58

АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛОРУССКОЙ ССР

УЧЕНЫЙ СОВЕТ ПО ФИЗИКЕ
ОТДЕЛЕНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

На правах рукописи

БЕДРИЦКИЙ Андрей Иванович

ПЯТИМЕРНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ С РАЗЛИЧНЫМИ СПИНАМИ

(специальность № 01.04.02 – теоретическая и математическая физика)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Минск, 1975.

А К А Д Е М И Я   Н А У К   Б Е Л О Р У С С К О Й   С С Р

УЧЕНЫЙ СОВЕТ ПО ФИЗИКЕ
ОТДЕЛЕНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

На правах рукописи

БЕДРИЦКИЙ
Андрей Иванович

ПЯТИМЕРНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ С РАЗЛИЧНЫМИ СПИНАМИ

(специальность № 01.04.02 - теоретическая и математическая физика)

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук.

Минск, 1975.

Работа выполнена в Институте физики АН БССР и на кафедре физики Витебского государственного педагогического института им.С.М.Кирова.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, Л.А.ШЕЛЕПИН

доктор физико-математических наук,профессор С.В.ИЗМАЙЛОВ

доктор физико-математических наук,профессор А.Е.ЛЕВАШОВ

Ведущее учреждение: Ужгородский отдел теории адронов Института теоретической физики АН УССР.

Защита диссертации состоится "16" мая 1975 года в 14 часов на заседании Ученого совета по физике Отделения физико-математических наук АН БССР в конференц-зале Института физики (г.Минск,Ленинский пр.,70).

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке им.Я.Коласа АН БССР.

Отзывы просим направлять по адресу: 220602,Минск,Ленинский проспект,70. Институт физики АН БССР.Ученому секретарю по физике.

Автореферат разослан "2" апреля 1975 года.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА
ПО ФИЗИКЕ
КАНДИДАТ ФИЗ.-МАТ.НАУК В.В.ФИЛИППОВ

В последние годы намечается тенденция использования в квантовой механике и релятивистской квантовой теории поля при одночастичной интерпретации волновой функции динамических групп, являющихся расширением обычной четырехмерной группы Лоренца. Настоящая диссертация имеет целью обобщение релятивистской квантовой теории поля на основе использования пятимерных групп.

Требования инвариантности уравнений относительно пятимерных групп и условия получения пятимерных уравнений при варьировании пятимерной инвариантной вещественной функции Лагранжа приводят к специфической "относительной" спиральности частиц и античастиц, описываемых 5-уравнениями. В результате такие 5-уравнения оказались включающими в себя гипотезу Кобзарева И.Ю., Окуня Л.Б. и Померанчука И.Я. о зеркальных частицах, являющуюся дальнейшим развитием (в связи с экспериментальным обнаружением нарушения $\mathcal{CP}$-инвариантности) гипотезы Ли и Янга об обычных левых $(\mathcal{L})$ и гипотетических правых $(\mathcal{R})$ частицах, которая была выдвинута в связи с открытием нарушения $\mathcal{P}$ -инвариантности.

Полученные обобщенные пятимерные уравнения, инвариантные относительно пятимерных групп, по сравнению с четырехмерными включают в себя дополнительные члены, которые могут быть интерпретированы как результат взаимодействия с некоторым гравитационным полем (спин на гравитационном фоне). Эти дополнительные члены проявляют себя при рассмотрении взаимодействия частиц.

Пятая координата в физических теориях использовалась уже давно рядом исследователей. В плане физической интерпретации она связывалась Румером Ю.Б. и Дубровским В.А. - с действием, Клейном О. - с электрическим зарядом, Родичевым В.И. - с собственным временем, Пытьевым Ю.П.- с массой покоя. Пятимерное обобщение теории тяготения Эйнштейна предлагалось Калюца, Вейлем, Паули, самим Эйнштейном и многими последователями. Пятимерная теория в импульсном пространстве с целью преодоления трудностей квантовой теории поля развивалась Снайдером. Наиболее существенные результаты на этом пути получены в последнее десятилетие Кадышевским В.Г. с сотрудниками. В настоящей работе пятая координата выступает как физическая характеристика, сопряженная пятой компоненте пятимерного волнового вектора K_5. Последняя, по интерпретации автора, ответственна за полевую часть масс покоя частицы. Принцип причинности ограничивает область изменения пятой координаты.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложений.

Во введении дается краткое изложение работ, относящихся к пятимерным группам, к использованию представлений этих групп для исследования элементарных частиц, в частности, работ, касающихся четырех- и пятимерных уравнений, инвариантных относительно указанных групп и реализующих их представления. Приложения, приведенные в конце диссертации, имеют целью освободить её основной текст от некоторых громоздких преобразований и расчетов.

В § I главы I найдены линейные конечномерные неприводимые представления пятимерной однородной собственной группы Лоренца $T_\mathcal{L}(5)$, заданной в плоском пятимерном пространстве, характеризуемом метрикой

$$g^{ik}_{\text{лор.}} = e_i \delta_{ik}, \quad e_1 = e_2 = e_3 = e_5 = -e_0 = -1, \tag{I}$$

и линейные конечномерные неприводимые представления собственной группы де Ситтера $O_+(2,3)$ в плоском пятимерном пространстве с метрикой

$$g^{ik}_{\text{лор.}} = e_i \delta_{ik}, \quad e_1 = e_2 = e_3 = -e_5 = -e_0 = -1. \tag{2}$$

Эта задача решается путем суммирования подпространств, в каждом из которых действует неприводимое представление четырехмерной однородной собственной группы Лоренца (метод Гельфанда-Яглома). Инфинитезимальные операторы представлений группы $T_\mathcal{L}(5)$ действуют по формулам:

$$\begin{gathered}
I_{12}\xi^{pn}_{lm} = -im\,\xi^{pn}_{lm}, \\
I_{23}\xi^{pn}_{lm} = -\frac{i}{2}\sqrt{(l+m+1)(l-m)}\,\xi^{pn}_{l,m+1} - \frac{i}{2}\sqrt{(l+m)(l-m+1)}\,\xi^{pn}_{l,m-1}, \\
I_{34}\xi^{pn}_{lm} = iC^{pn}_{l}\sqrt{l^2-m^2}\,\xi^{pn}_{l-1,m} - iA^{pn}_{lm}\xi^{pn}_{lm} - iC^{pn}_{l+1}\sqrt{(l+1)^2-m^2}\,\xi^{pn}_{l+1,m};
\end{gathered} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
I_{45}\xi^{pn}_{lm} = {}& \gamma_{p,n+1}\sqrt{(l+n+1)(l-n)}\,\xi^{p,n+1}_{lm} + \gamma_{pn}\sqrt{(l+n)(l-n+1)}\,\xi^{p,n-1}_{lm} + \\
& + \beta_{p+1,n}\sqrt{(l+p+1)(l-p)}\,\xi^{p+1,n}_{lm} + \beta_{pn}\sqrt{(l+p)(l-p+1)}\,\xi^{p-1,n}_{lm}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $\xi^{\tau\,pn}_{\ell m}$ – базисные векторы в пространстве представлений, коэффициенты A^{pn}_{ℓ}, C^{pn}_{ℓ}, γ, β_{pn} имеют вид:

$$A^{pn}_{\ell} = \frac{inp}{\ell(\ell+1)}, \qquad C^{pn}_{\ell} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(\ell^2-n^2)(\ell^2-p^2)}{4\ell^2-1}},$$

$$\gamma_{pn} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(n+n_0)(n-n_0-1)(n+p_0+1)(n-p_0-2)}{(p^2-n^2)[p^2-(n-1)^2]}},$$

$$\beta_{pn} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(p+n_0)(p-n_0-1)(p+p_0+1)(p-p_0-2)}{(p^2-n^2)[(p-1)^2-n^2]}}.$$

Представления задаются парой чисел n_0 и p_0 $(n_0, p_0 \geqslant 0)$, числа n, p, ℓ и m принимают одновременно с n_0 и p_0 целые или полуцелые значения, $-n_0 \leq n \leq n_0$, $n_0+1 \leq p \leq p_0+1$, $\ell = |n|, |n|+1, \dots |p|-1$, $m = -\ell, -(\ell-1), \dots (\ell-1), \ell$.
Для соответствующих генераторов группы $O_+(2,3)$ остается в силе формула (3), а в формуле (4) необходимо ввести в правую часть множитель i. Не выписанные в (3) и (4) генераторы можно найти с помощью антикоммунатора

$$[I_{ik}, I_{js}] = g^{is}_{\text{лор}} I_{kj} + g^{kj}_{\text{лор}} I_{is} - g^{ij}_{\text{лор.}} I_{ks} - g^{ks}_{\text{лор.}} I_{ij}, \qquad (5)$$

где для $T_\alpha(5)$ следует брать метрику (I), а для $O_+(2,3)$ – метрику (2).

