

# **ЭКОНОМИКА ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЯ**

*Методические указания  
по выполнению контрольных работ  
для студентов заочной формы обучения  
по специальности 1-33 01 01  
«Биоэкология»*

2011

УДК 338:502(075.8)  
ББК 65.28я73  
Э40

Автор-составитель: доцент кафедры экологии и охраны природы УО «ВГУ им. П.М. Машерова»,  
кандидат технических наук **В.Е. Савенок**

Рецензент:  
доцент кафедры анатомии, физиологии и валеологии человека УО «ВГУ им. П.М. Машерова»,  
кандидат биологических наук *М.В. Шилина*

В методические указания представлена рабочая программа, включающая перечень тем и их содержание, а также список основной и дополнительной литературы. Приводятся варианты контрольных работ и практических заданий по курсу «Экономика природопользования», включающие методику их решения для студентов заочной формы обучения по специальности 1-33 01 01 «Биоэкология». Определен порядок выполнения и сдачи контрольных работ.

УДК 338:502(075.8)  
ББК 65.28я73

© УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2011

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА</b> .....	4
1.1. Цель изучения дисциплины .....	4
1.2. Задачи изучения дисциплины .....	4
1.3. Содержание дисциплины .....	5
1.4. Наименование тем, их содержание, объем в часах лекционных занятий .....	5
1.5. Практические и семинарские занятия, их содержание и объем в часах .....	6
1.6. Информационная (информационно-методическая) часть..	7
1.6.1. Основная и дополнительная литература .....	7
1.6.2. Перечень используемых информационных ресурсов	8
1.6.3. Перечень наглядных и других пособий .....	8
<b>2. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ</b> .....	10
2.1. Основные требования .....	10
2.2. Вопросы .....	11
2.2.1. Теоретические вопросы .....	11
2.2.2. Законодательство и нормирование в области экономики природопользования .....	13
2.3. Задача № 1. Распределение ресурсов .....	17
2.3.1. Методика расчета .....	17
2.3.2. Пример расчета .....	20
2.3.3. Порядок оформления задачи .....	25
2.4. Задача № 2. Оптимизация способов «согласия» .....	32
2.4.1. Общие сведения .....	32
2.4.2. Методика расчета .....	32
2.4.3. Пример расчета .....	36
2.4.4. Порядок оформления задачи .....	39
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ</b> .....	43

# 1. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

## 1.1. Цель изучения дисциплины

Учебная дисциплина «Экономика природопользования» является специальной дисциплиной, изучаемой студентами специальности 1-33 01 01 «Биоэкология».

Дисциплина, наряду с рассмотрением научно-обоснованной системы сведений об экономических аспектах рационального природопользования, изучает принципы рационального использования природных ресурсов, характер и формы взаимодействия компонентов окружающей среды и объектов промышленной деятельности человека. Изучение дисциплины способствует формированию у обучаемых профессиональных навыков в области управления природопользованием и охраны окружающей среды, закладывает базовые знания по основам природоохранного законодательства Республики Беларусь.

Целью изучения дисциплины является получение студентами научно-обоснованной системы знаний об экономических аспектах рационального природопользования.

Предметом изучения дисциплины «Экономика природопользования» являются экономические отношения при использовании обществом сил и ресурсов природы (эколого-экономические отношения). Темпы экономического развития и эффективность производства в масштабе всей страны в значительной мере зависят от состояния окружающей природной среды, поэтому управление природопользованием может быть эффективным только при строгом выполнении всех принципов охраны окружающей среды.

## 1.2. Задачи изучения дисциплины

– Показать взаимосвязь и взаимообусловленность в природе, которая функционирует как единое целое, а также взаимодействие экономики и окружающей среды;

– научить методике расчета затрат на проведение природоохранных мероприятий;

– научить методике определения размеров предотвращенного ущерба при внедрении природоохранных мероприятий;

– научить методике определения размеров ущерба при загрязнении окружающей среды;

– уметь проводить оценку экономической эффективности капитальных вложений при внедрении природоохранных мероприятий.

### 1.3. Содержание дисциплины

Объем дисциплины и виды учебной работы для студентов заочной формы обучения по специальности 1-33 01 01 «Биоэкология» представлен в таблице 1.1.

Таблица 1.1

#### Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Количество часов
Лекции	8
Практические занятия	4
Самостоятельная работа	36
Контрольная работа	12
Всего часов	60
Экзамен	XI семестр

#### 1.4. Наименование тем, их содержание, объем в часах лекционных занятий

№ п/п	Наименование тем	Содержание	Объем в часах
X семестр			
1	Система государственного управления в области охраны окружающей среды и природопользования	Цели и задачи курса. Экономические механизмы и организационно-правовые основы управления природопользования. Государственное планирование и прогнозирование природопользования и охраны окружающей среды. Управление природопользованием. Основы природоохранного законодательства Республики Беларусь. Оценка качества природной среды и мониторинг окружающей среды	2
2	Экономическая оценка природных ресурсов	Содержание и методы экономической оценки природных ресурсов. Абсолютная экономическая оценка природных ресурсов. Сравнительная экономическая оценка природных ресурсов. Стоимость воспроизводства и плата за природные ресурсы. Цена воспроизводства экологического потенциала	2
XI семестр			
3	Определение экологического, экономического и социального ущерба от за-	Экономическое стимулирование природопользования и природоохранной деятельности. Позитивная и негативная мотивация. Экономический и социальный ущерб от загрязнения и истощения природной среды. По-	2

№ п/п	Наименование тем	Содержание	Объем в часах
	грязнения и истощения природной среды	рядок расчета различных видов ущерба. Инвестирование природоохранной деятельности. Экологические фонды. Основные источники и виды финансирования природоохранных мероприятий. Пути совершенствования хозяйственного механизма природопользования	
4	Экономическая эффективность природопользования и природоохранных мероприятий	Показатели эколого-экономической эффективности природопользования. Эколого-экономическая эффективность природовосстановления. Эколого-экономическая эффективность природоэксплуатирующих отраслей, природозагрязняющего производства. Эффективность природоохранных мероприятий. Общий эффект при оптимальном использовании производственного оборудования. Социальная эффективность природоохранных мероприятий. Комплексная территориальная программа охраны природы и ее заказчики. Лицензирование и лимитирование природопользования. Экологическая паспортизация, состав экологического паспорта. Экологическое страхование	2
		<i>ВСЕГО</i>	8

### **1.5. Практические и семинарские занятия, их содержание и объем в часах**

№ п/п	Наименование	Содержание	Объем в часах
1	Расчет экологического налога за размещение отходов производства	Методика расчета экологического налога за размещение отходов производства	2
2	Подсчет убытков, при сбросе нефтепродуктов в водный объект	Подсчет убытков, причиненных государству при залповом и установившемся сбросе нефтепродуктов в водный объект	2
		<i>ВСЕГО</i>	4

## 1.6. Информационная (информационно-методическая) часть

### 1.6.1. Основная и дополнительная литература

№ п/п	Перечень литературы	Год издания
<b>Основная</b>		
1.	Гирусов Э.В. и др. Экология и экономика природопользования: учебн. для вузов. – М.: Закон и право, ЮНИТИ. – 455 с.	1998
2.	Донской Н.П., Донская С.А. Основы экологии и экономика природопользования. – Мн.: УП «Технопринт». – 308 с.	2000
3.	Неверов А.В. Экономика природопользования. – Мн.: Вышэйшая шк. – 230 с.	1990
4.	Логинов В.Ф. Основы экологии и природопользования: учебн. пособие. – Мн.: Изд. ПГУ. – 321 с.	1998
5.	Шимова О.С., Соколовский Н.К. Основы экологии и экономика природопользования: учебник для студ. эконом. спец. вузов. – Мн.: БГЭУ. – 368 с.	2001
6.	Савенок В.Е., Торбенко А.Б. Экономика природопользования: практикум для студентов специальности 1-33 01 01 / авт.-сост.: В.Е. Савенок, А.Б. Торбенко. – Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова». – 91 с.	2010
<b>Дополнительная</b>		
1.	Акимова Т.А., Хаскин В.В. Экология: учебн. для вузов под ред. В.В. Хаскина. – М.: ЮНИТИ. – 455 с.	1998
2.	Балашенко С.А., Демичев Д.М. Экологическое право: учеб. пособие. – Мн.: Ураджай. – 398 с.	2000
3.	Израель Ю.А. Экология и контроль состояния природной среды. – М.: Выш. шк.	1984
4.	Национальная стратегия устойчивого социально-экономического развития Республики Беларусь на период до 2020 г. – Мн.: Юнипак. – 200 с.	2004
5.	Кондратьев К.Я. и др. Экология-экономика-политика. – СПб.: Санкт-петербургский научный центр экологической безопасности РАН.	1996
6.	Коробкин В.Н., Передельский С.А. Экология. – Ростов н/Д: Феникс. – 576 с.	2003
7.	Охрана окружающей среды: учебн. для вузов / под ред. С.В. Белова. – М. – 320 с.	1991
8.	Природная среда Беларуси: монография / под ред. В.Ф. Логинова. – Мн.: НОООО «БИП-С». – 424 с.	2002
9.	Природопользование: учебник / под ред. Э.А. Арустамова. – М.: Изд. дом «Дашков и К». – 284 с.	2000
10.	Прогноз изменения окружающей природной среды Беларуси на 2010–2020 гг. / под ред. В.Ф. Логинова. – Мн.: Минсктип-проект. – 180 с.	2004
11.	Ражкоў Л.М., Жарская Т.А., Марцуль У.М. Асновы экалогіі і рацыянальнага прыродакарыстання. – Мн.: Выш. шк. – 310 с.	1998

12.	Реймерс Н.Ф. Экология: термины, законы, правила, принципы и гипотезы. – М.: Россия молодая. – 367 с.	1994
13.	Реймерс Н.Ф. Природопользование. Словарь-справочник. – М.: Россия молодая. – 302 с.	1990
14.	Челноков А.А., Ющенко А.Ф. Основы промышленной экологии: учеб. пособие. – Мн.: Выш. школа. – 343 с.	2001
15.	Экологический словарь. Энциклопедический научно-редакт. совет В.И. Данилов-Данельян и др. – М.: Знание.	1999

### 1.6.2. Перечень используемых информационных ресурсов

а) Электронные журналы		
1.	Научная библиотека электронных журналов по естественным наукам // <a href="http://www.library.khstu.ru">http://www.library.khstu.ru</a>	
2.	Электронный каталог журналов // <a href="http://www.benran.ru">http://www.benran.ru</a>	
3.	Электронная версия журнала «Экология и жизнь» // <a href="http://www.ecolife.ru/index.shtml">http://www.ecolife.ru/index.shtml</a>	
4.	Электронная версия журнала «Science» // <a href="http://www.sciencemag.org">http://www.sciencemag.org</a>	
5.	Ананишнов В.В., Ананишнова О.В. Экономика природопользования: методические указания и контрольные задания / Министерство РФ по связи и информатизации. Санкт-Петербургский гос. университет телекоммуникаций им. М.А. Бонч-Бруевича. Режим доступа: <a href="http://dvo.sut.ru/libr/eius/i190anae/met.htm">http://dvo.sut.ru/libr/eius/i190anae/met.htm</a>	
б) Образовательные сайты и порталы		
6.	Естественнонаучный образовательный портал // <a href="http://en.edu.ru">http://en.edu.ru</a>	
7.	Сайт «Все образование в Интернет» // <a href="http://www.alledu.ru/">http://www.alledu.ru/</a>	
8.	Союз образовательных сайтов-проекта Allbest.ru // <a href="http://www.allbest.ru/union">http://www.allbest.ru/union</a>	

### 1.6.3. Перечень наглядных и других пособий

а) Методические указания по проведению конкретных видов учебных занятий, а также методические материалы к используемым в учебном процессе техническим средствам

№ п/п	Перечень пособий
1.	Комплект плакатов по курсу «Экономика природопользования». Плакаты формата А-1 – 3 шт.
2.	Файл-презентация по курсу «Экономика природопользования». Слайдов – 15 шт.
3.	Методические указания для решения практических задач по курсу «Экономика природопользования»
4.	Компьютеры (в компьютерном классе из расчета два человека на один компьютер)



№ п/п	Перечень пособий
5.	Справочный материал: 1. Состояние природной среды Беларуси: экологический бюллетень. 2009 г. / под ред. Логинова В.Ф. – 2010 г. – 130 с. (других лет издания); 2. Сборники нормативных документов по вопросам ООС. Выпуски №№ 22–60

б) Методические материалы, раскрывающие методику использования ЭВМ в учебном процессе

6.	Компьютерная имитационная программа «Малая река». Определение оптимальных параметров развития природно-промышленной системы
7.	Компьютерная экологическая программа «Экспертиза малой реки». Моделирование проведения экспертизы загрязнения малой реки
8.	Компьютерная программа «Озеро». Определение условий загрязнения водоема
9.	Компьютерная экологическая программа «Рыболовство». Моделирование изменения численности популяции рыб
10.	Компьютерная программа «Экотест». Контроль знаний обучаемых по пройденному курсу

## 2. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### 2.1. Основные требования

Выполнению контрольной работы должно предшествовать изучение теоретических основ экономики природопользования с использованием литературы, рекомендованной преподавателем на установочном занятии по данному предмету, перечень которой приведен в п.1.6. Контрольная работа выдается студентам на установочных занятиях по предмету.

Каждому студенту выдается индивидуальный вариант контрольной работы, номер которой определяется по двум последним цифрам зачетной книжки студента (см. табл. 2.1).

В контрольной работе студент должен ответить на два вопроса и решить две задачи. Номера вопросов для каждого варианта приведены в таблице 2.1.

