mathfrak{F}$.

Доказательство. Прежде заметим, поскольку $O_{\sigma_i}(G) \leq F_{\sigma_i}(G)$, то $G/F_{\sigma_i}(G) \in f(\sigma_i)$. Для всех $\sigma_j \in \sigma \setminus \sigma_i$ имеет место

$$G/F_{\sigma_j}(G) \cong (G/O_{\sigma_i}(G))/(F_{\sigma_j}(G)/O_{\sigma_i}(G)) = (G/O_{\sigma_i}(G))/(F_{\sigma_j}(G/O_{\sigma_i}(G)),$$

то $G/F_{\sigma_j}(G) \in f(\sigma_j)$. Значит, $G \in LF_\sigma(f)$. Лемма доказана.

Лемма 3. *Пусть формация* $\mathfrak{F} = LF_\sigma(f)$, $G \notin \mathfrak{F}$. *Тогда найдется такое* $\sigma_i \in \sigma(G^{\mathfrak{F}})$, *что* $G/F_{\sigma_i}(G) \notin f(\sigma_i)$.

Доказательство. Пусть $G/F_{\sigma_i}(G) \in f(\sigma_i)$ для всех $\sigma_i \in \sigma(G^{\mathfrak{F}})$. Пусть $\sigma_i \in \sigma(G) \setminus \sigma(G^{\mathfrak{F}})$. Тогда $G^{\mathfrak{F}} \leq \leq F_{\sigma_i}(G)$ и $F_{\sigma_i}(G/G^{\mathfrak{F}}) = F_{\sigma_i}(G)/G^{\mathfrak{F}}$. Значит, для всех $\sigma_i \in \sigma(G)$ имеет место $G/F_{\sigma_i}(G) \in f(\sigma_i)$. Следовательно, $G \in \mathfrak{F}$. Противоречие. Лемма доказана.

Доказательство теоремы.

Достаточность. Пусть каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$ n-кратно ($n \geq 1$) σ-локальна. По лемме 1 формация $\mathfrak{F}_i$ обладает минимальным l_{n-1}^{σ}-значным заданием f_i. Пусть $\pi_i = \sigma(\mathfrak{F}_i)$. Построим формационную σ-функцию f таким образом, что

$$f(\sigma_k) = \begin{cases} f_i(\sigma_k), & \text{если } \sigma_k \in \pi_i \text{ для некоторого } i \in I, \\ \emptyset, & \text{если } \sigma_k \in \pi' = \sigma \setminus \bigcup_{i \in I} \pi_i. \end{cases}$$

Покажем, что $\mathfrak{F} = LF_\sigma(f)$.

Пусть $LF_\sigma(f) \nsubseteq \mathfrak{F}$ и G – группа минимального порядка из $LF_\sigma(f) \setminus \mathfrak{F}$. Тогда G – монолитическая группа с монолитом $R = G^{\mathfrak{F}}$. Поскольку $G \in LF_\sigma(f)$, то $G/F_{\sigma_r}(G) \in f(\sigma_r)$ для всех $\sigma_r \in \sigma(G)$. Следовательно, если $\sigma_r \in \sigma(G)$, то $G/F_{\sigma_r}(G) \in f(\sigma_r) \neq \emptyset$. Значит, найдется такое $i \in I$, что $\sigma_r \in \pi_i$. Отсюда $\sigma(G) \subseteq \bigcup_{i \in I} \pi_i$.

Если R не является σ-примарной, то $\bigcap_{\sigma_s \in \sigma(G)} F_{\sigma_s}(G) = 1$. Мы знаем, что $G/F_{\sigma_s}(G) \in f(\sigma_s) = f_i(\sigma_s) \subseteq \mathfrak{F}_i \subseteq \mathfrak{F}$ для всех $\sigma_s \in \sigma(G)$. Таким образом,

$$G \cong G/1 = G/\bigcap_{\sigma_s \in \sigma(G)} F_{\sigma_s}(G) \in f(\sigma_s) = f_i(\sigma_s) \subseteq \mathfrak{F}_i \subseteq \mathfrak{F},$$

т.е. $G \in \mathfrak{F}$. Противоречие.

Значит, R – σ_s-группа. Следовательно, $F_{\sigma_s}(G) = O_{\sigma_s}(G)$ и $F_{\sigma_l}(G/R) = F_{\sigma_l}(G)/R$ для всех $s \neq l$. Так как $G/R \in$ F, то

$$(G/R)/F_{\sigma_l}(G/R) \cong G/F_{\sigma_l}(G) \in f(\sigma_l) = f_i(\sigma_l) \text{ для всех } \sigma_l \in \sigma(G) \setminus \sigma_s.$$

Наконец, имеет место $G/F_{\sigma_s}(G) = G/O_{\sigma_s}(G) \in f(\sigma_s) = f_i(\sigma_s)$. Следовательно, по лемме 2, $G \in \mathfrak{F}$. Противоречие. Значит, $LF_\sigma(f) \subseteq \mathfrak{F}$.