В § 2 главы I при расширении группы $T_\alpha(5)$ построены: неполная однородная группа $T'_\alpha(5)$ (группа $T_\alpha(5)$ с добавлением инверсии пространственных координат x_1, x_2, x_3), полная однородная группа $T''_\alpha(5)$ (группа $T_\alpha(5)$ с добавлением инверсии x_1, x_2, x_3 и вещественной переменной x_5), неполная однородная группа $T'''_\alpha(5)$ (группа $T_\alpha(5)$ с добавлением инверсии x_5). При расширении группы $O_+(2,3)$ соответственно построены группы $O'_+(2,3)$, $O''_+(2,3)$, $O'''_+(2,3)$. Неприводимые представления этих групп, как и групп $T_\alpha(5)$, $O_+(2,3)$, задаются парами чисел $\sigma \sim (n_0, p_0)$.
Добавочные генераторы: S_1 – сопоставляемый инверсии для $T'_\alpha(5)$, $O'_+(2,3)$, и S_2 – сопоставляемый инверсии для $T''_\alpha(5)$, $O''_+(2,3)$, действуют при $n \neq 0$ по формулам

$$S_1 \xi^{\tau}_{\ell m} = (-1)^{\ell}\, \xi^{\dot\tau}_{\ell m}, \qquad S_1 \xi^{\dot\tau}_{\ell m} = (-1)^{\ell}\, \xi^{\tau}_{\ell m};$$

$$S_2 \xi^{\tau}_{\ell m} = (-1)^{p+n+\ell}\, \xi^{\dot\tau}_{\ell m}, \qquad S_2 \xi^{\dot\tau}_{\ell m} = (-1)^{\ell+n+p}\, \xi^{\tau}_{\ell m};$$

а при $n=0$ – по формулам

$$S_1 \xi^{p,0}_{\ell m} = (-1)^{\ell} \xi^{p,0}_{\ell m}, \quad \text{или} \quad S_1 \xi^{p,0}_{\ell m} = (-1)^{\ell+1} \xi^{p,0}_{\ell m};$$
$$S_2 \xi^{p,0}_{\ell m} = (-1)^{p+\ell} \xi^{p,0}_{\ell m}, \quad \text{или} \quad S_2 \xi^{p,0}_{\ell m} = (-1)^{p+\ell+1} \xi^{p,0}_{\ell m}.$$

Генератор S_3 ,сопоставляемый инверсии для $T'''_{\mathcal{L}}(5)$, $O'''_{+}(2,3)$, может быть определен двояко:

$$S_3 \xi^{pn}_{\ell m} = (-1)^{p+n} \xi^{pn}_{\ell m}, \quad \text{или} \quad S_3 \xi^{pn}_{\ell m} = (-1)^{p+n+1} \xi^{pn}_{\ell m}.$$

После введения трансляций в пятимерном пространстве группы $T_{\mathcal{L}}(5)$, $T'_{\mathcal{L}}(5)$, $T''_{\mathcal{L}}(5)$, $T'''_{\mathcal{L}}(5)$, $O_{+}(2,3)$, $O'_{+}(2,3)$, $O''_{-}(2,3)$, $O'''_{+}(2,3)$, получают дальнейшее расширение-в § 3 гл.I строятся соответственно: пятимерная неоднородная собственная группа Лоренца $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}(5)$,пятимерная неоднородная неполная группа Лоренца $\mathcal{P}'_{\mathcal{L}}(5)$,пятимерная неоднородная полная группа Лоренца $\mathcal{P}''_{\mathcal{L}}(5)$,пятимерная неоднородная неполная группа Лоренца $\mathcal{P}'''_{\mathcal{L}}(5)$,неоднородная собственная группа де Ситтера $O_{T}(2,3)$,неоднородная неполная группа де Ситтера $O'_{T}(2,3)$,неоднородная полная группа де Ситтера $O''_{T}(2,3)$ и неоднородная неполная группа де Ситтера $O'''_{T}(2,3)$.

Линейное конечномерное не вполне приводимое представление группы $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}(5)$ и группы $O_{T}(2,3)$ задается любым числом зацепляющихся пар $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}'$ и реализуется генераторами M_{ik}, W_k вида

$$M_{ik} = \begin{Vmatrix} I_{ik} & 0 \\ 0 & I_{ik} \end{Vmatrix}, \quad W_k = \begin{Vmatrix} 0 & \mathcal{U}_k \\ 0 & 0 \end{Vmatrix} \quad (i,k = 0,1,2,3,5),$$

где операторы $\mathcal{U}_i$ $(i=0,1,2,3)$ для группы $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}(5)$ и операторы $\mathcal{U}'_i$ $(i=0,1,2,3)$ для группы $O_{T}(2,3)$ выражаются через соответствующие операторы $\mathcal{U}_5$ и $\mathcal{U}'_5$ соотношениями

$$\mathcal{U}_i = -[I_{i5}, \mathcal{U}_5], \quad \mathcal{U}'_i = [I'_{i5}, \mathcal{U}'_5] \quad (i=0,1,2,3), \tag{6}$$

а сами операторы $\mathcal{U}_5$ и $\mathcal{U}'_5$ действуют по формулам I/

I/ Для $\mathcal{U}_5$ будет иметь место соотношение,аналогичное соотношению (7).В формуле (6) генераторы I'_{i5} относятся к представлениям группы $O_{+}(2,3)$.

$$\mathcal{U}_5 \xi_{\ell m}^{\sigma,\rho,n} = \sum_{\sigma' \rho' n' \ell' m'} C_{\rho n}^{\sigma\sigma'} \delta_{\rho\rho'} \delta_{nn'} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \xi_{\ell' m'}^{\sigma' \rho' n'} \quad . \tag{7}$$

При этом для зацепляющихся σ и σ' величины $C_{\rho n}^{\sigma\sigma'}$ имеют вид:

I) если $n_0' = n_0$, $\rho_0' = \rho_0$, то
$$C_{\rho, n}^{\sigma\sigma'} = C_0^{\sigma\sigma'} \rho n, \quad C_{\rho n}^{\sigma'\sigma} = C_0^{\sigma'\sigma} \rho n;$$

2) если $n_0' = n_0$, $\rho_0' = \rho_0 + 1$, то
$$C_{\rho n}^{\sigma\sigma'} = C^{\sigma\sigma'} \sqrt{(\rho_0 + n + 2)(\rho_0 - n + 2)(\rho_0 + \rho + 2)(\rho_0 - \rho + 2)};$$

3) если $n_0' = n$, $\rho_0' = \rho_0 - 1$, то
$$C_{\rho n}^{\sigma\sigma'} = C^{\sigma'\sigma} \sqrt{(\rho_0 + n + 1)(\rho_0 - n + 1)(\rho_0 + \rho + 1)(\rho_0 - \rho + 1)};$$

4) если $n_0' = n_0 + 1$, $\rho_0' = \rho_0$, то
$$C_{\rho n}^{\sigma\sigma'} = C^{\sigma\sigma'} \sqrt{(n_0 + n + 1)(n_0 - n + 1)(\rho + n_0 + 1)(\rho - n_0 - 1)};$$

5) если $n_0' = n_0 - 1$, $\rho_0' = \rho_0$, то
$$C^{\sigma\sigma'} = C^{\sigma'\sigma} \sqrt{(n_0 + n)(n_0 - n)(\rho + n_0)(\rho - n_0)}.$$

$C_0^{\sigma\sigma'}$, $C_0^{\sigma'\sigma}$, $C^{\sigma\sigma'}$ и $C^{\sigma'\sigma}$ – произвольные комплексные числа.

В § 4 главы I устанавливается связь между инфинитезимальными операторами $(n+1)$ – мерной однородной собственной группы Лоренца и матрицами уравнений, инвариантных относительно n – мерной однородной собственной группы Лоренца. Для $n=4$ получены дираковские и даффин-кеммеровские перестановочные соотношения.

Глава II посвящена выяснению физического смысла пятимерных уравнений поля

$$\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq 4}}^{5} L_k \frac{\partial \Psi(x, x_5)}{\partial x_k} + i\varkappa \Psi(x, x_5) = 0 \tag{8}$$

в пространствах с метриками (I), (2) ($x \equiv x_1, x_2, x_3$, $x_0 = ct$), установлению физического смысла вещественной пятой координаты x_5, классификации состояний частиц с различными спинами, описываемых этими уравнениями, рассмотрению пятимерной инвариантной функции Лагранжа, теореме Нетер, уравнениям, возникающим при распаде уравнений (8), и некоторым другим вопросам.

В § I гл. II показано, что задача по отысканию пятимерных уравнений (8), инвариантных относительно групп $\mathcal{P}_\alpha(5)$, $\mathcal{P}_\alpha'''(5)$, $O_T(2,3)$, $O_T'''(2,3)$, эквивалентна задаче по отысканию не вполне приводимых представлений этих групп (ситуация, аналогичная случаю 4-мерного пространства):

$$L_i = \mathcal{U}_i \quad (i = 0, 1, 2, 3, 5).$$

Рассматриваемые в диссертации уравнения (9) объединяют представления четырехмерной полной группы Лоренца, соответствующие различным спинам четырехмерной теории.

В § 2 гл.П формулируются условия существования билинейной эрмитовой формы и пятимерной инвариантной вещественной функции Лагранжа

$$\mathcal{L} = \frac{i\hbar c}{2} \sum_{\substack{K=0 \\ (K\neq 4)}}^{5} \left\{ \left(\psi, L_K \frac{\partial \psi}{\partial x_K}\right) - \left(L_K \frac{\partial \psi}{\partial x_K}, \psi\right) \right\} - \hbar c \varkappa (\psi, \psi), \tag{9}$$

которая при варьировании дает уравнение (8) и уравнение

$$-\sum_{\substack{K=0 \\ (K\neq 4)}}^{5} \frac{\partial \overline{\Psi}(x, x_5)}{\partial x_K} L_K + i\varkappa \overline{\Psi}(x, x_5) = 0 \tag{I0}$$

для сопряженной функции $\overline{\Psi} = \psi^{+} A$,где A - матрица билинейной формы, а + означает эрмитовское сопряжение.Эти условия имеют вид:

$$a^{\tau\tau'}_{\ell m, \ell' m'} = a^{\tau\tau'}_{\ell} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} , \tag{II}$$

$$a^{\tau\dot{\tau}}_{\ell} \equiv a(\ell)^{PP}_{n,-n} = (a^{\dot{\tau}\tau}_{\ell})^{*} \equiv (a(p)^{PP}_{-n,n})^{*} = a^{\tau\dot{\tau}}(-1)^{\ell-|n|} = (a^{\tau\dot{\tau}})^{*}(-1)^{\ell-|n|} \quad ;$$

$$a(\ell)^{PP}_{n+1,-(n+1)} = \mp a(\ell)^{PP}_{n,-n}, \quad a(\ell)^{PP}_{n-1,-(n-1)} = \mp a(\ell)^{PP}_{n,-n} , \tag{I2}$$

$$a(\ell)^{P+1,P+1}_{n,-n} = \mp a^{PP}_{n,-n} \quad , \quad a(\ell)^{P-1,P-1}_{n,-n} = \mp a(\ell)^{P,P}_{n,-n} ;$$

$$\begin{gathered} (C^{\sigma\sigma'}_{0})^{*} = - C^{\sigma'\sigma}_{0} , \\ (C^{\sigma\sigma'})^{*} a^{\tau\dot{\tau}}_{\ell}(\sigma) = C^{\sigma\sigma'} a^{\dot{\tau}\tau}_{\ell}(\sigma), \\ (C^{\sigma'\sigma})^{*} a^{\dot{\tau}\tau}_{\ell}(\sigma) = C^{\sigma'\sigma} a^{\tau\dot{\tau}}_{\ell}(\sigma), \end{gathered} \tag{I3}$$

$$\left(C^{\sigma\sigma'}\right)^* a_\ell^{\dot\tau\tau}(\sigma') = C^{\sigma\sigma'} a_\ell^{\dot\tau\tau}(\sigma'),$$

$$\left(C^{\sigma'\sigma}\right)^* a_\ell^{\tau\tau}(\sigma') = C^{\sigma'\sigma} a_\ell^{\dot\tau\tau}(\sigma'),$$

$$\left(C^{\sigma\sigma'}\right)^* a_\ell^{\tau\tau}(\sigma') = C^{\sigma'\sigma} a_\ell^{\tau\tau}(\sigma), \tag{I3}$$

$$\left(C^{\sigma\sigma'}\right)^* a_\ell^{\tau\dot\tau}(\sigma) = C^{\sigma'\sigma} a_\ell^{\tau\dot\tau}(\sigma').$$