#### 2.1. Таблица вариантов

		Номер варианта										
		Предпоследняя цифра номера зачетной книжки										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
Последняя цифра номера зачетной книжки	1	вариант вопросы	1 1,51	2 2,52	3 3,53	4 4,54	5 5,55	6 6,56	7 7,57	8 8,58	9 9,59	10 10,60
	2	вариант вопросы	11 11,61	12 12,62	13 13,63	14 14,64	15 15,65	16 16,66	17 17,67	18 18,68	19 19,69	20 20,70
	3	вариант вопросы	21 21,71	22 22,72	23 23,73	24 24,74	25 25,75	26 26,76	27 27,77	28 28,78	29 29,79	30 30,80
	4	вариант вопросы	31 31,81	32 32,82	33 33,83	34 34,84	35 35,85	36 36,86	37 37,87	38 38,88	39 39,89	40 40,90
	5	вариант вопросы	41 41,91	42 42,92	43 43,93	44 44,94	45 45,95	46 46,96	47 47,97	48 48,98	49 49,99	50 50,100
	6	вариант вопросы	51 49,51	52 48,52	53 47,53	54 46,54	55 45,55	56 44,56	57 43,57	58 42,58	59 41,59	60 40,60
	7	вариант вопросы	61 39,61	62 38,62	63 37,63	64 36,64	65 35,65	66 34,66	67 33,67	68 32,68	69 31,69	70 30,70
	8	вариант вопросы	71 29,71	72 28,72	73 27,73	74 26,74	75 25,75	76 24,76	77 23,77	78 22,78	79 21,79	80 20,80
	9	вариант вопросы	81 19,81	82 18,82	83 17,83	84 16,84	85 15,85	86 14,86	87 13,87	88 12,88	89 11,89	90 10,90
	0	вариант вопросы	91 9,91	92 8,92	93 7,93	94 6,94	95 5,95	96 4,96	97 3,97	98 2,98	99 50,99	100 1,100

#### Пояснение.

Вариант для выполнения контрольной работы выбирается из таблицы вариантов (табл. 2.1), исходя из 2-х последних цифр номера зачетной книжки.

Например, номер зачетной книжки 04692, вариант выбираем № 19.

Контрольная работа выполняется в электронно-цифровой форме и оформляется (распечатывается) на отдельных листах формата А4. Файл выполненной контрольной работы студент отправляет рецен-

зенту по электронной почте не позднее, чем за две недели до начала сессии или представляет лично на дискете, диске или другом электронном носителе информации. Как исключение, работа может быть выполнена в отдельной тетради в клетку через строку. В конце работы приводится список используемой литературы. На титульном листе контрольной работы ставится дата выполнения и личная подпись студента (см. приложение).

При выполнении работы указываются номера теоретических вопросов и практических задач. Вопросы и условия задач переписываются дословно. Первый вопрос является теоретическим и отражается при выполнении работы в реферативном плане. Второй вопрос предполагает изучение законодательной и нормативной базы по конкретной проблеме. При ответе на этот вопрос рекомендуется провести анализ эффективности применения данного законодательного или подзаконного акта в вашей организации (отрасли, регионе или стране в целом) или охарактеризовать область применения нормативного документа, пути и способы совершенствования механизма реализации данного законодательного акта. Ответы должны быть краткими (как правило, до 3-х страниц на вопрос), но исчерпывающими.

Вариант практических задач № 1 и № 2 соответствует номеру варианта контрольной работы. Исходные данные для решения задач приведены в таблице 2.5 (задача № 1) и 2.8 (задача № 2).

Оценка контрольной работы проводится по двухбалльной системе: «зачтено», «не зачтено». *Незачтенная* контрольная работа возвращается студенту-заочнику для доработки и устранения замечаний, указанных рецензентом по выполненным вопросам и практическим задачам. При необходимости студент-заочник может быть вызван на собеседование по заданиям контрольной работы, по результатам которого принимается решение о зачете контрольной работы. Работы, в которых содержатся правильные ответы на оба вопроса (выполненные без существенных замечаний) и обе задачи решены верно, зачитываются студенту без собеседования.

## 2.2. Вопросы

### 2.2.1. Теоретические вопросы

1. Основные принципы рационального природопользования.
2. Эколого-экономическая система природопользования Республики Беларусь.
3. Экономическая оценка природных ресурсов.
4. Абсолютная экономическая оценка природных ресурсов.
5. Затратная концепция экономической оценки природных ресурсов.
6. Рентная концепция экономической оценки природных ресурсов.

7. Государственное планирование и прогнозирование природопользования и охраны окружающей среды.
8. Управление природопользованием: сущность, методы, функции.
9. Организационные структуры управления природопользованием.
10. Показатели долгосрочной экономической оценки природных ресурсов.
11. Показатели текущей экономической оценки природных ресурсов.
12. Сравнительная экономическая оценка природных ресурсов.
13. Средозащитная оценка природных ресурсов.
14. Стоимость воспроизводства природных ресурсов.
15. Плата за природные ресурсы.
16. Экономическая классификация природных ресурсов.
17. Нормативно-правовое и экономическое регулирование рационального землепользования в Республике Беларусь.
18. Эколого-ресурсный экономический аспект природопользования.
19. Экономическое стимулирование природопользования и природоохранной деятельности.
20. Биоэкологический мониторинг.
21. Геосистемный мониторинг.
22. Биосферный мониторинг.
23. Мониторинг состояния лесов.
24. Мониторинг сельскохозяйственных земель.
25. Экономический ущерб от загрязнения природной среды.
26. Экономическая оценка минерально-сырьевых ресурсов Беларуси.
27. Социальный ущерб от загрязнения и истощения природной среды.
28. Инвестирование природоохранной деятельности.
29. Хозяйственная эффективность природоохранных затрат.
30. Долгосрочная экономическая оценка месторождений полезных ископаемых.
31. Цена воспроизводства экологического потенциала.
32. Методология построения платы за природные ресурсы.
33. Арендные отношения.
34. Цена воспроизводства лесов.
35. Экономический ущерб от загрязнения атмосферы.
36. Экономический ущерб от сброса загрязненных стоков.
37. Экономический ущерб от загрязнения земель.
38. Показатели эколого-экономической эффективности природопользования.
39. Эколого-экономическая эффективность природопользования на уровне региона.
40. Эколого-экономическая эффективность природовосстановления.
41. Эколого-экономическая эффективность природоэксплуатирующих отраслей.

42. Эколого-экономическая эффективность природозагрязняющего производства.
43. Эффективность природоохранных мероприятий.
44. Социальная эффективность природоохранных мероприятий.
45. Территориальные программы охраны природы.
46. Лицензирование и лимитирование природопользования.
47. Экологическая паспортизация предприятий.
48. Экологическое страхование.
49. Основные источники и виды финансирования природоохранной деятельности.
50. Антропогенные факторы изменения климата.

### ***2.2.2. Законодательство и нормирование в области экономики природопользования***

51. Национальная система мониторинга окружающей среды в Республике Беларусь (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 20.04.1993 № 247; от 14.07.2003 г. № 949 с изм. от 10.06.08 № 835 и далее).
52. О лимитах используемых (изымаемых, добываемых) природных ресурсов, допустимых выбросов загрязняющих веществ в атмосферный воздух, сбросов сточных вод и размещения отходов производства (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 01.02.2005 г. № 119 с изм. от 17.07.08 № 1041 и далее).
53. Экологический кодекс Республики Беларусь (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 16.12.2005 г. № 1460 с посл. изменениями).
54. Положение о порядке установления размеров и границ водоохраных зон и прибрежных полос водных объектов (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 21.03.2006 г. № 377 с посл. изменениями).
55. Мониторинг лесов и использования его данных (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 15.08.2007 г. № 1036 с посл. изменениями).
56. Положение о Красной книге Республики Беларусь (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 27.12.2007 г. № 1836 с посл. изменениями).
57. Государственные кадастры природных ресурсов (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 20.04.1993 г. № 248 с посл. изменениями).
58. Локальный мониторинг окружающей среды в Республике Беларусь (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 8.02.1999 г. № 201 с посл. изменениями).

59. Об охране озонового слоя (закон Республики Беларусь от 12 ноября 2001 г. № 56-З с изм. от 08.07.08 №373-З и далее).
60. О растительном мире (закон Республики Беларусь от 14 июня 2003 г. № 205-З с изм. от 13.06.07 № 238-З и далее).
61. О защите растений (закон Республики Беларусь от 25 декабря 2005 г. № 77-З с изм. от 20.06.08 № 348-З и далее).
62. О гидрометеорологической деятельности (закон Республики Беларусь от 9 января 2006 г. № 93-З с изм. от 08.07.08 № 367-З и далее).
63. О безопасности генно-инженерной деятельности (закон Республики Беларусь от 9 января 2006 г. № 96-З с изм. от 24.12.07 № 299-З и далее).
64. О животном мире (закон Республики Беларусь от 10.07. 2007 г. № 257-З с посл. изменениями).
65. Об обращении с отходами (закон Республики Беларусь от 20 июля 2007 г. № 271-З с посл. изменениями).
66. Об охране атмосферного воздуха (закон Республики Беларусь от 16 декабря 2008 г. № 2-З с посл. изменениями).
67. О радиационной безопасности населения (закон Республики Беларусь от 5 января 1998 г. № 122-З с изм. от 21.12.05 № 72-З и далее).
68. О питьевом водоснабжении (закон Республики Беларусь от 24.06.1999 г. № 271-З с изм. от 08.07.08 № 373-З и далее).
69. О платежах за землю (закон Республики Беларусь от 18.12.1991 г. № 1314-ХІІ с изм. от 26.12.07 № 302-З и далее).
70. Об охране окружающей среды (закон Республики Беларусь от 26.11.1992 г. № 1982-ХІІ в ред. от 17.07.02 № 126-З; с изм. от 08.07.08 №367-З и далее).
71. О государственной экологической экспертизе (закон Республики Беларусь от 14.07.2000 г. № 419-З с посл. изменениями).
72. Об особо охраняемых природных территориях и объектах (закон Республики Беларусь от 23.05.2000 г. № 396-З с посл. изменениями).
73. Лесной кодекс Республики Беларусь (кодекс Республики Беларусь от 14.07.2000 г. № 420-З с изм. от 24.12.07 № 299-З и далее).
74. Кодекс Республики Беларусь о недрах (кодекс Республики Беларусь от 14.07.2008 г. № 406-З с посл. изменениями).
75. Кодекс Республики Беларусь о земле (кодекс Республики Беларусь от 06.11.2008 г. № 425-З с посл. изменениями).
76. Водный кодекс Республики Беларусь (закон Республики Беларусь от 08.07.2008 г. № 373-З; 374-З с посл. изменениями).
77. Государственная инспекция охраны животного и растительного мира при Президенте Республики Беларусь (указ Президента Республики Беларусь от 27 января 2003 г. № 45 с изм. от 31.07.06 г. Указ Президента Республики Беларусь № 470 и далее).

78. О ставках налога за использование природных ресурсов (экологического налога) (указ Президента Республики Беларусь от 7 мая 2007 г. № 215 с изм. от 21.01.08 г. № 27; 02.09.08 г. № 492 – указы Президента Республики Беларусь и далее).
79. Правила рациональной комплексной переработки твердых полезных ископаемых (постановление Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь от 22.11.2004 г. № 39 с изм. от 13.05.08 г. № 40 постановление Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь и далее).
80. Инструкция о порядке ведения учета объектов животного мира и объемов их использования (постановление Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь от 10.03. 2008 г. № 19 с посл. изменениями).
81. Инструкция о порядке осуществления государственного контроля за охраной и использованием земель (постановление Государственного комитета по имуществу Республики Беларусь от 23.07.2008 г. № 60 с посл. изменениями).
82. Положение об общественном инспекторе охраны природы (приказ Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь от 5.04.1999 г. № 87 с изм. от 20.10.08 № 86 постановление Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь и далее).
83. Положение о порядке определения размера компенсационных выплат (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 07.02.2008 г. № 168 с посл. изменениями).
84. Правила определения массы загрязняющих веществ, поступивших в компоненты природной среды, находящихся или возникших в них (постановление Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь от 18.08. 2008 г. № 71 с посл. изменениями).
85. Положение о порядке проведения общественной экологической экспертизы (постановление Совета Министров Республики Беларусь от 29.10.2010 г. № 1592 с посл. изменениями).
86. Формы экологического паспорта предприятия (приказ Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь от 27.11. 2009 г. № 342-ОД с посл. изменениями).
87. Инструкция о порядке отнесения объектов воздействия на атмосферный воздух к определенным категориям (постановление Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь от 29.05. 2009 г. № 30 с посл. изменениями).
88. Инструкция о порядке разработки технологических нормативов выбросов загрязняющих веществ в атмосферный воздух (постановление Министерства природных ресурсов и охраны окружаю-

щей среды Республики Беларусь от 08.06. 2009 г. № 37 с посл. изменениями).

89. Форма государственной статистической отчетности 1-ОС (воздух) (постановление Национального статистического комитета Республики Беларусь от 28.05. 2010 г. № 58 с посл. изменениями).
90. Инструкция о порядке инвентаризации выбросов загрязняющих веществ в атмосферный воздух (постановление Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь от 23.06. 2009 г. № 42 с посл. изменениями).
91. Инструкция о порядке установления нормативов допустимых выбросов загрязняющих веществ в атмосферный воздух (постановление Министерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь от 23.06. 2009 г. № 43 с посл. изменениями).
92. Правила применения эксплуатационных запасов и прогнозных ресурсов подземных вод к месторождения минеральных и промышленных вод (ТКП-17.04-05-2007 (02120)).
93. Методика выполнения измерений концентраций и выбросов загрязняющих веществ, скорости газов, температуры, влажности, давления электронными переносными приборами МВИ.МН 1003-2007 (Минск: БелНИЦ «Экология», 2008).
94. Правила расчета выбросов механическими транспортными средствами в населенных пунктах (ТКП-17.08-03-2006).
95. Выбросы загрязняющих веществ в атмосферный воздух. Порядок определения выбросов при сжигании топлива в котлах теплопроизводительностью до 25 МВт» (ТКП-17.08-01-2006 (02120)).
96. Правила проектирования и эксплуатации автоматизированных систем контроля за выбросами загрязняющих веществ и парниковых газов в атмосферный воздух (ТКП-17.13-01-2008 (02120)).
97. Правила расчета выбросов при производстве и переработке изделий из пластмасс (ТКП-17.08-06-2007 (02120)).
98. Правила расчета выбросов при пожарах (ТКП-17.08-08-2007 (02120)).
99. Правила расчета выбросов от объектов магистральных газопроводов (ТКП-17.08-09-2008(02120)).
100. Правила проведения контроля и обработки наблюдений за фазами развития сельскохозяйственных культур (ТКП-17.10-04-2007 (02120)).