Допустим, что обратное включение неверно, и пусть G – группа минимального порядка из $\mathfrak{F} \setminus LF_\sigma(f)$. Тогда G – монолитическая группа. Поэтому найдется такое $i \in I$, что $G \in \mathfrak{F}_i = LF_\sigma(f_i)$. Значит, $G/F_{\sigma_s}(G) \in f_i(\sigma_s) = f(\sigma_s)$ для всех $\sigma_s \in \sigma(G)$. Следовательно, $G \in LF_\sigma(f)$, где f – l_{n-1}^{σ}-значное задание. Поэтому $\mathfrak{F}$ – n-кратно σ-локальная формация.

Необходимость. Пусть теперь формация $\mathfrak{F}$ n-кратно σ-локальна. По лемме 1 формация $\mathfrak{F}$ обладает минимальным l_{n-1}^{σ}-значным заданием f. Пусть $i \in I$ и f_i – такая формационная σ-функция, что

$$f_i(\sigma_k) = \begin{cases} f(\sigma_k), & \text{если } \sigma_k \in \pi_i, \\ \emptyset, & \text{если } \sigma_k \in \sigma \setminus \pi_i. \end{cases}$$

Покажем, что $\mathfrak{F}_i = LF_\sigma(f_i)$.

Предположим, что $\mathfrak{F}_i \nsubseteq LF_\sigma(f_i)$ и G – группа минимального порядка из $\mathfrak{F}_i \setminus LF_\sigma(f_i)$. Тогда G – монолитическая группа с монолитом $R = G^{LF_\sigma(f_i)}$. По лемме 3, поскольку $G \notin LF_\sigma(f_i)$, то найдется такое $\sigma_k \in \sigma(R)$, что $G/F_{\sigma_k}(G) \notin f_i(\sigma_k)$. Но $G \in$ F. Значит, $G/F_{\sigma_k}(G) \in f(\sigma_k) = f_i(\sigma_k)$. Противоречие. Итак, $\mathfrak{F}_i \subseteq LF_\sigma(f_i)$.

Допустим, что обратное включение неверно, и пусть G – группа минимального порядка из $LF_\sigma(f_i) \setminus \mathfrak{F}_i$. Тогда G – монолитическая группа с монолитом $R = G^{\mathfrak{F}_i}$. Пусть $\sigma_r \in \sigma(R)$. Тогда из $G \in LF_\sigma(f_i)$ следует, что $G/F_{\sigma_r}(G) \in f_i(\sigma_r) \neq \emptyset$. Значит, $\sigma(R) \subseteq \sigma(\mathfrak{F}_i)$ и по построению формационной σ-функции f_i справедливо $f_i \leq f$. Следовательно, $G \in \mathfrak{F}$. Поэтому ввиду монолитичности группы G найдется такое $j \in I$, что $G \in \mathfrak{F}_j$. При этом $\sigma(R) \subseteq \sigma(\mathfrak{F}_i) \cap \sigma(\mathfrak{F}_j) = \emptyset$. Значит, $i = j$, т.е. $G \in \mathfrak{F}_i$. Полученное противоречие показывает, что $LF_\sigma(f_i) \subseteq \mathfrak{F}_i$. Таким образом, $\mathfrak{F}_i = LF_\sigma(f_i)$, где f_i – l_{n-1}^{σ}-значное задание. Поэтому $\mathfrak{F}_i$ – n-кратно σ-локальная формация.

Теорема доказана.

Заключение. Найдено новое свойство прямых разложений кратно σ-локальных формаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор с БРФФИ № Ф18У-007).

ЛИТЕРАТУРА

1. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука. Гл. ред. физ-матем. лит., 1978. – 272 с. – (Соврем. алгебра).
2. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1989. – 256 с. – (Соврем. алгебра).
3. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
4. Скиба, А.Н. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Матем. труды. – 1999. – Т. 2, № 2. – С. 114–147.
5. Воробьев, Н.Н. О булевых решетках *n*-кратно локальных классов Фиттинга / Н.Н. Воробьев, А.Н. Скиба // Сибирский матем. журн. – 1999. – Т. 40, № 3. – С. 523–530.
6. Артамонов, В.А. Общая алгебра. Т. 2 / В.А. Артамонов, В.Н. Салий, Л.А. Скорняков [и др.]; под общ. ред. Л.А. Скорнякова. – М.: Наука, 1991. – 280 с.
7. Скиба, А.Н. О формациях с заданными системами подформаций / А.Н. Скиба // Подгрупповое строение конечных групп: труды Гомельского семинара / Ин-т математики АН БССР; под ред. В.С. Монахова. – Минск, 1981. – С. 155–180.
8. Ведерников, В.А. Вполне факторизуемые формации конечных групп / В.А. Ведерников // Вопр. алгебры. – Минск: Изд-во «Университетское», 1990. – Вып. 5. – С. 28–34.