Верхние и нижние знаки в (I2) относятся соответственно к группам $\mathscr{P}_\mathscr{L}^{\cdots}(5)$ и $O_T^{\cdots}(2,3)$,символ $*$ означает комплексное сопряжение,а σ и σ' в скобках при элементах $a_\ell^{\tau\dot\tau}$ матрицы A -принадлежность к различным парам чисел.Элементы $a_\ell^{\tau\tau}$ и пары чисел σ , σ' должны выбираться в соответствии с ограничениями:

I)Для $\mathscr{P}_\mathscr{L}''(5)$ и $O_T''(2,3)$ числа $a_\ell^{\tau\tau}$ могут быть и действительными и мнимыми,а представления в каждом случае задаются как целыми, так и полуцелыми p_0 , n_0 , $p_0' = p_0$, $n_0' = n_0$;

2)для $\mathscr{P}_\mathscr{L}'''(5)$ и $O_T'''(5)$ числа $a_\ell^{\tau\dot\tau}$ могут быть только действительными,а представления задаются при этом только целыми p_0 , n_0 , p_0' , n_0' $(\sigma' \neq \sigma)$;

3)для $\mathscr{P}_\mathscr{L}'(5)$ и $O_T'(2,3)$ числа $a_\ell^{\dot\tau\dot\tau}$ могут быть только действительными, при этом в случае $\mathscr{P}_\mathscr{L}'(5)$ числа p_0 , n_0 , p_0' , n_0' только целые,а в случае $O_T'(2,3)$ - как целые, так и полуцелые (во всех случаях $\sigma' \neq \sigma$).

На основе указанных ограничений в §3 гл.П найдены матрицы L_k уравнений (8) для спинов I/2, I, 3/2, 0-I, I/2-3/2 и матрицы A билинейной формы. Произвол в выборе констант $C_0^{\sigma\sigma'}$, $C_0^{\sigma'\sigma}$, $C^{\sigma\sigma'}$, $C^{\sigma'\sigma}$ ведет к двум вариантам для L_k и A .Оба они в определенном смысле, как показано в §7, эквивалентны и дают (см.§8, гл.П) одинаковые вероятности процессов при электромагнитных взаимодействиях.

Уравнения (8),реализующие не вполне приводимые представления групп $O_T(2,3)$ и $O_T^{\cdots}(2,3)$,оказываются физически не приемлемыми,т.к. теория в этом случае приводит к альтернативе:

I) или существует пятимерная инвариантная вещественная функция Лагранжа, но масса покоя частиц,описываемых пятимерными инвариантными уравнениями, мнима, а плотность энергии поля и заряда равны нулю;

2) или масса покоя частиц, описываемых пятимерными инвариантными уравнениями, действительна, но пятимерная инвариантная вещественная функция Лагранжа либо не существует либо приводит в одних случаях к нулевому, в других – к неопределенному значению (по знаку) плотности энергии и заряда.

Требования инвариантности 5-уравнений (8) относительно вышеуказанных пятимерных групп и условия получения уравнений (8) при варьировании пятимерной вещественной инвариантной функции Лагранжа приводят к следующим четырем уравнениям типа (8), разрешающим физически приемлемым способом вопрос о массе частиц и плотностях энергии и заряда:

I) уравнения для спина I/2, реализующие не вполне приводимые представления группы $\mathcal{P}''_{\mathcal{L}}(5)$, с матрицами восьмого порядка, имеющими дираковскую алгебру

$$L_k L_n + L_n L_k = 2 I_8 g^{kn}_{лор.} \tag{I4}$$

(плотность заряда положительна, плотность энергии положительна для частиц и отрицательна для античастиц, $A = L_0$;

2) уравнения для спина I, реализующие не вполне приводимые представления $\mathcal{P}''_{\mathcal{L}}(5)$, с матрицами 20-го порядка, имеющими даффин-кеммеровскую алгебру

$$L_i L_k L_n + L_n L_k L_i = g^{ik}_{лор.} L_n + g^{nk}_{лор.} L_i \tag{I5}$$

(плотность энергии положительна, плотность заряда положительна для частиц и отрицательна для античастиц, $A = 2L_0^2 - 1$);

3) уравнения для спина 3/2, реализующие не вполне приводимые представления $\mathcal{P}''_{\mathcal{L}}(5)$, с матрицами 32-го порядка (плотность заряда и энергии с некоторыми ограничениями по образцу спина I/2);

4) уравнения для спинов 0-I, реализующие не вполне приводимые представления групп $\mathcal{P}'_{\mathcal{L}}(5)$ и $\mathcal{P}'''_{\mathcal{L}}(5)$, с матрицами I5-го порядка, удовлетворяющими (I5) (плотность энергии и заряда по образцу спина I).

После разложения волновой функции по x_5 на интервале от $-\ell_0$ до $+\ell_0$ в интеграл Фурье используется следующий вид решения уравнения (8) в виде плоских монохроматических волн

$$\Psi_0(x, x_5) = \frac{B}{L^{3/2}(2\ell_0)^{1/2}} exp\left\{-i[k_0 x_0 - (\vec{k}\vec{r}) - k_5 x_5\right\}, \qquad (16)$$

где $k_0 = \frac{E}{\hbar c}$, L_3 – объем основного параллелепипеда, B – столбцевая матрица.

Масса покоя частиц, описываемых уравнениями (8), равна

$$m_0 = \frac{\hbar}{c}\sqrt{\varkappa^2 + k_5^2}. \qquad (17)$$

Для спина 3/2 – две массы покоя: $m_1 = m_0$, $m_2 = \frac{\hbar}{c}\sqrt{\frac{25}{9}\varkappa^2 + k_5^2}$.

В § 4 главы II выясняется физический смысл уравнений (8) при спине 1/2 и на основе принципа причинности находится ℓ_0. Задача решается путем сравнения уравнений (8) и уравнений

$$\sum_{n=0}^{3} \Gamma^n \left[\frac{\partial \Psi(x')}{\partial x'_n} - i C_n \Psi(x')\right] + i\varkappa \Psi(x') = 0, \qquad (18)$$

которые получаются после обобщения методом Фока-Иваненко на кривое пространство уравнения, возникающего из (8) при редукции пятимерной группы Лоренца на четырехмерную посредством $x_5 = const$, $\frac{\partial}{\partial x_5} \equiv 0$. В (18) x' (x'_1, x'_2, x'_3, $x'_0 = ct'$) – криволинейные пространственно-временные координаты ОТО, Γ^n – восьмимерные матрицы, зависящие от x', C_n – матричный вектор. Сравнение проводится при условии

$$\sum_{n=0}^{3} \Gamma^n C_n = 0, \qquad (19)$$

которое, как показано в § 4, всегда можно обеспечить на основе трансформационных свойств гравитационного поля. При решении задачи используется вложение четырехмерного кривого пространства на семейство гиперболоидов, задаваемое в плоском пятимерном пространстве (1) пространственно-временным интервалом $s = \left[(ct')^2 - x_1'^2 - x_2'^2 - x_3'^2\right]^{1/2}$ как параметром. Компоненты ковариантного метрического тензора, получаемые из формул вложения на основе

$$ds^2 = \sum_{\substack{n=0 \\ (n\neq 4)}}^{5} e_n dx_n = \sum_{i,k=0}^{3} g_{ik}\, dx'_i dx'_k,$$

приравниваются (равенство осуществляется в некотором приближении) компонентам ковариантного метрического тензора, контравариантные составляющие которого удовлетворяют соотношению:

$$g^{ik} I_8 = \frac{1}{2}\left(\Gamma^i\Gamma^k + \Gamma^k\Gamma^i\right).$$

При этом производится сравнение уравнений (8) с уравнениями (I8), (I9) как при производных по плоским координатам x_n (уравнение (8)), так и при производных по криволинейным координатам x'_k (уравнение (I8)).

В итоге в некотором приближении показано, что 5-уравнения (8) за счет $L_5 \frac{\partial\psi}{\partial x_5}$ содержат по сравнению с 4-уравнениями дираковского типа дополнительные члены, которые возникают в результате замены в указанных 4-уравнениях обычных производных на ковариантные. Эти дополнительные члены могут быть интерпретированы как результат взаимодействия частицы спина I/2 с некоторым гравитационным полем, именуемым в диссертации гравитационным фоном. Гравитационному фону соответствует метрический тензор вида

$$g_{ik} = f(s)\left[e_i\delta_{ik} + \frac{e_i e_k x'_i x'_k}{(R_2+R_3)^2}\right] \quad (i,k = 0,1,2,3), \qquad (20)$$

где R_2 и R_3 – константы, а $f(s)$ – функция, близкая к единице ($f>1$).

Если в обычной четырехмерной квантовой электродинамике для всех четырехмерных систем отсчета S есть инвариант, то пятимерная схема имеет дело с системами отсчет , в которых S может иметь различные значения.

В § 5 главы II на основе пятимерной теории с учетом принципа причинности при некоторых предположениях найдена величина электромагнитной массы частицы m_e как функция параметра β , характеризующего распределение заряда по объему частицы, исключая при этом радиус частицы:

$$m_e = \pm \frac{\beta e^2}{2\ell_0 c^2}\left(\arcsin\frac{b_5+\ell_0}{a_0} - \arcsin\frac{b_5-\ell_0}{a_0}\right),$$

где b_5 и a_0 – вещественные константы, e – электрический заряд частицы.