## 2.3. Задача № 1. Распределение ресурсов

**Цель:** изучить методику решения задач по оптимизации распределения ресурсов.

### 2.3.1. Методика расчета

Большое число задач, возникающих на производстве и связанных с ресурсосбережением, относятся к классу задач линейного программирования, в том числе задача распределения ресурсов. При этом возможна лишь одна из двух взаимоисключаемых постановок: при заданных ресурсах необходимо *максимизировать* получаемый результат либо при заданном результате *минимизировать* объемы используемых ресурсов.

Методику расчета рассмотрим на примере. Пусть требуется определить план (рациональную программу) выпуска 4 видов продукции  $P_1, P_2, P_3$  и  $P_4$ , для изготовления которых необходимы ресурсы трех типов. В качестве ресурсов могут выступать трудовые, материальные, природные, финансовые и т.п.

Количество каждого типа  $i$ -го ресурса для изготовления каждого  $j$ -го вида продукции называется *нормой расхода* и обозначается  $a_{ij}$ . Количество каждого типа ресурса, которым располагает предприятие, обозначается  $b_i$ . Исходные данные значений  $a_{ij}$  и  $b_i$  с учетом программы выпуска продукции  $x_i$  и возможной прибыли от реализации продукции (в условных единицах – у.е.) приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Исходные данные

Тип ресурсов	Вид продукции				Располагаемый ресурс, $b_i$
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	
1	1,5	3,0	4,5	6,0	60
2	9,0	7,5	6,0	4,5	165
3	6,0	9,0	12,0	18,0	150
Граница выпуска: нижняя / верхняя	$\frac{1}{8}$	$\frac{0}{-}$	$\frac{2}{-}$	$\frac{3}{3}$	
Прибыль (у.е. за ед. продукции)	100	110	120	130	
Программа (кол-во ед. продукции)	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	

Таким образом, для того чтобы выпустить единицу продукции  $P_2$ , требуется 3,0 единицы первого типа ресурса, 7,5 – второго и 9,0 – третьего. Искомая рациональная программа в количестве единиц продукции (штуки) обозначается  $x_1, x_2, x_3, x_4$  соответственно. На основании исходных данных составляются уравнения для дальнейших расчетов.

Потребный ресурс первого типа по всем видам продукции:

$$1,5x_1 + 3,0x_2 + 4,5x_3 + 6,0x_4,$$

но он не может превышать располагаемый объем данного ресурса, имеющийся в наличии у предприятия:

$$1,5x_1 + 3,0x_2 + 4,5x_3 + 6,0x_4 \leq 60.$$

При составлении подобным образом уравнений для других типов ресурсов получается система с учётом ограничений по верхней и нижней границам выпуска:

$$\begin{cases} 1,5x_1 + 3,0x_2 + 4,5x_3 + 6,0x_4 \leq 60, \\ 9,0x_1 + 7,5x_2 + 6,0x_3 + 4,6x_4 \leq 165, \\ 6,0x_1 + 9,0x_2 + 12,0x_3 + 18,0x_4 \leq 150, \\ 1 \leq x_1 \leq 8, x_2 \geq 0, x_3 \geq 2, x_4 = 3. \end{cases} \quad (2.1)$$

В этой системе неравенств, которые устанавливают зависимости для ресурсов, выступают *ограничениями*, а предельно допустимые значения переменных (нижняя строка) – *граничными условиями*.

В ограничениях левые части неравенства представляют собой потребные ресурсы для производства продукции –  $a_{ij}$ , а правые – располагаемые предприятием –  $b_j$ .

Если в неравенства ввести дополнительные переменные:

$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$ , то система (6.1) записывается так:

$$\begin{cases} 1,5x_1 + 3,0x_2 + 4,5x_3 + 6,0x_4 + y_1 = 60, \\ 9,0x_1 + 7,5x_2 + 6,0x_3 + 4,6x_4 + y_2 = 165, \\ 6,0x_1 + 9,0x_2 + 12,0x_3 + 18,0x_4 + y_3 = 150. \end{cases} \quad (2.2)$$

В системе (2.2) дополнительные переменные ( $y_i$ ) представляют собой разность между располагаемым ресурсом и потребленным и, следовательно, равны неиспользованному ресурсу в процессе выполнения программы. Иными словами, дополнительные переменные – это *резервы* каждого типа ресурсов:

$$\begin{cases} y_1 = 60 - 1,5x_1 + 3,0x_2 + 4,5x_3 + 6,0x_4, \\ y_2 = 165 - 9,0x_1 + 7,5x_2 + 6,0x_3 + 4,6x_4, \\ y_3 = 150 - 6,0x_1 + 9,0x_2 + 12,0x_3 + 18,0x_4. \end{cases}$$

Система (2.1) содержит три уравнения и четыре неизвестных, поэтому она имеет бесчисленное множество решений, а поскольку в задаче определяется рациональная программа выпуска продукции, то все эти решения будут представлять собой различные варианты программы.

Из этого множества решений надо выбрать наилучшее, что сделать можно, но для этого необходимо сформулировать задачу оптимизации распределения ресурсов исходя из положения, что возможна лишь одна из двух взаимоисключаемых постановок:

– при заданных ресурсах *максимизировать* получаемый результат;

– либо при заданном результате *минимизировать* объемы используемых ресурсов.

При такой постановке можно предусмотреть для решения рассматриваемого примера: а) максимизацию прибыли или сумму выпуска единиц продукции при заданных ресурсах, б) минимизацию ресурсов при заданной прибыли или единиц выпускаемой продукции.

Для решения задачи таким образом в той или иной её постановке необходимы дополнительные данные.

Для первого случая (максимизация) необходимо знать прибыль, получаемую с единицы продукции (см. табл. 2.2), прибыль задана соответственно от вида продукции 100, 110, 120 и 130 у.е.). Исходя из этого, к системе уравнений (6.1) добавляется *целевая функция*

$$100x_1 + 110x_2 + 120x_3 + 130x_4 \rightarrow \max. \quad (2.3)$$

Для второй постановки необходимо знание желаемой или требуемой прибыли. Пусть она равна 1500 у.е. Поскольку  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$  представляют собой резервы ресурсов, то максимизация их суммы обеспечивает минимизацию используемых ресурсов:

$$y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \max, \quad (2.4)$$

Тогда с учетом максимизации резервов ограничение по прибыли рассчитывается по формуле (2.3):

$$100x_1 + 110x_2 + 120x_3 + 130x_4 \geq 1500.$$

Система (2.1) и целевая функция примера в компактном виде представляются следующим образом:

$$\begin{aligned} F = \sum c_j \cdot x_j \rightarrow \max \text{ при } j = 1, \dots, 4, \\ \sum a_{1j} \cdot x_j \leq b_1, \\ \sum a_{2j} \cdot x_j \leq b_2, \\ \sum a_{3j} \cdot x_j \leq b_3, \\ d_j \leq x_j \leq D_j. \end{aligned}$$

В общем случае, с числом переменных  $n$  и ограничений  $m$  математическая модель задачи распределения ресурсов

$$\begin{aligned} F = \sum c_j \cdot x_j \rightarrow \max \text{ при } j = 1, \dots, n, \\ \sum a_{ij} \cdot x_j \leq b_i \text{ при } i = 1, \dots, m, \\ d_j \leq x_j \leq D_j. \end{aligned} \quad (2.5)$$

где  $c_j$  – коэффициент в целевой функции (в данном случае прибыль в абсолютных величинах),  $a_{ij}$  – норма расхода  $i$ -го ресурса для выпуска единицы  $j$ -го продукта,  $b_i$  – располагаемые ресурсы всех типов,  $d_j$  и  $D_j$  – минимально и максимально допустимые значения  $x_j$ , т.е. выпуск единиц продукции не менее, но и не более того, что показано в ограничении,  $x_j$  – количество единиц продукции  $j$ -го вида (шт., кг, м<sup>2</sup>, руб. и т.д.).

Задачи линейного программирования могут решаться аналитическими и графическими методами. Аналитические методы, которые представляют собой последовательность вычислений по некоторым правилам (алгоритму), являются основой для решения задачи на ЭВМ. Единственный недостаток этих методов – их малая наглядность (все расчеты происходят в ЭВМ).

Графические методы наглядны, но они пригодны для решения задач только на плоскости (или в трех координатах, что усложняет само решение и снижает наглядность), т.е. когда мерность пространства  $n = 2$ .

### 2.3.2. Пример расчета

Рассмотрим пример, решение задачи распределения ресурсов по исходным данным графическим методом (табл. 2.3).

Таблица 2.3. Исходные данные

Тип ресурсов	Вид продукции		Располагаемый ресурс
	$P_1$	$P_2$	
1	38	55	450
2	9	20	140
3	16,5	13,5	180
Нижняя граница выпуска	0	1	–
Верхняя граница выпуска	–*	3,4	–
Прибыль, д.е.	7	16	–
Программа выпуска	$x_1$	$x_2$	–

*Примечание.* \*Верхняя граница не ограничивается.

Составляется математическая модель – система неравенств, подобная системе (2.1):

$$\begin{cases} 38x_1 + 55x_2 \leq 450 \\ 9x_1 + 20x_2 \leq 140 \\ 16,5x_1 + 13,5x_2 \leq 180 \\ x_1 \geq 0 \\ 1 \leq x_2 \leq 3,4 \end{cases} \quad (2.6)$$

Определим, какую область допустимых решений (ОДР) задает система неравенств (2.6). В задаче линейного программирования все числа положительные ( $x_1 \geq 1$ ,  $x_2 \geq 0$ ), поэтому ОДР ограничивается и осями координат. Каждое из неравенств задает некоторую полуплоскость.

1. Рассмотрим первое неравенство:  $38x_1 + 55x_2 \leq 450$ .

Для начала построим прямую  $l_1$ :  $38x_1 + 55x_2 = 450$ .

Находим две любые точки, принадлежащие прямой (см. рис. 2.1):

Пусть  $x_1 = 0$ , тогда  $x_2 = \frac{450}{55} = 8,18$  – получили точку  $(0; 8,18)$ .

Пусть  $x_2 = 0$ , тогда  $x_1 = 11,842$  – получили точку  $(11,842; 0)$ .

Через две точки –  $(0; 8,18)$  и  $(11,842; 0)$  можем провести прямую. Тогда неравенство  $38x_1 + 55x_2 \leq 450$  задает полуплоскость. Чтобы узнать, какую полуплоскость – верхнюю или нижнюю по отношению к прямой – задает неравенство, подставим в неравенство значение какой-нибудь точки. Например  $(0; 0)$ :  $38 \cdot 0 + 55 \cdot 0 \leq 450$ , получили:  $0 \leq 450$  – верно, т.е. берем ту полуплоскость, которая содержит  $(0; 0)$ , т.е. нижнюю.

2. Аналогичным образом находим полуплоскость, задающуюся неравенством  $9x_1 + 20x_2 \leq 140$  (см. рис. 2.2):

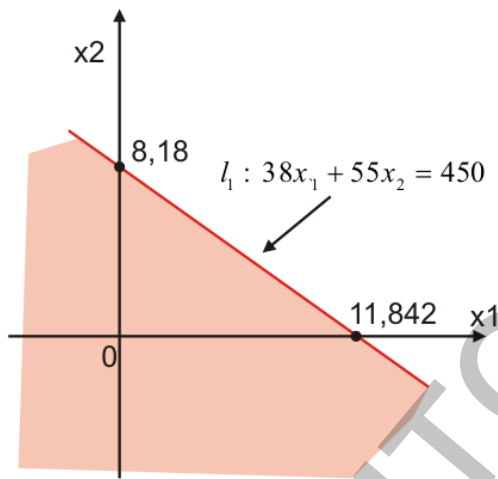


Рис. 2.1.  $38x_1 + 55x_2 \leq 450$ .

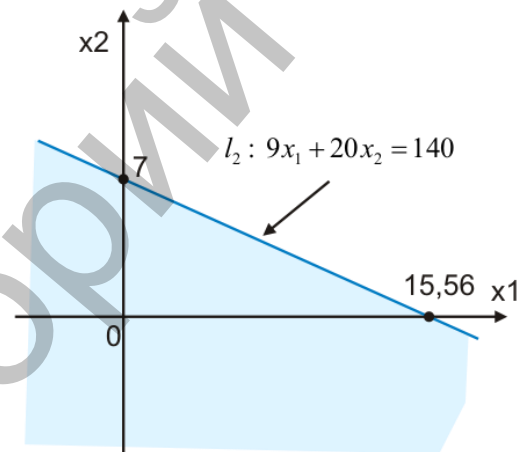


Рис. 2.2.  $9x_1 + 20x_2 \leq 140$ .

Рассматриваем прямую  $l_2$ :  $9x_1 + 20x_2 = 140$ .

Находим точки:  $x_1 = 0$ , тогда  $x_2 = \frac{140}{20} = 7$  – получили точку  $(0; 7)$ .

$x_2 = 0$ , тогда  $x_1 = \frac{140}{9} = 15,56$  – получили точку  $(15,56; 0)$

Через две точки:  $(0; 7)$  и  $(15,56; 0)$  можем провести прямую.

Берем пробную точку: например  $(0; 0)$ :  $9 \cdot 0 + 20 \cdot 0 \leq 140$ , получили:  $0 \leq 140$  – верно, т.е. берем ту полуплоскость, которая содержит  $(0; 0)$  – т.е. нижнюю.

