Если $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G и $\mathfrak{X}$ – класс Фиттинга, то множество $\mathcal{F}\odot\mathfrak{X} = \{H \leq G : H/H_{\mathcal{F}} \in \mathfrak{X}\}$ является множеством Фиттинга G [3].

В качестве методов исследования были использованы методы теории конечных групп и их классов, а также методы теории фиттинговых множеств.

Результаты и их обсуждение.

Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, а σ – разбиение всех простых чисел, то есть:

$$\sigma = \{\sigma_i | i \in I\};\ \sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset, \text{если } i \neq j;\ \mathbb{P} = \bigcup_{i\in I} \sigma_i \text{ и } \sigma_i' = \mathbb{P} \setminus \{\sigma_i\}.$$

Следуя [4], всякое отображение

$$f : \sigma \to \{\text{множество Фиттинга группы } G\}.$$

назовём σ-функцией Хартли G или H_σ-функцией G.

Множество $\Pi = Supp(f) = \{\sigma_i \in \Pi : \mathrm{f}(\sigma_i) \neq \emptyset\}$ называют носителем H_σ-функцией f.

Пусть

$$LFS_\sigma(f) = Tr_{\varepsilon_\Pi}(G) \bigcap \left(\bigcap_{\sigma_i \in \Pi} f(\sigma_i) \odot \left(\mathfrak{E}_{\sigma_i} \mathfrak{E}_{\sigma_i'} \right) \right), \text{где } \Pi = Supp(f).$$

Определение. Множество $\mathcal{F}$ группы *G* назовём σ-локальным множеством Фиттинга *G*, если $\mathcal{F} = LFS_\sigma(f)$, для некоторой H_σ-функции *f* группы G.

Определение [1]. *Множеством Фишера группы* G называется множество Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G, которое удовлетворяет следующему свойству: если $L \leq G, K \trianglelefteq L \in \mathcal{F}$ и H/K является p-подгруппой L/K для некоторого простого числа p, то $H \in \mathcal{F}$.

Доказана

Теорема. Если $\mathcal{F}$ – σ-локальное множество Фиттинга группы *G*, то $\mathcal{F}$ – множество Фишера *G*.

Заключение. В работе установлена взаимосвязь между σ-локальными множествами Фиттинга группы *G* и множествами Фишера *G*.

1. Doerk K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin – New York : Walter de Gruyter, 1992. – 891p.
2. Anderson. Fitting sets in finite soluble groups // Anderson. – Ph.D. thesis. – Michigan State University, 1973.
3. Vorob'ev N.T. On F-injectors of Fitting set of a finite group / Vorob'ev N.T., Nanying Yang, W.Guo. Com. in Algebra. 2018. Vol 46, № 1. P.217 – 229.
4. W.Guo. On σ-local Fitting classes / W.Guo, Li Zhang, Vorob'ev N.T. Journal of Algebra. 2020. Vol 542. P.116 – 129.

О СВЯЗИ МЕЖДУ МОДУЛЕМ И АРГУМЕНТОМ КОМПЛЕКСНЫХ КОРНЕЙ ТРЕХЧЛЕННЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Кадырова О.С.,

студентка 1 курса ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Трубников Ю.В., доктор физ.-мат. наук, профессор

Трехчленные алгебраические уравнения различных степеней с действительными коэффициентами возникают в некоторых приложениях [1]. В современной литературе, посвященной исследованию трех-членных алгебраических уравнений, приводятся определенные способы локализации комплексных кор-ней таких уравнений, однако не упоминаются соотношения между модулем и аргументом для данных корней [2–4].

Цель – установить аналитическую зависимость между модулем и аргументом комплексных корней трехчленных алгебраических уравнений произвольной степени с действительными коэффициентами.

Материал и методы. Материалом исследования являются трехчленные алгебраические уравнения произвольной степени с действительными коэффициентами. Методы исследования – методы алгебры и математического анализа.