Факт равенства нулю m_e в пределе $\ell_0 \to \infty$, т.е. при $k_5 = \frac{q}{\ell_0}\nu \to 0$ (k_5 – от компоненты Фурье разложения волновой функции по x_5 в ряд Фурье), принимается за основу при интерпретации в формуле (I7) части массы покоя, связанной с k_5 , как полевой, а части, связанной с $\varkappa$, – как "затравочной". Для значений параметра $\beta = \frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{104}{105}$, 4 найдены соответствующие максимально возможные значения отношения $\frac{m_c}{m_o} = \frac{1}{822}, \frac{1}{686}, \frac{1}{553}, \frac{1}{487}$.

Доказательством теоремы Нетер (§ 6, гл. П) в пятимерном случае проводится в полной аналогии с доказательством ее в четырехмерной теории. Переменная x_5 изменяется в пределах $|x_5| \leq \ell_o$ и выступает как равноправный партнер пространственных координат.

При пятимерных трансляциях пятимерный тензор энергии-импульса

$$T_{k\ell} = \frac{\hbar c}{2} \Big[\frac{\partial \overline{\Psi}(x, x_5)}{\partial x_\ell} \gamma_k \Psi(x, x_5) - \overline{\Psi}(x, x_5) \gamma_k \frac{\partial \Psi(x, x_5)}{\partial x_\ell} \Big] - \hbar c \varkappa \overline{\Psi}(x, x_5) \Psi(x, x_5) \qquad (21)$$

дает

$$\frac{\partial P_n}{\partial t} = 0, \qquad P_n = \frac{i}{c} \int T_{4n} (d\vec{x}) dx_5 ,$$

где $P_{4,1,2,3}$ – полный вектор энергии-импульса поля. Здесь и в дальнейшем $\gamma_n = -iL_n$ $(n = 1, 2, 3, 5)$, $\gamma_4 = L_o$, $x_4 = ix_o$.
Сохранение P_5 рассматривается как некоторое добавочное ограничение, дополняющее законы сохранения энергии и импульса, являющиеся необходимыми (но не достаточными) условиями для оценки возможности реализации того или иного процесса. В применении к свободной частице этот закон означает $K_5 = \mathrm{const}$, т.е. постоянство массы покоя частицы, в применении к аннигиляции пары $K_5 + K_5' = 0$ означает равенство по величине значений полевых масс покоя частицы и античастицы.

Преобразования поворотов в пятимерном пространстве приводят к законам сохранения шести величин

$$M_{(k\ell)} = -\frac{i}{c} \int (d\vec{x}) dx_5 M_{4(k\ell)}, \quad M_{4(k\ell)} = x_\ell T_{4k} - x_k T_{4\ell} - \hbar c \overline{\Psi} \gamma_4 I_{k\ell} \Psi .$$

Три из них при $(k\ell) = (23), (31), (12)$ относятся к компонентам полного момента импульса $\hat{\vec{I}} = \hat{\vec{M}} + \hat{\vec{S}}^{(1)}$ (орбитальный момент $\hat{\vec{M}}$ в совокупности со спином $\hat{\vec{S}}^{(1)}$), а для $(k\ell) = (15), (25), (35)$ имеет место закон сохранения компонент физической величины

$$M_{4(k5)} = M'_{4(k5)} + M''_{4(k5)} ,$$

где
$$M'_{4(k5)} = \frac{i}{c}\left(x_k T_{45} - x_5 T_{4k}\right), \qquad M''_{4(k5)} = i\hbar \bar{\Psi}\gamma_4 I_{k5}\Psi.$$
Совокупность трех величин $M'_{4(k5)}$ образует вектор
$$\vec{M}' = p_5\vec{\tau} - x_5\vec{p} \quad \left(p_k = \frac{i}{c}T_{4k}, \quad k = 1,2,3,5\right),$$
который совпадает с вектором
$$\vec{A}_1 = \frac{1}{m}[\vec{p}\,\vec{M}] + \alpha_1\frac{\vec{\tau}}{\tau},$$
являющимся интегралом движения в поле $U = \frac{\alpha_1}{\tau}$ (вектор $\vec{A}_1$, как и $\vec{M}'$, приводится к виду $\vec{A}_1 = C'_1\vec{p} + C'_2\vec{\tau}$, где C'_1 и C'_2 изменяющиеся при движении скалярные величины). Совокупность трех величин $M''_{4(k5)}$ образует вектор, который интерпретируется как плотность дипольного гравитационного момента поля. Операторы его проекций $\hat{\xi}_k = i\hbar\, I_{k5}$ для рассматриваемых спинов, как показано в § 8, имеют такие же собственные значения, как и собственные значения операторов проекций спина
$$\hat{S}^{(1)}_{\ell} = \frac{i\hbar}{2}\sigma^{(1)}_{\ell} \quad \left(\sigma^{(1)}_1 = 2I_{23},\ \sigma^{(1)}_2 = 2I_{31},\ \sigma^{(1)}_3 = 2I_{12}\right).$$
ОТО, опирающаяся на принцип эквивалентности, отрицает наличие у точечной частицы гравитационного дипольного момента. Для элементарной частицы, имеющей конечные пространственные размеры, принцип эквивалентности выполняться не будет и в результате частица будет обладать, как известно, гравитационным дипольным моментом, который обязан разности между инертной и гравитационной массами. Этот вывод, согласующийся с полученными результатами на основе пятимерной теории, можно обосновать и в общем плане. Рассматриваемая пятимерная теория - локальная (в смысле пяти измерений). Но пятимерная локальность уже сама по себе подразумевает четырехмерную нелокальность: пятимерный интервал
$$S_0^2 = x_0^2 - \sum_{\substack{k=1\\(k\neq 4)}}^{5} x_k^2,$$
являющийся инвариантом, при фиксированном x_0 реализуется бесконечным числом значений пространственного интервала $\sum_{k=1}^{3} x_k^2$ (при этом каждому значению его будет соответствовать, в силу инвариантности, определенное значение x_5^2). В случае комплексного поля можно ввести по аналогии с четырехмерной теорией бесконечно малое калибровочное преобразование первого рода и получить сохраняющийся интеграл

$$Q=-i\int j_4(x,x_5)(d\vec{r})\,dx_5\,,$$

представляющий собой электрический заряд поля. При этом 5-вектор плотности тока есть

$$j_k(x,x_5)=ie\bar{\Psi}(x,x_5)\gamma_k\Psi(x,x_5). \qquad (22)$$

При проведении классификации частиц с различными спинами (§ 7, гл.II) используются положительно-частотные ($\varepsilon=1$) и отрицательно-частотные ($\varepsilon=-1$) решения уравнений (8). В пространстве импульса эти решения удовлетворяют уравнениям:

$$(\varepsilon i\hat{k}+\varkappa)\Psi(\varepsilon\vec{k},\varepsilon k_0,\varepsilon k_5)=0,$$
$$\bar{\Psi}(\varepsilon\vec{k},\varepsilon k_0,\varepsilon k_5)(\varepsilon i\hat{k}+\varkappa)=0, \qquad (23)$$

где $\hat{k}=\sum\limits_{\ell=1}^{5}k_\ell\gamma_\ell$. Двузначность k_5 при фиксированном ε не нарушает полноты набора волновых функций. Как видно из (23), в пространстве импульсов можно использовать фейнмановскую интерпретацию античастицы (с добавлением утверждения относительно k_5): античастица в пространстве импульсов есть попятно движущаяся во времени частица, у которой изменен на обратный знак у k_5, т.е. $\Psi^{(a)}(\vec{k},k_0,k_5)=\Psi(-\vec{k},-k_0,-k_5)$. В координатном представлении волновой функцией для частицы будет

$$\Psi^{(+)}(x,x_5)=\int(d\vec{k})dk_5\Psi(\vec{k},k_0,k_5)\exp i[(\vec{k}\vec{r})-k_0ct+k_5x_5],$$

а для античастицы

$$\Psi^{(a)}(x,x_5)=C_n\bar{\Psi}^{(-)}(x,x_5),$$

где

$$\bar{\Psi}^{(-)}(x,x_5)=\int(d\vec{k})dk_5\bar{\Psi}(-\vec{k},-k_0-k_5)\exp i[(\vec{k}\vec{r})-k_0ct+k_5x_5],$$

а C_n ($n=1,2$) – преобразования зарядового сопряжения, найденные в гл.III.

Классификация состояний проведена методом проективных операторов, предложенным Федоровым Ф.И.

Для спина I/2 уравнение Клейна-Фока

$$\sum_{\ell=1}^{5}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_\ell^2}-\varkappa^2\right)\Psi(x,x_5)=0$$

дает минимальное уравнение

$$(i\hat{k}+\varkappa)(i\hat{k}-\varkappa)=0 \qquad (24)$$

и соотношение

$$k_0^2=\vec{k}^2+\varkappa^2+k_5^2.$$

На основе (24) находим проективные операторы

$$\mathcal{L}_\varepsilon = \frac{1}{2\varkappa}\left(-\varepsilon i\hat{k} + \varkappa\right) \tag{25}$$

для выделения массовых состояний: $\varepsilon = 1$ – частица, $\varepsilon = -1$ –античастица.

Проективные операторы, соответствующие состояниям с различными значениями проекций спина на импульс частицы, заимствуются полностью из 4-мерной теории:

$$P_s = \left(s\, S^{(1)}_{\vec{k}} + \frac{1}{2}\right), \tag{26}$$

где $S^{(1)}_{\vec{k}} = \frac{i}{|\vec{k}|}\left(k_1 I_{23} + k_2 I_{31} + k_3 I_{12}\right)$, значению $s = 1$ соответствует проекция спина на импульс, равная $\hbar/2$, значению $s = -1$ –проекция, равная $-\hbar/2$.