3. Находим полуплоскость, задающуюся неравенством  $16,5x_1 + 13,5x_2 \leq 180$  (см. рис. 2.3).

Рассматриваем прямую  $l_3$ :  $16,5x_1 + 13,5x_2 \leq 180$ .

Находим точки:  $x_1 = 0$ , тогда  $x_2 = \frac{180}{13,5} = 13,33$  – получили точку  $(0; 13,33)$ .

$x_2 = 0$ , тогда  $x_1 = \frac{180}{16,5} = 10,91$  – получили точку  $(10,91; 0)$ .

Через две точки:  $(0; 13,33)$  и  $(10,91; 0)$  можем провести прямую.

Берем пробную точку  $(0; 0)$ :  $16,5 \cdot 0 + 13,5 \cdot 0 \leq 180$ , получили:  $0 \leq 180$  – верно, т.е. берем ту полуплоскость, которая содержит  $(0; 0)$  – т.е. нижнюю.

4. Условия  $\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ 1 \leq x_2 \leq 3,4 \end{cases}$  означают, что мы будем рассматривать только

значения  $x_1 \geq 0$  и значения  $x_2$ , принадлежащие полосе от 1 до 3,4, т.е. значения, принадлежащие определенной области (см. рис. 2.4).

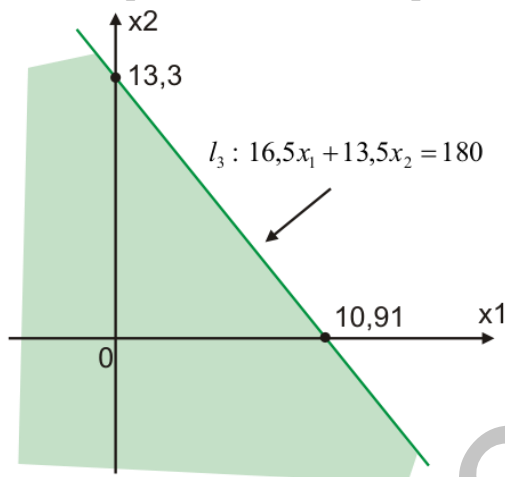


Рис. 2.3.  $16,5x_1 + 13,5x_2 \leq 180$ .

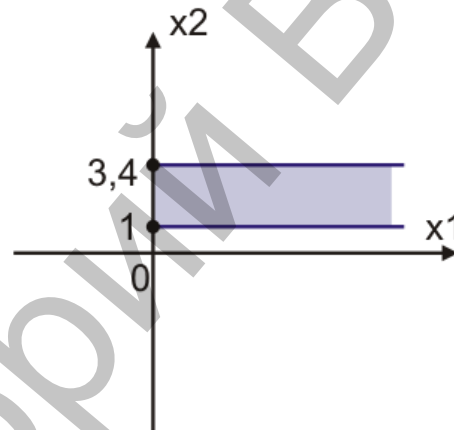


Рис. 2.4. Граничные условия.

Тогда система неравенств (2.6) будет задавать ОДР, которая получится в пересечении трех полученных полуплоскостей и расположенная в данной полосе (см. рис. 2.5). Мы получили многоугольник  $ABCDE$  – так называемый многоугольник решений.

Решением системы неравенств (2.6) будут координаты всех точек, принадлежащих ОДР, т.е. многоугольнику  $ABCDE$  (см. рис. 2.5). Но поскольку в образовавшейся ОДР бесчисленное множество точек решения, то и задача имеет такое же множество допустимых решений и, как следствие, не все они будут оптимальными.

Могут быть предложены следующие подходы для нахождения оптимальных решений:

$$\begin{aligned} F_1 &= x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ F_2 &= 7x_1 + 16x_2 \rightarrow \max \end{aligned} \quad (2.7)$$

- *максимизировать* суммарный выпуск продукции, при этом целевая функция  $F_1 = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ .
- *максимизировать* прибыль, при этом целевая функция  $F_2 = 7x_1 + 16x_2 \rightarrow \max$ .

Для  $F_1 = x_1 + x_2$  (см. рис. 2.6) построим из начала координат линию нулевого уровня  $F = 0$ , т.е. прямую  $x_1 + x_2 = 0$ :

$x_1 = 0$ , тогда  $x_2 = 0$  – получили точку  $(0 ; 0)$

$x_1 = 5$ , тогда  $x_2 = -5$  – получили точку  $(5 ; -5)$ .

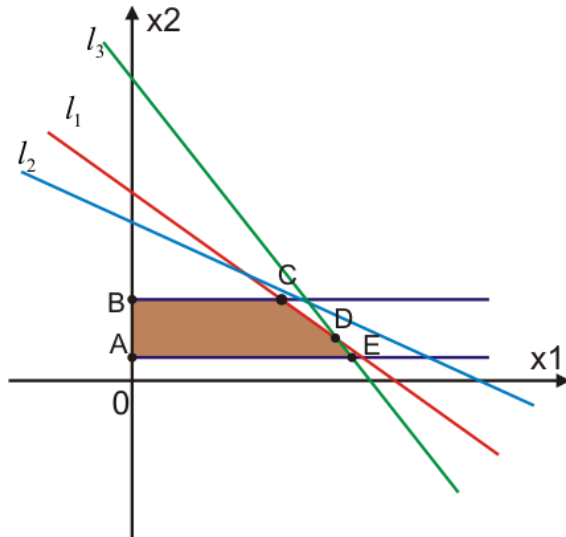


Рис. 2.5. График определения области допустимых решений (ОДР).

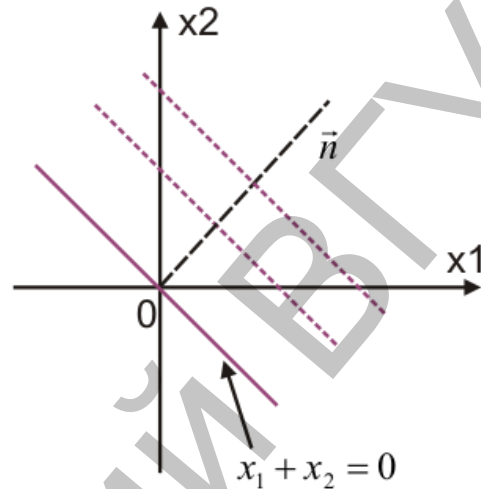


Рис. 2.6.  $F_1 = x_1 + x_2$ .

Проводим прямую через две точки. Также проведем из начала координат перпендикуляр к прямой  $x_1 + x_2 = 0$ , т.е. вектор  $\vec{n} = (1,1)$  (или другими словами, прямую  $x_1 - x_2 = 0$ ).

Отметим, что функция  $F_1 = x_1 + x_2$  задает семейство параллельных прямых, мы нашли одну прямую –  $x_1 + x_2 = 0$  – остальные параллельны ей. И если мы будем двигаться в направлении перпендикуляра  $\vec{n}$ , то значение  $F_1 = x_1 + x_2$  будет возрастать. Будем передвигать прямую  $x_1 + x_2 = 0$  в направлении вектора  $\vec{n}$  параллельно самой себе (см. рис. 2.7). Нам необходимо найти точку, принадлежащую многоугольнику, такую, что значение  $F_1 = x_1 + x_2$  будет в ней максимальным.

В последней пересекаемой вершине – в нашем случае вершине D, получаем наибольшее значение  $F_1$ .

Точка D – точка пересечения прямых  $l_1$  и  $l_3$ . Найдем ее координаты, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} l_1 : 38x_1 + 55x_2 = 450 \\ l_3 : 16,5x_1 + 13,5x_2 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 1,447x_2 = 11,84 \\ x_1 + 0,818x_2 = 10,91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 9,696 \\ x_2 = 1,483 \end{cases} \quad (2.8)$$

Значения  $F_1$  в точке D(9,696; 1,483):  $F_{1 \text{ макс}} = F_D = 9,696 + 1,483 = 11,179$ .

Для определения максимальной прибыли рассмотрим  $F_2 = 7x_1 + 16x_2$  (рис. 2.8). Построим из начала координат линию нулевого уровня  $F = 0$ , т.е. прямую  $7x_1 + 16x_2 = 0$ :

$x_1 = 0$ , тогда  $x_2 = 0$  – получили точку  $(0 ; 0)$ .

$x_1 = 16$ , тогда  $x_2 = -7$  – получили точку  $(16 ; -7)$ . Проводим прямую через две точки.

Также проведем из начала координат перпендикуляр к прямой  $7x_1 + 16x_2 = 0$ , т.е. вектор  $\vec{n} = (7, 16)$  (или прямую  $7x_1 - 16x_2 = 0$ ).

Будем передвигать прямую  $7x_1 + 16x_2 = 0$  в направлении вектора  $\vec{n}$  параллельно самой себе. Нам необходимо найти точку, принадлежащую многоугольнику, такую, что значение  $F_2 = 7x_1 + 16x_2$  будет в ней максимальным. В последней пересекаемой вершине – в нашем случае, вершине С, получаем наибольшее значение  $F_2$  (см. рис. 2.9). Точка С – точка пересечения прямой  $l_1$  и прямой  $x_2 = 3,4$ . Найдем ее координаты, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} 38x_1 + 55x_2 = 450 \\ x_2 = 3,4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 6,921 \\ x_2 = 3,4 \end{cases} .$$

Значения  $F_2$  в точке  $C(6,921; 3,4)$ :

$$F_{2 \text{ макс}} = F_C = 7 \cdot 6,921 + 16 \cdot 3,4 = 102,847 .$$

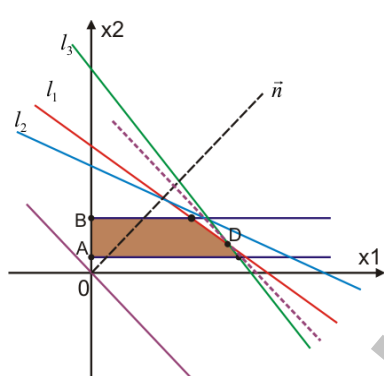


Рис. 2.7. Максимальный выпуск продукции (точка D).

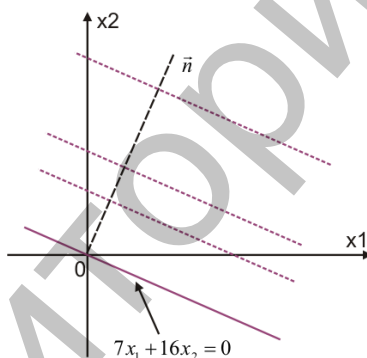


Рис. 2.8.  $F_2 = 7x_1 + 16x_2$ .

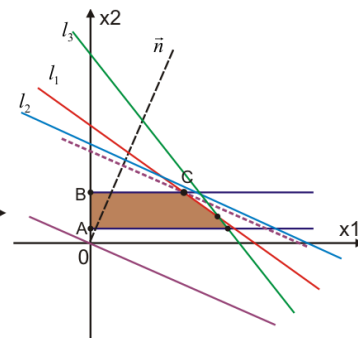


Рис. 2.9. Максимальная прибыль (точка С).

Если необходимо *минимизировать* использование ресурсов, то целевая функция  $F_3 = (38 + 9 + 16,5)x_1 + (55 + 20 + 13,5)x_2 \rightarrow \min$ .

В этом случае линия стремится к минимуму и передвигается в направлении уменьшения  $F_3$ .

**Заключение.** Решение задачи распределения ресурсов после всех построений на графике выполняется в следующем порядке.

1. Найти вершины ОДР как точки пересечения ограничений (линий между собой и осями).
2. Последовательно определить значения целевых функций в вершинах ОДР.



3. Вершина, в которой целевая функция приобретает оптимальное (максимальное или минимальное) значение, является оптимальной вершиной.
4. Координаты оптимальной вершины являются оптимальными значениями искомых переменных.

Данные расчетов рассматриваемого примера сведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4. Решение задачи распределения ресурсов (единицы продукции – нецелые числа)

Вершины ОДР	$x_1$	$x_2$	$F_1 =$ $x_1 + x_2$	Прибыль $F_2$	Использованные ресурсы	
					единицы	%
<i>A</i>	0	1	1	16	88,5	11,49
<i>B</i>	0	3,4	3,4	54,4	300,9	39,07
<i>C</i>	6,92	3,4	10,32	102,84	740,38	96,15
<i>D</i>	9,69	1,48	11,17	91,59	746,92	97,00
<i>E</i>	10,09	1	11,09	86,63	729,27	94,71
				<i>max</i>	746,92	97,00
				<i>min</i>		11,49

**Вывод.**

- максимальная прибыль: 102,84* – в точке *C* при плане (6,92;3,4)
- максимум выпуска продукции: 11,17* – в точке *D* при плане (9,69;1,48)
- минимальный расход ресурсов: 11,49%* – в точке *A* при плане (0;1)
- максимальный расход ресурсов: 97,00%* – в точке *D* при плане (9,69;1,48)

Из таблицы 2.4 видно, что максимум выпуска продукции возможен в вершине *D* (11,17), а использование ресурсов 97% (3% – резерв) от общего их объема (746,92). Однако максимум прибыли можно ожидать в вершине *C* – 102,84 у.е., при этом в резерве остаются  $(100 - 96,15 = 3,85\%$  ресурсов, что также следует учитывать при выборе оптимальной программы выпуска и считать в каждом конкретном случае, что выгоднее. Минимальные ресурсы потребляются при выполнении граничной программы – вершина *A* ( $x_1 = 0, x_2 = 1$ ).

**2.3.3. Порядок оформления задачи:**

- название задачи;
- исходные данные (представляются в виде табл. 2.3);
- ход решения:
  - а) составляются неравенства (аналог (2.6) и (2.7));
  - б) строится график (аналог рис. 2.5);
  - в) представляются целевые функции  $F_1$  и  $F_2$  ;
- результаты расчетов сводятся в таблицу (аналог табл. 2.4);
- вывод.