Результаты и их обсуждение. Сначала рассмотрим трехчленное алгебраическое уравнение третьей степени с действительными коэффициентами p и q:

$$z^3 + pz + q = 0 \quad \left(p \neq 0, q \neq 0\right). \tag{1}$$

Нас интересуют комплексные решения уравнения (1), записанные в тригонометрической форме, то есть числа вида

$$z = r\left(\cos\varphi + i\sin\varphi\right). \tag{2}$$

Подставив выражение (2) в исходное уравнение (1), получим

$$r^3\left(\cos 3\varphi + i\sin 3\varphi\right) + pr\left(\cos\varphi + i\sin\varphi\right) + q = 0. \tag{3}$$

Преобразуем уравнение (3) к виду

$$\left(r^3\cos 3\varphi + pr\cos\varphi + q\right) + i\left(r^3\sin 3\varphi + pr\sin\varphi\right) = 0.$$

Последнее равенство эквивалентно системе уравнений:

$$r^3\cos 3\varphi + pr\cos\varphi + q = 0; \tag{4}$$

$$r^3\sin 3\varphi + pr\sin\varphi = 0. \tag{5}$$

Из уравнения (5) выражаем $p = -r^2\sin 3\varphi/\sin\varphi$ и подставляем в уравнение (4):

$$r^3\cos 3\varphi - \frac{r^3\cos\varphi\sin 3\varphi}{\sin\varphi} + q = 0,$$

что равносильно уравнению

$$r^3\left(\frac{\sin\varphi\cos 3\varphi - \cos\varphi\sin 3\varphi}{\sin\varphi}\right) = -q \quad \Leftrightarrow \quad r^3\sin\left(-2\varphi\right) = -q\sin\varphi,$$

откуда окончательно получаем

$$r^3 = \frac{q}{2\cos\varphi}. \tag{6}$$

Таким образом, мы получили очень простую связь между модулем и аргументом для комплексных решений уравнения (1) в случае наличия у него комплексно-сопряженной пары корней. Сам по себе факт наличия такой явной аналитической связи представляет определенный интерес.

Далее, действуя по аналогии, мы можем получить выражение, подобное формуле (6), для трехчленного алгебраического уравнения произвольной степени с действительными коэффициентами вида (7).

$$z^n + pz^m + q = 0 \quad \left(n > m,\ p \neq 0, q \neq 0\right) \tag{7}$$

Подставляя число $z = r\left(\cos\varphi + i\sin\varphi\right)$ в уравнение (7), получим

$$r^n\left(\cos n\varphi + i\sin n\varphi\right) + pr^m\left(\cos m\varphi + i\sin m\varphi\right) + q = 0.$$

Выделяя действительную и мнимую составляющие левой части данного уравнения и приравнивая их к нулю, получим эквивалентную систему уравнений

$$r^n\cos n\varphi + pr^m\cos m\varphi + q = 0; \tag{8}$$

$$r^n\sin n\varphi + pr^m\sin m\varphi = 0. \tag{9}$$

Из уравнения (9) выражаем $p = -r^{n-m}\sin n\varphi/\sin m\varphi$ и подставляем в уравнение (8):

$$r^n\cos n\varphi - \frac{r^{n-m}\sin n\varphi}{\sin m\varphi}r^m\cos m\varphi + q = 0,$$

что преобразуется к виду

$$r^n\left(\frac{\sin m\varphi\cos n\varphi - \cos m\varphi\sin n\varphi}{\sin m\varphi}\right) = -q \quad \Leftrightarrow \quad r^n\sin\left(m\varphi - n\varphi\right) = -q\sin m\varphi,$$

откуда окончательно получаем

$$r^n = \frac{q\sin m\varphi}{\sin\left(\left(n-m\right)\varphi\right)}.$$

Убедимся в справедливости последней формулы на примере. Пусть

$$z^7 - 5z^2 + 13 = 0.$$

Приближенные значения его корней имеют вид:

$$z_1 \approx -1,260494631;\ z_{2,3} \approx 1,274138351 \pm 0,4488548137i;$$

$$z_{4,5} \approx 0,4076784747 \pm 1,526928854i;\ z_{6,7} \approx -1,051569510 \pm 1,075578775i.$$

Несложно убедиться в том, что для каждого из комплексных корней выполняется равенство $r^7 = 13\sin 2\varphi / \sin 5\varphi$.