Операторы $\hat{k}$ и $S^{(1)}_{\vec{k}}$ коммутируют с матрицей $\gamma_6 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\gamma_5$, имеющей собственные значения $\eta = \pm 1$:

$$\left(\gamma_6 + 1\right)\left(\gamma_6 - 1\right) = 0. \tag{27}$$

Поэтому при заданном массовом и спиновом состоянии частица в состоянии $\psi(x, x_5)$ будет характеризоваться еще одной физической величиной (внутренним параметром состояния), которой соответствует два значения $\eta = \pm 1$. Проективный оператор для выделения состояний с различными значениями η запишется на основе (27) в виде:

$$P_\eta = \frac{1}{2}\left(\eta\gamma_6 + 1\right). \tag{28}$$

Классификация состояний по $\eta = \pm 1$, как указано в § 8, соответствует физической величине, изображаемой оператором $\hat{S}_0$, который объединяет электромагнитные, гравитационные и инерционные свойства частицы:

$$\hat{S}_0 = b_6\left(\vec{\gamma}\,\hat{\vec{S}}^{(1)}\right)\left(\hat{\vec{S}}^{(2)}\,\hat{\vec{S}}^{(3)}\right) = b_6\left(\vec{\gamma}\,\hat{\vec{S}}^{(2)}\right)\left(\hat{\vec{S}}^{(1)}\,\hat{\vec{S}}^{(3)}\right) =$$
$$= b_6\left(\hat{\vec{S}}^{(3)}\vec{\gamma}\right)\left(\hat{\vec{S}}^{(1)}\,\hat{\vec{S}}^{(2)}\right) = \frac{9 b_6\, e\, e_{m_0}\hbar^3}{8 m_0^3 c^2}\gamma_6,$$

где $b_6 = \mathrm{const}$, e_{m_0} – константа частицы, $\hat{\vec{S}}^{(2)} = -\frac{ie\hbar}{2m_0 c}\vec{\sigma}^{(2)}$ – собственный электрический дипольный момент частицы ($\vec{\sigma}^{(2)} = i\gamma_4\vec{\gamma}$),

$$\hat{\vec{S}}^{(3)} = \frac{i e_{m_0}\hbar}{2m_0 c}\vec{\sigma}^{(3)} = -\frac{e_{m_0}}{m_0 c}\hat{\vec{\xi}}$$

- собственный гравитационный дипольный момент частицы $(\hat{\vec{S}}^{(3)} = \vec{\gamma}\,\gamma_5$,собственный магнитный дипольный момент равен $\hat{\vec{\mu}} = \frac{e}{m_0 c}\,\hat{\vec{S}}^{(1)})$.

Физический смысл состояний частицы,соответствующих значениям $\eta = \pm 1$ проективного оператора ρ_η ,раскрывается в § 7: значения $\eta = \pm 1$ делают спиральность частицы относительной по характеру, а состояния частиц (и античастиц) с $\eta = 1$ и $\eta = -1$ означают обычные ($\mathcal{L}$) и зеркальные (R) частицы.Разумеется, η не есть сама спиральность: и при $\eta = 1$ и при $\eta = -1$ спиральность имеет оба знака. Значения $\eta = 1$ и $\eta = -1$ в данной схеме восстанавливают в уравнениях (8) эквивалентность правого и левого (свойства неоднородного, неориентируемого на малых расстояниях пространства рассматривались Шапиро И.С. в связи с нарушением $\mathcal{P}$ -инвариантности).Для уяснения ситуации, связанной с классификацией по η и по проекциям спина на импульс, полезно вспомнить,что и μ^+ - мезон и μ^- - мезон в различных условиях опыта обнаруживают и правую и левую спиральность,однако, μ^+ - мезон,образующийся при распаде π^+ - мезона,имеет только левую спиральность,а μ^- -мезон π^- - распада - только положительную (зеркальный μ^+ - мезон - есть μ^+ - мезон π^+- распада с положительной спиральностью,а зеркальный μ^- - мезон - есть μ^- - мезон π^-- распада с отрицательной спиральностью).

Для вектора состояния $\Psi_{\varepsilon s \eta}$,отвечающего заданным массовому состоянию (ε),проекции спина на импульс (s)и значению η ,при нормировке по заряду

$$\bar{\Psi}_{\varepsilon s \eta}\,\gamma_4\,\Psi_{\varepsilon s \eta} = 1, \tag{29}$$

используемой в диссертации,имеет место соотношение:

$$\Psi_{\varepsilon s \eta}\cdot\bar{\Psi}_{\varepsilon s \eta} = \varepsilon\,\frac{\varkappa}{K_0}\,\alpha_\varepsilon\,\beta_s\,\rho_\eta\,, \tag{30}$$

где точка означает произведение матрицы-столбца $\Psi_{\varepsilon s \eta}$ на матрицу-строку $\bar{\Psi}_{\varepsilon s \eta}$, в результате которого получается диада.

Соотношение (30)дает возможность использовать метод проективных операторов для вычисления квадрата модуля матричного элемента взаимодействия R_4 при переходе частицы из состояния $\Psi_{\varepsilon s \eta}$ в состояние $\Psi_{\varepsilon' s' \eta'}$:

$$\left|\Psi^{+}_{\varepsilon' s' \eta'} A R_4 \Psi_{\varepsilon s \eta}\right|^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon' \varkappa^2}{K_0 K_0'} \, Sp\left(\bar{R}_4 \alpha_{\varepsilon'} \beta_{s'} \rho_{\eta'} \hat{k}' \, \hat{k} \, \alpha_{\varepsilon} \beta_s \rho_\eta\right), \tag{31}$$

где $\bar{R}_4 = A R_4^{+} A$.

Для спина I/2 в § 7 проведена классификация состояний и обычным способом – путем непосредственного решения уравнений (23) при учете того факта, что его решения являются собственными векторами γ_6 и $S^{(1)}_{\vec{k}}$.

Для спина I значения $\eta = \pm 1$ имеют прежний смысл, а проективные операторы – следующий вид:

$$\alpha_{\varepsilon} = \frac{1}{2\varkappa^2} \, i\hat{k}\left(i\hat{k} - \varepsilon\varkappa\right),$$
$$\beta_{(\pm 1)} = \frac{1}{2} \, S^{(1)}_{\vec{k}}\left(S^{(1)}_{\vec{k}} \pm 1\right), \quad \beta_{(0)} = 1 - \left(S^{(1)}_{\vec{k}}\right)^2, \tag{32}$$
$$\rho_\eta = \frac{1}{2}\left(\eta\gamma_6 + 1\right), \qquad \gamma_6 = \begin{Vmatrix} 0 & I_{10} \\ I_{10} & 0 \end{Vmatrix},$$

где $i\hat{k}$ и $S^{(1)}_{\vec{k}}$ выражаются через соответствующие матрицы 20-го порядка, а I_{10} – скалярная единичная матрица I0-го порядка.

Значения $\eta = \pm 1$ сохраняют вышеуказанный смысл и для спина 3/2. Проективные операторы в этом случае равны:

для массы покоя m_1

$$\alpha_{(\pm 1)} = \frac{25}{32\varkappa^3}\left[(i\hat{k})^2 - \frac{9}{25}\right]\left(-\varepsilon i\hat{k} + \varkappa\right),$$

для массы покоя m_2

$$\alpha_{(\pm 2)} = \frac{125}{96\varkappa^3}\left[(i\hat{k})^2 - \varkappa^2\right]\left(\varepsilon i\hat{k} - \frac{3}{5}\varkappa\right);$$
$$\beta_{(\pm 1/2)} = \frac{1}{2}\left[\left(S^{(1)}_{\vec{k}}\right)^2 - \frac{9}{4}\right]\left(\mp S^{(1)}_{\vec{k}} - \frac{1}{2}\right), \tag{33}$$
$$\beta_{(\pm 3/2)} = \frac{1}{6}\left[\left(S^{(1)}_{\vec{k}}\right)^2 - \frac{1}{4}\right]\left(\pm S^{(1)}_{\vec{k}} + \frac{3}{2}\right),$$

оператор ρ_η – выражается по формулам (32) с заменой $I_{10} \to I_{16}$.

Формула (3I) сохраняет силу и для спина I, для спина 3/2 необходимо в правой части ее ввести множитель $(\lambda'_{0i})^{-2} (\lambda_{0k})^{-2}$, где λ_{0k} – собственные значения матрицы γ_4 (для $\alpha_{(\pm 1)}$ будет $\lambda_{0k} = \pm 1$, для $\alpha_{(\pm 2)}$ $\lambda_{0k} = \pm\frac{3}{5}$), штрих при λ'_{0i} соответствует конечному состоянию.

Электромагнитные взаимодействия включаются в уравнения (8) и (10) посредством замены (§ 7, гл.II)

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \to \frac{\partial}{\partial x_\mu} - \frac{ie}{\hbar c} A_\mu(x) \qquad (\mu = 1,2,3,4), \tag{34}$$

которая приводит к уравнениям

$$\left[\sum_{n=1}^{5} \gamma_n \frac{\partial}{\partial x_n} - \frac{ie}{\hbar c} \sum_{\mu=1}^{4} \gamma_\mu A_\mu(x) + \varkappa \right] \psi(x, x_5) = 0, \tag{35}$$

$$\left[\sum_{n=1}^{5} \gamma_n^T \frac{\partial}{\partial x_n} + \frac{ie}{\hbar c} \sum_{\mu=1}^{4} \gamma_\mu^T A_\mu(x) - \varkappa \right] \overline{\Psi}(x, x_5) = 0, \tag{36}$$

где $\overline{\Psi}(x,x_5)$ – столбцевая матрица, а T означает транспонирование. При этом волновые функции фотонов A_i считаются зависящими только от x, т.к. они соответствуют (§ 9, гл.II) $\varkappa=0$ и $K_5=0$, т.е. $\frac{\partial}{\partial x_5} \equiv 0$ во всех пятимерных системах отсчета. Последнее условие снимает зависимость от x_5.