Таблица 2.5. Варианты заданий

№ п/п	Тип ресурсов	Вид продукции		Располагаемый ресурс, $b_i$	Граница (min/max) $P_1$ $P_2$	Прибыль $P_1$ $P_2$
		$P_1$	$P_2$			
1	2	3	4	5	6	7
<b>01</b>	1	12,0	13,0	90		
	2	1,2	3,0	18	1 / -	6,0
	3	6,0	2,5	30	0 / -	4,6
<b>02</b>	1	2,0	6,0	37		
	2	8,0	4,0	40	0 / 0,7	23,5
	3	30,0	26,0	180	0 / 2,3	14,0
<b>03</b>	1	38,0	55,0	450	0 / -	
	2	9,0	20,0	140	0,5 / 4	7,0
	3	16,5	13,5	180		16,0
<b>04</b>	1	39,0	12,0	240	1 / -	
	2	27,0	26,0	210	0 / -	5,5
	3	6,0	20,0	120		6,5
<b>05</b>	1	30,0	50,0	375	1,3 / -	
	2	21,0	15,0	120	0 / -	16,2
	3	2,0	0,5	10		8,8
<b>06</b>	1	15,0	5,0	50	0 / -	
	2	2,0	4,5	17	0,8 / -	11,2
	3	32,0	35,0	160		4,9
<b>07</b>	1	3,5	3,0	18,5	0 / -	
	2	8,0	20,0	90	0 / -	4,2
	3	24,0	10,0	100		3,8
<b>08</b>	1	4,0	21,4	94	0,7 / 3,4	
	2	5,5	9,6	48	0 / -	6,6
	3	3,6	2,2	24		4,3
<b>09</b>	1	12,5	25,0	137	0 / -	
	2	3,5	4,7	35	0 / 4	9,3
	3	3,0	9,0	45		4,6
<b>10</b>	1	12,0	27,6	180	0,9 / 3,2	
	2	7,5	10,0	75	0 / -	0,7
	3	22,0	10,0	160		0,2
<b>11</b>	1	12,0	5,0	80	1 / -	
	2	5,7	7,3	51	1,3 / -	9,2
	3	6,0	20,0	100		3,8
<b>12</b>	1	27,0	18,0	54	0 / -	
	2	3,0	5,0	10	0,2 / -	7,0
	3	9,0	1,0	15		21,0
<b>13</b>	1	64,0	70,0	620	0,4 / 5,2	
	2	188,0	90,0	1600	0 / -	4,6
	3	23,0	42,0	295		2,8
<b>14</b>	1	10,4	24,0	140	1 / -	
	2	2,5	2,8	19,5	1,3 / -	6,0
	3	2,55	0,72	16,0		0,9
<b>15</b>	1	4,1	3,9	44	1,7 / 3,0	
	2	0,9	0,4	8	0 / -	8,3
	3	2,0	6,1	44		13,2

1	2	3	4	5	6	7
<b>16</b>	1	1	4	23	0 / -	
	2	4	2,5	30	0 / 5,5	7,0
	3	0,5	0,65	5		12,0
<b>17</b>	1	2	2,5	20		
	2	7	4	54	1 / 7	4,5
	3	1	2,5	17	0 / -	7,3
<b>18</b>	1	2,6	4	40	0 / 7	
	2	4	2	30	0 / -	0,4
	3	0,7	0,55	6		3,0
<b>19</b>	1	2,2	3,5	35	1 / 6,5	
	2	6	2,5	46	1 / -	6,0
	3	12	10	120		9,0
<b>20</b>	1	2,8	7	49	0 / 6	
	2	3,5	2	25	0 / -	3,7
	3	2,5	2	20		1,2
<b>21</b>	1	0,4	1,5	12	0 / -	
	2	2,2	1	15	1,5 / 2,1	11,3
	3	3	2,7	27		4,9
<b>22</b>	1	2,5	6	29	2 / -	
	2	3,5	1,8	25	0 / 3,5	9,2
	3	3	3	23		6,6
<b>23</b>	1	2	1	10	0,7 / 4,5	
	2	5	4	30	0 / -	1,5
	3	1	3	18		4,8
<b>24</b>	1	4	1	20	0,8 / -	
	2	2	3	22	1,5 / 6	12,5
	3	11	6	66		8,3
<b>25</b>	1	3	1	15	0 / 4,5	
	2	2	3,5	26	0,5 / 7	10
	3	1,6	1	10		3,9
<b>26</b>	1	2	4,5	17	0 / -	
	2	2,5	0,9	8,5	0,4 / 3,5	1,2
	3	4	4,2	19		2,9
<b>27</b>	1	3	2	9	0 / -	
	2	4	1	8	0 / -	5,3
	3	2	3	12		3,7
<b>28</b>	1	1	3,5	16	0,5 / 8	
	2	2,5	5	27	0,5 / 4	7,6
	3	3,5	4,5	33		5,1
<b>29</b>	1	4	5	40	0,75 / 8	
	2	1	2	15	0 / -	3,3
	3	5	4,5	45		9,5
<b>30</b>	1	2	3	8	1 / -	
	2	1	3	6	0 / -	4,8
	3	3	2	10		11,8
<b>31</b>	1	5	3	35	0 / 2,7	
	2	1	1,5	10	0 / 4,5	4
	3	2,5	10	50		8,8

1	2	3	4	5	6	7
<b>32</b>	1	3	3	16	0 / -	
	2	1,5	3	15	0 / -	5,2
	3	4,5	2	20		1,4
<b>33</b>	1	2	1	12	0,4 / 5	
	2	1	2	14	0 / -	10,4
	3	8	8	64		5,2
<b>34</b>	1	1,8	2,5	20	0,5 / 9	
	2	2	8	45	0 / 5	4
	3	1	1	10		6
<b>35</b>	1	3	7,5	52	1 / 6	
	2	3	4	31	0 / -	2,2
	3	4	2	27		0,5
<b>36</b>	1	0,5	0,7	7	0 / 8	
	2	0,6	0,5	6	0,6 / 9	0,75
	3	4	2	35		3,2
<b>37</b>	1	1	0,4	6	0,5 / -	
	2	4,3	4	3,0	0 / 5	6,6
	3	2	3	18		9,2
<b>38</b>	1	12	4	48	0 / -	
	2	5	5	25	0 / -	7,7
	3	2	6	24		4
<b>39</b>	1	2,5	1,5	19	0,5 / -	
	2	3	4,2	24	0 / -	2,5
	3	0,5	2	10		12,4
<b>40</b>	1	0,4	0,8	4	0 / -	
	2	0,6	0,4	3,7	0 / 4,5	7,2
	3	2,6	3	18		6,4
<b>41</b>	1	1	3	10	0,4 / -	
	2	9	4	35	0,6 / -	11,0
	3	3,5	3,2	16		3,9
<b>42</b>	1	2	10,7	47		
	2	10,4	19,2	96	0 / 3,3	7,5
	3	10,8	6,6	72	0 / -	3,5
<b>43</b>	1	54	53	420	0,9 / 3,2	
	2	3	10	60	0 / -	25,0
	3	13	4	80		12,0
<b>44</b>	1	6	14	90	0 / -	
	2	15	20	150	0,4 / 2,7	8,75
	3	11	5	80		4,6
<b>45</b>	1	55	38	225	0,3 / -	
	2	20	9	70	1 / -	10,0
	3	13,5	16,5	90		7,3
<b>46</b>	1	24	10	160	0 / -	
	2	2,9	3,7	25	3 / -	9,0
	3	3	10	50		16,4
<b>47</b>	1	3	3,2	22,5	0 / -	
	2	1,0	10	60	1 / -	2,8
	3	9	3,8	45		4,5

1	2	3	4	5	6	7
48	1	9	6	18	1 / -	
	2	6	10	20	0,3 / -	7,2
	3	90	10	150		6,4
49	1	2,3	4,2	29,5	1 / -	
	2	32	35	310	2 / 7	3,0
	3	18,85	9	160		7,2
50	1	3,0	9	55,5	0 / -	
	2	15	13,5	90	0 / -	11,4
	3	8	4	40		17,9
51	1	4,0	1,0	20		
	2	6,0	10,0	75	1,4 / -	0,9
	3	7,0	5,0	40	1 / -	2,8
52	1	5,2	12,0	70		
	2	5,0	5,6	39	0 / -	6,3
	3	25,5	7,2	160	1,8 / -	4,8
53	1	6,5	2,0	40	2 / -	
	2	4,5	15,0	90	2 / -	7,4
	3	3,0	3,0	23		20,0
54	1	8,5	7,7	85	3,1 / -	
	2	1,8	0,8	16	0 / 5,8	9,6
	3	6,0	18,5	130		5,4
55	1	12,8	18,0	150	1 / -	
	2	8,2	6,75	90	0 / -	1,7
	3	9,6	20,0	140		2,5
56	1	10,0	12,5	98	2 / -	
	2	13,5	8,0	110	1,5 / 6,4	8,8
	3	2,0	5,0	35		7,2
57	1	1,2	3,0	18	1,1 / -	
	2	9,0	3,75	45	0 / -	43
	3	6,0	6,5	45		24
58	1	2,0	8,0	46	2 / 6,6	
	2	1,8	2,6	20	0 / -	17,8
	3	1,0	1,3	10		5,9
59	1	10,4	16,0	144	2,4 / -	
	2	4,0	2,0	30	0,7 / -	16,3
	3	1,4	1,1	11		9,9
60	1	10,0	8,7	60	0 / -	
	2	4,0	2,0	20	1 / -	7,1
	3	1,5	4,5	27,7		9,0
61	1	3,0	2,1	17	0,4 / -	
	2	3,0	0,75	15	0 / -	0,4
	3	10,0	17,0	125		6,2
62	1	2,0	2,5	20	1 / 4,1	
	2	3,4	2,0	27	0 / -	0,9
	3	3,0	7,5	50		1,7
63	1	4,5	3,0	9	0 / -	
	2	9,0	15,0	30	0 / -	1,8
	3	18,0	2,0	30		0,7
64	1	0,5	1,0	7,5	2,2 / 7,7	
	2	8,0	5,2	72	0 / 6,3	10,9
	3	5,5	7,0	60		8,6
65	1	18,0	40,0	280	1,2 / -	
	2	3,3	2,7	36	0 / -	9,4
	3	4,2	6,1	50		6,0

1	2	3	4	5	6	7
<b>66</b>	1	9,0	4,0	35	0 / -	
	2	1,0	3,0	10	0 / -	2,8
	3	7,0	6,5	32		7,3
<b>67</b>	1	6,0	2,5	15		
	2	1,2	3,0	9	0,4 / -	12,0
	3	12,0	3,0	45	1 / -	6,4
<b>68</b>	1	30,0	10,0	100	0,9 / -	
	2	8,0	18,0	70	0,5 / -	4,4
	3	16,0	16,5	80		2,9
<b>69</b>	1	8,0	43,0	188	1 / 3,1	
	2	2,6	4,8	24	0 / -	18,0
	3	7,2	4,4	48		5,6
<b>70</b>	1	26,0	30,0	360	0 / -	
	2	4,0	8,0	80	0 / -	4,0
	3	6,0	2,0	74		8,8
<b>71</b>	1	2,0	8,0	40	1,4 / -	
	2	10,0	6,0	75	1 / -	5,6
	3	2,5	3,5	20		10,3
<b>72</b>	1	2,0	2,0	20	2 / 6	
	2	8,50	24,5	260	0 / -	1,8
	3	3,6	1,6	32		8,9
<b>73</b>	1	6,5	2,0	40	0 / -	
	2	6,0	6,0	46	1,5 / -	12,0
	3	4,5	15,0	90		2,5
<b>74</b>	1	4,0	6,5	53	0 / 2,7	
	2	1,2	1,0	9,7	1,2 / -	4,0
	3	1,25	0,5	9		13,7
<b>75</b>	1	16,5	13,5	90	1 / -	
	2	4,5	10,0	35	2 / -	6,2
	3	3,8	5,5	22,5		10,0
<b>76</b>	1	7,5	10,0	75	0 / 6,6	
	2	3,0	9,2	60	0 / -	4,0
	3	2,2	1,0	16		2,8
<b>77</b>	1	10,0	1,0	30		
	2	3,2	3,0	11,2	0 / -	0,8
	3	3,8	9,0	22,5	0 / -	1,2
<b>78</b>	1	1,05	2,4	14	0,5 / -	
	2	17,5	19,6	136	0 / 1,5	7,0
	3	7,7	2,2	48		1,25
<b>79</b>	1	9,0	22,0	155	0 / -	
	2	3,5	2,0	25	0 / -	2,0
	3	10,0	8,0	75		7,4
<b>80</b>	1	9,0	3,0	55,5	1 / -	
	2	4,0	8,0	40	0 / -	5,5
	3	6,75	7,5	45		9,4
<b>81</b>	1	1,0	1,3	10	2 / -	
	2	3,0	12,0	70	0 / -	14,0
	3	1,8	2,6	20		6,0
<b>82</b>	1	3,3	8,0	40	2 / -	
	2	11,5	15,0	100	1 / -	1,4
	3	1,5	5,0	25		3,3
<b>83</b>	1	1,3	2,0	18	0,4 / -	
	2	2,0	1,0	15	2 / 6,1-	11,0
	3	2,1	1,7	18		3,5