9. Скиба, А.Н. О локальных формациях с дополняемыми локальными подформациями / А.Н. Скиба // Известия вузов. Сер. Математика. – 1994. – № 10(389). – С. 75–80.
10. Сафонов, В.Г. О кратно локальных формациях конечных групп с ограниченным нильпотентным дефектом / В.Г. Сафонов // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского гос. ун-та, 1996. – Вып. 9. – С. 161–175.
11. Жевнова, Н.Г. *p*-насыщенные формации с дополняемыми *p*-насыщенными подформациями / Н.Г. Жевнова, А.Н. Скиба // Известия вузов. Сер. Математика. – 1997. – № 5(420). – С. 23–29.
12. Скиба, А.Н. О дополняемых подформациях / А.Н. Скиба // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского гос. ун-та, 1996. – Вып. 9. – С. 114–118.
13. Васильев, А.Ф. О решетках подгрупп конечных групп / А.Ф. Васильев, С.Ф. Каморников, В.Н. Семенчук // Бесконечные группы и другие примыкающие алгебраические структуры: сб. ст. / Ин-т математики АН Украины; отв. ред. Н.С. Черников. – Киев, 1993. – С. 27–54.
14. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math., vol. 4).
15. Chi, Z. On Σ_t^σ-closed classes of finite groups / Z. Chi, A.N. Skiba // Ukrainian Math. J. – 2018. – Vol. 70, no. 12. – P. 1707–1716.
16. Chi, Z. On *n*-multiply *σ*-local formations of finite groups / Z. Chi, V.G. Safonov, A.N. Skiba // Comm. Algebra. – 2019. – Vol. 47, № 3. – P. 957–968.

R E F E R E N C E S

1. Shemetkov L.A. *Formatsii konechnykh grupp* [Formations of Finite Groups], Moskva: Nauka, 1978, 272 p.
2. Shemetkov L.A., Skiba A.N. *Formatsii algebraicheskikh sistem* [Formations of Algebraic Systems], Moskva: Nauka, 1989, 256 p.
3. Skiba A.N. *Algebra formatsii* [Algebra of Formations], Minsk: Belaruskaya Navuka, 1997, 240 p.
4. Skiba A.N., Shemetkov L.A. *Matem. trudy* [Mathematic Works], 1999, 2(2), pp. 114–147.
5. Vorobyev N.N., Skiba A.N. *Sibirski matem. zhurnal* [Siberian Mathematic Journal], 1999, 40(3), pp. 523–530.
6. Artamonov V.A., Salii V.N., Skornyakov L.A. *Obshchaya algebra* [General Algebra], Moskva: Nauka, 1991, 280 p.
7. Skiba A.N. *Podgruppovoye stroyeniye konechnykh grupp: trudy Gomelskogo seminara* [Subgroup Structure of Finite Groups, Works of Gomel Seminar], Minsk, 1981, pp. 155–180.
8. Vedernikov V.A. *Voprosy algebry* [Issues of Algebra], 1990, 5, pp. 28–34.
9. Skiba A.N. *Izvestiya vuzov. Ser. Matematika* [Bulletin of Universities Mathematics], 1994, 10(389), pp. 75–80.
10. Safonov V.G. *Voprosy algebry* [Issues of Algebra], Gomel, izd-vo Gomelskogo un-ta, 1996, 9, pp. 161–175.
11. Zhevnova N.G., Skiba A.N. *Izvestiya vuzov. Ser. Matematika* [Bulletin of Universities Mathematics], 1997, 5, pp. 23–29.
12. Skiba, A.N. *Voprosy algebry* [Issues of Algebra], Gomel, izd-vo Gomelskogo un-ta, 1996, 9, pp. 114–118.
13. Vasilyev A.F., Kamornikov S.F., Semenchuk V.N. *Beskonechniye grupy i drugiye primykayushchiye algebraicheskiye struktury: sb. st. In-t matematiki AN Ukrainy* [Infinite Groups and Related Algebraic Structures: Collection of Works], Kiev: Institut Matematiki AN Ukrainy, 1993, pp. 27–54.
14. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin–New York: Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math., vol. 4).
15. Chi, Z. On Σ_t^σ-closed classes of finite groups / Z. Chi, A.N. Skiba // Ukrainian Math. J. – 2018. – Vol. 70, no. 12. – P. 1707–1716.
16. Chi, Z. On *n*-multiply *σ*-local formations of finite groups / Z. Chi, V.G. Safonov, A.N. Skiba // Comm. Algebra. – 2019. – Vol. 47, № 3. – P. 957–968.

Поступила в редакцию 06.07.2020
Адрес для корреспонденции: e-mail: vornic2001@mail.ru – Воробьев Н.Н.