Обсуждается также дополняющая замену (34) до пятимерной симметрии замена (§ 7)

$$\frac{\partial}{\partial x_5} \to \frac{\partial}{\partial x_5} - \frac{i e_{m_0}}{\hbar c} \varphi(x) \tag{37}$$

($\varphi(x)$ – ньютоновский потенциал) и пятимерные инвариантные соотношения

$$\begin{gathered} \frac{\partial D_{ks}(x)}{\partial x_n} + \frac{\partial D_{sn}(x)}{\partial x_k} + \frac{\partial D_{nk}(x)}{\partial x_s} = 0 \quad (k,s,n = 1,2, \ 5), \\ \sum_{n=1}^{5} \frac{\partial D_{nk}}{\partial x_n} = 4\pi j(x) \quad (k = 1,2,\ldots 5), \end{gathered} \tag{38}$$

возникающие после введения пятимерного вектора B_k с компонентами $A_1(x)$, $A_2(x)$, $A_3(x)$, $A_4(x) = i\,\varphi_0(x)$, $\frac{e_{m_0}}{e}\varphi(x)$, соответствующего ему антисимметричного тензора второго ранга

$$D_{kn} = \frac{\partial B_k(x)}{\partial x_n} - \frac{\partial B_n(x)}{\partial x_k}$$

и пятимерного тока $j_k(x)$ с компонентами $\rho(x) v_1(x)$, $\rho(x) v_2(x)$, $\rho(x) v_3(x)$, $i\rho(x)$, $\frac{e_{m_0}}{e} K_{гр.} \rho'(x)$, где $\rho(x)$ – плотность электрического заряда, $\rho'(x)$ – плотность масс, $K_{гр}$ – ньютоновская постоянная тяготения. Система (38) объединяет систему уравнений Максвелла и волновое уравнение Даламбера для $\varphi(x)$ $\left(\frac{\partial D_{kn}}{\partial x_5} \equiv 0\right)$.

Проведенной классификацией состояний частиц спинов 0–1 установлено, что гравитационный фон перемешивает массовые состояния и состояния, соответствующие спинам 0 и I. Восемь состояний выделяются с помощью проективных операторов $\mathcal{L}_\varepsilon$, $\beta_{(+1)}$, $\beta_{(0)}$ типа (32) и (для классификации на $\mathcal{L}$- и R-частицы рассмотрен частный случай $k_5=0$) проективными операторами $\rho_{(1)}=\frac{1}{2}(1+\gamma_{(6)})$, $\rho_{(-1)}=\frac{1}{2}(1-\gamma_{(6)})$, где (в определенном базисе)

$$\gamma_{(6)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_6 \end{Vmatrix}.$$

При этом из двенадцати операторов $\tau_{\varepsilon s\eta} = \mathcal{L}_\varepsilon \beta_s \rho_\eta$ четыре оператора $\mathcal{L}_\varepsilon \beta_{(0)} \rho_\eta$ равны нулю.

В § 7 гл.П установлено, что при электромагнитных и гравитационных взаимодействиях, включаемых заменами (34),(37), невозможны переходы с изменением η, т.е. взаимопревращения $\mathcal{L} \rightleftarrows R$. При этом для спина I/2 матричные элементы ограничены набором 32 линейно независимых матриц $\Gamma_n^{(0)}$ и их всевозможными линейными комбинациями. Взаимопревращения $\mathcal{L} \rightleftarrows R$ могут произойти, если каким-то образом будет включено новое взаимодействие, связанное с набором 32 других линейно независимых матриц $\Gamma_n^{(1)}$, которые в совокупности с $\Gamma_n^{(0)}$ образуют полную матричную систему.

В § 8 гл.П после квадрирования уравнения, возникающего из (35) при замене (37), рассмотрены нормальные магнитный, электрический и гравитационный дипольные моменты частиц спинов I/2 и I. Для спина I/2 рассмотрены модифицированные уравнения

$$\sum_{n=1}^{5} \gamma_n \left(\frac{\partial}{\partial x_n} - \frac{ie}{\hbar c} B_n\right)\Psi(x, x_5) + \varkappa \Psi(x, x_5) -$$
$$- \frac{i\mu_0 e}{8m_0 c} \sum_{k,n=1}^{5} (\gamma_k \gamma_n - \gamma_n \gamma_k) D_{kn} \Psi(x, x_5) = 0,$$

описывающие частицы с произвольным магнитным моментом $\mu_0 \frac{e\hbar}{2m_0c}$ (μ_0 – безразмерная константа), которые в нерелятивистском приближении дают в гамильтониане добавочный (по сравнению с гамильтонианом, содержащим нормальные моменты) член вида:

$$-\frac{i\mu_0 e\hbar}{2m_0c}(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{H}) - \frac{i\mu_0 e\hbar}{2m_0c}\left(\frac{k_5\hbar}{m_0c}\right)\gamma_5(\vec{\sigma}^{(2)}\vec{E}) - \\ -\frac{i\mu_0 e_{m_0}\hbar}{2m_0c}\left(\frac{\varkappa\hbar}{m_0c}\right)(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\mathcal{G}}) - \frac{i\mu_0 e_{m_0}\hbar}{2m_0c}\left(\frac{k_5\hbar}{m_0c}\right)(\vec{\gamma}\vec{\mathcal{G}}), \tag{39}$$

Выражение (39) содержит аномальные магнитный и электрический моменты, а также 2 вида гравитационного момента $(\vec{\mathcal{G}} = -\nabla\varphi(x))$.

Путем анализа квадрата модуля матричных элементов показано, что в нерелятивистском приближении при $\hbar^2 k_5^2 \ll (m_0c)^2$ не исчезают только квадраты модулей матричных элементов, соответствующих нормальному и аномальному магнитным моментам и спину.

В § 8 указана пятимерная вещественная функция Лагранжа $\mathcal{L}_2$, на основе которой вариационной принцип приводит к уравнениям (35), (36) и уравнениям электромагнитного поля

$$\Box A_\mu(x) = -4\pi j_\mu(x) \tag{40}$$
$$(\mu = 1,2,3,4),$$

а также рассмотрены градиентные преобразования второго рода. Показано, что в пределах развиваемой пятимерной теории гравитационный момент $\hat{\vec{S}}^{(3)}$ этими преобразованиями "оттрансформирован" быть не может.

Для спинов I/2 и I найдены коммутационные свойства операторов $\hat{\vec{S}}^{(1)}$, $\hat{\vec{S}}^{(2)}$, $\hat{\vec{S}}^{(3)}$, $\hat{\vec{M}}$, $\hat{\vec{I}}$, $\hat{\vec{M}}'$.

На основе пятимерной теории рассмотрен вопрос о возможности экспериментального обнаружения гравитационного дипольного момента частиц со спином I/2. Показано, что для случаев $\vec{\mathcal{G}} \uparrow\uparrow \vec{H}$, $\vec{\mathcal{G}} \uparrow\downarrow \vec{H}$ ядерный магнитный резонанс должен давать одинаковый результат, который отличается от результата при $\vec{\mathcal{G}} \perp \vec{H}$. Обсуждается вопрос об условии согласия с опытами Белюхова Г.Е. и др.

В § 9 главы II рассматриваются уравнения, возникающие при распаде уравнения (8) для спинов I/2, I, 3/2, 0-I при $\varkappa=0$, а также уравнения, возникающие при последующем распаде, если положить $K_5=0$. Для спина I/2, например, распад при $\varkappa=0$ ведет к двум одинаковым уравнениям Дирака, в которых роль скаляра $\varkappa$ играет K_5. Для спина I после распадов, происходящих вследствие $\varkappa=0$ и $K_5=0$, возникают уравнения, приводящие к уравнениям Максвелла таким же образом, каким приводят к ним и четырехмерные уравнения, которые образуются из четырехмерных уравнений для спина I при $\varkappa=0$.

Глава III посвящена вторичному квантованию поля для спина I/2.

В § I рассмотрена инвариантность уравнений (8) (поле спина I/2 на гравитационном фоне) и уравнений (35), (36) (поле спина I/2, взаимодействующее на гравитационном фоне с электромагнитным полем) относительно преобразований типа C, $\mathcal{P}$, T.

Преобразования зарядового сопряжения C_n $(n=1,2)$ вводятся на основе соотношений

$$\psi^{C_n}(x,x_5)=C_n\overline{\psi}(x,x_5)\,,\quad \overline{\psi^{C_n}}(x,x_5)=C_n^{-1}\psi(x,x_5)\,,$$
$$C_n^{+}C_n=1$$

и имеют вид:

$$C_1=\gamma_2\gamma_4\gamma_6\gamma_6^{(1)},\qquad C_2=i\,C_1\,,$$

где индекс (1) означает принадлежность к набору $\Gamma_n^{(1)}$.

При преобразованиях $T_\alpha(5)$ функции ψ^{C_n}, $\overline{\psi^{C_n}}$ преобразуются так же, как и ψ, $\overline{\psi}$, а уравнения (35), (36) инвариантны относительно преобразований C_n в таком смысле, как и в квантовой электродинамике $\left(A_\mu^{C_n}(x)=-A_\mu(x)\right)$.

При рассмотрении преобразований всевозможных инверсий потенциал $A_\mu(x)$ рассматривается как полярный t-четный вектор с $A_5=0$, а также различаются слабые инверсии, которые производятся с переходом от ψ к $\overline{\psi}$, и сильные, не связанные с таким переходом. Приводим окончательные результаты.

1) Сильная инверсия $\vec{\tau}$: $\mathcal{P}_1 = a_p \gamma_4 \gamma_5 \gamma_6^{(1)}$, $\mathcal{P}_2 = a'_p \gamma_4 \gamma_5 \gamma_6 \gamma_6^{(1)}$.

2) Слабая инверсия t: $T_1 = a_t \gamma_2$, $T_2 = a'_t \gamma_6 \gamma_2$.

3) Сильная инверсия x_5: $V_1 = a_v \gamma_5^{(1)}$, $V_2 = a'_v \gamma_6 \gamma_5^{(1)}$.

4) Сильная инверсия $\vec{\tau}$ совместно с x_5:

$$W_{(1)1} = f_1 \gamma_4 , \quad W_{(1)2} = f_1 \gamma_6 \gamma_4 .$$

5) Слабая инверсия $\vec{\tau}$ совместно с t:

$$W_{(2)1} = f_2 \gamma_2 \gamma_4 \gamma_5^{(1)}, \quad W_{(2)2} = f'_2 \gamma_2 \gamma_4 \gamma_6 \gamma_5^{(1)}.$$

6) Слабая инверсия t совместно с x_5:

$$W_{(3)1} = f_3 \gamma_1 \gamma_3 \gamma_4^{(1)}, \quad W_{(3)2} = f'_3 \gamma_1 \gamma_3 \gamma_6 \gamma_4^{(1)}.$$

Все инверсии совместны с (35), (36), при этом находим скалярные коэффициенты. Для C_1 : a'_t, f_2, f'_2, $f'_3 = \pm 1$; a_t, $f_3 = \pm i$. Для C_2 : a_t, $f_3 = \pm 1$; a'_t, f_2, f'_2, $f'_3 = \pm i$. Общими для C_1 и C_2 будут a_p, $a_v = \pm 1$, f_1, f'_1, a'_p, $a'_v = \pm i$.