1	2	3	4	5	6	7
<b>84</b>	1	6,6	10,8	72	1 / -	
	2	16,0	3,0	71	1 / -	9,6
	3	19,2	10,4	96		7,2
<b>85</b>	1	3,5	3,6	52		
	2	4,0	12,5	126	1 / 6,5	5,0
	3	3,6	1,6	32	2,3 / -	3,1
<b>86</b>	1	16,5	16,0	80	1 / -	
	2	7,5	22,5	75	0 / -	2,9
	3	36,0	16,0	140		3,7
<b>87</b>	1	6,0	15,0	110		
	2	7,0	4,0	50	1,5 / 5,1	4,0
	3	5,0	4,2	35	1 / -	2,0
<b>88</b>	1	4,0	5,0	39	1 / -	
	2	17,0	10,0	134	3 / -	2,9
	3	3,0	7,5	50		4,8
<b>89</b>	1	3,0	4,5	9	0 / -	
	2	0,5	4,5	7,5	0 / -	8,7
	3	30,0	18,0	60		14,2
<b>90</b>	1	10,8	11,8	110		
	2	94,0	45,0	800	0 / 6	17,1
	3	46,0	85,0	600	0 / -	9,3
<b>91</b>	1	8,5	5,0	64	0 / -	
	2	2,1	3,0	17	0,7 / -	8,7
	3	0,75	3,0	15		4,2
<b>92</b>	1	16,0	4,0	92	1,1 / 4,3	
	2	8,0	6,0	67	0 / -	1,5
	3	2,0	1,5	15		6,3
<b>93</b>	1	4,0	13,0	80	1 / -	
	2	10,0	3,0	60	1 / -	11,0
	3	105,0	110,0	850		4,4
<b>94</b>	1	5,0	45,0	75	0 / -	
	2	6,0	9,0	18	0 / -	1,8
	3	10,0	6,0	20		3,0
<b>95</b>	1	9,6	20,0	140	1,5 / -	
	2	8,2	6,75	90	0 / -	7,5
	3	6,4	9,0	75		15,0
<b>96</b>	1	12,0	5,2	70	1 / -	
	2	7,2	25,5	160	1,3 / -	3,7
	3	5,6	5,0	39		9,2
<b>97</b>	1	2,4	6,0	36	1,2 / -	
	2	6,0	6,5	45	0 / -	15,3
	3	3,0	1,25	15		6,9
<b>98</b>	1	2,2	7,7	48	0,7 / -	
	2	4,8	2,1	28	0 / 2,2	0,7
	3	39,6	37,5	270		1,4
<b>99</b>	1	4,5	11,0	80	1,6 / -	
	2	1,7	1,0	12	1,4 / -	7,5
	3	2,5	2,0	18		4,5
<b>100</b>	1	8,7	10,0	60	1 / -	
	2	13,5	4,5	83	0 / -	2,0
	3	2,0	4,0	20		6,0

\*Примечание:

« - » в графе «Граница» показывает, что верхняя граница не ограничена.

## 2.4. Задача № 2. Оптимизация способов «согласия»

**Цель:** изучить методику решения задач «согласия», направленных на выяснение взаимоотношений общества, природопользования и экономики.

### 2.4.1. Общие сведения

Интересы отдельных предприятий, использующих природные ресурсы, никогда не совпадают или имеют различия, так как их развитие подчинено своим конкретным целям. Такое положение дел носит *конфликтный* характер. Любое *коллективное* решение в конфликтной ситуации всегда является *компромиссом*, когда каждый субъект должен чем-то поступиться ради чего-то. В антагонистических ситуациях компромисс, по-видимому, невозможен, поскольку всякое решение, выгодное одной из сторон, может быть заведомо невыгодно другой стороне. Так что выбор компромисса совсем непростое дело. Для того чтобы быть принятым всеми субъектами-природопользователями, коллективное решение должно обладать некоторыми, по крайней мере, двумя специфическими свойствами:

1. Должно быть выгодным всем участникам конфликта, иначе им незачем вступать в кооперацию. Мало того, если кто-то из них будет нарушать договорные обязательства, то он и должен страдать в первую очередь. Только в таком случае возможна определённая гарантия выполнения каждым своих обязательств. Такой компромисс принято называть *устойчивым*.

2. Компромисс должен быть *эффективным*. Под эффективным компромиссом понимается такой, который для всех участников конфликта нельзя улучшить сразу, а только со временем.

Устойчивый и эффективный компромисс накладывает на участников соглашения определённые обязательства, заставляет их действовать вполне определённым образом. Совокупность таких кооперативных соглашений называется *согласием* в природопользовании.

### 2.4.2. Методика расчета

Методика расчета приводится на частном примере. Предполагается, что два независимых предприятия *A* и *B* связаны с потреблением одного природного ресурса – воды. Каждое предприятие имеет главную цель – предельно увеличить собственную прибыль. Но для производства им нужна чистая вода – одному больше, другому меньше, и, так или иначе, каждому из них приходится выделять часть средств из собственного бюджета на очистку общего водоема или создание очистных сооружений. Считается, что качество воды зависит не только от одного субъекта, но и от его партнера, так как они используют одну и ту же воду.



Возникает задача – создать такую систему (модель) отчислений на очистку воды, которая была бы этим предприятиям выгодна и даже оптимальна, чтобы никому из них было невыгодно отклоняться от принятых договорных отношений. При этом считается, что чем больше партнеры выделяют денег (или других ресурсов) на очистку воды, тем она будет чище (*условие монотонности*).

Каждое предприятие обладает некоторым ресурсом. Пусть это будут деньги. Обозначим количество денег через  $K_A$  и  $K_B$ , соответственно, по предприятиям **A** и **B**, через  $Y_A$  и  $Y_B$  – те доли (части) ресурсов, которые руководители предприятий **A** и **B** предполагают вложить в развитие своих предприятий, а через  $X_A$  и  $X_B$  – доли ресурсов, которые собираются использовать для очистки воды (предполагается, что других затрат у предприятий нет). Тогда очевидны следующие балансы:

$$Y_A + X_A = K_A, \quad Y_B + X_B = K_B \quad \text{или} \quad X_A = K_A - Y_A, \quad X_B = K_B - Y_B.$$

Выделяя деньги на развитие или реконструкцию своего предприятия, руководство должно знать (прогнозировать) эффект, который оно получит в результате такой деятельности; предполагается, что этот эффект будет монотонно зависеть от величины инвестиций, т.е. от  $Y_A$  или  $Y_B$ . Эффекты обозначаются как  $P_A$  и  $P_B$  (прибыль), кроме того, считается, что качество воды  $F$  будет зависеть также монотонно от количества средств, вложенных обоими партнерами в очистку воды. Формально это записывается так:

$$F = F(X_A, X_B) = F(K_A - Y_A, K_B - Y_B); \quad F = f(X_A, X_B).$$

Эта функция будет монотонно возрастающей по каждой из переменных  $X_A$  и  $X_B$ , соответственно, монотонно убывающей по  $Y_A$  и  $Y_B$ .

Поскольку интересы предприятий заключаются в предельном увеличении прибыли, то:

$$P_A(Y_A) \rightarrow \max \text{ при } F(K_A - Y_A, K_B - Y_B) \rightarrow \max,$$

$$P_B(Y_B) \rightarrow \max \text{ при } F(K_A - Y_A, K_B - Y_B) \rightarrow \max.$$

Это означает, что каждое предприятие стремится максимизировать и свою прибыль, и чистоту воды  $F$ . Они не могут этого делать независимо друг от друга, поскольку качество воды зависит от их совместных действий.

Тем не менее, для математического описания действия предприятий необходимо считать их независимыми друг от друга. Тогда на определенном этапе построения эколого-экономической модели согласия предполагается, что предприятию **A** известны действия партнера – ему известна (зафиксирована) величина  $K_B - Y_B$ , то количество денег, которое предприятие **B** предполагает вложить в очистку воды. Только теперь предприятие **A** становится независимым от партнера и вольно решать, каким образом разделить свои ресурсы  $K_A$  на увеличение прибыли и очистку воды. Но каким образом?

Оказывается, некоторые моменты построения эколого-экономической модели и ее решения не могут осуществляться чисто средствами математики, а требуют дополнительных экологических или экономических, а иногда и социальных гипотез.

В задаче согласия идея такой дополнительной гипотезы заключается в умении руководителей предприятия *соизмерять* свои интересы для достижения поставленных целей путем создания общей шкалы оценки результатов. Для этого вводится коэффициент  $\lambda_A$ , соизмеряющий критерии  $P_A$  и  $F$ , которые теперь можно представить как  $(\lambda_A P_A)$  и  $F$ , полагая, что и  $(\lambda_A P_A)$  и  $F$  по величине имеют один порядок. Чем меньше  $\lambda_A$ , тем больше руководство субъекта  $A$  придает значение своему внутреннему критерию  $P_A$  и, тем самым, меньше выделяет денег на очистку воды. Соизмеримость критериев  $\lambda_A P_A$  и  $F$  позволяет заметить их одним:

$$M_A = \min \{ \lambda_A P_A, F \},$$

где новый критерий  $M_A$  определяется наименьшим значением чисел  $\lambda_A P_A(Y_A)$  и  $F(Y_A, Y_B)$ , при этом величина  $Y_B$  считается фиксированной (рис. 2.10).

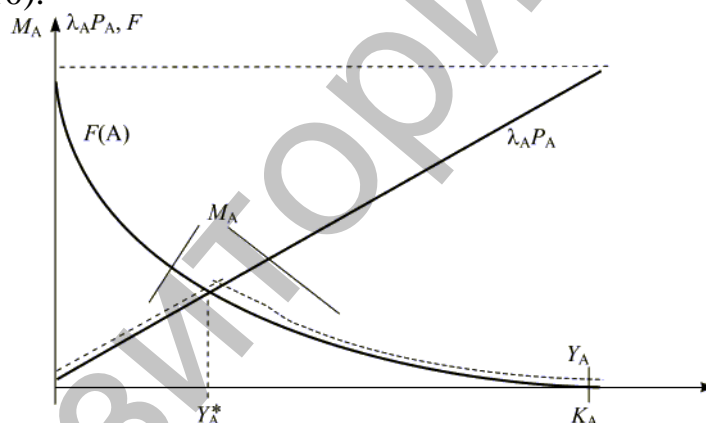


Рис. 2.10. Графическое представление критерия  $M_A$ .

Как видно из рис. 2.10,  $\lambda_A P_A(Y_A)$  монотонно возрастает вместе с ростом капиталовложений  $Y_A$ , тогда как  $F$  (степень очистки воды) будет монотонно убывающей функцией от  $Y_A$ , поскольку, чем больше денег будет истрачено на развитие (реконструкцию) предприятия, тем меньше останется на очистку воды. Пунктиром изображена (выделена чуть выше) зависимость величины  $M_A=f(Y_A)$  — случай экстремальной задачи. Когда  $Y_A=0$ , все средства идут на очистку воды и дополнительная прибыль также равна нулю, тогда и  $M_A(0) = 0$ . Точно также и  $M_A(K_A) = 0$  (при  $Y_A=K_A$ ), поскольку все деньги будут израсходованы на получение дополнительной прибыли, а вода будет такой же грязной, как и до очистки, — прибыль будет высокой (по расчету), но вода вообще не будет очищаться, что может привести к полной остановке производства на предприятии.

Поскольку задача экстремальная, то у величины  $M_A$  существует максимум, который достигается при значении  $M_A^* = Y_A^*$ . Если ценность критериев  $\lambda_A P_A$  и  $F$  субъект  $A$  сумел соизмерить, то выбор величины  $Y_A$ , а следовательно, и затрат на очистку воды  $X_A = K_A - Y_A$  очевиден – предприятию  $A$  выгоднее всего выбрать ее равной  $Y_A^*$ , т.е. ту величину, которая доставляет критерию  $M_A$  максимальное значение. При этом  $Y_A^* = K_A - X_A^*$ . Объективные цели субъекта  $A$ :

$$M_A(Y_A, Y_B) \xrightarrow{Y_A} \max, \quad (2.9)$$

где предприятие  $A$  стремится выбрать соотношение средств, выделяемых на развитие предприятия и очистку воды, которое доставляет максимальное значение показателю  $M_A$ .

Исходя из той же эколого-экономической гипотезы, у субъекта  $B$  такие же цели:

$$M_B(Y_A, Y_B) \xrightarrow{Y_B} \max. \quad (2.10)$$

Полученные формулы (2.9), (2.10) диктуют правила поведения и выбора партнеров – куда вкладывать деньги, и полностью как будто решают проблему, если бы действия предприятий были по-настоящему независимыми. Однако величина показателя  $M_A$  и его оценка для субъекта  $A$  зависит также от величины  $Y_B$ , которая находится в распоряжении предприятия  $B$ . Точно также и  $M_B$  зависит не только от выбора субъекта  $B$ , но и от предприятия  $A$ , т.е. от  $Y_A$ . Значит, необходимо некоторое коллективное решение (согласие), которое должно быть взаимовыгодным и эффективным. Такое соглашение формулируется так: совместным выбором величин  $Y_A$  и  $Y_B$  будут величины  $Y: Y_A = Y_A^U$  и  $Y_B = Y_B^U$ , удовлетворяющие условиям:

$$M_A(Y_A^U, Y_B^U) = \max_{Y_A} M_A(Y_A^U, Y_B^U), M_B(Y_A^U, Y_B^U) = \max_{Y_B} M_B(Y_A^U, Y_B^U). \quad (2.11)$$

Решение, которое формально определяется выражениями (2.11), носит название *ситуации равновесия*. При построении согласия необходимо знать структуру целевых функций  $P$  и  $F$ : каковы зависимости дополнительных прибылей предприятий от вкладываемых капиталов и чистота воды от средств, потраченных на ее очистку, как соизмерять сами критерии  $P$  и  $F$  и какими критериями следует руководствоваться предприятиям при установлении компромисса?

Все эти вопросы могут быть решены при рассмотрении конкретных ситуаций, когда точно известно: какова степень загрязнения воды и какими ингредиентами, мощности предприятий и их вклад в загрязнение воды, конкурентоспособность выпускаемой продукции и множество других факторов внешнего и внутреннего характера.

### 2.4.3. Пример расчета

Предприятия **A** и **B** могут потратить на развитие и очистку воды по 9 и 7,5 тыс. у.е. соответственно или  $K_A = 9$  тыс. у.е.,  $K_B = 7,5$  тыс. у.е. Предполагается монотонная обусловленность величин  $P$  и  $F$  от вкладываемых денег в развитие производства и в очистку воды. Задаются такие соотношения (полученные из исследований) для  $P$  в функции  $Y$ :  $P_A = \ln Y_A$ ,  $P_B = (Y_B^2 + 0,7Y_B)/3$ . Считая свое поведение независимым, каждое предприятие понимает очистку воды по-своему, поэтому в модель вводят отношения  $F_{(A)}$  и  $F_{(B)}$  от денежных затрат каждого предприятия:  $F_{(A)} = \lg X_A + X_A/2$ ,  $F_{(B)} = X_B^2 - X_B + 1$ .