Заключение. Таким образом, в данной работе установлена явная аналитическая зависимость между модулем и аргументом комплексных корней трехчленных алгебраических уравнений произвольной степени с действительными коэффициентами.

1. Кравченко, В.Ф. Аналитический метод решения трехчленных алгебраических уравнений с помощью элементарных функций K_{ml} / В.Ф. Кравченко // Ученые записки ЦАГИ. – 1988. – Т. 19, № 4. – С. 135–144.
2. Кутищев, Г.П. Решение алгебраических уравнений произвольной степени / Г.П. Кутищев. – М.: Издательство ЛКИ, 2019. – 232 с.
3. Brilleslyper, M.A. Counting Interior Roots of Trinomials / M.A. Brilleslyper, L.E. Schaubroeck // Mathematics Magazine. – 2018. – Vol. 91, № 2. – P. 142–150.
4. Botta, V. On the behavior of roots of trinomial equations / V. Botta, J.V. da Silva // Acta Mathematica Hungarica. – 2019. – Vol. 157, № 1. – P. 54–62.

РАЗРАБОТКА СЕТЕВОГО РЕДАКТОРА ВЕКТОРНОЙ ГРАФИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ RUST И API VULKAN

Куликов В.А.,

студент 4 курса ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Шпаков С.А., ст. преп.

В настоящее время увеличивается количество человек, работающих дистанционно. Косвенным подтверждением этого факта являются недавние изменения в трудовой кодекс [1], касающиеся в том числе и урегулирования дистанционной работы. Несмотря на эту тенденцию, необходимость в коммуникации для производства программного обеспечения никуда не исчезает, в частности, важна визуальная коммуникация, так как, зачастую, сложно объяснить собеседнику на словах свои идеи и предложения.

Важным требованием к данному приложению является скорость работы, для выполнения которого используется графическое ускорение посредством API Vulkan, а также системного компилируемого языка программирования Rust.

Цель – разработка сетевого редактора векторной графики, позволяющего осуществлять визуальную коммуникацию на расстоянии, в том числе, и посредством сети Интернет.

Материал и методы. Для создания данного приложения используются различные средства операционной системы Linux, текстовый консольный редактор Neovim, оснащённый плагином для взаимодействия с LSP (Language Server Protocol) сервером. Язык программирования – Rust, также стоит отметить использование одной из ключевых библиотек для разработки данного приложения – Vulkano [2], которая позволяет взаимодействовать с API Vulkan для достижения графического ускорения.

Результаты и их обсуждение. Разработанное приложение позволяет осуществлять визуальную коммуникацию по сети в реальном времени. Сеть может быть как локальной (корпоративной), так и глобальной (интернет).

В настоящее время существует два формата двухмерной графики – растровый и векторный. Данное приложение использует векторный формат, в первую очередь это обусловлено тем, что растровый формат требует для обработки большого количества хранимой о нём информации, поскольку в конечном счёте работа идёт с каждым пикселем, данный формат плохо подходит для передачи данных по сети. Векторный же формат [3] оперирует геометрическими примитивами, которые задаются гораздо меньшим количеством параметров. Также важной особенностью этого формата является независимость качества от масштаба изображения, что также положительно влияет на коммуникацию по сети.

Приложение представляет собой одно окно, в котором все элементы (в том числе и пользовательский интерфейс) отрисовываются с помощью API Vulkan [2]. Такой подход позволяет использовать по максимуму ресурсы графической карты компьютера, не отнимая ресурсы процессора, что в результате имеет положительный эффект на производительность системы в целом.

При старте приложение читает конфигурационный файл, в котором хранится основная информация о подключении и настройках приложения, далее пользователю предлагается выбрать кем он выступает: хостом или клиентом. Если была выбрана опция «хост», пользователь может начать работу сразу же, остальные участники подключаются позже и получают всю необходимую информацию о полотне от хоста. Если же была выбрана опция «клиент», то пользователю предлагается ввести IP адрес удалённой машины, на которой должен работать хост, после чего происходит подключение и отображается текущий холст.