Особенность приведенных результатов состоит в том, что имеется по два преобразования каждой инверсии, которые отличаются друг от друга не только скалярным, но и матричным множителем γ_6 ($\mathcal{P}_1$ и $\mathcal{P}_2$, T_1 и T_2 и т.д.). Одно и другое преобразования такой пары находятся в различных взаимоотношениях с преобразованиями других инверсий. Независимость друг от друга C_1 и C_2 означает, очевидно, возможность ввести в рамках одних уравнений, кроме электрического, и другой заряд. Можно предположить, что с этим зарядом каким-то образом связано взаимодействие, ответственное за взаимопревращение $\mathcal{L} \rightleftarrows R$. Среди комбинаций преобразований имеются преобразования, аналогичные по совокупному действию четырехмерным $C\mathcal{P}T$, и преобразования более сложной структуры симметрии, чем $C\mathcal{P}T$.

При электромагнитных взаимодействиях, включаемых заменой (34), нарушения пространственной четности происходить не будет (T - инвариантность электромагнитных взаимодействий в пятимерной теории очевидна и осуществляется преобразованиями T_1 и T_2). В конце § I обсуждается вопрос о компоненте $j_5(x, x_5)$, соответствующей гравитационному фону, и о физическом смысле пятимерного соотношения

$$\sum_{k=1}^{5} \frac{\partial j_k(x, x_5)}{\partial x_k} = 0.$$

В § 2 гл.III осуществляется переход от одной [illegible] к системе частиц, взаимодействующих с гравит[illegible] [illegible]оном и посредством его между собой. С помощью ортонормированной системы функций $\overline{\psi}^{s,\eta}(\pm\vec{k},\pm k_5)\gamma_4\psi^{s',\eta'}(\pm\vec{k},\pm k_5)=\delta_{ss'}\delta_{\eta\eta'}$

решения уравнений (8), (I0) представляются в виде суперпозиций с коэффициентами разложения $a_{\vec{k},k_5,s,\eta}$, $a^{+}_{\vec{k},k_5,s,\eta}$, $b_{\vec{k},-k_5,s,\eta}$, $b^{+}_{\vec{k},-k_5,s,\eta}$, которые в условиях вторично квантованного поля становятся операторами, подчиняющимися условиям, аналогичным условиям четырехмерной теории (добавочные условия по k_5 и η). $a_{\dots}$ и $a^{+}_{\dots}$ – операторы соответственно уничтожения и рождения частицы с характеристиками $\vec{k}$, k_5, s, η; $b_{\dots}$ и $b^{+}_{\dots}$ – операторы соответственно уничтожения и рождения античастицы с характеристиками $\vec{k}$, $-k_5$, s, η.

Если в T_{4n} из (2I) под произведением операторов поля ψ, $\overline{\psi}$ понимать их нормальное произведение, а оператор плотности тока определить как

$$j_k(x,x_5)=\frac{ie}{2}\left[\overline{\psi}(x,x_5)\gamma_k\psi(x,x_5)-\overline{\psi}^{c_n}(x,x_5)\gamma_k\psi^{c_n}(x,x_5)\right]$$
$$(k=1,2,\dots 5;\ n=1,2),$$

то энергия и заряд вакуума будут равны нулю, а энергия и заряд вторично квантованного поля будут зависеть от $n^{(+)}_{\vec{k},\pm k_5,s,\eta}=$ $=a^{+}_{\vec{k},\pm k_5,s,\eta}\,a_{\vec{k},\pm k_5,s,\eta}$ (число частиц в состоянии с $\vec{k}$, $\pm k_5$, s, η) и $n^{(-)}_{\vec{k},\mp k_5,s,\eta}$ (число античастиц в состоянии с $\vec{k},\mp k_5,s,\eta$):

$$E=E_1+E_2,\qquad Q=Q_1+Q_2. \tag{4I}$$

Здесь индекс 1 означает суммирование по частицам и античастицам в состояниях, соответствующих верхнему знаку при k_5 а индекс 2 – суммирование по частицам и античастицам в состояниях, соответствующих нижнему знаку.

Полученные результаты указывают на то, что существует два типа виртуальных пар частица-античастица: первый-с $k_5>0$ для частиц и $k_5<0$ для античастиц, второй – с $k_5<0$ для частиц и $k_5>0$ для античастиц. Рождение частиц может происходить или за счет обоих типов или только за счет одного из них. Вторая возможность означает, что существуют своеобразные состояния пар, из которых запрещен переход в излучение. Энергия таких связанных состояний будет уподоблена связанной энергии, входящей в состав внутренней энергии термодинамической системы и не способной превращаться в работу (при изотермическом процессе). Обсуждается возможная асимметрия, обусловленная двойными знаками у k_5. На основе перестановочных соотношений для $a_{\dots}$, $a^{+}_{\dots}$, $b_{\dots}$, $b^{+}_{\dots}$ найдены перестановочные соотношения для операторов поля ψ, $\bar{\psi}$. По аналогии с квантовой электродинамикой введена связь операторов (свертка) и показано, что она не содержит операторов поглощения и испускания частиц, т.е. что она представляет собой c-число.

В § 3 гл.III рассмотрено взаимодействие между частицами, античастицами и фотонами на гравитационном фоне. При этом в гейзенберговском представлении установлены для операторов поля $\bar{A}_\mu(x)$, $\bar{\psi}(x,x_5)$, $\bar{\bar{\psi}}(x,x_5)$ уравнения и перестановочные соотношения. Рассмотрены в этом представлении функция Лагранжа, тензор энергии-импульса, тензор моментов, оператор полного заряда.

Взаимосвязь между операторами полей в гейзенберговском представлении с операторами полей в представлении взаимодействия аналогична взаимосвязи в квантовой электродинамике. Показана возможность использования матрицы рассеяния.

В § 4 гл.III вводятся операторы зарядового сопряжения U_{c_n} (собственные значения его $\Lambda = \pm 1$), действующие в пространстве чисел частиц, и векторы $\Phi^{(\pm)}_{1}, \vec{k}, k_5, s, \eta$ состояний, в которых находится одна частица (знак +) или одна античастица (знак –). Показано, что оператор U_{c_n} переводит каждое состояние, занятое частицей (античастицей), в состояние, занятое античастицей (частицей). При этом перевод производится в пределах каждой из виртуальных пар (см.(41)). Перевода частицы одной пары в античастицу другой пары не происходит. Для электрически нейтральной системы вводится понятие зарядово-четной ($\Lambda = 1$) и зарядово-нечетной ($\Lambda = -1$) системы. На примере аннигиляции позитрония показана возможность нарушения C – инвариантности четырехмерной теории (трехфотонная аннигиляция позитрония в $^1S_0$ -состоянии), замеченного на одном из опытов. При аннигиляции с нарушением C – инвариантности нарушения C_n – инвариантности пятимерной теории не происходит (C_n – инвариантные процессы не всегда C – инвариантны). В конце §4 обсуждаются вопросы о роли физической величины S_0 в нарушении C – инвариантности, о взаимодействиях между $\mathcal{L}$ и R – частицами и о их взаимопревращениях.

В § 5 гл.III используется представление взаимодействия. Установлено, что уравнения движения и перестановочные соотношения для операторов полей инвариантны относительно некоторых преобразований R_f и $R_{\omega f}$, являющихся обобщением соответствующих преобразований R (сильное отражение) и R_ω (слабое отражение) обычной четырехмерной квантовой электродинамики. Каждое из преобразований составляется из преобразований инверсий и зарядового сопряжения тремя различными способами:

$$R_f = \pm C_n W_{(1)i} T_k, \qquad R_f = \pm C_n \mathcal{P}_i V_k T_\ell,$$
$$R_f = \pm C_n W_{(2)i} W_{(1)k} T_\ell, \qquad (n,i,k,\ell = 1,2);$$
$$R_{\omega f} = W_{(1)n} T_i \quad , \qquad R_{\omega f} = \mathcal{P}_n V_i T_k,$$
$$R_{\omega f} = W_{(2)n} W_{(1)i} T_k \qquad (n,i,k = 1,2).$$

Глава IУ посвящена применению пятимерных уравнений для исследования некоторых взаимодействий элементарных частиц, т.е. выяснению того, какое влияние при взаимодействиях оказывают дополнительные (по сравнению с четырехмерными уравнениями) члены пятимерных уравнений, возникающие за счет $L_5 \frac{\partial \psi}{\partial x_5}$ (физическая величина S, приводящая к классификации $\eta = \pm 1$, чувствительна не только к электромагнитным, но и к гравитационным воздействиям, которые могут исходить от фона). При решении задач использован метод теории возмущений, математический аппарат, развитый Соколовым А.А. и Иваненко Д.Д. и метод проективных операторов, предложенный Федоровым Ф.И. (см.(31)).
Эффективные сечения во всех задачах оказались одинаковыми для $\eta' = \eta = 1$ и для $\eta' = \eta = -1$ и равными нулю при $\eta' = -\eta$, хотя волновые функции для $\eta = 1$ и $\eta = -1$, разумеется, различны.