#### Ход решения

1. Необходимо соизмерить результаты вычислений  $P$  и  $F$  по этим формулам. Рассмотрим две крайние ситуации:

а) все средства предприятиями направляются на развитие для увеличения прибыли, а на очистку воды денег не выделяется, т.е.  $Y_{A(B)} = K_{A(B)}$ ,  $X_{A(B)} = 0$ , тогда:

$$P_{Amax} = \ln 9 = 2,197 \approx 2,2 \text{ тыс. у.е.},$$

$$P_{Bmax} = (7,5^2 + 0,7 \cdot 7,5)/3 = 20,5 \text{ тыс. у.е.}$$

б) все средства направлены на очистку воды, а на развитие денег не выделяется, т.е.  $X_{A(B)} = K_{A(B)}$ ,  $Y_{A(B)} = 0$ , тогда:

$$F_{Amax} = \lg 9 + 9/2 = 5,45 \text{ тыс. у.е. (самая чистая вода),}$$

$$F_{Bmax} = 7,5^2 - 7,5 + 1 = 49,75 \text{ тыс. у.е.}$$

2. Для приведения к единой шкале соизмеримости полученные значения (в условных единицах), вводим коэффициенты:

$$\lambda_A = \frac{F_{Amax}}{P_{Amax}} = \frac{5,45}{2,2} = 2,48 \quad \text{и} \quad \lambda_B = \frac{F_{Bmax}}{P_{Bmax}} = \frac{49,75}{20,5} = 2,43$$

Таким образом,  $\lambda_A P_{Amax} \approx F_{Amax}$ ,  $\lambda_B P_{Bmax} \approx F_{Bmax}$  т.е. шкалы для принятия критерия  $M$  соизмеримы.

3. Находим расчетные точки и заполняем таблицы расчетов для предприятия **A** (табл. 2.6) и предприятия **B** (табл. 2.7).

Таблица 2.6. Предприятие А

$Y_A$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Y_A^* = 3,81$
$X_A$	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	$X_A^* = 5,19$
«2» $\lambda_A P_A$	0	0	1,72	2,72	3,44	3,99	4,44	4,83	5,16	5,45	3,31
«1» $F_A$	5,45	4,90	4,35	3,78	3,20	2,60	1,98	1,30	0,50	0*	3,31
$P_A$	0*	0,00	0,69	1,10	1,39	1,61	1,79	1,95	2,08	2,20	1,34

Таблица 2.7. Предприятие В

$Y_B$	0	1	2	3	4	5	6	7	7,5	$Y_B^*=3,58$
$X_B$	7,5	6,5	5,5	4,5	3,5	2,5	1,5	0,5	0	$X_B^*=3,92$
«2» $\lambda_B P_B$	0	1,37	4,36	8,98	15,21	23,05	32,52	43,6	49,75	12,42
«1» $F_B$	49,75	36,75	25,75	16,75	9,75	4,75	1,75	0,75	1,00	12,42
$P_B$	0,00	0,57	1,80	3,70	6,27	9,50	13,40	17,97	20,50	5,12

Примечания \*  $\ln 0$  – не существует.

При дробном значении  $K_{A(B)}$  разбиение по ячейкам таблиц в строках  $Y_{A(B)}$  и  $X_{A(B)}$  – произвольное.

4. Для нахождения критериев  $M_A$  и  $M_B$  по данным таблицы 2.6. строим для предприятия А кривые «1» ( $F_A=f(Y_A)$ ) и «2» ( $\lambda_A P_A=f(Y_A)$ )

Аналогично, для предприятия В по данным таблицы 2.7 кривые «1» ( $F_B=f(Y_B)$ ) и «2» ( $\lambda_B P_B=f(Y_B)$ ) (см. рис. 2.11, 2.12).

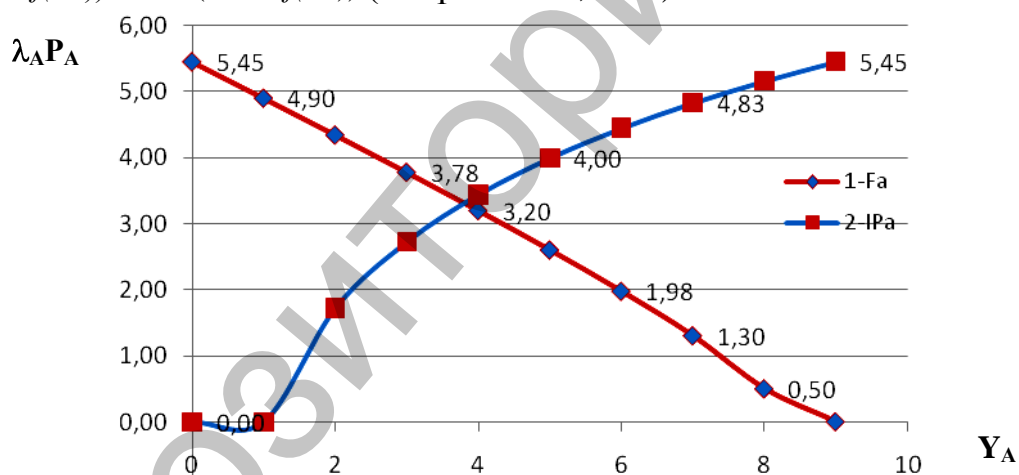


Рис. 2.11. Критерий  $M_A$ .

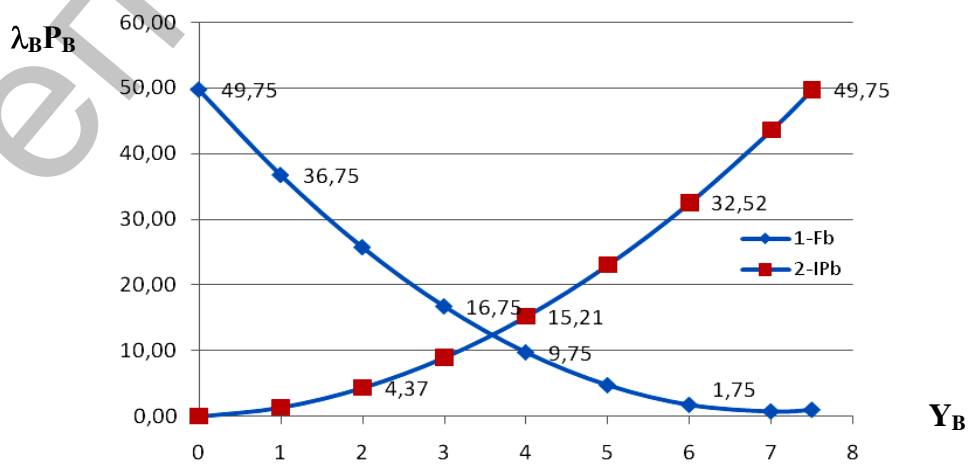


Рис. 2.12. Критерий  $M_B$ .

5. На рис. 2.11 и 2.12 на пересечении кривых «1» и «2» – находим оптимальные критерии  $M_A$  и  $M_B$  и записываем их координаты в последний столбец таблиц 2.6 и 2.7, соответственно.

#### 6. Определяем критерии

Исходим из того, что предприятие  $A$  принимает независимое (пока) решение затрачивать на свое развитие  $Y_A = 3,81$  тыс. у.е., что может обеспечить ему прибыль –  $P_A = 1,34$  тыс. у.е. Предприятие  $B$ , вложив в развитие  $Y_B = 3,58$  тыс. у.е., что может обеспечить ему прибыль –  $P_B = 5,12$  тыс. у.е. Затраты на очистку воды при этом предполагаются: предприятия  $A$  –  $X_A = 5,19$  тыс. у.е., предприятия  $B$  –  $X_B = 3,98$  тыс. у.е. Итак, на очистку воды у предприятий запланирована общая сумма в  $9,17$  тыс. у.е. Приняв такое решение, предприятия оказываются в неравном положении, что может выступать предметом переговоров между ними для принятия коллективного решения – компромисса.

Критерии, на основании которых можно обсуждать согласие на выделение объективно «справедливых» с каждой стороны сумм на очистку воды, могут быть разными (при оптимальном  $M$ ):

1. Соотношение между затратами на очистку воды и на развитие:  $X/Y$  (или  $Y/X$ , или  $X/K$ ) – во сколько раз затраты на очистку больше (меньше) вложений в развитие или какова доля общих средств идет на очистку воды:  $X_A/Y_A = 5,19/3,81 = 1,37$ ;  $X_A/K_A = 5,19/9 = 0,58$ , (58%),  $X_B/Y_B = 3,98/3,58 = 1,09$ ;  $X_B/K_B = 3,98/7,5 = 0,52$ , (52%). По данному критерию оба предприятия тратят на очистку воды примерно 52–58% своих средств, т.е. примерно равную долю.

2. Рентабельность деятельности предприятий с учётом отчисления денег на очистку воды – отношение прибыли к вкладываемым деньгам на развитие  $P/Y$  и ко всей сумме средств предприятия –  $P/K$ :  $P_A/Y_A = 1,34/3,81 = 0,35$ ,  $P_A/K_A = 1,34/9 = 0,15$ ;  $P_B/Y_B = 5,12/3,58 = 1,43$ ,  $P_B/K_B = 5,12/7,5 = 0,68$ . При таком сравнении предприятие  $B$  имеет лучшие показатели по сравнению с партнером.

3. Однако стоит оценить, на сколько снизилась рентабельность каждого предприятия (его потери) при отчислении денег на очистку, так как они (предприятия) изначально разнорентабельны – это будет разность максимально возможной рентабельности (отношение прибыли к общим средствам) и запланированной:

$$P_{Amax}/K_A = 2,2/9 = 0,244 \text{ или } \Delta P_A = P_{Amax}/K_A - P_A/K_A = 0,244 - 0,15 = 0,094, \\ (P_{Amax}/K_A)/(P_A/Y_A) = 0,244/0,35 = 0,69.$$

$$P_{Bmax}/K_B = 20,5/7,5 = 2,733 \text{ или } \Delta P_B = 2,73 - 0,68 = 2,05; \\ (P_{Bmax}/K_B)/(P_B/Y_B) = 2,733/1,43 = 1,91.$$

В относительных показателях:

$$\Delta P_A/P_{Amax} = 0,094/2,2 = 0,04; \Delta P_B/P_{Bmax} = 2,05/20,5 = 0,1.$$

Сравнение по критерию 3 позволяет сказать, рентабельность предприятия А снижается на 0,094, или в 1,6 раза. В то же время рентабельность предприятия В снижается на 2,05, или в 4 раза. При таком подходе большие потери несёт второе предприятие.

Вывод. Между предприятиями А и В может быть достигнут компромисс: предприятие В уменьшает расходы на очистку, а предприятие А увеличивает.

На практике может оказаться, что для достаточной очистки воды потребуется более 9,17 тыс. у.е. (суммарные затраты обоих предприятий), или менее того, например, 11 тыс. у.е., или 5 тыс. у.е. (стоимость очистных сооружений и поддержание их нормального функционирования). Тогда предприятия вынуждены будут либо каким-то способом уменьшать общие затраты на очистку, возможно, отдав тому или иному предприятию предпочтение (кто в данный момент больше нуждается в средствах), либо добавить, что тяжелее, поскольку придется договариваться, кто больше выделит денег, неучтенные в предварительных расчетах.

#### 2.4.4. Порядок оформления задачи:

- название задачи;
- исходные данные (обозначения:  $\ln$  – натуральный логарифм;  $\lg$  – десятичный логарифм; / – знак деления;  $x^x$ ,  $y^y$  – числа в собственной степени,  $\sqrt[y]{x}$  – степень под корнем).

Ход решения:

- а) рассчитать  $\lambda_A$  и  $\lambda_B$  (соизмерить шкалу);
  - б) заполнить таблицы расчетов;
  - в) по данным таблиц построить графики (аналог рис. 2.11 и 2.12);
  - г) определить критерии;
- выводы и предложения для установления компромисса.

Таблица 2.8. Варианты заданий

№ п/п	$K_a$ , ден. ед.	$K_b$ , ден. ед.	$P_a$	$P_b$	$F_{(a)}$	$F_{(b)}$
1	2	3	4	5	6	7
01	6,2	5,5	$2y^2/(y+1)$	$\sqrt{y} + y/2$	$x^2 - \ln x^2$	$2x + 0,3x^2$
02	10,0	5,3	$2,5 \ln^2 y$	$2y^y - 0,5y^2$	$6,8/x + x^3/3$	$\lg x^2 + 2x$
03	5,5	7,9	$y^2/2$	$0,5y + 3/\sqrt{y}$	$x^2 - \ln x + 1$	$x^3/\lg x$
04	7,7	6,3	$0,3y^2 - \ln y$	$0,5(y^3 - 1)$	$(x^2 + x)/(x+1)$	$\sqrt{x} + 1$
05	5,7	8,4	$3y^3 - y^2$	$0,6y \cdot \lg y$	$0,1x^3 - x^2 - 1$	$2\lg x^2$
06	8,5	9,6	$(y^2 + 1)/3$	$y^2 + 0,6\sqrt{y}$	$\ln x \cdot \lg x^2$	$2x^2 - 2$
07	10,0	8,0	$\ln y$	$(y^2 + 0,7y)/3$	$\lg x + x/2$	$x^2 - x + 1$
08	7,7	4,4	$y^3/3y/2$	$\sqrt{y^3} - \ln y$	$x + \lg x$	$x^x - x^2$
09	3,8	9,0	$2y^3 - 0,4y^2$	$1,7y^2 - \ln y - 1$	$x^x - x - 0,3$	$x^3 - x^2 + 0,5$

1	2	3	4	5	6	7
10	9,3	6,0	$\sqrt{y^3} + \sqrt{y}$	$\ln(y^3 + 1) + y$	$x + 1$	$2 \cdot x^2 - x$
11	5,0	8,5	$(1 + y^3)/(1 + y)$	$\lg x$	$2x^2 - 3x$	$2\sqrt{x} + x$
12	6,5	9,0	$y + \ln y$	$y^2 - y$	$0,3x^3 - 0,2x$	$(x^2 + x - 1)/x$
13	7,1	5,5	$\sqrt{y^3} + y/2$	$\ln y + 3$	$x^2/(2x - 1)$	$2 \cdot \lg x^2$
14	6,8	6,0	$y + \ln y$	$0,9y + 3\sqrt{y}$	$\ln x^2/\ln(x - 1)$	$x^3/3 - x/2$
15	4,8	8,5	$(1 + y^3)/(1 + y)$	$\lg y$	$0,9\sqrt{x} + 0,3x$	$\sqrt{x^3} - x - 1$
16	7,1	5,5	$y^2/2$	$2y$	$x^2/2$	$2x$
17	7,1	5,5	$1,7y$	$y/2$	$0,6x$	$x^2$
18	7,2	5,6	$1 + y^2$	$y^3$	$x^3$	$x^2$
19	7,3	5,7	$y^2$	$1,4y^2$	$x/3$	$3x$
20	7,4	5,8	$\sqrt{y}$	$y^2 + 1$	$x$	$x^2$
21	7,5	5,9	$2y + \sqrt{y}$	$0,7y^2$	$1 + x^2$	$x^3$
22	7,6	6,1	$2,5y$	$0,3y^2$	$x^2 + x$	$0,5x^2$
23	7,7	6,2	$3,7y^2 - y - 1$	$0,6y + 0,03y^2$	$x + \sqrt{x^3}$	$x^2 + 2$
24	7,8	6,3	$y^3$	$0,4y^2 + y - 1$	$x^2 - 0,6x - x/5$	$4x^2 + \frac{\sqrt{x}}{2}$
25	7,9	6,4	$1 - y^2 + y^3/3$	$y/2 + y$	$6x^2 + 2$	$\sqrt{x} + \frac{x^2}{4}$
26	7,8	6,4	$y^2 + y$	$y^2 - 0,7y$	$x + 0,6\sqrt{x}$	$x$
27	7,7	6,2	$y + \sqrt{y}$	$2y^2$	$x + 1$	$\frac{x}{x + 2}$
28	7,6	6,1	$0,7y^3 - 0,6y^2$	$\sqrt{y} + (y - 1)$	$x^2 + 1,5\sqrt{x}$	$(x^4 - x^2)/5$
29	7,1	5,5	$3,2y + 0,5y^2$	$\sqrt{y^3}$	$(x^3 + 1)/x^2$	$x^3$
30	7,1	5,5	$y^3/(2y + 1)$	$(y + 2)^2$	$2,2x^2 - 1,7x$	$\sqrt{x} - x$
31	4,8	8,5	$0,7y + y$	$\sqrt{y}$	$\left(\frac{x^2}{2} + 1\right)/2$	$\sqrt{x^3}$
32	4,8	8,5	$2y + \sqrt{y}$	$0,2y^3 + y - 1$	$x + \sqrt{x}$	$1 + x^2/3$
33	4,8	8,5	$1,6y^2$	$0,5y + 0,2y^3$	$x^3$	$x^3 - x^2 + \sqrt{x}$
34	4,8	8,5	$y^2$	$y + 1$	$0,5x^3/(1 + x)$	$5x$
35	4,8	8,5	$2y^3/(y^2 + 1,6)$	$0,3y^3 + 1$	$1 + \sqrt{x}$	$2 + x^2$
36	4,8	8,5	$1,3\sqrt{y} + 0,6y^2$	$\sqrt{y} + y/4 - 0,2$	$\sqrt{x} + 0,25x^2$	$0,2x$
37	4,8	8,5	$0,6y^2$	$1,2y^2/(y + 1)$	$1,2x^2$	$1,8x^3$
38	4,8	8,5	$0,7y + 0,4\sqrt{y}$	$y^2 + \sqrt{y}$	$x + x^3/2$	$(x^2 + x)/x + 1$
39	4,8	8,5	$1,9\sqrt{y} + y/2$	$2,7y$	$x^2 + 1$	$x^2 + x$
40	4,8	8,5	$1,5(y^3 - 0,3)$	$y^3 - 0,4y^2$	$2\sqrt{x} + 1,4$	$3,4x^2$
41	4,8	8,5	$\sqrt{y^3}$	$2,7y$	$0,3x^3 + x^2 - 1$	$2x + 0,6x^2$
42	4,8	8,5	$1,3y^2$	$(2 + y^3)/(1 + y)$	$0,4x + x^2$	$2,4x^2 - 1,2$



1	2	3	4	5	6	7
43	4,8	8,5	$y^3/0,3-y/2$	$0,6\sqrt{y^3} + \sqrt{y}$	$x^3$	$x^2-x+1$
44	4,8	8,5	$1,2+y$	$y + \sqrt{y} + y/2$	$x+1$	$x+x/2$
45	4,8	8,5	$(y^2+2)/(1,1+y)$	$1,5y$	$x^2$	$1,6x+x$
46	4,8	8,5	$1,4y^3-2y^2$	$y/0,25$	$x^3-x^2+3,5$	$x^2+3$
47	4,8	8,5	$1,9y^2-y+1$	$1,2y$	$(x^2+x)/(x+2)$	$x^3-x^2+1$
48	4,8	8,5	$(y^2+2y)/4,3$	$0,7y+y$	$2,4x^2-x$	$x^2$
49	4,8	8,5	$(y^3+1)+y$	$1,5y + 4,2/\sqrt{y}$	$2\sqrt{x} + x$	$x^2+1$
50	4,8	8,0	$1,5y$	$1,8\sqrt{y^3}$	$1,2x+x^2$	$x+3$
51	5,0	7,9	$1,2y^3-y^2$	$y^3/1,4+y/3$	$x^2+x+2,7$	$(\sqrt{x} + 1) + 2$
52	4,9	7,8	$3,3+y$	$(3,2y^2+1)/y$	$(x^2+x-1)/x$	$x^3+x^2$
53	4,8	7,7	$\sqrt{y^3} + 2\sqrt{y}$	$y^2/1,75$	$x^2+1,5x$	$x+1$
54	4,7	7,6	$3,2y+y$	$(1,5y^2+y)/0,3$	$4,3x^2$	$x^3/(x+1)$
55	4,6	7,5	$2,2y^2/(y+1)$	$(y^3+1)+2y$	$x^3/2,4-x/2,2$	$2x^2-1,3x$
56	4,5	7,4	$0,8y^2-y$	$y^2/(2+y)$	$2x^2(x+2)$	$1,8/x+x^3/2$
57	4,4	7,5	$0,9y$	$0,75(y^3-0,8)$	$x^2 - \sqrt{x} - 1$	$x^2-1,3x$
58	4,5	7,6	$y+3y$	$0,6y^2$	$x^3-0,2x^2-1$	$x^2$
59	4,6	7,7	$(3+y^3)/(2+y)$	$y+3$	$\sqrt{x} + x/2 + 1,4$	$2,2\sqrt{x} + x$
60	4,7	7,8	$0,2y-1,5y^2$	$y(y/2+1)$	$1+x/2$	$x(x^2+1)+1$
61	4,8	7,9	$1,9\sqrt{y} + y/2$	$0,8y^2 + \sqrt{y}$	$x^3/(1+x)$	$1,3x^3-0,2x$
62	4,9	8,0	$\sqrt{y^3}$	$1,5y^2/y$	$x^2-2,3x$	$x^2/(2x-1)$
63	5,0	8,1	$y^2/0,4$	$0,6y^2$	$x^2+2$	$(x^2+x+1)/x$
64	5,1	8,2	$(y^2+1)/2y$	$2,75y^3-y^2$	$x^2$	$x^2+3$
65	5,2	8,3	$2y^3/3-y/1,2$	$1,8y+2,7y$	$3,2x^2-1,2x$	$x^3/2-x/0,5$
66	5,3	8,4	$1,8y^2$	$0,6\sqrt{y} + y/2$	$x^2+x+1$	$x+0,3x^2$
67	5,4	8,5	$(y^2+1)/2y$	$0,8y^2 + \sqrt{y}$	$x^2$	$0,4x$
68	5,5	8,6	$1,8y^2-y$	$3y^3+0,4y^2$	$x^2/(x+1)$	$2,7+x^2$
69	5,6	8,7	$y(y/2-0,4)$	$y^2$	$x^2+2x$	$1,6x^3-x^2$
70	5,7	8,8	$2,25y + \sqrt{y}$	$y^4-y^3+y^2+1$	$5x^3/3$	$x^2+2$
71	5,8	8,9	$1,4(y^2+0,7y)$	$(y+1)y$	$x+1/x$	$x(x+1,6)$
72	5,9	9,0	$1,8y^2/(2+y)$	$y+2y^2$	$2x^2-2$	$4x^2/x$
73	6,0	9,1	$y^2 + 3,7\sqrt{y}$	$2,7y^2-0,6y$	$2(\sqrt{x} + x)$	$x^2+x$
74	6,1	9,2	$y^4-y^3+y^2+1$	$(y^2+y)/(2+y)$	$1,4x^2-1,3x$	$1,4 + \sqrt{x}$
75	6,2	9,3	$y/4+0,5y^2$	$2,3+0,5y^2$	$x^3$	$x^2 - \sqrt{x} + 1$
76	6,3	9,4	$3,2y^2$	$4\sqrt{y^3}$	$0,5x+2$	$x(1+x)$
77	6,4	9,5	$2,3y^2+y+1$	$y(y/2+1,5)$	$x^3-(x^2+0,5)$	$x^3/(2+x)$
78	6,5	9,6	$2,6y - \sqrt{y}$	$1,5y^2/(y+1)$	$x+x^2$	$\sqrt{x} + x/4$
79	6,6	9,7	$y^2$	$0,9y + 0,6\sqrt{y}$	$1,7x^2/(x+1)$	$2,5x^2$
80	6,7	9,8	$2,7y^2-1,2y$	$y^3/0,7-y/0,7$	$x(\sqrt{x} + 1)$	$x/0,2+1$

1	2	3	4	5	6	7
81	6,8	9,9	$0,8y^3+0,6y^2$	$(y^2+3)/2y$	$x^2 + \sqrt{x} + 1$	$x^3$
82	7,0	10,0	$y^2+1,7y$	$1,5y^2 + \sqrt{y}$	$(x^2+2)/(x+1)$	$(x^2+x)/2$
83	6,9	9,9	$y^2/(1+0,5)$	$0,2y+3,2y^2$	$x^3/4+x/2$	$3(x^2-0,7)$
84	6,8	9,8	$3,4(0,7y^3-1)$	$(1+y^3)(3+y)$	$x^2+1,4-2$	$\sqrt{x}/3+3x$
85	6,7	9,7	$2y(y/3-0,5)$	$\sqrt{y^3} - \sqrt{y}$	$x^3-x^2+1,7$	$x^2/(x+1,5)$
86	6,6	9,6	$(y^3+1)+y/2$	$0,2y^2$	$x(x+1)$	$x^2-x+2$
87	6,5	9,5	$2,2y^2$	$(y^2-0,4y)/0,4$	$(x^2+1)x$	$x^3+x^2-4,5$
88	6,4	9,4	$2 + \sqrt{y} + y/2$	$2,6y + \sqrt{y}$	$x^2+x/3$	$1,4x$
89	6,3	9,3	$y^2+y$	$1,3y^2+y$	$1,6+x^2$	$(x^2+5)x$
90	6,2	9,2	$0,09y^3+y^2$	$y+2$	$x+0,6$	$2x^3/(2+x)$
91	6,1	9,1	$(2y^2+1)/(2+y)$	$0,75y + \sqrt{y}$	$(x+1)x/2$	$x+1,5x^2$
92	6,0	9,0	$0,8y^3/5+y/0,2$	$y^2-y$	$x^2$	$\sqrt{x} + 0,7x$
93	5,9	8,9	$4,5y^2-y$	$0,3y^2$	$x^2+0,7x$	$2x^2-x-1$
94	5,8	8,8	$y^2$	$0,8(y^3-0,7)$	$x^2/(x+5)$	$3,5x^2+x$
95	5,7	8,7	$1,7y-1$	$y^2-y+1$	$(x^2-x)/(x+1)$	$\sqrt{x} + 1,9$
96	5,6	8,6	$0,2y^2/(y+1)$	$0,4y^2+1,3y$	$2,5x^3+0,2x$	$x^2 + \sqrt{x} - 1$
97	5,5	8,5	$0,8y^2 + \sqrt{y}$	$1,8y^3-2,4y^2$	$x^2(2+x)$	$8/x+x^3/4$
98	5,4	8,4	$y^3+y$	$0,3x^2$	$y^3-y^2$	$(x^2-x+1)/(x+2)$
99	5,3	8,3	$\sqrt{y^3} + 2y$	$0,8y^2-y$	$3x^2-2x$	$x^2$
100	5,2	8,2	$0,5y+0,8$	$(y^3-1)+3y$	$x^2-2x+1,4$	$3,1x^3$

# П Р И Л О Ж Е Н И Е

Титульный лист

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Учреждение образования  
**«Витебский государственный университет  
имени. П.М. Машерова»**

**кафедра  
экологии и охраны природы**

контрольная работа по курсу  
«Экономика природопользования»

Выполнил(-а) студент (-ка) 6 курса  
биологического факультета  
гр. \_\_ ОЗО

---

дата, роспись, Ф.И.О. студента

Проверил \_\_\_\_\_  
дата, роспись, Ф.И.О. преподавателя

Витебск 201 \_\_ г.