В § I гл.IУ найдено дифференциальное эффективное сечение $d\sigma_1$ упругого рассеяния поляризованной частицы со спином I/2 и зарядом e силовым центром, обладающим электрическим зарядом e_1 и магнитным моментом $\vec{\mu}_1$. Зависимость $d\sigma_1$ от $\theta = (\vec{k}\,\hat{,}\,\vec{k}')$, $\alpha_1 = (\vec{k}\,\hat{}\,\vec{\mu}_1)$, φ (угол между плоскостями $(\vec{k}\,\hat{,}\,\vec{k}')$ и $(\vec{k}\,\hat{,}\,\vec{\mu}_1)$, s и s' носит несколько более сложный характер, чем в квантовой электродинамике (КЭД). При $\vec{\mu}_1 = 0$ из $d\sigma_1$ следует известное борновское приближение по кулоновскому рассеянию. Нерелятивистское приближение $d\sigma_1$ совпадает с нерелятивистским приближением КЭ, а крайний релятивистский случай отличается (даже и после суммирования по s' и усреднения по s). Существенной особенностью сечения $d\sigma_1$ в ультрарелятивистском случае является отличие его от нуля при рассеянии с "переворачиванием" спина ($s' = -s$). КЭ дает в этом случае $d\sigma_1 = 0$, а найденное $d\sigma_1$ равно нулю только для $\theta = 0$, π, если $\alpha_1 = 0$, а также для $\theta = 0$ при $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$.

Найденная в § 2 собственная энергия взаимодействия частицы со спином I/2 с полем поперечных фотонов оказалась одинаковой с соответствующей энергией, полученной в КЭ.

В § 3 рассмотрена частица со спином I/2 в постоянном однородном магнитном поле (на гравитационном фоне). При этом энергии частицы, соответствующие различным значениям проекций спина на импульс, совпали с соответствующими значениями энергии в КЭ, а волновые функции имеют более сложный вид.

На основе квадрированного пятимерного уравнения в § 4 решена задача атома водорода. Радиальная волновая функция совпала с радиальной функцией в КЭ, а угловая функция отличается. Последняя получена в результате точного решения соответствующей системы уравнений. Гравитационный фон, хотя и не приводит к смещению энергетических уровней, но "перемешивает" состояния, соответствующие различным проекциям спина.

В § 5 рассмотрен нормальный эффект Зеемана, причем результаты совпадают с результатами в КЭ.

Излучению Вавилова-Черенкова неполяризованных частиц со спином I/2 посвящен § 6. Полученное излучение совпадает по свойствам с излучением, вычисленным в КЭ.

Дифференциальное эффективное сечение $d\sigma_2$ тормозного излучения неполяризованной частицы спина I/2 с зарядом e в поле тяжелого кулоновского центра, найденное в § 7, имеет более сложную зависимость от $\theta_1 = (\widehat{\vec{\kappa}, \vec{x}})$, $\theta_2 = (\widehat{\vec{\kappa}', \vec{x}})$ и φ (угол между плоскостями $(\vec{\kappa}, \vec{x})$ и $(\vec{\kappa}', \vec{x})$, чем в КЭ. Нерелятивистское приближение $d\sigma_2$ совпадает с нерелятивистским приближением КЭ, а в крайнем релятивистском случае сечение $d\sigma_2$ имеет такие же особенности, как и в КЭ (излучение и импульс рассеянной частицы сосредоточены в узком конусе около направления $\vec{k}$ с углом раствора $\theta_1 \sim \frac{m_0 c}{\hbar k_0}$), но сечение линейно зависит от θ_1, а не квадратично, как в КЭ. Пользуясь формулой для $d\sigma_2$, можно найти, как и в КЭ, полное эффективное сечение образования пары фотоном.

Найденное в § 8 дифференциальное эффективное сечение $d\sigma_3$ рассения света покоящейся "свободной" неполяризованной частицей спина I/2 имеет более сложную угловую зависимость, чем зависимость, даваемая формулой Клейна-Нишины-Тамма, но в нерелятивистском приближении, как и в КЭ, получается классическая формула Томсона. Обсуждается согласие с экспериментом полученного на основе $d\sigma_3$ полного эффективного сечения.

В § 9 рассмотрена двух-и трехфотонная аннигиляции "свободных" частиц со спином I/2. Расчет проведен для нерелятивистского случая в системе центра инерции. Полное эффективное сечение двухфотонной аннигиляции совпало с результатами КЭ, а для трехфотонной аннигиляции получено сечение

$$\sigma_3 = \frac{4}{3}(\pi^2 - 9)\alpha \frac{c}{v}\left(1 + \frac{1}{3}ss'\right), \qquad (42)$$

которое отличается от соответствующего сечения КЭ лишь знаком при $\frac{1}{3}ss'$. Формула (42) приводит к отличной от нуля вероятности аннигиляции и для орто- и для парасостояния. В последнем случае вероятность процесса, нарушающего C - инвариатность, получается только на 34% выше верхнего предела экспериментальных результатов Лу и Робертса.

Вычисленное в § IO дифференциальное эффективное сечение упругого рассеяния поляризованных частиц со спином I тяжелым кулоновским центром имеет более сложную зависимость, чем в КЭ (для сравнения автором диссертации решена и эта задача). Нерелятивистское приближение совпадает с результатами КЭ, крайний релятивистский случай - отличается.

В § II найдено эффективное дифференциальное сечение упругого кулоновского рассения поляризованной частицы со спином 3/2 в нерелятивистском приближении. Сечение не при всех изменениях поляризации совпадает с соответствующим сечением четырехмерной теории.

Приведем наиболее существенные выводы и результаты, полученные в диссертации и указанные в заключении.

I.Построены и исследованы не вполне приводимые представления 5-мерных неоднородных полной и неполных групп Лоренца и соответствующих групп де Ситтера.

2.На этой основе развита общая теория 5-мерных волновых уравнений первого порядка, инвариантных по отношению к указанным группам и получаемых из пятимерной инвариантной вещественной функции Лагранжа. Рассмотрена одночастичная интерпретация этих уравнений в рамках гипотезы о зеркальных частицах при выполнении принципа причинности. Показано, что 5-уравнения, инвариантные относительно групп Лоренца, описывают обычные частицы (со скоростью, меньшей c), а 5-уравнения, инвариантные относительно групп де Ситтера, - сверхсветовые частицы (тахионы с мнимой массой покоя).

3.Показано, что пятимерные волновые уравнения для частиц со спином I/2 включают в себя по сравнению с четырехмерной теорией дополнительные члены, которые могут быть интерпретированы как результат взаимодействия с некоторым гравитационным полем (гравитационный фон). Метрический тензор этого поля выражается через матрицы, являющиеся функциями криволинейных координат, по формулам, аналогичным формулам четырехмерной теории, обобщающей метод Фока и Иваненко (гл.П, § 1).

4.В нерелятивистском случае малых скоростей частицы указанные дополнительные члены малы. Они возрастают с увеличением скорости. Это находится в согласии с выводом Ландау о том, что при больших энергиях гравитационные взаимодействия усиливаются. Для атома водорода указанные дополнительные члены, хотя и не приводят к смещению энергетических уровней, но "перемешивают" состояния, соответствующие различным проекциям спина (гл.IУ, § 4). Для частицы с переменным спином 0-I происходит "перемешивание" массовых состояний (частица-античастица) с состояниями, соответствующими спину 0 и спину I (гл.П, § 7).

5.Показано, что согласно 5-уравнениям электромагнитные взаимодействия $\mathscr{P}$ - и T - инвариантны, но не всегда C -инвариантны (гл.Ш, § 4).

6.Дополнительно к обычным массовым и спиновым состояниям в 5-теории появляются новые состояния частиц и античастиц. Появление их обусловлено наличием у частиц и античастиц, с точки зрения 5-теории, некоторой дополнительной характеристики, оператор которой в случае спина I/2 выражается через произведение операторов спина, магнитного, электрического и гравитационного моментов частицы (гл.П, §§ 7,8).

7. Показано, что из 5-уравнений вытекает возможность ввести дополнительно к электрическому заряду новый заряд (как дискретную характеристику, принимающую значения + и –), а также новое взаимодействие, которое ответственно за взаимопревращение обычных и зеркальных частиц и может нарушать C – инвариантность (гл.П, § 7 и гл.Ш, § I).

Изложенные в диссертации результаты опубликованы в следующих работах:

I. "Теория слияния частиц на основе пятимерной схемы", ЖЭТФ, 55, № I0, I367, I968.

2. "Инфинитезимальные операторы представлений $(n+1)$ – мерной однородной собственной группы Лоренца и матрицы уравнений, ковариантных относительно n – мерной группы", Изв.вузов, физика, № 3, I46, I969.

3. "Линейные неприводимые представления пятимерной однородной собственной группы Лоренца", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, § I, II2, I968.

4. "Конечномерные не вполне приводимые представления пятимерной неоднородной группы Лоренца", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 3, II2, I969 (совместно с Даниловой С.А.).

5. "О кулоновском рассеянии частиц со спином I/2 в пятимерной теории", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 4, I29, I969.

6. "О полевой массе в пятимерной теории", ДАН БССР, I4, № 3, 220, I970.

7. "К вопросу о физическом смысле пятой координаты в пятимерной теории поля", ДАН БССР, I5, № 4, 302, I97I.

8. "К физической интерпретации пятимерных уравнений поля", Изв. АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 3, 79, I97I.

9. "Пятимерные уравнения и уравнения, возникающие при их распаде, для частиц со спинами I/2, I, 3/2", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 4, 85, 1971.

10. "Конечномерные представления группы де Ситтера O (2,3) и пятимерные уравнения, реализующие их", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № I, 99, 1972.

11. "Кулоновское рассеяние поляризованных частиц со спином I в пятимерной теории", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 5, 96, 1972.

12. "О зеркальных частицах и возможной модели нарушения C -инвариантности", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 6, 73, 1972.

13. "Некоторые результаты применения пятимерных уравнений для исследования взаимодействий частиц со спином I/2", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 3, 64, 1973.

14. "Нерелятивистское приближение к задаче по кулоновскому рассеянию поляризованной частицы со спином 3/2 в пятимерной теории", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 4, 61, 1973.

15. "Преобразования типа R и R_ω в обобщенной квантовой электродинамике", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 2, 68, 1974.

16. "О гравитационном фоне, заложенном в пятимерных уравнениях поля", Изв.АН БССР, серия физ.-мат.наук, № 4, 62, 1974.

БЕДРИЦКИЙ

Андрей Иванович

ПЯТИМЕРНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ С РАЗЛИЧНЫМИ СПИНАМИ

(автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук)

Аж-00107 Подписано к печати 5.III.75 г.
Объем I,5 п.л., тир.I[illegible]0 экз., зак.

Ротапринт Витебского пединститута, Московский п[illegible]